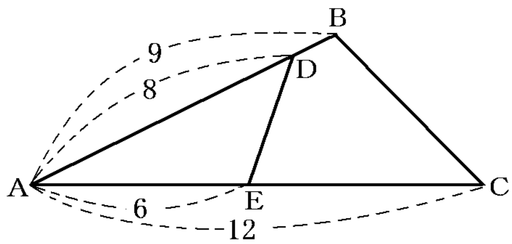
【FdData 高校入試：中学数学 3 年：相似・平行線】

[相似の証明・長さ：2 組の辺の比とその間の角／相似な三角形→長さ／2 組の角／平行線と線分の比：平行線／三角形と平行線／平行四辺形と平行線／平行線と相似の証明／中点連結定理：長さを求める／証明問題など／底辺比と面積比など／相似比と面積比／相似比と体積比など／近似値／FdData 入試製品版のご案内]

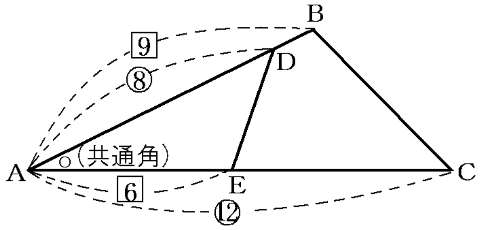
[FdData 入試ホームページ]掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧]
※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
理科： [理科 1 年]，[理科 2 年]，[理科 3 年]
社会： [社会地理]，[社会歴史]，[社会公民]
数学： [数学 1 年]，[数学 2 年]，[数学 3 年]
※全内容を掲載しておりますが，印刷はできないように設定しております

【】相似の証明・長さ
【】2 組の辺の比とその間の角
[問題]
右の図のように，AB＝9，AC＝12 の△ABC がある。点 D が辺 AB 上に，点 E が辺 AC 上にあり，AD＝8，AE＝6 となっている。このとき，△ABC∽△AED であることを証明せよ。
(岩手県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABC と△AED で,

仮定より,

　AB：AE＝9：6＝3：2

　AC：AD＝12：8＝3：2

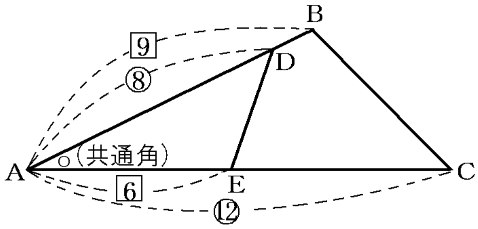
よって,

　AB：AE＝AC：AD･･･①

共通な角だから，∠BAC＝∠EAD･･･②

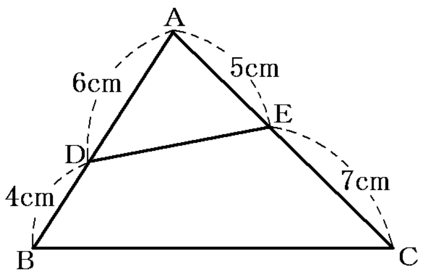
①，②から，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので,

　△ABC∽△AED



[問題]

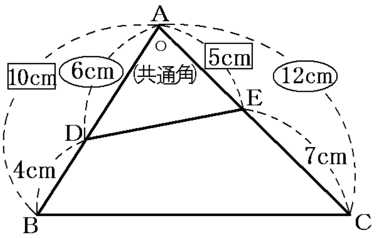
　次の図において，△AED∽△ABC であることを証明せよ。



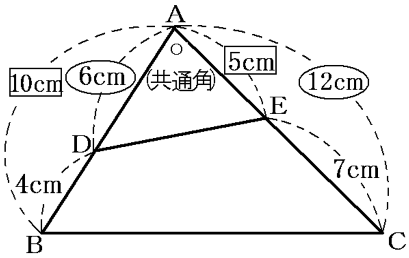
(鳥取県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

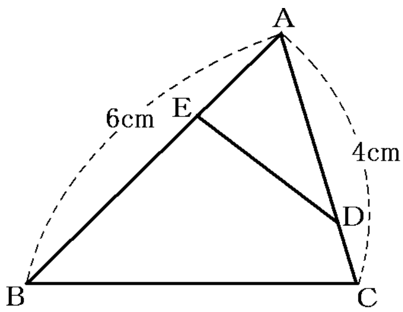


[解答]



△AED と△ABC で,
仮定より,
　AD : AC＝6 : (5＋7)＝6 : 12＝1 : 2
　AE : AB＝5 : (6＋4)＝5 : 10＝1 : 2
よって,
　AD : AC＝AE : AB･･･①
共通な角だから,
　∠DAE＝∠CAB･･･②
①, ②から, 2 組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しいので,
　△AED∽△ABC

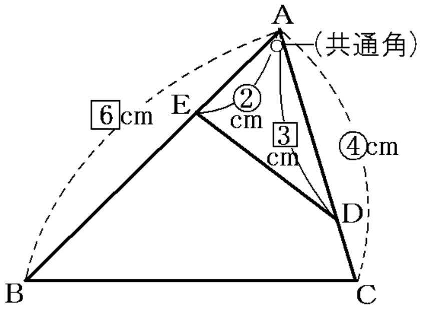
[問題]
　右図のような△ABC において, AB＝6cm, AC＝4cm とし, AE : EB＝1 : 2, AD : DC＝3 : 1 とする。このとき, △ABC∽△ADE であることを証明せよ。
(沖縄県)(**)



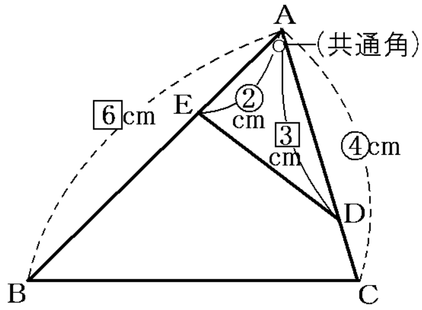
AE:EB＝1:2,　AD:DC＝3:1

[解答欄]

[ヒント]



[解答]



AB＝6cm で AE : EB＝1 : 2 なので，AE＝$6\times\frac{1}{3}$＝2(cm)

AC＝4cm で AD : DC＝3 : 1 なので，AD＝$4\times\frac{3}{4}$＝3(cm)

△ABC と△ADE で，

　AC : AE＝4 : 2＝2 : 1

　AB : AD＝6 : 3＝2 : 1

よって，

　AC : AE＝AB : AD･･･①

共通な角だから，

　∠BAC＝∠DAE･･･②

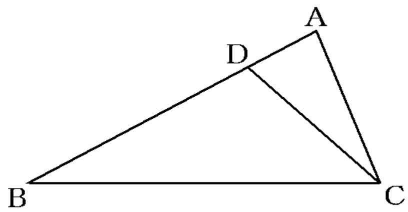
①，②から，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

　△ABC∽△ADE

[問題]

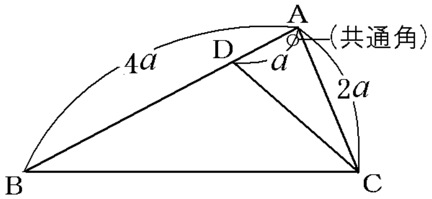
　右の図は，AB＝2AC の三角形で，D は辺 AB を 4 等分する点のうち A にもっとも近い点である。このとき，△ABC と△ACD が相似であることを証明せよ。

(沖縄県)(**)

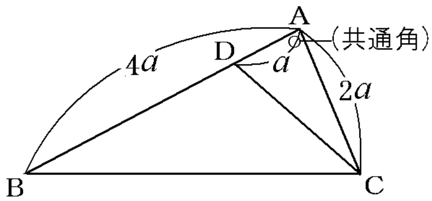


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



AD＝a とおくと，仮定より AB＝4a

また，AB＝2AC なので，AC＝2a

△ABC と△ACD で，

∠A は共通･･･①

AB：AC＝4a ：2a ＝2：1

AC：AD＝2a ：a ＝2：1

　よって，AB：AC＝AC：AD･･･②

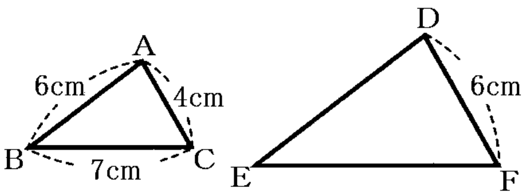
①，②より，2 組の辺の比が等しく，そのはさむ角がそれぞれ等しいので，

　△ABC∽△ACD

【】相似な三角形→長さ

[問題]

次の図で，△ABC∽△DEF であるとき，辺 DE の長さを求めよ。



(岩手県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

(小)：(大)をとると，AB：DE＝AC：DF

[解答]9cm

[解説]

△ABC(小)と△DEF(大)が相似なので，対応する辺の比(小：大)は等しい。

AB：DE＝AC：DF

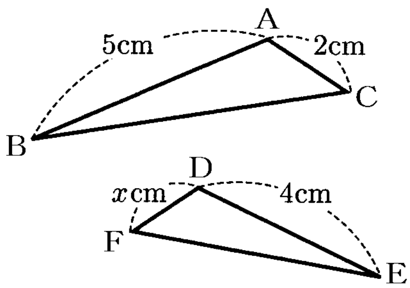
6：DE＝4：6

比の内項の積は外項の積に等しいので，

4DE＝6×6，DE＝36÷4＝9(cm)

[問題]

次の図で，△ABC∽△DEF であるとき，xの値を求めよ。



(栃木県)

[解答欄]

[解答] $x=\dfrac{8}{5}$

[解説]

△ABC(大)と△DEF(小)が相似なので，対応する辺の比(大：小)は等しい。

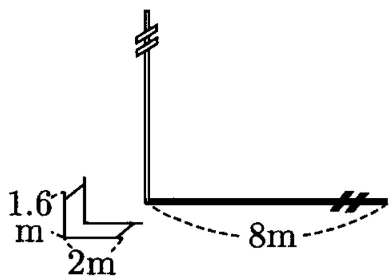
AB：DE＝AC：DF

5：4＝2：x

比の外項の積は内項の積に等しいので，5×x＝4×2，$5x=8$，$x=\dfrac{8}{5}$

[問題]

A さんと B さんが，鉄棒の高さと影の長さ，電柱の影の長さを測ったところ，鉄棒の高さは 1.6m，鉄棒の影の長さは 2m，電柱の影の長さは 8m であった。このとき，電柱の高さを求めよ。ただし，影の長さは同時刻に測ったものとし，電柱と鉄棒の幅や厚みは考えないものとする。また，電柱と鉄棒は地面に対して垂直に立ち，地面は平面であるものとする。



(埼玉県)

[解答欄]

[解答]6.4m

[解説]

右図で△ABC∽△DEF なので，

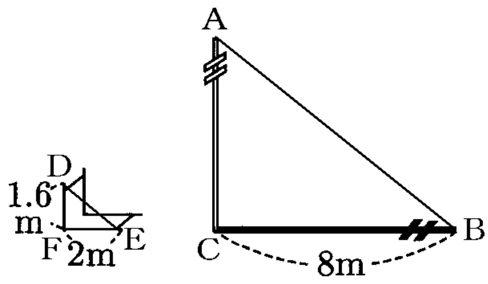
AC：DF＝BC：EF

AC：1.6＝8：2

比の外項の積は内項の積に等しいので，

AC×2＝1.6×8

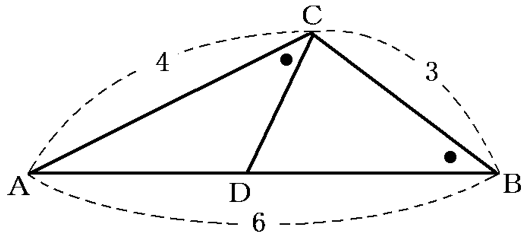
AC＝1.6×8÷2＝6.4(m)



[問題]

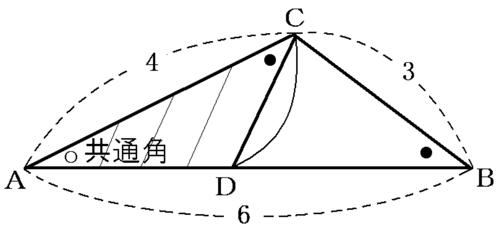
　右の図のように，AB＝6，BC＝3，CA＝4 の△ABC がある。∠ABC＝∠ACD となるように線分 CD をひいたとき，線分 CD の長さを求めよ。

(徳島県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



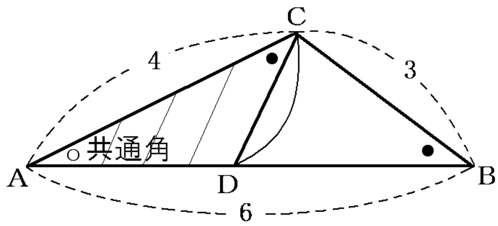
[解答]2

[解説]

△ACD と△ABC で，∠ACD＝∠ABC，∠A は共通で，2 角が等しいので，△ACD∽△ABC

小 : 大(または 大 : 小)で対応する辺の比をつくる。

対応する辺は角に注目して見つけていく。



CD(小：●と無印の角)に対応するのは，BC(大：●と無印の角)である。

AC(小：○と●の角)に対応するのは AB(大：○と●の角)である。

「小：大」の比をつくると，

CD：BC＝AC：AB,

CD：3＝4：6

比の外項の積は内項の積に等しいので，

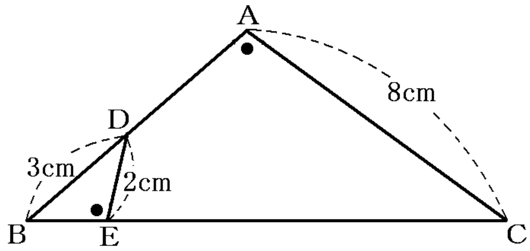
6CD＝3×4，CD＝12÷6＝2

[問題]

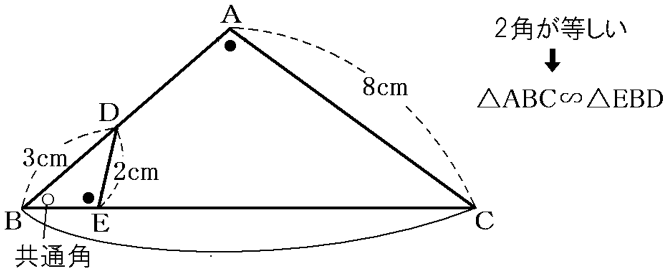
　右の図で，∠BAC＝∠BED のとき，線分 BC の長さを求めよ。

(岩手県)(**)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]12cm

[解説]

△ABC と△EBD で，∠BAC＝∠BED，∠B は共通で，2 角が等しいので，

△ABC∽△EBD

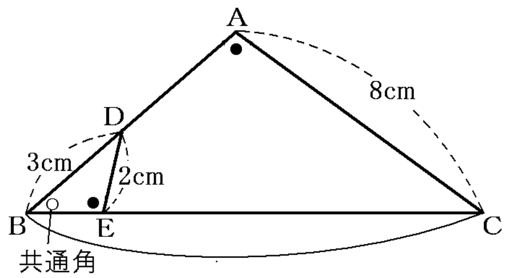
「大：小」の比をつくると，

BC：BD＝AC：ED

BC：3＝8：2

比の外項の積は内項の積に等しいので，

2BC＝3×8，2BC＝24，BC＝12(cm)

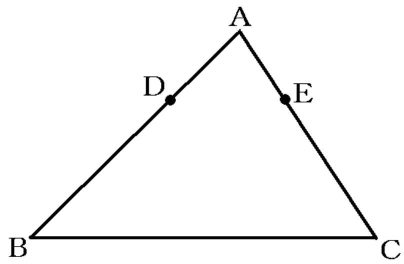


[問題]

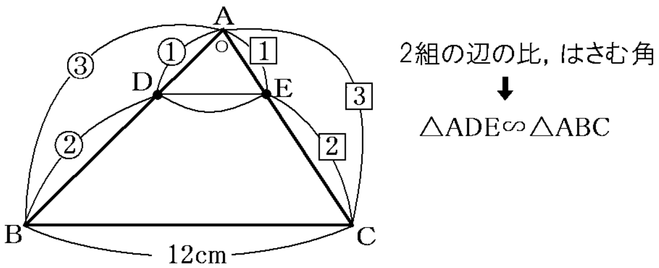
　右の図のように，△ABC の辺 AB 上に点 D，辺 AC 上に点 E がある。AD：DB＝AE：EC＝1：2，BC＝12cm のとき，線分 DE の長さを求めよ。

(北海道)(**)

[解答欄]

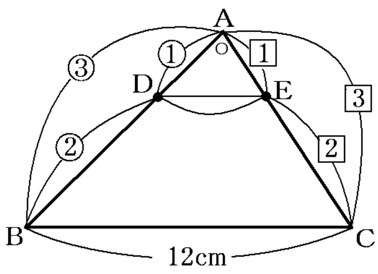


[ヒント]



[解答]4cm

[解説]



△ADE と△ABC で，

AD：AB＝AE：AC＝1：3，∠A は共通である。

2 組の辺の比が等しく，そのはさむ角がそれぞれ等しいので，

△ADE∽△ABC

「小：大」の比をつくると，

DE：BC＝AD：AB

DE：12＝1：3

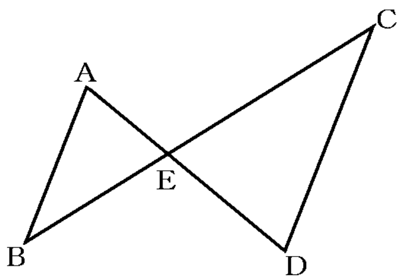
比の外項の積は内項の積に等しいので，

3DE＝12×1，DE＝4(cm)

[問題]

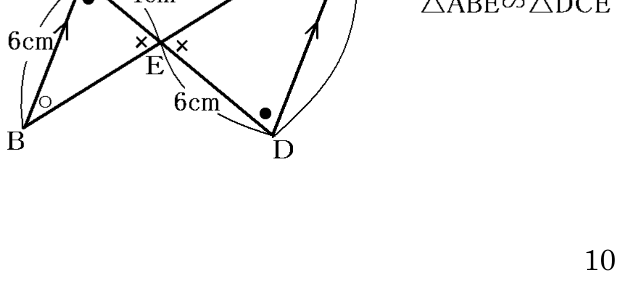
　右の図において，AB // CD であり，点 E は線分 AD と BC の交点である。AB＝6cm，AE＝4cm，ED＝6cm のとき，線分 CD の長さを求めよ。

(秋田県)(**)

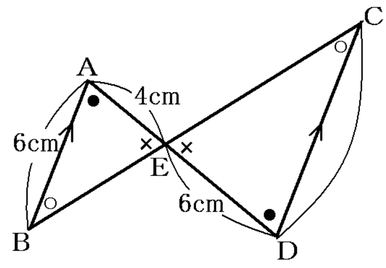


[解答欄]

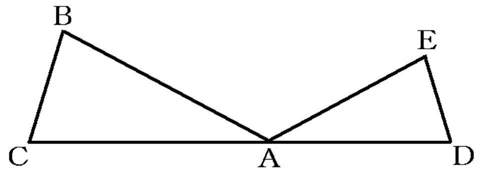
[ヒント]



[解答]9cm
[解説]
右図のように，2 角が等しいので，
△ABE∽△DCE
「大：小」の比をつくると，
CD：BA＝DE：AE
CD：6＝6：4
比の外項の積は内項の積に等しいので，
4CD＝6×6，4CD＝36，CD＝9(cm)

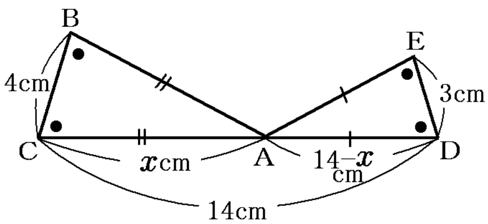


[問題]
右の図のように，頂点 A が共通な 2 つの△ABC と△ADE があり，点 C，A，D は一直線上にある。AB＝AC，AD＝AE，∠ACB＝∠ADE とする。BC＝4cm，CD＝14cm，DE＝3cm のとき，辺 AC の長さを求めよ。
(北海道)(***)

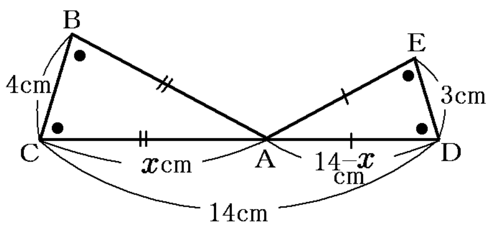


[解答欄]

[ヒント]



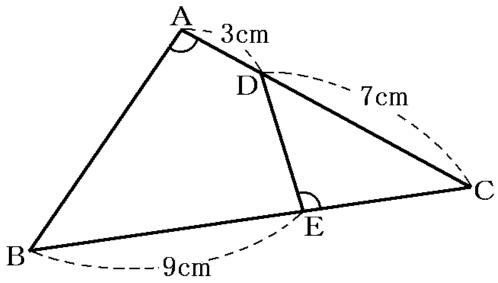
[解答]8cm
[解説]
右図のように，2 角が等しいので，
△ABC∽△ADE
AC＝x(cm)とおくと，AD＝$14-x$(cm)である。
「左：右」の比をつくると，
AC：AD＝BC：ED
x ：(14－x)＝4：3
比の外項の積は内項の積に等しいので，
$3x=4(14-x)$，$3x=56-4x$，$7x=56$，$x=8$(cm)



[問題]

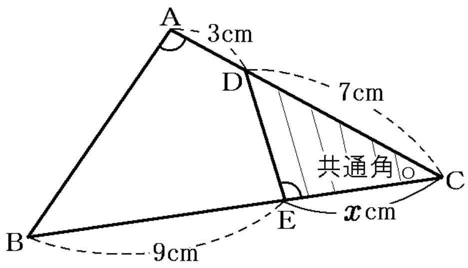
右図の△ABC で，辺 AC，BC 上にそれぞれ点 D，E を図のようにとる。∠BAC＝∠DEC のとき，EC の長さを求めよ。

(青森県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



2角が等しい➡ △ABC∽△EDC

[解答]5cm

[解説]

△ABC と△EDC で，仮定より∠BAC＝∠DEC，

∠C は共通で，2 角が等しいので，

△ABC∽△EDC

EC の長さを x cm とおき，「大：小」の比をつくると，BC：DC＝AC：EC

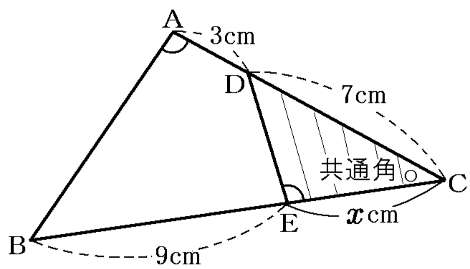
$(x+9):7=10:x$

比の外項の積は内項の積に等しいので，

$x(x+9)=7\times10$

$x^2+9x=70$， $x^2+9x-70=0$， $(x+14)(x-5)=0$

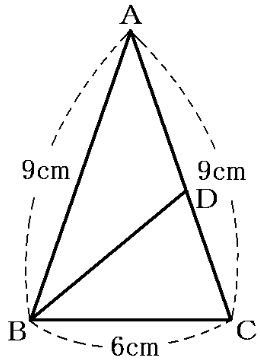
$x>0$ なので， $x=5$ (cm)



2角が等しい➡ △ABC∽△EDC

[問題]

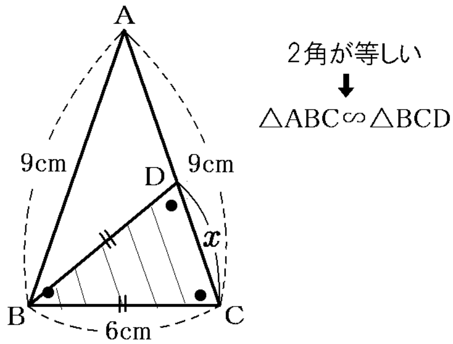
　右の図のように，AB＝AC＝9cm，BC＝6cm の二等辺三角形 ABC がある。辺 AC 上に BC＝BD となるように，点 D をとる。線分 CD の長さを求めよ。



(徳島県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]4cm

[解説]

右図のように，2 角が等しいので，△ABC∽△BCD

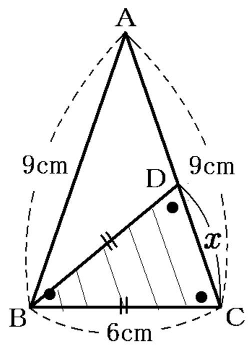
「大：小」の比をつくると，

AB：BC＝BC：CD

9：6＝6：x

比の外項の積は内項の積に等しいので，

$9x=6\times6$，$9x=36$，$x=4$(cm)



[問題]

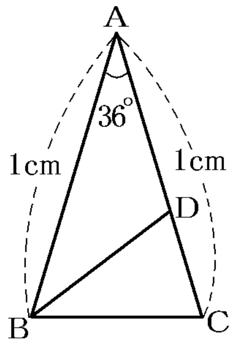
　右図の△ABC は AB＝AC＝1cm，∠BAC＝36° の二等辺三角形であり，点 D は∠ABC の二等分線と辺 AC の交点である。次の各問いに答えよ。

(1) ∠BDC の大きさを求めよ。

(2) 辺 BC と同じ長さの線分をすべて答えよ。

(3) BC＝x cm として，①x を求めるための方程式をつくれ。

　②また，このときの x の値を求めよ。

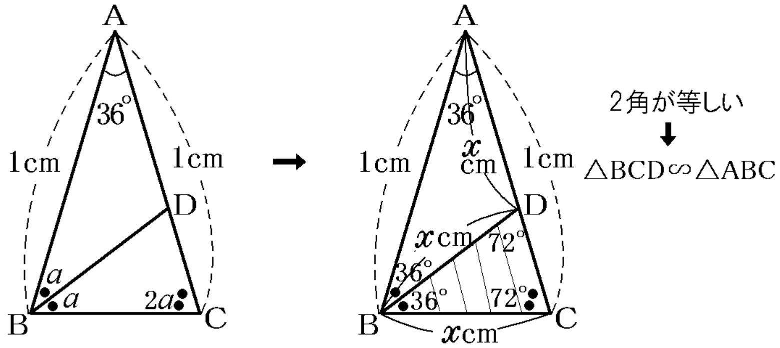


(島根県)(****)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)①
②		

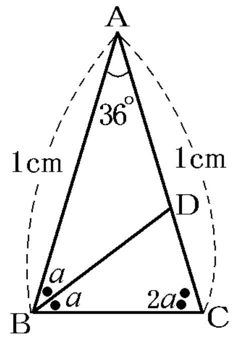
[ヒント]



[解答](1) 72°　(2) AD，BD　(3)①　$x^2+x-1=0$　②　$x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

[解説]

(1)　∠ABD＝∠DBC＝a とおく。



△ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので，

∠ACB＝∠ABC＝$2a$

△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，

$36°+2a+2a=180°$，　$4a=144°$，　$a=36°$

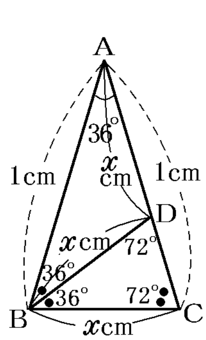
△BCD で，三角形の内角の和は 180° なので，

∠BDC＝$180°-a-2a$ ＝$180°-3a$ ＝$180°-3\times36°$ ＝$180°-108°$ ＝ $72°$

(2) (1)で計算した角度を図に入れると，次のようになる。

2 角が等しいので，△BCD は BC＝BD の二等辺三角形，△DAB は DA＝DB の二等辺三角形になる。よって，BC＝BD＝DA である。

(3)　△BCD∽△ABC(2 角が等しい)



「小：大」の比をつくると，

BC：AB＝CD：BC

x ：1＝$(1-x)$ ： x

比の外項の積は内項の積に等しいので，

$x^2=1-x$，　$x^2+x-1=0$

因数分解できないので，解の公式を使う。

解の公式： $ax^2+bx+c=0$ の解は， $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

で，$a=1$，$b=1$，$c=-1$ なので，

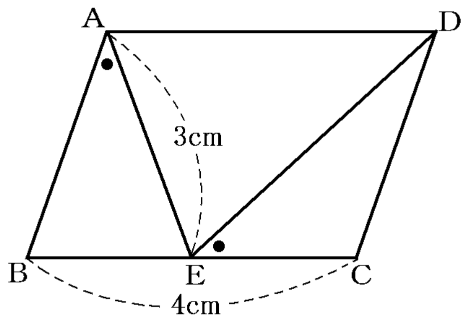
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\times1\times(-1)}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

$x>0$ なので，$x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

[問題]

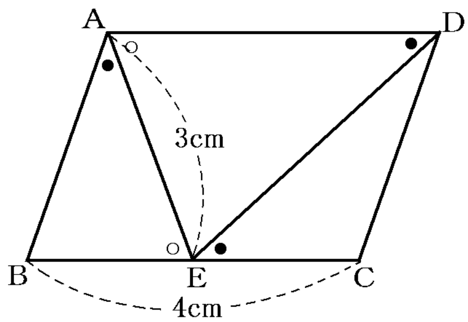
右の図のような，平行四辺形 ABCD があり，点 E は辺 BC 上の点で，∠BAE＝∠DEC である。BC＝4cm，AE＝3cm であるとき，線分 BE の長さは何 cm か。

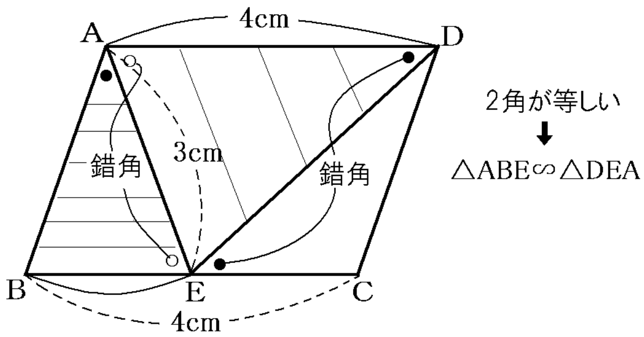
(香川県)(***)



[解答欄]

[ヒント]





[解答] $\dfrac{9}{4}$ cm

[解説]

相似な三角形に気づくのがポイント。

右図のように，2 角が等しいので，△ABE∽△DEA

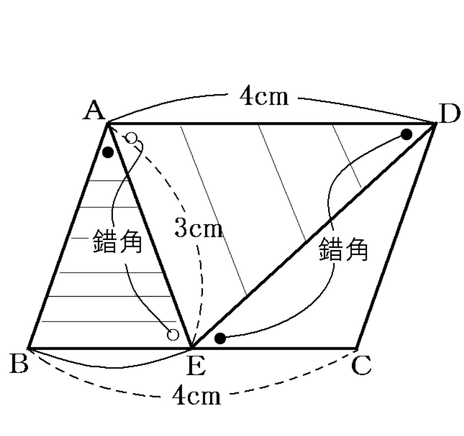
「小：大」の比をつくると，

BE：EA＝AE：DA

BE：3＝3：4

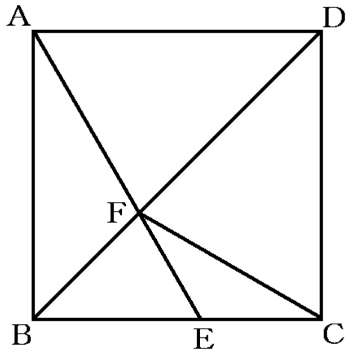
比の外項の積は内項の積に等しいので，

4BE＝3×3，4BE＝9，BE＝$\dfrac{9}{4}$(cm)



[問題]

右の図のように，正方形 ABCD がある。この正方形の辺 BC 上に点 E をとり，対角線 BD と線分 AE との交点を F とし，点 C と点 F を結ぶ。次の各問いに答えよ。



(1) △ADF≡△CDF を証明せよ。

(2) BE : EC＝4 : 3 のとき，CF : EF を最も簡単な整数の比で表せ。

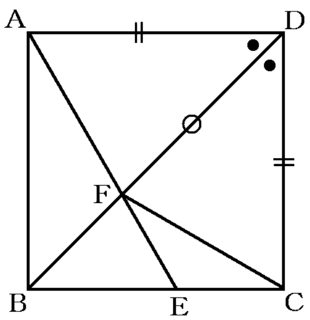
(高知県)(***)

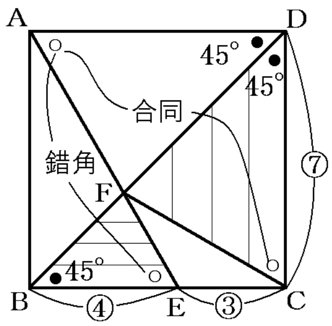
[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]

(1) 

(2) 

[解答]

(1) △ADF と△CDF で,

四角形 ABCD は正方形なので,

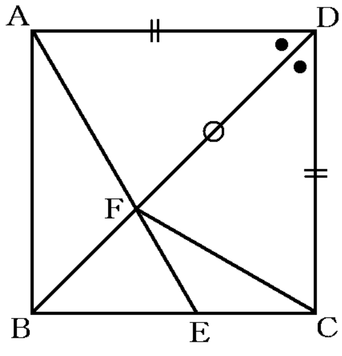
AD＝CD･･･①

∠ADF＝∠CDF＝45° ･･･②

FD は共通･･･③

①, ②, ③より, 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

△ADF≡△CDF



(2)7 : 4

[解説]

(2) 右図のように，2 角が等しいので，

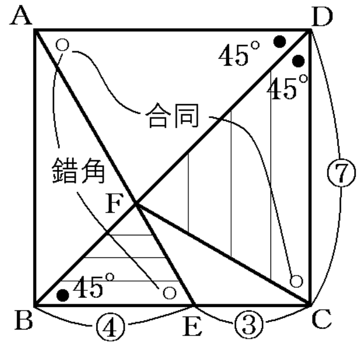
△BEF∽△DCF

CD＝BC＝BE＋EC なので，

BE：EC：CD＝4：3：(4＋3)＝4：3：7

「大：小」の比をつくると，

CF：EF＝CD：EB＝7：4



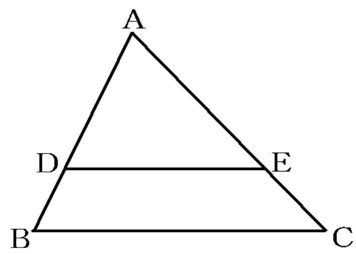
【】2 組の角

[2 組の角：平行]

[問題]

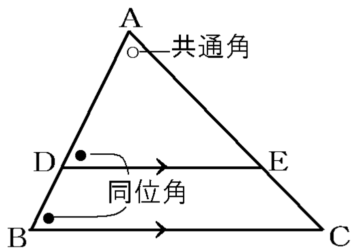
右図のように，三角形 ABC がある。点 D，E は，それぞれ辺 AB，AC 上の点であり，DE // BC である。このとき，△ABC∽△ADE となることを証明せよ。

(秋田県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABC と△ADE で，

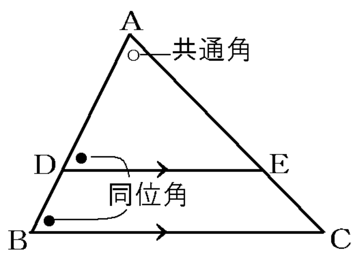
∠A は共通･･･①

DE // BC より，平行線の同位角は等しいので，

∠ABC＝∠ADE･･･②

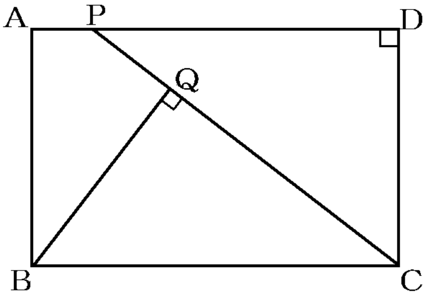
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ABC∽△ADE



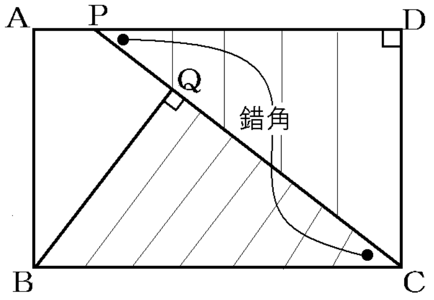
[問題]

右の図のように，長方形 ABCD の辺 AD 上に点 P をとり，BQ⊥CP となる線分 CP 上の点を Q とする。このとき，△BCQ∽△CPD を証明せよ。
(滋賀県)(**)



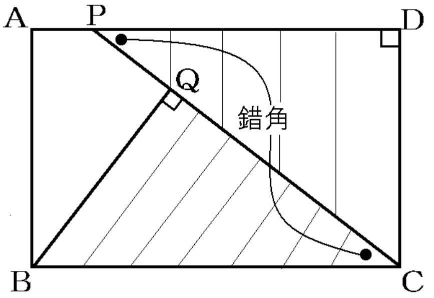
[解答欄]

[ヒント]



[解答]

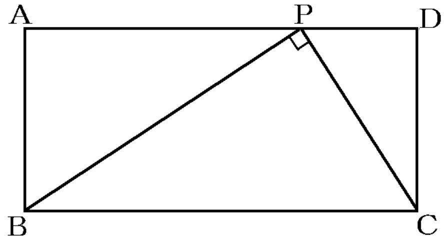
△BCQ と△CPD で，
∠BQC＝∠CDP＝90°・・・①
AD // BC より，錯角は等しいので，
∠BCQ＝∠CPD・・・②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，
△BCQ∽△CPD



[問題]

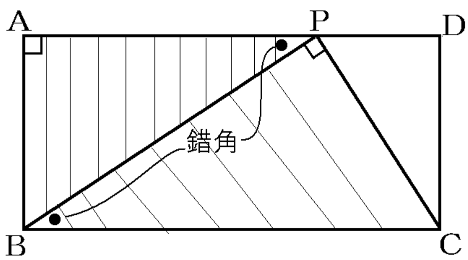
長方形 ABCD がある。辺 AD 上に∠BPC＝90° である点 P をとるとき，△ABP∽△PCB となることを証明せよ。

(秋田県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABP と△PCB で,

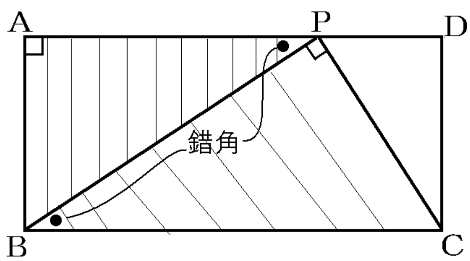
∠PAB＝∠BPC＝90° ･･･①

AD // BC より，錯角は等しいので,

∠APB＝∠PBC･･･②

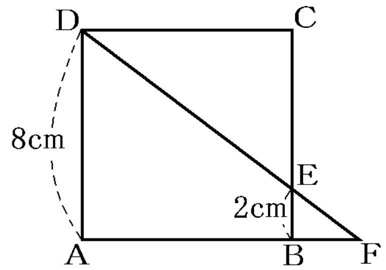
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので,

△ABP∽△PCB



[問題]

右図のように，1 辺の長さが 8cm の正方形 ABCD がある。辺 BC 上に BE＝2cm となる点 E をとり，線分 DE の延長と辺 AB の延長との交点を F とする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) △BFE∽△CDE であることを証明せよ。

(2) 線分 BF の長さは何 cm か。

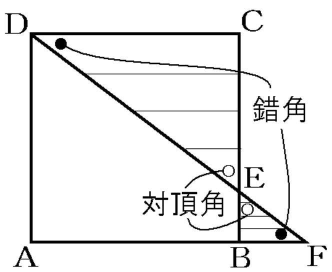
(長崎県)(**)

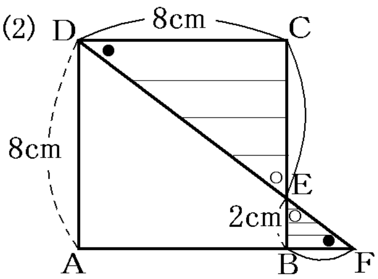
[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]

(1) 

(2) 

[解答]

(1) △BFE と△CDE で，

DC // AF で平行線の錯角は等しいので，

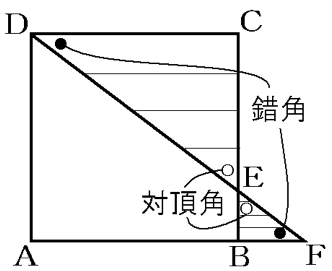
∠BFE＝∠CDE･･･①

対頂角は等しいので，

∠BEF＝∠CED･･･②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△BFE∽△CDE



(2)$\frac{8}{3}$cm

[解説]

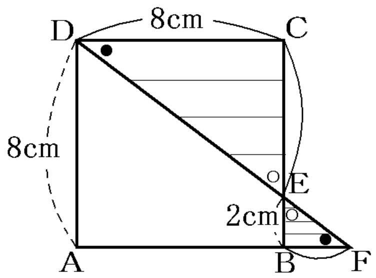
(2)「小：大」の比をつくると，

BF：CD＝BE：CE

BF：8＝2：(8－2)

BF：8＝2：6

6BF＝16，BF＝$\frac{16}{6}$＝$\frac{8}{3}$(cm)



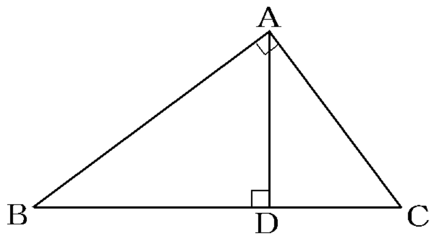
[2 組の角：直角三角形]

[問題]

右の図のように，∠A を直角とする直角三角形 ABC がある。頂点 A から辺 BC に垂線をひき，辺 BC との交点を D とするとき，

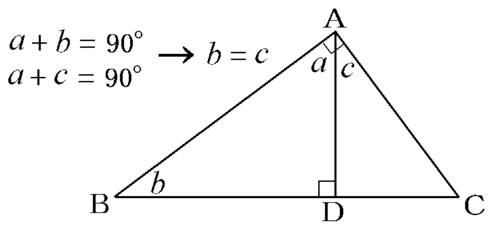
△ABD∽△CAD であることを証明せよ。

(補充問題)(***)



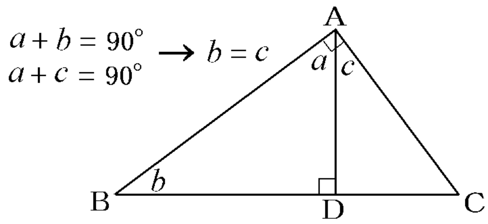
[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABD と△CAD で，



仮定より，

∠ADB＝90°，∠CDA＝90° なので，

∠ADB＝∠CDA･･･①

また，

∠ABD＋∠BAD＝180°−90°＝90°･･･②

∠CAD＋∠BAD＝∠BAC＝90°･･･③

②，③より，

∠ABD＝∠CAD･･･④

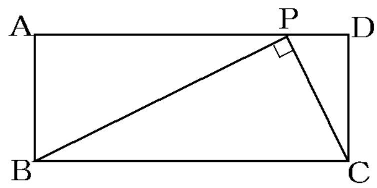
①，④より，2 組の角が，それぞれ等しいので，

△ABD∽△CAD

[問題]

長方形 ABCD がある。辺 AD 上に∠BPC＝90° となるような点 P をとったとき，

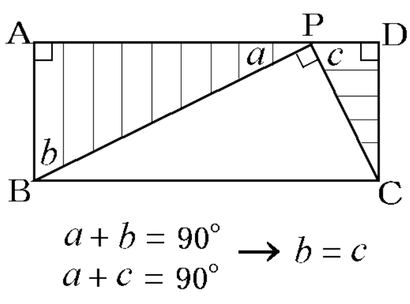
△ABP∽△DPC となることを証明せよ。



(補充問題)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABP と△DPC で，

仮定より，

　∠BAP＝90°，∠PDC＝90° なので，

　∠BAP＝∠PDC ･･･①

△ABP で，

　∠ABP＋∠APB＝180°－90°＝90° ･･･②

APD は 1 直線上にあるので，

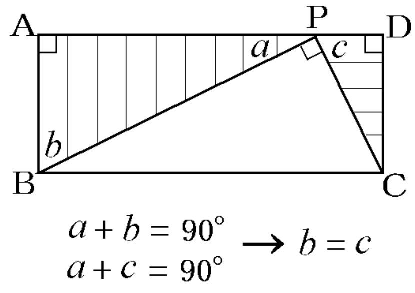
　∠DPC＋∠APB＝180°－90°＝90° ･･･③

②，③より，

　∠ABP＝∠DPC･･･④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ABP∽△DPC

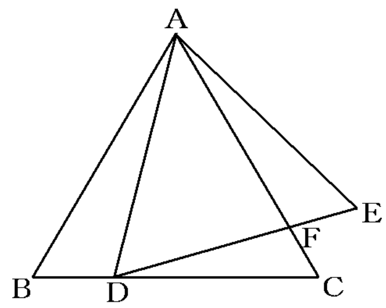


[2 組の角：正三角形]

[問題]

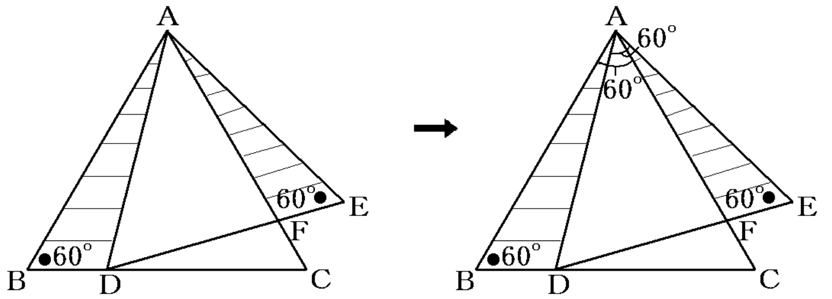
　右の図のように，正三角形 ABC の辺 BC 上に点 D をとり，AD を 1 辺とする正三角形 ADE をつくり，AC と DE の交点を F とする。このとき，△ABD∽△AEF であることを証明せよ。

(和歌山県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABD と△AEF で，

正三角形の内角はすべて 60° なので，

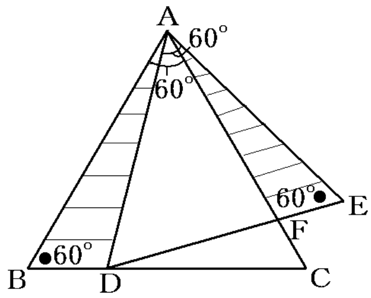
∠ABD＝∠AEF＝60° ･･･①

∠BAD＝∠BAC－∠DAF＝60° －∠DAF

∠EAF＝∠EAD－∠DAF＝60° －∠DAF

よって，∠BAD＝∠EAF･･･②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△ABD∽△AEF



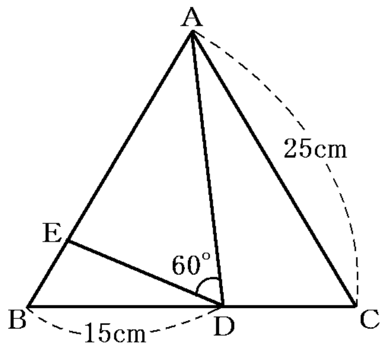
[問題]

右図のように，1 辺が 25cm の正三角形 ABC がある。辺 BC 上に，BD＝15cm となるように点 D をとり，辺 AB 上に，∠ADE＝60° となるように点 E をとる。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) △ACD∽△DBE を証明せよ。

(2) BE の長さを求めよ。

(千葉県改)(***)

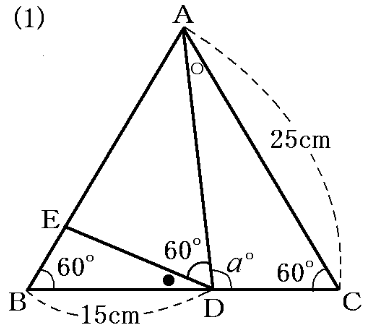


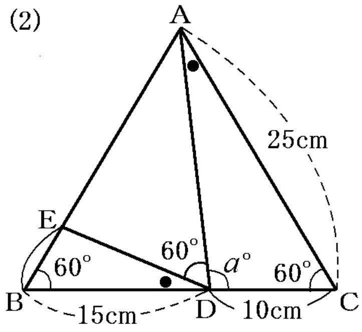
[解答欄]

(1)

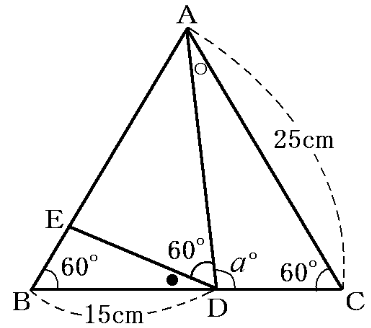
(2)

[ヒント]





[解答]



(1) △ACD と△DBE で,

正三角形の内角はすべて 60° なので,

　∠ACD＝∠DBE＝60° ･･･①

∠ADC＝a° とおく。

△ACD で，三角形の内角の和は 180° なので,

　∠CAD＝180° －60° －a° ＝120° －a° ･･･②

また，∠BDE＋60° ＋a° ＝180° なので,

　∠BDE＝120° －a° ･･･③

②，③より,

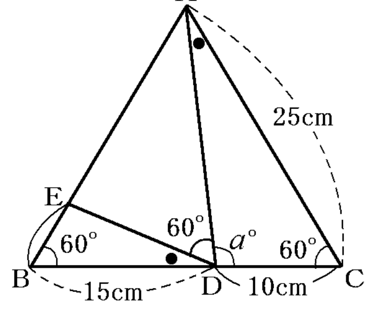
　∠CAD＝∠BDE･･･④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので,

　△ACD∽△DBE

(2) 6cm

[解説]



(2) CD＝BC－BD＝25－15＝10(cm)

△DBE∽△ACD で,「小：大」の比をつくると,

BE：CD＝BD：CA

BE：10＝15：25,

BE：10＝3：5

比の外項の積は内項の積に等しいので,

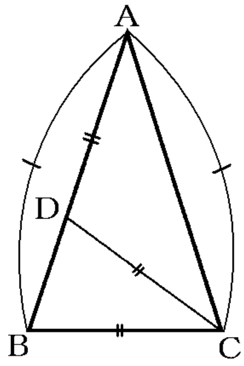
5BE＝10×3，5BE＝30,

BE＝6(cm)

[2 組の角：二等辺三角形]

[問題]

　右の図の三角形 ABC において，点 D は辺 AB 上の点であり，AB＝AC，AD＝CD＝CB である。次の各問いに答えよ。



(1) △ABC と△CBD が相似であることを証明せよ。

(2) AD＝2cm とするとき，辺 AB の長さを求めよ。

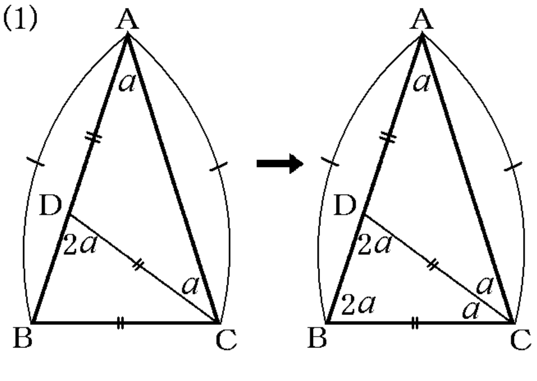
(群馬県)(***)

[解答欄]

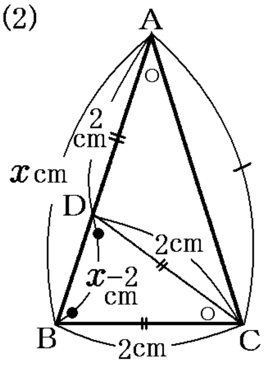
(1)
(2)

[ヒント]

(1)

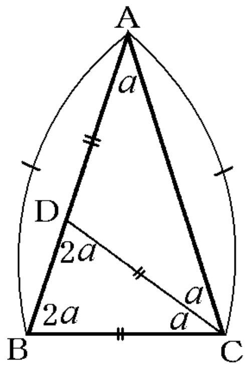


(2)



[解答]

(1) ∠BAC＝a° とおく。



△DAC は AD＝CD の二等辺三角形なので，∠DCA＝a°

三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，

∠BDC＝∠BAC＋∠DCA＝a° ＋ a° ＝ 2a°

△CBD は CB＝CD の二等辺三角形なので，∠DBC＝∠BDC＝ 2a°

△ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので，∠ACB＝∠DBC＝ 2a°

よって，∠BCD＝∠ACB－∠DCA＝ 2a° － a° ＝ a°

△ABC と△CBD で,

∠BAC＝∠BCD＝ a° ･･･①

∠ABC＝∠CBD＝ 2a° ･･･②

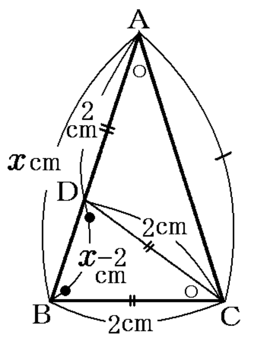
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ABC∽△CBD

(2) $1+\sqrt{5}$ (cm)

[解説]

(2) AB＝ x (cm)とすると，各辺の長さは右図のようになる。



△ABC∽△CBD で,

「大：小」の比をつくると，

AB：CB＝BC：BD

x ：2＝2：(x －2)

比の外項の積は内項の積に等しいので，

$x(x-2)=4$， $x^2-2x-4=0$

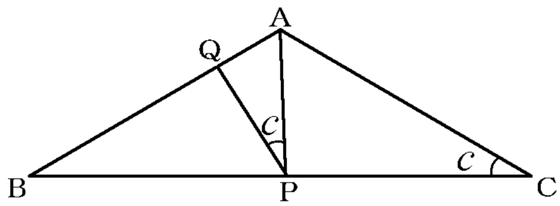
解の公式を使うと，

$$x=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-4)}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{20}}{2}=\frac{2\pm2\sqrt{5}}{2}=1\pm\sqrt{5}$$

$x>0$ なので， $x=1+\sqrt{5}$ (cm)

[問題]

右の図のように，AB＝AC である二等辺三角形 ABC がある。辺 BC 上に B，C と異なる点 P をとり，辺 AB 上に∠APQ＝∠ACP となるように点 Q をとり，∠APQ＝∠ACP＝∠c とする。このとき，PB：AC＝BQ：CP であることを証明せよ。

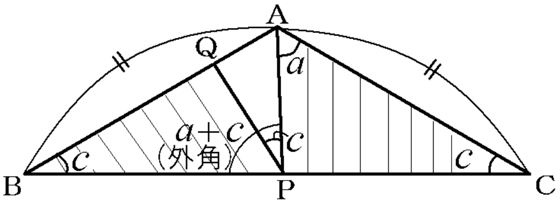


(岩手県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

まず，△PBQ∽△ACP を証明する。



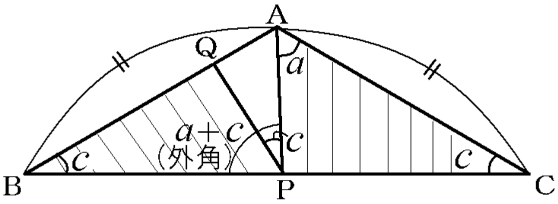
[解答]

△PBQ と△ACP で，

二等辺三角形 ABC の底角は等しいので，

∠PBQ＝∠ACP･･･①

∠CAP＝∠ a とおく。



三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，

∠APB＝∠PAC＋∠ACP＝∠ a ＋∠ c ･･･②

また，∠APB＝∠BPQ＋∠APQ＝∠BPQ＋∠ c ･･･③

②，③より，∠BPQ＋∠ c ＝∠ a ＋∠ c なので，

∠BPQ＝∠ a

よって，∠BPQ＝∠CAP･･･④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△PBQ∽△ACP

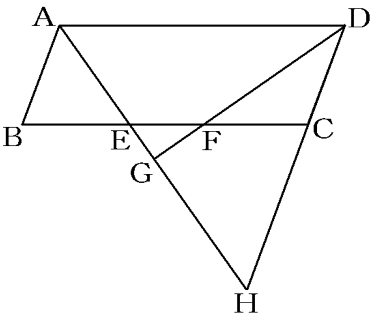
対応する辺の比は等しいから，PB：AC＝BQ：CP

[平行四辺形・その他]

[問題]

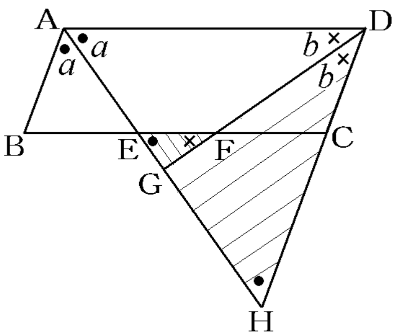
右の図のような平行四辺形 ABCD がある。∠A の二等分線と辺 BC との交点を E，∠D の二等分線と辺 BC との交点を F，∠A の二等分線と∠D の二等分線との交点を G とする。また，DC の延長と∠A の二等分線との交点を H とする。このとき，△GFE∽△GDH であることを証明せよ。

(茨城県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△GFE と△GDH で，

∠DAE＝∠ a，∠ADF＝∠ b とおく。

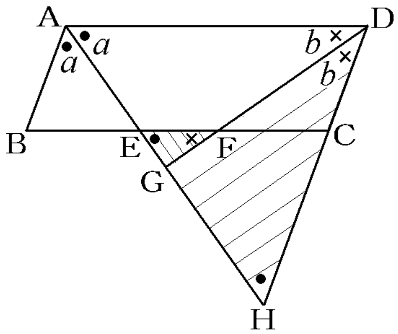
AD // BC で，平行線の同位角は等しいので，

∠FEG＝∠DAE＝∠ a ･･･①

AE は∠A の二等分線なので，∠BAE＝∠DAE＝∠ a

AB // DH で，平行線の錯角は等しいので，

∠DHG＝∠BAE＝∠ a ･･･②



①，②より，∠FEG＝∠DHG･･･③

次に，DF は∠D の二等分線なので，∠HDG＝∠ADF＝∠b･･･④

AD // BC で，平行線の同位角は等しいので，∠EFG＝∠ADF＝∠b･･･⑤

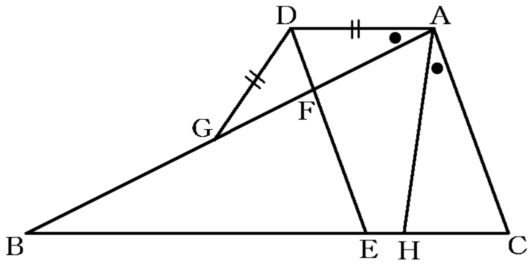
④，⑤より，∠EFG＝∠HDG･･･⑥

③，⑥より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△GFE∽△GDH

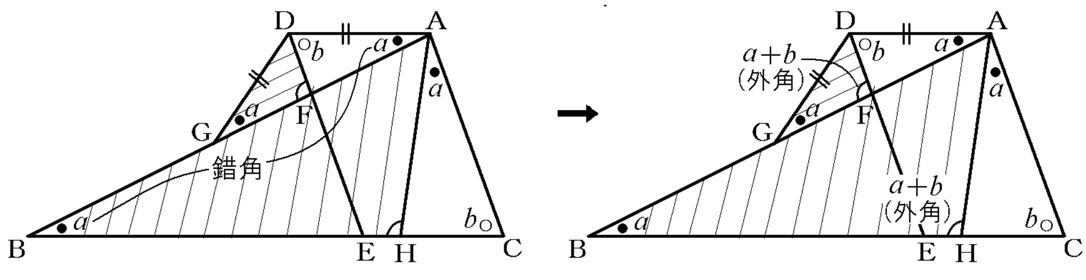
[問題]

右の図のように，三角形 ABC と平行四辺形 ADEC があり，点 E は辺 BC 上の点である。
辺 AB と辺 DE との交点を F とする。
また，線分 BF 上に点 G，辺 CE 上に点 H があり，DG＝DA，∠CAH＝∠BAD である。このとき，△ABH∽△DGF であることを証明せよ。
(広島県)(***)



[解答欄]

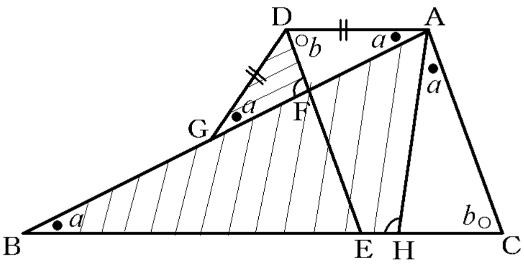
[ヒント]



[解答]

△ABH と△DGF で，

∠CAH＝∠BAD＝∠a，∠ADE＝∠b とおく。



二等辺三角形 DAG の底角は等しいので，

∠DGF＝∠BAD＝∠a

DA // BC なので，∠ABH＝∠BAD＝∠a

よって，∠ABH＝∠DGF･･･①

△ADF で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，

∠DFG＝∠DAF＋∠ADF＝∠a＋∠b ･･･②

平行四辺形 ADEC で，平行四辺形の向かいあう角は等しいので，

∠ACH＝∠ADE＝∠b

△ACH で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，

∠AHB＝∠CAH＋∠ACH＝∠a＋∠b ･･･③

②，③より，∠AHB＝∠DFG･･･④

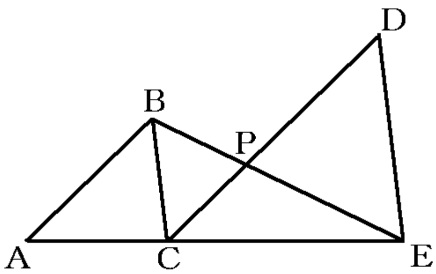
①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ABH∽△DGF

[問題]

右の図のように，△ABC と△CDE がある。

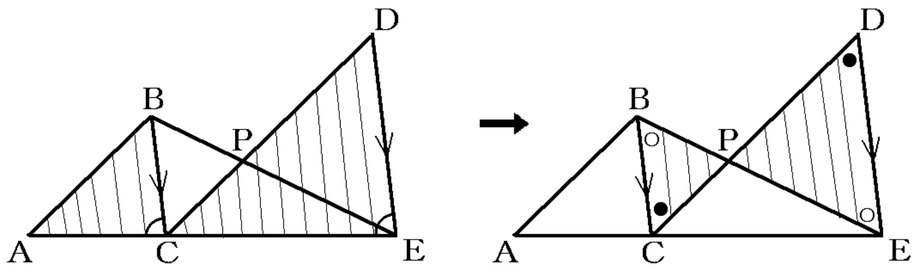
△ABC∽△CDE で，3 点 A，C，E は，この順に一直線上にあり，2 点 B，D は直線 AE に対して同じ側にある。線分 BE と辺 CD の交点を P とするとき，△BCP∽△EDP であることを証明せよ。



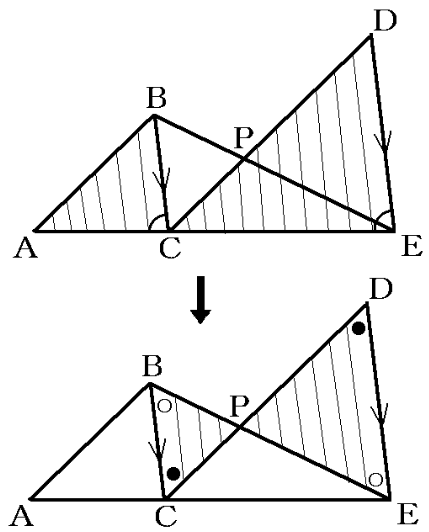
(岩手県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]



相似な三角形の対応する角は等しいから，

∠ACB＝∠CED

同位角が等しいから，BC // DE

△BCP と△EDP で，

平行線の錯角は等しいから，

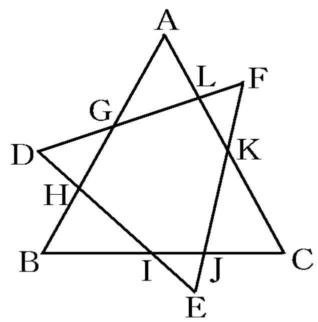
∠BCP＝∠EDP･･･①

∠CBP＝∠DEP･･･②

①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいから，

△BCP∽△EDP

[問題]



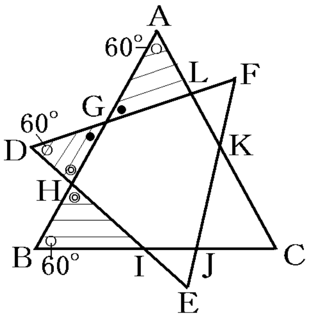
右の図において，正三角形 ABC の辺と正三角形 DEF の辺の交点を G，H，I，J，K，L とするとき，△AGL∽△BIH であることを証明せよ。

(鹿児島県)(***)

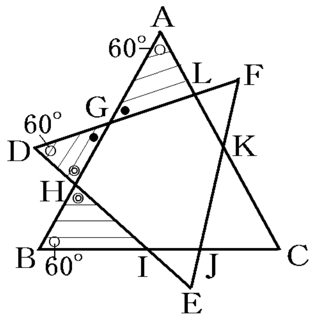
[解答欄]

[ヒント]

△AGL∽△DGH，△DGH∽△BIH を証明して，△AGL∽△BIH を導く。



[解答]



△AGL と△DGH で，

仮定より，∠GAL＝∠GDH＝60°　･･･①

対頂角は等しいので，∠AGL＝∠DGH･･･②

①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいから，

　△AGL∽△DGH･･･③

同様にして，△DGH∽△BIH･･･④

③，④より，△AGL∽△BIH

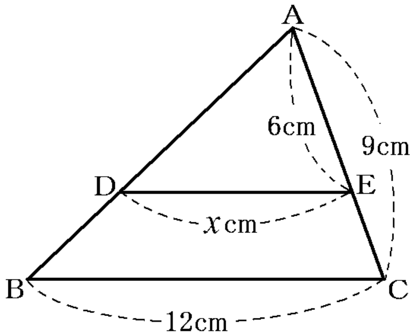
【】平行線と線分の比

【】平行線

[問題]

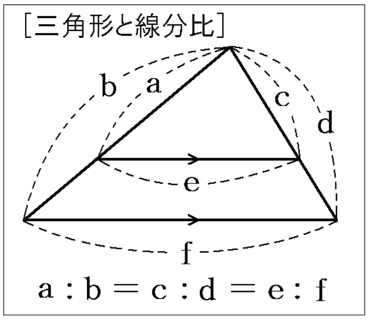
右の図のように，△ABC の辺 AB，AC 上にそれぞれ点 D，E があり，線分 DE と辺 BC は平行である。AC＝9cm，AE＝6cm，BC＝12cm，DE＝x cm のとき，x の値を求めよ。

(長崎県)(*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x=8$

[解説]

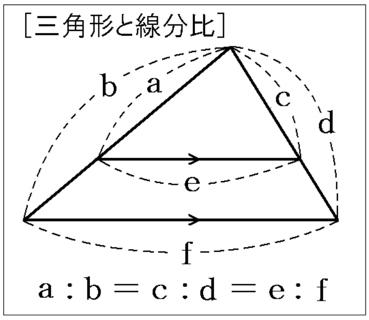
DE // BC なので，

x ：12＝6：9

x ：12＝2：3

比の外項の積は内項の積に等しいので，

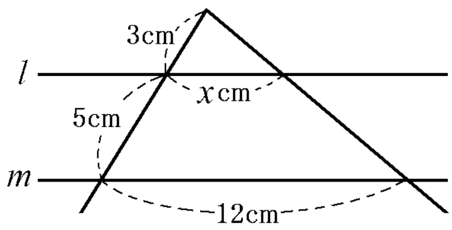
$3x=12\times2$， $3x=24$， $x=8$



[問題]

右の図で，l // m のとき，x の値を求めよ。

(島根県)(*)



[解答欄]

[解答] $x=\dfrac{9}{2}$

[解説]

$l \parallel m$なので,

x : 12＝3 : (3＋5), x : 12＝3 : 8

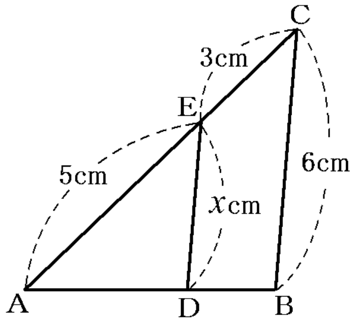
比の外項の積は内項の積に等しいので,

$8x = 12 \times 3$, $8x = 36$, $x = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$

[問題]

右の図で，DE // BC のとき， xの値を求めよ。

(岩手県)(*)



[解答欄]

[解答] $x = \frac{15}{4}$

[解説]

DE // BC なので,

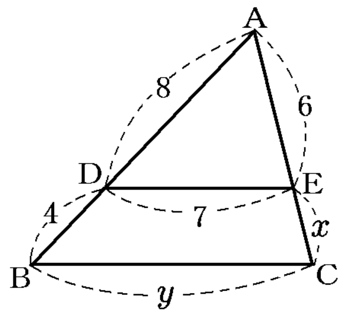
$x : 6 = 5 : (5+3)$, $x : 6 = 5 : 8$

比の外項の積は内項の積に等しいので， $8x = 30$, $x = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$

[問題]

右の図において，DE // BC であるとき， x， y の値をそれぞれ求めよ。

(群馬県)(*)



[解答欄]

$x =$	$y =$

[解答] $x = 3$　$y = \frac{21}{2}$

[解説]

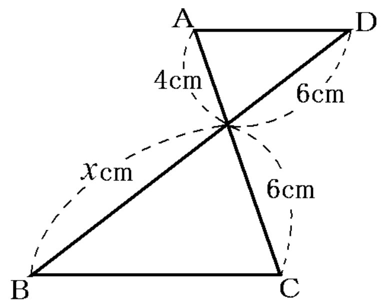
DE // BC なので， $6 : x = 8 : 4$

比の内項の積は外項の積に等しいので， $8x = 24$, $x = 3$

また， $7 : y = 8 : (8+4)$, $7 : y = 8 : 12$

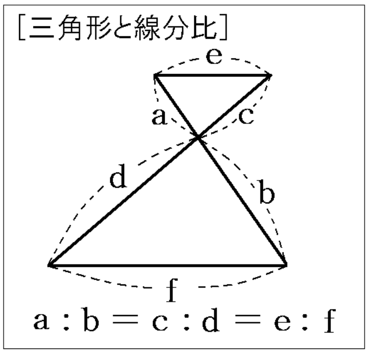
比の内項の積は外項の積に等しいので， $8y = 84$, $y = \frac{84}{8}$, $y = \frac{21}{2}$

[問題]
　右の図で，AD // BC であるとき，x の値を答えよ。
(新潟県)(*)

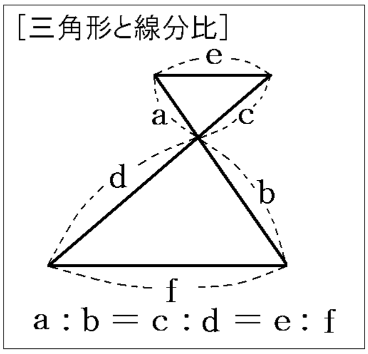


[解答欄]

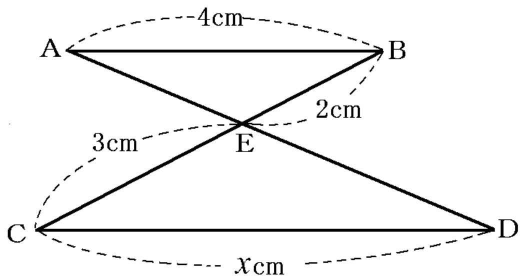
[ヒント]



[解答] $x=9$
[解説]
AD // BC なので，
$x:6=6:4$
比の外項の積は内項の積に等しいので，
$4x=36$，　$x=9$



[問題]
　右の図で，AB // CD，2 つの線分 AD と BC の交点を E とするとき，x の値を求めよ。
(岩手県)(*)



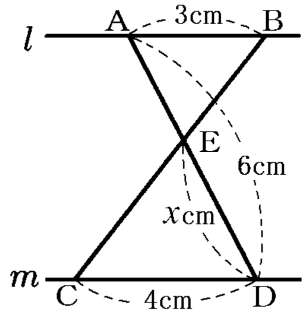
[解答欄]

[解答] $x=6$
[解説]
AB // CD なので，
$x:4=3:2$
比の外項の積は内項の積に等しいので，
$2x=12$，　$x=6$

[問題]

右の図で，$l // m$ で，l 上に点 A，B，m 上に点 C，D がある。A と D, B と C を直線で結び, その交点を E とする。AB＝3cm，CD＝4cm，AD＝6cm のとき，x の値を求めよ。

(長野県)(*)



[解答欄]

[解答] $x=\frac{24}{7}$

[解説]

$l // m$ なので,

AE：ED＝AB：CD

$(6-x):x=3:4$

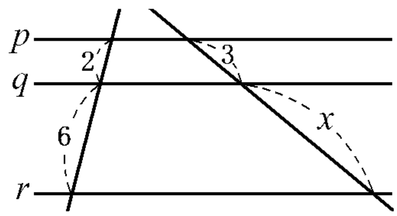
比の内項の積は外項の積に等しいので,

$3x=4(6-x)$，$3x=24-4x$，$7x=24$，$x=\frac{24}{7}$

[問題]

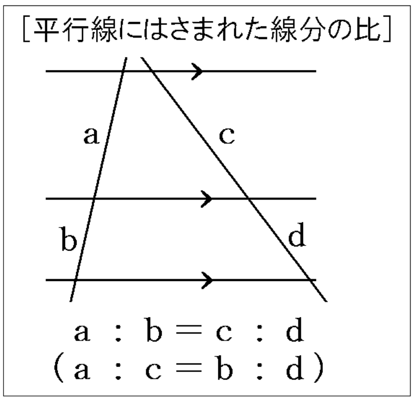
右の図で，直線 p, q, r が平行であるとき，x の値を求めよ。

(岐阜県)(*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x=9$

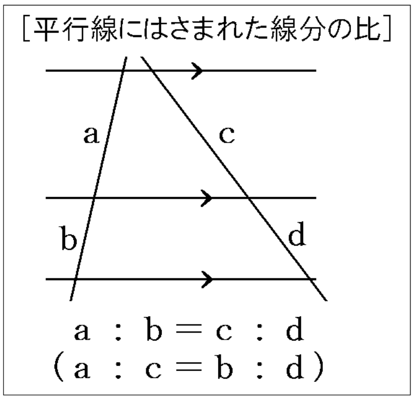
[解説]

$p \mathbin{/\!/} r \mathbin{/\!/} r$ なので,

$2:3=6:x$

比の外項の積は内項の積に等しいので,

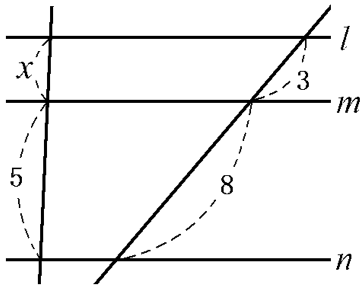
$2x=18$, $x=9$



[問題]

右の図のように，平行な 3 つの直線 l, m, n に 2 直線が交わっている。x の値を求めよ。

(栃木県)(*)



[解答欄]

[解答] $x=\dfrac{15}{8}$

[解説]

$l \mathbin{/\!/} m \mathbin{/\!/} n$ なので,

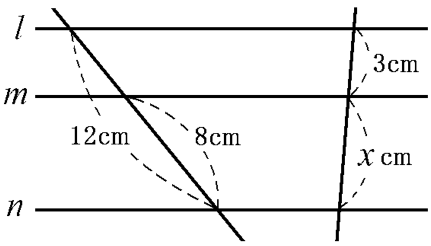
$x:3=5:8$

比の外項の積は内項の積に等しいので, $8x=15$, $x=\dfrac{15}{8}$

[問題]

右の図のような 5 つの直線がある。直線 l, m, n が $l \mathbin{/\!/} m \mathbin{/\!/} n$ であるとき, x の値を求めよ。

(北海道)(*)



[解答欄]

[解答] $x=6$

[解説]

$l \mathbin{/\!/} m \mathbin{/\!/} n$ なので,

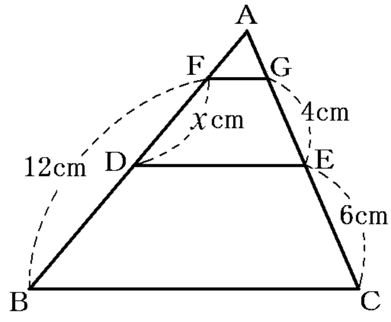
$x:3=8:(12-8)$, $x:3=8:4$

比の外項の積は内項の積に等しいので, $4x=24$, $x=6$

[問題]

右の図のように，BC，DE，FG は平行で，FB＝12cm，GE＝4cm，EC＝6cm の△ABC がある。このとき，FD＝ x cm とするとき， x の値を求めよ。

(長野県)(**)



[解答欄]

[解答] $x=\dfrac{24}{5}$

[解説]

BC，DE，FG は平行なので，

DF：EG＝BD：CE

BD＝$12-x$ なので， $x:4=(12-x):6$

比の外項の積は内項の積に等しいので，

$6x=4(12-x)$， $6x=48-4x$， $10x=48$， $x=\dfrac{48}{10}=\dfrac{24}{5}$

(別解)

$x:4=12:(4+6)$， $x:4=12:10$

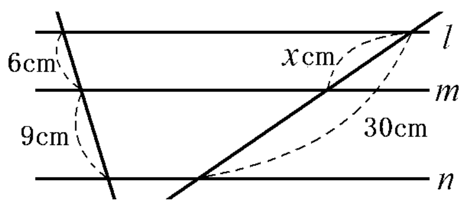
比の外項の積は内項の積に等しいので，

$10x=48$， $x=\dfrac{48}{10}=\dfrac{24}{5}$

[問題]

右の図のように，5 つの直線がある。直線 l, m, n がそれぞれ平行であるとき， x の値を求めよ。

(北海道)(**)



[解答欄]

[解答] $x=12$

[解説]

$l // m // n$ なので，

$x:6=30:(6+9)$， $x:6=30:15$， $x:6=2:1$

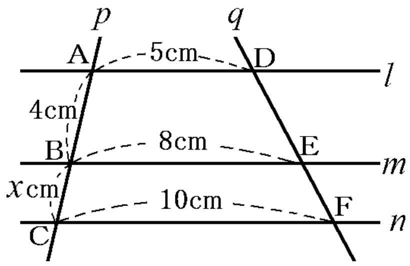
比の外項の積は内項の積に等しいので，

$x=12$

[問題]

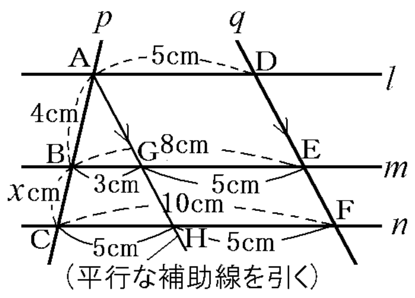
　2つの直線 p, q と，3つの平行な直線 l, m, n が，右の図のように交わっている。AD＝5cm，BE＝8cm，CF＝10cm，AB＝4cm である。このとき，x の値を求めよ。

(長野県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x=\dfrac{8}{3}$

[解説]

右図のように, AH // DF となるような補助線 AH を引くと，AD＝GE＝HF＝5cm なので，

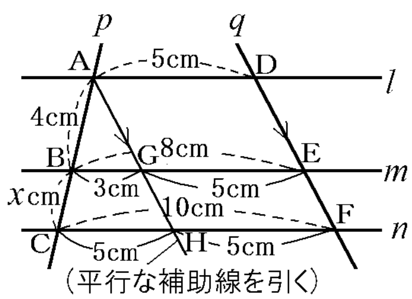
BG＝8－5＝3(cm)，CH＝10－5＝5(cm)

BG // CH なので,

AB：AC＝BG：CH，$4:(4+x)=3:5$

比の内項の積は外項の積に等しいので,

$3(4+x)=20$，$12+3x=20$，$3x=8$，$x=\dfrac{8}{3}$

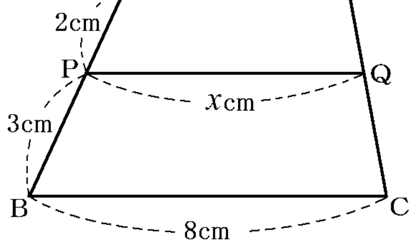


[問題]

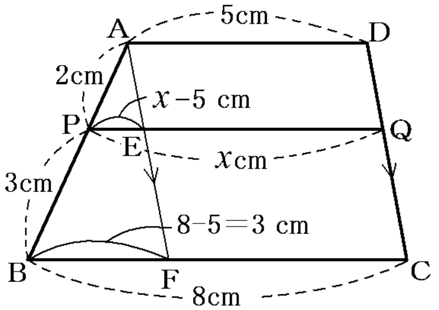
　右の図で，AD，PQ，BC はいずれも平行である。x の値を求めよ。

(福井県)(***)

[解答欄]



[ヒント]



（平行な補助線AFを引く）

[解答] $x=\dfrac{31}{5}$

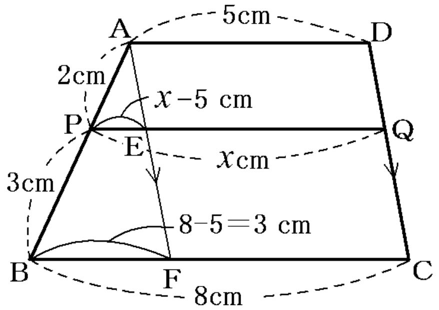
[解説]

右図のように，AF // DC となるような補助線 AF を引くと，FC＝EQ＝AD＝5cm である。PE // BF なので，右図より，

$(x-5):3=2:(2+3)$，$(x-5):3=2:5$

比の外項の積は内項の積に等しいので，

$5(x-5)=3\times 2$，$5x-25=6$，$5x=31$，$x=\dfrac{31}{5}$

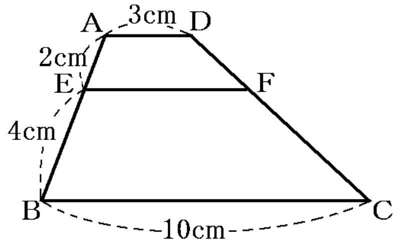


（平行な補助線AFを引く）

[問題]

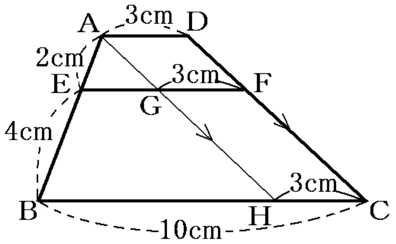
右の図で，四角形 ABCD は，AD // BC の台形である。EF // BC のとき，線分 EF の長さを求めよ。

(岩手県)(***)



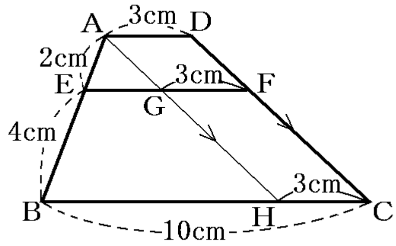
[解答欄]

[ヒント]



[解答]$\frac{16}{3}$cm

[解説]



右図のように, AH // DC となるような補助線 AH を引くと，GF＝HC＝AD＝3cm である。

EG // BH なので,

EG : BH＝AE : AB

EG : (10－3)＝2 : (2＋4)

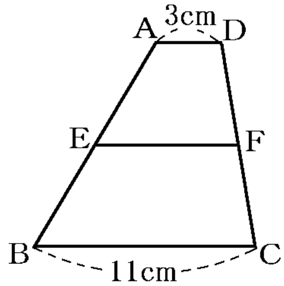
EG : 7＝2 : 6

比の外項の積は内項の積に等しいので,

6EG＝14，EG＝$\frac{14}{6}=\frac{7}{3}$(cm)

よって，EF＝EG＋GF＝$\frac{7}{3}+3=\frac{7}{3}+\frac{9}{3}=\frac{16}{3}$(cm)

[問題]

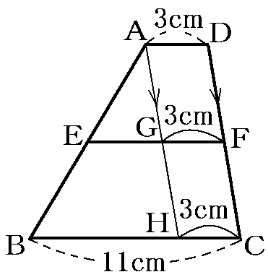


　右の図において，四角形 ABCD は AD // BC の台形であり，点 E，F はそれぞれ辺 AB，CD の中点である。AD＝3cm，BC＝11cm のとき，線分 EF の長さを求めよ。

(秋田県)(***)

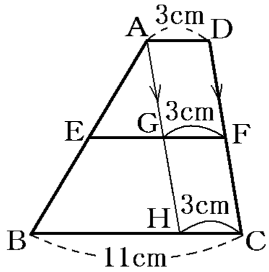
[解答欄]

[ヒント]



[解答]7cm

[解説]



右図のように，AH // DC となるような補助線 AH を引くと，HC＝GF＝AD＝3cm である。

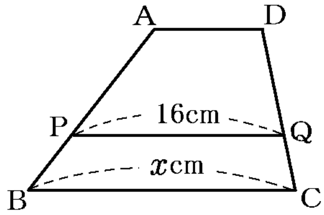
点 E，F はそれぞれ辺 AB，CD の中点なので，EF // BC

EG : BH＝AE : AB

EG : (11－3)＝1 : 2，EG : 8＝1 : 2

比の外項の積は内項の積に等しいので，2EG＝8，EG＝4(cm)
よって，EF＝EG＋GF＝4＋3＝7(cm)

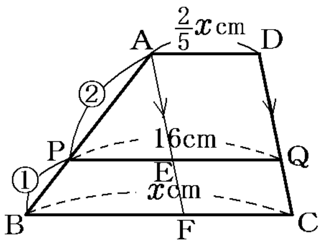
[問題]



右の図のように，AD // BC，AD：BC＝2：5 の台形 ABCD がある。辺 AB 上に，AP：PB＝2：1 となる点 P をとり，点 P から辺 BC に平行な直線を引き，辺 CD との交点を Q とする。PQ＝16cm のとき，x の値を答えよ。
(新潟県)(***)

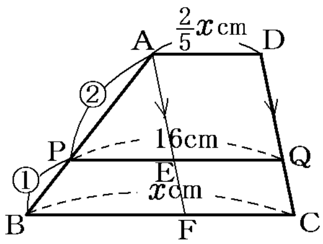
[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x = 20$

[解説]



右図のように，AF // DC となるような補助線 AF を引く。
AD：BC＝2：5 より，AD：x＝2：5
比の外項の積は内項の積に等しいので，

5AD＝$2x$，AD＝$\frac{2}{5}x$

EQ＝FC＝AD＝$\frac{2}{5}x$

PE // BF なので，
PE：BF＝AP：AB＝2：(2＋1)
PE：BF＝2：3

PE＝PQ－EQ＝$16-\frac{2}{5}x$

BF＝BC－FC＝$x-\frac{2}{5}x=\frac{3}{5}x$

よって，$\left(16-\frac{2}{5}x\right):\frac{3}{5}x=2:3$

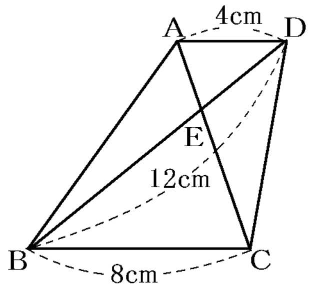
比の内項の積は外項の積に等しいので，

$\frac{3}{5}x\times 2=3\left(16-\frac{2}{5}x\right)$，　$6x=15\left(16-\frac{2}{5}x\right)$，　$6x=240-6x$，　$12x=240$，　$x=20$

【】三角形と平行線

[問題]

右図は，AD // BC で，AD＝4cm，BC＝8cm，BD＝12cm の台形 ABCD である。対角線の交点を E としたとき，BE の長さを求めよ。



(長野県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

AD // BC なので，平行線の性質より，DE：BE＝AD：BC

[解答]8cm

[解説]

AD // BC なので，平行線の性質より，DE：BE＝AD：BC＝4：8

DE：BE＝1：2

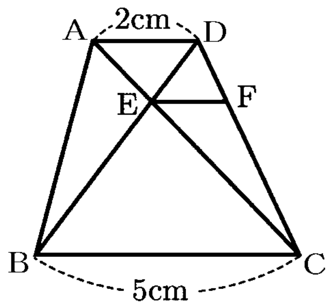
よって，BE：BD＝2：(2＋1)，BE：12＝2：3

比の外項の積は内項の積に等しいので，

3BE＝12×2，BE＝24÷3＝8(cm)

[問題]

右の図のような，AD＝2cm，BC＝5cm，AD // BC である台形 ABCD があり，対角線 AC，BD の交点を E とする。点 E から，辺 DC 上に辺 BC と線分 EF が平行となる点 F をとるとき，線分 EF の長さを答えよ。



(新潟県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

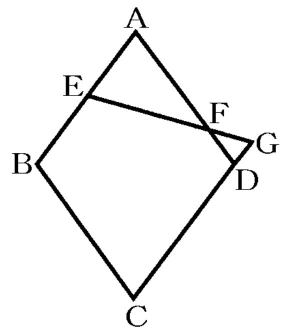
AD // BC なので，平行線の性質より，DE：BE＝AD：BC＝2：5

EF // BC なので，平行線の性質より，EF：BC＝DE：DB

[解答]$\frac{10}{7}$cm

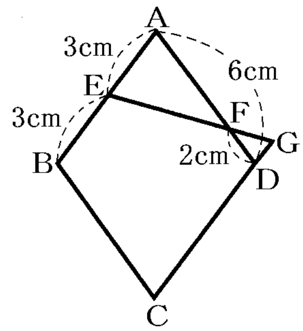
[解説]
AD // BC なので，平行線の性質より，DE : BE＝AD : BC＝2 : 5
DE : BE＝2 : 5 なので，DE : DB＝2 : (2＋5)＝2 : 7
EF // BC なので，平行線の性質より，EF : BC＝DE : DB
よって，EF : 5＝2 : 7
比の外項の積は内項の積に等しいので，7EF＝5×2，EF＝$\frac{10}{7}$(cm)

[問題]
　右の図の四角形 ABCD は，1 辺の長さが 6cm のひし形である。辺 AB の中点を E とし，辺 AD 上に DF＝2cm となるように点 F をとる。直線 CD，EF の交点を G とするとき，線分 DG の長さを求めよ。
(岩手県)(**)



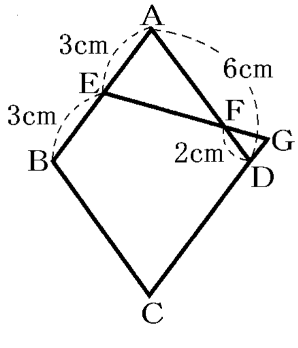
[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\frac{3}{2}$ cm

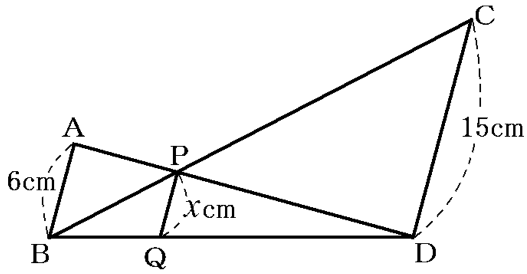
[解説]
AE // DG なので，平行線の性質より，
AE : DG＝AF : DF＝(6－2) : 2＝4 : 2＝2 : 1
E は AB の中点なので，AE＝6÷2＝3(cm)
よって，3 : DG＝2 : 1
比の内項の積は外項の積に等しいので，2DG＝3，DG＝$\frac{3}{2}$(cm)



[問題]

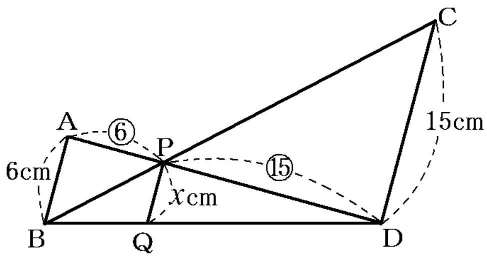
　右の図において，AB＝6cm，CD＝15cm で，AB // PQ // CD のとき，□の値を求めよ。

(鳥取県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x=\dfrac{30}{7}$

[解説]

まず，△ABP と△DCP に注目すると，

AB // CD なので，AP：DP＝AB：DC

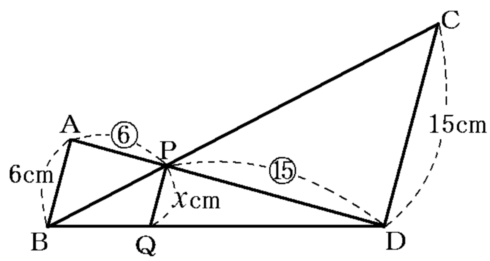
AB：DC＝6：15 なので，AP：DP＝6：15

次に，△DPQ と△DAB に注目すると，

AB // PQ なので，PQ：AB＝DP：DA

よって，$x:6=15:(15+6)$，

$x:6=15:21$，$x:6=5:7$



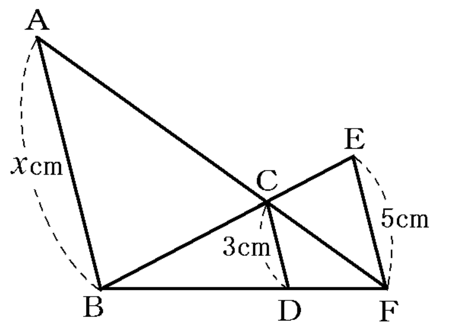
比の外項の積は内項の積に等しいので，$7x=30$，$x=\dfrac{30}{7}$

[問題]

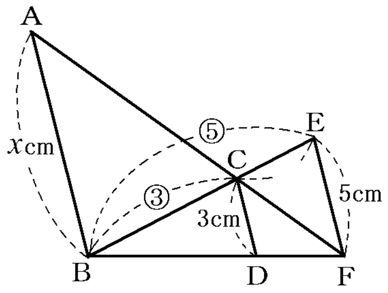
　右の図で，AB // CD，CD // EF，CD＝3cm，EF＝5cm のとき，x の値を求めよ。

(島根県)(***)

[解答欄]

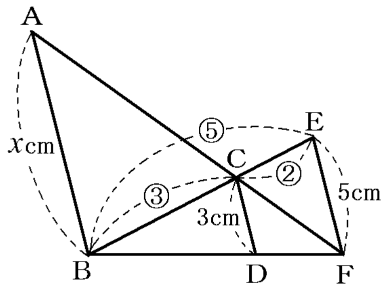


[ヒント]



[解答] $x=\frac{15}{2}$

[解説]



まず，△BCD と△BEF に注目すると，

CD // EF なので，BC：BE＝CD：EF

CD：EF＝3：5 なので，BC：BE＝3：5

次に，△CAB と△CFE に注目すると，

AB // EF なので，AB：FE＝BC：EC

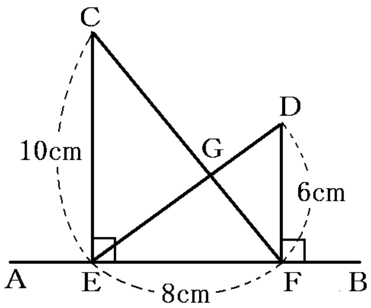
BC：BE＝3：5 なので，

BC：EC＝3：(5－3)＝3：2

よって，AB：FE＝3：2，$x:5=3:2$

比の外項の積は内項の積に等しいので，$2x=15$，$x=\frac{15}{2}$

[問題]

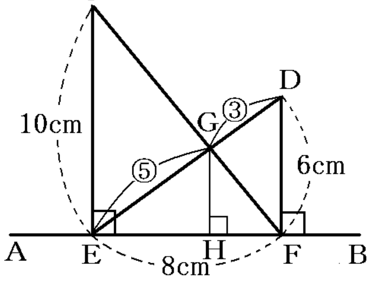


　右の図のように，線分 AB に点 C，D から垂線をひき，その交点をそれぞれ E，F とする。また，線分 CF と DE の交点を G とする。EF＝8cm，CE＝10cm，DF＝6cm のとき，△EFG の面積を求めよ。

(青森県)(***)

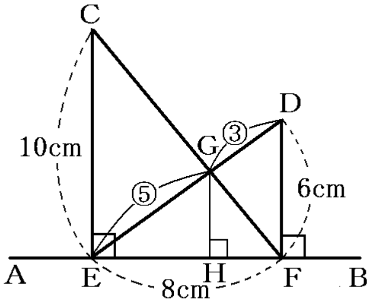
[解答欄]

[ヒント]



[解答]15cm^2

[解説]



右図のように G から線分 AB に垂線 GH を引くと，

CE // GH // DF になる。

GH の長さがわかれば△EFG の面積を計算できる。

CE // DF なので，EG：GD＝CE：DF＝10：6

よって，EG：GD＝5：3

GH // DF なので，GH：DF＝EG：ED

GH：6＝5：(5＋3)，GH：6＝5：8

8GH＝30，GH＝$\frac{30}{8}=\frac{15}{4}$(cm)

(△EFG の面積)＝$\frac{1}{2}$×EF×GH＝$\frac{1}{2}\times 8\times\frac{15}{4}$＝15(cm^2)

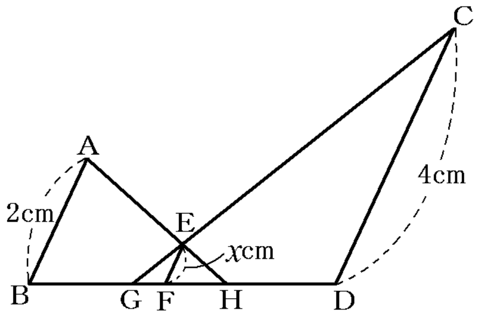
[問題]

右の図において，AB // CD，AB // EF，

BG＝GH＝HD，AB＝2cm，CD＝4cm とし，

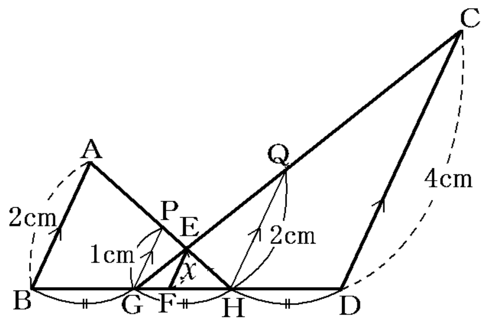
EF＝x cm とする。x の値を求めよ。

(沖縄県)(***)



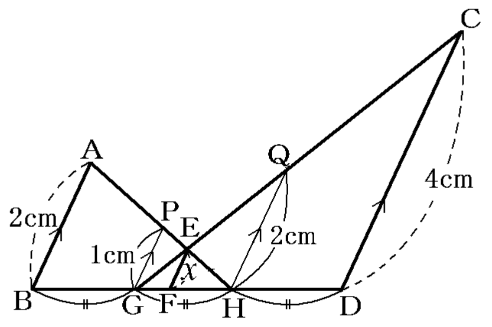
[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x=\frac{2}{3}$

[解説]



右図のように，AB，CD に平行な補助線 PG，QH を引く。

QH：CD＝GH：GD なので，QH：4＝1：2

2QH＝4，QH＝2(cm)

PG：AB＝HG：HB なので，PG：2＝1：2，

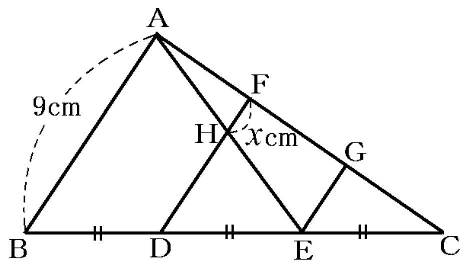
PG＝1(cm)

EF // QH なので，x ：2＝GE：GQ

GE：EQ＝GP：HQ＝1：2 なので GE：GQ＝1：3

よって，x ：2＝1：3，$3x=2$，$x=\dfrac{2}{3}$

[問題]

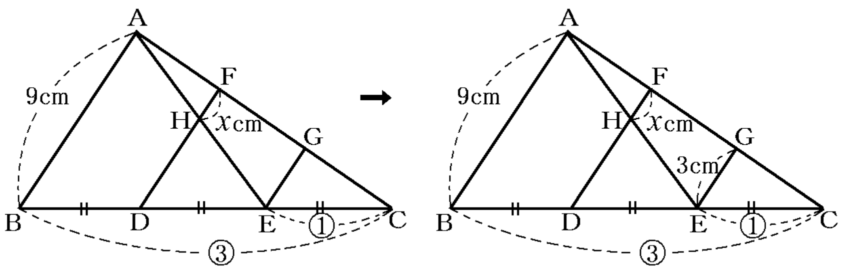


　右の図のような AB＝9cm の△ABC がある。点 D，E は辺 BC を 3 等分する点で，FD // AB，GE // AB となるように辺 AC 上に 2 点 F，G をとる。AE と FD の交点を H とする。このとき，xの値を求めよ。

(島根県)(***)

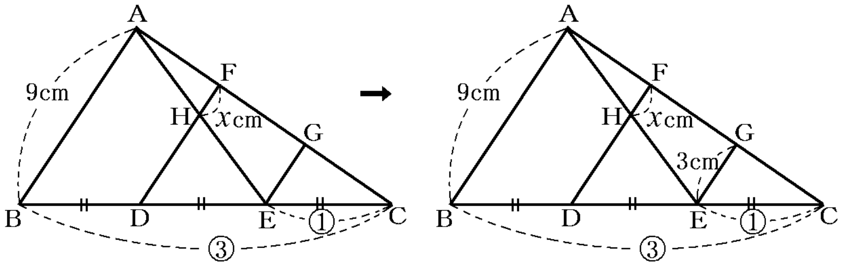
[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x=\dfrac{3}{2}$

[解説]



GE：AB＝CE：CB，CE：CB＝1：3 なので，

GE：AB＝1：3

GE：9＝1：3

3GE＝9，GE＝3(cm)

x：GE＝AH：AE

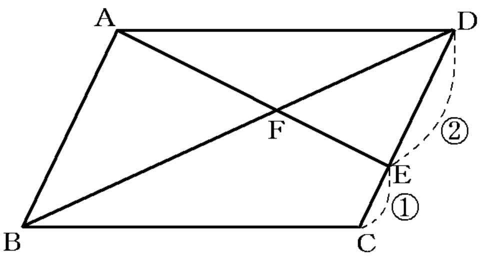
x：3＝1：2

$2x=3$，$x=\dfrac{3}{2}$

【】平行四辺形と平行線

[問題]

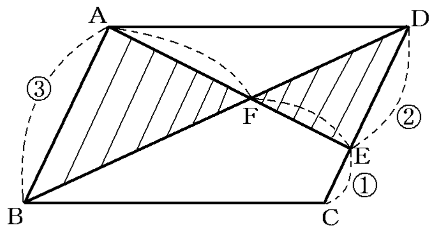
右の図の四角形 ABCD は平行四辺形である。辺 CD 上に CE：ED＝1：2 となる点 E をとる。対角線 BD と AE との交点を F とするとき，AF：FE を求めよ。



(群馬県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]3：2

[解説]

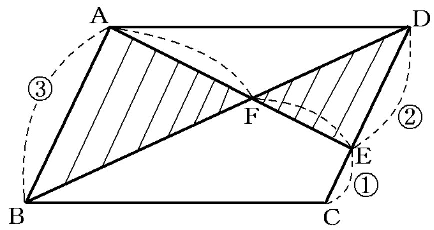
CE：ED：CD＝1：2：(1＋2)＝1：2：3

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので AB＝CD，

よって，AB：ED＝3：2

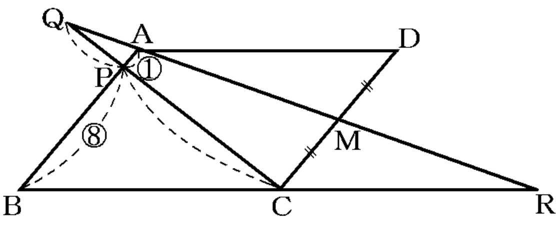
AB // CD なので，

AF：FE＝AB：ED＝3：2



[問題]

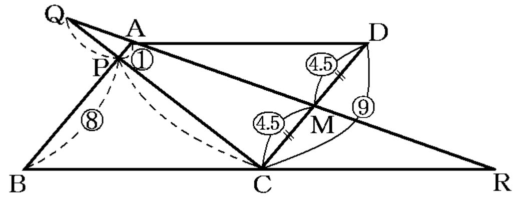
右図のように，平行四辺形 ABCD がある。辺 CD の中点を M とし，辺 AB 上に AP：PB＝1：8 となるように点 P をとる。また，直線 AM と直線 PC の交点を Q，直線 AM と直線 BC の交点を R とする。このとき，QP：PC を求めよ。



(和歌山県)(***)

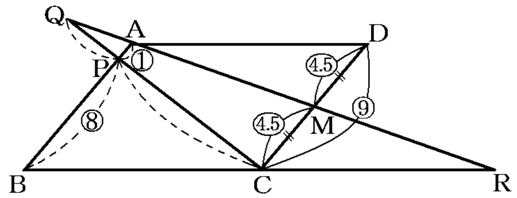
[解答欄]

[ヒント]



[解答]2：7

[解説]



AP：PB：AB＝1：8：(1＋8)＝1：8：9

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，

　AB＝CD

また，M は CD の中点なので，

AP：PB：AB：CD：CM：MD＝1：8：9：9：4.5：4.5

よって，AP：CM＝1：4.5＝2：9

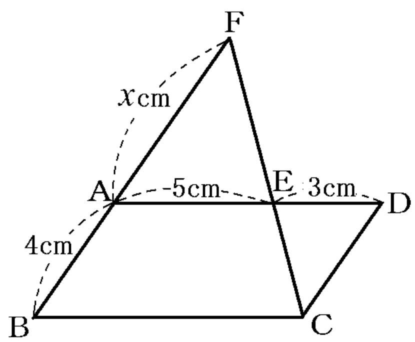
AP // CM なので，QP：QC＝AP：CM＝2：9

QP：QC＝2：9 なので，QP：PC＝2：(9－2)＝2：7

[問題]

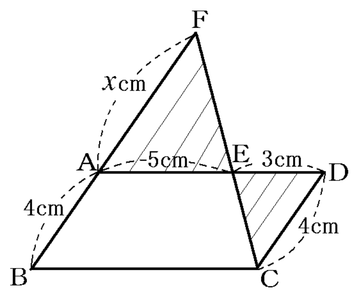
　右の図で，平行四辺形の辺 AD 上に点 E があり，線分 CE を E の方に延長した線と線分 BA を A の方に延長した線との交点が F である。AB＝4cm，AE＝5cm，DE＝3cm であるとき，図の x の値を求めよ。

(山形県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x=\dfrac{20}{3}$

[解説]

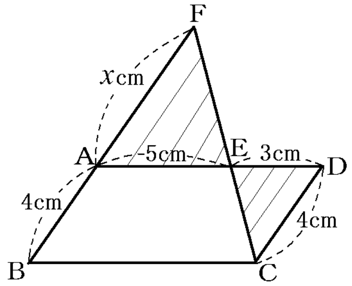
CD＝AB＝4cm

AF // CD なので,

AF：CD＝AE：ED

x ：4＝5：3

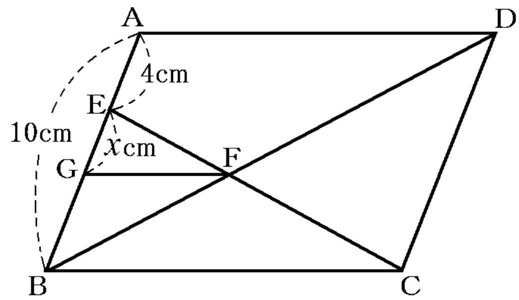
$3x=20$， $x=\dfrac{20}{3}$



[問題]

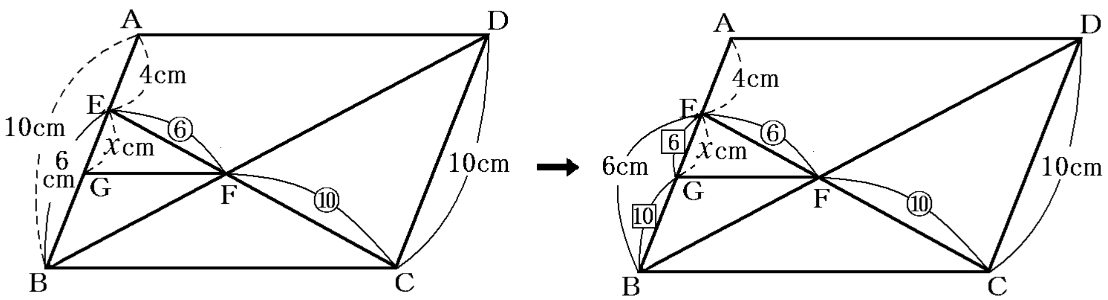
右の図のように，AB＝10cm の平行四辺形ABCD がある。辺 AB 上に，AE＝4cm となる点 E をとり，線分 EC をひく。線分 EC と対角線 BD との交点を F とし，点 F を通って辺 BC に平行な直線と辺 AB との交点を G とする。このとき，図の x の値を求めよ。

(埼玉県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x=\dfrac{9}{4}$

[解説]

EB // DC なので,

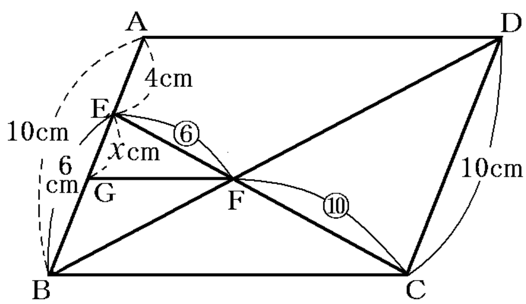
EF：FC＝EB：DC＝6：10

GF // BC なので,

EG：EB＝EF：EC＝6：(6＋10)＝3：8

よって， x ：6＝3：8

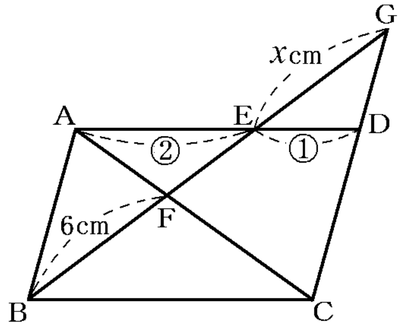
$8x=18$， $x=\dfrac{18}{8}=\dfrac{9}{4}$



[問題]

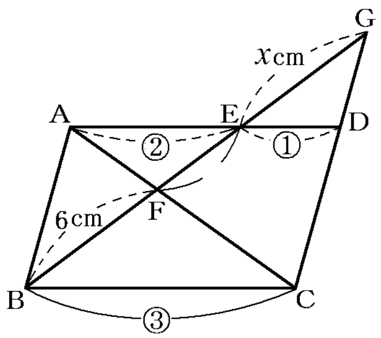
右の図のように，平行四辺形 ABCD がある。点 E は AD 上の点であり，AE：ED＝2：1 である。線分 AC と線分 BE の交点を F，線分 BE と線分 CD をそれぞれ延長した直線の交点を G とする。BF＝6cm のとき，図の x の値を求めよ。

(秋田県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x=5$

[解説]

AE // BC なので，

EF：FB＝AE：BC，EF：6＝2：3

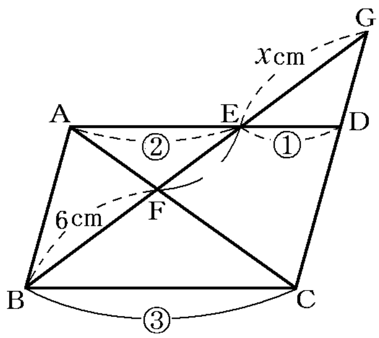
3EF＝12，EF＝4(cm)，

AB // GD なので，

EB：GE＝AE：ED

(4＋6)：x＝2：1

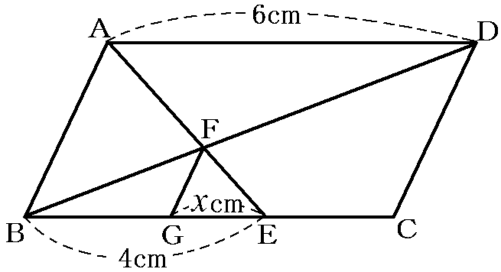
$2x=10$，$x=5$



[問題]

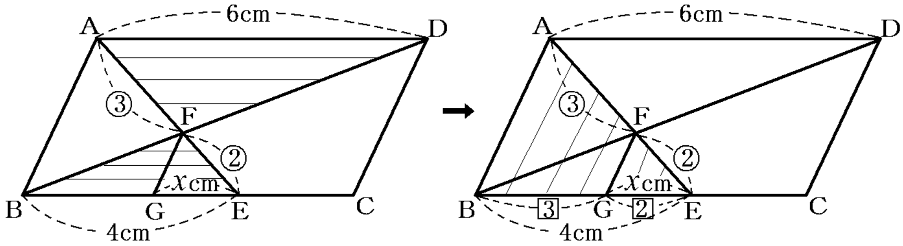
右の図のような平行四辺形 ABCD があり，辺 BC 上に点 E をとり，線分 AE と線分 BD との交点を F とする。また，辺 BC 上に点 G を AB // FG となるようにとる。AD＝6cm，BE＝4cm のとき，図の x の値を求めよ。

(神奈川県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x=\dfrac{8}{5}$

[解説]

AD // BE なので,

AF：FE＝AD：BE＝6：4＝3：2

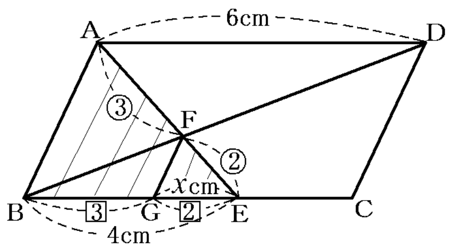
FG // AB なので,

EG：EB＝EF：EA＝2：(2＋3)

EG：EB＝2：5

x：4＝2：5

$5x=8$, $x=\dfrac{8}{5}$



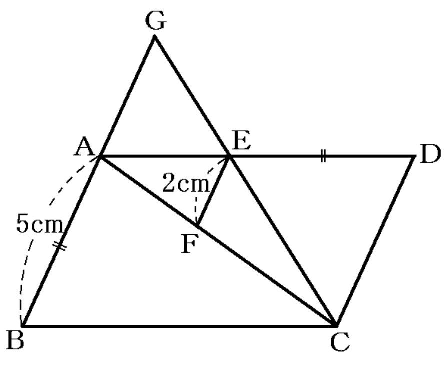
[問題]

右の図のように，平行四辺形 ABCD があり，AB＝5cm である。辺 AD 上に点 E を AB＝DE となるようにとり，点 E を通り直線 AB に平行な直線と対角線 AC との交点を F とすると，EF＝2cm であった。また，2 点 C，E を通る直線と直線 AB との交点を G とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) AF：FC を最も簡単な整数の比で表せ。

(2) 線分 AG の長さを求めよ。

(京都府)(***)

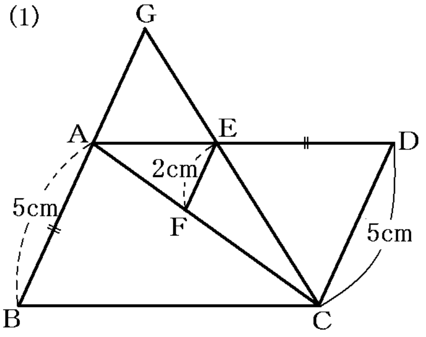


[解答欄]

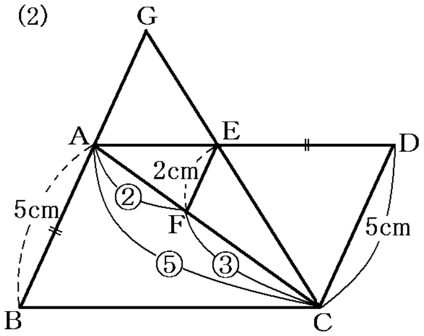
(1)	(2)

[ヒント]

(1)

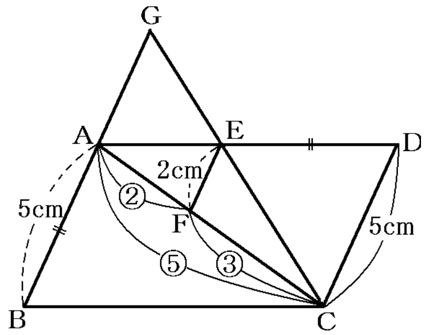


(2)



[解答](1) 2：3　(2) $\dfrac{10}{3}$cm

[解説]



(1) FE // DC なので，

AF：AC＝FE：CD＝2：5

よって，AF：FC＝2：(5－2)＝2：3

(2) FE // AG なので，

FE：AG＝CF：CA＝3：5

2：AG＝3：5

3AG＝10

AG＝$\dfrac{10}{3}$(cm)

[問題]

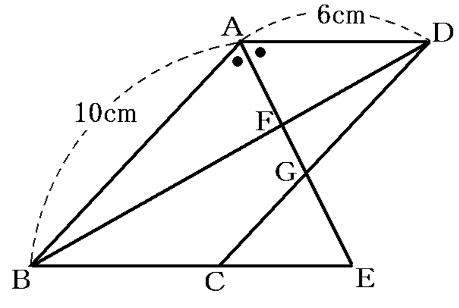
　右の図のように，AB＝10cm，AD＝6cm，∠ABC＜90° である平行四辺形 ABCD において，∠DAB の二等分線と辺 BC を C の方へ延長した直線との交点を E とする。線分 AE と対角線 BD，辺 CD との交点をそれぞれ F，G とする。

次の各問いに答えよ。

(1) 線分 AG と線分 GE の長さの比を求めよ。

(2) GE＝3cm のとき，線分 FG の長さを求めよ。

(宮城県)(****)

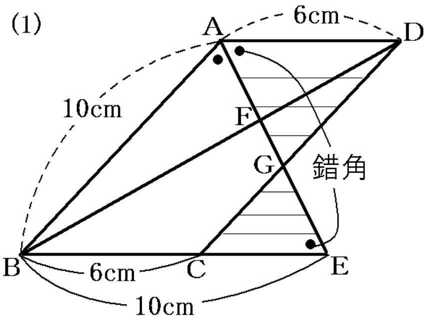


[解答欄]

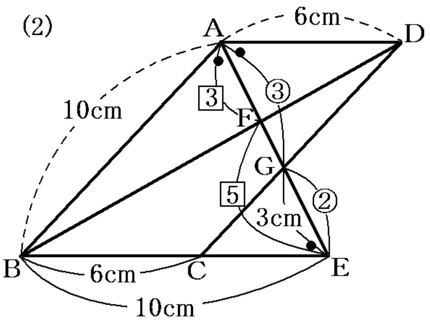
(1)	(2)

[ヒント]

(1)



(2)



[解答](1) 3：2　(2) $\dfrac{27}{16}$ cm

[解説]

(1) ABCD は平行四辺形なので，BC＝AD＝6(cm)

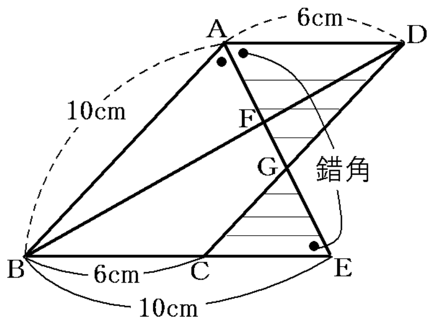
AD // BE で，平行線の錯角は等しいので，

∠BEA＝∠DAE　また，仮定より∠BAE＝∠DAE

よって，∠BEA＝∠BAE となり，△BAE は二等辺三角形で，BE＝BA＝10(cm)

よって，CE＝BE－BC＝10－6＝4(cm)

AD // CE なので，AG：GE＝AD：CE＝6：4＝3：2



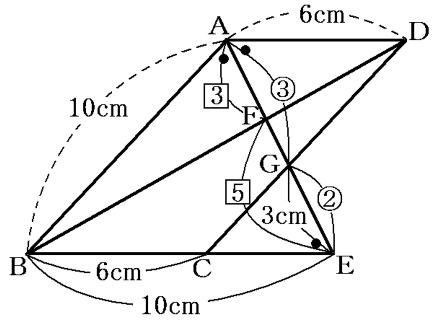
(2) (1)より，AG：GE＝3：2 で，GE＝3(cm)なので，

AG：3＝3：2，2AG＝9，AG＝$\dfrac{9}{2}$ (cm)

よって，AE＝AG＋GE＝$\dfrac{9}{2}+3=\dfrac{15}{2}$ (cm)

ところで，AD // BE なので，

AF：FE＝AD：BE＝6：10＝3：5

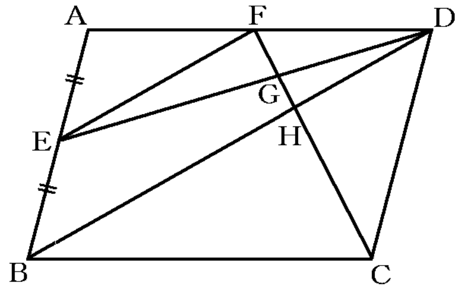


よって，AF＝AE×$\dfrac{3}{3+5}=\dfrac{15}{2}\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{45}{16}$ (cm)

FG＝AE－AF－GE＝$\dfrac{15}{2}-\dfrac{45}{16}-3=\dfrac{120}{16}-\dfrac{45}{16}-\dfrac{48}{16}=\dfrac{27}{16}$ (cm)

[問題]

右の図のように，平行四辺形 ABCD がある。辺 AB の中点を E とし, 点 E を通り線分 BD に平行な直線と辺 AD との交点を F とする。また，線分 CF と線分 ED，BD との交点をそれぞれ G，H とする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) △AEF∽△ABD であることを証明せよ。

(2) CH : HG を最も簡単な整数の比で表せ。

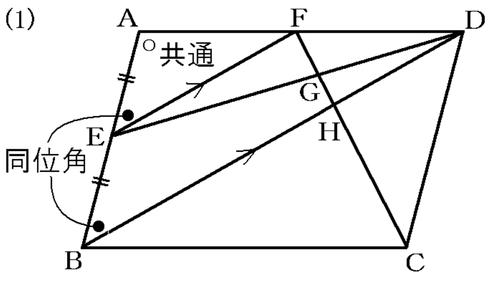
(茨城県)(****)

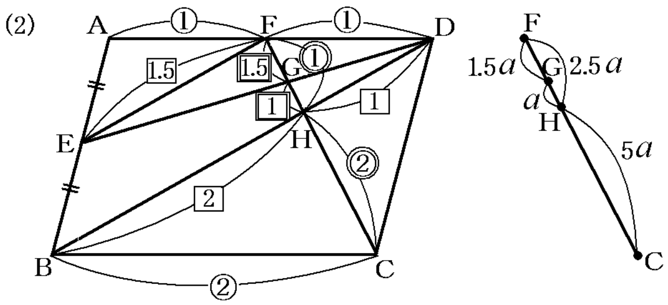
[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]





[解答]

(1) △AEF と△ABD で，

共通な角だから，

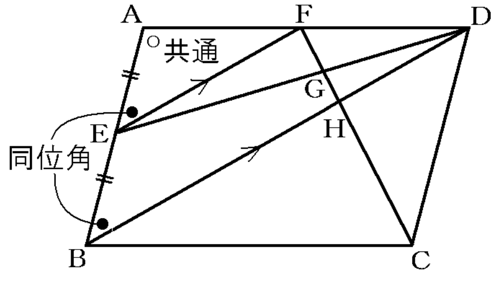
∠EAF＝∠BAD･･･①

平行線の同位角だから，

∠AEF＝∠ABD･･･②

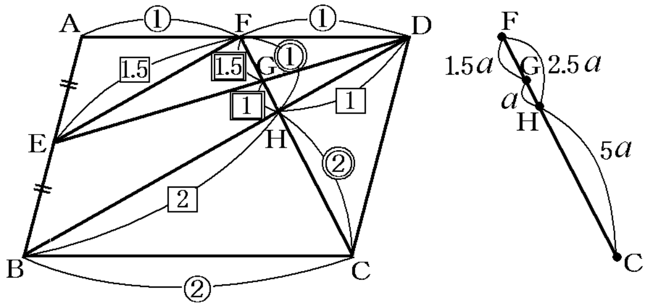
①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△AEF∽△ABD



(2) 5 : 1

[解説]



(2) FD // BC なので平行線の性質より，

　FH：HC＝FD：BC＝1：2

　DH：HB＝FD：BC＝1：2

EF // BD なので平行線の性質より，

　EF：BD＝AE：AB＝1：2

よって，DH：HB：EF＝1：2：1.5

EF // HD なので平行線の性質より，

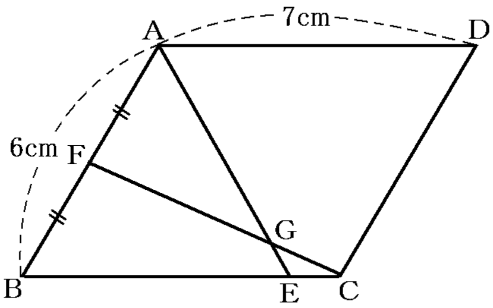
　FG：GH＝EF：HD＝1.5：1

GH＝a とおくと，FG＝1.5a

FH＝FG＋GH＝$1.5a+a=2.5a$，CH＝2FH＝$2.5a\times 2=5a$

よって，CH：HG＝$5a$ ：a ＝5：1

[問題]



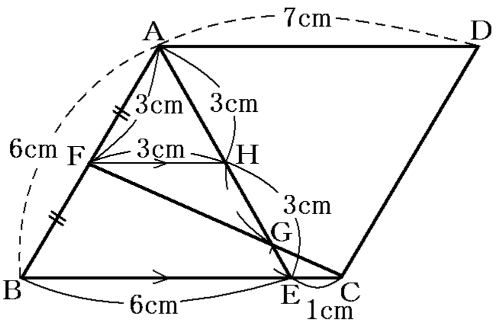
　右の図において，四角形 ABCD は平行四辺形である。また，点 E は線分 BC 上の点であり，三角形 ABE は正三角形である。さらに，線分 AB の中点を F とし，線分 AE と線分 CF との交点を G とする。AB＝6cm，AD＝7cm のとき，線分 AG の長さを求めよ。

(神奈川県)(*****)

[解答欄]

[ヒント]

F を通り BC に平行な補助線 FH を引くのがポイントである。



[解答] $\dfrac{21}{4}$ cm

[解説]

FH // BC となるような補助線を引く。

(この補助線に気づくかどうかがポイントである)

△ABE，△AFH は正三角形なので，

AF＝FH＝AH＝3(cm)

AE＝6(cm)，HE＝AE－AH＝6－3＝3(cm)

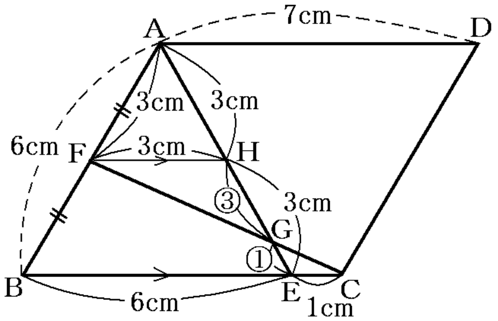
BE＝6(cm)，EC＝BC－BE＝AD－BE＝1(cm)

FH // EC なので平行線の性質より，

HG：GE＝FH：EC＝3：1

よって，$\text{HG}=\dfrac{3}{3+1}\text{HE}=\dfrac{3}{4}\times3=\dfrac{9}{4}$(cm)

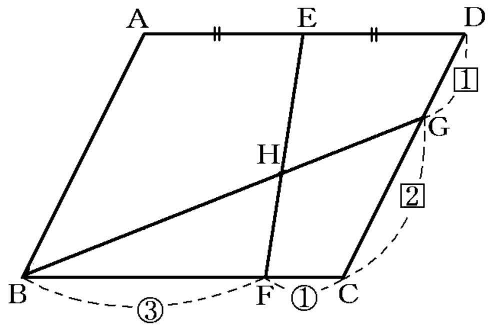
$\text{AG}=\text{AH}+\text{HG}=3+\dfrac{9}{4}=\dfrac{21}{4}$(cm)



[問題]

右の図において，四角形 ABCD は平行四辺形であり，点 E は辺 AD の中点である。また，点 F は辺 BC 上の点で，BF：FC＝3：1 であり，点 G は辺 CD 上の点で，CG：GD＝2：1 である。線分 BG と線分 EF との交点を H とするとき，線分 BH と線分 HG の長さの比を最も簡単な整数の比で表せ。

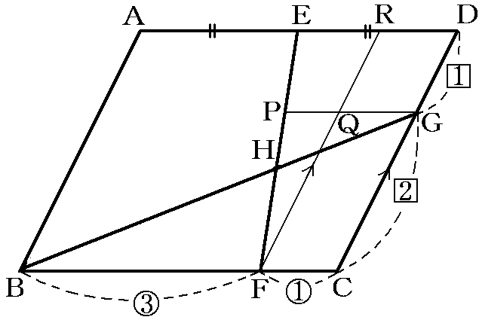
(神奈川県)(*****)



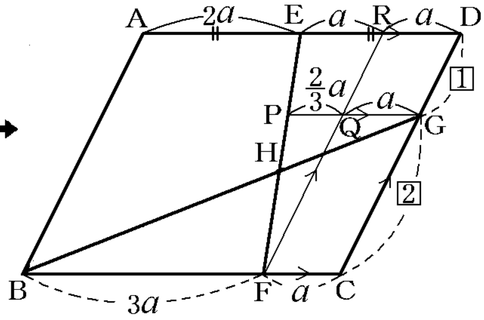
[解答欄]

[ヒント]

図のように，各辺に平行な補助線 PG，FR を引くのがポイントである。

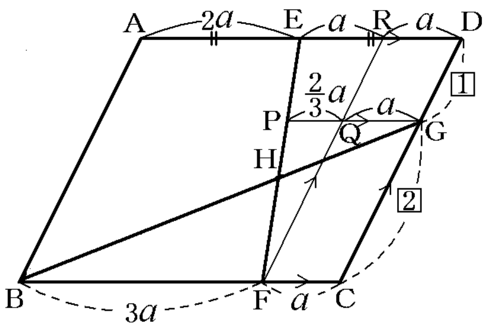


➡



[解答]9：5

[解説]



右図のように, 各辺に平行な補助線 PG, FR を引く。
(この補助線に気づくかどうかがポイントである)

FC＝a とおく。

BF：FC＝3：1 より，BF＝$3a$

BC＝$3a+a=4a$，AD＝BC＝$4a$

AE＝$\frac{1}{2}$AD＝$2a$

また，四角形 FCDR は平行四辺形なので，

RD＝QG＝FC＝a

ER＝AD－AE－RD＝$4a-2a-a=a$

ところで，PQ // ER なので平行線の性質より，

PQ：ER＝FQ：FR＝CG：CD＝2：(2＋1)＝2：3

PQ：a＝2：3，3PQ＝$2a$，PQ＝$\frac{2}{3}a$

PG // BF なので平行線の性質より，

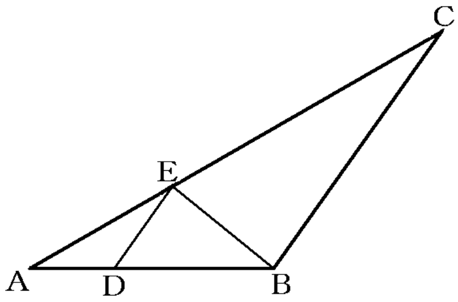
BH：HG＝BF：PG＝$3a$ ：$\left(\frac{2}{3}a+a\right)=3a$ ：$\frac{5}{3}a=9a$ ：$5a$＝9：5

【】平行線と相似の証明

[問題]

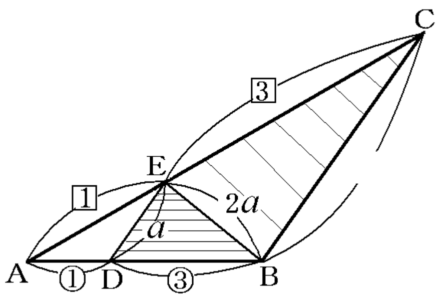
右の図のように，△ABC の辺 AB 上に点 D，辺 AC 上に点 E があり，AD : DB＝AE : EC＝1 : 3 とする。また，ED : EB＝1 : 2 とする。このとき，△BED∽△CBE を証明せよ。

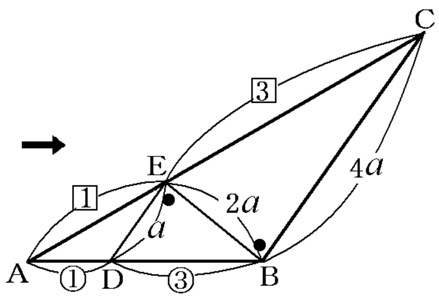
(北海道)(***)



[解答欄]

[ヒント]





[解答]

△BED と△CBE で，

AD : DB＝AE : EC なので，DE // BC

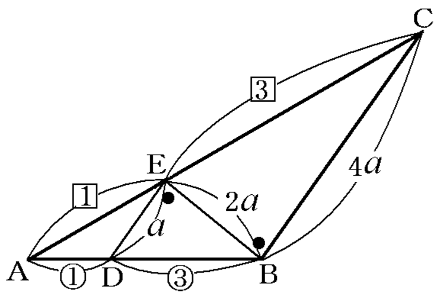
平行線の錯角は等しいので，

∠BED＝∠CBE･･･①

ED＝a とおくと，ED : EB＝1 : 2 なので，EB＝2a

AD : DB＝AE : EC＝1 : 3 なので，

ED : BC＝1 : (1＋3)＝1 : 4



よって，BC＝$4a$

DE：EB＝a ： $2a$ ＝1：2･･･②

EB：BC＝$2a$ ： $4a$ ＝1：2･･･③

②，③より，DE：EB＝EB：BC･･･④

①，④より，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

△BED∽△CBE

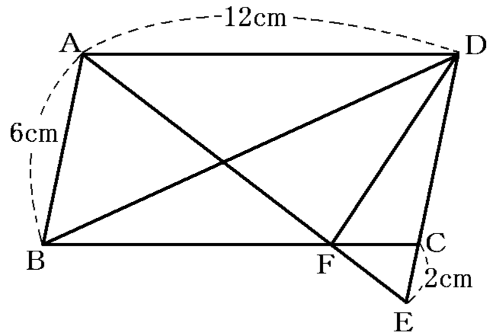
[問題]

右の図のように，AB＝6cm，AD＝12cm の平行四辺形 ABCD があり，辺 DC の延長線上に，CE＝2cm となる点 E をとり，線分 AE と辺 BC の交点を F とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 線分 CF の長さを求めよ。

(2) △ADB∽△CDF であることを証明せよ。

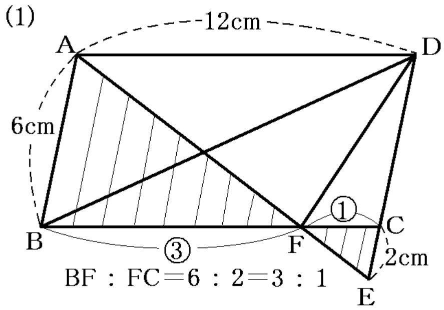
(新潟県)(***)

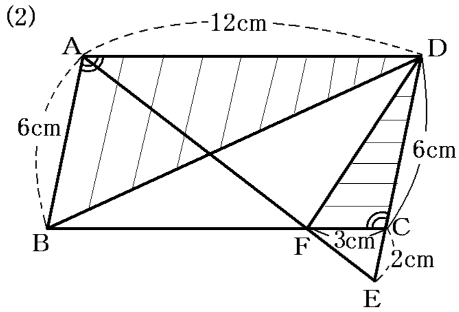


[解答欄]

(1)
(2)

[ヒント]





[解答](1) 3cm

(2) △ADB と△CDF で，

平行四辺形の向かいあう角は等しいので，

∠DAB＝∠DCF･･･①

仮定より，DA : DC＝12 : 6＝2 : 1･･･②

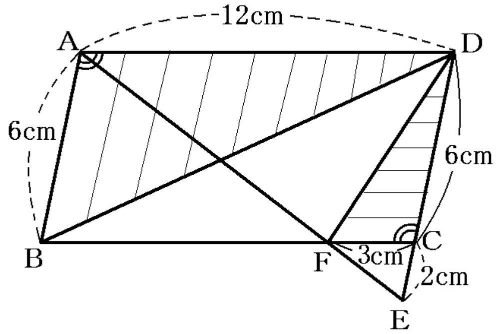
(1)より，CF＝3cm なので，

AB : CF＝6 : 3＝2 : 1･･･③

②，③より，DA : DC＝AB : CF･･･④

①，④より，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

△ADB∽△CDF



[解説]

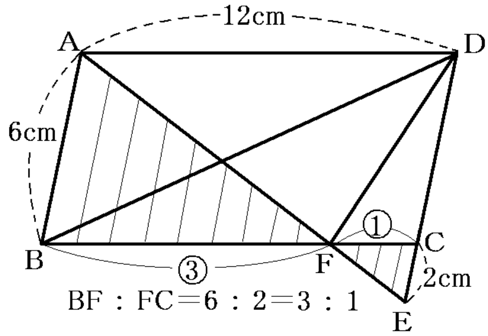
(1) AB // CE なので，

BF : FC＝AB : CE＝6 : 2＝3 : 1

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，

BC＝AD＝12cm

よって，CF＝$\frac{1}{3+1}$×BC＝$\frac{1}{4}$×12 ＝3(cm)

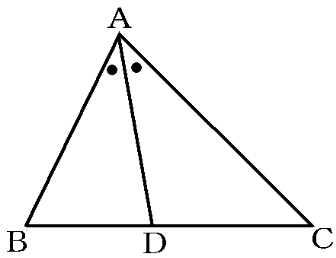


[問題]

さくらさんたちは，次の(問題)について考えている。(1)・(2)に答えよ。

(問題)

右の図のように，△ABC において，∠BAC の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき，AB : AC＝BD : DC が成り立つことを証明せよ。

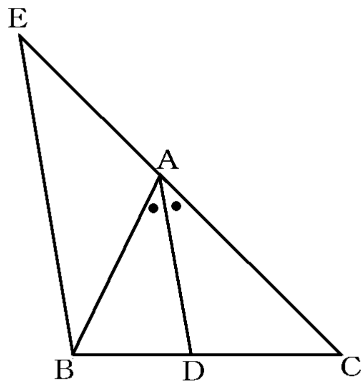


(1) さくらさんは，点 B を通り，DA に平行な直線と，CA を延長した直線との交点を E とし，AE と AB の長さの関係に着目して，次のように証明した。(さくらさんの証明)のア，イにあてはまる角を，ウ，エにあてはまる言葉を，それぞれ書け。ただし，エには三角形の名称を，ウにはその三角形となる根拠を書くこと。

(さくらさんの証明)

点 B を通り，DA に平行な直線と，CA を延長した直線との交点を E とする。AD // EB から，平行線の同位角は等しいので，

∠CAD＝(　ア　)



また，平行線の錯角は等しいので，

　(イ)＝∠ABE

仮定より，∠CAD＝(イ)

したがって，(ア)＝∠ABE

(ウ)から，△ABE は(エ)となり，

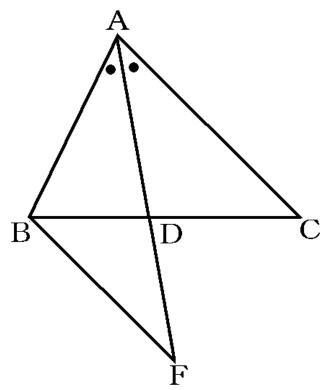
　AE＝AB･･･①

△BCE で，AD // EB から，

　EA : AC＝BD : DC･･･②

①，②から，AB : AC＝BD : DC

(2) さやかさんは，点 B を通り，AC に平行な直線と，AD を延長した直線との交点を F とし，相似な三角形の辺の比と AB と BF の長さの関係に着目して，AB : AC＝BD : DC が成り立つことを証明した。$\boxed{}$に証明の続きを書き，(さやかさんの証明)を完成させよ。



(さやかさんの証明)

点 B を通り，AC に平行な直線と，AD を延長した直線との交点を F とする。

△FBD と△ACD で，

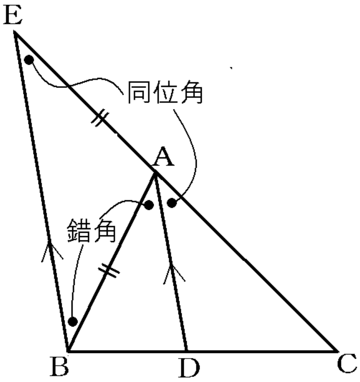
(徳島県)(***)

[解答欄]

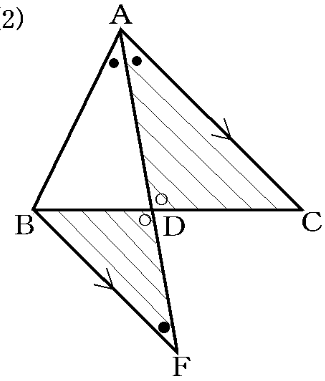
(1)ア	イ	ウ
エ		
(2)		

[ヒント]

(1)

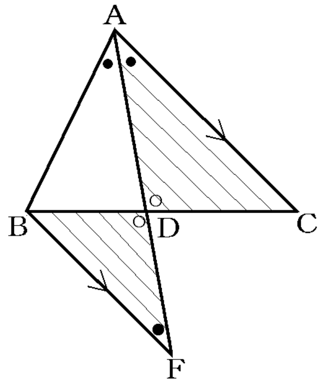


(2)



[解答](1)ア ∠AEB イ ∠DAB ウ 2つの角が等しい エ 二等辺三角形

(2) 対頂角は等しいので,



∠FDB＝∠ADC･･･①

BF // AC から，平行線の錯角は等しいので,

∠BFD＝∠CAD･･･②

①，②から，2組の角がそれぞれ等しいので,

△FBD∽△ACD

相似な図形の対応する辺の比は等しいので,

FB：AC＝BD：CD･･･③

仮定より，∠BAD＝∠CAD･･･④

②，④から，∠BFD＝∠BAD

2つの角が等しいから，△BFA は二等辺三角形となり,

BF＝BA･･･⑤

③，⑤から，AB：AC＝BD：DC

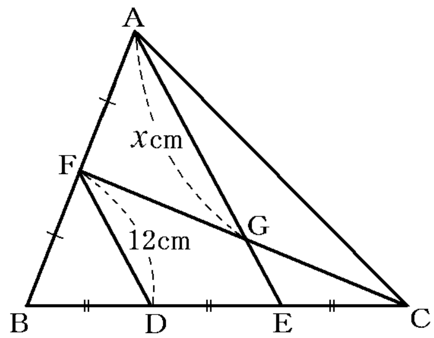
【】中点連結定理

【】長さを求める

[問題]

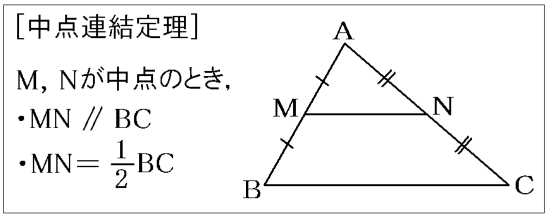
右の図の△ABC で，2 点 D，E は辺 BC を 3 等分した点で，B に近い方から順に D，E とする。また，点 F は辺 AB の中点で，点 G は 2 つの線分 AE と CF の交点である。このとき，図の x の値を求めよ。

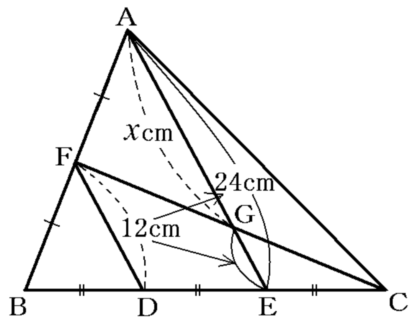
(岩手県)(**)



[解答欄]

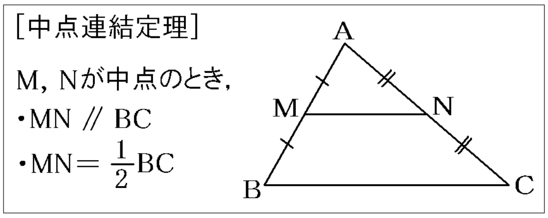
[ヒント]

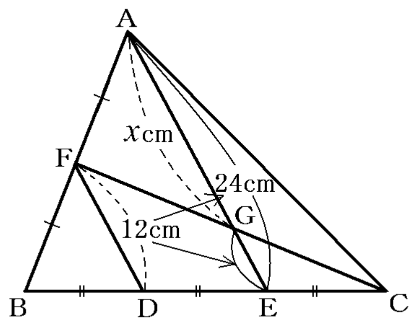




[解答] x＝18

[解説]





△BAE で，F は BA の中点，D は BE の中点なので，中点連結定理より，

AE＝2DF＝2×12＝24(cm)，AE // FD

△CDF で，E は CD の中点，GE // FD なので，

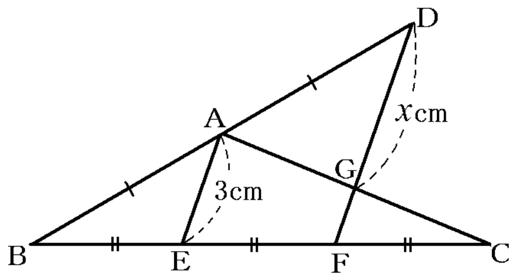
GE＝$\frac{1}{2}$DF＝$\frac{1}{2}$×12＝6(cm)

よって，x＝AE－GE＝24－6＝18(cm)

[問題]

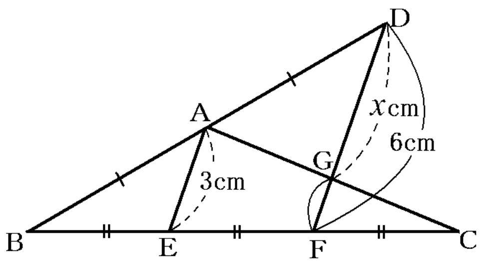
右の図のように，△ABC の辺 BA を延長し，BA＝AD となるように点 D をとり，辺 BC を 3 等分する点をそれぞれ E，F とする。辺 AC と線分 DF の交点を G とする。このとき，図の x の値を求めよ。

(青森県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]4.5cm

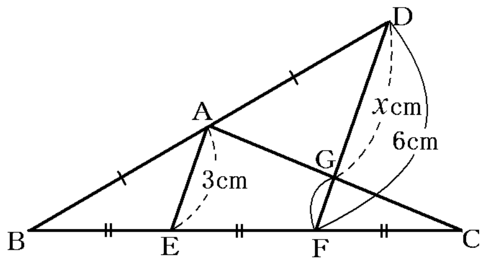
[解説]

△BDF で，中点連結定理より，

DF＝2AE＝2×3＝6(cm)

△CAE で，GF＝$\frac{1}{2}$AE＝$\frac{1}{2}$×3＝1.5(cm)

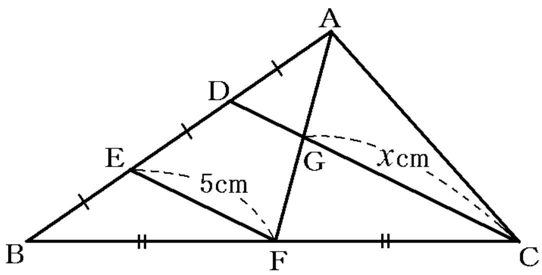
x＝DF−GF＝6−1.5＝4.5(cm)



[問題]

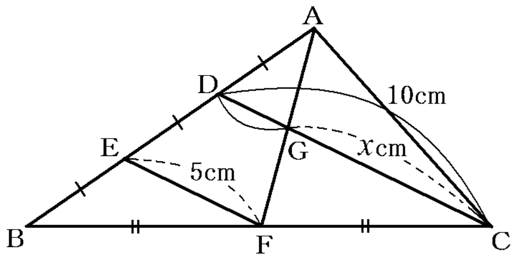
右の図のような△ABC があり，辺 AB 上に 2 点 D，E を AD＝DE＝EB となるようにとる。また，辺 BC の中点を F，線分 AF と線分 CD との交点を G とする。EF＝5cm のとき，図の x の値を求めよ。

(神奈川県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



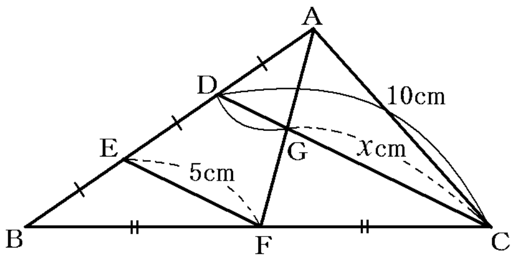
[解答]7.5cm

[解説]

△BCD で，DC＝2EF＝2×5＝10(cm)

△AEF で，DG＝$\frac{1}{2}$EF＝$\frac{1}{2}$×5＝2.5(cm)

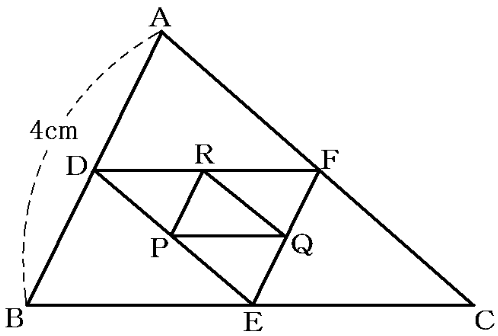
x＝DC－DG＝10－2.5＝7.5(cm)



[問題]

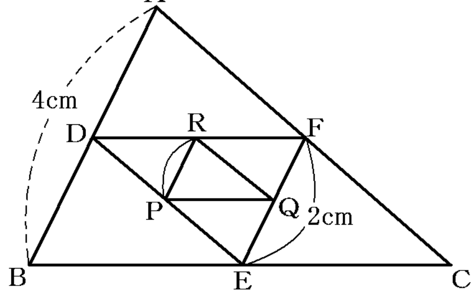
右の図の△ABC において，AB＝4cm とする。辺 AB，BC，CA の中点をそれぞれ D，E，F とし，△DEF において辺 DE，EF，FD の中点をそれぞれ P，Q，R とする。このとき，PR の長さを求めよ。

(沖縄県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]1cm

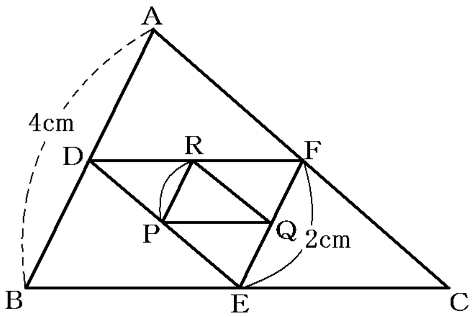
[解説]

△CAB で，中点連結定理より，

FE＝$\dfrac{1}{2}$AB＝$\dfrac{1}{2}\times 4$＝2(cm)

△DEF で，中点連結定理より，

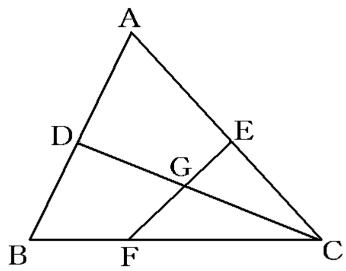
PR＝$\dfrac{1}{2}$FE＝$\dfrac{1}{2}\times 2$＝1(cm)



[問題]

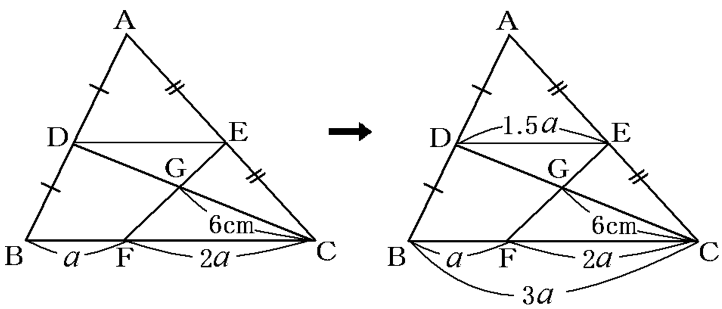
右の図のように，△ABC がある。辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とし，辺 BC を 1：2 に分ける点を F とする。また，線分 CD と線分 EF との交点を G とする。CG＝6cm のとき，線分 GD の長さを求めよ。

(広島県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]4.5 cm

[解説]

仮定より BF；FC＝1：2 なので，

BF＝a とおくと，FC＝$2a$

よって，BC＝$a+2a=3a$

D, E はそれぞれ AB, AC の中点なので，中点連結定理より，

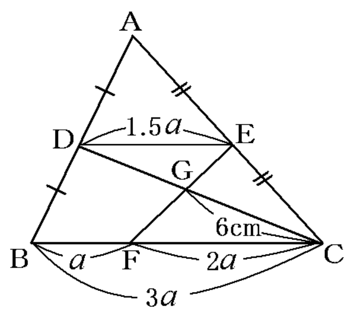
DE // BC，DE＝$\dfrac{1}{2}$BC＝$\dfrac{1}{2}\times 3a=1.5a$

DE // FC なので，平行線の性質より，

GD：GC＝DE：FC

GD：6＝$1.5a$ ： $2a$，GD：6＝3：4

4GD＝18，GD＝18÷4＝4.5(cm)

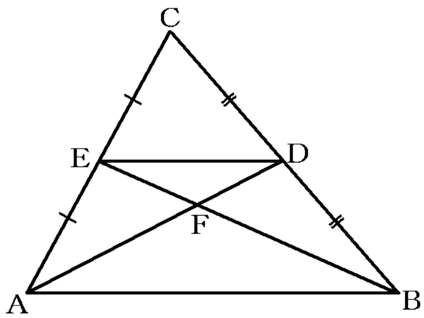


【】証明問題など

[問題]

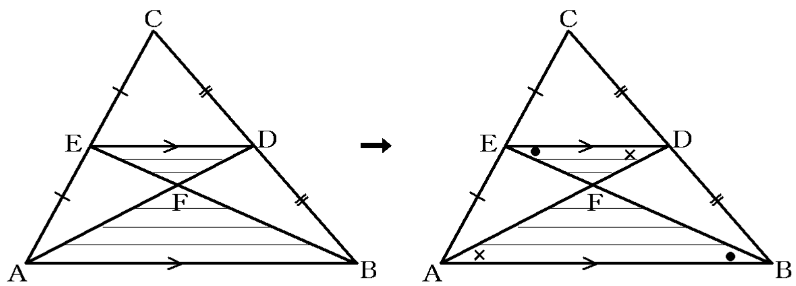
右の図のような三角形 ABC があり，辺 BC の中点を D，辺 AC の中点を E とする。また，線分 AD と線分 BE との交点を F とする。このとき，三角形 ABF と三角形 DEF が相似であることを証明せよ。

(神奈川県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABF と△DEF で

辺 BC の中点が D，辺 AC の中点が E なので，

中点連結定理より，AB // ED

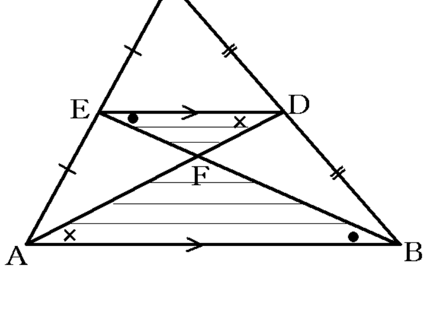
平行線の錯角は等しいから，

∠ABF＝∠DEF･･･①

∠BAF＝∠EDF･･･②

①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので，

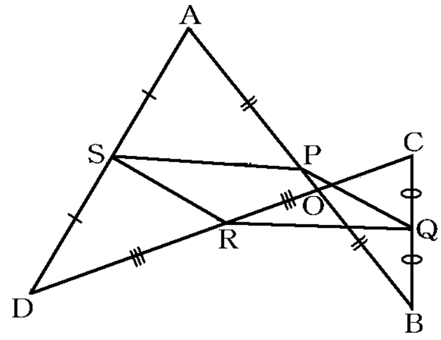
△ABF∽△DEF



[問題]

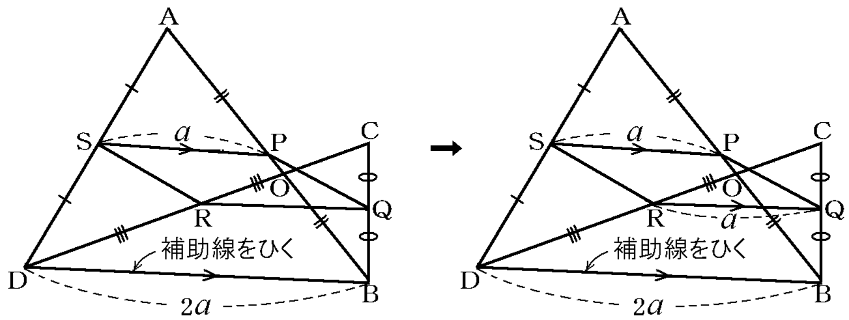
右の図で，2 つの線分 AB，CD は点 O で交わっており，4 点 P，Q，R，S はそれぞれ線分 AB，BC，CD，DA の中点である。このとき，四角形 PQRS は平行四辺形であることを証明せよ。

(奈良県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ADB で，S は AD の中点，P は AB の中点なので，

中点連結定理より，SP // DB，SP＝$\frac{1}{2}$DB･･･①

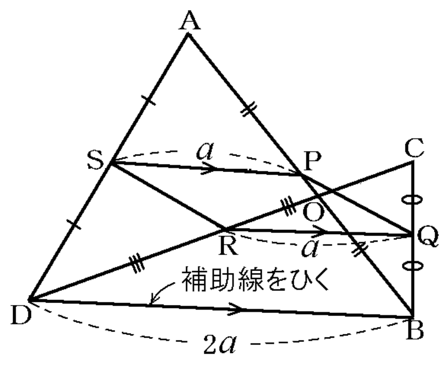
△CDB で，R は CD の中点，Q は CB の中点なので，

中点連結定理より，RQ // DB，RQ＝$\frac{1}{2}$DB･･･②

①，②より，SP // RQ，SP＝RQ である。

1 組の向かい合う辺が平行で等しいので，

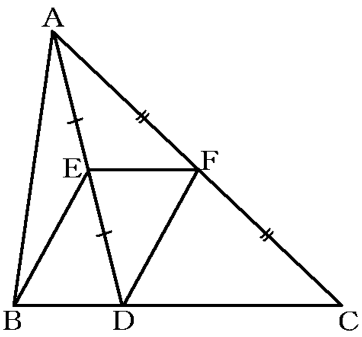
四角形 PQRS は平行四辺形である。



[問題]

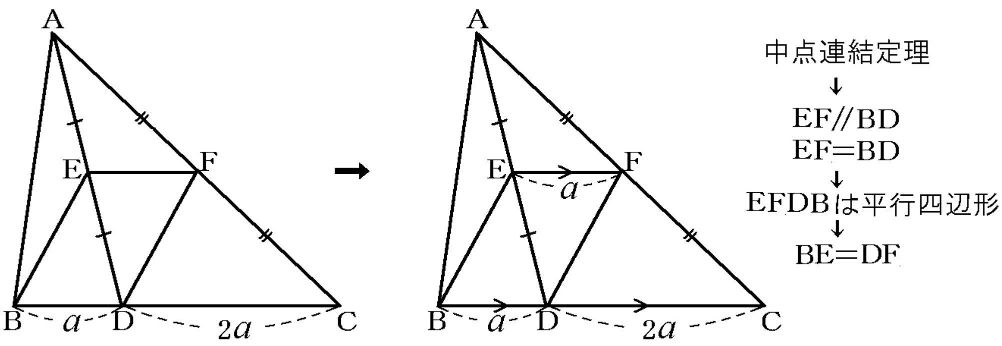
右の図のように，△ABC の辺 BC 上に BD : DC＝1 : 2 となる点 D をとる。また，線分 AD，辺 AC の中点をそれぞれ E，F とする。このとき，BE＝DF となることを証明せよ。

(福島県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

BD＝a とおくと，仮定より DC＝$2a$

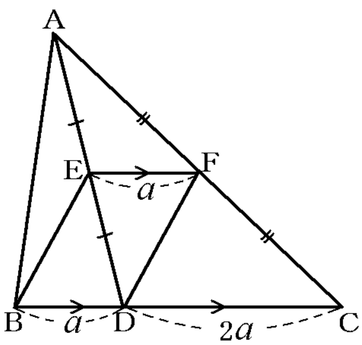
△ADC で，仮定より，E は AD の中点，F は AC の中点なので，中点連結定理より，

$$EF\,/\!/\,BC,\ EF=\frac{1}{2}DC=\frac{1}{2}\times 2a=a$$

よって，EF // BD，EF＝BD＝a

1 組の向かい合う辺が平行で等しいので，四角形 EBDF は平行四辺形である。

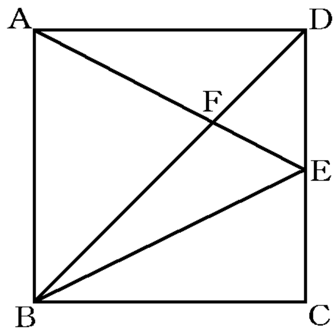
平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，BE＝DF となる。



【】底辺比と面積比など

[問題]

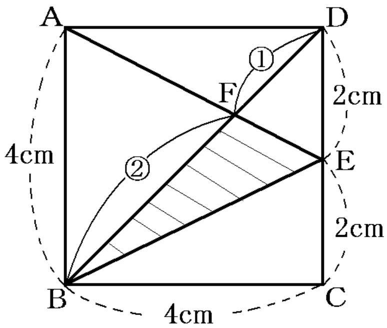
右の図のように，正方形 ABCD があり，辺 DC の中点を E，線分 AE と線分 DB の交点を F とする。AB＝4cm とするとき，△FBE の面積を求めよ。



(秋田県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\dfrac{8}{3}$cm²

[解説]

△BDE は底辺を DE とすると高さは BC になるので，

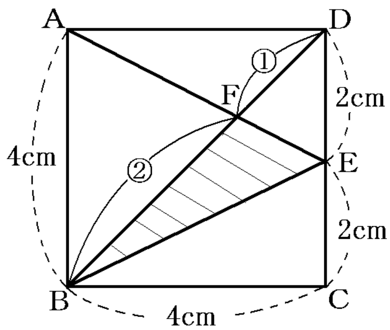
(△BDE の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×DE×BC＝$\dfrac{1}{2}$×2×4＝4(cm²)

△ABF∽△EDF(2 角が等しい)なので，

BF：DF＝AB：ED＝4：2＝2：1

△EBF の底辺を BF，△EDF の底辺を DF とすると，この 2 つの三角形の高さは共通なので，

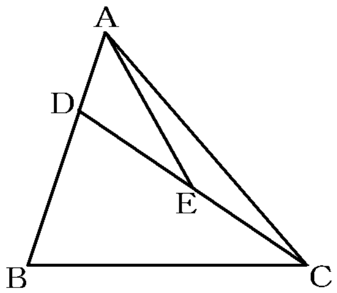
(△EBF の面積)：(△EDF の面積)＝2：1



よって，(△EBF の面積)＝(△BDE の面積)×$\dfrac{2}{1+2}$＝4×$\dfrac{2}{3}$＝$\dfrac{8}{3}$(cm²)

[問題]

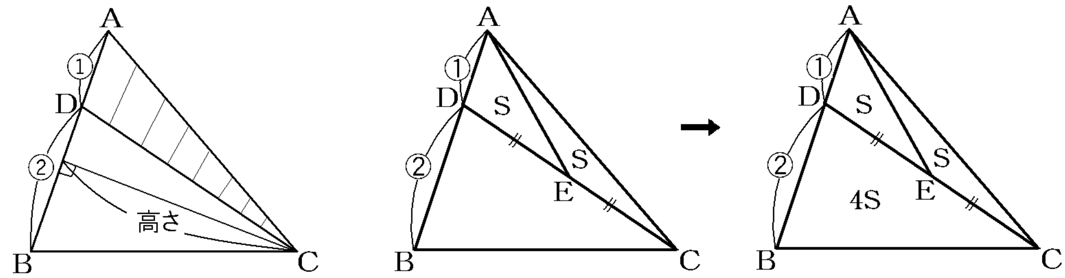
右の図の△ABC で，点 D は辺 AB 上にあり，AD：DB＝1：2 である。点 E が線分 CD の中点のとき，△ABC と△AEC の面積比を求めよ。



(岩手県)(**)

[解答欄]

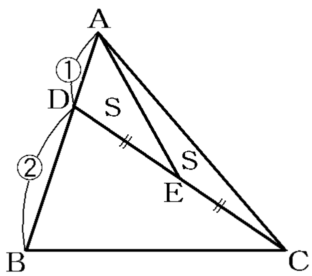
[ヒント]



高さが共通の2つの三角形は，
底辺の比(1：2)が面積比になる

[解答]6：1

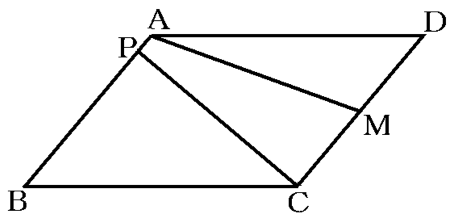
[解説]



△AEC の面積を S とする。
△ADE の底辺を DE，△AEC の底辺を EC とすると，DE＝EC である。また高さは，共通(A から DC へ下ろした垂線の長さ)なので，2 つの三角形の面積は等しい。
よって，△CAD の面積は S＋S＝2S になる。
△CAD の底辺を AD，△CBD の底辺を BD とすると，底辺の比は 1：2 で，高さは共通なので，面積比は 1：2 になる。
よって，(△CBD の面積)＝2S×2＝4S
したがって，(△ABC の面積)＝2S＋4S＝6S なので，
(△ABC の面積)：(△AEC の面積)＝6S：S＝6：1

[問題]

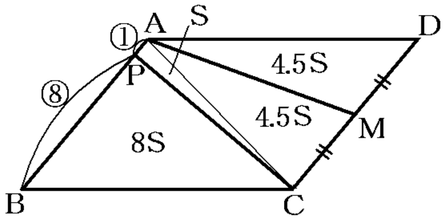
右図のように，平行四辺形 ABCD がある。辺 CD の中点を M とし，辺 AB 上に AP：PB＝1：8 となるように点 P をとる。平行四辺形 ABCD の面積が 36cm² のとき，四角形 APCM の面積を求めよ。



(和歌山県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]11cm²

[解説]

△CAP の面積を S とおく。

△CAP の底辺を AP, △CPB の底辺を PB とすると, 高さが共通なので, 面積比は底辺の比と等しくなる。

よって, (△CPB の面積)＝8S

(△CAB の面積)＝S＋8S＝9S

△CAB≡△CAD なので,

(△CAD の面積)＝(△CAB の面積)＝9S

M は CD の中点なので,

(△ACM の面積)＝(△AMD の面積)＝9S÷2＝4.5S

以上より,

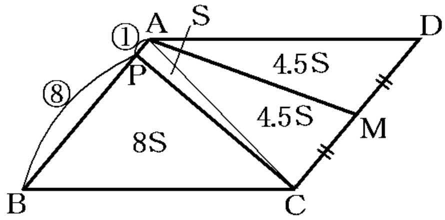
(四角形 APCM の面積)＝S＋4.5S＝5.5S

(平行四辺形 ABCD の面積)＝9S＋9S＝18S

平行四辺形 ABCD の面積は 36cm² なので,

18S＝36, S＝2(cm²)

(四角形 APCM の面積)＝5.5S＝5.5×2＝11(cm²)



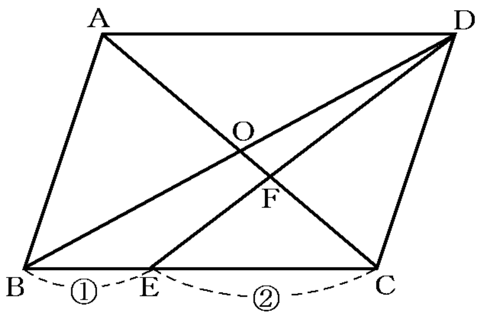
[問題]

右の図のような平行四辺形 ABCD がある。平行四辺形の対角線 AC と BD の交点を O, 辺 BC を 1 : 2 に分ける点を E, 線分 AC と DE の交点を F とする。このとき, 次の各問いに答えよ。

(1) DF : FE を最も簡単な整数の比で表せ。

(2) 平行四辺形 ABCD の面積は△DOF の面積の何倍か。

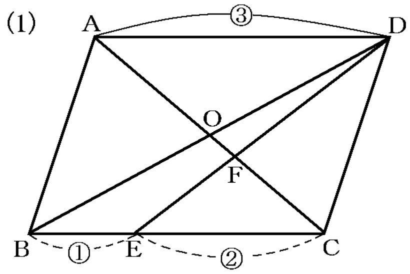
(京都府)(***)

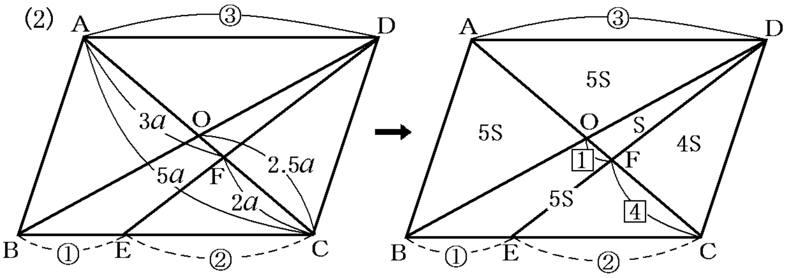


[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]





[解答](1) 3：2　(2)20 倍

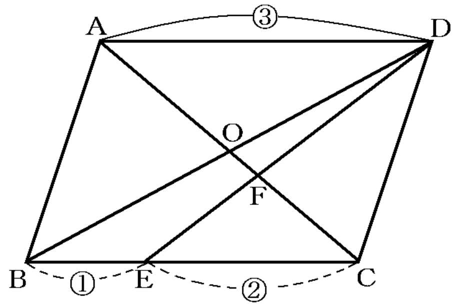
[解説]

(1) 平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しい。

AD＝BC＝BE＋EC なので，BE：EC：AD＝1：2：3

AD // EC なので，平行線の性質より，

DF：FE＝AD：EC＝3：2



(2) (1)と同様にして，AF：FC＝3：2 なので，

AF＝$3a$，FC＝$2a$ とおくことができる。

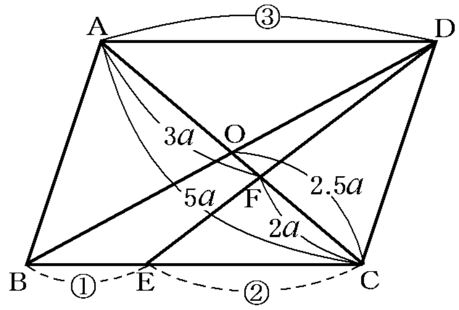
このとき，AC＝AF＋FC＝$3a+2a=5a$

OC＝AC÷2＝$5a\div2=2.5a$

よって，OF＝OC－FC＝$2.5a-2a=0.5a$

OF：FC＝$0.5a$ ： $2a$ ＝0.5：2＝1：4

△DOF の底辺を OF，△OFC の底辺を FC とすると，高さが共通なので，面積の比は底辺の長さの比と等しくなる。



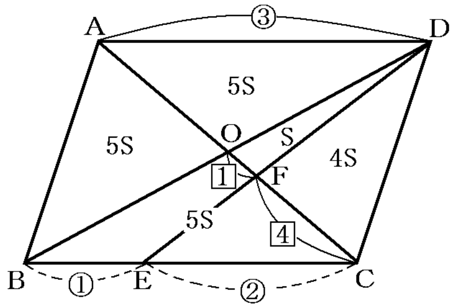
したがって，△DOF の面積を S とすると，

△OFC の面積は 4S になる。

(△ODC の面積)＝S＋4S＝5S

(平行四辺形 ABCD の面積)＝5S×4＝20S

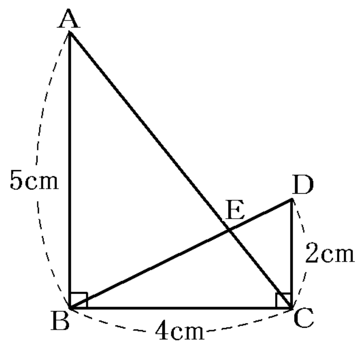
したがって，平行四辺形 ABCD の面積は△DOF の面積の 20 倍になる。



[問題]

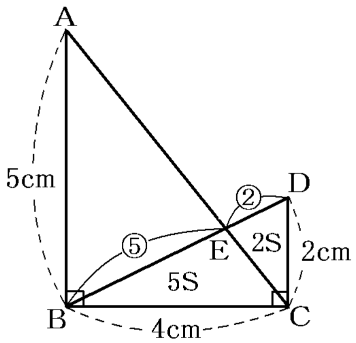
右の図において，AB＝5cm，BC＝4cm，CD＝2cm，∠ABC＝∠BCD＝90°である。このとき，△BCE の面積を求めよ。

(茨城県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\dfrac{20}{7}$ cm²

[解説]

(△BCD の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×CD＝$\dfrac{1}{2}\times 4\times 2=4$(cm²)

△BCD は△BCE と△DCE に分けることができる。

△BCE の底辺を BE，△DCE の底辺を ED とすると，高さが共通なので，底辺の比 BE : ED は面積比と等しくなる。

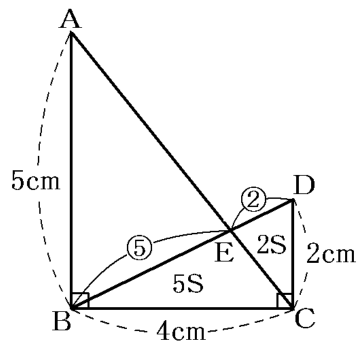
AB // DC なので平行線の性質より，

BE : ED＝AB : DC＝5 : 2

よって，(△BCE の面積) : (△DCE の面積)＝BE : ED＝5 : 2

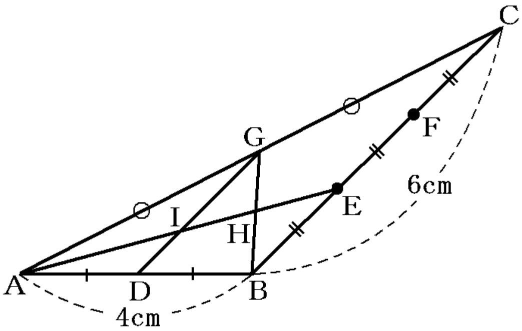
したがって，(△BCE の面積)＝(△BCD の面積)×$\dfrac{5}{5+2}$

$=4\times\dfrac{5}{7}=\dfrac{20}{7}$ (cm²)



[問題]

右の図のように，AB＝4cm，BC＝6cm の△ABC がある。辺 AB の中点を D，辺 BC を 3 等分する点を E，F，辺 AC の中点を G，線分 AE と BG の交点を H，線分 AE と DG の交点を I とする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 線分 GI の長さを求めよ。

(2) △ABC の面積は，△GEF の面積の何倍か。

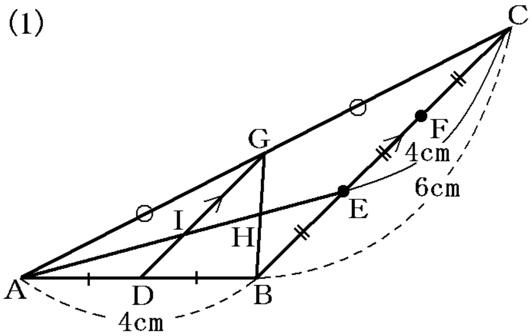
(京都府)(***)

[解答欄]

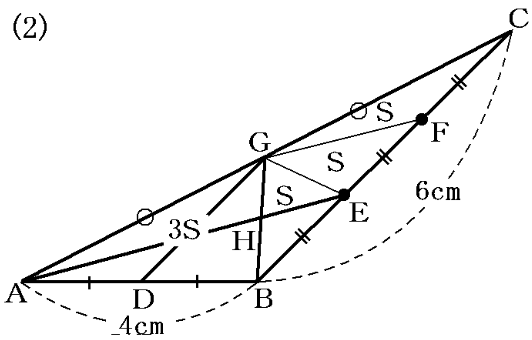
(1)	(2)

[ヒント]

(1)



(2)



[解答](1) 2cm　(2) 6 倍

[解説]

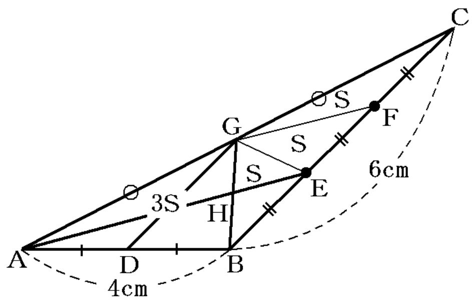
(1) D は AB の中点，G は AC の中点なので，中点連結定理より，DG // BC

よって，GI // CE なので，平行線の性質より，GI : CE＝AG : AC＝1 : 2

CE＝6×$\frac{2}{3}$＝4(cm)なので，GI : 4＝1 : 2，2GI＝4，GI＝2(cm)

(2) △GEF の面積を S とおく。

△GBE，△GEF，△GFC の底辺を BE，EF，FC とすると，底辺の長さはすべて等しい。また，高さは共通なので，この 3 つの三角形の面積はすべて等しく S である。



同様にして，G は AC の中点なので，

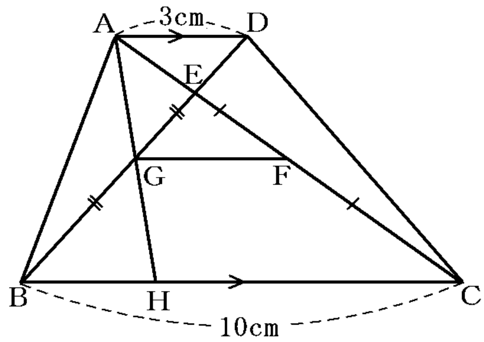
(△BAG の面積)＝(△BCG の面積)＝S＋S＋S＝3S

よって，(△ABC の面積)＝3S＋3S＝6S

したがって，△ABC の面積 6S は，△GEF の面積 S の 6 倍である。

[問題]

　右図のように，AD // BC，AD＝3cm，BC＝10cm の台形 ABCD がある。対角線 AC，DB の交点を E とする。また，AC，DB の中点をそれぞれ F，G とし，AG の延長と BC の交点を H とする。次の各問いに答えよ。



(1) 線分 BH の長さを求めよ。

(2) 線分 GF の長さを求めよ。

(3) △AGE の面積を S，△DEC の面積を T とするとき，S と T の比を最も簡単な整数の比で表せ。

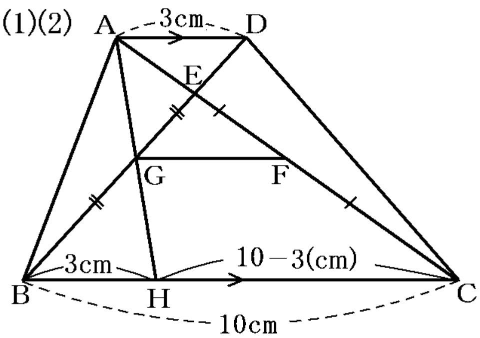
(兵庫県)(***)

[解答欄]

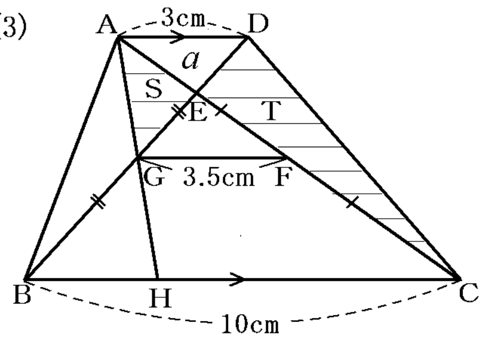
(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(1)(2)



(3)



[解答](1) 3cm　(2) 3.5cm　(3) 7：20

[解説]

(1) AD // BH なので平行線の性質より，AD：BH＝DG：GB＝1：1

よって，BH＝AD＝3(cm)

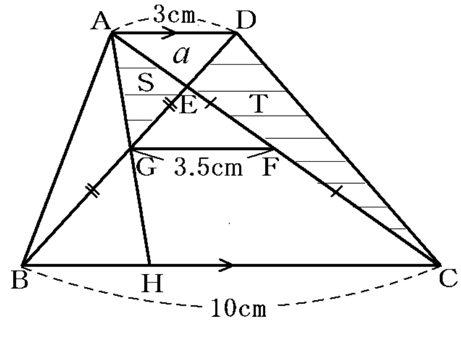
(2) AD // BH なので平行線の性質より，AG：GH＝DG：GB＝1：1

よって，G は AH の中点である。また，F は AC の中点なので，中点連結定理より，

GF // HC，GF＝$\frac{1}{2}$HC

HC＝BC－BH＝10－3＝7(cm)なので，

GF＝$\frac{1}{2}$HC＝$\frac{1}{2}$×7＝3.5(cm)



(3) △ADE の面積を a とおく。

△AGE の底辺を GE, △AED の底辺を ED とすると，高さは共通なので面積は底辺の比と等しくなる。

したがって，S：a＝GE：ED･･･①

ところで，AD // GF なので平行線の性質より，

GE : ED＝GF : AD＝3.5 : 3＝7 : 6･･･②

①，②より，S : a＝7 : 6

6S＝7a，S＝$\frac{7}{6}a$･･･③

次に，T の面積について考える。△DCE の底辺を EC，△AED の底辺を AE とすると，高さは共通なので面積は底辺の比と等しくなる。

したがって，T : a＝EC : AE･･･④

ところで，AD // BC なので平行線の性質より，

EC : AE＝BC : AD＝10 : 3･･･⑤

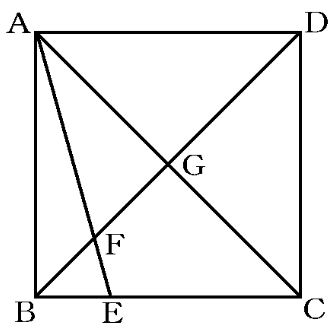
④，⑤より，T : a＝10 : 3，3T＝10a，T＝$\frac{10}{3}a$･･･⑥

③，⑥より，S＝$\frac{7}{6}a$，T＝$\frac{10}{3}a$ なので,

S : T＝$\frac{7}{6}a$: $\frac{10}{3}a$＝$7a$: $20a$＝7 : 20

[問題]

右の図で，四角形 ABCD は正方形であり，E は辺 BC 上の点で，BE : EC＝1 : 3 である。また，F，G はそれぞれ線分 DB と AE，AC との交点である。AB＝10cm のとき，次の各問いに答えよ。



(1) 線分 FE の長さは線分 AF の長さの何倍か。

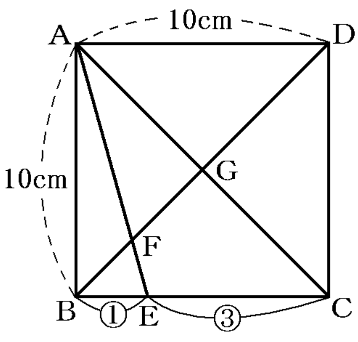
(2) △AFG の面積は何 cm^2 か。

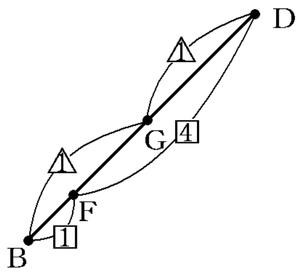
(愛知県)(****)

[解答欄]

(1)	(2)

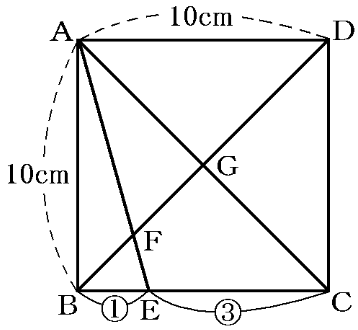
[ヒント]





[解答](1) $\frac{1}{4}$倍　(2) 15cm²

[解説]



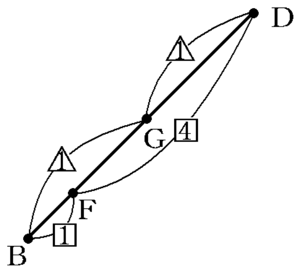
(1) △BEF∽△DAF(2 角が等しい)ので,

FE : AF＝BE : AD

BE : EC＝1 : 3 なので，BE＝$10\times\frac{1}{1+3}=\frac{10}{4}$

よって，FE : AF＝BE : AD＝$\frac{10}{4}$: 10＝1 : 4

したがって, 線分 FE の長さは線分 AF の長さの$\frac{1}{4}$倍になる。



(2) △ABF と△AFG と△AGD のそれぞれの底辺を BF，FG，GD とすると，高さは共通なので，面積比は底辺比と等しくなる。･･･①

(1)と同様に考えて，△BEF∽△DAF より，BF : FD＝1 : 4

G は正方形の対角線の交点なので，BG : GD＝1 : 1

これらの比の関係は右図のようになる。

BF＝a とおくと，FD＝$4a$，BD＝$5a$

BG＝GD＝$5a\div 2=2.5a$

FG＝BG－BF＝$2.5a-a=1.5a$ になる。

よって，BF : FG : GD＝a : $1.5a$: $2.5a$ ＝ $2a$: $3a$: $5a$ ＝2 : 3 : 5

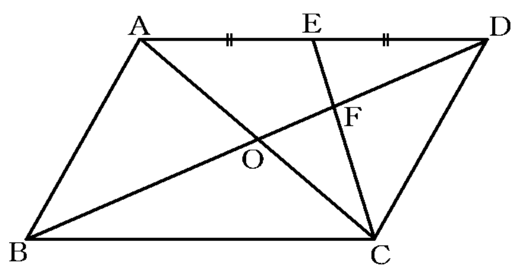
①より，△ABF と△AFG と△AGD の面積比は底辺比と等しくなるので,

(△ABF の面積) : (△AFG の面積) : (△AGD の面積)＝2 : 3 : 5 となる。

(△ABD の面積)＝$\frac{1}{2}\times10\times10$ ＝50(cm²)なので,

(△AFG の面積)＝$50\times\frac{3}{2+3+5}=50\times\frac{3}{10}$ ＝15(cm²)

[問題]

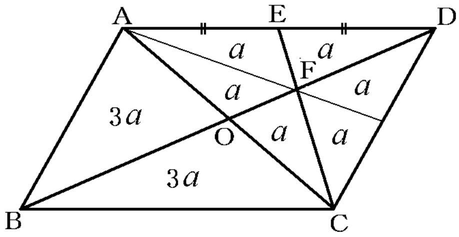


　右の図のように，平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O，辺 AD の中点 E と点 C を結び対角線 BD との交点を F とする。四角形 AOFE の面積は，平行四辺形 ABCD の面積の何倍か。

(徳島県)(***)

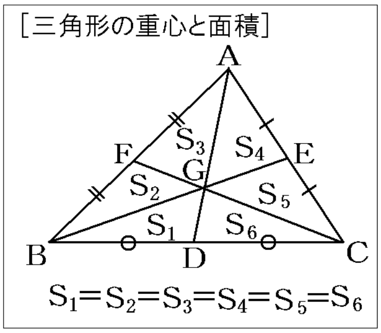
[解答欄]

［ヒント］

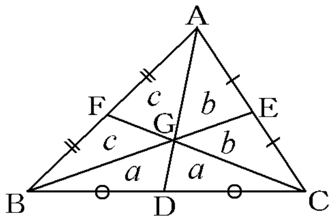


[解答] $\dfrac{1}{6}$ 倍

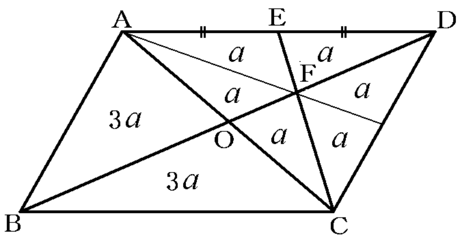
[解説]



右図のように，△ABC の各辺の中点と頂点を結ぶ線は点 G で交わる(この交点 G を重心という)。
これらの線分によって，△ABC は，右図のように，S_1～S_6 の 6 つの部分に分けられるが，この 6 つの部分の面積はすべて等しくなる。教科書では，特に定理や公式として記載されていないが，この性質を使うと，面積の計算で便利である。



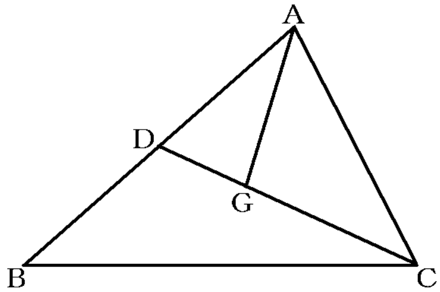
右の図を使って簡単に証明しておく。(ただし，3 つの線が 1 点 G で交わることは，わかっていることとする)
△GBD と△GCD は底辺 BD と CD の長さが等しく，高さが共通なので，その面積は a と a と表すことができる。同様にして，他の部分の面積も，b と b，c と c と表すことができる。
△ABD と△ACD は底辺の長さが同じで高さが共通なので，
(△ABD の面積)＝(△ACD の面積)が成り立つ。
(△ABD の面積)＝ $a+2c$，(△ACD の面積)＝ $a+2b$
よって， $a+2c=a+2b$， $2c=2b$， $c=b$ ･･･①
同様にして，(△BAE の面積)＝(△BCE の面積)なので，
$b+2c=b+2a$， $2c=2a$， $c=a$ ･･･②
①，②より， $a=b=c$ が成り立つ。
この問題については，a を使って右図のように表すと，
(四角形 AOFE の面積)＝ $a+a=2a$ は，
(平行四辺形 ABCD の面積)＝$12a$ の $\dfrac{2a}{12a}=\dfrac{1}{6}$ 倍になる。



[問題]

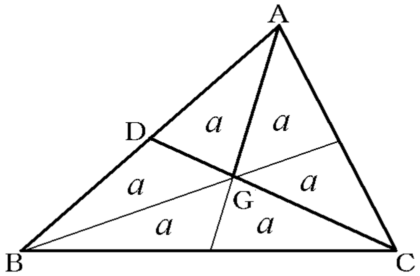
　右の図で，点 G は△ABC の重心である。また，直線 CG と辺 AB の交点を D とする。△ABC の面積が 8cm^2 のとき，△ADG の面積を求めよ。

(佐賀県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



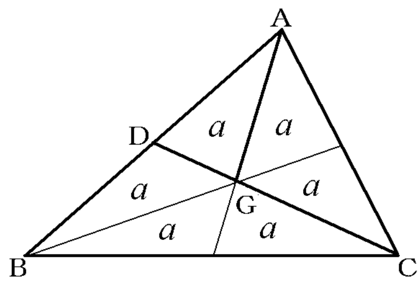
[解答] $\dfrac{4}{3}\text{cm}^3$

[解説]

右図のように補助線を引いて△ABC を 6 つの部分に分けると，6 つの部分の面積はすべて等しい。

(△ADG の面積)＝a とすると，(△ABC の面積)＝$6a$ になる。△ABC の面積が 8cm^2 であるので，

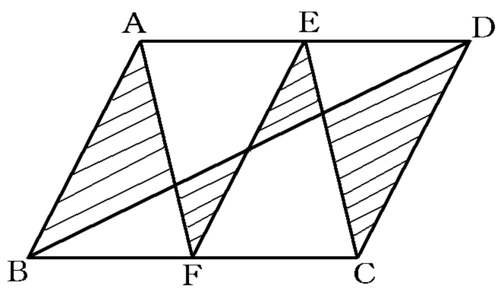
$6a=8$，$a=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}(\text{cm}^3)$



[問題]

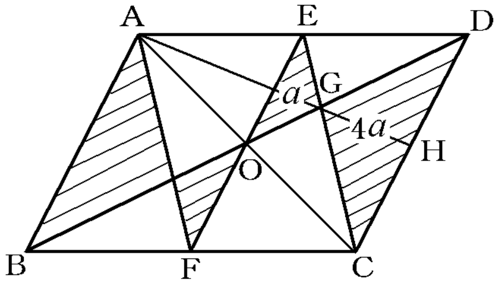
　右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形で，E，F はそれぞれ辺 AD，BC の中点である。図の斜線部分の面積の和は，平行四辺形 ABCD の面積の何倍か。

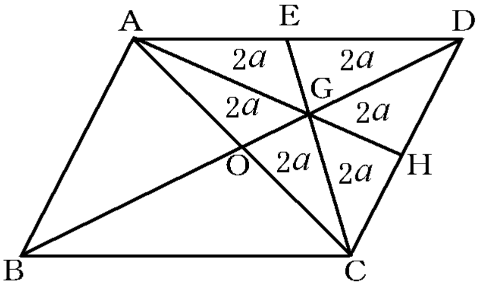
(愛知県)(***)



[解答欄]

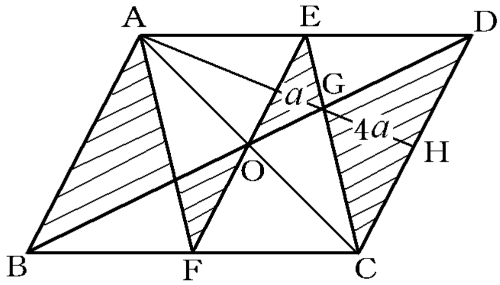
[ヒント]





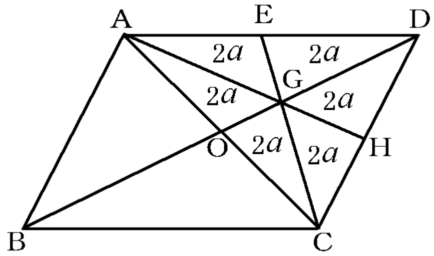
[解答] $\frac{5}{12}$ 倍

[解説]



右図で，△OEG の面積を a とおく。

OE // CD なので，△OEG∽△DCG で，相似比は EO：CD＝1：2 で，面積比は $1^2：2^2$＝1：4 である。よって，(△DCG の面積)＝$4a$



右下図で，G(重心)を通る線分で△ACD を 6 つの部分に分けたとき，それぞれの部分の面積は等しい(すべて $2a$)。

したがって，図のように，△ACD の面積は，

$2a \times 6 = 12a$ になる。△ABC は△ACD と合同なので面積は $12a$ となる。よって，平行四辺形 ABCD の面積は，

$12a + 12a = 24a$ となる。

斜線部分の面積の和は，$(a + 4a) \times 2 = 10a$ であるので，

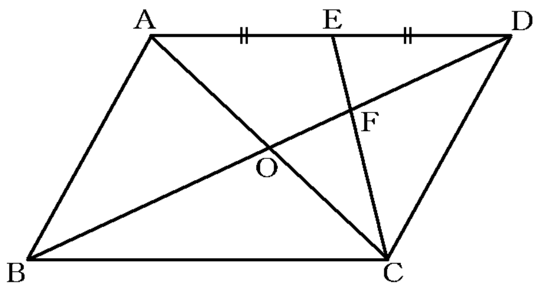
斜線部分の面積の和は，平行四辺形 ABCD の面積の，

$10a \div 24a = \frac{10a}{24a} = \frac{5}{12}$ (倍)である。

[問題]

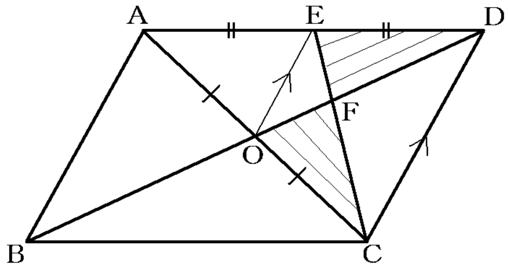
右の図のように，平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O，辺 AD の中点 E と点 C を結び対角線 BD との交点を F とする。このとき，△EFD と△OCF の面積が等しいことを証明せよ。

(徳島県)(***)



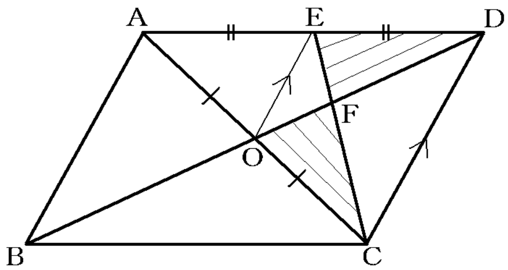
[解答欄]

[ヒント]



[解答]

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，
AO＝OC である。また，仮定より，AE＝ED である。
よって，中点連結定理より，OE // CD である。
△CED と△COD の共通の底辺を CD とすると，
OE // CD なので，それぞれの三角形の高さは等しく
なる。よって，(△CED の面積)＝(△COD の面積)，



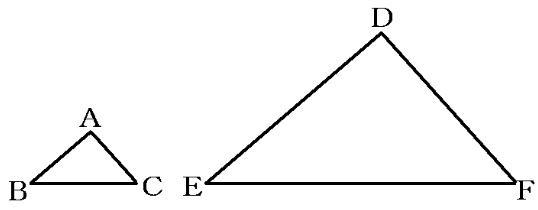
(△CED の面積)－(△FCD の面積)＝(△COD の面積)－(△FCD の面積)
(△EFD の面積)＝(△OCF の面積)

【】相似比と面積比

[問題]

△ABC と△DEF は相似であり，その相似比は 1：3 である。このとき，△DEF の面積は△ABC の面積の何倍か。

(栃木県)(*)



[解答欄]

[ヒント]

[相似比と面積比]
相似比が $a:b$ なら，
面積比は $a^2:b^2$

[解答]9 倍

[解説]

相似比が 1：3 なので，△DEF の底辺は△ABC の 3 倍，高さも 3 倍になる。したがって，面積は 3×3＝9(倍)になる。
一般に 2 つの相似な図形の相似比が $a:b$ のとき，
面積比は，$a^2:b^2$ になる。

[相似比と面積比]
相似比が $a:b$ なら，
面積比は $a^2:b^2$

[問題]

1 辺の長さが 3cm である正三角形の面積を S，1 辺の長さが 2cm である正三角形の面積を T とする。2 つの正三角形の面積の比 S：T を求めよ。

(栃木県)(*)

[解答欄]

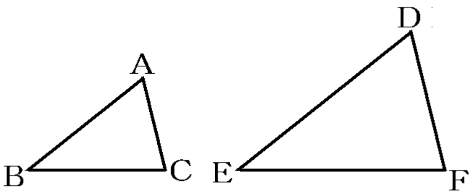
[解答]9：4

[解説]

正三角形どうしはかならず相似になる(2 角が等しいから)。
S と T の相似比は 3：2 なので，面積比は $3^2:2^2$＝9：4 になる。

[問題]

　△ABC と△DEF は相似であり，その相似比は 2：3 である。△ABC の面積が 8cm² であるとき，△DEF の面積を求めよ。



(栃木県)(*)

[解答欄]

[解答]18cm²

[解説]

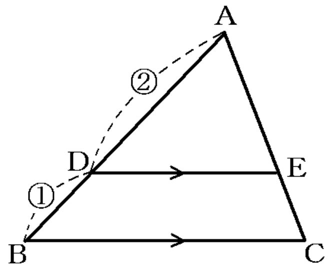
相似比が 2：3 なので，面積比は $2^2：3^2＝4：9$ である。

△ABC の面積が 8cm² なので

(△DEF の面積)$＝8\times\dfrac{9}{4}＝18$(cm²)

[問題]

　右の図の△ABC において，D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，DE // BC，AD：DB＝2：1 である。△ADE の面積が 12cm² のとき，△ABC の面積は何 cm² か。



(兵庫県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

△ADE∽△ABC で，相似比は AD：AB＝2：3→面積比は $2^2：3^2$

[解答]27cm²

[解説]

DE // BC なので，△ADE∽△ABC である(2 角が等しいから)。

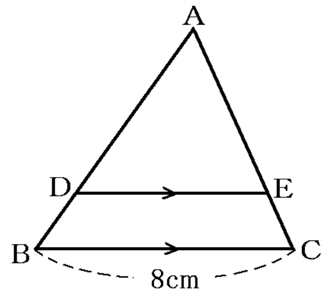
△ADE と△ABC の相似比は，AD：AB＝2：(2＋1)＝2：3 である。

したがって，面積比は $2^2：3^2＝4：9$ になる。

よって，(△ABC の面積)＝(△ADE の面積)$\times\dfrac{9}{4}＝12\times\dfrac{9}{4}＝27$(cm²)

[問題]

　右の図のように，△ABC の 2 辺 AB，AC 上にそれぞれ点 D，E があり，DE // BC である。BC＝8cm，△ADE と△ABC の面積の比が 9：16 のとき，線分 DE の長さを答えよ。



(新潟県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

△ADE∽△ABC で，面積比が 9：16＝3^2：4^2→相似比は 3：4

[解答]6cm

[解説]

DE // BC なので，△ADE∽△ABC である(2 角が等しいから)。

△ADE と△ABC の面積の比が 9：16＝3^2：4^2 なので，

相似比は 3：4 になる。

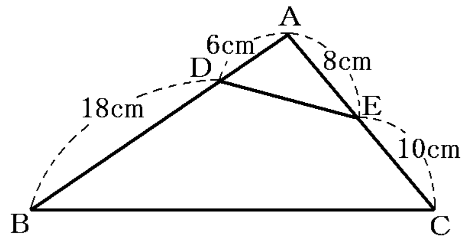
よって，DE＝BC×$\frac{3}{4}$＝8×$\frac{3}{4}$＝6(cm)

[問題]

　右の図のように，△ABC の辺 AB 上に点 D，辺 AC 上に点 E をとる。このとき，次の各問いに答えよ。

(1)　△AED∽△ABC であることを証明せよ。

(2)　△ABC の面積が 198cm^2 のとき，△AED の面積は何 cm^2 か。



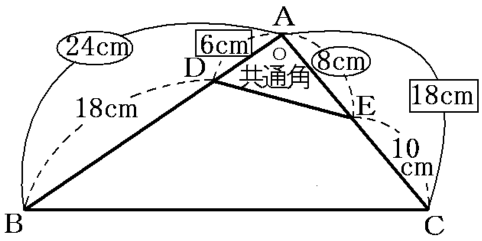
(鹿児島県)(**)

[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]



[解答]

(1) △AED と△ABC で，

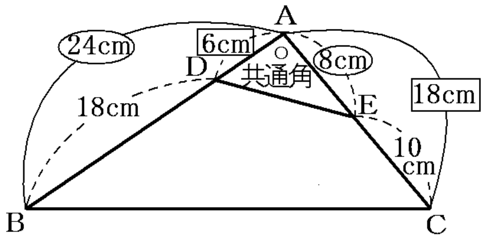
AE : AB＝8 : (6＋18)＝8 : 24＝1 : 3･･･①

AD : AC＝6 : (8＋10)＝6 : 18＝1 : 3･･･②

①，②より，AE : AB＝AD : AC･･･③

また，∠DAE＝∠CAB･･･④

③。④より，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，△AED∽△ABC



(2) 22(cm²)

[解説]

(2) △AED と△ABC の相似比は AE : AB＝AD : AC＝1 : 3 なので，

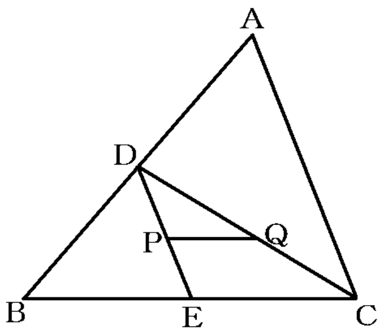
面積比は $1^2 : 3^2$＝1 : 9 になる。

よって，(△AED の面積)＝(△ABC の面積)×$\frac{1}{9}$＝198×$\frac{1}{9}$＝22(cm²)

[問題]

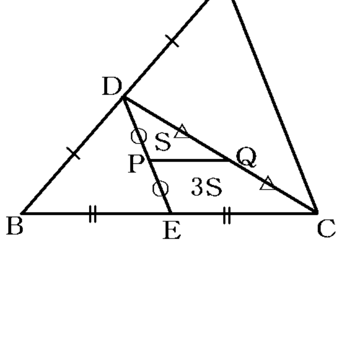
右の図のように，△ABC で，2 辺 AB，BC の中点をそれぞれ D，E とし，DE，DC の中点をそれぞれ P，Q とする。このとき△ABC の面積は△DPQ の面積の何倍になるか求めよ。

(福井県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]16 倍

[解説]

△DPQ の面積を S とする。

△DPQ と△DEC で，DP : DE＝DQ : DC＝1 : 2

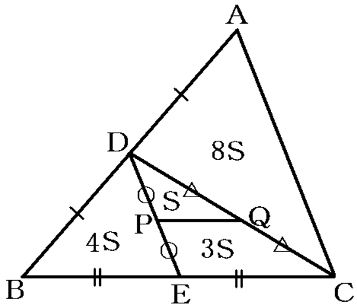
∠PDQ＝∠EDC(共通)

2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

△DPQ∽△DEC

相似比が 1 : 2 なので，面積比は $1^2 : 2^2$＝1 : 4

よって，(△DEC の面積)＝4S



次に，△DBE の底辺を BE，△DEC の底辺を EC とすると，底辺の長さが等しく，高さが共通なので，(△DBE の面積)＝(△DEC の面積)＝4S

よって，(△CBD の面積)＝(△DBE の面積)＋(△DEC の面積)＝4S＋4S＝8S

同様にして，D は AB の中点なので，

(△CDA の面積)＝(△CBD の面積)＝8S

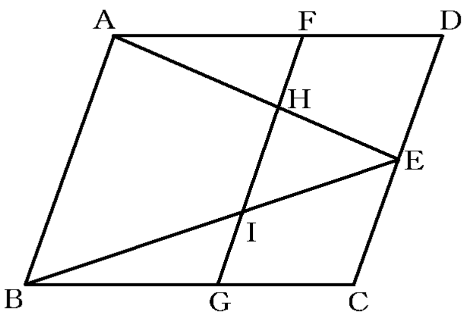
したがって，(△ABC の面積)＝(△CDA の面積)＋(△CBD の面積)＝8S＋8S＝16S

(△DPQ の面積)＝S，(△ABC の面積)＝16S なので，

△ABC の面積は△DPQ の面積の 16 倍である。

[問題]

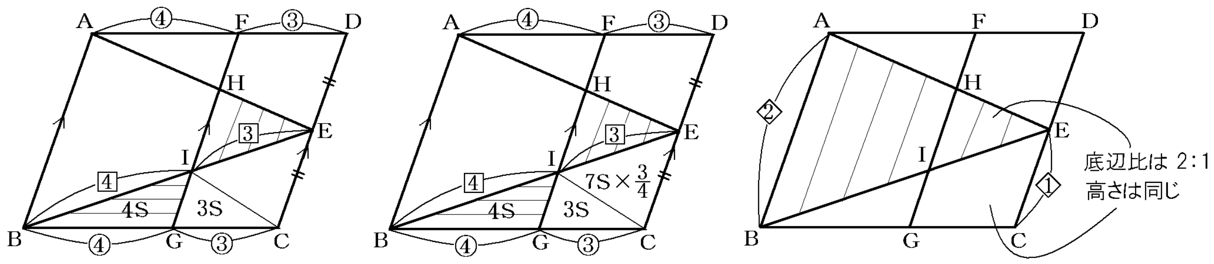
右の図のような平行四辺形 ABCD があり，辺 CD の中点を E とする。また，辺 AD 上に点 F を AF : FD＝4 : 3 となるようにとり，辺 BC 上に点 G を AB // FG となるようにとる。線分 AE と線分 FG との交点を H，線分 BE と線分 FG との交点を I とする。このとき，三角形 IBG と三角形 EHI の面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。



(神奈川県)(****)

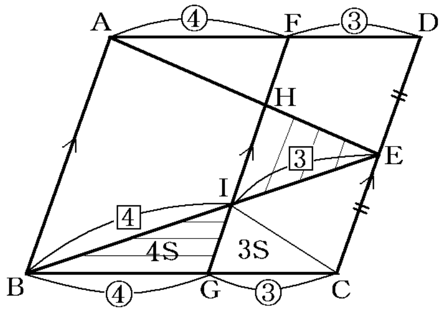
[解答欄]

[ヒント]



[解答]8：9

[解説]



AB // FG // DC なので，

BG：GC＝BI：IE＝AF：FD＝4：3 である。

まず，△IBG と△IGC に注目する。

△IBG の底辺を BG，△IGC の底辺を GC とすると，

高さが共通なので，底辺の比 4：3 が面積比になる。

そこで, △IBG の面積を 4S, △IGC の面積を 3S とおく。

次に，△CIE の面積を求める。

△CBI の底辺を BI，△CIE の底辺を IE とすると，高さが共通なので，底辺の比 4：3 が面積比になる。よって，(△CBI の面積)：(△CIE の面積)＝4：3

(△CBI の面積)＝4S＋3S＝7S なので，7S：(△CIE の面積)＝4：3

(△CIE の面積)×4＝21S，(△CIE の面積)＝$\frac{21}{4}$S

よって，(△BCE の面積)＝4S＋3S＋$\frac{21}{4}$S＝$\frac{49}{4}$S

次に，△EAB の面積を求める。

△EAB の底辺を AB，△BCE の底辺を CE とすると，仮定より AB＝CD＝2CE なので，

底辺の比は 2：1 になる。また，AB // DC なので高さは同じになる。

よって，(△EAB の面積)＝(△BCE の面積)×2＝$\frac{49}{4}$S×2＝$\frac{49}{2}$S

次に，△EHI の面積を求める。

HI // AB なので，△EHI∽△EAB(2 角が等しい)で，相似比は EI：EB＝3：(3＋4)＝3：7 になる。面積比は相似比の 2 乗になるので，

(△EHI の面積)：(△EAB の面積)＝3^2：7^2＝9：49

(△EAB の面積)＝$\frac{49}{2}$S なので，(△EHI の面積)：$\frac{49}{2}$S＝9：49

(△EHI の面積)×49＝$\frac{49}{2}$S×9,

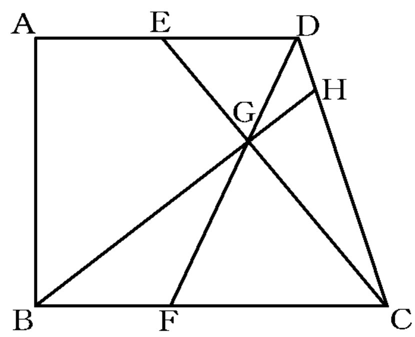
(△EHI の面積)＝$\frac{9}{2}$S

よって，(△IBG の面積)：(△EHI の面積)＝4S：$\frac{9}{2}$S＝8S：9S＝8：9

[問題]

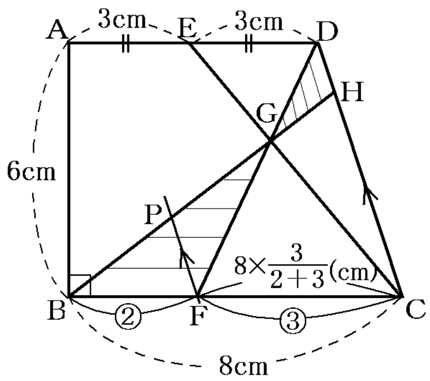
右の図で，四角形 ABCD は AD // BC，∠ABC＝90°の台形である。E は辺 AD の中点であり，F は辺 BC 上の点で，BF : FC＝2 : 3 である。また，G は線分 DF と EC との交点であり，H は辺 DC と直線 BG との交点である。AB＝AD＝6cm, BC＝8cm のとき, △GBF の面積は△DHG の面積の何倍か。

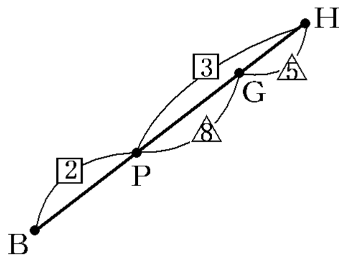
(愛知県)(*****)



[解答欄]

[ヒント]

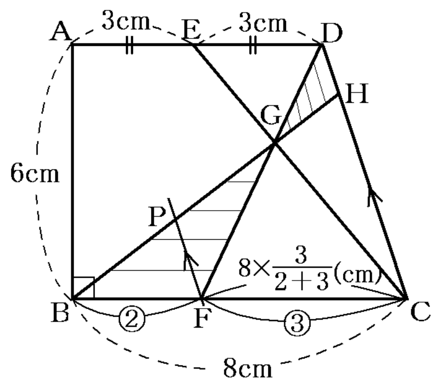




[解答] $\frac{16}{3}$倍

[解説]

まず，右図のように，F を通って CD に平行な直線 FP を引き，BP : PG : GH を計算する(FP の補助線がこの問題のポイント)。



FP // CH なので平行線の性質より，

BP : PH＝BF : FC＝2 : 3･･･①

ED // FC なので平行線の性質より，

FG : GD＝FC : ED

FC＝BC×$\frac{3}{2+3}$＝8×$\frac{3}{5}$=$\frac{24}{5}$(cm)なので，

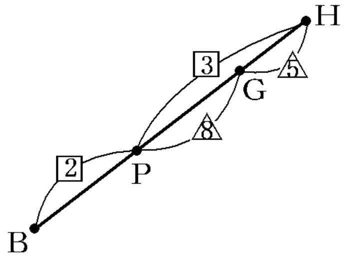
FG : GD＝FC : ED＝$\frac{24}{5}$: 3＝24 : 15＝8 : 5

FP // HD なので平行線の性質より，

PG：GH＝FG：GD＝8：5･･･②

①，②より，BP：PH＝2：3，PG：GH＝8：5

これらの比の関係は右図のようになる。



GH＝$5a$ とおくと，PG＝$8a$

PH＝$5a+8a=13a$

BP：PH＝2：3，BP：$13a$＝2：3

3BP＝$26a$，BP＝$\frac{26}{3}a$

よって，BP：PG：GH＝$\frac{26}{3}a$ ：$8a$ ：$5a$＝26：24：15

次に，△FBP と△FPG の面積比を求める。

△FBP の底辺を BP，△FPG の底辺を PG とすると，高さは共通なので，底辺の比が面積の比になる。

よって，(△FBP の面積)：(△FPG の面積)＝BP：PG＝26：24＝13：12

次に，△FPG と△DHG の面積比を求める。

FP // HD なので，△FPG∽△DHG(2 角が等しい)で，相似比は PG：GH＝24：15＝8：5

面積比は相似比の 2 乗になるので，

(△FPG の面積)：(△DHG の面積)＝8^2：5^2＝64：25

以上より，

(△FBP の面積)：(△FPG の面積)＝13：12

(△FPG の面積)：(△DHG の面積)＝64：25

2 つの比で，(△FPG の面積)を 1 とすると，

(△FBP の面積)：(△FPG の面積)＝13：12＝$\frac{13}{12}$ ：1

(△FPG の面積)：(△DHG の面積)＝64：25＝1：$\frac{25}{64}$

よって，(△FBP の面積)：(△FPG の面積)：(△DHG の面積)＝$\frac{13}{12}$ ：1：$\frac{25}{64}$

(△GBF の面積)：(△DHG の面積)＝$\left(\frac{13}{12}+1\right)$ ：$\frac{25}{64}=\frac{25}{12}$ ：$\frac{25}{64}$

$=\frac{1}{12}$ ：$\frac{1}{64}$

(△GBF の面積)÷(△DHG の面積)＝$\frac{1}{12}\div\frac{1}{64}=\frac{64}{12}=\frac{16}{3}$(倍)

【】相似比と体積比など

[相似比と体積比]

[問題]

相似な 2 つの三角すい P，Q があり，その相似比は 3：5 である。P と Q の体積比を求めよ。

(富山県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

[立体の相似比と体積比]
相似比が $a:b$ なら，
体積比は $a^3:b^3$

[解答]27：125

[解説]

一般に，相似な立体の相似比が $a:b$ のとき，
体積比は $a^3:b^3$ になる。
P，Q の相似比が 3：5 なので，体積比は $3^3:5^3$＝27：125

[立体の相似比と体積比]
相似比が $a:b$ なら，
体積比は $a^3:b^3$

[問題]

半径が 2cm の球を P，半径が 3cm の球を Q とするとき，P と Q の体積比を求めよ。

(沖縄県)(*)

[解答欄]

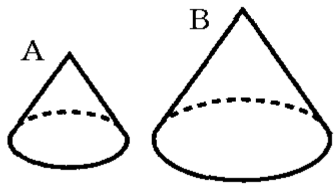
[解答]8：27

[解説]

P と Q はどちらも球であるので相似である。半径の比(相似比)が 2：3 なので，体積比は $2^3:3^3$＝8：27 である。

[問題]

　右の図の2つの円すいA，Bは相似で，その相似比は2：3である。円すいAの体積が40cm^{3}のとき，円すいBの体積を求めよ。



(滋賀県)(*)

[解答欄]

[解答]135cm^3

[解説]

A，Bの相似比が2：3なので，体積比は$2^3:3^3=8:27$になる。Aの体積が40cm^{3}なので，Bの体積は，$40\times\frac{27}{8}=135$(cm^3)である。

[問題]

　Tさんのクラスでは，キャップが200個入るといっぱいになる立方体の形をした容器Aでキャップを集めている。この容器Aの1辺の長さをそれぞれ2倍にした容器Bを用意し，この容器にキャップをいっぱいになるまで集めるとき，容器Bにはおよそ何個のキャップが入るか。最も適切なものを，次の[　　]から選べ。

[400個　800個　1600個　3200個]

(山口県)(*)

[解答欄]

[解答]1600個

[解説]

容器Aと容器Bはどちらも立方体であるので相似である。AとBの辺の長さの比が1：2なので相似比は1：2である。したがって，体積比は$1^3:2^3=1:8$になる。

よって，容器Bは容器Aの8倍の量のキャップ，200×8＝1600(個)を入れることができる。

[問題]

三角柱と三角錐があり，底面は相似な三角形で高さが等しい。三角柱の底面と三角錐の底面の相似比が 1：2 であるとき，三角柱の体積は三角錐の体積の何倍か。

(愛知県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

(三角柱の体積)＝Sh，(三角錐の体積)＝$\dfrac{1}{3}S'h$（S, S は底面積)

底面の相似比が 1：2→底面の面積比 $S:S'$ は $1^2:2^2$＝1：4

[解答] $\dfrac{3}{4}$ 倍

[解説]

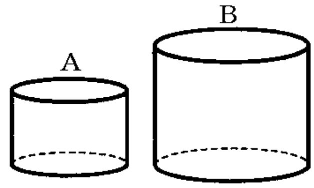
三角柱の底面積を S，高さを h とすると，(三角柱の体積)＝(底面積)×(高さ)＝ Sh である。
三角柱の底面と三角錐の底面の相似比が 1：2 で，底面積の比は相似比の 2 乗に比例するので，底面積の比は $1^2:2^2$＝1：4 である。したがって，三角錐の底面積は $4S$ になる。
三角錐の高さは三角柱と同じなので h なので，

(三角錐の体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(底面積)×(高さ)＝$\dfrac{1}{3}\times 4S\times h=\dfrac{4}{3}Sh$

(三角柱の体積)÷(三角錐の体積)＝ $Sh\div\dfrac{4}{3}Sh=Sh\times\dfrac{3}{4Sh}=\dfrac{3}{4}$(倍)

[問題]

右の図のように 2 つの円柱の容器 A，B がある。A と B の底面の半径の比は 3：4 で，A の高さは 10cm，B の高さは 16cm である。このとき，次の問いに答えよ。ただし，容器の厚みは考えないものとする。



(1) A と B の底面積の比を求めよ。

(2) 容器 A, B を同じペンキで満たして, A は 6 個セットで 3000 円, B は 2 個セットで 3000 円で売られている。どちらのセットを買うほうが割安であるか，下のア，イ，ウから 1 つ選べ。

ア　A のセットを買うほうが割安

イ　B のセットを買うほうが割安

ウ　どちらも同じ

(福井県)(**)

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 9：16　(2) ア

[解説]

(1) A と B の底面の半径の比が 3 : 4 なので，相似比は 3 : 4 である。面積(この場合は底面積)の比は相似比の 2 乗に比例するので，A と B の底面積の比は $3^2：4^2$＝9：16 である。

(2) 値段が同じ 3000 円なので，体積(容積)の大きい方が割安である。

(1)より, A と B の底面積の比が 9:16 なので, A の底面積を $9S$ (cm²), B の底面積を $16S$ (cm²) とおくことができる。A の高さは 10cm，B の高さは 16cm なので,

(A が 6 個のときの体積の合計)＝(底面積)×(高さ)×6＝$9S\times10\times6=540S$ (cm³)

(B が 2 個のときの体積の合計)＝(底面積)×(高さ)×2＝$16S\times16\times2=512S$ (cm³)

したがって，体積(容積)の大きい A のセットの方が割安である。

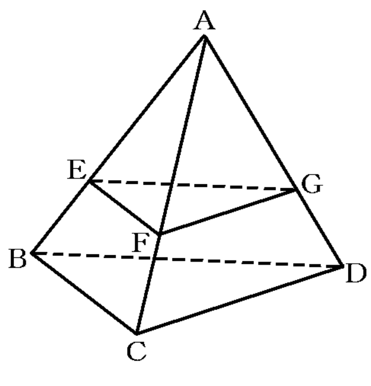
[底面に平行な面で分ける]

[問題]

　右の図のように，三角錐 ABCD があり，辺 AB，AC，AD 上にそれぞれ点 E，F，G を，

AE：EB＝AF：FC＝AG：GD＝2：1 となるようにとる。

このとき，三角錐 AEFG と三角錐 ABCD の体積の比を求めよ。



(富山県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

三角錐 AEFG と三角錐 ABCD の相似比は 2：(2＋1)＝2：3→体積比は $2^3：3^3$

[解答]8：27

[解説]

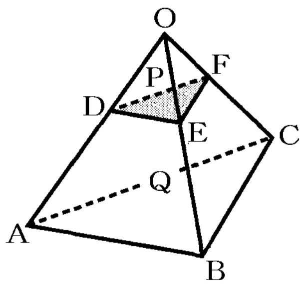
三角錐 AEFG と三角錐 ABCD は相似で，相似比は 2：(2＋1)＝2：3 である。

相似な立体の相似比が $a：b$ のとき，体積比は $a^3：b^3$ になる。

したがって，体積比は $2^3：3^3$＝8：27 になる。

[問題]

右の図のように，三角錐 OABC の辺上に 3 点 D, E, F があり，三角錐 OABC が平面 DEF で 2 つの部分 P, Q に分けられている。底面 ABC と平面 DEF が平行で，AB : DE＝5 : 2 であるとき，Q の体積は P の体積の何倍か，求めよ。



(徳島県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

三角錐 OABC と三角錐 ODEF は相似で，相似比は AB : DE＝5 : 2

→体積比は，$5^3 : 2^3$

[解答] $\dfrac{117}{8}$ 倍

[解説]

底面 ABC と平面 DEF が平行なので，三角錐 OABC と三角錐 ODEF は相似である。

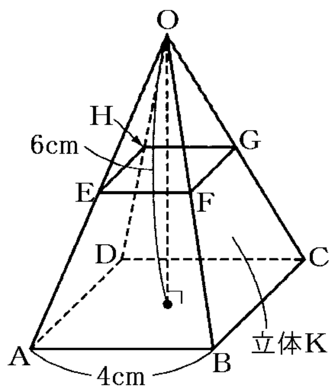
この 2 つの立体の相似比は AB : DE＝5 : 2 なので，体積比は，$5^3 : 2^3 = 125 : 8$ になる

したがって，(Q の体積) : (P の体積)＝(125－8) : 8＝117 : 8 になる。

よって，(Q の体積)÷(P の体積)＝117÷8＝$\dfrac{117}{8}$ (倍)

[問題]

右の図のように，底面の 1 辺の長さが 4cm，高さが 6m の正四角錐 OABCD の辺 OA，OB，OC，OD の中点をそれぞれ E，F，G，H とし，正四角錐 OABCD から正四角錐 OEFGH を切り取ってできた立体 K がある。立体 K の体積を求めよ。



(三重県)(**)

[解答欄]

[解答] $28cm^3$

[解説]

(正四角錐 OABCD の体積)＝$\frac{1}{3}$×(底面積)×(高さ)＝$\frac{1}{3}$×4×4×6＝32(cm^3)

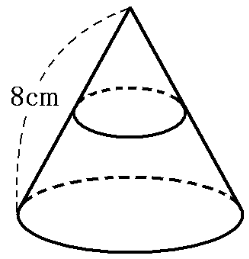
正四角錐 OABCD と正四角錐 OEFGH は相似で，相似比は 2：1 なので，

体積比は $2^3：1^3$＝8：1 になる。

よって，(正四角錐 OEFGH の体積)＝(正四角錐 OABCD の体積)×$\frac{1}{8}$＝32×$\frac{1}{8}$＝4(cm^3)

したがって，(立体 K の体積)＝32－4＝28(cm^3)である。

[問題]



　円錐の形のチョコレートがある。このチョコレートの 8 分の 1 の量をもらえることになり，底面と平行に切って頂点のあるほうをもらうことにした。母線の長さを 8cm とすると，頂点から母線にそって何 cm のところを切ればよいかを求めよ。

(埼玉県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

小さい円錐と大きい円錐の体積比が 1：8＝$1^3：2^3$→相似比 1：2

[解答]4cm

[解説]

相似な立体の相似比が $a：b$ のとき，体積比は $a^3：b^3$ になる。

底面と平行に切って頂点のあるほうの円錐はもとの円錐と相似である。

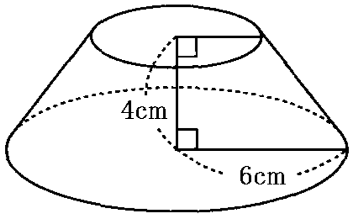
もとの円錐と切り取った円錐の相似比を 1：r とすると，体積比は $1^3：r^3$ となる。

「このチョコレートの 8 分の 1 の量をもらえることになり」とあるので，

$r^3=\frac{1}{8}$ である。よって，$r=\frac{1}{2}$ である。8(cm)×$\frac{1}{2}$＝4(cm)なので，頂点から母線にそって 4cm のところを切ればよい。

[問題]

右の図は, 底面が半径 6cm の円で, 高さが 8cm の円錐を, 底面からの高さが 4cm のところで, 底面に平行な平面で切ったときの下側の立体である。この立体の体積を求めよ。ただし，円周率はπとする。



(福島県)(**)

[解答欄]

[解答]84π cm^3

[解説]

(もとの円錐の体積)$=\dfrac{1}{3}\times$(底面積)$\times$(高さ)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times6^2\times8=96\pi$ (cm^3)

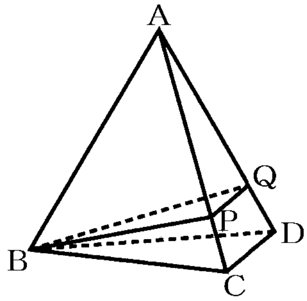
切り取った円錐はもとの円錐と相似で，切り取った円錐の高さが 4cm なので，もとの円錐と切り取った円錐の相似比は 2：1 である。したがって，体積比は，$2^3:1^3=8:1$ なので，

(切り取った円錐の体積)＝(もとの円錐の体積)$\times\dfrac{1}{8}=96\pi\times\dfrac{1}{8}=12\pi$ (cm^3)

よって，(下側の立体の体積)$=96\pi-12\pi=84\pi$ (cm^3)である。

[問題]

右の図のような，三角錐 A－BCD がある。点 P，点 Q は，それぞれ辺 AC，辺 AD 上にある。AP：PC＝AQ：QD＝3：1 であるとする。このとき，三角錐 A－BPQ の体積は，四角錐 B－PCDQ の体積の何倍か。



(秋田県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

三角錐 A－BPQ の底面を△APQ，四角錐 B－PCDQ の底面を四角形 PCDQ とすると，
高さは共通(B から平面 ACD に下ろした垂線の長さ)なので, 体積比は底面積の比と同じになる。

[解答]$\dfrac{9}{7}$倍

[解説]

三角錐 A－BPQ と四角錐 B－PCDQ は, △APQ, 四角形 PCDQ をそれぞれの底面とすると, 高さは共通(B から平面 ACD に下ろした垂線の長さ)なので, 体積比は底面積の比と同じになる。

△APQ と△ACD で，AP：PC＝AQ：QD＝3：1 なので，PQ // CD で，△APQ∽△ACD になる。△APQ と△ACD の相似比が AP：AC＝3：(3＋1)＝3：4 なので，面積比は,

(△APQ の面積)：(△ACD の面積)＝3^2：4^2＝9：16 になる。

よって，(△APQ の面積)：(四角形 PCDQ の面積)＝9：(16－9)＝9：7

したがって，(三角錐 A－BPQ の体積)：(四角錐 B－PCDQ の体積)＝9：7

(三角錐 A－BPQ の体積)÷(四角錐 B－PCDQ の体積)＝9÷7＝$\dfrac{9}{7}$(倍)

【】近似値

[問題]

ある長さを測定して得た値 7.3cm が，小数第 2 位を四捨五入した近似値であるとする。この長さの真の値を a cm とするとき，a の範囲を不等号を使って表せ。

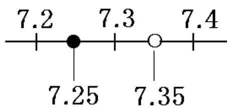
(群馬県)(**)

[解答欄]

[解答]$7.25 \leqq a < 7.35$

[解説]

真の値 a が 7.25cm のときは，小数第 2 位を四捨五入すると 7.3cm になる。また，真の値が 7.35cm のときは，小数第 2 位を四捨五入すると 7.4cm になるが，7.34999･･･cm など，7.35cm より少しでも小さければ，四捨五入すると 7.3cm になる。



よって，真の値 a の範囲は，$7.25 \leqq a < 7.35$ となる。

[問題]

ある数 a の小数第 1 位を四捨五入した近似値が 130 であるとき，a の値の範囲を，不等号を使って表せ,

(大分県)(**)

[解答欄]

[解答]$129.5 \leqq a < 130.5$

[問題]

ある荷物の重さをデジタルはかりで計量すると，16.3kg と表示された。この数値は小数第 2 位を四捨五入して得られた値である。この荷物の重さの真の値を a kg としたとき，a の値の範囲を不等式で表したものとして正しいものを，次のア～エから 1 つ選び，その記号を書け。

ア　$16.25 \leqq a \leqq 16.34$

イ　$16.25 < a \leqq 16.34$

ウ　$16.25 \leqq a < 16.35$

エ　$16.25 < a < 16.35$

(高知県)(**)

[解答欄]

[解答]ウ

[問題]

距離の測定値 6150m の有効数字が上から 3 桁の 6，1，5 のとき，整数部分が 1 桁の数と 10 の累乗の積の形で表せ。

(秋田県)(**)

[解答欄]

[解答]6.15×10^3 m

[問題]

理科の授業で月について調べたところ，月の直径は，3470km であることがわかった。この直径は，一の位を四捨五入して得られた近似値である。①月の直径の真の値を a km として，a の範囲を不等号を使って表せ。②また，月の直径を，四捨五入して有効数字 2 桁として，整数部分が 1 桁の小数と 10 の累乗の積の形で表せ。

(静岡県)(**)

[解答欄]

①	②

[解答]① $3465\leqq a<3475$　② 3.5×10^3 km

【FdData 入試製品版のご案内】
詳細は，[FdData 入試ホームページ]に掲載（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）
姉妹品：[FdData 中間期末ホームページ]（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆印刷・編集
この PDF ファイルは，FdData 入試を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 入試は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 入試の特徴
FdData 入試は，公立高校入試問題の全傾向を網羅することを基本方針に編集したワープロデータ(Word 文書)です。 入試理科・社会・数学ともに，過去に出題された公立高校入試の問題をいったんばらばらに分解して，細かい単元ごとに再編集して作成しております。

◆サンプル版と製品版の違い
ホームページ上に掲載しておりますサンプルは，製品の Word 文書を PDF ファイルに変換したもので印刷や編集はできませんが，製品の全内容を掲載しており，どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。
しかし，FdData 入試がその本来の力を発揮するのは印刷や編集ができる製品版においてです。また，製品版は，すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」，編集に適した「問題解答一体形式」，などの形式を含んでいますので，目的に応じて活用することができます。
※FdData 入試の特徴(QandA 方式)（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆FdData 入試製品版(Word 版)の価格(消費税込み)
※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
数学 1 年(4400 円)，数学 2 年(6400 円)，数学 3 年(9600 円)：(統合版は 16,200 円)
理科 1 年(6800 円)，理科 2 年(6800 円)，理科 3 年(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
社会地理(6800 円)，社会歴史(6800 円)，社会公民(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は，メール(info2@fdtext.com)，または電話(092-811-0960)で承っております。
※注文→インストール→編集･印刷の流れ （[Shift]＋左クリック）
※注文メール記入例 （[Shift]＋左クリック）