【FdData 高校入試：中学数学 2 年：一次関数】

[一次関数・グラフ／傾き・変化量／式の決定など／直線の式・交点など／面積／等積変形／その他の問題／FdData 入試製品版のご案内]

[FdData 入試ホームページ]掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧]
※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
数学：［数学 1 年］，［数学 2 年］，［数学 3 年］
理科：［理科 1 年］，［理科 2 年］，［理科 3 年］
社会：［社会地理］，［社会歴史］，［社会公民］
※全内容を掲載しておりますが，印刷はできないように設定しております

【】グラフ・式の決定など

【】一次関数・グラフ

[一次関数とは]

[問題]

次のア～エから，y が x の関数であるものをすべて選んで，その記号を書け。

ア　x 歳の男性の体重 y kg

イ　2000m の道のりを，分速 x m で進むときにかかる時間 y 分

ウ　1 辺の長さが x cm の正三角形の面積 y cm^2

エ　気温 x ℃のときの降水確率 y ％

(福井県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

ともなって変わる 2 つの変数 x，y があって，x の値を決めると，それに対応して y の値が 1 つに決まるとき，y は x の関数であるという。

[解答]イ，ウ

[解説]

ともなって変わる 2 つの変数 x，y があって，x の値を決めると，それに対応して y の値が 1 つに決まるとき，y は x の関数であるという。

アとエは x の値が決まっても y の値は決まらないので，関数とはいえない。

[問題]
　次のア～エの中から，y が x の一次関数であるものをすべて選び，その記号を書け。
ア　1 辺が x cm の正三角形の周の長さ y cm
イ　面積 30cm² の長方形の縦の長さ x cm と横の長さ y cm
ウ　底面の半径が x cm，高さが 5cm の円錐の体積 y cm³
エ　水が 10L 入っている水そうに，毎分 2L の割合で x 分間水を入れるときの水そうの水の量 y L
(佐賀県)(*)
[解答欄]

[ヒント]
一次関数は，$y=ax+b$（a，b は定数)という式で表される。$b=0$ のとき，$y=ax+b$ は $y=ax$ という比例の式になる。したがって，比例は一次関数の 1 つである。
[解答]ア，エ
[解説]
ともなって変わる 2 つの変数 x，y があって，x の値を決めると，それに対応して y の値が 1 つに決まるとき，y は x の関数であるという。y が x の関数で，$y=2x+5$，$y=2x$ のように，y が x の一次式で表されるとき，y は x の一次関数であるという。一次関数は，$y=ax+b$（a，b は定数)という式で表される。$b=0$ のとき，$y=ax+b$ は $y=ax$ という比例の式になる。したがって，比例は一次関数の 1 つである。
ア：$y=3x$ なので，一次関数である。比例でもある。
イ：$xy=30$，$y=\dfrac{30}{x}$ なので，一次関数ではない。反比例である。
ウ：$y=\dfrac{1}{3}\times\pi\times x^2\times 5$，$y=\dfrac{5}{3}\pi x^2$ なので一次関数ではない。二次関数(3 年範囲)である。
エ：$y=10+2x$，$y=2x+10$ なので，一次関数である。

[問題]
　次のアからエまでの中から，y が x の一次関数であるものをすべて選んで，そのかな符号を書け。
ア　1 辺の長さが x cm である立方体の体積 y cm³
イ　面積が 50cm² である長方形のたての長さ x cm と横の長さ y cm
ウ　半径が x cm である円の周の長さ y cm
エ　5%の食塩水 x g に含まれる食塩の量 y g
(愛知県)(*)

[解答欄]

[解答]ウ，エ

[解説]

$y=ax+b$ の式で表されるとき，y は x の一次関数である。$b=0$ のとき，すなわち，$y=ax$(比例)も一次関数の一種である。

ア：$y=x^3$ なので一次関数ではない。

イ：$xy=50$，$y=\dfrac{50}{x}$ なので一次関数ではない(反比例である)。

ウ：$y=2\pi x$ なので一次関数である。

エ：$y=x\times\dfrac{5}{100}$，$y=\dfrac{1}{20}x$ なので一次関数である。

[問題]

長さ 150mm のろうそくがある。このろうそくに火をつけると，毎分 2mm ずつ短くなる。火をつけてから x 分後のろうそくの残りの長さを y mm とするとき，x と y の関係を述べた文として適するものを，次のア～エのうちから 1 つ選んで，記号で答えよ。

ア　y は x に比例する。

イ　y は x に反比例する。

ウ　y は x の一次関数である。

エ　y は x の 2 乗に比例する関数である。

(栃木県)(*)

[解答欄]

[解答]ウ

[解説]

$y=150-2x$，$y=-2x+150$ なので，y は x の一次関数である。

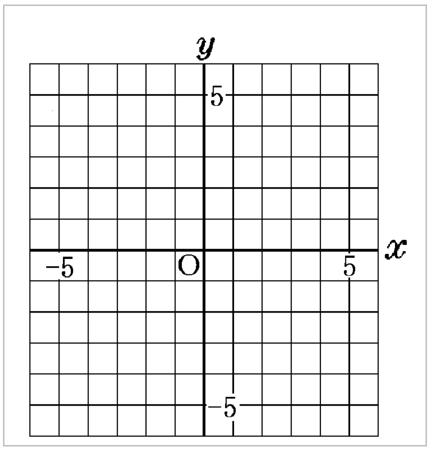
[一次関数のグラフ]

[問題]

一次関数 $y=-\frac{3}{5}x+3$ のグラフをかけ。

(京都府)(*)

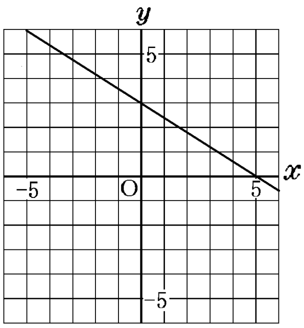
[解答欄]



[ヒント]

$y=ax+b$ で a は傾き，b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

[解答]



[解説]

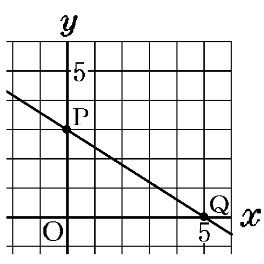
$y=ax+b$ で a は傾き，b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

グラフをかくには，まず切片の座標をおさえる。$y=-\frac{3}{5}x+3$ の切片は 3 なので，P(0，3)を通る。

(傾き) $=-\frac{3}{5}=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ なので，

(x の増加量) $=5$ のとき，(y の増加量) $=-3$

P から x 方向に $+5$，y 方向に -3 だけすすめた点 Q をとる。PQ を結んだ直線が $y=-\frac{3}{5}x+3$ のグラフになる。

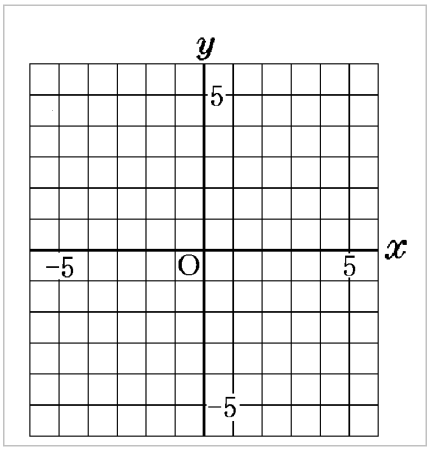


[問題]

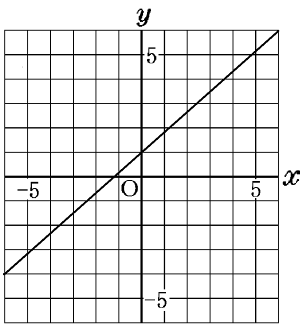
一次関数 $y=\frac{5}{6}x+1$ のグラフをかけ。

(京都府)(*)

[解答欄]



[解答]

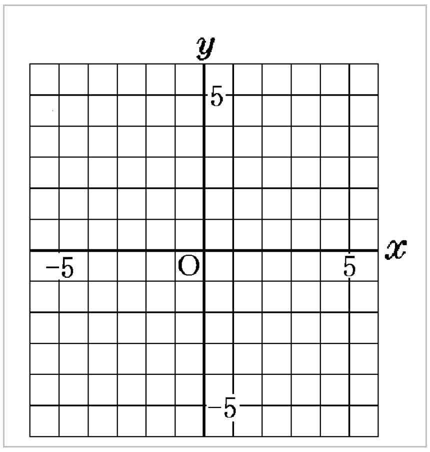


[問題]

方程式 $2x+3y=6$ のグラフをかけ。

(青森県)(*)

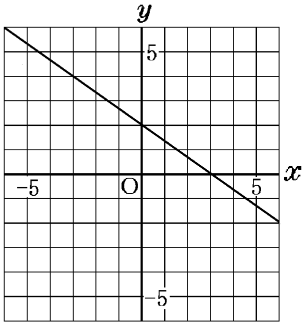
[解答欄]



[ヒント]

$2x+3y=6$ を y =～の形に変形すると，$3y=-2x+6$，$y=-\dfrac{2}{3}x+2$ となる。

[解答]



[解説]

$2x+3y=6$ を y =～の形に変形すると，$3y=-2x+6$，$y=-\dfrac{2}{3}x+2$ となる。

切片と傾きからグラフをかくことができる。

(別解)

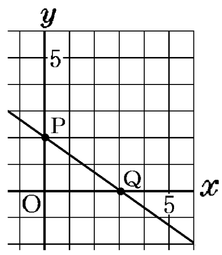
$2x+3y=6$ に $x=0$ を代入すると，$0+3y=6$，$y=2$ なので，

点 P(0，2)を通る。

$2x+3y=6$ に $y=0$ を代入すると，$2x+0=6$，$x=3$ なので，

点 Q(3，0)を通る。

PQ を結んだ直線が $2x+3y=6$ のグラフになる。

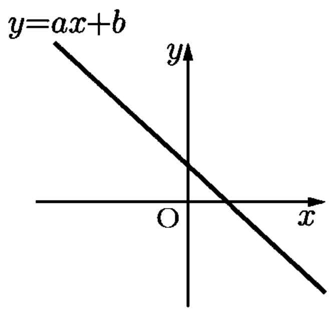


[問題]

右の図は，一次関数 $y=ax+b$（a，b は定数)のグラフである。このときの a，b の正負について表した式の組み合わせとして正しいものを，次のア～エのうちから 1 つ選んで，記号で答えよ。

ア　$a>0$，$b>0$　　イ　$a>0$，$b<0$

ウ　$a<0$，$b>0$　　エ　$a<0$，$b<0$



(栃木県)(*)

[解答欄]

[解答]ウ

[解説]

$y=ax+b$ の a は傾き，b は切片(y 切片)を表している。グラフより，この直線は右下がりなので $a<0$ である。また，この直線は y 軸と正の部分で交わっているので $b>0$ である。

【】傾き・変化量

[傾き]

[問題]

　方程式 $4x+2y=5$ のグラフは直線である。この直線の傾きを求めよ。

(栃木県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

$4x+2y=5$ を $y=ax+b$ の形に変形すると，a が傾きである。

[解答]－2

[解説]

$4x+2y=5$ を $y=ax+b$ の形に変形する。

$2y=-4x+5$，　$y=-2x+\frac{5}{2}$

$y=ax+b$ の a は傾き，b は切片(y 切片)なので，傾きは－2 である。

[問題]

　関数 $y=3x$ のグラフに平行な直線の式を，次のア～エの中から 1 つ選べ。

ア　$y=\frac{3}{x}$　　イ　$y=\frac{1}{3}x$　　ウ　$y=3x^2$　　エ　$y=3x+5$

(佐賀県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

一次関数 $y=ax+b$ と $y=a'x+b'$ が平行なら $a=a'$ になる。

[解答]エ

[解説]

直線の式は一次関数なので，$y=ax+b$ の形で表すことができる($b=0$ のときは特に比例という)。2 つの直線が平行であるとき，傾き a の値は同じになる。

したがって，$y=3x$ に平行であるのはエの $y=3x+5$ である。イの $y=\frac{1}{3}x$ は直線(比例)であるが，傾きが異なるため，$y=3x$ に平行ではない。

なお，アの $y=\frac{3}{x}$ は反比例で双曲線，ウの $y=3x^2$ は放物線(中 3 数学の範囲)になる。

[問題]

　次のア～エの式で表される関数のうち，グラフが右下がりの直線であるものを 1 つ選べ。

ア　$y=2x-3$　　イ　$y=-3x+2$　　ウ　$y=\dfrac{2}{x}$　　エ　$y=-\dfrac{3}{x}$

(大阪府)(*)

[解答欄]

[ヒント]

一次関数 $y=ax+b$ で，$a>0$ のとき直線は右上がり，$a<0$ のとき直線は右下がりになる。

[解答]イ

[解説]

直線の式は一次関数なので，$y=ax+b$ の形で表すことができる。a は傾きを表すが，

$a>0$ のとき直線は右上がり，$a<0$ のとき直線は右下がりになる。

したがって，アの $y=2x-3$ は右上がりの直線，イの $y=-3x+2$ は右下がりの直線である。

ウとエは $y=\dfrac{a}{x}$ (反比例)の形をしているので，双曲線である。

[変化量(増加量)]

[問題]

　一次関数 $y=6x-4$ について，x の増加量が 5 のときの y の増加量を求めよ。

(鳥取県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

$y=ax+b$ の a は傾きを表しているが，同時に変化の割合も表している。すなわち，

(変化の割合)＝$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=a$ である。

[解答]30

[解説]

$y=ax+b$ の a は傾きを表しているが，同時に変化の割合も表している。すなわち，

(変化の割合)＝$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=a$ である。

$y=6x-4$ の変化の割合は 6，x の増加量が 5 なので，

$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=6$，$\dfrac{(y\text{の増加量})}{5}=6$　よって，(y の増加量)＝6×5＝30

[問題]

一次関数 $y=\frac{5}{3}x+2$ について， x の増加量が 6 のときの y の増加量を求めよ。

(鹿児島県)

[解答欄]

[解答]10

【】式の決定など

[式の決定①]

[問題]

　y は x の一次関数で，そのグラフが点(0，3)を通り傾き 2 の直線であるとき，この一次関数の式を求めよ。

(北海道)(*)

[解答欄]

[ヒント]

直線(一次関数)の式は $y=ax+b$（a は傾き，b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標))で表すことができる。

[解答] $y=2x+3$

[解説]

直線(一次関数)の式は $y=ax+b$（a は傾き，b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標))で表すことができる。

点(0，3)を通るので，切片(y 切片)は 3 である。傾きが 2 なので，

直線の式は，$y=2x+3$ である。

[問題]

　y は x の一次関数であり，変化の割合が－2 で，そのグラフが点(3，4)を通るとき，y を x の式で表せ。

(高知県)(*)

[解答欄]

[解答] $y=-2x+10$

[解説]

求める一次関数の式を $y=ax+b$ とおく。変化の割合(＝傾き)が－2 なので $a=2$ である。

よって，$y=-2x+b$ になる。点(3，4)を通るので，$x=3$, $y=4$ を $y=-2x+b$ に代入すると，

$4=-6+b$，$b=10$

よって，求める式は $y=-2x+10$ になる。

[問題]

直線 $y=-3x+2$ に平行で，点(1，－4)を通る直線の式を求めよ。

(群馬県)(*)

[解答欄]

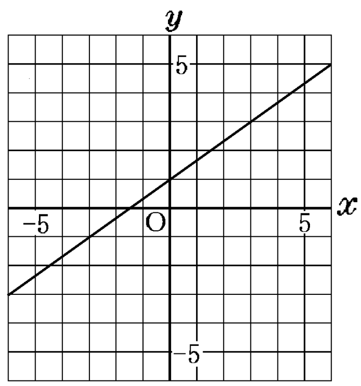
[解答] $y=-3x-1$

[解説]

直線 $y=-3x+2$ に平行なので，求める直線の式は $y=-3x+b$ とおくことができる。
点(1，－4)を通るので， $x=1$, $y=-4$ を $y=-3x+b$ に代入して， $-4=-3+b$， $b=-1$
よって，求める直線の式は $y=-3x-1$ である。

[問題]

次の直線は，ある一次関数のグラフである。この関数の式を求めよ。



(佐賀県)(*)

[解答欄]

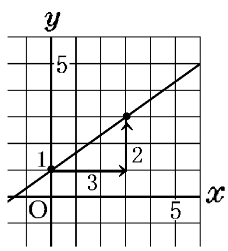
[ヒント]

グラフより，この直線の切片(y 切片)は 1 で，傾きは $\frac{2}{3}$ であることがわかる。

[解答] $y=\frac{2}{3}x+1$

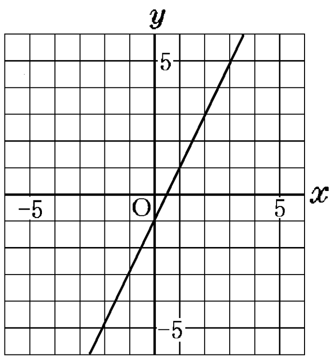
[解説]

グラフより，この直線の切片(y 切片)は 1 で，傾きは $\frac{2}{3}$ であることがわかる。よって，直線の式は， $y=\frac{2}{3}x+1$ である。



[問題]

右の図のような関数 $y=ax+b$ のグラフがある。点 O は原点とする。a, b の値を求めよ。



(北海道)

[解答欄]

$a=$	$b=$

[解答] $a=2$　$b=-1$

[解説]

グラフより，この直線の切片(y 切片)は－1 で，傾きは 2 であることがわかる。よって，直線の式は，$y=2x-1$ である。

[問題]

x の増加量が 2 のときの y の増加量が－1 で，x ＝0 のとき y ＝1 である一次関数の式を求めよ。

(徳島県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

(傾き a)＝(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{y の増加量})}{(x\text{ の増加量})}$

[解答] $y=-\dfrac{1}{2}x+1$

[解説]

一次関数 $y=ax+b$ では，(傾き a)＝(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{y の増加量})}{(x\text{ の増加量})}$ が成り立つ。

x の増加量が 2 のときの y の増加量が－1 であるので，

(傾き)＝(変化の割合)＝$\dfrac{-1}{2}=-\dfrac{1}{2}$

x ＝0 のとき y ＝1 であるので，切片 b (y 切片)は 1 である。

よって，この一次関数の式は，$y=-\dfrac{1}{2}x+1$ である。

[式の決定②]

[問題]

y が x の一次関数で，$x=-1$ のとき $y=5$，$x=3$ のとき $y=-7$ である。この一次次関数の式を求めよ。

(群馬県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

$y=ax+b$ とおいて，x, y を代入して a, b の連立方程式をつくる。

[解答] $y=-3x+2$

[解説]

求める一次関数の式を $y=ax+b$ とおく。

$x=-1$，$y=5$ を $y=ax+b$ に代入すると，$5=-a+b$ ・・・①

$x=3$，$y=-7$ を $y=ax+b$ に代入すると，$-7=3a+b$ ・・・②

②－①より，$-12=4a$，$a=-3$

$a=-3$ を①に代入すると，$5=3+b$，$b=2$

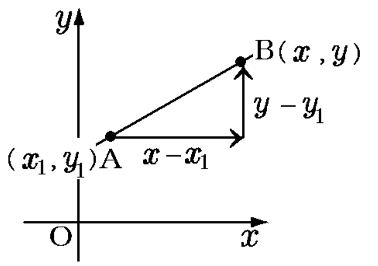
よって，この一次関数の式は，$y=-3x+2$ である。

(別解)

上のように，連立方程式で解くこともできるが，次の公式で簡単に求めることができる。

傾きが a で点 $(x_1,\ y_1)$ を通る直線の式：$y=a(x-x_1)+y_1$

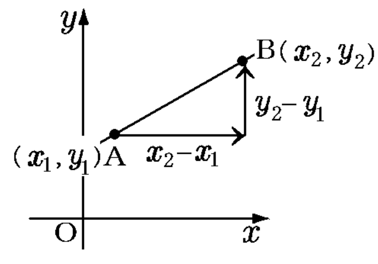
参考までに右図を使ってこの公式を導いておく。



直線 AB の傾き a は，図から，$a=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{y-y_1}{x-x_1}$

$\dfrac{y-y_1}{x-x_1}=a$，$y-y_1=a(x-x_1)$，$y=a(x-x_1)+y_1$

さらに，2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ が与えられているときは，



$a=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ なので，a を $y=a(x-x_1)+y_1$ に代入すると，

$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ となる。

[直線の式の求め方]

傾きが a で $(x_1,\ y_1)$ を通る直線

$y=a(x-x_1)+y_1$

2点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を通る直線

$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$

$x=-1$ のとき $y=5$，$x=3$ のとき $y=-7$ であるので，

$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式より，

$y=\dfrac{-7-5}{3-(-1)}(x-(-1))+5$，$y=-3(x+1)+5$

$y=-3x+2$

計算がこみいった一次関数の応用問題では，計算の途中で一次関数の式を求める必要が出てくることが多いが，このようなとき，この公式は威力を発揮する。この公式は教科書では出てこないが，以降の問題ではこの公式を使っていく。

[問題]

2 点(3，2)，(5，6)を通る直線の式を求めよ。

(兵庫県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使う。

[解答] $y=2x-4$

[解説]

$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式より，$y=\dfrac{6-2}{5-3}(x-3)+2$，$y=2(x-3)+2$，$y=2x-4$

＊(3，2)，(5，6)のどちらの座標を (x_1, y_1) としてもかまわない。

[問題]

2 点(1，1)，(3，－3)を通る直線の式を求めよ。

(岡山県)(**)

[解答欄]

[解答] $y=-2x+3$

[解説]

$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式より，

$y=\dfrac{-3-1}{3-1}(x-1)+1$，$y=\dfrac{-4}{2}(x-1)+1$，$y=-2(x-1)+1$，$y=-2x+3$

[問題]

次の表は，ある一次関数について，x の値と y の値の関係を示したものである。表の(　　)に当てはまる数を書け。

x	…	−1	0	1	2	3	…
y	…	−2	1	4	7	(　)	…

(北海道)(**)

[解答欄]

[ヒント]

表から，2 組の座標を選び，$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使って式を求める。

[解答]10

[解説]

まず，この一次関数の式を求める。

2 点(0，1)，(1，4)より，$y=\dfrac{4-1}{1-0}(x-0)+1$，$y=3x+1$

$x=3$ を $y=3x+1$ に代入すると，$y=3\times3+1$，$y=10$

[問題]

次の表は，x と y の関係を表したものである。y が x の一次関数であるとき，表のアにあてはまる値を求めよ。

x	…	−3	0	2	…
y	…	11	ア	−4	…

(秋田県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

まず，$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使って式を求め，その式に $x=0$ を代入する。

[解答]2

[解説]
まず，この一次関数の式を求める。

2 点(－3，11)，(2，－4)より，　$y=\dfrac{-4-11}{2-(-3)}(x-(-3))+11$，　$y=-3(x+3)+11$，　$y=-3x+2$

$y=-3x+2$ に $x=0$ を代入すると，　$y=-3\times 0+2$，　$y=2$

[式の決定③など]

[問題]

　y 軸を対称の軸として，直線 $y=2x+3$ と線対称となる直線の式を求めよ。

(徳島県)(**)

[解答欄]

[解答] $y=-2x+3$

[解説]

y 軸に対称なので傾きは－2(絶対値が同じで＋－が反対)になる。切片(y 切片)は同じになる。

[問題]

　x 軸に平行で，点(3，2)を通る直線の式を求めよ。

(徳島県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

x 軸に平行な直線は，傾き(a)が 0 なので，　$y=b$ と表すことができる。

[解答] $y=2$

[解説]

x 軸に平行な直線は，傾き(a)が 0 なので，　$y=b$ と表すことができる。

点(3，2)を通るにで，　$y=2$ である。

[問題]

一次関数 $y=-3x+a$ は，$x=2$ のとき $y=5$ である。このとき，a の値を求めよ。

(山口県)(**)

[解答欄]

[解答]11

[解説]

$x=2$，$y=5$ を $y=-3x+a$ に代入すると，

$5=-6+a$，$a=11$

[問題]

点(a，2)が一次関数 $y=\frac{1}{5}x+3$ のグラフ上にあるとき，a の値を求めよ。

(福島県)(**)

[解答欄]

[解答]－5

[解説]

$x=a$，$y=2$ を $y=\frac{1}{5}x+3$ に代入すると，

$2=\frac{1}{5}a+3$，$10=a+15$，$a=-5$

[変域]

[問題]

関数 $y=-x+3$ について，x の変域が－3≦ x ≦2 のときの y の変域を求めよ。

(栃木県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

$y=-x+3$ に $x=-3$ と $x=2$ を代入する。

[解答]1≦ y ≦6

[解説]

傾きが－1と負の数なので，右下がりの直線になる。

従って，$x=-3$のとき$y=-(-3)+3=3+3=6$で，yの値は最大になる。

また，$x=2$のとき$y=-2+3=1$で，yの値は最小になる。

したがって，yの変域は，$1≦y≦6$である。

[問題]

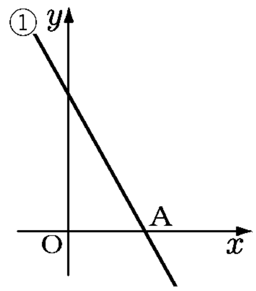
　関数$y=-2x+1$について，xの変域が$-1≦x≦3$のときのyの変域を求めよ。

(栃木県)

[解答欄]

[解答]$-5≦y≦3$

【】一次関数と図形
【】直線の式・交点など
[交点や式]
[問題]
　右の図のように，関数 $y=-2x+6$・・・①のグラフがある。
①のグラフと x 軸との交点を A とする。点 A の座標を求めよ。
(北海道)(**)



[解答欄]

[ヒント]
$y=-2x+6$ に $y=0$ を代入する。

[解答](3，0)
[解説]
点 A は x 軸上にあるので，点 A の y 座標は 0 である。
$y=-2x+6$ に $y=0$ を代入すると，$0=-2x+6$，$2x=6$，$x=3$
よって，点 A の座標は(3，0)である。

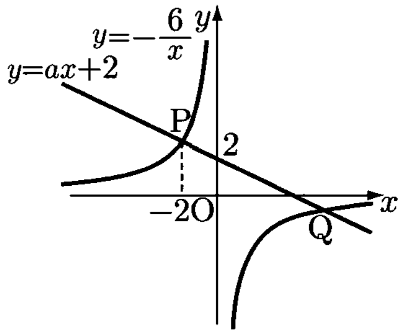
[問題]
　方程式 $x+2y=a$ のグラフは, 点(2, 1)を通る。このグラフと x 軸との交点の座標を求めよ。
(徳島県)(**)
[解答欄]

[ヒント]
まず，$x+2y=a$ に $x=2$，$y=1$ を代入して a を求める。

[解答](4，0)
[解説]
方程式 $x+2y=a$ のグラフは，点(2，1)を通るので，
$x+2y=a$ に $x=2$，$y=1$ を代入する。
$2+2\times1=a$，$a=2+2$，$a=4$
したがって，このグラフの式は，$x+2y=4$ である。
このグラフと x 軸との交点の y 座標は 0 なので，
$x+2y=4$ に $y=0$ を代入すると，$x+2\times0=4$，$x=4$
よって，このグラフと x 軸との交点の座標は(4，0)である。

[問題]

　右図のように，反比例の関係 $y=-\dfrac{6}{x}$ のグラフと直線 $y=ax+2$ が，2 点 P，Q で交わっている。P の x 座標が－2 であるとき，a の値を求めよ。



(和歌山県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

まず，$y=-\dfrac{6}{x}$ に $x=-2$ を代入して，点 P の y 座標を求める。

[解答] $a=-\dfrac{1}{2}$

[解説]

直線の式，交点の座標などを求める問題では，わかるものから求めていく。

この問題では，まず，点 P の座標を求める。

点 P の x 座標は－2 で，点 P は $y=-\dfrac{6}{x}$ 上にあるので，$y=-\dfrac{6}{x}$ に $x=-2$ を代入すると，

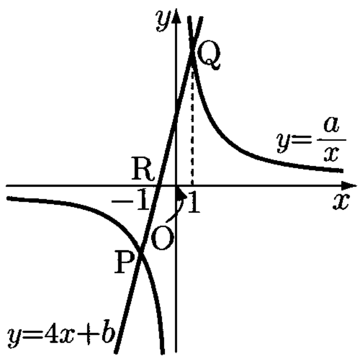
$y=-\dfrac{6}{x}=-\dfrac{6}{-2}=3$ である。したがって，点 P の座標は(－2，3)である。

点 P は直線 $y=ax+2$ 上にもあるので，$y=ax+2$ に $x=-2$，$y=3$ を代入して，

$3=a\times(-2)+2$，$3=-2a+2$，$2a=-1$，$a=-\dfrac{1}{2}$

[問題]

　右の図のように，$y=\dfrac{a}{x}$ のグラフと $y=4x+b$ のグラフが 2 点 P，Q で交わっている。$y=4x+b$ のグラフと x 軸との交点 R の x 座標は－1，交点 Q の x 座標が 1 であるとき，a の値を求めよ。



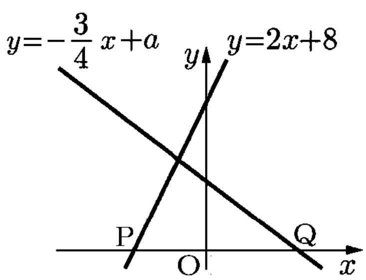
(滋賀県)(**)

[解答欄]

[ヒント]
まずRの座標(−1, 0)に注目する。点Rは$y=4x+b$上にあるので，$y=4x+b$に$x=-1$，$y=0$を代入してbを求める。

[解答] $a=8$
[解説]
直線などの式，交点の座標などを求める問題では，わかるものから求めていく。
$y=\dfrac{a}{x}$のa，$y=4x+b$のb，点Qの座標，Rの座標の中で，まずRの座標に注目する。
点Rはx軸上にあるので，y座標は0である。点Rのx座標は−1なので，点Rの座標は(−1，0)であることがわかる。
点Rは$y=4x+b$上にあるので，$y=4x+b$に$x=-1$，$y=0$を代入して，
$0=4\times(-1)+b$，$0=-4+b$，$b=4$
よって，直線PQの式は，$y=4x+4$である。これを使って次にわかるものを求める。
点Qは$y=4x+4$上にあり，そのx座標は1であるので，$y=4x+4$に$x=1$を代入する。
$y=4\times1+4$，$y=8$　よって点Qの座標は(1，8)である。
点Qは$y=\dfrac{a}{x}$上にあるので，$y=\dfrac{a}{x}$に$x=1$，$y=8$を代入すると，$8=\dfrac{a}{1}$　よって，$a=8$

[問題]
右の図のように，2つの一次関数$y=2x+8$，$y=-\dfrac{3}{4}x+a$のグラフがあり，x軸との交点をそれぞれP，Qとする。次の各問いに答えよ。



(1) 一次関数$y=2x+8$について，xの増加量が3のときのyの増加量を求めよ。
(2) 線分PQの中点の座標が(1，0)のとき，aの値を求めよ。
(山口県)(***)
[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]
(2) まず，$y=2x+8$，$y=-\dfrac{3}{4}x+a$の式に$y=0$を代入して P，Q のx座標(x_p，x_qとする)を求める。中点のx座標は，2点のx座標の平均($\dfrac{x_p+x_q}{2}$)をとればよい。

[解答](1) 6　(2) $\dfrac{9}{2}$

[解説]

(1) 一次関数 $y=mx+n$ で， $m=$(変化の割合)$=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ である。

$y=2x+8$ の変化の割合は 2 なので， $\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=2$

x の増加量が 3 のとき， $\dfrac{(y\text{の増加量})}{3}=2$ なので，(y の増加量)＝2×3＝6

(2) 点 P の座標を求めるために， $y=2x+8$ に $y=0$ を代入すると，

$0=2x+8$， $2x=-8$， $x=-4$　よって点 P の座標は(－4，0)である。

点 Q の座標を求めるために， $y=-\dfrac{3}{4}x+a$ に $y=0$ を代入すると，

$0=-\dfrac{3}{4}x+a$， $\dfrac{3}{4}x=a$， $x=a\div\dfrac{3}{4}=a\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{4}{3}a$

よって点 Q の座標は $\left(\dfrac{4}{3}a,\ 0\right)$ である。

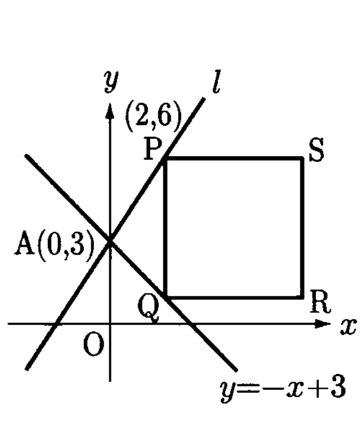
中点の座標は，2 点の座標の平均をとればよいので，P(－4，0)，Q $\left(\dfrac{4}{3}a,\ 0\right)$ の中点の座標は，

$$\left(\frac{-4+\frac{4}{3}a}{2},\ \frac{0+0}{2}\right)=\left(\frac{-12+4a}{6},\ 0\right)=\left(\frac{-6+2a}{3},\ 0\right)$$

「中点の座標が(1，0)」とあるので， $\dfrac{-6+2a}{3}=1$， $-6+2a=3$， $2a=9$， $a=\dfrac{9}{2}$

[問題]

右の図のように，点 P(2，6)を通る直線 l と点 Q を通る直線 $y=-x+3$ が点 A(0，3)で交わっており，線分 PQ は y 軸に平行である。また，四角形 PQRS が正方形となるように，点 R，S をとる。このとき，点 R の x 座標は，点 Q の x 座標より大きいものとする。次の各問いに答えよ。



(1) 直線 l の傾きを求めよ。

(2) 点 R の座標を求めよ。

(山口県)(**)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) 2 点$(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$を通る直線の傾きは，$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$で計算できる。

(2) まず点 Q の座標を求める。点 R の x 座標は点 Q の x 座標より PQ の長さの分だけ大きくなる。点 R の y 座標は点 Q の y 座標と同じである。

[解答](1) $\dfrac{3}{2}$　(2) (7，1)

[解説]

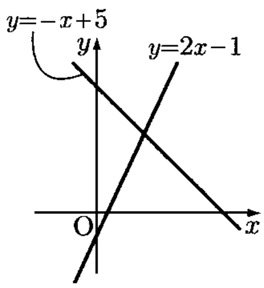
(1) 直線 l は 2 点 A(0，3)，P(2，6)を通るので，(直線 l の傾き)$=\dfrac{6-3}{2-0}=\dfrac{3}{2}$

(2) まず，点 Q の座標を求める。
線分 PQ は y 軸に平行なので，点 Q の x 座標は点 P の x 座標と同じ 2 になる。
点 Q は直線 $y=-x+3$ 上にあるので，$x=2$ を $y=-x+3$ に代入して，$y=-2+3=1$
よって，点 Q の座標は(2，1)である。
次に，点 R の座標を求める。
P(2，6)，Q(2，1)より，PQ＝6－1＝5
四角形 PQRS は正方形なので，QR＝PQ＝5
したがって，点 R の x 座標は点 Q の x 座標 2 より 5 大きい 7 になる。
R の y 座標は Q の y 座標と同じ 1 になる。
よって，点 R の座標は(7，1)である。

[2 直線の交点]

[問題]

　右の図で，2 つの直線 $y=2x-1$，$y=-x+5$ の交点の座標を求めよ。
(山口県)(*)



[解答欄]

[ヒント]

[2直線の交点] 2つの直線の式を連立方程式として解いて求める。

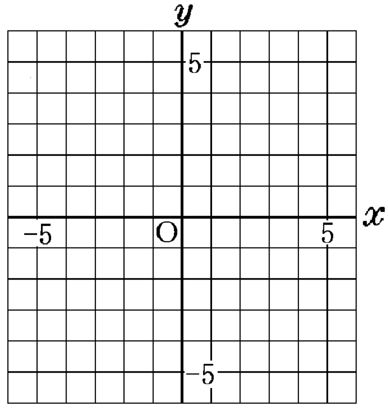
[解答](2，3)
[解説]
交点の座標は 2 つの直線の式 $y=2x-1$， $y=-x+5$ を連立方程式として解いて求める。
$y=2x-1$ を $y=-x+5$ に代入すると，
$2x-1=-x+5$， $3x=6$， $x=2$
$x=2$ を $y=2x-1$ に代入すると，
$y=2\times 2-1$， $y=4-1$， $y=3$
よって，交点の座標は(2，3)である。

[2直線の交点]
2つの直線の式を連立方程式として解いて求める。

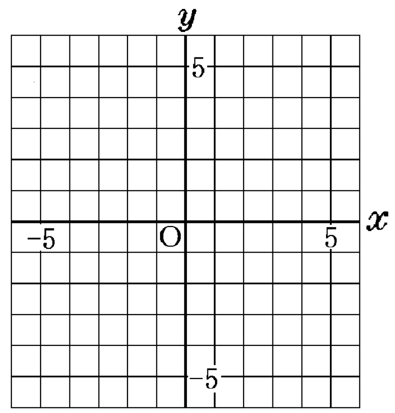
[問題]
一次関数 $y=-\frac{1}{2}x+2$ のグラフと一次関数 $y=3x+9$ のグラフの交点の座標を求めよ。
(高知県)(*)
[解答欄]

[解答](－2，3)
[解説]
$y=3x+9$ を $y=-\frac{1}{2}x+2$ に代入すると，
$3x+9=-\frac{1}{2}x+2$， $6x+18=-x+4$， $7x=-14$， $x=-2$
$x=-2$ を $y=3x+9$ に代入すると， $y=-6+9=3$
よって，交点の座標は(－2，3)

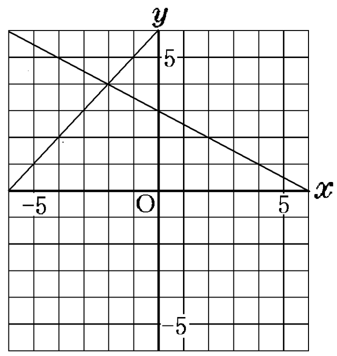
[問題]
連立方程式
$$\begin{cases} y=x+6 & \cdots ① \\ x+2y=6 & \cdots ② \end{cases}$$
の解をグラフを利用して求めるとき，①，②のグラフをかき，連立方程式の解を求めよ。
(青森県)



[解答欄]



[解答]



$x=-2$， $y=4$

[解説]

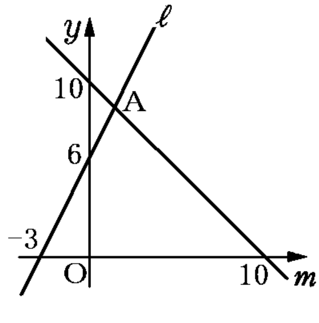
$x+2y=6$ を y ＝～という形に変形すると， $2y=-x+6$， $y=-\dfrac{1}{2}x+3$・・・②'

①と②'のグラフをかく。2 つの直線の交点は連立方程式の解と一致する。

[問題]

右の図のように，2 点(0，6)，(−3，0)を通る直線 l と 2 点(0，10)，(10，0)を通る直線 m がある。このとき，直線 l， m の交点 A の座標を求めよ。

(佐賀県)(**)



[解答欄]

[ヒント]

まず，2 つの直線の式を $y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使って求める。

次に，2 つの直線の式を連立方程式として解く。

[解答] $\left(\dfrac{4}{3},\ \dfrac{26}{3}\right)$

[解説]

まず，2 つの直線の式を $y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使って求める。

直線 l は 2 点(0，6)，(−3，0)を通るので，

$y=\dfrac{6-0}{0-(-3)}(x-0)+6$， $y=\dfrac{6}{3}x+6$， $y=2x+6$

直線 m は 2 点(0，10)，(10，0)を通るので，

$y=\dfrac{0-10}{10-0}(x-0)+10$， $y=-x+10$

次に， $y=2x+6$ を $y=-x+10$ に代入すると，

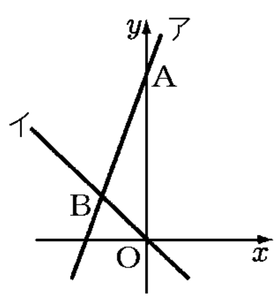
$2x+6=-x+10$， $3x=4$， $x=\dfrac{4}{3}$

$x=\dfrac{4}{3}$ を $y=-x+10$ に代入すると， $y=-\dfrac{4}{3}+10=-\dfrac{4}{3}+\dfrac{30}{3}=\dfrac{26}{3}$

よって，交点 A の座標は $\left(\dfrac{4}{3},\ \dfrac{26}{3}\right)$ である。

[問題]

右の図において，アは関数 $y=3x+8$，イは関数 $y=-x$ のグラフであり，点 A はアと y 軸の交点，点 B はアとイの交点である。このとき，直線 AO を軸として△OAB を 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし，原点 O から(1，0)，(0，1)までの距離をそれぞれ 1cm とする。また，円周率を π とする。

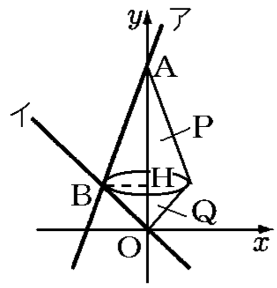


(秋田県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

△OAB を 1 回転させてできる立体は，右図のような，円錐 P と円錐 Q をあわせた立体になる。点 A と点 B の座標がわかれば，底面の半径 BH と高さ AH，OH を計算できる。

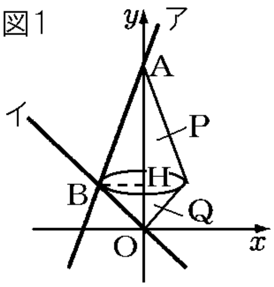


[解答] $\dfrac{32}{3}\pi$ cm^3

[解説]

△OAB を 1 回転させてできる立体は，右図のような，円錐 P と円錐 Q をあわせた立体になる。点 A と点 B の座標がわかれば，底面の半径 BH と高さ AH，OH を計算できる。

図1



点 A は直線ア($y=3x+8$)の切片(y 切片)なので，点 A の座標は(0, 8)である。

点 B の座標は， $y=3x+8$ と $y=-x$ の交点なので， $y=3x+8$ と $y=-x$

を連立方程式として解いて求める。

$y=3x+8$ を $y=-x$ に代入すると，

$3x+8=-x$ ， $4x=-8$ ， $x=-2$

$x=-2$ を $y=-x$ に代入すると， $y=-(-2)$ ， $y=2$

よって，点 B の座標は(−2，2)である。

図 2 は点 A，点 B の座標の数値を書き入れたものである。

図2

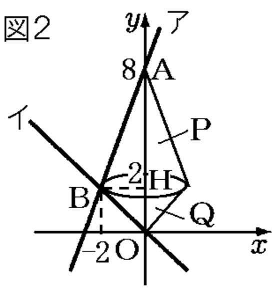


図 2 より，BH＝2(cm)，OH＝2(cm)，AH＝8－2＝6(cm)であることがわかる。

(円錐 P の体積)＝$\dfrac{1}{3}\times\pi\times$(半径 BH)$^2\times$(高さ AH)＝$\dfrac{1}{3}\times\pi\times2^2\times6$

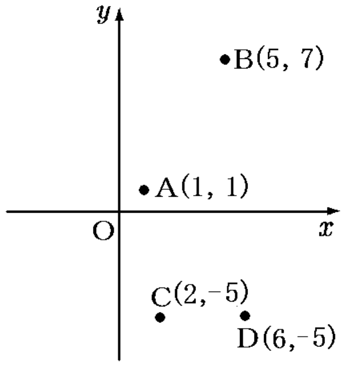
＝8π (cm^3)

(円錐 Q の体積)＝$\dfrac{1}{3}\times\pi\times$(半径 BH)$^2\times$(高さ OH)＝$\dfrac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2=\dfrac{8}{3}\pi$ (cm^3)

(円錐 P の体積)＋(円錐 Q の体積)＝$8\pi+\dfrac{8}{3}\pi=\dfrac{32}{3}\pi$ (cm^3)

[問題]

右の図のように，4 点 A(1，1)，B(5，7)，C(2，－5)，D(6，－5)がある。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 直線 AB の式を求めよ。

(2) 直線 AB と直線 CD の交点 E の座標を求めよ。

(佐賀県)(**)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

直線 AB の式は $y=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\left(x-x_1\right)+y_1$ の公式を使って求める。

直線 CD は x 軸に平行なので，直線 CD 上のすべての点 y 座標は－5 である。

[解答](1) $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$ (2) (－3，－5)

[解説]

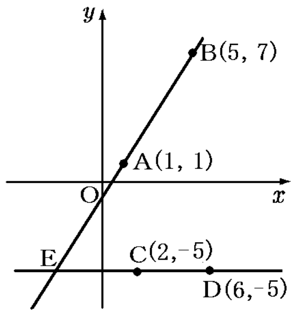
(1) 2 点 A(1，1)，B(5，7)を通る直線の式を，$y=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\left(x-x_1\right)+y_1$ の公式を使って求める。

$y=\frac{7-1}{5-1}(x-1)+1$， $y=\frac{3}{2}(x-1)+1$， $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$

(2) 点 C と点 D の y 座標はともに－5 であるので，直線 CD は x 軸に平行である。

したがって，直線 CD 上のすべての点 y 座標は－5 である。

よって，直線 AB と直線 CD の交点 E の y 座標も－5 になる。



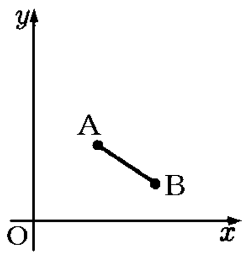
直線 AB の式 $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$ に $y=-5$ を代入すると，

$-5=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$， $-10=3x-1$， $3x=-9$， $x=-3$

よって，点 E の座標は(－3，－5)である。

[問題]

右の図で，O は原点，点 A，B の座標はそれぞれ(3，4)，(6，2)である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 直線 AB の式を求めよ。

(2) 直線 $y=x+b$ (b は定数)が線分 AB 上の点を通るとき，b がとることのできる値の範囲を求めよ。

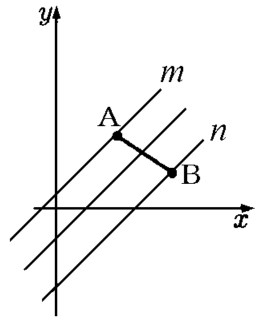
(愛知県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(2) 直線 $y=x+b$ (b は定数)が線分 AB 上の点を通るのは，
この直線が右図の l と m の間にあるときである。



[解答](1) $y=-\dfrac{2}{3}x+6$　(2) $-4 \leqq b \leqq 1$

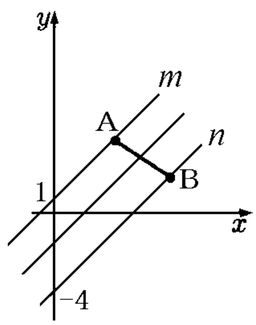
[解説]

(1) 2 点 A(3, 4), B(6, 2)を通る直線の式を，$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\left(x-x_1\right)+y_1$

の公式を使って求める。

$y=\dfrac{2-4}{6-3}\left(x-3\right)+4$，$y=-\dfrac{2}{3}\left(x-3\right)+4$，$y=-\dfrac{2}{3}x+6$

(2) $y=x+b$ で，b は切片(y 切片)である。



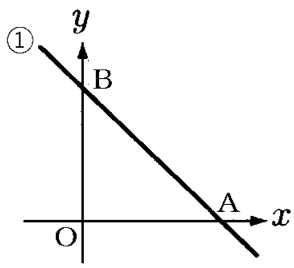
右図 m のように，$y=x+b$ が点 A(3，4)を通るとき，
$y=x+b$ に $x=3$，$y=4$ を代入して，
$4=3+b$，$b=1$
n のように，$y=x+b$ が点 B(6，2)を通るとき，
$y=x+b$ に $x=6$，$y=2$ を代入して，
$2=6+b$，$b=-4$
よって，直線 $y=x+b$ (b は定数)が線分 AB 上の点を通るとき，
b がとることのできる値の範囲は，$-4 \leqq b \leqq 1$ である。

【】面積

[問題]

右の図のように，関数 $y=-x+8$・・・①のグラフがある。①のグラフと x 軸，y 軸との交点をそれぞれ A，B とする。点 O は原点とする。△OAB の面積を求めよ。

(北海道)(*)



[解答欄]

[ヒント]

(△OAB の面積)＝$\frac{1}{2}$×OA×OB

[解答]32

[解説]

点 A，B の座標がわかれば OA，OB の長さがわかり，△OAB の面積を求めることができる。

点 A は x 軸上にあるので，点 A の y 座標は 0 である。

$y=-x+8$ に $y=0$ を代入すると，$0=-x+8$，$x=8$

よって，点 A の座標は(8，0)で，OA＝8 である。

点 B は $y=-x+8$ の切片(y 切片)なので，点 B の座標は(0，8)で，OB＝8 である。

したがって，(△OAB の面積)＝$\frac{1}{2}$×OA×OB＝$\frac{1}{2}\times 8\times 8$＝32

[問題]

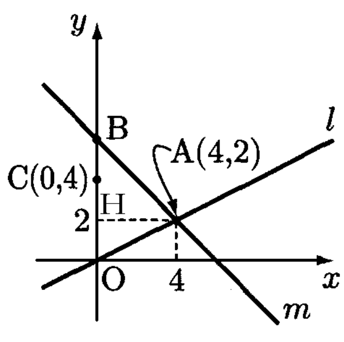
右の図のように，点 A(4，2)で交わる 2 つの直線 l，m がある。直線 l の式は $y=\frac{1}{2}x$，直線 m は傾きが－1 で，y 軸と点 B で交わっている。また，y 軸上に点 C(0，4)がある。原点を O として，次の各問いに答えよ。

(1) 直線 m の式を求めよ。

(2) △OAB の面積を求めよ。

(3) 直線 AC の式を求めよ。

(長崎県)(**)



[解答欄]

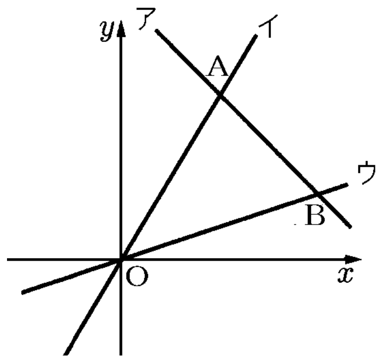
(1)	(2)	(3)

[ヒント]
(1) $y=a\left(x-x_1\right)+y_1$ の公式を使って求める。
(2) 直線 m の式→点 B の y 座標→OB の長さ
(3) $y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\left(x-x_1\right)+y_1$ の公式を使って求める。

[解答](1) $y=-x+6$ (2) 12 (3) $y=-\dfrac{1}{2}x+4$

[解説]
(1) 直線 m は傾きが－1 で，点 A(4，2)を通る。
直線 m の式を， $y=a\left(x-x_1\right)+y_1$ の公式を使って求める。
$y=-1\times\left(x-4\right)+2$， $y=-x+6$
(2) 点 B は直線 m ((1)より $y=-x+6$)の切片(y 切片)なので，点 B の y 座標は 6 である。
(△OAB の面積)＝$\dfrac{1}{2}$ ×(底辺 BO)×(高さ AH)＝$\dfrac{1}{2}\times6\times4$ ＝12
(3) A(4，2)，C(0，4)を通るので， $y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\left(x-x_1\right)+y_1$ の公式より，
$y=\dfrac{2-4}{4-0}\left(x-0\right)+4$， $y=-\dfrac{1}{2}x+4$

[問題]
右の図のように，2 点 A(3，5)，B(6，2)があり，アは 2 点 A，B を，イは原点 O と点 A を，ウは原点 O と点 B をそれぞれ通る直線である。次の各問いに答えよ。
(1) 直線アの式を求めよ。
(2) △AOB の面積を求めよ。ただし，原点 O から(0，1)，(1，0)までの距離を，それぞれ 1cm とする。
(秋田県)(**)



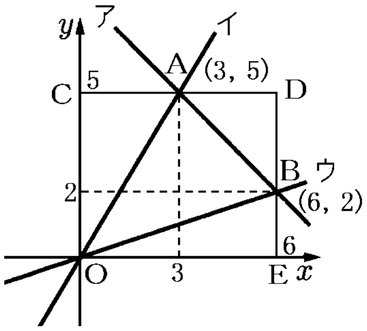
[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) $y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\left(x-x_1\right)+y_1$ の公式を使って求める。

(2)



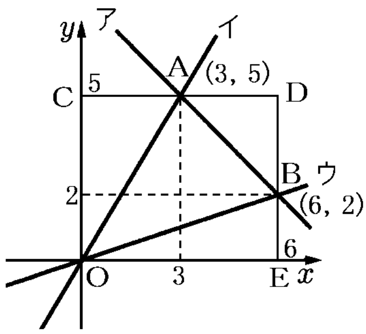
[解答](1) $y=-x+8$　(2) 12cm²

[解説]

(1) A(3, 5), B(6, 2)を通るので, $y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\left(x-x_1\right)+y_1$ の公式より,

$y=\dfrac{2-5}{6-3}(x-3)+5$, $y=-(x-3)+5$, $y=-x+8$

(2) 右図で,



(長方形 OCDE の面積)＝OC×OE＝5×6＝30(cm²)

(△OBE の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OE×BE＝$\dfrac{1}{2}\times6\times2$＝6(cm²)

(△ABD の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AD×BD＝$\dfrac{1}{2}\times(6-3)\times(5-2)=\dfrac{9}{2}$(cm²)

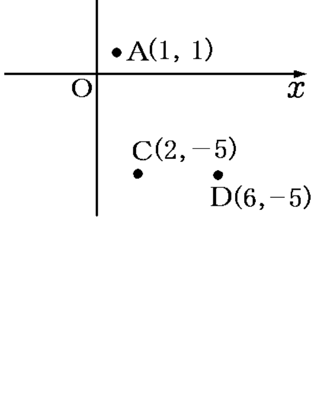
(△AOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AC×OC＝$\dfrac{1}{2}\times3\times5=\dfrac{15}{2}$(cm²)

(△AOB の面積)＝(長方形 OCDE の面積)－(△OBE の面積)－(△ABD の面積)－(△AOC の面積)＝$30-6-\dfrac{9}{2}-\dfrac{15}{2}$＝12(cm²)

[問題]

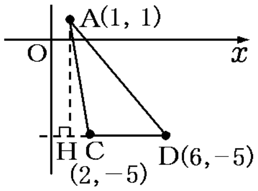
右の図のように，4 点 A(1, 1), B(5, 7), C(2, －5), D(6, －5)がある。△ACD の面積を S_1, △ADB の面積を S_2 とするとき, $S_1 : S_2$ を最も簡単な整数の比で表せ。

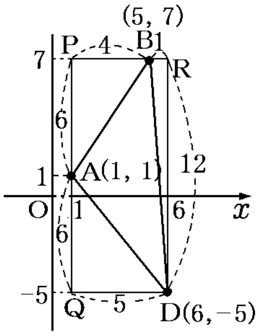
(佐賀県)(**)



[解答欄]

[ヒント]





[解答]4：9

[解説]

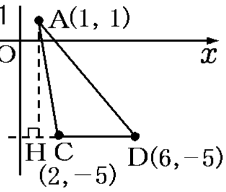
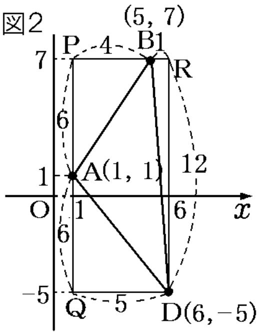
図1


図2


まず，△ACD の面積 S_1 を求める。図 1 より，

CD＝6－2＝4，AH＝1－(－5)＝6 なので，

$S_1=\dfrac{1}{2}\times$(底辺 CD)$\times$(高さ AH)$=\dfrac{1}{2}\times4\times6=12$

次に，△ADB の面積 S_2 を，図 2 を使って求める。

(△ADB)＝(長方形 PQDR)－(△AQD)－(△APB)－(△BRD)

(長方形 PQDR の面積)＝RD×QD＝12×5＝60

(△AQD の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$QD$\times$AQ$=\dfrac{1}{2}\times5\times6=15$

(△APB の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$PB$\times$AP$=\dfrac{1}{2}\times4\times6=12$

(△BRD の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$BR$\times$DR$=\dfrac{1}{2}\times1\times12=6$

S_2＝(△ADB)＝(長方形 PQDR)－(△AQD)－(△APB)－(△BRD)＝60－15－12－6＝27

よって，$S_1：S_2$＝12：27＝4：9

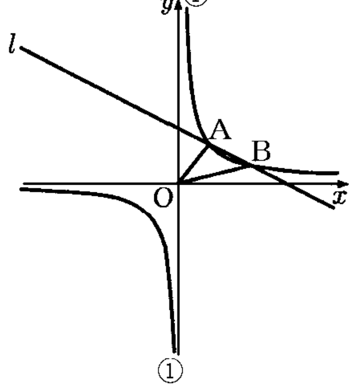
[問題]

右の図のように，関数 $y=\dfrac{6}{x}$・・・①のグラフと直線 l が 2 点 A，B で交わり，点 A，B の x 座標はそれぞれ 2，6 である。線分 OA，OB をひき，△AOB をつくる。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 直線 l の式を求めよ。

(2) △AOB の面積を求めよ。

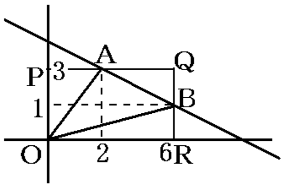
(宮崎県)(***)



[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]



(1) まず，点 A，B の座標を求め，$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使って直線 l の式を求める。

(2) 右図のように，長方形 OPQR の面積から 3 つの三角形の面積を引いて求める。

[解答](1) $y=-\dfrac{1}{2}x+4$　(2) 8

[解説]

(1) まず，点 A，B の座標を求める。

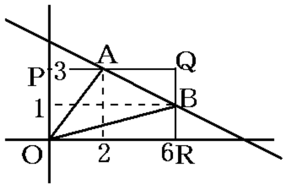
点 A の x 座標は 2 なので，$x=2$ を $y=\dfrac{6}{x}$ に代入して $y=\dfrac{6}{2}=3$ なので，点 A は(2，3)

点 B の x 座標は 6 なので，$x=6$ を $y=\dfrac{6}{x}$ に代入して $y=\dfrac{6}{6}=1$ なので，点 B は(6，1)

点 A(2，3)，点 B(6，1)を通る直線 l の式を $y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使って求める。

$y=\dfrac{1-3}{6-2}(x-2)+3$，$y=-\dfrac{1}{2}(x-2)+3$，$y=-\dfrac{1}{2}x+4$

(2) 右図で，



(△AOB)＝(長方形 OPQR)－(△OAP)－(△OBR)－(△ABQ)

(長方形 OPQR の面積)＝OR×OP＝6×3＝18

(△OAP の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OP×AP＝$\dfrac{1}{2}\times3\times2=3$

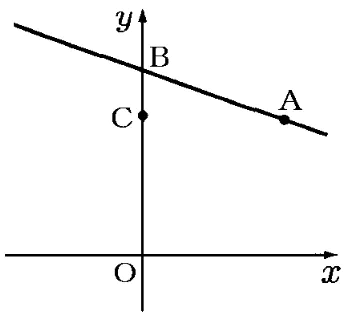
(△OBR の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OR×BR＝$\dfrac{1}{2}\times6\times1=3$

(△ABQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AQ×BQ＝$\dfrac{1}{2}\times(6-2)\times(3-1)=\dfrac{1}{2}\times4\times2=4$

よって，(△AOB の面積)＝18－3－3－4＝8

[問題]

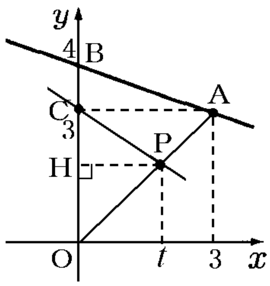
右の図のように，関数 $y=-\frac{1}{3}x+4$ のグラフ上に点 A(3，3)があり，このグラフと y 軸との交点を B とする。y 軸上に点 C(0，3)がある。点 C を通り，△ABO の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。



(広島県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

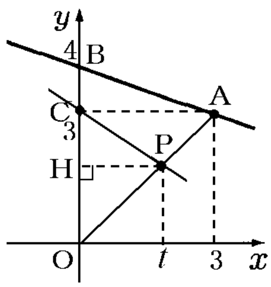


[解答] $y=-\frac{1}{2}x+3$

[解説]

まず，△ABO の面積を求める。

$y=-\frac{1}{3}x+4$ の切片(y 切片)は 4 なので, 点 B の y 座標は 4 である。



また，AC は x 軸に平行なので，AC⊥BO である。

(△ABO の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺 BO)×(高さ AC)＝$\frac{1}{2}\times4\times3=6$

次に，線分 AO 上に，直線 CP が△ABO の面積を 2 等分するような点 P をとる。点 P の x 座標を t とする。

(△PCO の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺 CO)×(高さ PH)＝$\frac{1}{2}\times3\times t=\frac{3}{2}t$

(△PCO の面積)＝(△ABO の面積)×$\frac{1}{2}=6\times\frac{1}{2}=3$

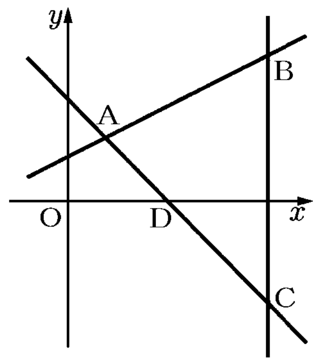
よって，$\frac{3}{2}t=3$，$t=2$

点Pの y 座標を求めるために，直線OAの式を求める。(OAの傾き)＝$\dfrac{3}{3}$＝1で，原点を通るので，直線OAの式は $y=x$ である。 $y=x$ に $x=2$ を代入すると $y=2$ となる。
よって，点Pの座標は(2，2)である。点Cの座標は(0，3)である。
直線CPの式を， $y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使って求める。

$y=\dfrac{2-3}{2-0}(x-0)+3$， $y=-\dfrac{1}{2}x+3$

[問題]

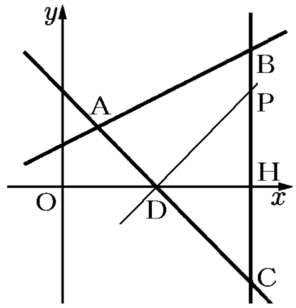
右の図のように，直線 $y=\dfrac{1}{2}x+2$ と直線 $y=-x+5$ が点Aで交わっている。直線 $y=\dfrac{1}{2}x+2$ 上に x 座標が 10 である点Bをとり，点Bを通りが軸と平行な直線と直線 $y=-x+5$ との交点をCとする。また，直線 $y=-x+5$ と x 軸との交点をDとする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 2点B，Cの間の距離を求めよ。
(2) 点Aと直線BCとの距離を求めよ。
(3) 点Dを通り△ACBの面積を2等分する直線の式を求めよ。
(京都府)(***)
[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]
(1) 2点B，Cの y 座標を求める。
(2) 2直線の交点Aの x 座標を求める。
(3) (1)，(2)から△ACBの底辺BCと高さがわかるので，面積を求めることができる。
点Dを通り△ACBの面積を2等分する直線を右図のDPとすると，△DCPは△ACBの面積の半分である。△DCPの底辺をCPとすると，高さはDHである。このことから，Pの座標を求める。
D，Pの座標から直線DPの式を求めることができる。



[解答](1) 12　(2) 8　(3) $y=\frac{23}{25}x-\frac{23}{5}$

[解説]

(1) $x=10$ を $y=\frac{1}{2}x+2$ に代入すると $y=\frac{1}{2}\times10+2$＝7 なので，点 B の y 座標は 7 である。

$x=10$ を $y=-x+5$ に代入すると $y=-10+5$＝－5 なので，点 C の y 座標は－5 である。

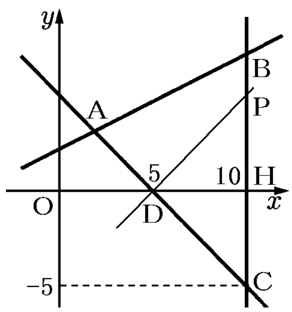
よって，(B，C の間の距離)＝7－(－5)＝12

(2) 2 直線 $y=\frac{1}{2}x+2$， $y=-x+5$ の交点 A の x 座標を求めるために，

$\frac{1}{2}x+2=-x+5$ とおく。 $x+4=-2x+10$， $3x=6$， $x=2$

点 B，C の x 座標はともに $x=10$ なので，(点 A と直線 BC との距離)＝10－2＝8

(3) (1)，(2)から△ACB の底辺 BC と高さがわかるので，△ACB の面積を求めることができる。



(△ACB の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺 BC)×(高さ)＝$\frac{1}{2}$×12×8＝48

点 D を通り△ACB の面積を 2 等分する直線は，右図の DP のようになる(P は B と C の間)。

$y=-x+5$ に $y=0$ を代入すると， $0=-x+5$， $x=5$ なので，

点 D の x 座標は 5 になる。したがって，DH＝10－5＝5

よって，(△DCP の面積)＝$\frac{1}{2}$×PC×DH＝48×$\frac{1}{2}$，PC×5＝48，PC＝$\frac{48}{5}$

(1)より，点 C の y 座標は－5 なので CH＝5 になるので，PH＝$\frac{48}{5}-5$＝$\frac{23}{5}$

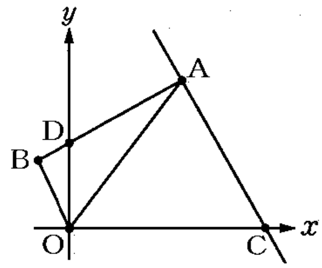
したがって，(求める直線 DP の傾き)＝$\frac{PH}{DH}$＝PH÷DH＝$\frac{23}{5}\div5=\frac{23}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{23}{25}$

$y=m(x-x_1)+y_1$ (m は傾き)の公式を使って求める。直線 DP は D(5，0)を通るので，

$y=\frac{23}{25}(x-5)+0$， $y=\frac{23}{25}x-\frac{23}{5}$

[問題]

右の図で，O は原点，点 A，B の座標はそれぞれ(4，6)，(−2，3)である。BO に平行で点 A を通る直線と x 軸との交点を C，AB と y 軸との交点を D とする。



(1) 点 C の座標を求めよ。

(2) 点 D を通り，△ABO の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

(愛知県)(***)

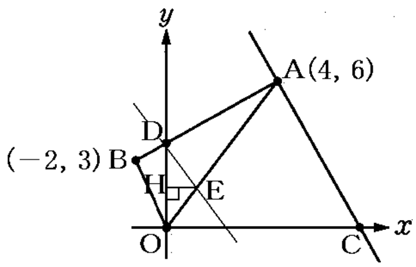
[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) 直線 AC の式がわかれば点 C の座標を求めることができる。(AC の傾き)＝(OB の傾き)＝$\dfrac{0-3}{0-(-2)}=-\dfrac{3}{2}$

$y=a(x-x_1)+y_1$（a は傾き)の公式を使って式を求める。



(2) まず，△ABO の面積を，共通の底辺を DO とする△AOD と△BOD に分けて求める。

次に，四角形 OBDE(＝△BOD＋△DOE)の面積が△ABO の面積の$\dfrac{1}{2}$になる条件から，EH の長さを(点 E の x 座標)求める。

[解答](1) (8，0)　(2) $y=-\dfrac{5}{2}x+4$

[解説]

(1) まず直線 AC の式を求める。B の座標は(−2，3)なので，

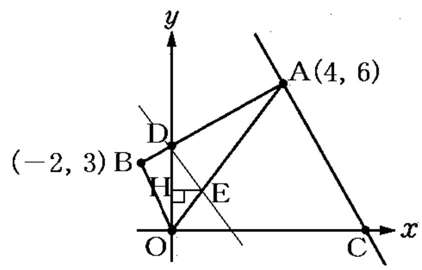
(直線 AC の傾き)＝(直線 BO の傾き)＝$\dfrac{0-3}{0-(-2)}=-\dfrac{3}{2}$

直線 AC は傾きが$-\dfrac{3}{2}$で点 A(4，6)を通るので，$y=a(x-x_1)+y_1$ の公式より，式は

$y=-\dfrac{3}{2}(x-4)+6$，$y=-\dfrac{3}{2}x+12$ となる。点 C は $y=-\dfrac{3}{2}x+12$ 上にあって，y 座標は 0 なので，$y=0$ を $y=-\dfrac{3}{2}x+12$ に代入して，$0=-\dfrac{3}{2}x+12$，$3x=24$，$x=8$

よって，点 C の座標は(8，0)である。

(2) まず，△ABO の面積を求める。
点 D の y 座標を求めるために，直線 AB の式を計算する。



$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式より，

$y=\dfrac{6-3}{4-(-2)}(x-4)+6$，$y=\dfrac{3}{6}(x-4)+6$，$y=\dfrac{1}{2}x+4$

よって，点 D の座標は(0，4)で，OD＝4 である。
△AOD の底辺を OD とすると, 高さは A から直線 OD に下ろした垂線の長さ 4 になるので,

(△AOD の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times4\times4$＝8

同様にして，(△BOD の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times4\times2$＝4

したがって，(△ABO の面積)＝(△AOD の面積)＋(△BOD の面積)＝8＋4＝12
次に，△ABO の面積を 2 等分する直線を右上の図のように直線 DE とする。

このとき，(△ODE の面積)＋(△BOD の面積)＝$\dfrac{1}{2}$(△ABO の面積) が成り立つので,

(△ODE の面積)＋4＝$\dfrac{1}{2}$×12，(△ODE の面積)＝6−4＝2

右上の図で，(△ODE の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OD×EH＝2

$\dfrac{1}{2}$×4×EH＝2，2EH＝2，EH＝1
よって，点 E の x 座標は 1 である。

点 A の座標は(4，6)なので，直線 OA の式は $y=\dfrac{6}{4}x$，$y=\dfrac{3}{2}x$

$x=1$ を $y=\dfrac{3}{2}x$ に代入すると，$y=\dfrac{3}{2}$

したがって，点 E の座標は$\left(1,\ \dfrac{3}{2}\right)$である。

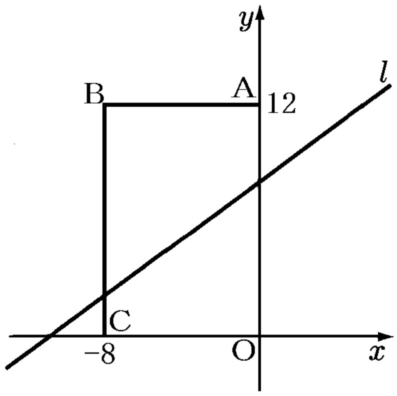
点 D の座標は(0，4)なので，直線 DE の式は,

$y=\dfrac{\frac{3}{2}-4}{1-0}(x-0)+4$，$y=\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{8}{2}\right)x+4$

$y=-\dfrac{5}{2}x+4$

[問題]

右の図のように4点O(0, 0), A(0, 12), B(−8, 12), C(−8, 0)を頂点とする長方形と直線lがあり，lの傾きは$\frac{3}{4}$である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 直線lが点Cを通るとき，lの切片を求めよ。

(2) 辺BCと直線lとの交点をPとし，Pのy座標をtとする。また，lが辺OAと交わる点をQとし，△OQPの面積をSとする。ただし，点Qは辺OA上にあるものとする。

① Sをtの式で表せ。

② S＝30となるtの値を求めよ。

(福島県改)(***)

[解答欄]

(1)	(2)①	②

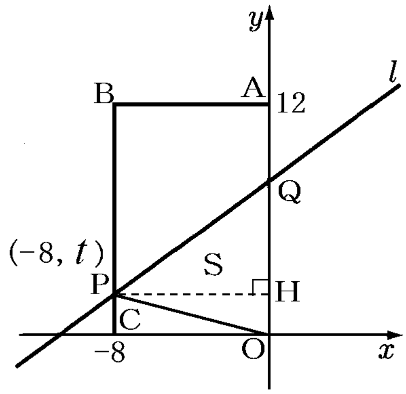
[ヒント]

(2) 直線lは傾きが$\frac{3}{4}$で, 点P(−8, t)を通るので, 式は,

$y=\frac{3}{4}(x+8)+t$，$y=\frac{3}{4}x+t+6$である。

この式から点Qのy座標→OQをtの式で表す。

PH＝8なので，Sをtで表すことができる。



[解答](1) 6　(2)① S＝$4t+24$　② $t=\frac{3}{2}$

[解説]

(1) 傾きが$\frac{3}{4}$で点 C(−8, 0)を通る直線lの式は,

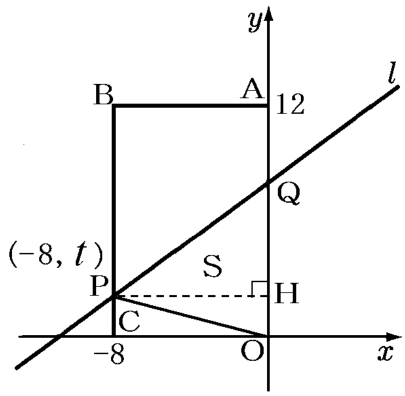
$y=a(x-x_1)+y_1$の公式より,

$y=\frac{3}{4}(x+8)+0$，$y=\frac{3}{4}x+6$と表すことができる。

したがって，lの切片(y切片)は6である。

(2) △OQPの底辺をOQとすると，高さはPHである。点Pのx座標が−8なので，PH＝8である。

OQの長さをtを使って表すことを考える。



直線lは傾きが$\frac{3}{4}$で，点 P(－8，t)を通るので，

$y=a(x-x_1)+y_1$の公式より，

$y=\frac{3}{4}(x+8)+t$， $y=\frac{3}{4}x+t+6$

点 Q は$y=\frac{3}{4}x+t+6$の切片(y切片)なので，点 Q のy座標は$t+6$である。

したがって，OQ＝$t+6$になる。

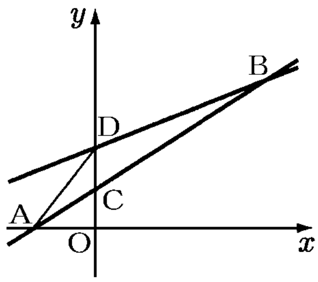
以上より，(△OQP の面積 S)＝$\frac{1}{2}$×(底辺 OQ)×(高さ PH)＝$\frac{1}{2}\times(t+6)\times 8=4t+24$

$S=4t+24$

② $S=4t+24=30$とおくと， $4t=6$， $t=\frac{6}{4}$， $t=\frac{3}{2}$

[問題]

右の図のように，点 A(－2，0)とx座標が 6 の点 B があり，直線 AB とy軸との交点を C とする。また，点 B を通り傾き$\frac{1}{2}$の直線とy軸との交点を D とし，点 D のy座標は，点 C のy座標より大きいものとする。△ABD の面積が 6cm² となるとき，2 点 A，B を通る直線の式を求めよ。ただし，座標軸の単位の長さを 1cm とする。



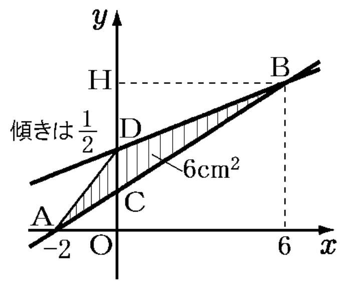
(埼玉県)(****)

[解答欄]

[ヒント]

直線 AB の傾きをaとする。点 A(－2，0)を通るので，その式は$y=a(x+2)+0$， $y=ax+2a$とおくことができる。

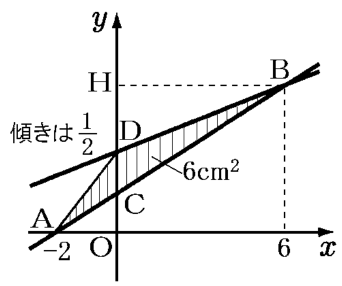
直線 DB の式は， $y=\frac{1}{2}x+b$とおくことができる。



△ABD の面積が 6cm² という条件からa，bの関係式を 1 つ導く。また，この 2 直線が点 B を共有するという条件からa，bの関係式をもう 1 つ導く，2 つの式を連立方程式として解いてa，bを求める。

[解答] $y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$

[解説]



2 点 A，B を通る直線の傾きを a とする。この直線は

点 A(−2，0)を通るので，$y=a(x-x_1)+y_1$ の公式より，

$y=a(x+2)+0$，$y=ax+2a$ とおくことができる。

2 点 D，B を通る直線の傾きは $\frac{1}{2}$ なので，その直線の式は，

$y=\frac{1}{2}x+b$ とおくことができる。

まず，△ABD の面積が 6cm² という条件を使う。

(△ABD の面積)＝(△ACD の面積)＋(△BCD の面積)

△ACD，△BCD の共通の底辺を CD と考える。

点 D は $y=\frac{1}{2}x+b$ の切片(y 切片)なので，点 D の y 座標は b である。

点 C は $y=ax+2a$ の切片(y 切片)なので，点 C の y 座標は $2a$ である。

よって，CD＝$b-2a$

(△ACD の面積)＝$\frac{1}{2}$ ×(底辺 CD)×(高さ AO)＝$\frac{1}{2}\times(b-2a)\times2$＝$b-2a$ (cm²)

(△BCD の面積)＝$\frac{1}{2}$ ×(底辺 CD)×(高さ BH)＝$\frac{1}{2}\times(b-2a)\times6$＝$3(b-2a)$＝$3b-6a$ (cm²)

(△ABD の面積)＝(△ACD の面積)＋(△BCD の面積)＝$b-2a+3b-6a$＝$-8a+4b$ (cm²)

△ABD の面積は 6cm² なので，$-8a+4b=6$・・・①

a，b の関係式があと 1 つ作れれば，連立方程式として解くことができる。

そこで，次に，$y=\frac{1}{2}x+b$ と $y=ax+2a$ が点 B を共有していることに注目する。

点 B の x 座標は 6 であるので，$y=\frac{1}{2}x+b$ に $x=6$ を代入すると $y=\frac{1}{2}\times6+b=b+3$

$y=ax+2a$ に $x=6$ を代入すると $y=a\times6+2a=8a$

この 2 つの y 座標は等しいので，$b+3=8a$，$8a-b=3$・・・②

$-8a+4b=6$・・・①，$8a-b=3$・・・②を連立方程式として解く。

①＋②より，$3b=9$，$b=3$

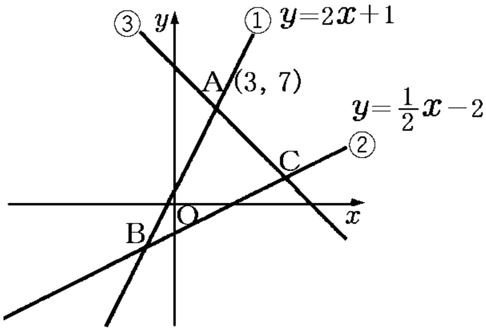
$b=3$ を②に代入すると，$8a-3=3$，$8a=6$，$a=\frac{6}{8}$，$a=\frac{3}{4}$

$a=\frac{3}{4}$ を，直線 AB の式 $y=ax+2a$ に代入すると，$y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$

【】等積変形

[問題]

　右の図で，直線①，直線②の式は，それぞれ，



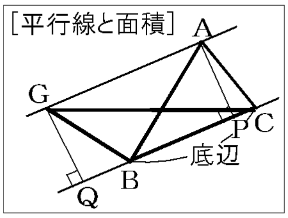
$y=2x+1$， $y=\dfrac{1}{2}x-2$ である。点 A は直線①と直線③の交点で，点 A の座標は(3，7)である。

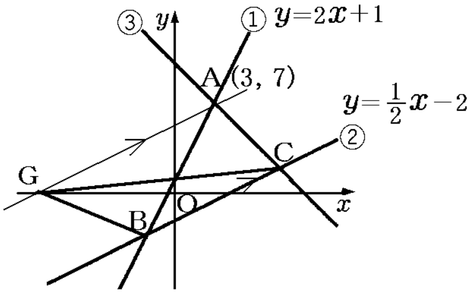
点 B は，直線①と直線②の交点である。点 C は，直線②と直線③の交点である。 x 軸上の x ＜0 に対応する部分に点 G を，△ABC の面積と△GBC の面積が等しくなるようにとるとき，点 G の x 座標を求めよ。

(福岡県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

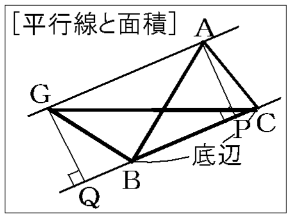




[解答]－11

[解説]

右図で，AG // CB のとき，△ABC と△GBC は面積が等しい。



その理由は，底辺 BC が共通で等しく，

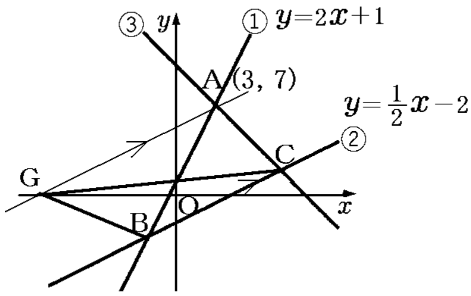
AG // CB なので，高さ AP と高さ CQ が等しいからである。

問題の図において，

AG // CB となるような点を x 軸上にとると，

△ABC の面積と△GBC の面積が等しくなる。

そこで，直線 AG の式を求める。



AG // CB なので，直線 AG の傾きは直線 CB

($y=\dfrac{1}{2}x-2$)の傾き $\dfrac{1}{2}$ と等しい。

また，点 A(3，7)を通るので，

$y=a(x-x_1)+y_1$ の公式より，直線 AG の式は，

$y=\dfrac{1}{2}(x-3)+7$， $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}+7$， $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{11}{2}$ である。

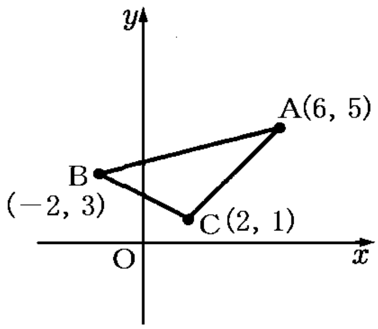
点 G の y 座標は 0 なので，$y=0$ を $y=\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$ に代入して，

$0=\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$，$0=x+11$，$x=-11$

よって，点 G の x 座標は－11 である。

[問題]

右の図のように，3 点 A(6，5)，B(－2，3)，C(2，1)を頂点とする△ABC がある。次の各問いに答えよ。



(1) 点 A を通り，直線 BC に平行な直線の式を求めよ。

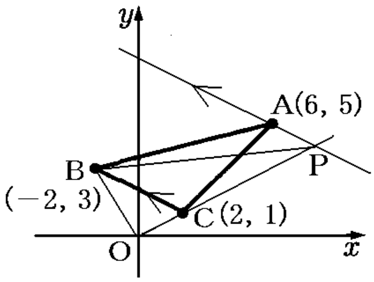
(2) 直線 OC 上に点 P をとり，△OPB と四角形 OCAB の面積が等しくなるようにする。このとき，点 P の座標を求めよ。ただし，点 P の x 座標は正とする。

(佐賀県)(**)

[解答欄]

(1)	(2)

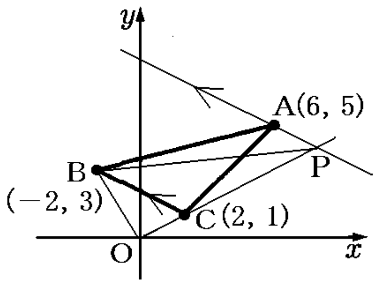
[ヒント]



[解答](1) $y=-\frac{1}{2}x+8$　(2) P(8，4)

[解説]

(1) B(－2，3)，C(2，1)を通る直線の傾きは，



$\frac{1-3}{2-(-2)}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

傾きが $-\frac{1}{2}$ で点 A(6，5)を通る直線の式は，

$y=-\frac{1}{2}(x-6)+5$，$y=-\frac{1}{2}x+3+5$，$y=-\frac{1}{2}x+8$

(2) 図のように，(1)で求めた直線と直線 OC の交点を P とする。△ABC と△PBC は底辺 BC が共通で高さが等しいので，面積が同じになる。

(△ABC の面積)＋(△OBC の面積)＝(△PBC の面積)＋(△OBC の面積)

よって，(四角形 OCAB の面積)＝(△OPB の面積)

そこで，点 P の座標を求めるために，直線 OC の式を求める。

直線 OC の式は，$y=\dfrac{1-0}{2-0}x$，$y=\dfrac{1}{2}x$

点 P は $y=\dfrac{1}{2}x$ と $y=-\dfrac{1}{2}x+8$ の交点なので，$\dfrac{1}{2}x=-\dfrac{1}{2}x+8$ とおく。

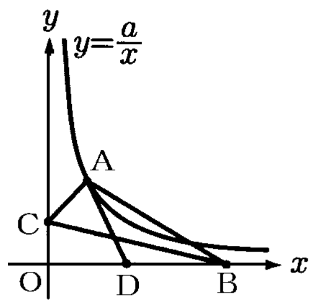
$\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}x=8$，$x=8$

$x=8$ を $y=\dfrac{1}{2}x$ に代入すると，$y=\dfrac{1}{2}\times 8=4$

よって，点 P の座標は(8，4)である。

[問題]

右の図で，O は原点，A は反比例の関係 $y=\dfrac{a}{x}$ (a は定数)のグラフ上の点である。また，B は x 軸上の点，C は y 軸上の点で，D は線分 OB 上の点である。点 A の座標が(2，4)，点 B の x 座標が 9，点 C の y 座標が 2 であるとき，次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

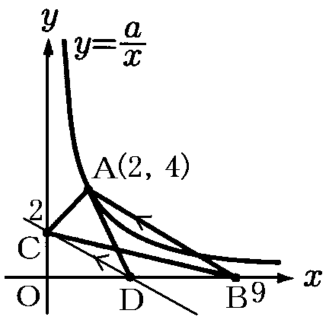
(2) △ACB の面積と△ADB の面積が等しいとき，点 D の座標を求めよ。

(愛知県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]



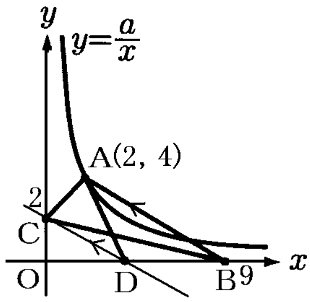
[解答](1)　$a=8$　(2)　$\left(\frac{7}{2}, 0\right)$

[解説]

(1)　点 A(2，4)は $y=\frac{a}{x}$ 上の点なので，$x=2$, $y=4$ を $y=\frac{a}{x}$ に代入して，

$4=\frac{a}{2}$，$a=4\times2$，$a=8$

(2)　△ACB の面積と△ADB の面積が等しいとき，AB // CD になる。(AB を共通の底辺としたとき，C から AB までの距離(高さ)と，D から AB までの距離(高さ)が等しくなるから)



A(2，4)，B(9，0)なので，(直線 AB の傾き)＝$\frac{0-4}{9-2}=-\frac{4}{7}$

よって，(直線 CD の傾き)＝$-\frac{4}{7}$

直線 CD の切片(y 切片)は 2 なので，直線 CD の式は，$y=-\frac{4}{7}x+2$ になる。

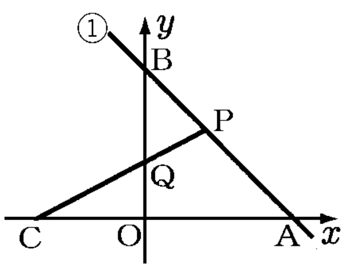
点 D の y 座標は 0 なので，$y=-\frac{4}{7}x+2$ に $y=0$ を代入して，

$0=-\frac{4}{7}x+2$，$0=-4x+14$，$4x=14$，$x=\frac{14}{4}$，$x=\frac{7}{2}$

したがって，点 D の座標は $\left(\frac{7}{2}, 0\right)$ である。

[問題]

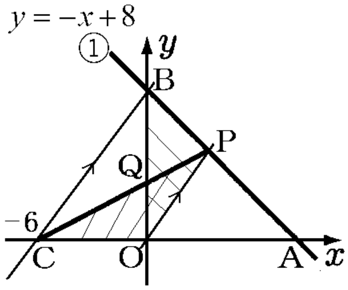
右の図のように，関数 $y=-x+8$・・・①のグラフがある。①のグラフと x 軸，y 軸との交点をそれぞれ A，B とする。x 軸上に点 C(−6，0)を，線分 AB 上に点 P をとり，線分 CP と y 軸との交点を Q とする。点 O は原点とする。△BPQ＝△COQ となるとき，点 P の座標を求めよ。



(北海道)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]$\left(\dfrac{24}{7},\ \dfrac{32}{7}\right)$

[解説]

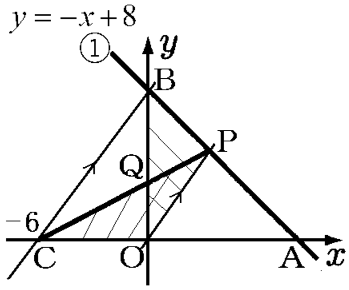
△BPQ＝△COQ なので,

△BPQ＋△PQO＝△COQ＋△PQO

△BOP＝△CPO

2 つの三角形の面積が等しくなるのは BC // PO のときである。

(PO を共通の底辺としたとき, B から直線 PO までの距離(高さ)と，C から直線 PO までの距離(高さ)が等しくなるから)



点 B の座標は(0，8)，点 C の座標は(−6，0)なので,

(直線 BC の傾き)＝$\dfrac{0-8}{-6-0}=\dfrac{-8}{-6}=\dfrac{4}{3}$

BC // PO なので，直線 PO の傾きも$\dfrac{4}{3}$になる。また，PO は原点を通るので，PO の式は,

$y=\dfrac{4}{3}x$になる。

点 P は$y=\dfrac{4}{3}x$と$y=-x+8$の交点なので，連立方程式として解く。

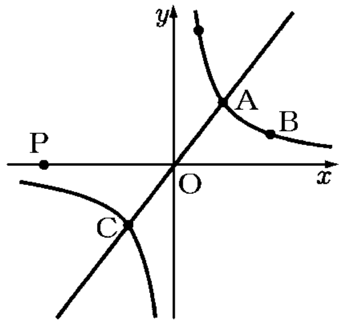
$y=\dfrac{4}{3}x$を$y=-x+8$に代入して，$\dfrac{4}{3}x=-x+8$，$4x=-3x+24$，$7x=24$，$x=\dfrac{24}{7}$

$x=\dfrac{24}{7}$を$y=\dfrac{4}{3}x$に代入すると，$y=\dfrac{4}{3}\times\dfrac{24}{7}=\dfrac{32}{7}$

よって，点 P の座標は$\left(\dfrac{24}{7},\ \dfrac{32}{7}\right)$である。

[問題]

右の図で，曲線は関数 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフであり，点 O は原点である。2 点 A，B は曲線上の点であり，それぞれの座標は(3，4)，(6，2)である。2 点 O，A を通る直線と曲線との交点のうち，A 以外の交点を C とする。また，点 P は x 軸上の点である。次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

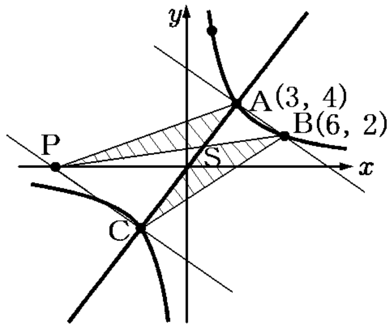
(2) 点 P の x 座標が負の数であるとき，線分 OA と線分 BP との交点を S とする。△APS の面積と△CBS の面積が等しくなるとき，点 P の x 座標を求めよ。

(奈良県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]



[解答](1) $a=12$ (2) -9

[解説]

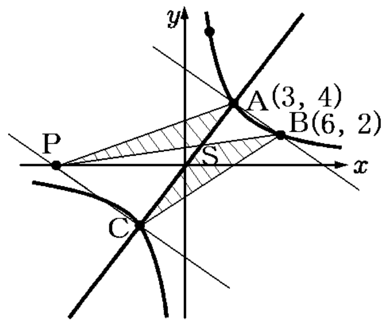
(1) 点 A(3, 4)は $y=\dfrac{a}{x}$ の点なので，$x=3$, $y=4$ を $y=\dfrac{a}{x}$ に代入して，$4=\dfrac{a}{3}$，$a=4\times3$，$a=12$

(2) △APS＝△CBS なので，

△APS＋△ABS＝△CBS＋△ABS

よって，△PAB＝△CAB

△PAB と△CAB の面積が等しくなるのは PC // AB のときである。(AB を共通の底辺としたとき，P から AB までの距離(高さ)と，C から AB までの距離(高さ)が等しくなるから)



よって，(直線 PC の傾き)＝(直線 AB の傾き)＝$\frac{2-4}{6-3}=-\frac{2}{3}$

点 C は原点について，点 A(3，4)と対称なので，点 C の座標は(−3，−4)になる。

直線 PC は(−3，−4)を通り，傾きは$-\frac{2}{3}$なので，$y=a(x-x_1)+y_1$の公式より，

$y=-\frac{2}{3}(x-(-3))-4$，$y=-\frac{2}{3}x-2-4$，$y=-\frac{2}{3}x-6$

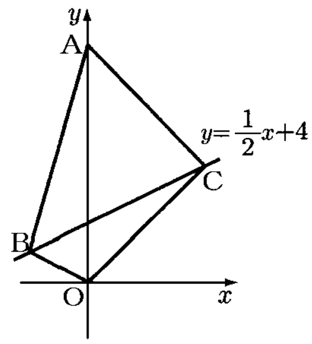
x軸上にある点 P のy座標は 0 なので，$y=0$を$y=-\frac{2}{3}x-6$に代入して，

$0=-\frac{2}{3}x-6$，$0=2x+18$，$2x=-18$，$x=-9$

よって，点 P のx座標は−9 である。

[問題]

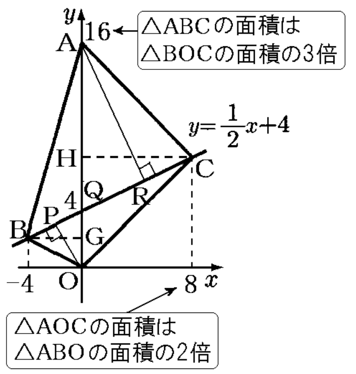
右の図で，O は原点，A はy軸上の点，B，C は直線$y=\frac{1}{2}x+4$上の点で，△AOC の面積は△ABO の面積の 2 倍，△ABC の面積は△BOC の面積の 3 倍である。点 B のx座標が−4 のとき，原点 O を通り，四角形 ABOC の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

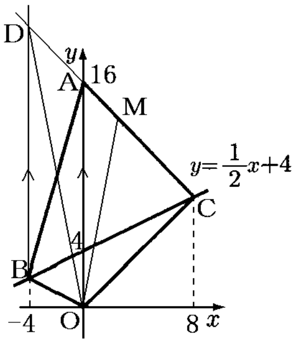


(愛知県)(****)

[解答欄]

[ヒント]



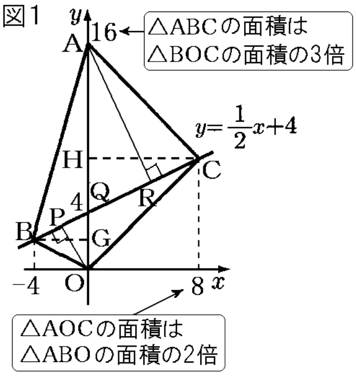


[解答] $y=7x$

[解説]

まず,「△AOC の面積は△ABO の面積の 2 倍」という条件について図 1 を使って考える。

図1



AO を△AOC と△ABO の共通の底辺とすると，

△AOC の高さは CH，△ABO の高さは BG になる。

(△AOC の面積)＝2(△ABO の面積)なので CH＝2BG になる。

BG＝4 なので，CH＝8 になり，点 C の x 座標は 8 になる。

次に,「△ABC の面積は△BOC の面積の 3 倍」という条件について図 1 を使って考える。

BC を△ABC と△BOC の共通の底辺とすると，

△ABC の高さは AR，△BOC の高さは OP になる。

(△ABC の面積)＝3(△BOC の面積)なので AR＝3OP になる。

△AQR と△OQP で，AR＝3OP より，AQ＝3OQ になる。

点 Q は $y=\frac{1}{2}x+4$ の切片(y 切片)なので点 Q の y 座標は 4 になり，OQ＝4 になる。

よって, AQ＝3OQ＝3×4＝12, AO＝AQ＋OQ＝12＋4＝16 で, 点 A の y 座標は 16 になる。

次に，図 2 を使って「原点 O を通り，四角形 ABOC の面積を 2 等分する直線の式」について考える。

図2

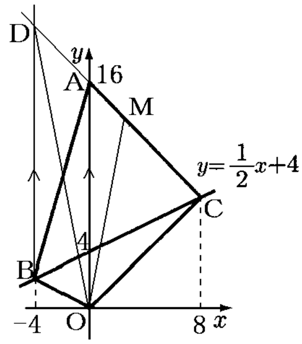


図 2 のように，OA // BD となるように CA の延長線上に D をとると，(△OCD の面積)＝(四角形 ABOC の面積)となる。

その理由は次の通りである。

△AOD と△AOB は底辺 AO が共通で，OA // BD より高さが等しいので，面積が同じになる。

△OCD＝△AOD＋△AOC，四角形 ABOC＝△AOB＋△AOC なので，△OCD＝四角形 ABOC になる。

次に，△OCD で CD の中点を M とすると，(△OCM の面積)＝(△ODM の面積)になり，OM は△OCD の面積(＝四角形 ABOC の面積)を二等分する。

そこで，点 C と点 D の座標を求めて，中点 M の座標を求める。

点 C の x 座標は 8 なので， $x=8$ を $y=\frac{1}{2}x+4$ に代入すると， $y=\frac{1}{2}\times 8+4=8$

よって，点 C の座標は(8，8)である。

点 D の座標を求めるためには，まず，直線 AC の式を求める必要がある。

点 A(0，16)，C(8，8)を通る直線の式を， $y=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使って求める。

$y=\frac{8-16}{8-0}(x-0)+16$， $y=-x+16$

点 D の x 座標は－4 なので，$x=-4$ を $y=-x+16$ に代入すると，$y=-(-4)+16=20$
よって，点 D の座標は(－4，20)

2 点$(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$の中点の座標は$\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\ \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$なので，

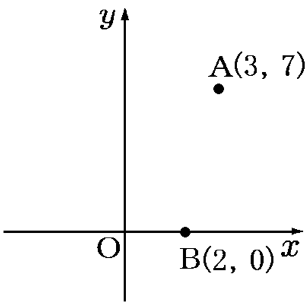
点 C(8，8)と点 D(－4，20)の中点の座標は，$\left(\dfrac{8-4}{2},\ \dfrac{8+20}{2}\right)$＝(2，14)になる。

したがって，直線 OM の傾きは$\dfrac{14}{2}$＝7 になるので，直線の式は $y=7x$ になる。

【】その他の問題

[問題]

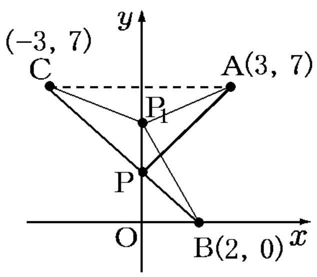
　右の図のように，点 A，B がある。y 軸上に点 P を，PA＋PB が最も小さくなるようにとる。このときの点 P の y 座標を求めよ。



(福岡県改)(***)

[解答欄]

[ヒント]

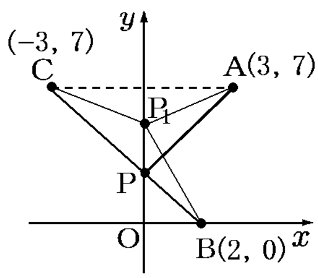


[解答] $\dfrac{14}{5}$

[解説]

右図のように，y 軸について点 A と線対称な点 C(−3, 7)をとる。

直線 CB と y 軸が交わる点が求める点 P になる。



その理由は，次のように説明できる。

明らかに，AP＝CP なので，

PA＋PB＝PC＋PB＝CB

P_1 の位置にあるときは，$P_1A＋P_1B＝P_1C＋P_1B$

△P_1BC で，三角形の 2 辺の和は他の 1 辺より長いので，$P_1C＋P_1B＞CB$

CB＝PC＋PB なので，$P_1C＋P_1B＞PC＋PB$

よって，P の位置にあるとき，PA＋PB は最も小さくなる。

そこで点 P の y 座標を求めることにする。

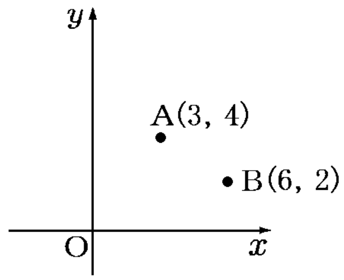
点 B(2, 0)と点 C(−3, 7) を通る直線の式を，$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使って求める。

$y=\dfrac{0-7}{2-(-3)}(x-2)+0$，$y=-\dfrac{7}{5}(x-2)$，$y=-\dfrac{7}{5}x+\dfrac{14}{5}$

点 P は $y=-\dfrac{7}{5}x+\dfrac{14}{5}$ の切片(y 切片)なので，点 P の y 座標は $\dfrac{14}{5}$ である。

[問題]

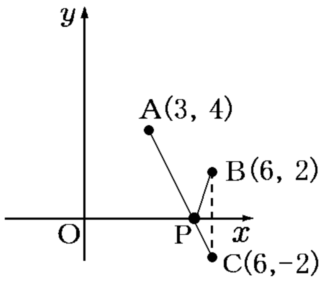
右の図のように，座標平面上に点 A(3，4)，B(6，2)がある。点 P は x 軸上の点である。線分 AP と線分 BP の長さの和が最小となるとき，点 P の座標を求めよ。



(奈良県改)(***)

[解答欄]

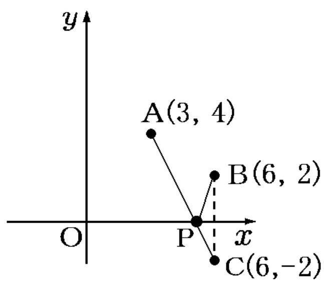
[ヒント]



[解答](5，0)

[解説]

右図のように，x 軸について点 B と線対称な点 C(6，−2)をとると，直線 AC と x 軸の交点が点 P の座標になる。



点 A(3，4)と点 C(6，−2) を通る直線の式を，

$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\left(x-x_1\right)+y_1$ の公式を使って求める。

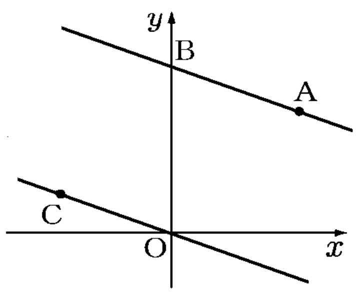
$y=\dfrac{-2-4}{6-3}\left(x-3\right)+4$，$y=-2\left(x-3\right)+4$，$y=-2x+10$

点 P は x 軸上の点なので，$y=0$ を $y=-2x+10$ に代入すると，$0=-2x+10$，$2x=10$，$x=5$

よって，点 P の座標は(5，0)である。

[問題]

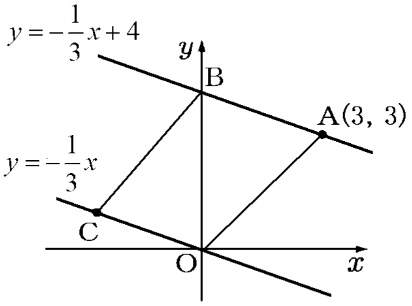
右の図のように，関数 $y=-\dfrac{1}{3}x+4$ のグラフ上に点 A(3，3)があり，このグラフと y 軸との交点を B とする。また，関数 $y=-\dfrac{1}{3}x$ のグラフ上を $x<0$ の範囲で動く点 C がある。四角形 ABCO が平行四辺形となるとき，点 C の座標を求めよ。



(広島県)(***)

[解答欄]

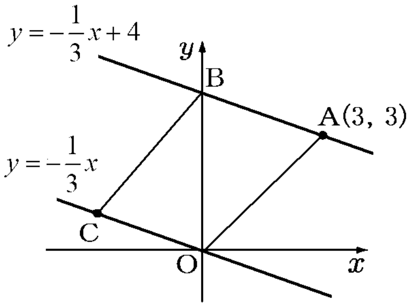
[ヒント]



[解答](−3, 1)

[解説]

直線 AB と直線 OC は傾きが同じなので平行である。
したがって，OA // CB ならば，四角形 ABCO は平行四辺形となる。



(直線 CB の傾き)＝(直線 OA の傾き)＝$\frac{3}{3}$＝1

また，点 B は $y=-\frac{1}{3}x+4$ の切片(y 切片)なので，

点 B の y 座標は 4 である。

よって，直線 BC は傾きが 1 で，切片(y 切片)が 4 なので，式は $y=x+4$ となる。

点 C は直線 BC($y=x+4$)と直線 CO($y=-\frac{1}{3}x$)の交点なので，連立方程式として解く。

$y=x+4$ を $y=-\frac{1}{3}x$ に代入すると，

$x+4=-\frac{1}{3}x$， $3x+12=-x$， $4x=-12$， $x=-3$

$x=-3$ を $y=x+4$ に代入すると， $y=-3+4$， $y=1$

よって，点 C の座標は(−3, 1)である。

【FdData 入試製品版のご案内】
詳細は，[FdData 入試ホームページ]に掲載（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）
姉妹品：[FdData 中間期末ホームページ]（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆印刷・編集
この PDF ファイルは，FdData 入試を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 入試は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 入試の特徴
FdData 入試は，公立高校入試問題の全傾向を網羅することを基本方針に編集したワープロデータ(Word 文書)です。 入試理科・社会・数学ともに，過去に出題された公立高校入試の問題をいったんばらばらに分解して，細かい単元ごとに再編集して作成しております。

◆サンプル版と製品版の違い
ホームページ上に掲載しておりますサンプルは，製品の Word 文書を PDF ファイルに変換したもので印刷や編集はできませんが，製品の全内容を掲載しており，どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。
しかし，FdData 入試がその本来の力を発揮するのは印刷や編集ができる製品版においてです。また，製品版は，すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」，編集に適した「問題解答一体形式」，などの形式を含んでいますので，目的に応じて活用することができます。
※FdData 入試の特徴(QandA 方式)（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆FdData 入試製品版(Word 版)の価格(消費税込み)
※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
数学 1 年(4400 円)，数学 2 年(6400 円)，数学 3 年(9600 円)：(統合版は 16,200 円)
理科 1 年(6800 円)，理科 2 年(6800 円)，理科 3 年(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
社会地理(6800 円)，社会歴史(6800 円)，社会公民(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。
(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は，メール(info2@fdtext.com)，または電話(092-811-0960)で承っております。
※注文→インストール→編集･印刷の流れ　（[Shift]＋左クリック）
※注文メール記入例　（[Shift]＋左クリック）

【Fd 教材開発】 Mail： info2@fdtext.com　 Tel ：092-811-0960