【FdData 高校入試：中学数学 3 年：円】

[円の角：円周角と中心角／角を分割／円周角・平行線／直径→90°／弧の長さと角／その他／円と合同など：正三角形・二等辺三角形／その他／円と相似：円周角／直径→90°／弧の長さと円周角／角の二等分線／その他／FdData 入試製品版のご案内]

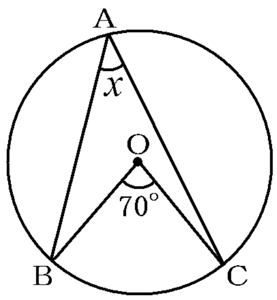
【】円の角

【】円周角と中心角

[問題]

右図のような円 O において，∠x の大きさを求めよ。

(長崎県)(*)



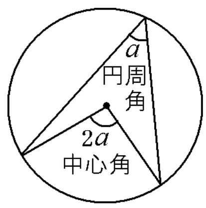
[解答欄]

[ヒント]

[円周角と中心角]

(円周角)＝(中心角)÷2

(中心角)＝(円周角)×2



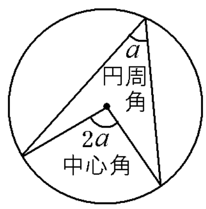
[解答]35°

[解説]

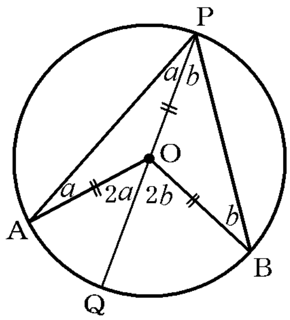
[円周角と中心角]

(円周角)＝(中心角)÷2

(中心角)＝(円周角)×2

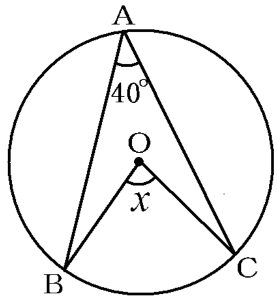


右図で，∠APB は弧 AB に対する円周角で，
∠AOB は弧 AB に対する中心角である。
∠OPA＝a，∠OPB＝b とする。
△OAP は OA＝OP の二等辺三角形なので，
∠OAP＝∠OPA＝a
よって，∠AOQ＝∠OAP＋∠OPA＝$a+a=2a$
同様に，∠BOQ＝$2b$
したがって，∠AOB＝∠AOQ＋∠BOQ＝$2a+2b=2(a+b)$
よって，∠AOB＝2∠APB



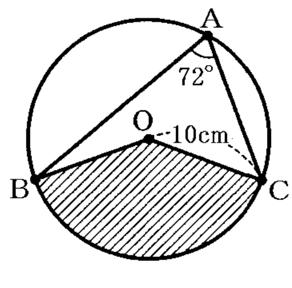
この問題では，(弧 BC の円周角∠BAC)＝$\dfrac{1}{2}$(弧 BC の中心角∠BOC)
よって，∠x＝70°÷2＝35°

[問題]
　右の図のように，円 O の円周上に 3 点 A，B，C をとる。
∠BAC＝40° のとき，∠x の大きさを求めよ。
(北海道)(*)
[解答欄]



[解答]80°
[解説]
∠x＝∠BOC＝∠BAC×2＝40°×2＝80°

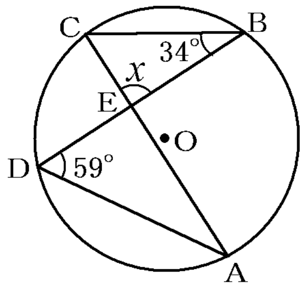
[問題]
　右の図のように，半径 10cm の円 O の周上に 3 点 A，B，C
がある。∠BAC＝72° のとき，斜線部分の面積を求めよ。
(島根県)(*)
[解答欄]



[解答]40π cm²
[解説]
∠BOC＝72°×2＝144°
(斜線部分の面積)＝$\pi\times10^2\times\dfrac{144°}{360°}$＝$100\pi\times\dfrac{2}{5}$＝40π(cm²)

[問題]

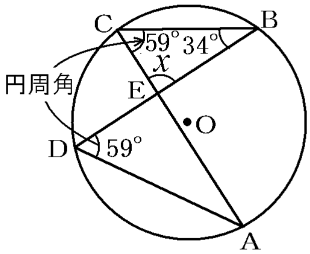
右の図の円 O で，∠ x の大きさを求めよ。



(山口県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]87°

[解説]

弧 AB の円周角なので,

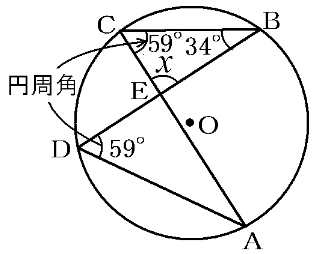
∠ACB＝∠ADB＝59°

△BCE で，内角の和は 180° なので,

∠ x ＋34° ＋∠ACB＝180°

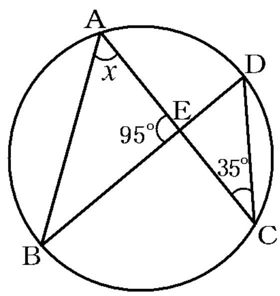
∠ x ＋34° ＋59° ＝180°

よって，∠ x =180° −(34° ＋59°)＝87°



[問題]

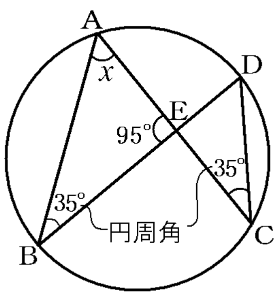
右の図のように，円周上に 4 点 A，B，C，D があり，線分 AC と線分 BD の交点を E とする。∠ACD＝35° ，∠AEB＝95° のとき，∠ x の大きさは何度か。



(広島県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]50°

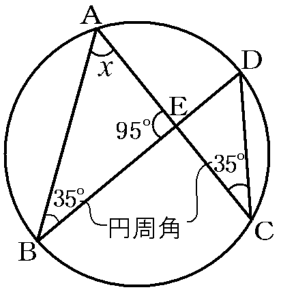
[解説]

弧 AD の円周角なので，∠ABD＝∠ACD＝35°

△ABE で，内角の和は 180° なので，

∠ x ＋35° ＋95° ＝180°

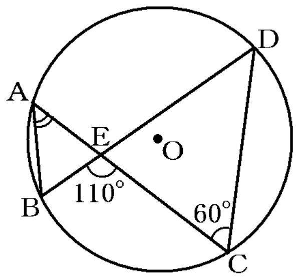
∠ x ＝180° −(35° ＋95°)＝50°



[問題]

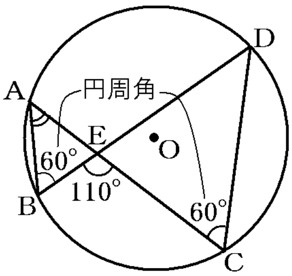
右の図において，4 点 A，B，C，D は円 O の周上にあり，線分 AC，BD の交点を E とする。∠BEC＝110° ，∠ACD＝60° のとき，∠BAC の大きさを求めよ。

(山梨県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]50°

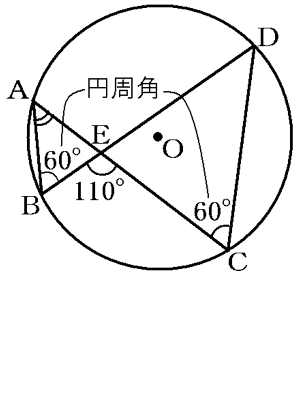
[解説]

弧 AD の円周角なので，∠ABD＝∠ACD＝60°

△ABE で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，∠BAE＋60° ＝110°

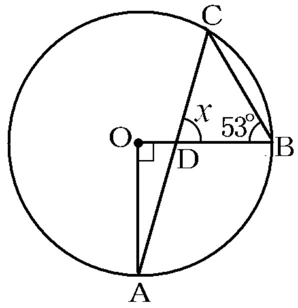
∠BAE＝110° −60° ＝50°

∠BAC＝∠BAE＝50°



[問題]

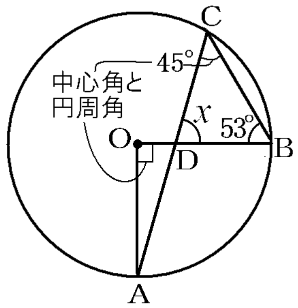
右の図で，3 点 A，B，C が，円 O の周上にあるとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。



(岩手県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]82°

[解説]

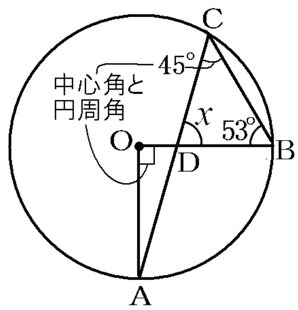
弧 AB の円周角と中心角なので，

$\angle$ACB＝$\angle$AOB÷2＝90°÷2＝45°

△BCD で，三角形の内角の和は 180° なので，

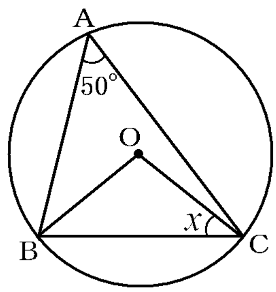
$\angle x$＋$\angle$ACB＋53°＝180°，$\angle x$＋45°＋53°＝180°

よって，$\angle x$＝180°－45°－53°＝82°



[問題]

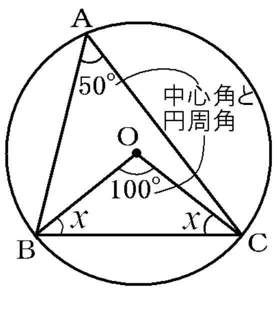
右の図のように，円 O の円周上に 3 つの点 A，B，C があり，$\angle$BAC＝50° であるとき，$\angle x$ の大きさを答えよ。



(新潟県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]40°

[解説]

弧 BC の円周角と中心角なので,

∠BOC＝∠BAC×2＝50°×2＝100°

△OBC は OB＝OC＝(半径)なので，二等辺三角形で,

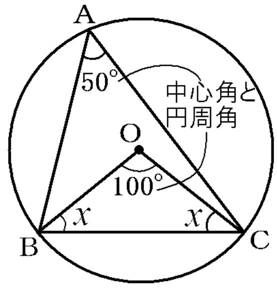
∠OBC＝∠OCB＝∠ x

△OBC で，三角形の内角の和は 180°なので,

∠ x ＋∠ x ＋100°＝180°

2∠ x ＝80°

∠ x ＝40°

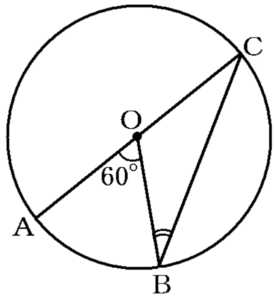


[問題]

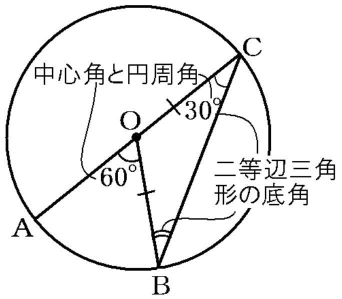
右図において，点 A，B，C は円 O の周上の点であり，AC は円 O の直径である。このとき，∠OBC の大きさを求めよ。

(栃木県)(**)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]30°

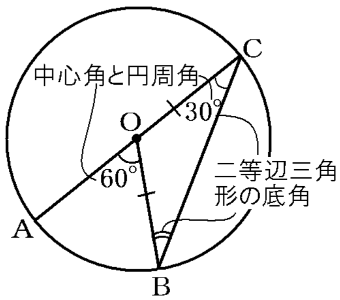
[解説]

弧 AB の円周角と中心角なので,

∠OCB＝∠AOB÷2＝60°÷2＝30°

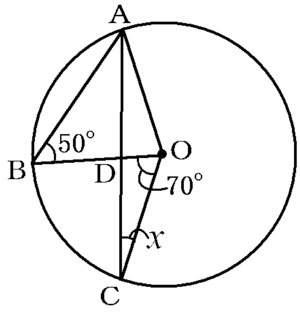
△OBC は OB＝OC(半径)の二等辺三角形なので,

∠OBC＝∠OCB＝30°



[問題]

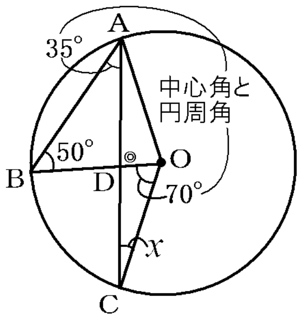
右の円 O で∠xの大きさを求めよ。



(青森県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]15°

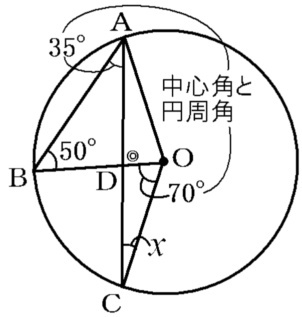
[解説]

弧 BC の円周角と中心角なので,

∠BAC＝∠BOC÷2＝70° ÷2＝35°

∠ADO(図の◎の角)が△ABD と△COD の共通の外角になっていることに着目すると，∠ADO＝∠x＋70° ＝50° ＋35°

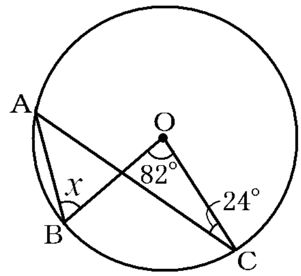
∠x＝50° ＋35° −70° ＝15°



[問題]

右の図のように，円 O の周上に点 A，B，C がある。

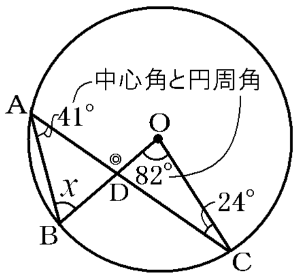
このとき，∠xの大きさを求めよ。



(富山県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]65°

[解説]

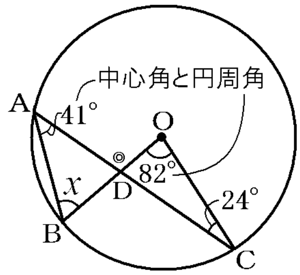
弧 BC の円周角と中心角なので,

∠BAC=∠BOC÷2=82° ÷2=41°

∠ADO(図の◎の角)が△ABD と△COD の共通の外角になっていることに着目すると,

∠ADO=∠ x +41° =82° +24°

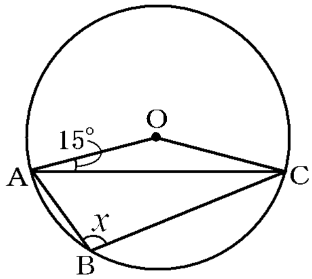
∠ x =82° +24° −41° =65°



[問題]

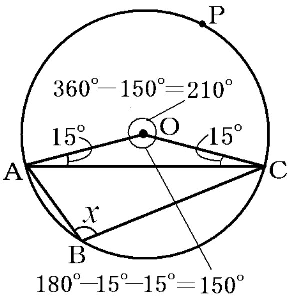
右の図のように,円 O の周上に 3 点 A,B,C がある。∠OAC=15° のとき,∠ x の大きさを求めよ。

(和歌山県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]105°

[解説]

△OAC は OA=OC の二等辺三角形なので,

∠OCA=∠OAC=15°

△OAC で,三角形の内角の和は 180° なので,

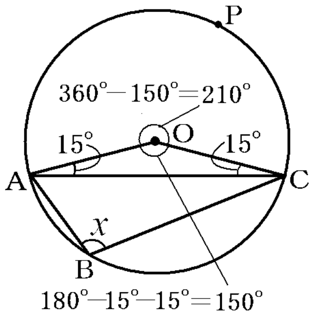
∠AOC=180° −15° −15° =150°

よって,弧 APC の中心角∠AOC は,

∠AOC=360° −150° =210°

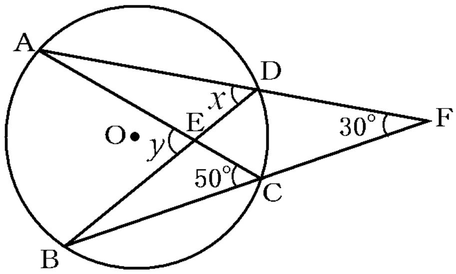
∠ x は弧 APC の円周角なので,

∠ x =210° ÷2=105°



[問題]

次の図の円 O において，∠xと∠yの大きさをそれぞれ求めよ。

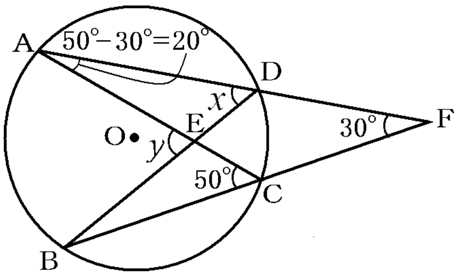


(群馬県)(**)

[解答欄]

∠x	∠y

[ヒント]



[解答]∠x＝50°　∠y＝70°

[解説]

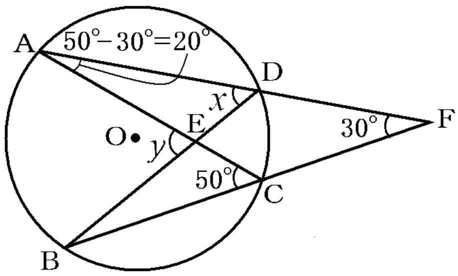
弧 AB の円周角なので，∠x＝∠ACB＝50°

△ACF で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，

∠CAF＝50° −30° ＝20°

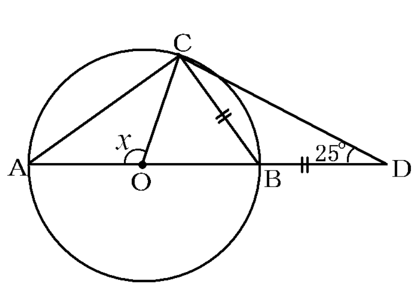
△ADE で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，

∠y＝∠x＋20° ＝50° ＋20° ＝70°



[問題]

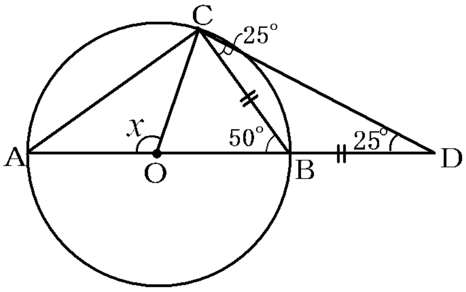
右の図のように，△ABC が点 O を中心とする円に内接し，AB の延長上に BC＝BD となるように点 D をとる。このとき，∠xの大きさを求めよ。



(島根県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]100°

[解説]

BC＝BD より，△BCD は二等辺三角形なので，

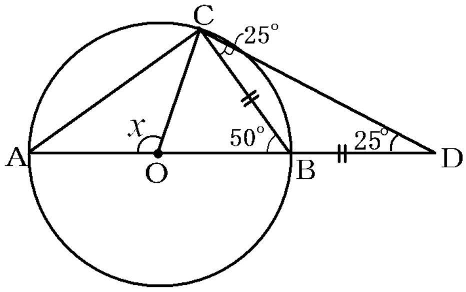
∠BCD＝∠BDC＝25°

△BCD で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，

∠ABC＝∠BCD＋∠BDC＝25° ＋25° ＝50°

弧 AC の円周角と中心角なので，

∠AOC＝∠ABC×2＝50° ×2＝100°

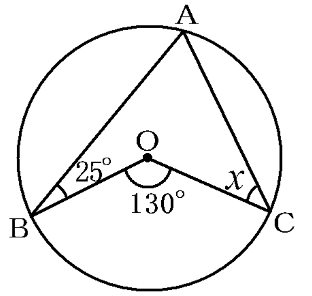


【】角を分割

[問題]

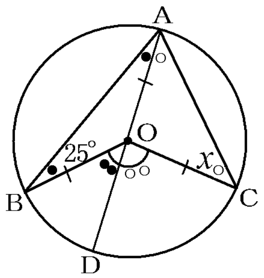
右の図で，点 O は円の中心である。∠BOC＝130°，∠ABO＝25° のとき，∠xの大きさを求めよ。

(岩手県)(**)



[解答欄]

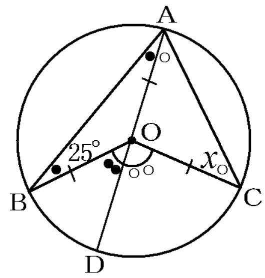
[ヒント]



[解答]40°

[解説]

右図の△OAB は，OA＝OB(半径)の二等辺三角形である。二等辺三角形の底角は等しいので，∠OAB＝∠OBA＝25° である。



三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，

∠BOD＝∠OAB＋∠OBA＝25°＋25°＝50° である。

△OAC も同様にして，∠OAC＝∠OCA＝∠xで，

∠COD＝∠OAC＋∠OCA＝∠x＋∠x＝2∠x

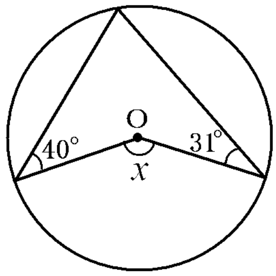
∠BOD＋∠COD＝∠BOC なので，

50°＋2∠x＝130°，2∠x＝80°，∠x＝40°

[問題]

右の図の円 O で，∠xの大きさを求めよ。

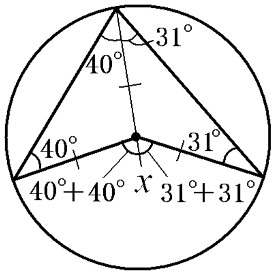
(山口県)(**)



[解答欄]

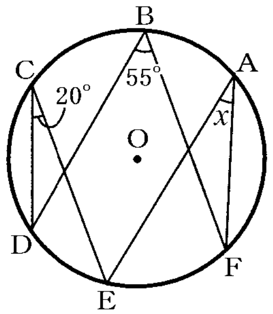
[解答]142°

[解説]



[問題]

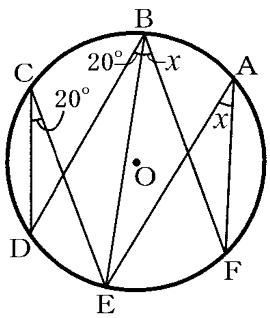
右の図のように，点 A，B，C，D，E，F は円 O の円周上にあり，∠DCE＝20°，∠DBF＝55° である。このとき，∠x の大きさを求めよ。



(岡山県)(**)

[解答欄]

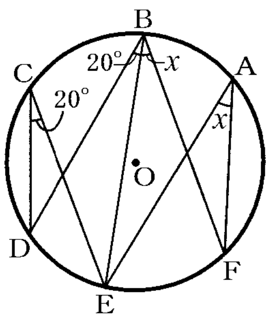
[ヒント]



[解答]35°

[解説]

B と E を結ぶ。



弧 DE の円周角なので，∠DBE＝∠DCE＝20°

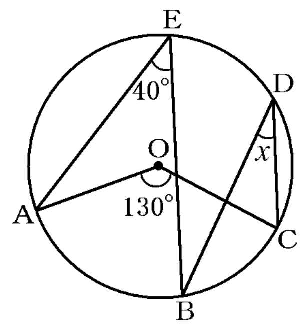
弧 EF の円周角なので，∠FBE＝∠FAE＝∠x

∠DBE＋∠FBE＝∠DBF

よって，20° ＋∠x＝55° ，∠x＝35°

[問題]

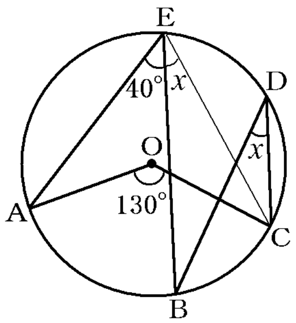
　右の図で，5 点 A，B，C，D，E は円 O の円周上にあり，∠AOC＝130°，∠AEB＝40° である。このとき，∠ x の大きさを求めよ。



(千葉県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]25°

[解説]

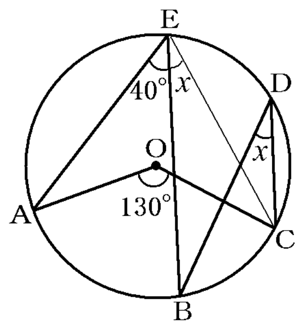
C と E を結ぶ。

弧 BC の円周角なので，∠BEC＝∠BDC＝∠ x

∠AEC は弧 AC の円周角，∠AOC は弧 AC の中心角なので，

∠AEC＝∠AOC÷2

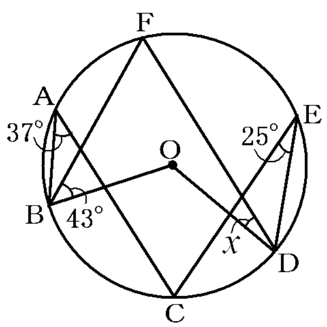
40° ＋∠ x ＝130° ÷2，∠ x ＝65° －40° ＝25°



[問題]

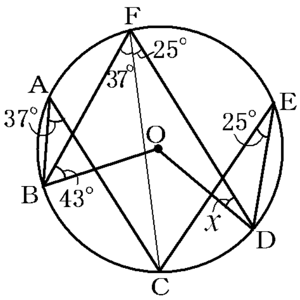
　右の図の円 O で，∠ x の大きさを求めよ。

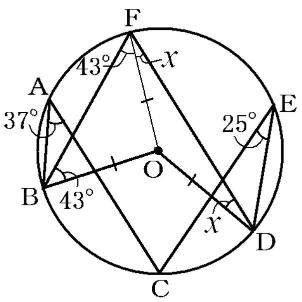
(福井県)(**)



[解答欄]

[ヒント]





[解答]19°

[解説]

図1

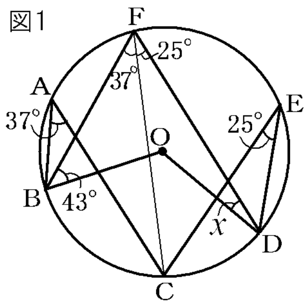


図2

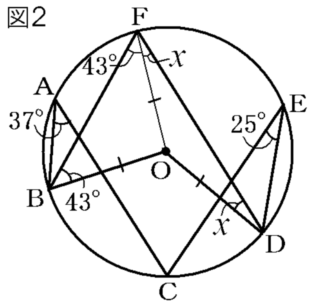


図1のように，CとFを結ぶ。

弧BCの円周角なので，

　∠BFC＝∠BAC＝37°

弧CDの円周角なので，

　∠CFD＝∠CED＝25°

よって，∠BFD＝37°＋25°＝62°・・・①

次に，図2のように，OとFを結ぶ。

△OBFはOB＝OFの二等辺三角形なので，∠OFB＝∠OBF＝43°

△ODFはOD＝OFの二等辺三角形なので，∠OFD＝∠ODF＝∠x

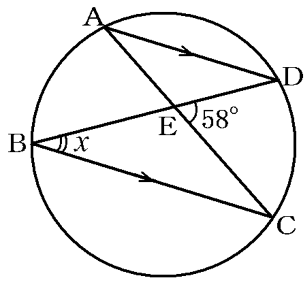
よって，∠BFD＝∠x＋43°・・・②

①，②より，∠x＋43°＝62°，∠x＝62°－43°＝19°

【】円周角・平行線

[問題]

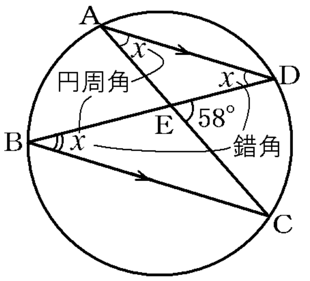
右の図で，A，B，C，D は円周上の点で，AD // BC であり，E は線分 AC と DB との交点である。∠DEC＝58° のとき，∠EBC の大きさは何度か。



(愛知県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]29°

[解説]

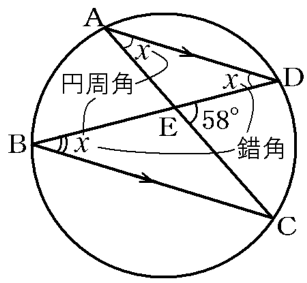
弧 CD の円周角なので，∠CAD＝∠CBD＝∠x

AD // BC で平行線の錯角は等しいので，

∠ADB＝∠CBD＝∠x

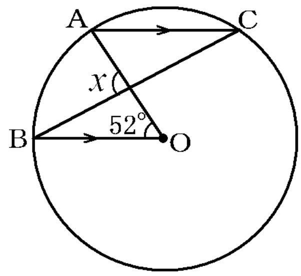
△ADE で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，

∠x＋∠x＝58°，2∠x＝58°，∠x＝29°



[問題]

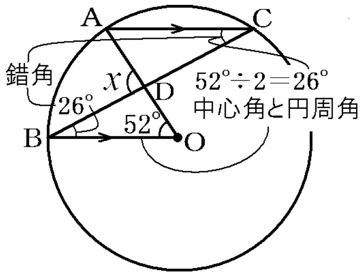
右図で，点 A，B，C は円 O の周上の点であり，AC // BO である。∠xの大きさを求めよ。



(福島県)(**)

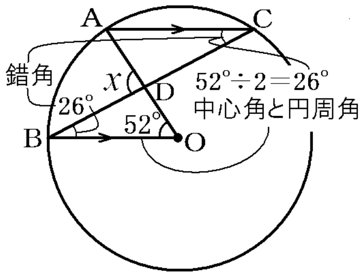
[解答欄]

[ヒント]



[解答]78°

[解説]



弧 AB の円周角と中心角なので，

∠ACB＝∠AOB÷2＝52° ÷2＝26°

AC // BO で平行線の錯角は等しいので，

∠DBO＝∠ACB＝26°

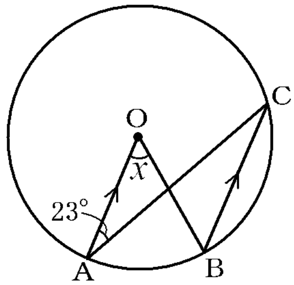
△DBO で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，

∠x＝26° ＋52° ＝78°

[問題]

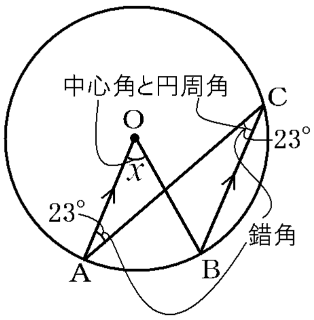
右の図のように，円 O の周上に点 A，B，C があり，OA // CB，∠OAC＝23° である。このとき，∠xの大きさを求めよ。

(石川県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



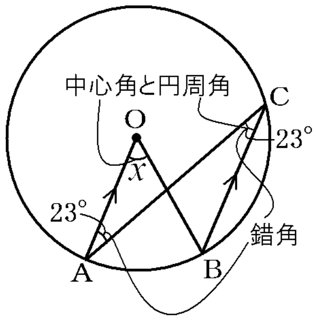
[解答]46°

[解説]

OA // CB なので，∠ACB＝∠OAC＝23°

弧 AB の円周角と中心角なので,

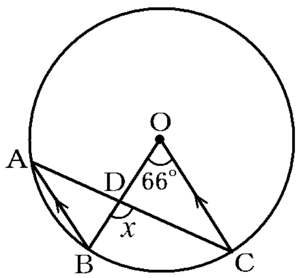
∠ x ＝∠ACB×2＝23° ×2＝46°



[問題]

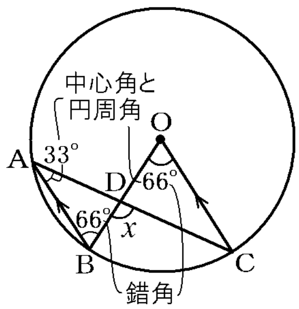
右の図で，3 点 A，B，C は点 O を中心とする円の周上にあり，∠BOC＝66° で，AB // OC である。線分 AC と線分 OB との交点を D とするとき，∠ x の大きさを求めよ。

(山形県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]99°

[解説]

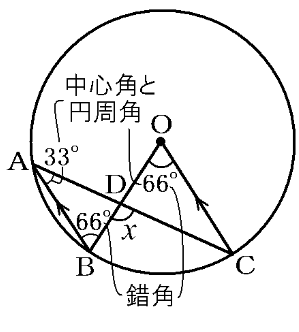
AB // OC なので，∠ABO＝∠BOC＝66°

弧 BC の円周角と中心角なので,

∠BAC＝∠BOC÷2＝66° ÷2＝33°

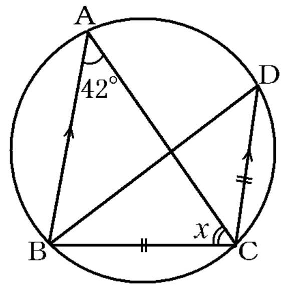
△ABD で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので,

∠ x ＝33° ＋66° ＝99°



[問題]

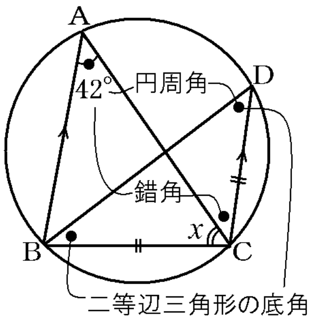
右の図で，A，B，C，D は円周上の点で，AB // DC，BC＝DC である。∠BAC＝42°のとき，∠xの大きさは何度か。



(愛知県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]54°

[解説]

弧 BC の円周角なので，∠BDC＝∠BAC＝42°

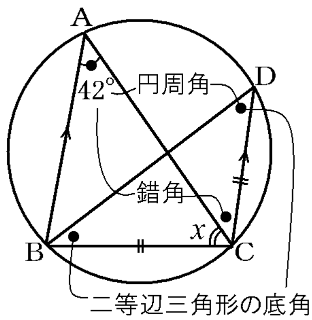
△CBD は CB＝CD の二等辺三角形なので，

∠CBD＝∠BDC＝42°

AB // DC で，平行線の錯角は等しいので，

∠ACD＝∠BAC＝42°

△BCD で，三角形の内角の和は 180°なので，

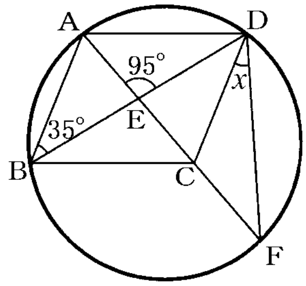


∠x＋42°＋42°＋42°＝180°，∠x＋126°＝180°

∠x＝180°－126°＝54°

[問題]

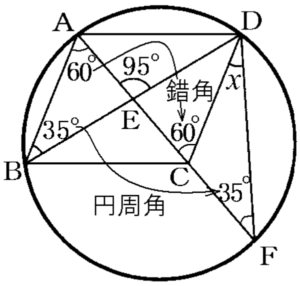
右の図のように，AB＜AD で∠BAD が鈍角の平行四辺形 ABCD があり，その対角線の交点を E とする。また，3 点 A，B，D を通る円と対角線 AC の延長との交点を F とし，線分 DF をひく。∠ABD＝35°，∠AED＝95°のとき，∠xの大きさを求めよ。



(岩手県)(**)

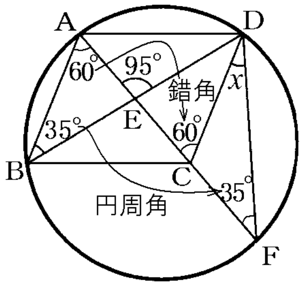
[解答欄]

[ヒント]



[解答]25°

[解説]



弧 AD の円周角なので，∠AFD＝∠ABD＝35°

△ABE で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，∠BAE＋35° ＝95° ，∠BAE＝95° −35° ＝60°

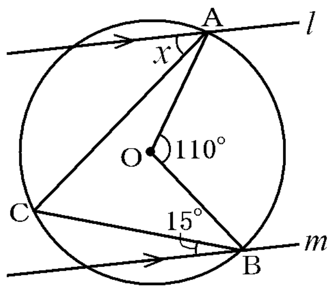
AB // DC で, 平行線の錯角は等しいので, ∠DCA＝∠BAE＝60°

△CDF で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，∠ x ＋35° ＝60° ，∠ x ＝60° −35° ＝25°

[問題]

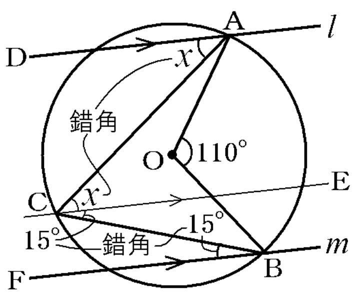
右の図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C があり，点 A を通る直線 l と，点 B を通る直線 m は平行である。このとき，∠ x の大きさを求めよ。

(石川県)(**)



[解答欄]

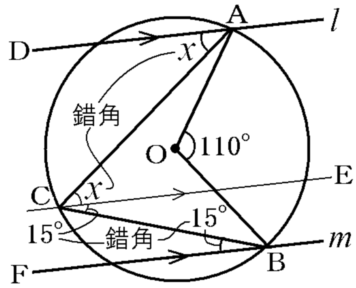
[ヒント]



[解答]40°

[解説]

右図のように，点 C を通り l，m に平行な補助線を引く。



平行線の錯角は等しいので，

　∠ACE＝∠DAC＝∠x

　∠ECB＝∠CBF＝15°

よって，∠ACB＝∠x＋15°

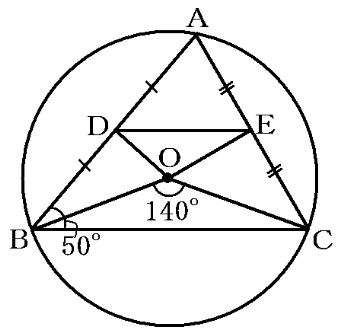
弧 AB の円周角と中心角なので，

　∠ACB＝∠AOB÷2＝110°÷2＝55°

したがって，∠x＋15°＝55°，∠x＝55°−15°＝40°

[問題]

　右の図で，3 点 A，B，C は点 O を中心とする円の周上にあり，∠ABC＝50°，∠BOC＝140° である。線分 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とするとき，次の各問いに答えよ。



(1) ∠AED の大きさを求めよ。

(2) ∠DOE の大きさを求めよ。

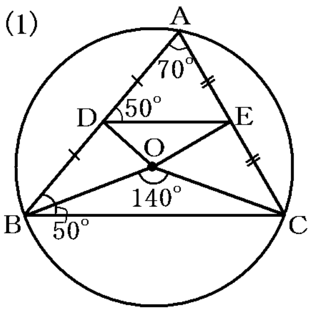
(山形県)(***)

[解答欄]

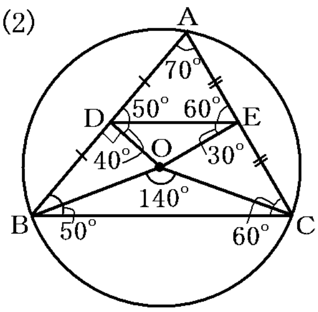
(1)	(2)

[ヒント]

(1)



(2)

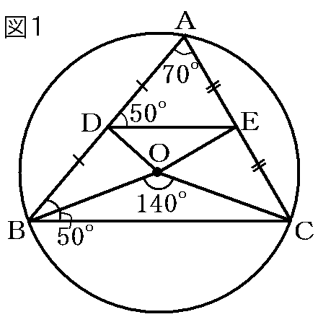


[解答](1) 60°　(2) 110°

[解説]

(1) 図 1 のように，D は AB の中点，E は AC の中点なので，中点連結定理より，DE // BC になる。

図1



平行線の同位角は等しいので，∠ADE＝∠ABC＝50°

弧 BC の円周角と中心角なので，

∠BAC＝∠BOC÷2＝140°÷2＝70°

△ADE で三角形の内角の和は 180° なので，

∠AED＝180°−70°−50°＝60°

⑵ O から弦 AB の中点 D に引いた OD は AB と垂直になるので，∠ODA＝90°

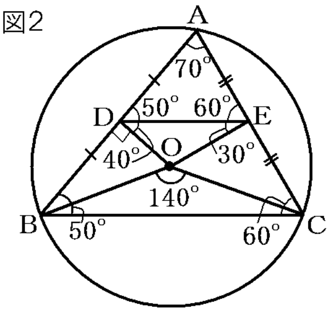
よって，∠ODE＝90° －50° ＝40°

同様に，∠OED＝90° －60° ＝30°

△ODE で三角形の内角の和は 180° なので，

∠DOE＝180° －40° －30° ＝110°

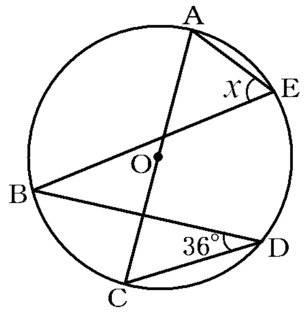
図2



【】直径→90°

[問題]

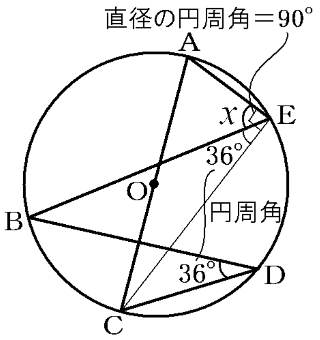
右の図において，AC が円 O の直径であるとき，∠xの大きさを求めよ。



(鳥取県)(**)

[解答欄]

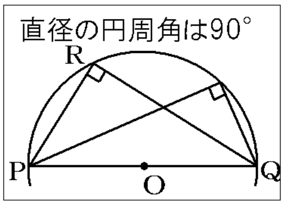
[ヒント]

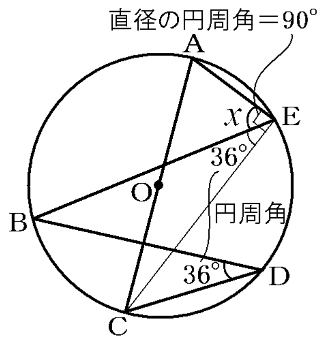


[解答]54°

[解説]

右図で中心角∠POQ＝180° なので，
円周角∠PRQ＝180° ÷2＝90° になる。
したがって, 直径の円周角は 90° になる。
円の問題で, 図に直径がかかれていたら，
ほとんどの場合「直径の円周角は 90° 」
を使う。この問題では，「直径の円周角は 90° 」が使えるように，まず，CE を結ぶ。





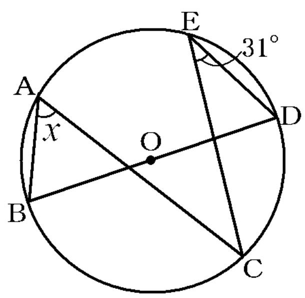
弧 BC の円周角なので，∠BEC＝∠BDC＝36°

直径の円周角なので，∠AEC＝90° になる。

よって，∠x＋∠BEC＝90° ，∠x＋36° ＝90° ，∠x＝90° －36° ＝54°

[問題]

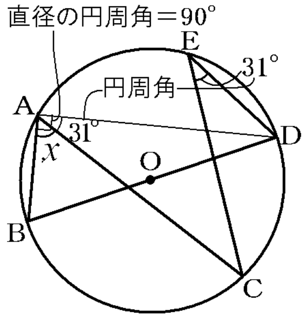
右の図で，点 A，B，C，D，E は点 O を中心とする円周上の点で，線分 BD は円 O の直径である。∠xの大きさを求めよ。



(福島県)(**)

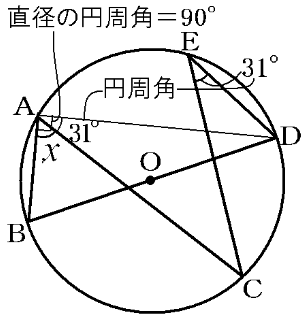
[解答欄]

[ヒント]



[解答]59°

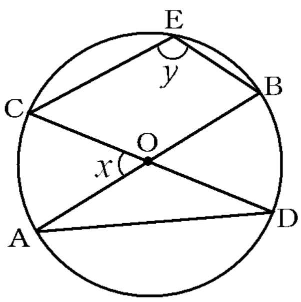
[解説]



[問題]

右図で，AB，CD は円 O の直径であり，点 E は円 O の円周上にある。∠ADC＝26° のとき，∠x，∠y の大きさを求めよ。

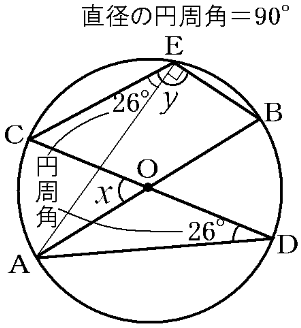
(石川県)(**)



[解答欄]

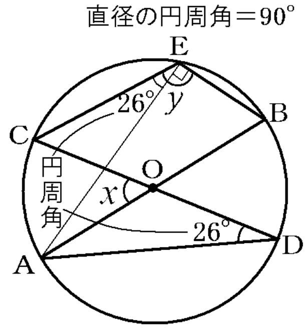
∠x＝	∠y＝

[ヒント]



[解答]∠x＝52°　　∠y＝116°

[解説]



弧 CA の円周角と中心角なので,

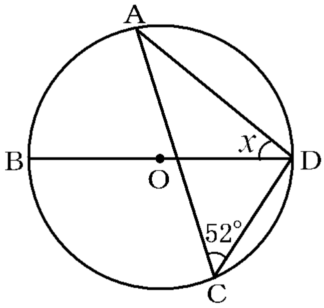
$\angle x = \angle ADC \times 2 = 26° \times 2 = 52°$

AE を結ぶと，直径の円周角なので，$\angle AEB = 90°$

弧 CA の円周角なので，$\angle AEC = \angle ADC = 26°$

よって，$\angle y = 26° + 90° = 116°$

[問題]

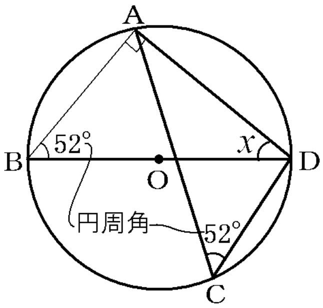


右の図で，4 点 A，B，C，D は，円 O の周上の点であり，線分 BD は円 O の直径である。$\angle ACD = 52°$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(秋田県)(**)

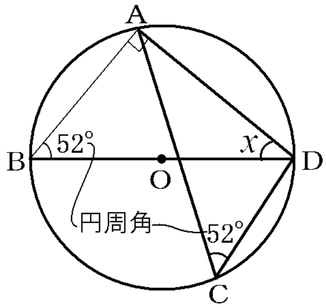
[解答欄]

[ヒント]



[解答]38°

[解説]



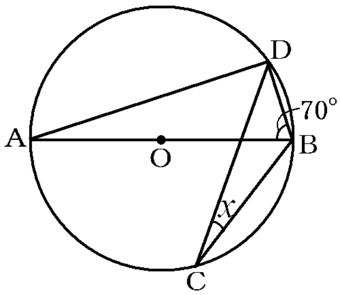
まず，AB を結ぶと，$\angle BAD = 90°$

弧 AD の円周角なので，$\angle ABD = \angle ACD = 52°$

$\triangle ABD$ で，三角形の内角の和は 180° なので，

$\angle x + 52° + 90° = 180°$，$\angle x = 180° - (52° + 90°) = 38°$

[問題]

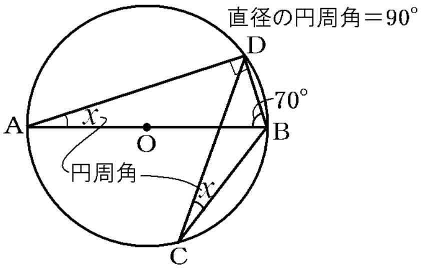


右図のように，線分 AB を直径とする円 O の円周上に 2 点 C，D がある。$\angle ABD = 70°$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(宮崎県)(**)

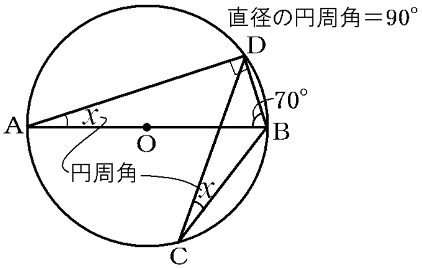
[解答欄]

[ヒント]



[解答]20°

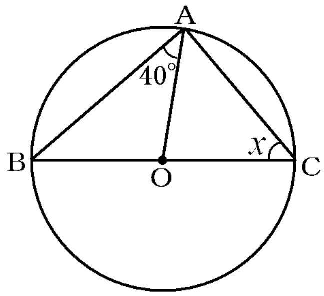
[解説]



[問題]

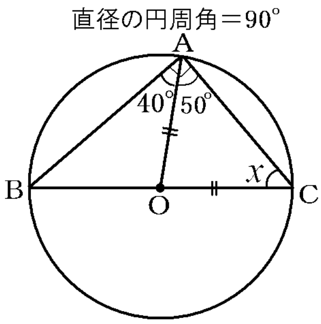
図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C があり，BC は直径である。∠ x の大きさは何度か。

(兵庫県)(**)



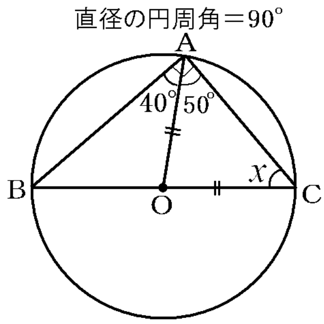
[解答欄]

[ヒント]



[解答]50°

[解説]



直径の円周角は 90° なので，∠BAC＝90°

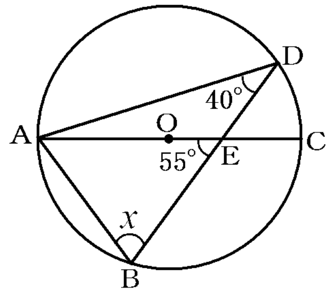
よって，∠OAC＝90° −40° ＝50°

△OAC は OA＝OC(半径)の二等辺三角形なので，

∠ x ＝∠OAC＝50°

[問題]

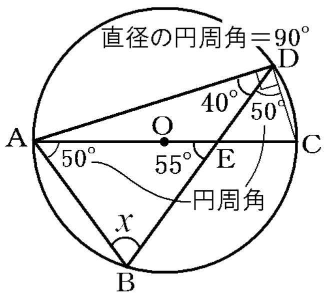
右の図で，点 A，B，C，D は円 O の円周上の点で，線分 AC は円 O の直径，点 E は AC と BD の交点である。このとき，∠xの大きさを求めよ。



(長野県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]75°

[解説]

DC を結ぶと，直径の円周角なので，∠ADC＝90° で，

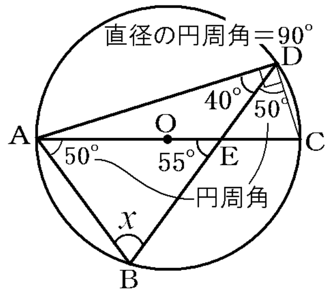
∠BDC＝90° －40° ＝50°

弧 BC の円周角なので，∠BAC＝∠BDC＝50°

△ABE で，三角形の内角の和は 180° なので，

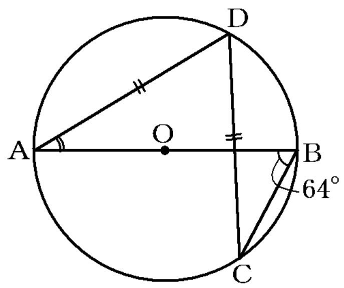
∠x＋50° ＋55° ＝180°

∠x＝180° －(50° ＋55°)＝75°



[問題]

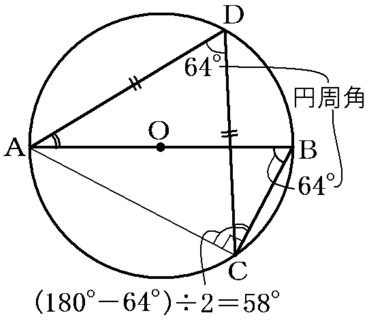
右の図のように，線分 AB を直径とする円 O の周上に 2 点 C，D があり，AD＝CD である。∠ABC＝64° のとき，∠BAD の大きさを求めよ。



(大分県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]32°

[解説]

まず，AC を結ぶ。すると，直角三角形 ABC(∠ACB＝90°)と二等辺三角形 DAC ができる。

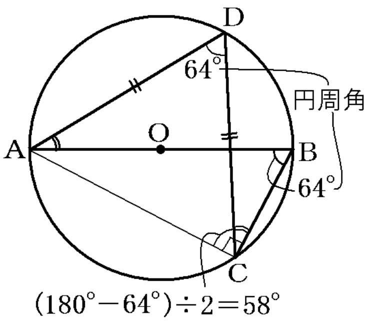
弧 AC の円周角なので，∠ADC＝∠ABC＝64°

△DAC は AD＝CD の二等辺三角形なので，

∠ACD＝(180°−64°)÷2＝58°

よって，∠BCD＝∠ACB−∠ACD＝90°−58°＝32°

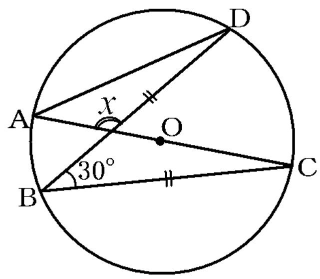
弧 BD の円周角なので，∠BAD＝∠BCD＝32°



[問題]

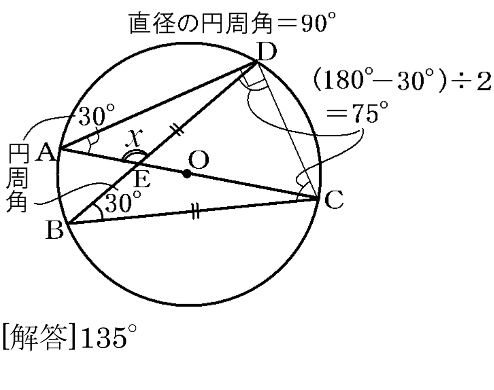
右の図で，4 点 A，B，C，D は円 O の周上にあり，AC は円 O の直径である。BC＝BD，∠CBD＝30°のとき，∠xを求めよ。

(岐阜県)(**)



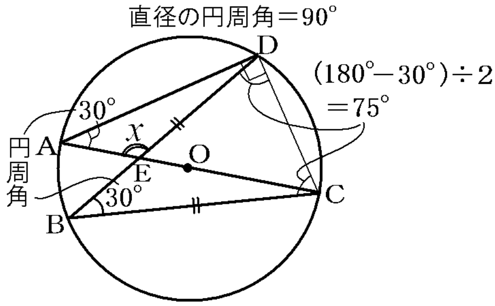
[解答欄]

[ヒント]



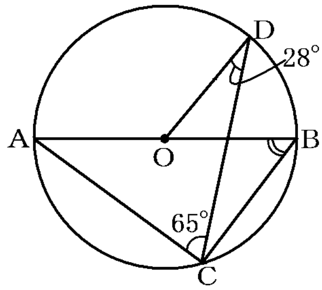
[解答]135°

[解説]
まず，DC を結ぶ。すると，直角三角形 ACD と二等辺三角形 BCD ができる。



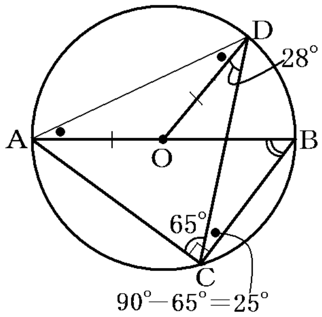
二等辺三角形の底角は等しいので，
∠BCD＝∠BDC＝(180° −30°)÷2＝75°
∠ADC＝90° なので，∠ADE＝90° −75° ＝15°
△ADE で，三角形の内角の和は 180° なので，
∠ x ＋30° ＋15° ＝180°
∠ x ＝180° −45° ＝135°

[問題]
　右の図において，線分 AB は円 O の直径であり，2 点 C，D は円 O の周上の点である。このとき，∠ABC の大きさを求めよ。
(神奈川県)(**)

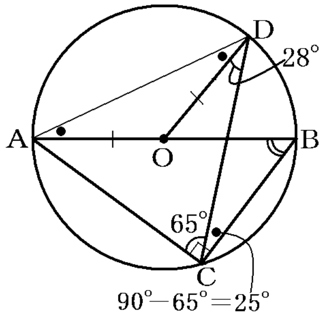


[解答欄]

[ヒント]



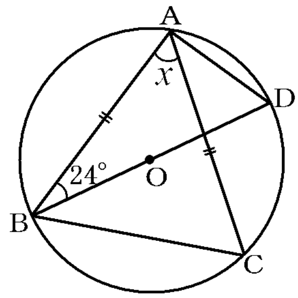
[解答]53°
[解説]
∠ACB＝90°(直径の円周角)なので，
∠BCD＝90° −65° ＝25°
AD を結ぶ。弧 BD の円周角なので，∠DAO＝∠BCD＝25°
△OAD は二等辺三角形なので，∠ADO＝∠DAO＝25°
よって，∠ADC＝25° ＋28° ＝53°
弧 AC の円周角なので，∠ABC＝∠ADC＝53°



[問題]

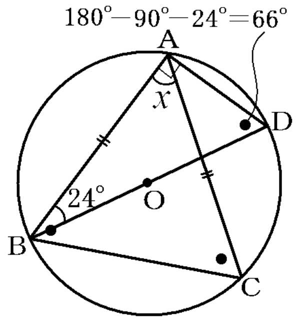
右の図で，点 A，B，C，D は円 O の周上の点であり，線分 BD は円 O の直径である。また，AB＝AC である。このとき，∠xの大きさを求めよ。

(福島県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]48°

[解説]

∠BAD＝90°(直径の円周角)なので，

∠ADB＝180°－90°－24°＝66°

弧 AB の円周角なので，

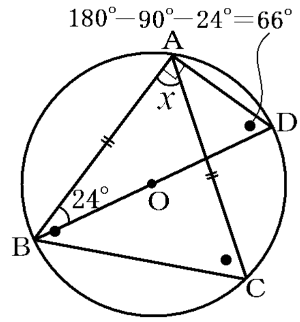
∠ACB＝∠ADB＝66°

△ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので，

∠ABC＝∠ACB＝66°

△ABC で，三角形の内角の和は 180°なので，

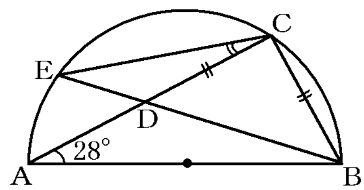
x＝180°－66°－66°＝48°



[問題]

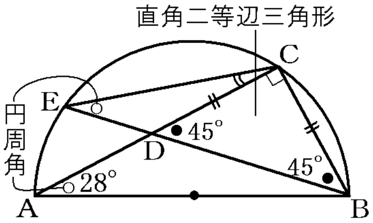
右の図は，線分 AB を直径とする半円で，点 C は弧 AB 上にある。点 D は線分 AC 上にあって，DC＝BC である。また，点 E は BD の延長と弧 AC との交点である。∠BAD＝28°であるとき，∠DCE の大きさを求めよ。

(熊本県)(**)



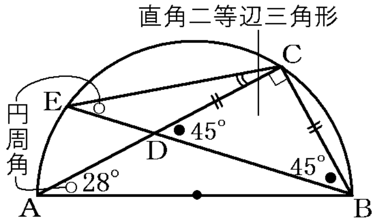
[解答欄]

[ヒント]



[解答]17°

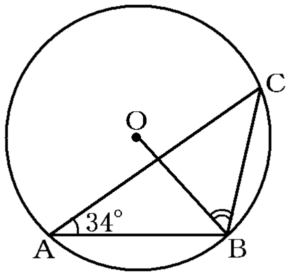
[解説]



∠ACB＝90°(直径の円周角)で，CD＝CB なので，
△CBD は直角二等辺三角形であるから，∠CDB＝45°
また，弧 BC の円周角なので，∠BEC＝∠BAC＝28°
△CDE で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，
∠DCE＋28° ＝45° ，∠DCE＝45° －28° ＝17°

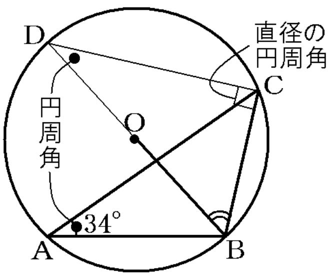
[問題]

右の図で，A，B，C は円 O の周上の点である。
∠CAB＝34° のとき，∠OBC の大きさは何度か。
(愛知県)(***)



[解答欄]

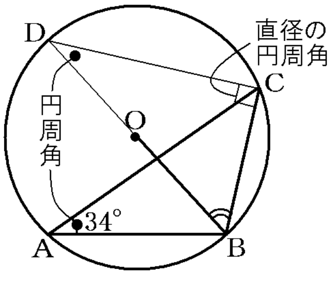
[ヒント]



[解答]56°

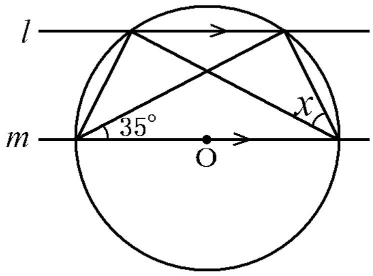
[解説]

「直径の円周角は 90° 」が使えないかと考え，右図のように，
BO を延長させて直径 BD をかき，さらに，CD を結ぶ。
弧 BC の円周角なので，∠BDC＝∠BAC＝34°
また，∠BCD＝90°(直径の円周角)なので，
∠OBC＋90° ＋34° ＝180°
∠OBC＝180° －(90° ＋34°)＝56°



[問題]

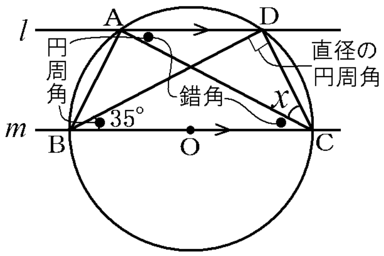
右の図のように，直線 l と直線 m は平行で，直線 m は円 O の中心を通っている。このとき，∠ x の大きさを求めよ。



(沖縄県)(**)

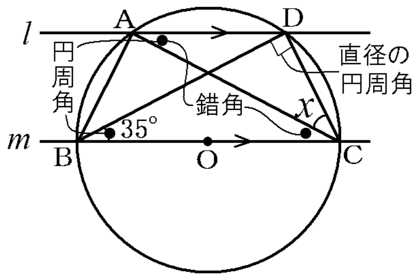
[解答欄]

[ヒント]



[解答]20°

[解説]



弧 CD の円周角なので，∠CAD＝∠CBD＝35°

l // m で，平行線の錯角は等しいので，

∠ACB＝∠CAD＝35°

直径の円周角なので，∠BDC＝90°

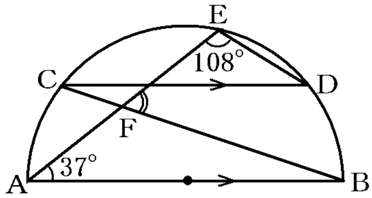
△BCD で，三角形の内角の和は 180° なので，

∠ x ＋35° ＋35° ＋90° ＝180°

∠ x ＝180° −(35° ＋35° ＋90°)＝20°

[問題]

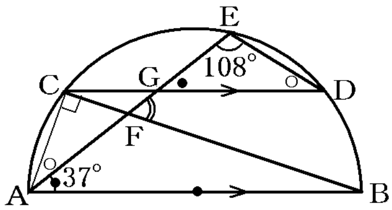
右の図は，線分 AB を直径とする半円で，2 点 C，D は弧 AB 上にあって，CD // AB である。点 E は弧 CD 上にあり，点 F は線分 AE と線分 BC との交点である。∠BAE＝37° ，∠AED＝108° であるとき，∠BFE の大きさを求めよ。



(熊本県)(***)

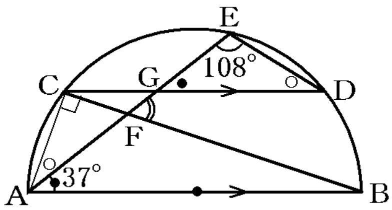
[解答欄]

[ヒント]



[解答]55°

[解説]



ACを結ぶと，∠ACB＝90°

CD // ABなので，∠EGD＝∠BAE＝37°

△DEGで三角形の内角の和は180° なので，

∠EDG＝180° －108° －37° ＝35°

弧CEの円周角なので，∠CAF＝∠EDG＝35°

△ACFで三角形の内角の和は180° なので，

∠AFC＋∠CAF＋90° ＝180°

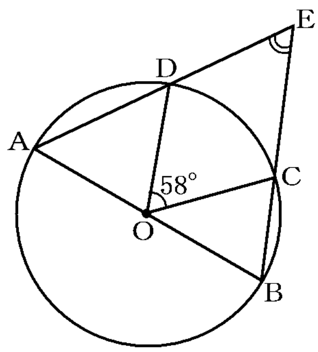
∠AFC＝180° －(∠CAF＋90°)＝180° －(35° ＋90°)＝55°

対頂角は等しいので，∠BFE＝∠AFC＝55°

[問題]

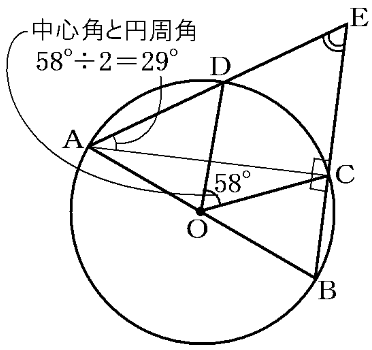
右の図で，A，B，C，Dは円Oの周上の点で，ABは直径である。また，Eは直線ADと直線BCとの交点である。∠DOC＝58° のとき，∠DECの大きさは何° か。

(愛知県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]61°

[解説]

AC を結ぶと，∠ACB＝90°

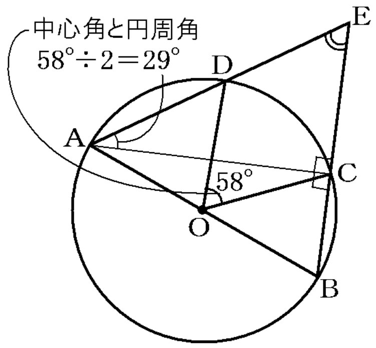
弧 CD の中心角と円周角なので,

　∠CAD＝∠COD÷2＝58°　÷2＝29°

直角三角形 AEC で，三角形の内角の和は 180°　なので,

∠DEC＝∠AEC＝180°　－90°　－∠CAD

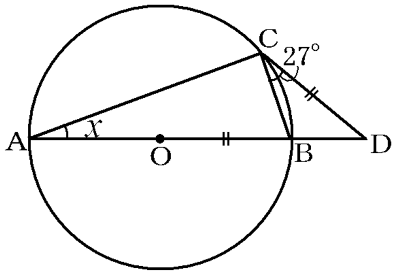
　　　＝180°　－90°　－29°　＝61°



[問題]

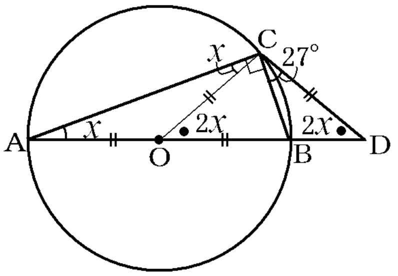
　右の図のように，AB を直径とする円 O の周上に点 C をとり，直径 AB を B の方に延長した直線上に点 D をとる。CD＝OB，∠BCD＝27°　のとき，∠CAB の大きさ x を求めよ。

(埼玉県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]21°

[解説]

OC を結ぶと，OC＝OA＝OB＝CD である。

△OAC は二等辺三角形なので,

∠OCA＝∠OAC＝ x

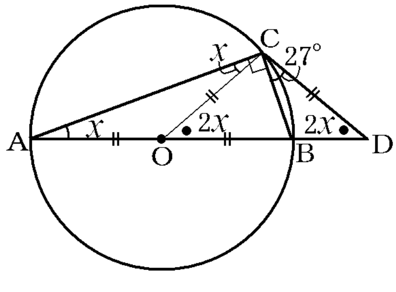
三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，∠DOC＝ $x + x = 2x$

△COD は二等辺三角形なので，∠ODC＝∠DOC＝ $2x$

△ACD で，∠ACD＝90°　＋27°　＝117°

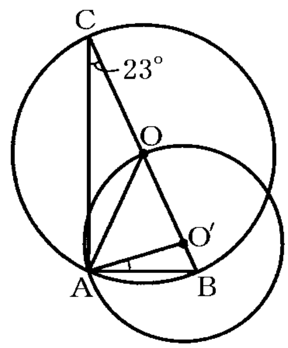
三角形の内角の和は 180°　なので,

x ＋117°　＋ $2x$ ＝180°　　$3x$ ＝63°　，x ＝21°



[問題]

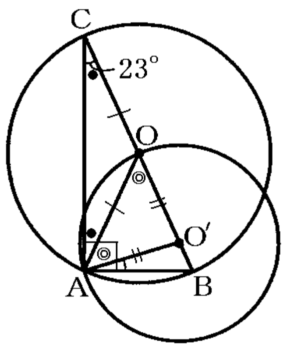
右の図で，点 A は，BC を直径とする円 O の周上にあり，∠ACB＝23° である。また，2 点 O，A を通る円 O'の中心は，線分 OB 上にある。このとき，∠BAO'の大きさを求めよ。



(茨城県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]21°

[解説]

△OAC は OA＝OC の二等辺三角形なので，

∠OAC＝∠OCA＝23°

三角形の外角は，他の 2 つの内角の和に等しいので，

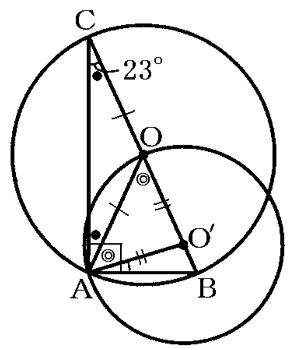
∠AOO'＝23° ＋23° ＝46°

△O'AO は O'A＝O'O の二等辺三角形なので，

∠O'AO＝∠O' OA＝46°

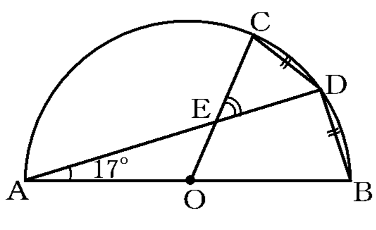
BC は円 O の直径なので，∠BAC＝90°

∠BAO'＝90° −23° −46° ＝21°



[問題]

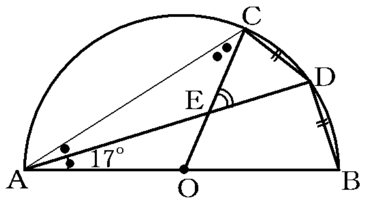
右の図で，C，D は AB を直径とする半円 O の周上の点で，CD＝DB である。また，E は線分 DA と CO との交点である。∠EAO＝17° のとき，∠CED の大きさは何度か。



(愛知県)(***)

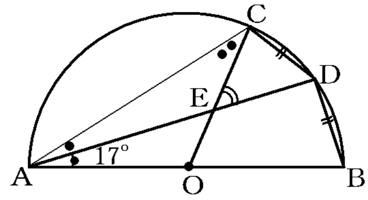
[解答欄]

[ヒント]



[解答]51°

[解説]



AC を結ぶと，CD＝DB なので，∠CAD＝∠DAB＝17°

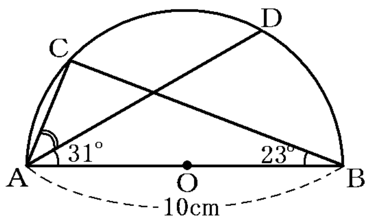
△OAC は OA＝OC(半径)の二等辺三角形なので，

∠OCA＝∠OAC＝17°＋17°＝34°

△ACE で，三角形の外角は，他の 2 つの内角の和に等しいので，

∠CED＝17°＋34°＝51°

[問題]



　右の図のように，長さが 10cm の線分 AB を直径とする半円 O がある。弧 AB 上に，∠ABC＝23°，∠BAD＝31° となるように 2 点 C，D をとる。

次の各問いに答えよ。

(1) ∠CAD の大きさを求めよ。

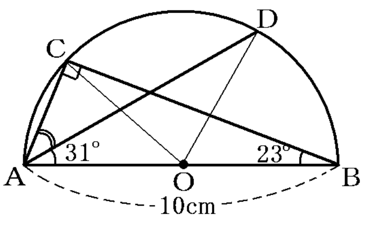
(2) 弧 CD の長さを求めよ。

(福島県)(**)

[解答欄]

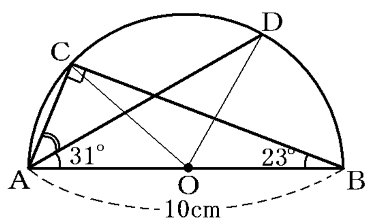
(1)	(2)

[ヒント]



[解答](1) 36°　(2) 2π cm

[解説]



(1) 直径の円周角なので，∠ACB＝90°

△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，

∠CAD＝180°－90°－31°－23°＝36°

(2) (1)より，弧 CD の円周角は 36° なので，

弧 CD の中心角$\angle$COD＝36°　×2＝72°

(弧 CD の長さ)＝(円周)$\times \dfrac{72^\circ}{360^\circ} = 10\pi \times \dfrac{1}{5} = 2\pi$ (cm)

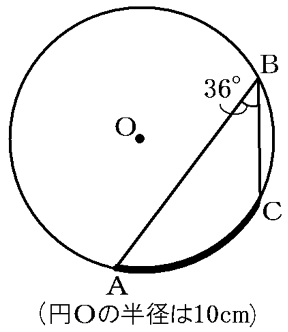
【】弧の長さと角

[円周角と弧の長さ]

[問題]

右の図のように，半径が 10cm の円 O の周上に，3 点 A，B，C を∠ABC＝36°となるようにとる。このとき，太い線で示した弧 AC の長さを求めよ。ただし，円周率をπとする。

(宮城県)(*)



[解答欄]

[ヒント]

弧 AC の中心角と円周角なので，∠AOC＝∠ABC×2

[解答] 4π cm

[解説]

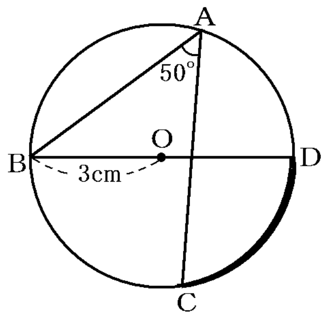
弧 AC の中心角と円周角なので，∠AOC＝∠ABC×2＝36°×2＝72°

$(弧\ \mathrm{AC}) = 2\pi \times 10 \times \frac{72}{360} = 20\pi \times \frac{1}{5} = 4\pi\ (\mathrm{cm})$

[問題]

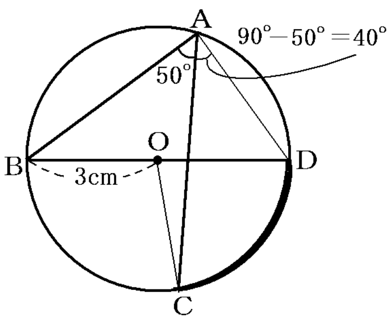
右の図において，4 点 A，B，C，D は点 O を中心とする円の周上にあり，BD はこの円の直径である。円の半径が 3cm で，∠BAC＝50°であるとき，点 A をふくまない弧 CD の長さは何 cm か。ただし，円周率はπとする。

(山形県)(**)



[解答欄]

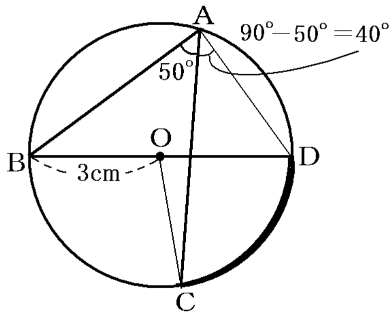
[ヒント]



[解答] $\dfrac{4}{3}\pi$ cm

[解説]

右図のように AD を結ぶと，BD は直径で，∠BAD＝90°なので，∠CAD＝90°－50°＝40°である。



弧 CD の円周角と中心角なので，

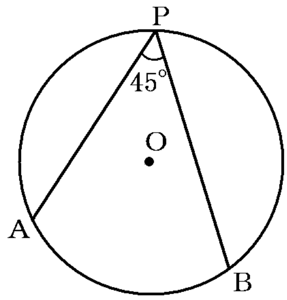
∠COD＝∠CAD×2＝40°×2＝80°

(弧 CD)＝$2\pi\times3\times\dfrac{80°}{360°}=\dfrac{4}{3}\pi$ (cm)

[問題]

右の図は，円 O で，弧 AB に対する円周角∠APB を 45°になるようにかいたものである。弧 AB＝2π cm のとき，円 O の半径を求めよ。

(岩手県)(**)



[解答欄]

[ヒント]

弧 AB の円周角と中心角なので，∠AOB＝∠APB×2＝45°×2＝90°

[解答]4cm

[解説]

弧 AB の円周角と中心角なので，∠AOB＝∠APB×2＝45°×2＝90°

円 O の半径を x (cm)とすると，(弧 AB)＝ $2\pi x\times\dfrac{90}{360}=\dfrac{\pi}{2}x$

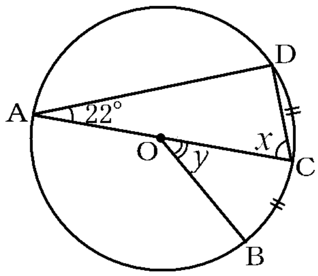
弧 AB＝2π cm なので， $\dfrac{\pi}{2}x=2\pi$， $x=2\pi\div\dfrac{\pi}{2}=2\pi\times\dfrac{2}{\pi}=4$(cm)

[弧の長さが等しい]

[問題]

右の図の円 O で弧 BC＝弧 CD のとき，∠x，∠y の大きさを求めよ。ただし，線分 AC は円の直径である。

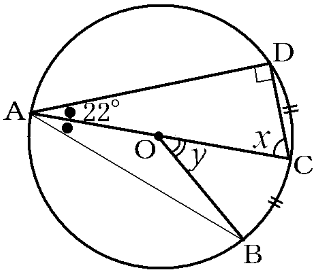
(福井県)(**)



[解答欄]

∠x＝	∠y＝

[ヒント]



[解答]$\angle x$＝68°　　$\angle y$＝44°

[解説]

直径 AC の円周角なので，∠ADC＝90°

△ACD で，三角形の内角の和は 180° なので，

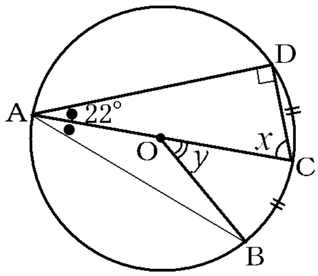
$\angle x$＝180° －90° －22° ＝68°

次に，A と B を結ぶ。

弧 BC＝弧 CD なので，∠BAC＝∠CAD＝22°

弧 BC の中心角と円周角なので，

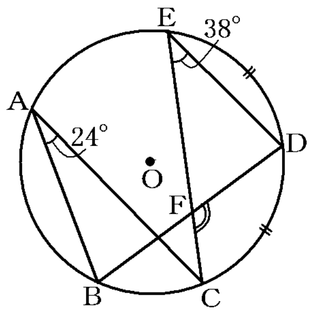
　$\angle y$＝∠BAC×2＝22° ×2＝44°



[問題]

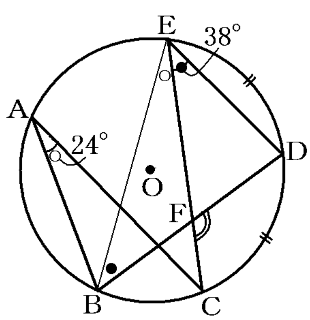
　右の図で，5 点 A，B，C，D，E は円 O の円周上にあり，∠BAC＝24° ，∠CED＝38° ，弧 CD＝弧 DE である。線分 BD と線分 CE の交点を F とするとき，∠CFD の大きさを求めよ。

(千葉県)(**)



[解答欄]

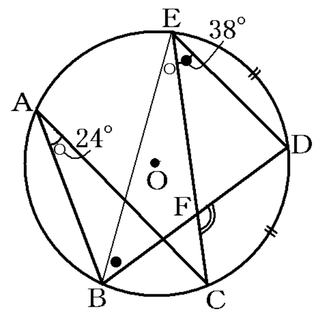
[ヒント]



[解答]118°

[解説]

BE を結び，△BEF に着目する。



弧 BC の円周角なので，∠BEC＝∠BAC＝24°

弧 DE＝弧 CD なので，∠DBE＝∠CED＝38°

△BEF で，三角形の内角の和は 180° なので，

∠BFE＋∠EBF＋∠BEF＝180°

∠BFE＋38° ＋24° ＝180°

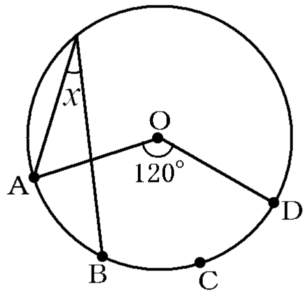
∠BFE＝180° －(38° ＋24°)＝118°

対頂角は等しいので，∠CFD＝∠BFE＝118°

[弧の長さの比]

[問題]

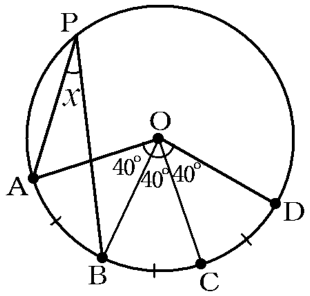
右の図において，弧 AB＝弧 BC＝弧 CD とする。∠ x の大きさを求めよ。ただし，点 O は円の中心とする。



(沖縄県)(**)

[解答欄]

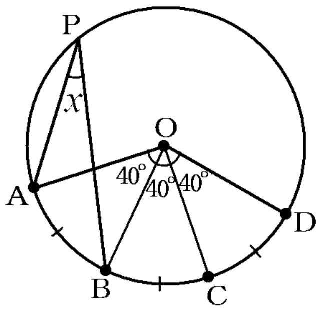
[ヒント]



[解答]20°

[解説]

1 つの円で，長さが等しい弧に対する中心角の大きさは等しいので，∠AOB＝∠BOC＝∠COD



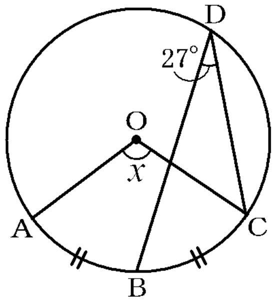
よって，∠AOB＝∠AOD÷3＝120° ÷3＝40°

同じ弧 AB の円周角は中心角の半分になるので，

∠ x ＝∠APB＝∠AOB÷2＝40° ÷2＝20°

[問題]

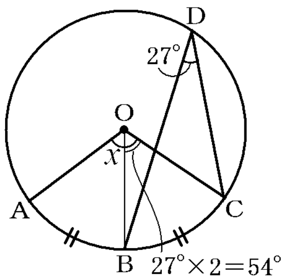
右の図のように，円 O の円周上に，4 点 A，B，C，D がある。弧 AB＝弧 BC，∠BDC＝27°のとき，∠AOC の大きさ x を求めよ。



(宮崎県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]108°

[解説]

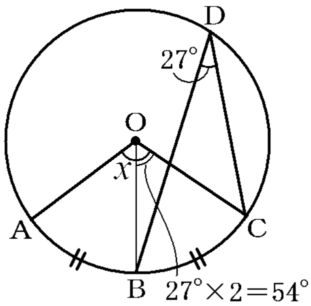
OB を結ぶ。

同じ弧 BC の中心角は，円周角の 2 倍になるので，

∠BOC＝∠BDC×2＝27°×2＝54°

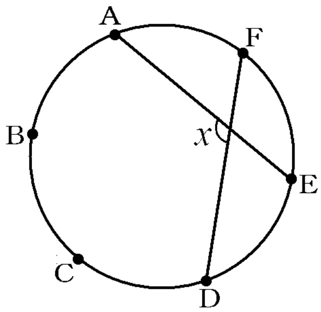
弧 AB＝弧 BC なので，　∠AOB＝∠BOC＝54°

よって，∠AOC＝54°＋54°＝108°



[問題]

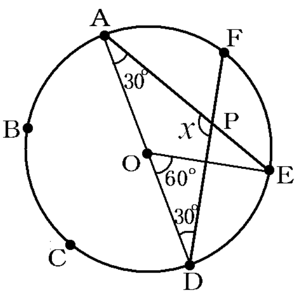
右の図で，A，B，C，D，E，F は，円周を 6 等分する点である。∠x の大きさを求めよ。



(福島県)(**)

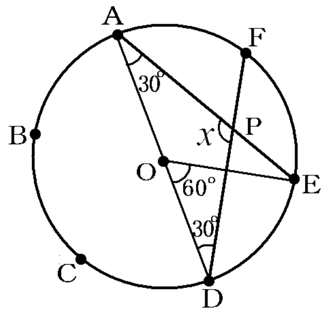
[解答欄]

[ヒント]



[解答]120°

[解説]



A と D を結ぶと，AD は直径になるので，円の中心 O は線分 AB の中点にある。弧 DE は円周の$\frac{1}{6}$なので，

中心角 DOE＝360°×$\frac{1}{6}$＝60° である。

同じ弧 DE の円周角は中心角の$\frac{1}{2}$なので，

∠DAE＝∠DOE×$\frac{1}{2}$＝60°×$\frac{1}{2}$＝30° である。

同様にして，弧 AF の円周角∠ADF は 30° になる。

△ADP で，三角形の内角の和は 180° なので，∠x＋30°＋30°＝180°

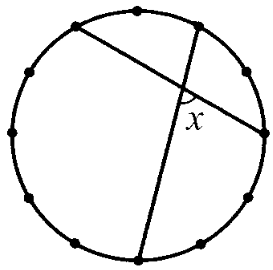
よって，∠x＝180°−60°＝120°

[問題]

右の図で，円周上の 12 点は円周を 12 等分している。

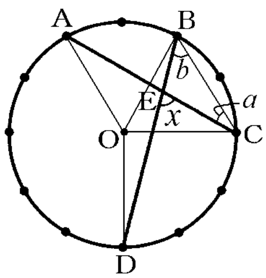
∠xの大きさを求めよ。

(奈良県)(**)



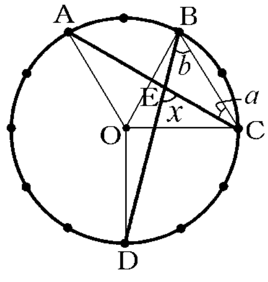
[解答欄]

[ヒント]



[解答]75°

[解説]



右図で∠aと∠bがわかれば∠xを求めることができる。

∠aは弧 AB の円周角である。弧 AB の中心角は∠AOB で，

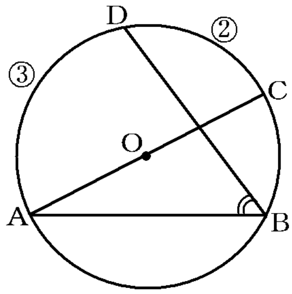
∠AOB＝360°×$\frac{2}{12}$＝60° なので，∠a＝60°÷2＝30°

同様に，∠COD＝360°×$\frac{3}{12}$＝90° なので，∠b＝90°÷2＝45°

△BCE で，三角形の外角は，他の 2 つの内角の和に等しいので，
$\angle x = \angle a + \angle b = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$

[問題]

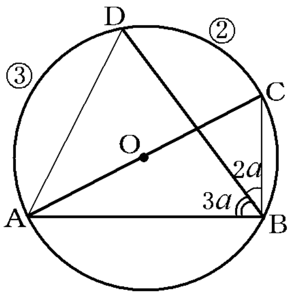
右の図のように，円 O の周上に 4 点 A，B，C，D があり，線分 AC は点 O を通る。点 B を含まない弧 AD の長さと点 B を含まない弧 DC の長さの比が 3：2 のとき，∠ABD の大きさを求めよ。



(徳島県)(**)

[解答欄]

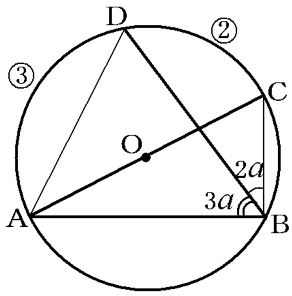
[ヒント]



[解答]54°

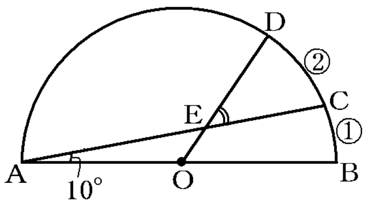
[解説]

弧 AD の長さと弧 DC の長さの比が 3：2 なので，
それぞれの弧の円周角の比も 3：2 になる。
そこで，右図のように，$\angle ABD = 3a$，$\angle CBD = 2a$ とおく。
直径 AC の円周角なので，$\angle ABC = 90^\circ$ だから，
$3a + 2a = 90^\circ$，$5a = 90^\circ$，$a = 18^\circ$
$\angle ABD = 3a = 3 \times 18^\circ = 54^\circ$



[問題]

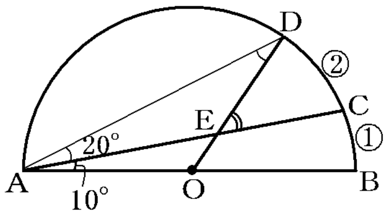
右の図のように，線分 AB を直径とする半円 O がある。また，2 点 C，D が弧 AB 上にあり，$\angle BAC = 10^\circ$，弧 BC：弧 CD＝1：2 となっている。2 つの線分 OD と AC の交点を E とするとき，∠CED の大きさを求めよ。



(岩手県)(**)

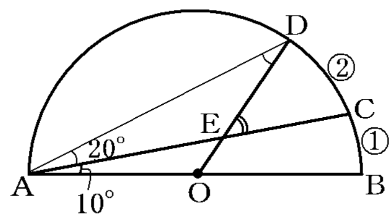
[解答欄]

[ヒント]



[解答]50°

[解説]



ADを結ぶ。

弧BC：弧CD＝1：2なので，

∠CAD＝∠BAC×2＝10°×2＝20°

△OADはOA＝ODの二等辺三角形なので，

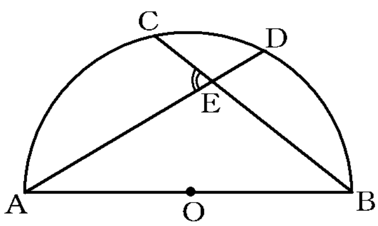
∠ODA＝∠OAD＝10°＋20°＝30°

△ADEで，三角形の外角は，他の2つの内角の和に等しいので，

∠CED＝∠EAD＋∠EDA＝20°＋30°＝50°

[問題]

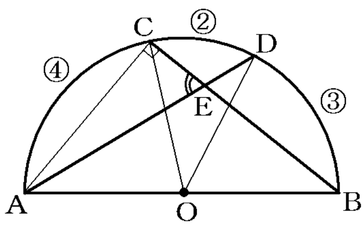
右の図で，2点C，Dは，線分ABを直径とする半円Oの弧AB上にある点で，弧AC＝$\frac{4}{9}$弧AB，弧BD＝$\frac{1}{3}$弧ABである。線分ADと線分BCとの交点をEとする。∠AECの大きさは何°か。



(東京都)(***)

[解答欄]

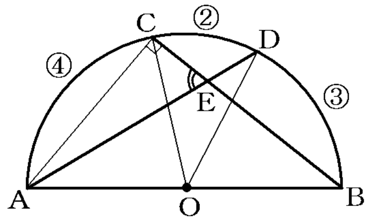
[ヒント]



[解答]70°

[解説]

AC を結ぶと，∠ACB＝90° である。△AEC で，∠CAD がわかれば，∠AEC を求めることができる。



「弧 AC＝$\frac{4}{9}$弧 AB，弧 BD＝$\frac{1}{3}$弧 AB」なので，

弧 CD＝$\left(1-\frac{4}{9}-\frac{1}{3}\right)$×弧 AB＝$\frac{2}{9}$弧 AB で，

弧 AC：弧 CD：弧 DB＝$\frac{4}{9}$：$\frac{2}{9}$：$\frac{1}{3}$＝4：2：3 である。

したがって，∠COD＝180°×$\frac{2}{4+2+3}$＝180°×$\frac{2}{9}$＝40°

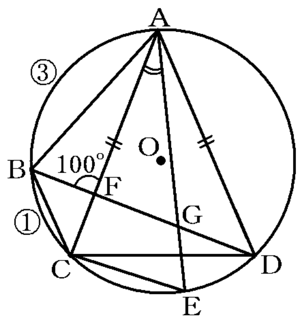
弧 CD の円周角と中心角なので，∠CAE＝∠CAD＝∠COD÷2＝40°÷2＝20°

△AEC で，三角形の内角の和は 180° なので，∠AEC＝180°－20°－90°＝70°

[問題]

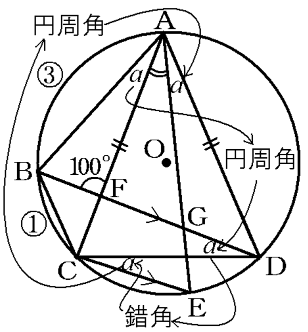
右の図において，4 点 A，B，C，D は円 O の円周上の点であり，△ACD は AC＝AD の二等辺三角形である。点 C を通り BD に平行な直線と円 O との交点を E とし，BD と AC，AE との交点をそれぞれ F，G とする。弧 AB：弧 BC＝3：1，∠AFB＝100° のとき，∠CAE の大きさを求めよ。

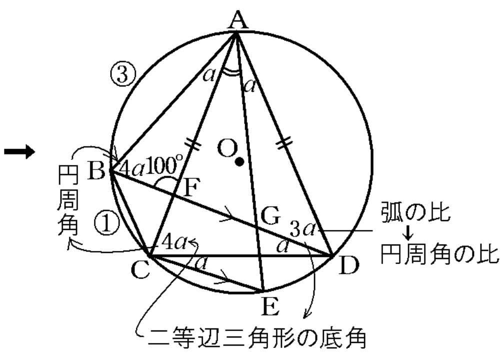
(静岡県)(***)



[解答欄]

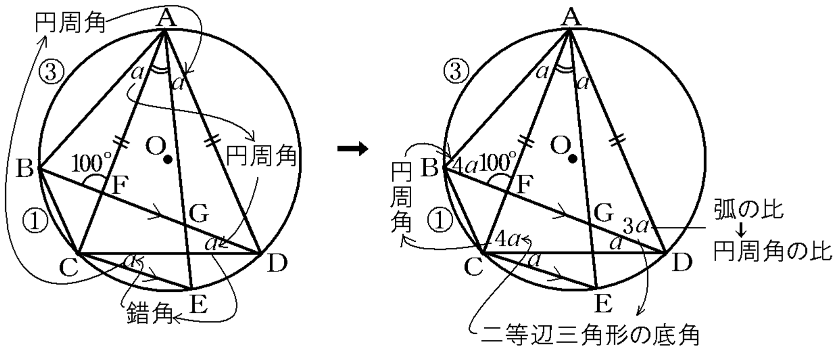
[ヒント]





[解答]36°

[解説]



∠BAC＝a とおく。円周角，平行線の錯角，弧の比＝円周角の比，を使って角を調べると，上図のようになる。

△ABF で，三角形の内角の和は 180° なので，

$a+4a+100°=180°$，$5a=80°$，$a=16°$

△ABD で，三角形の内角の和は 180° なので，

$a+∠CAE+a+4a+3a=180°$，$∠CAE=180°-9a$

$a=16°$ なので，$∠CAE=180°-9×16°=36°$

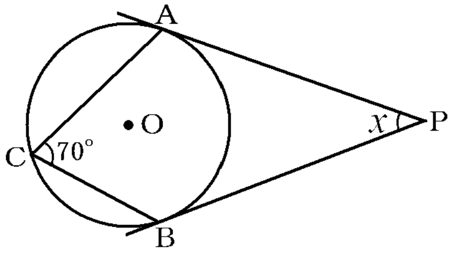
【】その他

[円と接線]

[問題]

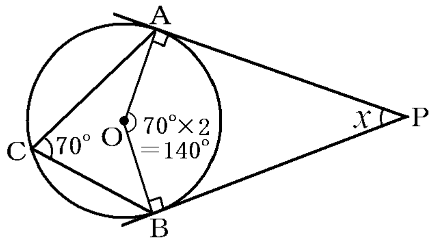
右の図において，∠xの大きさを求めよ。ただし，PA，PB は円 O の接線で，点 A，B はその接点である。また，点 C は円 O の周上の点である。

(鳥取県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]40°

[解説]

右図のように，OA，OB を結ぶと，

∠OAP＝90°，∠OBP＝90°

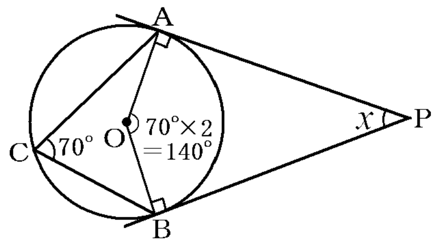
また，同じ弧の中心角は，円周角の 2 倍になるので，

∠AOB＝∠ACB×2＝70°×2＝140°

四角形 AOBP で，四角形の内角の和は 360°なので，

x＋90°＋140°＋90°＝360°

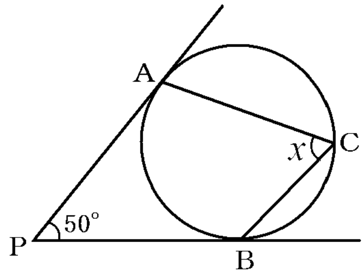
x＋320°＝360°，x＝360°－320°＝40°



[問題]

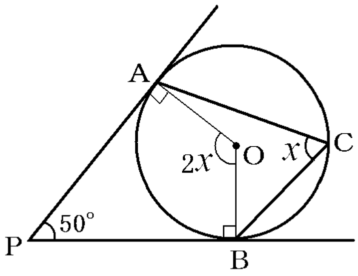
右の図のように，3 点 A，B，C が円周上にあり，2 直線 PA，PB はともに円の接線である。∠APB＝50°のとき，∠xの大きさを求めよ。

(鹿児島県)(**)



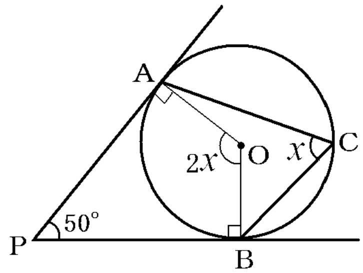
[解答欄]

[ヒント]



[解答]65°

[解説]



円の中心を O とする。右図のように，OA，OB を結ぶと，

∠OAP＝90°，∠OBP＝90°

また，同じ弧の中心角は，円周角の 2 倍になるので，

∠AOB＝∠ACB×2＝x×2＝2x

四角形 AOBP で，四角形の内角の和は 360°なので，

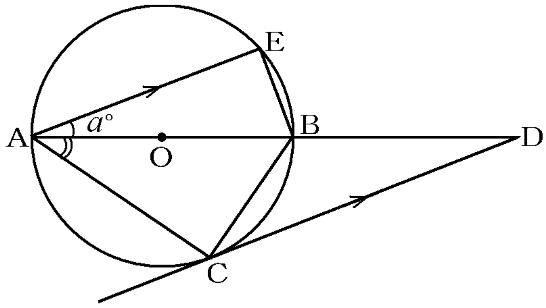
2x＋50°＋90°＋90°＝360°

2x＋230°＝360°，2x＝130°，x＝65°

[問題]

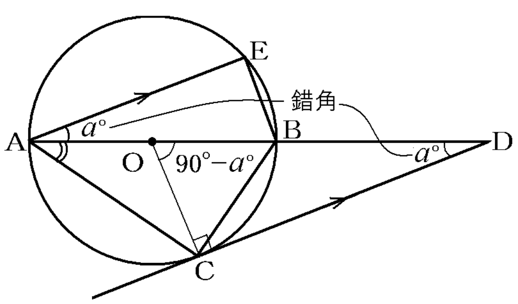
右の図のように，AB を直径とする円 O の周上に，AC＞BC となるように点 C をとる。また，C を通る円 O の接線と直線 AB との交点を D とし，CD // AE となるように円周上に点 E をとる。∠EAB＝a°とするとき，∠BAC の大きさを a を用いて表せ。

(栃木県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



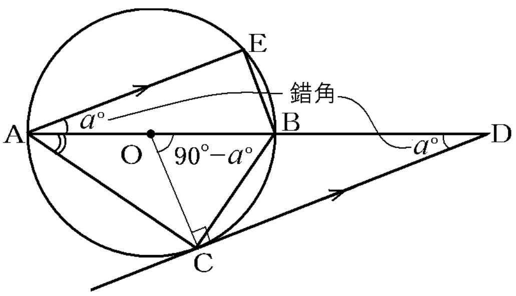
[解答] $45° - \frac{1}{2}a°$

[解説]

OC を結ぶと，∠OCD＝90°

CD // AE で平行線の錯角は等しいので，

∠CDO＝∠EAB＝a°



直角三角形 ODC で，内角の和は 180° なので，

∠COB＝180° −90° − a° ＝90° − a°

同じ弧 BC の円周角は中心角の $\frac{1}{2}$ 倍になるので，

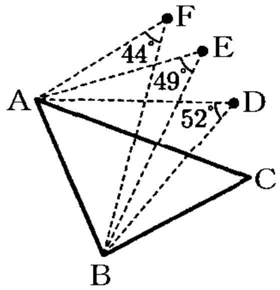
∠BAC＝$(90° - a°) \times \frac{1}{2} = 45° - \frac{1}{2}a°$

[円周角定理の逆]

[問題]

右の図において，∠BAC＝46°，∠CBA＝85° とする。このとき，3 点 A，B，C と同じ円周上にある点は 3 点 D，E，F のどれか。

(鹿児島県)(*)



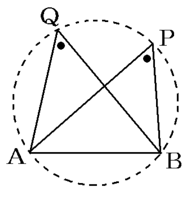
[解答欄]

[ヒント]

[円周角定理の逆]

∠APB＝∠AQB ならば，

4 点 A，B，P，Q は 1 つの円周上にある。



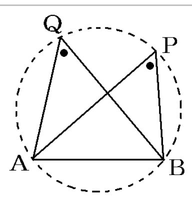
[解答]点 E

[解説]

[円周角定理の逆]

∠APB＝∠AQB ならば，

4 点 A，B，P，Q は 1 つの円周上にある。



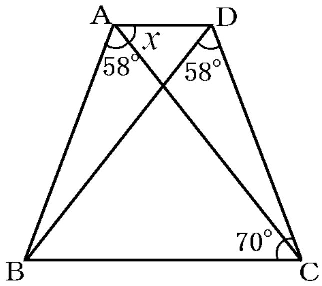
△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，∠ACB＝180° −46° −85° ＝49°

よって，∠ACB＝∠AEB なので，3 点 A，B，C と同じ円周上にある点は E である。

[問題]

　右の図の四角形 ABCD で，∠xの大きさを求めよ。

(沖縄県)(**)



[解答欄]

[ヒント]

∠BAC＝∠BDC なので，A，B，C，D は同一円周上にある。

[解答]52°

[解説]

∠BAC＝∠BDC なので，A，B，C，D は同一円周上にある。

したがって，∠x＝∠CBD

△DBC で，三角形の内角の和は 180° なので，

∠CBD＝180°－70°－58°＝52°　　よって，∠x＝∠CBD＝52°

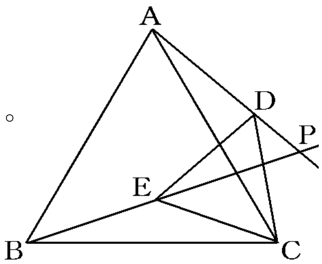
[問題]

右の図の△ABC と△CDE はそれぞれ正三角形であり，

P は線分 AD の延長と線分 BE の延長との交点である。

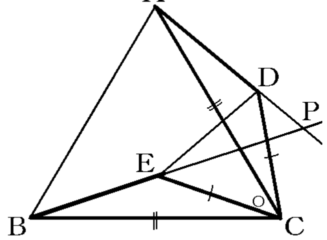
4 点 A，B，C，P は 1 つの円周上にあることを証明せよ。

(群馬県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△BCE と△ACD において，

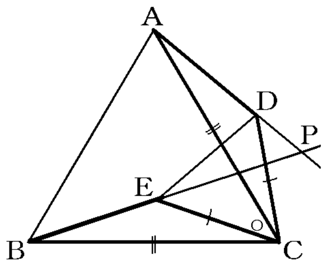
△ABC は正三角形なので，BC＝AC･･･①

△CDE は正三角形なので，EC＝DC･･･②

∠BCE＝∠ACB−∠ACE＝60°−∠ACE

∠ACD＝∠DCE−∠ACE＝60°−∠ACE

よって，∠BCE＝∠ACD･･･③



①，②，③より 2 組の辺と，その間の角がそれぞれ等しいので，△BCE≡△ACD

したがって，∠CBE＝∠CAD

よって，円周角の定理の逆より，4 点 A，B，C，P は 1 つの円周上にある。

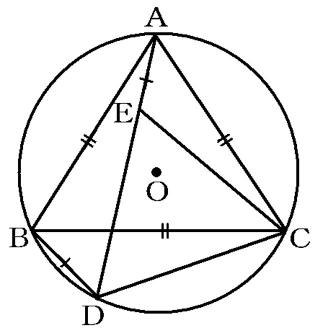
【】円と合同など

【】正三角形・二等辺三角形

[問題]

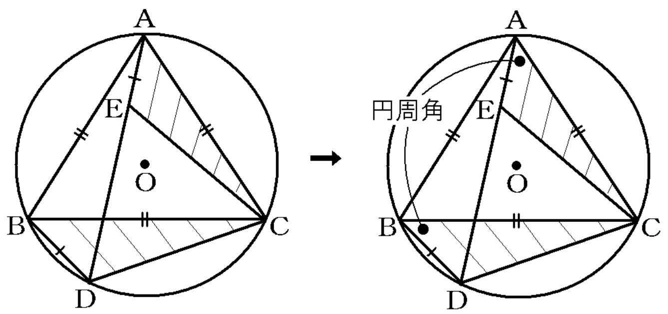
　右の図において，△ABC は各頂点が円 O 上にある正三角形である。円 O 上の，頂点 A を含まない方の弧 BC 上に点 D をとり，線分 AD 上に AE＝BD となる点 E をとる。このとき，△AEC≡△BDC であることを証明せよ。

(鳥取県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△AEC と△BDC で，

仮定より，

　AE＝BD･･･①

　CA＝CB･･･②

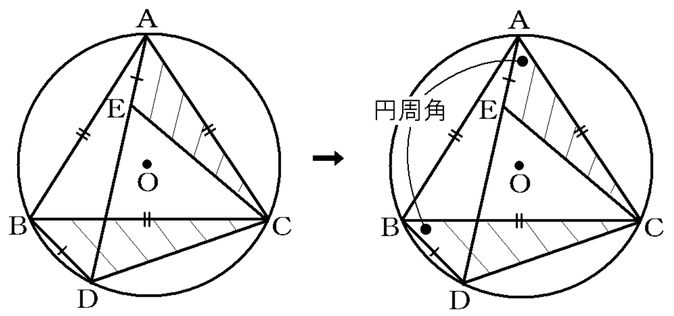
弧 DC の円周角だから，

　∠CAE＝∠CBD･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

　△AEC≡△BDC

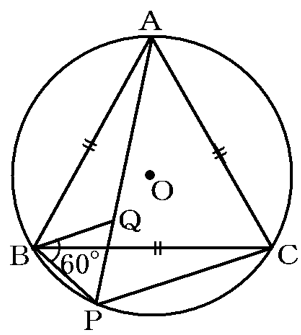
[解説]



[問題]

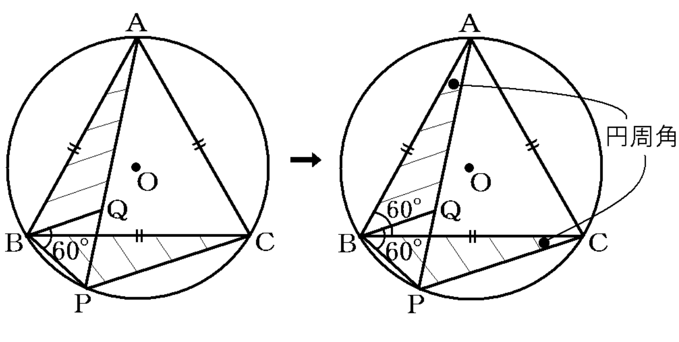
右の図のように，正三角形ABCと，3つの頂点を通る円Oがある。点Aを含まないBC上に点Pをとる。線分AP上に$\angle PBQ = 60^\circ$となるように点Qをとる。このとき，$\triangle ABQ \equiv \triangle CBP$であることを証明せよ。

(島根県)(***)

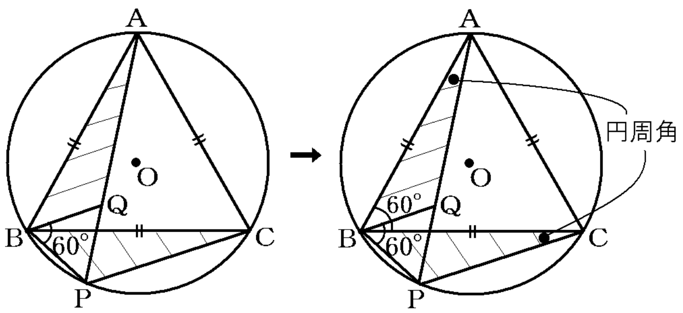


[解答欄]

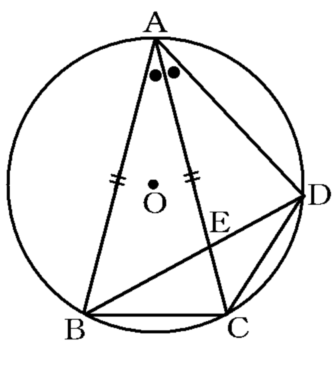
[ヒント]



[解答]
△ABQ と△CBP で,
仮定より,
　AB＝CB･･･①
弧 BP の円周角だから,
　∠BAQ＝∠BCP･･･②
△ABC は正三角形だから∠ABC＝60°なので,
　∠ABQ＝∠ABC－∠QBC＝60°－∠QBC･･･③
仮定より，∠PBQ＝60°なので,
　∠CBP＝∠PBQ－∠QBC＝60°－∠QBC･･･④
③，④より，∠ABQ＝∠CBP･･･⑤
①，②，⑤から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,
　△ABQ≡△CBP
[解説]

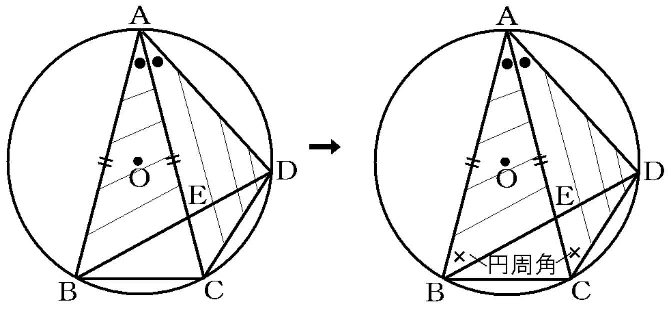


[問題]
　右の図のように，円 O の周上に 4 点 A，B，C，D があり，AB＝AC，∠BAC＝∠CAD である。また，線分 AC と線分 BD との交点を E とする。このとき，△ABE≡△ACD を証明せよ。
(富山県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



1辺と両端の角→合同

[解答]

△ABE と△ACD で,

仮定より,

　AB＝AC･･･①

　∠BAE＝∠CAD･･･②

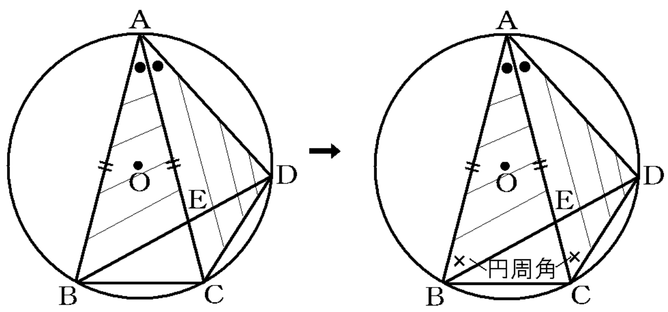
弧 AD 円周角だから,

　∠ABE＝∠ACD･･･③

①, ②, ③から, 1 組の辺とその両端の角が, それぞれ等しいので,

　△ABE≡△ACD

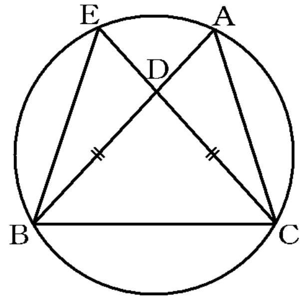
[解説]



1辺と両端の角→合同

[問題]

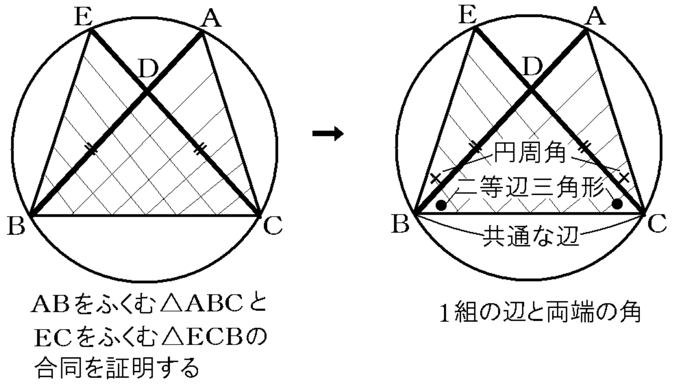
右の図のような，円周上の 3 点 A，B，C を頂点とする△ABC があり，AB＞AC である。辺 AB 上に DB＝DC となる点 D をとり，直線 CD と円との交点のうち，C と異なる点を E とする。このとき，AB＝EC となることを証明せよ。



(福島県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABC と△ECB で，

BC は共通・・・①

仮定より DB＝DC なので，△DBC は二等辺三角形であり，

∠ABC＝∠ECB・・・②

弧 AE の円周角だから，

∠ACE＝∠EBA・・・③

②，③より，∠ACB＝EBC・・・④

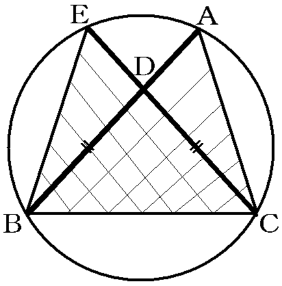
①，②，④から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

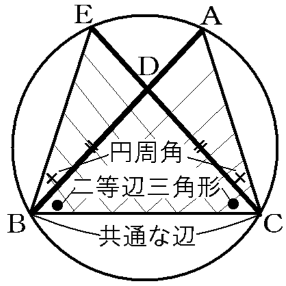
△ABC≡△ECB

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

AB＝EC

[解説]

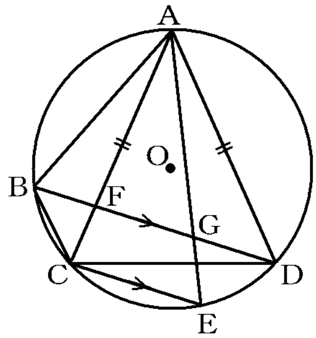




[問題]

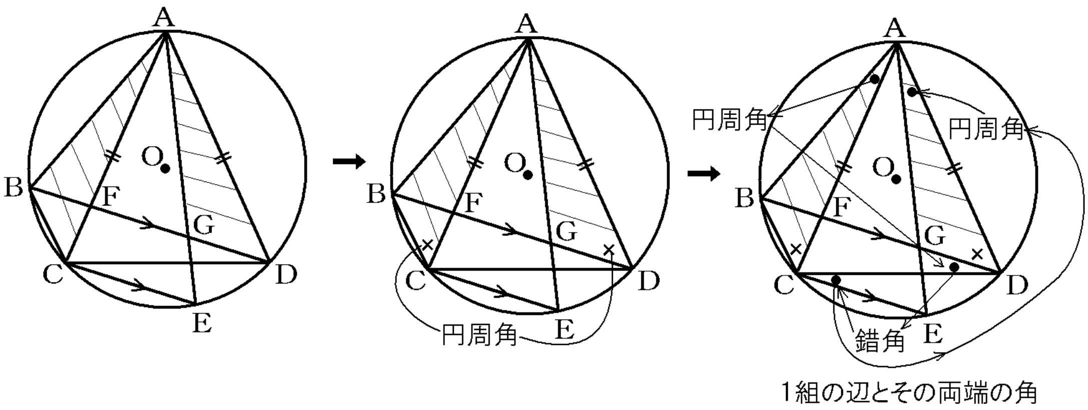
右の図において，4 点 A，B，C，D は円 O の円周上の点であり，△ACD は AC＝AD の二等辺三角形である。点 C を通り BD に平行な直線と円 O との交点を E とし，BD と AC，AE との交点をそれぞれ F，G とする。このとき，△ABC≡△AGD であることを証明せよ。

(静岡県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABC と△AGD で,

仮定より,

AC＝AD･･･①

弧 AB の円周角だから,

∠ACB＝∠ADG･･･②

弧 BC の円周角だから,

∠BAC＝∠BDC･･･③

仮定より BD // CE で，平行線の錯角は等しいので,

∠BDC＝∠DCE･･･④

弧 DE の円周角だから,

∠DCE＝∠GAD･･･⑤

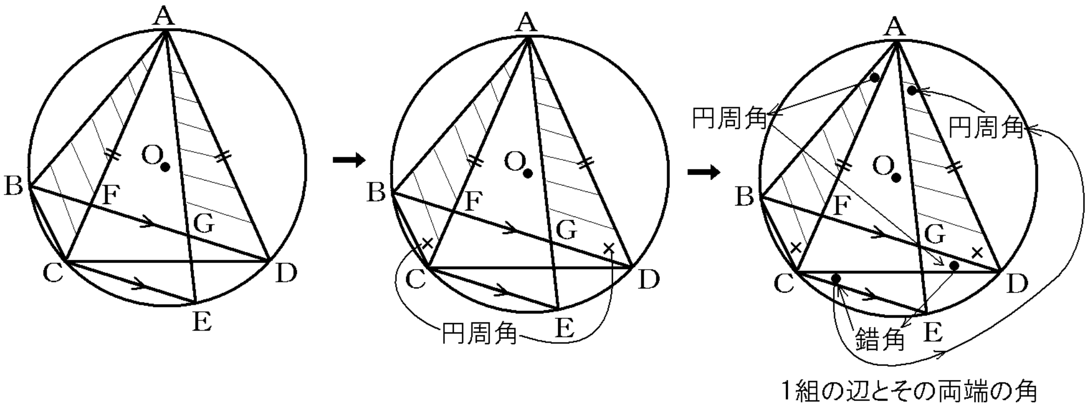
③，④，⑤より,

∠BAC＝∠GAD･･･⑥

①，②，⑥から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

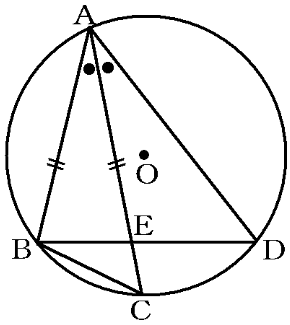
△ABC≡△AGD

[解説]



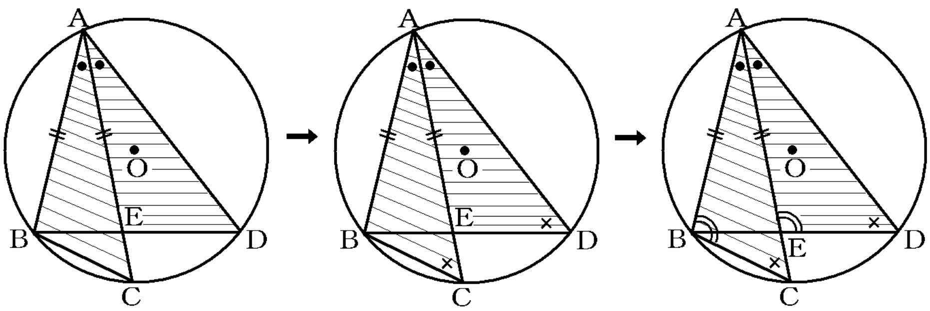
[問題]

　右の図のように，円 O の円周上に 4 つの点 A，B，C，D があり，2 つの弦 AC，BD の交点を E とする。
AB＝AE であり，AC は∠BAD の二等分線である。このとき，△ABC≡△AED であることを証明せよ。
(新潟県)(***)



[解答欄]

[ヒント]

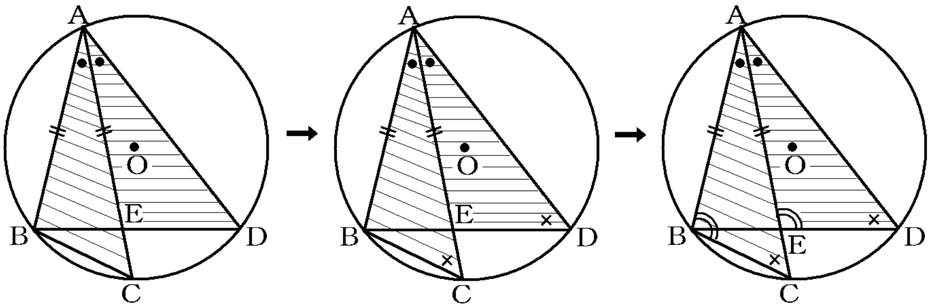


1組の辺と両端の角

[解答]

△ABC と△AED で，
仮定より，
　AB＝AE･･･①
　∠BAC＝∠EAD･･･②
弧 AB の円周角だから，
　∠ACB＝∠ADE･･･③
②，③より，2 つの三角形の 2 角の大きさが等しいので，残りの角の大きさも等しくなるから，∠ABC＝∠AED･･･④
①，②，④から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，
　△ABC≡△AED

[解説]

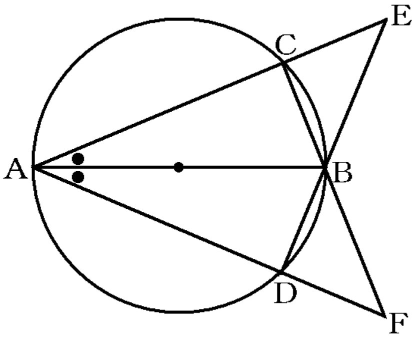


1組の辺と両端の角

【】その他

[問題]

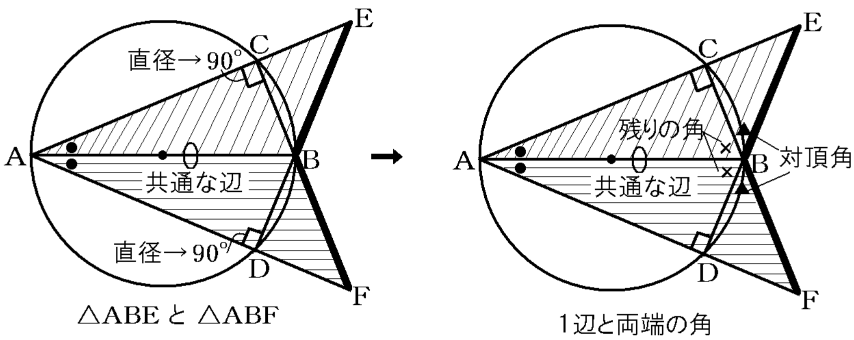
右の図のように，線分 AB を直径とする円の周上に，2 点 C, D を∠BAC＝∠BAD となるようにとる。ただし，AC＞BC とする。また，直線 AC と直線 DB との交点を E, 直線 AD と直線 CB との交点を F とする。このとき，BE＝BF となることを証明せよ。



(福島県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABE と△ABF で，

AB は共通･･･①

仮定より，

∠BAE＝∠BAF･･･②

直径の円周角は 90°だから，∠ACB＝90°，∠ADB＝90°なので，

∠ACB＝∠ADB･･･③

②，③より，2 つの三角形の 2 角の大きさが等しいので，残りの角の大きさも等しくなるから，∠ABC＝∠ABD･･･④

対頂角だから，

$\angle$CBE＝$\angle$DBF･･･⑤

④，⑤より，

$\angle$ABE＝$\angle$ABF･･･⑥

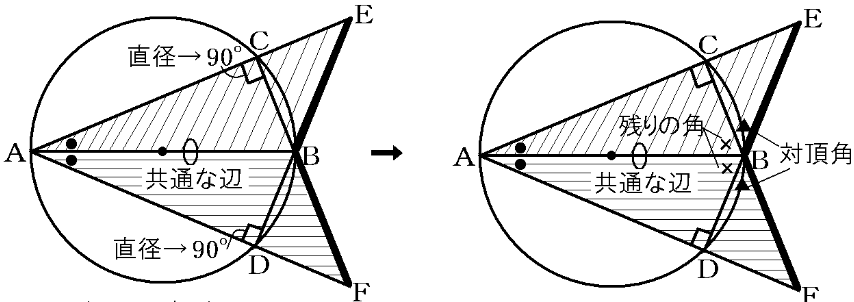
①，②，⑥から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

△ABE≡△ABF

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

BE＝BF

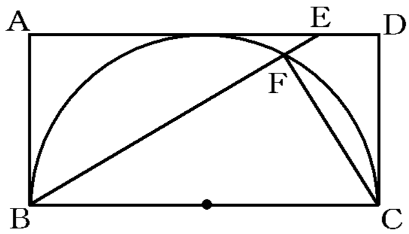
[解説]



△ABE と △ABF　　　　1辺と両端の角

[問題]

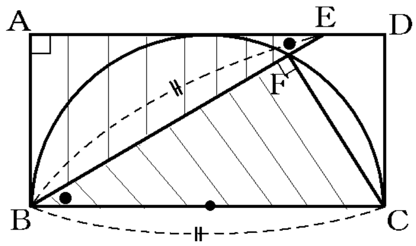
右の図のように，長方形 ABCD と，その辺 BC を直径とした辺 AD に接する半円がある。辺 AD 上に点 E を BC＝BE となるようにとり，線分 BE と弧 BC との交点を F とする。このとき，△ABE≡△FCB であることを証明せよ。



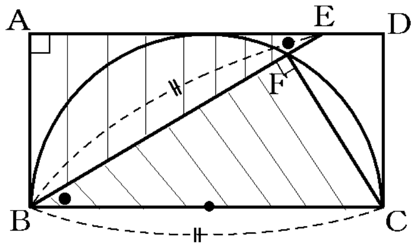
(茨城県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABE と△FCB で，

仮定より，BE＝BC･･･①

BC は直径なので，∠BFC＝90°･･･②

ABCD は長方形なので，∠EAB＝90°･･･③

②，③より，∠EAB＝∠BFC＝90°･･･④

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので，

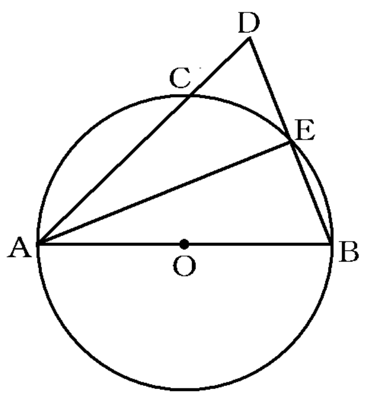
∠AEB＝∠FBC･･･⑤

①，④，⑤から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，

△ABE≡△FCB

[問題]

右の図のように，線分 AB を直径とする円 O の周上に，点 C を弧 AC＝弧 BC となるようにとる。また，線分 AC を C の方へ延長し，その上に点 D を AB＝AD となるようにとる。さらに，線分 BD と円 O との交点のうち，B 以外の点を E とし，点 A と点 E を結ぶ。次の各問いに答えよ。



(1) ∠DAB の大きさを求めよ。

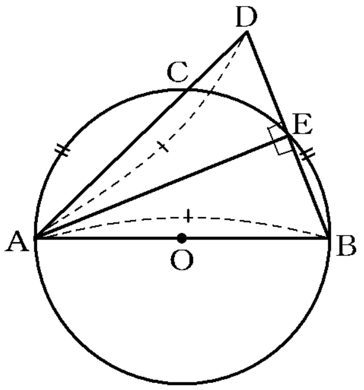
(2) △ABE≡△ADE であることを証明せよ。

(宮城県)(***)

[解答欄]

(1)
(2)

[ヒント]



[解答](1) 45°

(2) △ABE と△ADE で,

仮定より，AB＝AD･･･①

AE は共通･･･②

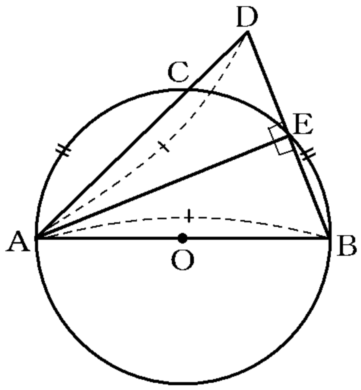
AB は直径なので,

∠AEB＝90°

∠AED＝180° −90° ＝90°

よって，∠AEB＝∠AED＝90° ･･･③

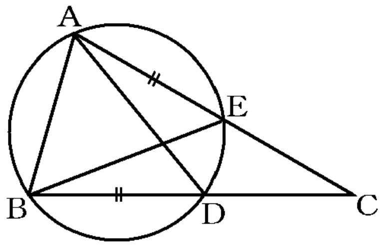
①，②，③から，直角三角形の斜辺と他の 1 辺が，それぞれ等しいので，△ABE≡△ADE



[問題]

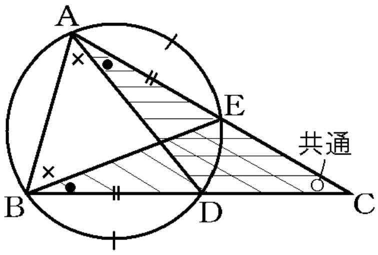
右の図のように，△ABC の辺 BC 上に点 D がある。3 点 A，B，D を通る円と，辺 AC との交点を E とする。AE＝BD のとき，△ACD≡△BCE を証明せよ。

(北海道)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ACD と△BCE で,

仮定より，AE＝BD なので，弧 AE＝弧 BD

よって，∠ABE＝∠BAD･･･①

弧 DE の円周角なので，∠DBE＝∠DAE･･･②

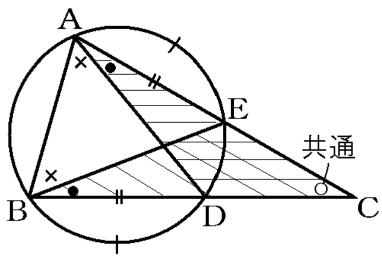
①，②より，∠BAC＝∠ABC なので，

　△CAB は二等辺三角形になり，CA＝CB･･･③

共通なので，∠ACD＝∠BCE･･･④

②，③，④から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

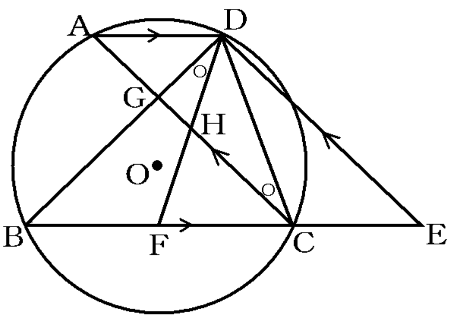
　△ACD≡△BCE



[問題]

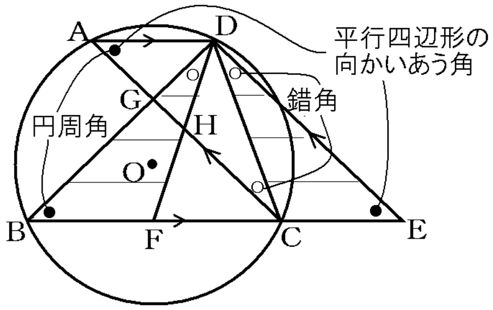
　右の図において，4 点 A，B，C，D は円 O の円周上の点であり，AD // BC である。点 D を通り AC に平行な直線と BC の延長との交点を E とし，BE 上に∠ACD＝∠BDF となる点 F をとる。また，AC と DB，DF との交点をそれぞれ G，H とする。このとき，BF＝EC であることを証明せよ。

(静岡県)(***)

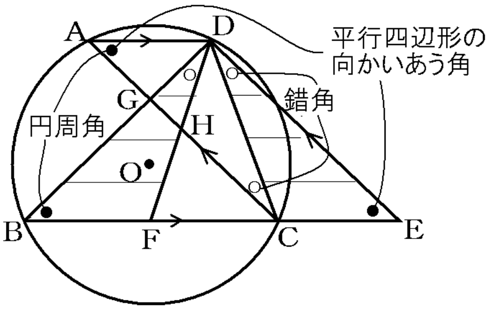


[解答欄]

[ヒント]

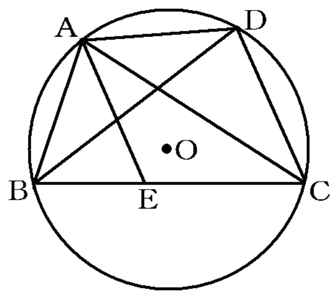


[解答]



△DBF と△DEC で,
弧 DC の円周角なので，∠CBD＝∠CAD･･･①
仮定より, AD // CE, AC // DE なので, 四角形 ACED は平行四辺形である。平行四辺形の向かいあう角は等しいので，∠CAD＝∠CED･･･②
①，②より，∠CBD＝∠CED･･･③
③より△DBE は二等辺三角形になり,
　DB＝DE･･･④
仮定より，∠ACD＝∠BDF･･･⑤
AC // DE なので，∠ACD＝∠EDC･･･⑥
⑤，⑥より，∠BDF＝∠EDC･･･⑦
③，④，⑦から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,
　△DBF≡△DEC
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,
　BF＝EC

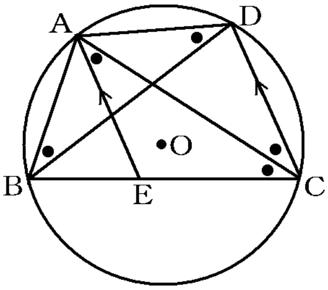
[問題]



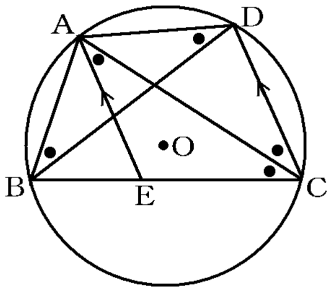
　右の図のように，円 O の円周上に 4 点 A，B，C，D があり,
∠ABD＝∠ADB である。また，線分 BC 上に点 E があり,
AE // DC である。このとき，△ECA は二等辺三角形であることを証明せよ。
(広島県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]



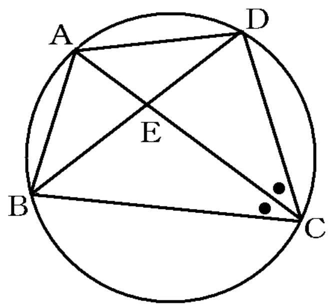
弧 AB に対する円周角なので，∠ECA＝∠ADB･･･①
仮定より∠ADB＝∠ABD･･･②
弧 AD に対する円周角なので，∠ABD＝∠ACD･･･③
仮定より AE // DC で，平行線の錯角は等しいので，
∠ACD＝∠EAC･･･④
①，②，③，④より，∠ECA＝∠EAC になるので，
　△ECA は二等辺三角形である。

【】円と相似

【】円周角

[問題]

右の図で，点 A，B，C，D は円周上にあり，AC と BD の交点を E とする。∠ACB＝∠ACD のとき, 次の各問いに答えよ。



(1) △ABE と△ACB が相似になることを次のように証明した。ア，イにあてはまることばを入れよ。

(証明)
△ABE と△ACB で
弧 AD に対する(　ア　)は等しいので
∠ABD＝∠ACD
仮定より，∠ACB＝∠ACD
よって，∠ABE＝∠ACB･･･①
また，∠BAC は共通だから，∠BAE＝∠CAB･･･②
①，②から，(　イ　)がそれぞれ等しいので
△ABE∽△ACB

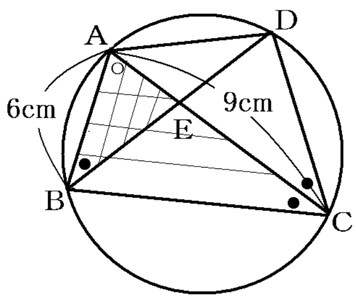
(2) AB＝6cm，AC＝9cm のとき，AE の長さを求めよ。

(青森県)(**)

[解答欄]

(1)ア	イ	(2)

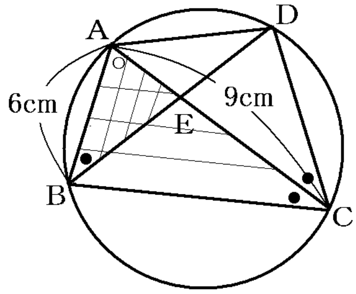
[ヒント]



[解答](1)ア　円周角　イ　2 組の角　(2) 4cm

[解説]

(2) 角(●と○)に着目して，小 : 大の対応する辺の比をとると，AE : AB＝AB : AC

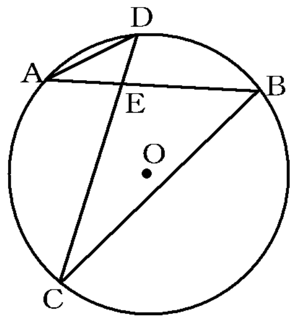


AE : 6＝6 : 9

9AE＝6×6，AE＝6×6÷9＝4(cm)

[問題]

右の図のように, 円 O の 2 つの弦 AB, CD の交点を E とする。AE＝3cm，DE＝2cm，AD＝4cm，BE＝6cm とするとき，次の①，②の線分の長さをそれぞれ求めよ。



① BC

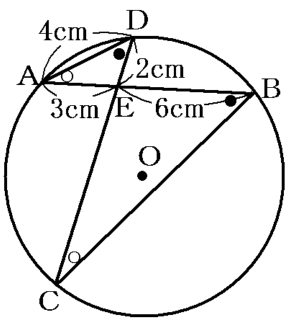
② CE

(佐賀県)(**)

[解答欄]

①	②

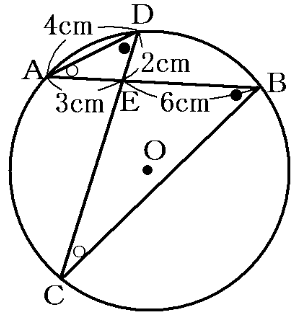
[ヒント]



[解答]① 12cm　② 9cm

[解説]

右図のように，2 角が等しいので，△CBE∽△ADE である。



角(●と○)に着目して，大：小の対応する辺の比をとると，

BC : DA＝BE : DE

BC : 4＝6 : 2

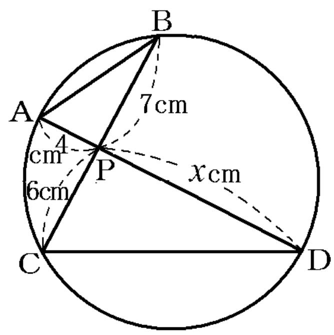
2BC＝4×6，BC＝4×6÷2＝12(cm)

また，CE : AE＝BE : DE，CE : 3＝6 : 2

2CE＝3×6，CE＝3×6÷2＝9(cm)

[問題]

右の図において，2 つの直線 AD と BC は，円の内部にある点 P で交わっている。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) △PCD∽△PAB であることを証明せよ。

(2) PA＝4cm，PB＝7cm，PC＝6cm のとき，図の x の値を求めよ。

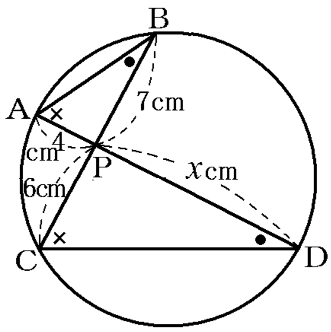
(鳥取県)(***)

[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]



[解答]

(1) △PCD と△PAB で,

弧 AC に対する円周角は等しいから,

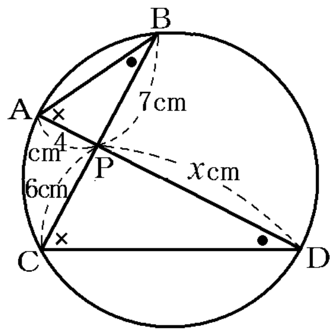
∠PDC＝PBA･･･①

弧 BD に対する円周角は等しいから,

∠PCD=∠PAB･･･②

①, ②から, 2 組の角がそれぞれ等しいので,

△PCD∽△PAB



(2) $x=\frac{21}{2}$

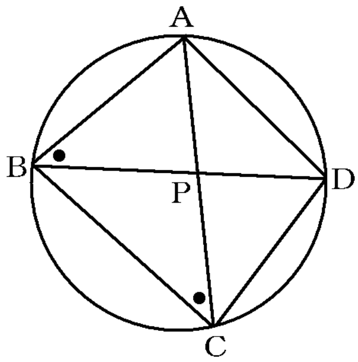
[解説]

△PCD∽△PAB なので, (大) : (小)の比をとると,

x ：7＝6：4, $4x=7\times6$, $x=\frac{42}{4}=\frac{21}{2}$

[問題]

右の図のように，四角形ABCDがある。この四角形の頂点はすべて同じ円の周上にあり，点 P は対角線 AC と対角線 BD との交点である。∠ABD＝∠BCA であるとき，次の各問いに答えよ。



(1) △ACD∽△ADPを証明せよ。

(2) AP＝6cm，PC＝7cmのとき，辺ADの長さを求めよ。

(高知県)(***)

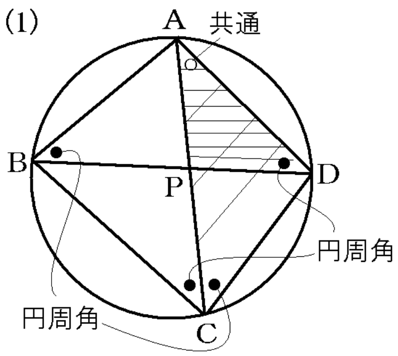
[解答欄]

(1)

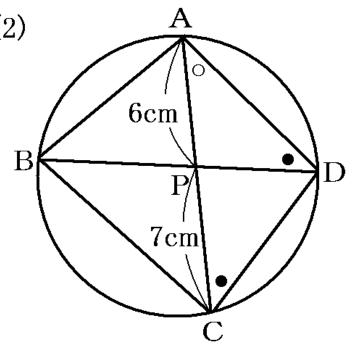
(2)

[ヒント]

(1)



(2)



[解答]

(1) △ACD と△ADP で,

共通な角なので,

∠CAD＝∠DAP･･･①

弧 AD に対する円周角は等しいから,

∠ABD＝∠ACD･･･②

弧 AB に対する円周角は等しいから,

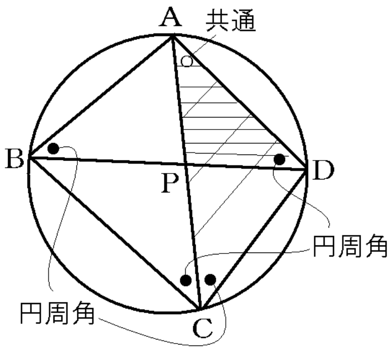
∠BCA＝∠ADP･･･③

仮定より∠ABD＝∠BCA なので, ②, ③より,

∠ACD＝∠ADP･･･④

①, ④から, 2 組の角がそれぞれ等しいので,

△ACD∽△ADP



(2) $\sqrt{78}$ cm

[解説]

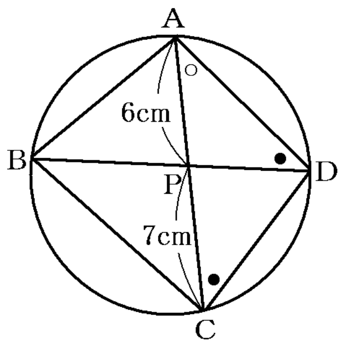
(2) 角(●と○)に着目して, 小:大の対応する辺の比をとると,

AP : AD＝AD : AC

6 : AD＝AD : (6＋7)

AD^2＝6×(6＋7), AD^2＝78

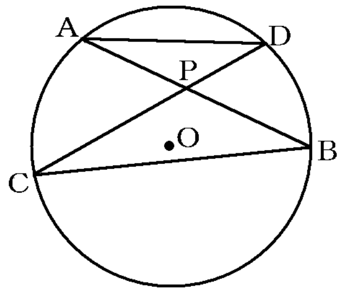
AD＞0 なので, AD＝$\sqrt{78}$ (cm)



[問題]

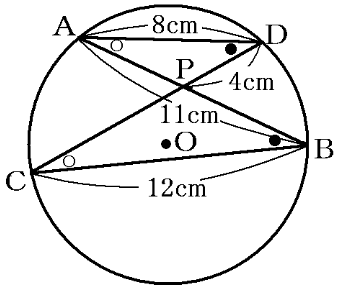
右図のように, 円 O の 2 つの弦 AB, CD が, 点 P で交わっている。AB＝11cm, BC＝12cm, AD＝8cm, DP＝4cm のとき, 線分 PC の長さを求めよ。

(愛媛県)(***)



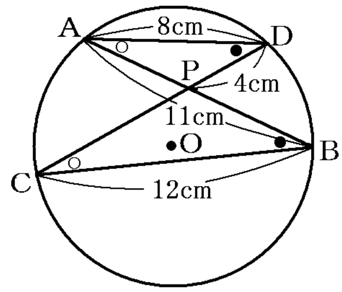
[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\frac{15}{2}$ cm

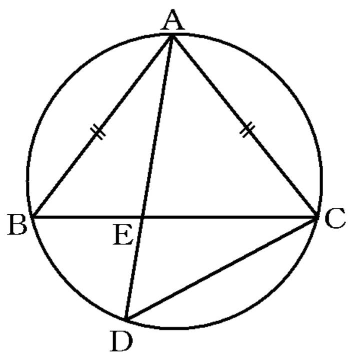
[解説]



右図のように等しい角(○，●)を調べると，
△ADP∽△CBP であることに気づく。
そこで，(大)：(小)の相似比をとると，
PC：PA＝BC：DA，PC：PA＝12：8 ･･･①
となるが，PC，PA ともにわからないので，PC を計算できない。また，AB＝11cm，DP＝4cm の条件も使用していない。
そこで，まず，PB を先に求める。
PB：PD＝BC：DA
PB：4＝12：8，PB：4＝3：2，2PB＝4×3，PB＝12÷2＝6(cm)
①より，PC：PA＝12：8
PC：(11－6)＝12：8，PC：5＝3：2，
2PC＝5×3，PC＝$\frac{15}{2}$(cm)

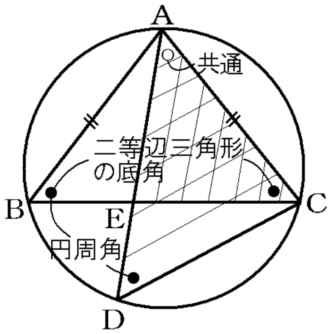
[問題]

右の図のように，円周上の 3 点 A，B，C を頂点とする△ABC があり，AB＝AC である。点 A を含まない方の弧 BC 上に点 D をとり，AD と BC の交点を E とする。このとき，△ADC∽△ACE であることを証明せよ。
(栃木県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ADC と△ACE で,

△ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので,

　∠ABC＝∠ACE･･･①

弧 AC に対する円周角は等しいから,

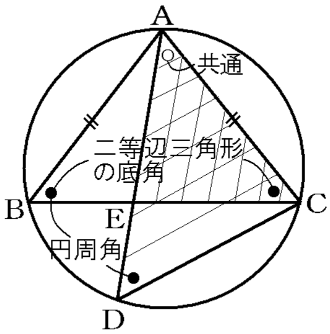
　∠ABC＝∠ADC･･･②

①，②より，∠ADC＝∠ACE･･･③

共通なので，∠DAC＝∠CAE･･･④

③，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので,

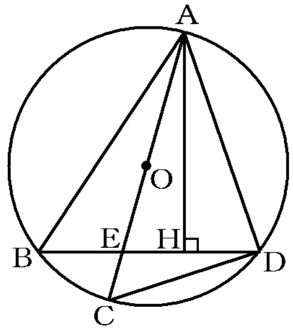
　△ADC∽△ACE



【】直径→90°

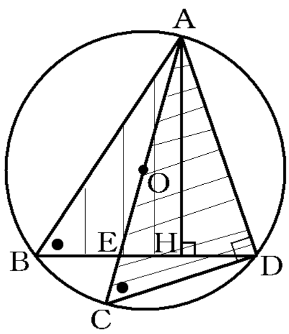
[問題]

右の図で，4 点 A，B，C，D は円 O の周上にあり，AC は円 O の直径で，AH は△ABD の頂点 A から辺 BD にひいた垂線である。また，直径 AC と BD との交点を E とする。
このとき，△ABH∽△ACD であることを証明せよ。
(岐阜県)(**)



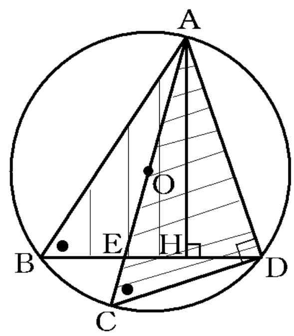
[解答欄]

[ヒント]



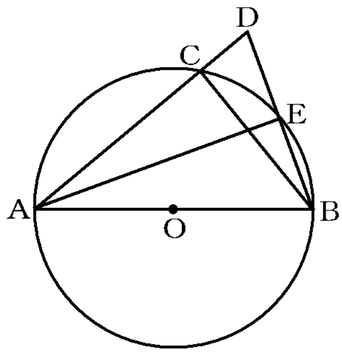
[解答]

△ABH と△ACD で，
弧 AD に対する円周角なので，
　∠ABH＝∠ACD･･･①
仮定より，∠AHB＝90°･･･②
AC は円 O の直径なので，∠ADC＝90°･･･③
②，③より，∠AHB＝∠ADC･･･④
①，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので，
△ABH∽△ACD



[問題]

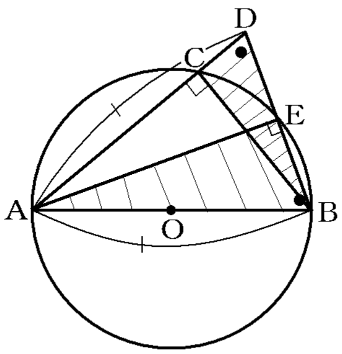
右の図のように，線分 AB を直径とする円 O がある。円 O の周上に点 A，B と異なる点 C をとり，線分 AC を点 C の方向へ延長し，その延長線上に AD＝AB となるように点 D をとる。線分 BD と円 O の交点のうち，点 B 以外の交点を E とし，点 A と点 E を結ぶ。このとき，△ABE∽△BDC を証明せよ。



(高知県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABE と△BDC で，

AB は円 O の直径なので，

∠AEB＝90° ･･･①

∠BCD＝∠ACB＝90° ･･･②

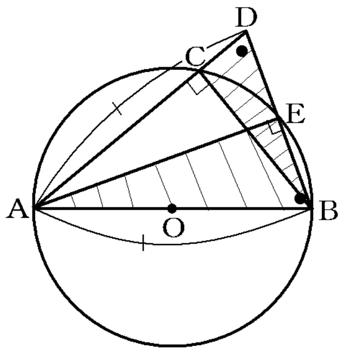
①，②より，∠AEB＝∠BCD･･･③

AB＝AD より，△ABD は二等辺三角形なので，

∠ABE＝∠BDC･･･④

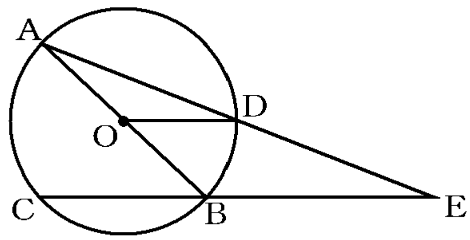
③，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ABE∽△BDC



[問題]

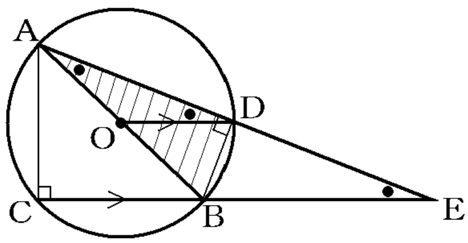
　右の図のように，線分 AB を直径とする円 O の円周上に，2 点 C，D を，CB // OD となるようにとる。CB の延長と AD の延長との交点を E とする。このとき，△ACE∽△BDA となることを証明せよ。



(北海道)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ACE と△BDA で，

AB は円 O の直径だから，

　∠ACE＝90°，∠BDA＝90° で，

　∠ACE＝∠BDA･･･①

仮定より CE // OD なので，

　∠CEA＝∠ODA･･･②

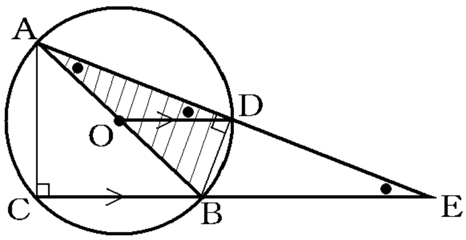
△OAD は OA＝OD の二等辺三角形なので，

　∠ODA＝∠DAB･･･③

②，③より，∠CEA＝∠DAB･･･④

①，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので，

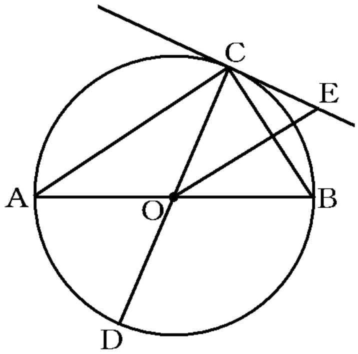
　△ACE∽△BDA



[問題]

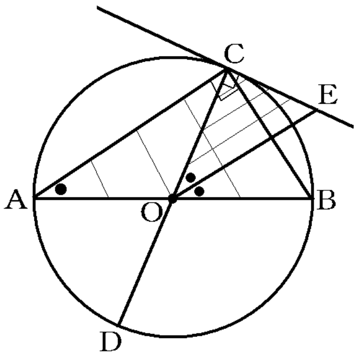
右の図のように，線分 AB を直径とする円 O の円周上に，点 C をとる。円 O と，CO の延長との交点を D とし，点 C を通る円 O の接線と∠BOC の二等分線との交点を E とする。△ABC∽△OEC を証明せよ。

(北海道)(***)

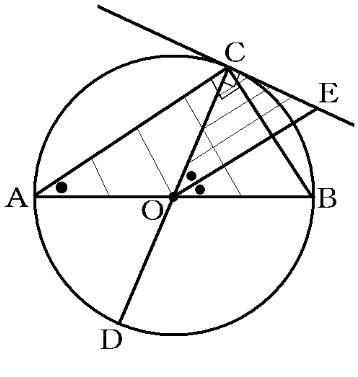


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABC と△OEC で，

AB は円 O の直径なので，

∠ACB＝90°　･･･①

円の半径は，その接点を通る接線と垂直に交わるので，

∠OCE＝90°　･･･②

①，②より，∠ACB＝∠OCE･･･③

仮定より，$\angle \mathrm{COE}=\dfrac{1}{2}\angle \mathrm{COB}$･･･④

弧 BC の円周角と中心角なので，

$\angle \mathrm{CAB}=\dfrac{1}{2}\angle \mathrm{COB}$･･･⑤

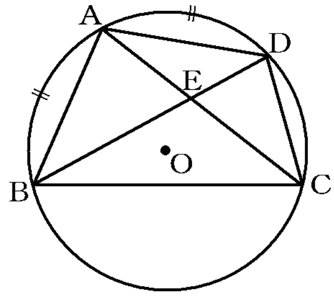
④，⑤より，$\angle \mathrm{CAB}=\angle \mathrm{COE}$･･･⑥

③，⑥から，2 組の角がそれぞれ等しいので，

$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{OEC}$

【】弧の長さと円周角

[問題]



右の図のように，円 O の円周上に異なる 4 点をとり，四角形 ABCD をつくる。四角形 ABCD の対角線 AC，BD は点 E で交わっている。弧 AB＝弧 AD，AB＞DC のとき，次の各問いに答えよ。

(1) △AED∽△ADC であることを証明せよ。

(2) AD＝2cm，AC＝3cm のとき，線分 AE の長さを求めよ。

(宮崎県)(**)

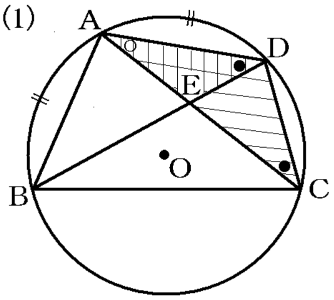
[解答欄]

(1)

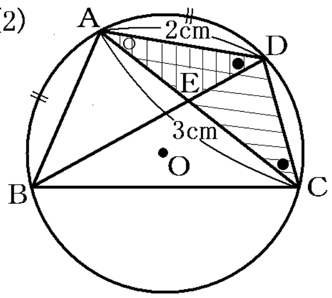
(2)

[ヒント]

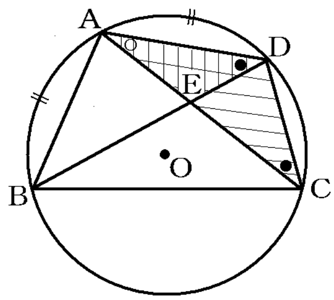
(1)



(2)



[解答]



(1) △AED と△ADC で，

共通なので，∠DAE＝∠CAD･･･①

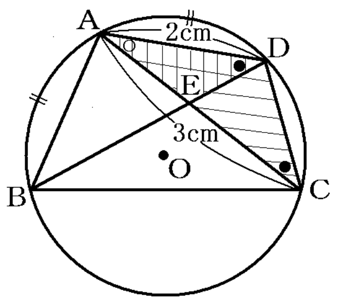
弧 AB＝弧 AD なので，∠ADE＝∠ACD･･･②

①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいので，

　△AED∽△ADC

(2) $\frac{4}{3}$cm

[解説]

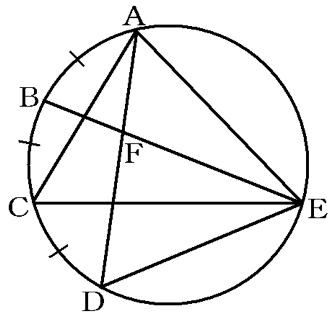


(2)(小)：(大)の相似比をとると，

AE：AD＝AD：AC

AE：2＝2：3，3AE＝2×2，AE＝$\frac{4}{3}$(cm)

[問題]

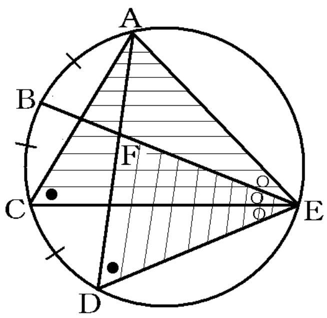


右の図の円において，弧 AB＝弧 BC＝弧 CD で，線分 BE と線分 AD の交点を F とするとき，△ACE∽△FDE であることを証明せよ。

(鹿児島県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

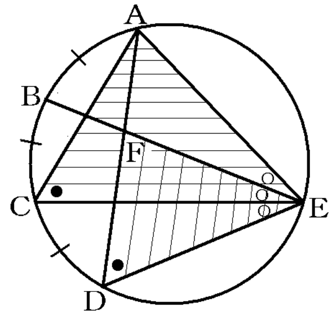


[解答]

△ACE と△FDE で，

弧 AE に対する円周角なので，

∠ACE＝∠FDE･･･①



∠AEB＝∠aとすると，弧 AB＝弧 BC＝弧 CD なので，

∠BEC＝∠CED＝∠a

∠AEC＝∠AEB＋∠BEC＝∠a＋∠a＝2∠a･･･②

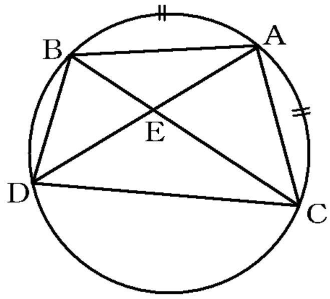
∠FED＝∠BEC＋∠CED＝∠a＋∠a＝2∠a･･･③

②，③より，∠AEC＝∠FED･･･④

①，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ACE∽△FDE

[問題]

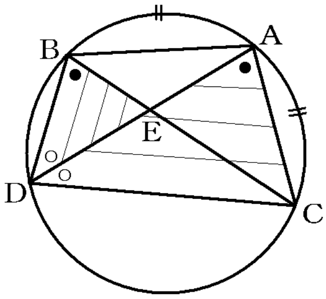


右の図のように，3 点 A，B，C が円周上にあり，弧 AB＝弧 AC である。また，A を含まない弧 BC 上に，B，C と異なる点 D をとる。点 E は 2 つの線分 AD と BC の交点である。このとき，BE : AC＝ED : CD となることを証明せよ。

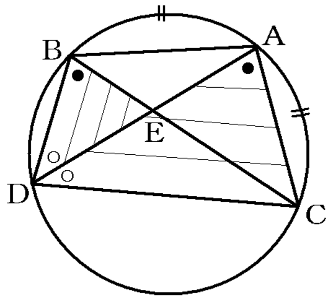
(岩手県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

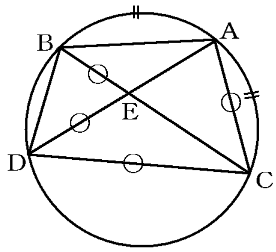


[解答]



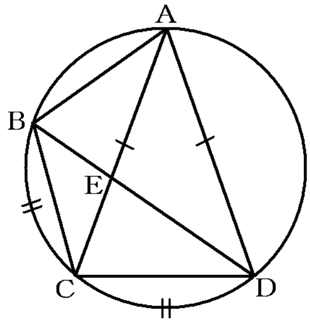
△BED と△ACD で，
弧 DC に対する円周角は等しいので，
　∠DBE＝∠DAC･･･①
仮定より，弧 AB＝弧 AC なので，
　∠BDE＝∠ADC･･･②
①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいので，
　△BED∽△ACD
相似な図形の対応する辺の比は等しいので，
　BE : AC＝ED : CD

[解説]



三角形の相似を使って証明する問題とわかるが，どの三角形どうしの相似を使えばよいかで迷うかもしれない。「BE : AC＝ED : CD～」とあるが，この 4 つの辺を図に○で印をつけると，右図のようになる。この 4 つの辺を含む三角形の組み合わせは△BED と△ACD である。

[問題]



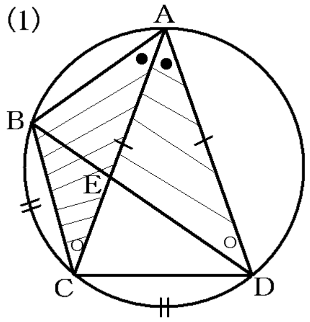
　右の図のように，円周上に，4 点 A，B，C，D をこの順にとり，AC＝AD，弧 BC＝弧 CD とする。また，線分 AC と線分 BD との交点を E とする。このとき，次の各問いに答えよ。
(1) AB＝AE であることを証明せよ。
(2) AC＝6cm，DE＝4cm のとき，線分 AB の長さを求めよ。
(福井県)(***)

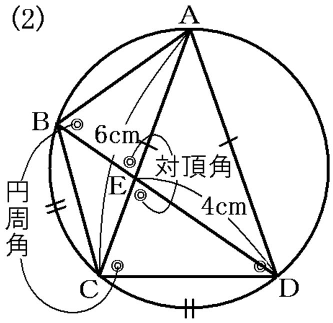
[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]





[解答]

(1) △ABC と△AED で,

仮定より,

　AC＝AD･･･①

弧 BC＝弧 CD より,

　∠BAC＝∠EAD･･･②

弧 AB に対する円周角は等しいので,

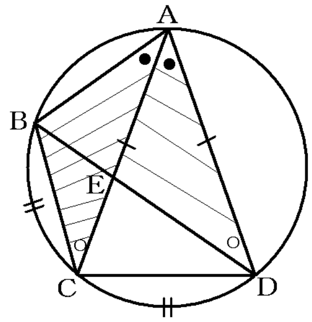
　∠ACB=∠ADE･･･③

①, ②, ③から, 1 組の辺とその両端の角が, それぞれ等しいので,

　△ABC≡△AED

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

　AB＝AE



(2) $\dfrac{10}{3}$cm

[解説]

(2) 右図のように2組の角がそれぞれ等しいので,

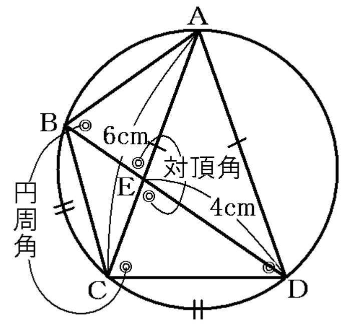
$\triangle ACD \backsim \triangle DCE$

(大) : (小)の相似比をとると,

AC : DC＝DC : EC

6 : 4＝4 : EC, 6EC＝16, EC＝$\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$(cm)

AB＝AE＝AC－EC＝$6-\frac{8}{3}=\frac{18}{3}-\frac{8}{3}=\frac{10}{3}$(cm)

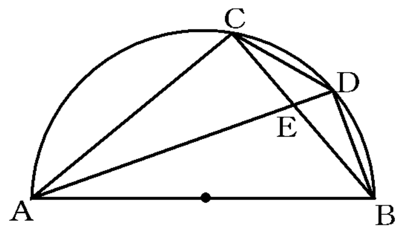


【】角の二等分線

[問題]

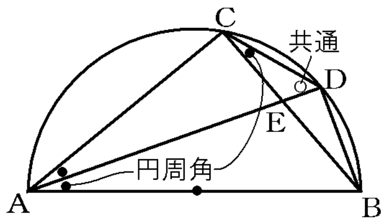
右の図のように，線分 AB を直径とする半円の周上に 2 点 C，D があり，線分 AD は∠CAB を二等分している。また，線分 AD と線分 BC の交点を E とする。このとき，△ACD∽△CED であることを証明せよ。

(山口県)(***)

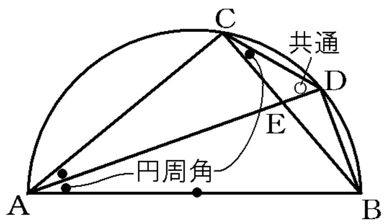


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



(1) △ACD と△CED で，

共通なので，∠ADC＝∠CDE･･･①

弧 BD に対する円周角は等しいので，

∠BAD＝∠ECD･･･②

仮定より，∠BAD＝∠CAD･･･③

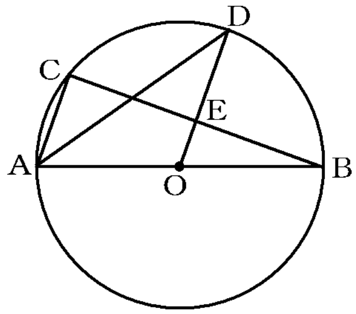
②，③より，∠CAD＝∠ECD･･･④

①，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ACD∽△CED

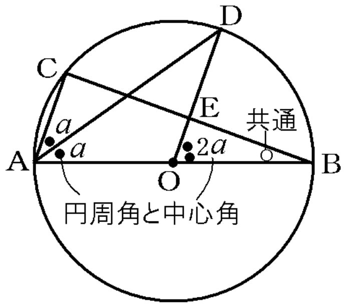
[問題]

　右の図のような，線分 AB を直径とする円 O があり，円周上に 2 点 A，B と異なる点 C をとる。∠BAC の二等分線をひき，円 O との交点のうち，点 A と異なる点を D とし，点 D と点 O を結ぶ。また，線分 BC と線分 OD との交点を E とする。
このとき，△ABC∽△OBE であることを証明せよ。
(香川県)(***)



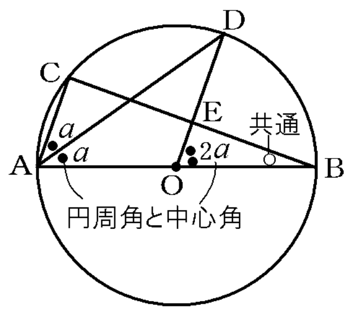
[解答欄]

[ヒント]



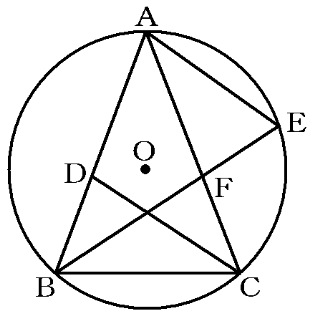
[解答]

△ABC と△OBE で，
仮定より，AD は∠BAC の二等分線なので，
　∠CAD＝∠DAB＝ a とおくと，∠CAB＝ $2a$ ･･･①
弧 BD の円周角と中心角なので，
　∠EOB＝2∠DAB＝ $2a$ ･･･②
①，②より，∠CAB＝∠EOB･･･③
共通なので，∠ABC＝∠OBE･･･④
③，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので，
　△ABC∽△OBE



[問題]

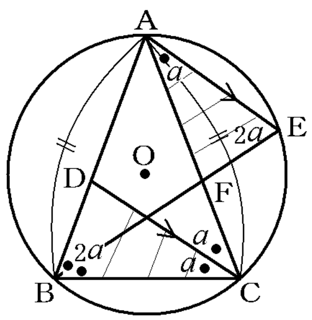
右の図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C を，AB＝AC となるようにとり，△ABC をつくる。∠ACB の二等分線をひき，辺 AB との交点を D とする。円 O の周上に点 E を DC // AE となるようにとり，点 A と点 E，点 B と点 E をそれぞれ結ぶ。線分 BE と辺 AC との交点を F とする。このとき，△BCD∽△EAF であることを証明せよ。



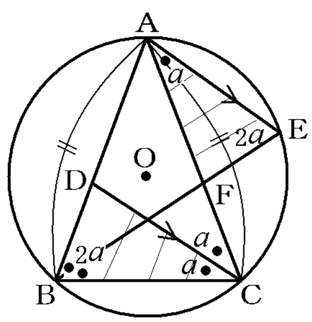
(福岡県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△BCD と△EAF で，

DC は∠ACB の二等分線なので，∠ACD＝∠BCD＝ a とおくと，

　∠ACB＝ $2a$

仮定より AE // DC で，平行線の錯角は等しいので，

　∠EAF＝∠DCA＝ a

よって，∠BCD＝∠EAF＝ a ･･･①

△ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので，

$\angle$DBC＝$\angle$ACB＝$2a$・・・②

弧 AB に対する円周角は等しいから，

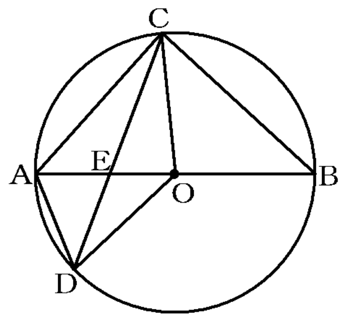
$\angle$AEF＝$\angle$ACB＝$2a$・・・③

②，③より，$\angle$DBC＝$\angle$AEF・・・④

①，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△BCD∽△EAF

[問題]

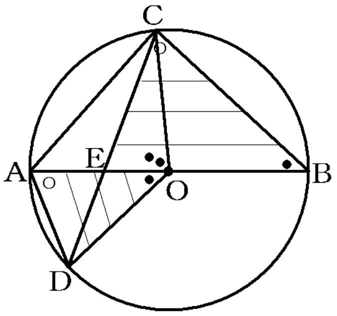


右の図のように，線分 AB を直径とする円 O の周上に，2 点 A，B とは異なる点 C を AC＜BC となるようにとり，点 C をふくまない弧 AB 上に点 D を$\angle$AOD＝$\dfrac{1}{2}$$\angle$AOC となるようにとる。また，線分 AB と線分 CD との交点を E とする。このとき，△OAD と△BCE が相似であることを証明せよ。

(神奈川県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

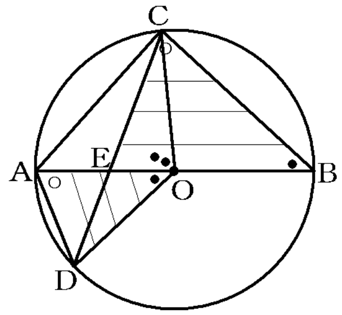


[解答]

△OAD と△BCE で,

弧 BD に対する円周角は等しいから,

　∠OAD＝∠BCE ・・・①



仮定より，∠AOD＝$\dfrac{1}{2}$∠AOC・・・②

弧 AC の円周角と中心角なので,

　∠CBE＝$\dfrac{1}{2}$∠AOC・・・③

②，③より,

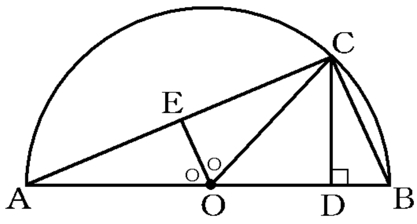
　∠AOD＝∠CBE・・・④

①，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので,

△OAD∽△BCE

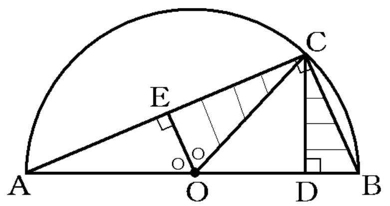
[問題]

　線分 AB を直径とする半円 O がある。右の図のように,
弧 AB 上に AC＞BC となるように点 C をとり，C から
AB にひいた垂線と AB との交点を D とする。また,
∠AOC の二等分線と AC との交点を E とする。
このとき，△OCE∽△BCD となることを証明せよ。
(福島県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△OCE と△BCD で,

△OAC は二等辺三角形で，OE は頂角の二等分線なので,

　∠OEA＝90°･･･①

　∠OEC＝90°･･･②

仮定より，∠BDC＝90°なので，②より,

　∠OEC＝∠BDC･･･③

直径 AB の円周角なので，∠ACB＝90°･･･④

①，④より，同位角が等しいので，OE // BC である。

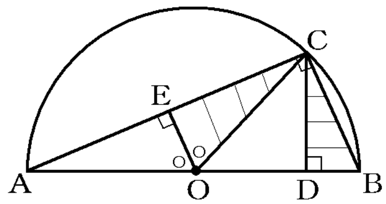
よって，∠AOE＝∠CBD

仮定より，∠AOE＝∠COE なので,

　∠COE＝∠CBD･･･⑤

③，⑤から，2 組の角がそれぞれ等しいので,

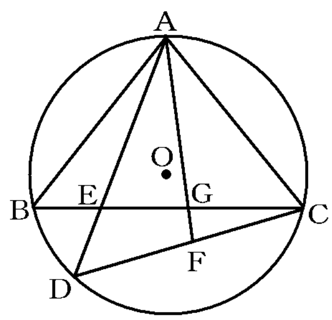
　△OCE∽△BCD



[問題]

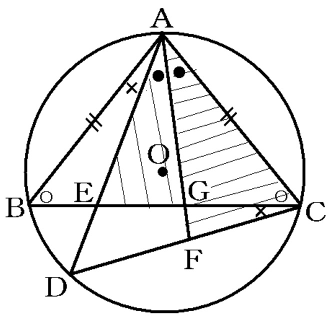
　右の図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C を，AB＝AC となるようにとる。また，点 A をふくまない弧 BC 上に，2 点 B，C とは異なる点 D をとり，線分 AD と線分 BC との交点を E とする。さらに，∠CAD の二等分線と線分 CD との交点を F とし，線分 AF と線分 BC との交点を G とする。このとき，△ACF と△AEG が相似であることを証明せよ。

(神奈川県)(***)

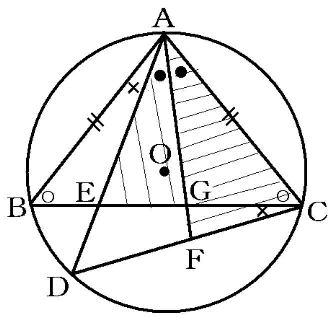


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ACF と△AEG で,

仮定より,

　∠CAF＝∠EAG･･･①

仮定より，AB＝AC なので,

　∠ACB＝∠ABC･･･②

弧 BD の円周角なので,

　∠BCD＝∠BAD･･･③

∠ACF＝∠ACB＋∠BCD･･･④

△ABE で，三角形の外角は，他の 2 つの内角の和に等しいので,

　∠AEG＝∠ABC＋∠BAD･･･⑤

②，③，④，⑤より,

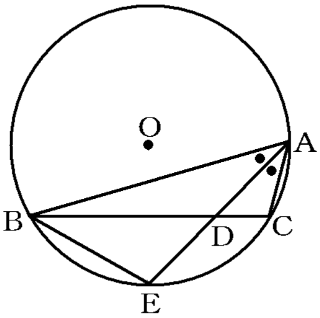
　∠ACF＝∠AEG･･･⑥

①，⑥から，2 組の角がそれぞれ等しいので,

　△ACF∽△AEG

[問題]

右の図のように，円 O の周上に点 A，B，C がある。∠BAC の二等分線と線分 BC, 円 O との交点をそれぞれ D, E とする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) △ABE∽△BDE となることを証明せよ。

(2) AB＝12cm，BD＝8cm，BE＝6cm とするとき，線分 AD の長さを求めよ。

(秋田県)(***)

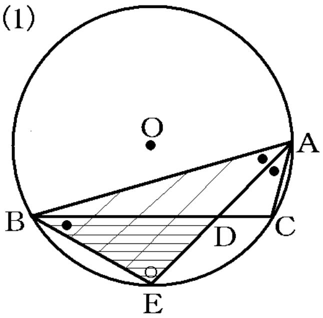
[解答欄]

(1)

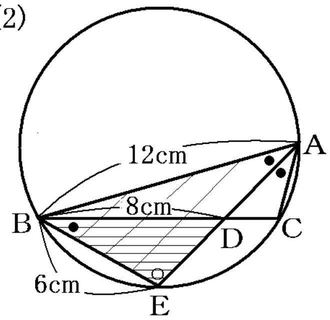
(2)

[ヒント]

(1)



(2)



[解答]

(1) △ABE と△BDE で，

共通なので，∠AEB＝∠BED･･･①

仮定より，∠BAE＝∠EAC･･･②

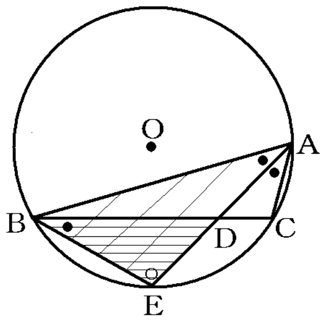
弧 EC に対する円周角は等しいので，

∠DBE＝∠EAC･･･③

②，③より，∠BAE＝∠DBE･･･④

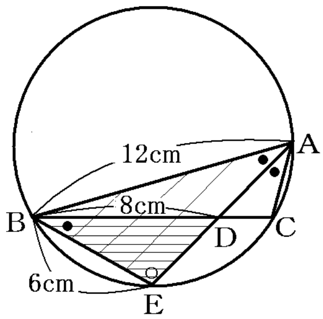
①，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ABE∽△BDE



(2) 5cm

[解説]



(1)より，△ABE∽△BDE なので相似比を使って求める。

AD は△ABE や△BDE の辺にはなっていないので, AE と DE を先に求める。まず，AE を求める。(大)：(小)の比をとると，

AE：BE＝AB：BD

AE：6＝12：8，AE：6＝3：2

2AE＝6×3，AE＝18÷2＝9(cm)

次に DE を求める。(小)：(大)の比をとると，

DE：BE＝BD：AB

DE：6＝8：12，DE：6＝2：3

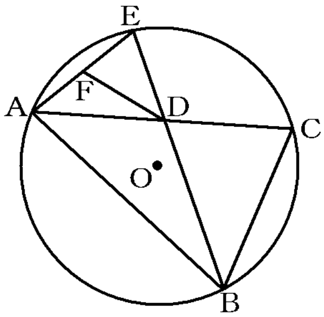
3DE＝6×2，DE＝12÷3＝4(cm)

よって，AD＝AE−DE＝9−4＝5(cm)

【】その他

[問題]

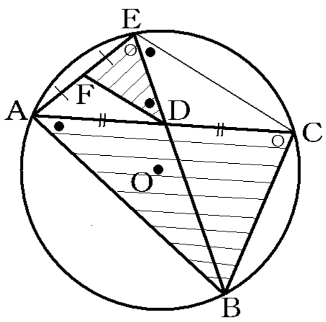
右の図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C を AB＞BC となるようにとり，線分 AC の中点を D とする。また，線分 BD の延長と円 O との交点で点 B とは異なる点を E とし，線分 AE の中点を F とする。このとき，△ABC と△DFE が相似であることを証明せよ。



(神奈川県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABC と△DFE で，

弧 AB に対する円周角なので，

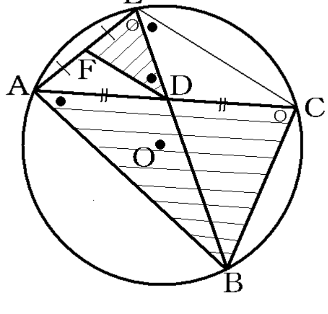
∠ACB＝∠DEF･･･①

弧 BC に対する円周角なので，

∠BAC＝∠BEC･･･②

仮定より，AF＝FE，AD＝DC なので，

中点連結定理より，FD // EC



平行線の錯角は等しいので,

　∠FDE＝∠BEC･･･③

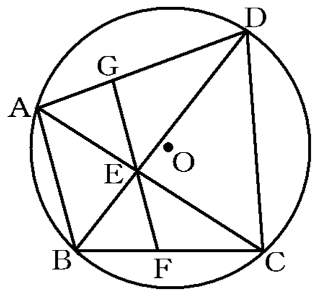
②，③より，∠BAC＝∠FDE･･･④

①，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので,

　△ABC∽△DFE

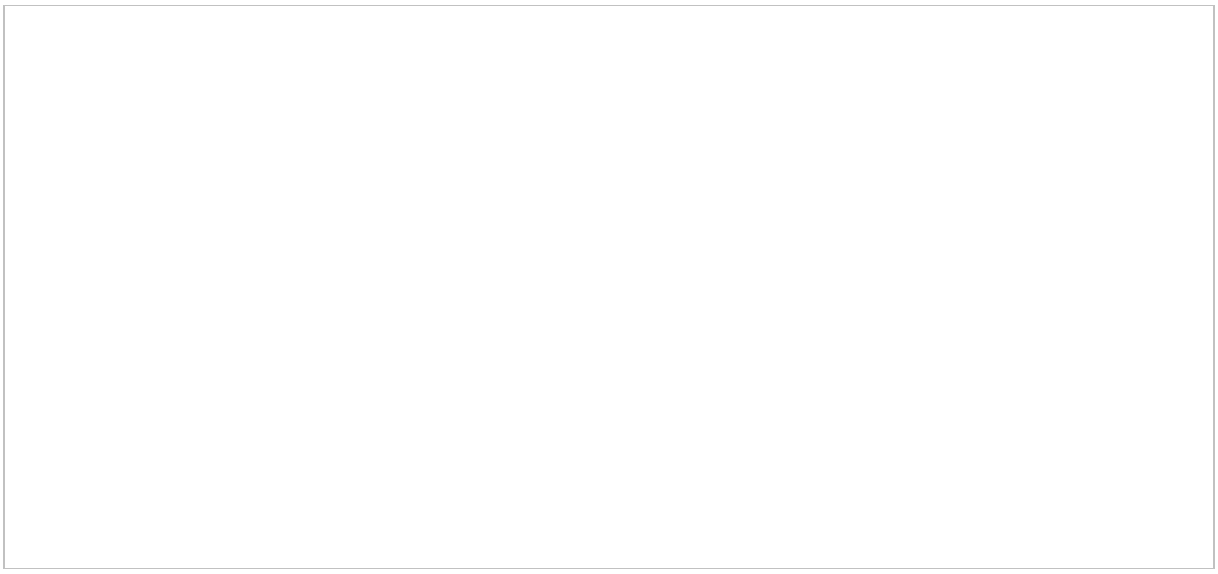
[問題]

　右の図において，3 点 A，B，C は円 O の円周上の点である。∠ABC の二等分線と円 O との交点を D とし，BD と AC との交点を E とする。BC 上に BF＝EF となる点 F をとり，FE の延長と AD との交点を G とする。このとき，△AEG∽△CDE であることを証明せよ。

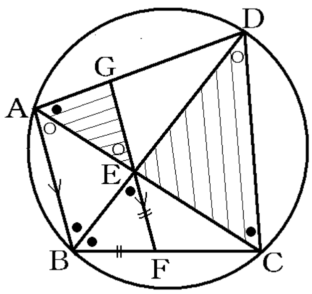


(静岡県)(****)

[解答欄]

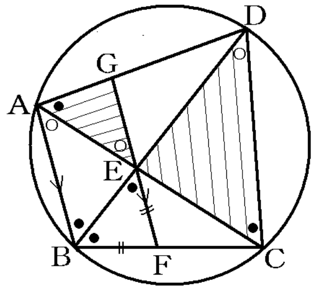


[ヒント]



[解答]

△AEG と△CDE で,



弧 CD に対する円周角なので, ∠EAG＝∠CBD･･･①

仮定より, BD は∠ABC の二等分線なので,

　∠CBD＝∠ABD･･･②

弧 AD に対する円周角なので, ∠ABD＝∠DCE･･･③

①, ②, ③より, ∠EAG＝∠DCE･･･④

BF＝EF より△FBE は二等辺三角形なので,

　∠CBD＝∠BEF･･･⑤

②, ⑤より, ∠ABD＝∠BEF で, 錯角が等しいので, AB // GF になる。

平行線の錯角は等しいので, ∠AEG＝∠BAC･･･⑥

弧 BC に対する円周角なので, ∠BAC＝∠CDE･･･⑦

⑥, ⑦より, ∠AEG＝∠CDE･･･⑧

④, ⑧から, 2 組の角がそれぞれ等しいので,

△AEG∽△CDE

【FdData 入試製品版のご案内】
詳細は，[FdData 入試ホームページ]に掲載（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）
姉妹品：[FdData 中間期末ホームページ]（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆印刷・編集
この PDF ファイルは，FdData 入試を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 入試は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 入試の特徴
FdData 入試は，公立高校入試問題の全傾向を網羅することを基本方針に編集したワープロデータ(Word 文書)です。 入試理科・社会・数学ともに，過去に出題された公立高校入試の問題をいったんばらばらに分解して，細かい単元ごとに再編集して作成しております。

◆サンプル版と製品版の違い
ホームページ上に掲載しておりますサンプルは，製品の Word 文書を PDF ファイルに変換したもので印刷や編集はできませんが，製品の全内容を掲載しており，どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。
しかし，FdData 入試がその本来の力を発揮するのは印刷や編集ができる製品版においてです。また，製品版は，すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」，編集に適した「問題解答一体形式」，などの形式を含んでいますので，目的に応じて活用することができます。
※FdData 入試の特徴(QandA 方式)（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆FdData 入試製品版(Word 版)の価格(消費税込み)
※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
数学 1 年(4400 円)，数学 2 年(6400 円)，数学 3 年(9600 円)：(統合版は 16,200 円)
理科 1 年(6800 円)，理科 2 年(6800 円)，理科 3 年(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
社会地理(6800 円)，社会歴史(6800 円)，社会公民(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。
(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は，メール(info2@fdtext.com)，または電話(092-811-0960)で承っております。
※注文→インストール→編集･印刷の流れ （[Shift]＋左クリック）
※注文メール記入例 （[Shift]＋左クリック）

【Fd 教材開発】 Mail： info2@fdtext.com Tel ：092-811-0960