

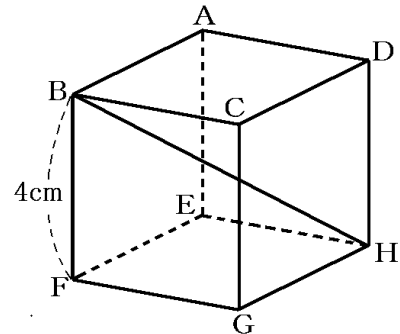
【】 基本問題

【】 対角線などの長さ

[対角線]

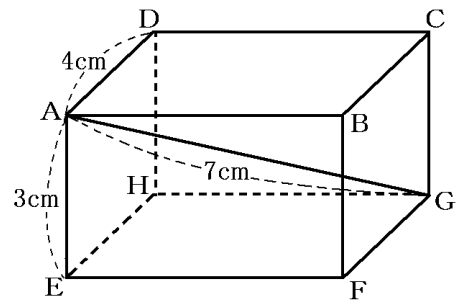
[問題 1]

右の図のような、1辺の長さが4cmの立方体がある。  
この立方体の対角線BHの長さを求めよ。  
(福島県)(\*\*)



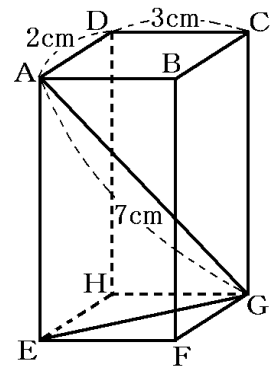
[問題 2]

右の図のような、 $AD=4\text{cm}$ 、 $AE=3\text{cm}$ 、 $AG=7\text{cm}$   
の直方体  $ABCD-EFGH$  がある。このとき、 $AB$  の長さ  
を求めよ。  
(栃木県)(\*\*)



[問題 3]

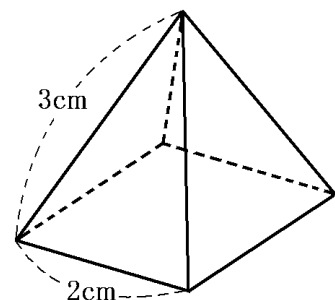
右の図のように、 $AD=2\text{cm}$ 、 $CD=3\text{cm}$ 、 $AG=7\text{cm}$  の直方体が  
ある。このとき、次の各問いに答えよ。  
(1)  $AC$  の長さを求めよ。  
(2)  $\triangle AEG$  の面積を求めよ。  
(佐賀県)(\*\*)



[高さ]

[問題 4]

右の図のように、底面が1辺2cmの正方形で、ほかの辺の  
長さがすべて3cmの正四角錐がある。この正四角錐の高  
さを求めよ。  
(富山県)(\*\*)



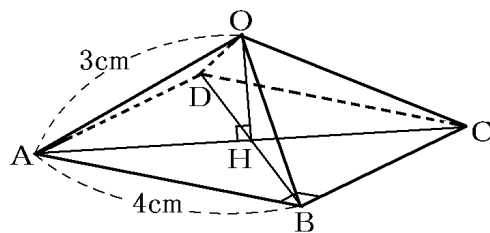
[問題 5]

右の図の正四角錐は、底面が1辺4cmの正方形で、他の辺が3cmである。次の各問いに答えよ。

(1) AC と BD の交点を H とするとき、OH と底面 ABCD は垂直である。このとき、OH の長さを求めよ。

(2) OH を軸として、正四角錐を1回転させたときにできる立体の体積を求めよ。

(青森県)\*\*



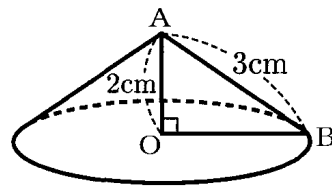
【】 錐や柱の体積など

[円錐の体積]

[問題 6]

右図のような円すいの体積は何  $\text{cm}^3$  か、求めよ。  
ただし、円周率は  $\pi$  とする。

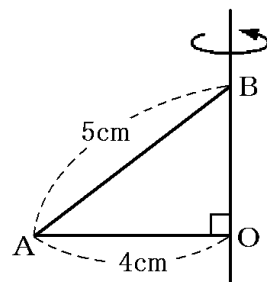
(兵庫県)(\*)



[問題 7]

右の図のような  $\angle AOB=90^\circ$  ,  $OA=4\text{cm}$  ,  $AB=5\text{cm}$  の直角三角形  $OAB$  を、直線  $BO$  を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

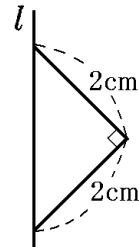
(島根県)(\*)



[問題 8]

右の図のような直角二等辺三角形を、直線  $l$  を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(鳥取県)(\*\*)

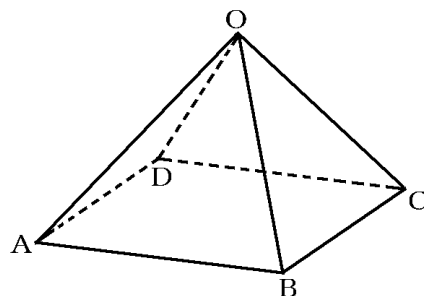


[角錐の体積]

[問題 9]

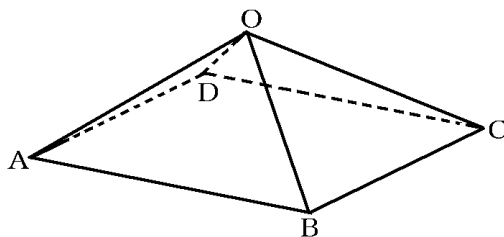
右図は、全ての辺の長さが  $6\text{cm}$  の正四角錐である。この正四角錐の体積を求めよ。

(奈良県)(\*\*)



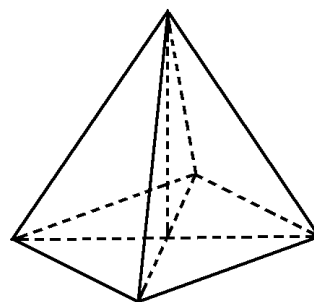
[問題 10]

右の図のように、底面が1辺6cmの正方形ABCDで、他の辺の長さが全て5cmである正四角錐OABCDがある。正四角錐OABCDの体積を求めよ。  
(愛媛県)\*\*



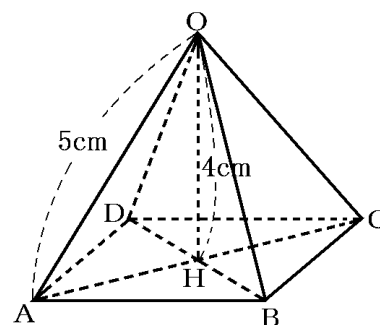
[問題 11]

右の図は、底面の対角線の長さが4cm、高さが3cmの正四角錐である。この正四角錐の体積を求めよ。  
(岐阜県)\*\*



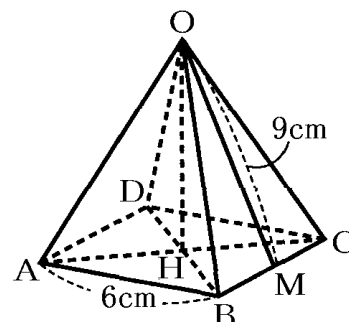
[問題 12]

右の図のような、正四角錐O-ABCDにおいて、底面ABCDの対角線の交点をHとする。辺OAの長さが5cm、高さOHが4cmのとき、この正四角錐の体積を求めよ。  
(宮城県)\*\*



[問題 13]

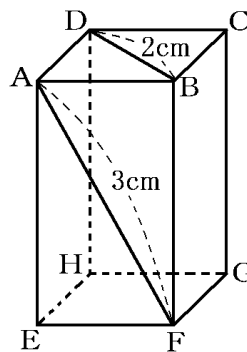
右の図において、四角すいOABCDは、 $AB=6\text{cm}$ の正四角すいである。点Mは辺BCの中点であり、 $OM=9\text{cm}$ である。四角形ABCDの2つの対角線AC, BDの交点をHとするとき、OHの長さを求めよ。  
(山形県)\*\*



[問題 14]

右の図のような直方体があり、 $AB=BC$  である。点 A と点 F、点 B と点 D をそれぞれ結ぶ。 $AF=3\text{cm}$ 、 $BD=2\text{cm}$  であるとき、この直方体の体積を求めよ。

(香川県)\*\*

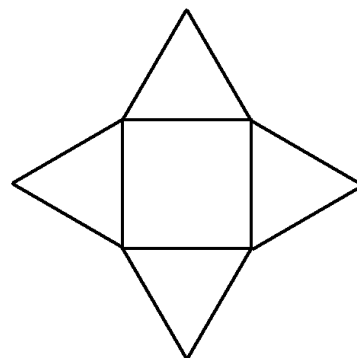


[展開図と体積]

[問題 15]

右の図は 1 辺が  $6\text{cm}$  の正方形のまわりに、それぞれの辺を底辺とし、高さが  $5\text{cm}$  の二等辺三角形を 4 枚並べたものである。この図形を組み立ててできる正四角錐の体積を求めよ。

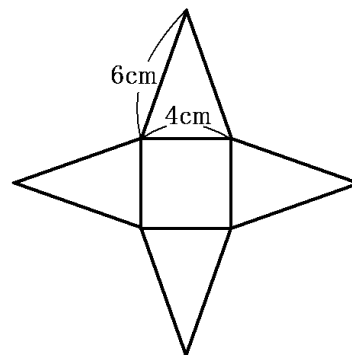
(島根県)\*\*



[問題 16]

ある正四角錐を展開すると右図のようになる。この正四角錐の体積を求めよ。

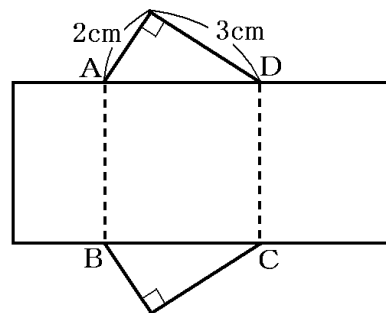
(佐賀県)\*\*



[問題 17]

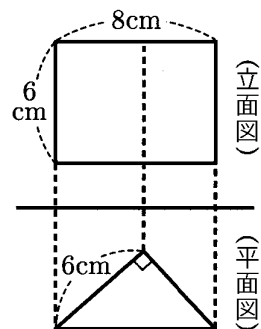
右の展開図において、四角形 ABCD は正方形である。この展開図を組み立ててできる三角柱の体積は何  $\text{cm}^3$  か。

(鹿児島県)\*\*



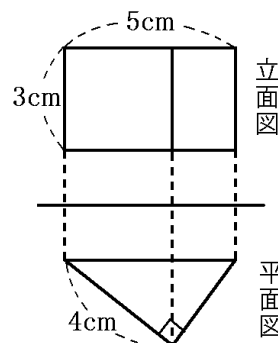
[問題 18]

右の図は、三角柱の投影図である。この三角柱の体積を求めよ。  
(千葉県)(\*\*)



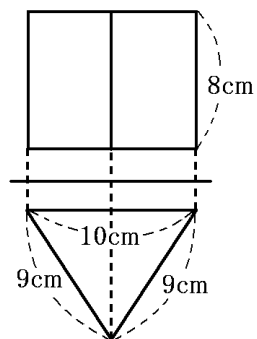
[問題 19]

右の図は、底面が直角三角形である三角柱の投影図である。  
この三角柱の体積を求めよ。  
(徳島県)(\*\*)



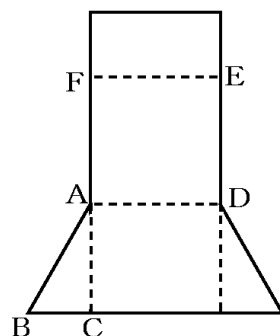
[問題 20]

右の図は、三角柱の投影図である。この三角柱の体積を求めよ。  
(秋田県)(\*\*)



[問題 21]

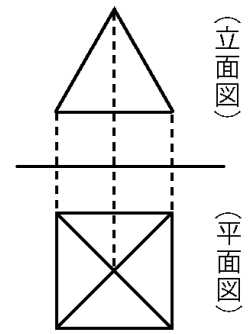
右の図は、 $AB=6\text{cm}$ 、 $\angle ABC=60^\circ$ 、 $\angle ACB=90^\circ$  の直角  
三角形  $ABC$  を底面とする三角柱の展開図であり、四角形  $ADEF$   
は正方形である。このとき、この展開図を点線で折り曲げてでき  
る三角柱の体積を求めよ。  
(神奈川県)(\*\*)



[問題 22]

右の図は、ある正四角錐の投影図である。立面図は1辺の長さが4cmの正三角形である。この正四角錐の体積を求めよ。

(宮城県)(\*\*)



【】 立体上の 2 点の距離

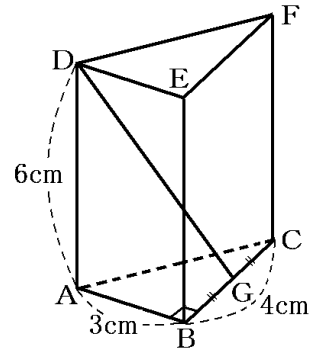
【】 2 点の距離

[立体上の 2 点]

[問題 23]

右の図は、 $AB=3\text{cm}$ 、 $BC=4\text{cm}$ 、 $\angle ABC=90^\circ$  の直角三角形  $ABC$  を底面とし、 $AD=BE=CF=6\text{cm}$  を高さとする三角柱である。また、点  $G$  は辺  $BC$  の中点である。この三角柱において、2 点  $D$ 、 $G$  間の距離を求めよ。

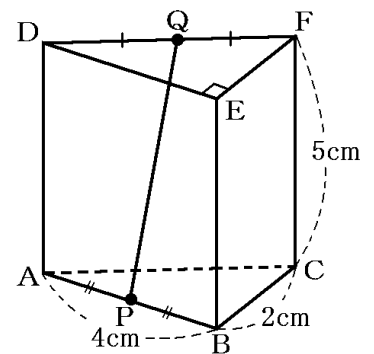
(神奈川県)\*\*



[問題 24]

右の図のような三角柱があり、 $AB=4\text{cm}$ 、 $BC=2\text{cm}$ 、 $CF=5\text{cm}$ 、 $\angle DEF=90^\circ$  である。また、辺  $AB$ 、 $DF$  の中点をそれぞれ  $P$ 、 $Q$  とし、点  $P$  と点  $Q$  を結ぶ。線分  $PQ$  の長さは何  $\text{cm}$  か。

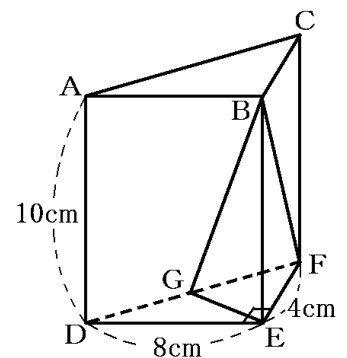
(香川県)\*\*\*



[問題 25]

右の図のように、点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  を頂点とし、 $\angle DEF=90^\circ$  の直角三角形  $DEF$  を底面の 1 つとする三角柱がある。辺  $DF$  の中点を  $G$  とし、4 点  $B$ 、 $E$ 、 $F$ 、 $G$  を結んで三角錐をつくる。辺  $DE$  の長さが  $8\text{cm}$ 、辺  $EF$  の長さが  $4\text{cm}$ 、辺  $AD$  の長さが  $10\text{cm}$  のとき、三角錐  $BEFG$  の辺  $BG$  の長さを求めよ。

(三重県)\*\*\*





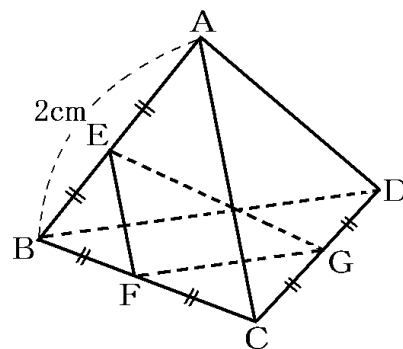
[問題 26]

右の図のように、1 辺の長さが 2cm の正四面体(正三角錐)ABCD がある。辺 AB, BC, CD の中点をそれぞれ E, F, G とする。次の各問いに答えよ。

(1) AG, EG の長さをそれぞれ求めよ。

(2)  $\angle FEG$  の大きさを求めよ。

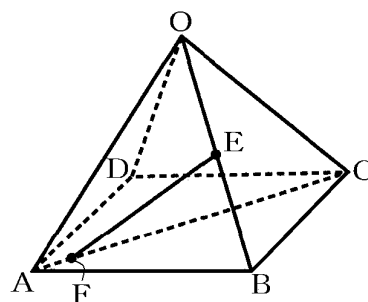
(島根県)(\*\*\*)



[問題 27]

右の図のように、1 辺の長さが 8cm の正方形 ABCD を底面とし、側面がすべて正三角形である正四角すい OABCD がある。辺 OB の中点を E とし、線分 AC 上に  $AF = \sqrt{2}$  cm となる点 F をとる。このとき、線分 EF の長さを求めよ。

(茨城県)(\*\*\*)

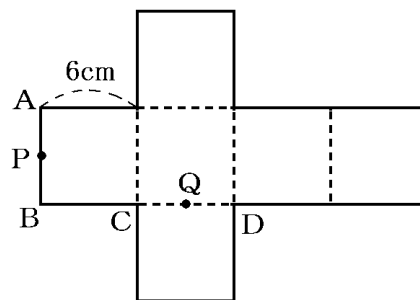


[展開図上の 2 点]

[問題 28]

右の図のように、1 辺の長さが 6cm の立方体の展開図がある。線分 AB, 線分 CD の中点をそれぞれ P, Q とする。この展開図を組み立てて立方体をつくったとき、立方体上の 2 点 P, Q の間の距離を求めよ。

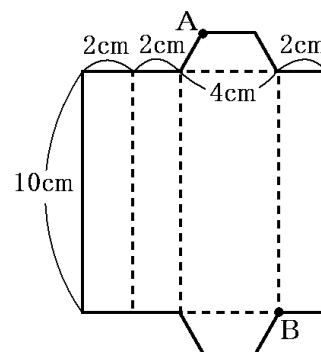
(秋田県)(\*\*\*)



[問題 29]

右の図は、底面が台形である四角柱の展開図である。これを組み立ててできる四角柱の 2 つの頂点 A, B を結ぶ線分 AB の長さを求めよ。

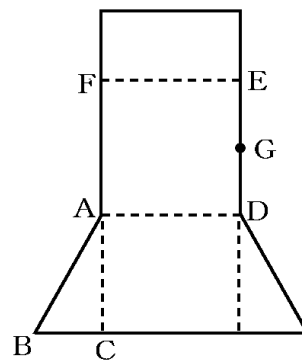
(愛媛県)(\*\*\*\*)



[問題 30]

右の図は、 $AB=6\text{cm}$ 、 $\angle ABC=60^\circ$ 、 $\angle ACB=90^\circ$  の直角三角形  $ABC$  を底面とする三角柱の展開図であり、四角形  $ADEF$  は正方形である。また、点  $G$  は線分  $DE$  の中点である。このとき、この展開図を点線で折り曲げてできる三角柱で、2点  $C$ 、 $G$  間の距離を求めよ。

(神奈川県)(\*\*\*\*)

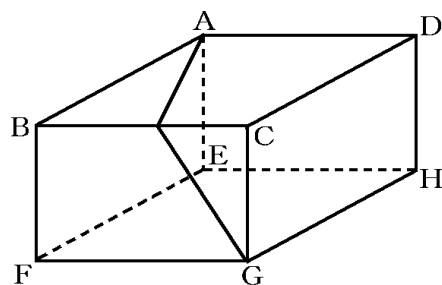


【】 角柱・角錐の最短距離

[問題 31]

右の図は A, B, C, D, E, F, G, H を頂点にもつ直方体で,  $AB=4\text{cm}$ ,  $AD=3\text{cm}$ ,  $BF=2\text{cm}$  である。この直方体に, 頂点 A から辺 BC を通って, 頂点 G まで糸をかけた。かけた糸の長さがもつとも短くなるときの糸の長さを求めよ。

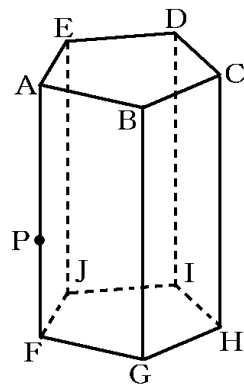
(高知県)(\*\*)



[問題 32]

右の図のような, 底面が 1 辺  $2\text{cm}$  の正五角形で高さが  $5\text{cm}$  である正五角柱  $ABCDE-FGHIJ$  があり, 辺 AF 上に  $AP=3\text{cm}$  となる点 P がある。正五角柱  $ABCDE-FGHIJ$  の側面上に点 P と点 H を最短の長さで結ぶ線をひくとき, その線の長さを求めよ。

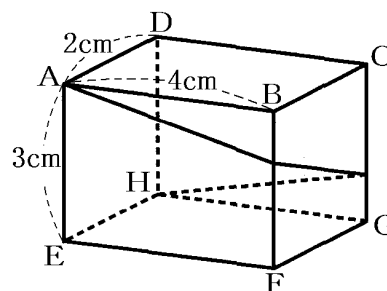
(栃木県)(\*\*)



[問題 33]

右の図のように,  $AB=4\text{cm}$ ,  $AD=2\text{cm}$ ,  $AE=3\text{cm}$  の直方体の表面に, ひもを, 頂点 A から頂点 H まで, 辺 BF と辺 CG に交わるようにかける。ひもの長さが最も短くなるときのひもの長さを求めよ。

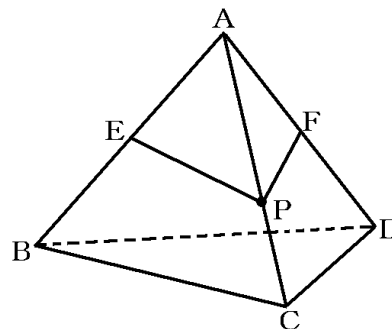
(愛媛県)(\*\*)



[問題 34]

右の正四面体  $ABCD$  の 1 辺の長さを  $2\text{cm}$  とする。辺 AB, AD の中点をそれぞれ E, F とし, 点 P が辺 AC 上を動くものとする。線分 EP と PF の長さの和が最も小さくなるとき, その値を求めよ。

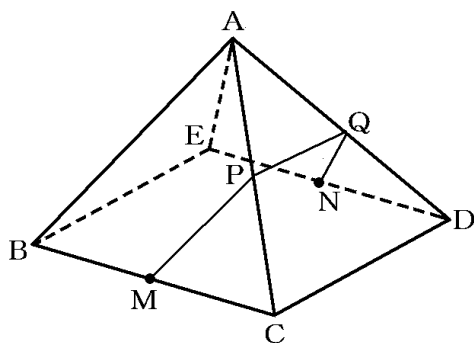
(富山県)(\*\*\*)



[問題 35]

右の図のような正四角錐  $ABCDE$  がある。すべての辺の長さを  $2\text{cm}$  とし、辺  $BC$ ,  $DE$  の中点をそれぞれ  $M$ ,  $N$  とする。辺  $AC$  上に点  $P$ , 辺  $AD$  上に点  $Q$  を、3つの線分  $MP$ ,  $PQ$ ,  $QN$  の長さの和が最小となるようにとるとき、3つの線分  $MP$ ,  $PQ$ ,  $QN$  の長さの和を求めよ。

(群馬県)(\*\*\*)

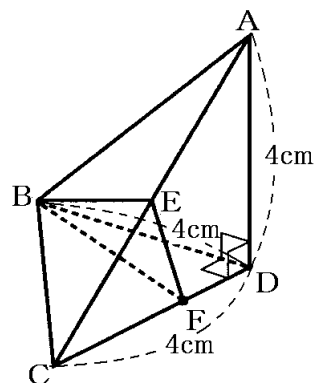


[問題 36]

右の図のように、 $AD=BD=CD=4\text{cm}$ ,  $\angle ADB=\angle ADC=\angle BDC=90^\circ$  である三角錐  $ABCD$  がある。辺  $AC$  の中点を  $E$  とし、辺  $CD$  上を点  $C$  から点  $D$  まで移動する点を  $F$  とする。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 辺  $AB$  の長さを答えよ。
- (2)  $\triangle ABC$  の面積を求めよ。
- (3)  $EF+FB$  の長さが最も短くなるとき、 $EF+FB$  の長さを求めよ。

(新潟県)(\*\*\*)



[問題 37]

図 1 のように、1 辺の長さが  $2\text{cm}$  の正四面体(正三角錐)  $ABCD$  がある。辺  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  の中点をそれぞれ  $E$ ,  $F$ ,  $G$  とする。点  $E$  から辺  $AC$  を通って頂点  $D$  まで、長さが最も短くなるようにひもをかけるとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 図 2 は、この正四面体の展開図である。ひものようすは図 3 の展開図にどのように表れるか、展開図に実線で書き入れよ。ただし、図中の●は、それぞれ正四面体の各辺の中点の位置を示している。
- (2) ひもの長さを求めよ。

(島根県)(\*\*\*)

図1

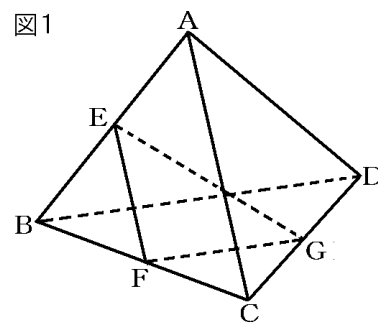
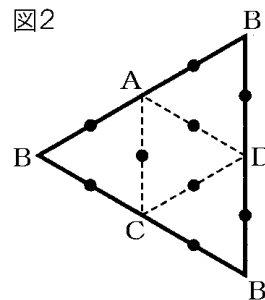


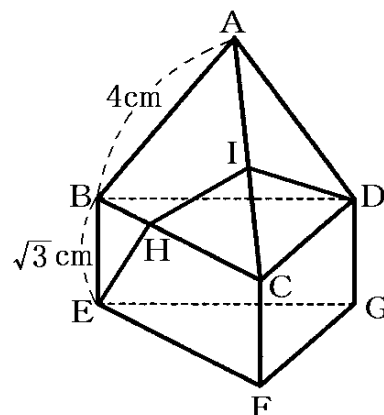
図2



[問題 38]

右の図は、正四面体と三角柱を合わせた形で、点 A, B, C, D, E, F, G を頂点とする立体を表している。正四面体 ABCD の 1 辺の長さは 4cm であり、三角柱 BCDEFG の側面はすべて合同な長方形である。辺 BC 上に点 H, 辺 AC 上に点 I を、 $EH+HI+ID$  の長さが最も短くなるようにとる。  $BE = \sqrt{3} \text{ cm}$  のとき、 $EH+HI+ID$  の長さを求めよ。

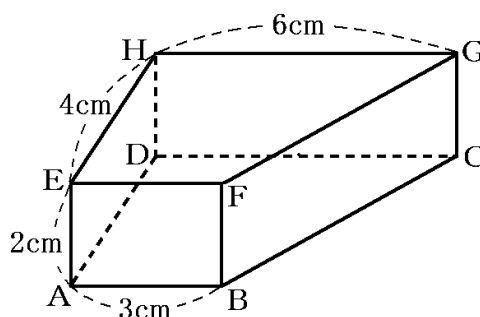
(福岡県)(\*\*\*)



[問題 39]

右図は、底面 ABCD と EFGH が台形で、側面がすべて長方形の四角柱 ABCDEFGH を表している。  $EH = 4 \text{ cm}$ ,  $\angle DAB = \angle ADC = 90^\circ$ ,  $AB = 3 \text{ cm}$ ,  $HG = 6 \text{ cm}$ ,  $AE = 2 \text{ cm}$  である。図に示す立体において、点 P が辺 EF, FB 上を点 E から点 F を通って点 B まで動く。  $AP+PG$  の長さが最も短くなるとき、  $AP+PG$  の長さは何 cm か。

(福岡県)(\*\*\*)



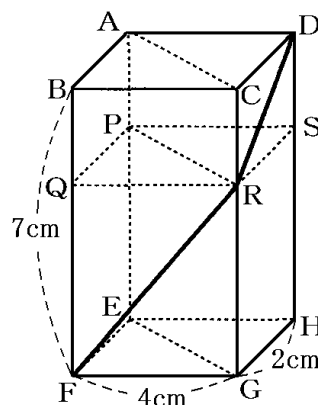
[問題 40]

右の図のように、  $GH = 2 \text{ cm}$ ,  $FG = 4 \text{ cm}$ ,  $BF = 7 \text{ cm}$  とする直方体を X とする。辺 CG 上に点 R をとり、線分 DR と RF の長さの和が最小となるようにする。さらに、点 R を通り、面 ABCD と平行な平面と辺 AE, BF, DH との交点をそれぞれ P, Q, S とする。このとき次の各問いに答えよ。

(1)  $DR+RF$  を求めよ。

(2)  $\triangle PQR$  を底面とし、高さが BQ の三角柱の体積は、直方体 X の体積の何倍であるか。

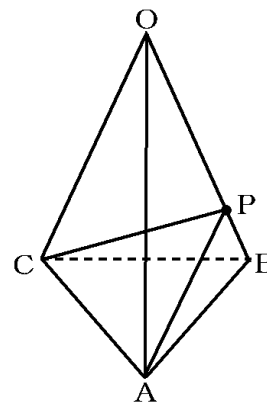
(沖縄県)(\*\*\*)



[問題 41]

右の図のように、1 辺が 4cm の正三角形 ABC を底面とし、  
 $OA=OB=OC=8\text{cm}$  とする三角錐  $O-ABC$  がある。辺  $OB$   
 上に点  $P$  をとる。  $AP+PC$  の長さを最も短くしたとき、  $BP$  の長さ  
 を求めよ。

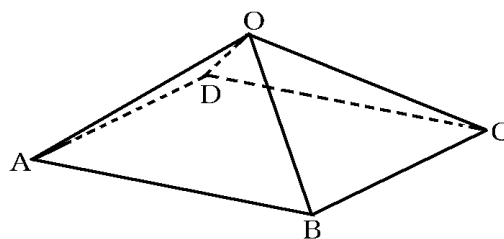
(茨城県改)(\*\*\*)



[問題 42]

右の図の正四角錐は、底面が 1 辺 4cm の正方形  
 で、他の辺が 3cm である。辺  $OB$  上の点を  $P$  と  
 するとき、点  $A$  から点  $P$  を通って点  $C$  まで糸を  
 かける。この糸の長さが最も短くなるときの、糸  
 の長さを求めよ。

(青森県)(\*\*\*\*)



[問題 43]

図 1 のように、底面の 1 辺が 4cm、側面の二等辺三角形の等しい辺がいずれも 5cm の正  
 四角錐  $ABCDE$  があり、この正四角錐の頂点  $B$  から辺  $AC$  を通って頂点  $D$  まで、長さが最  
 も短くなるように、ひもをかける。また、図 2 は、この正四角錐の展開図である。このとき、  
 次の各問いに答えよ。

図1

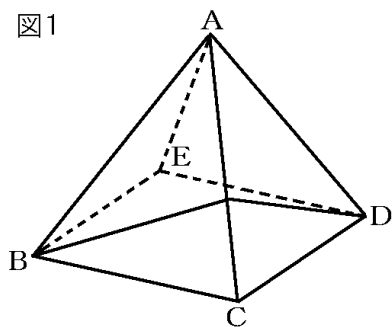
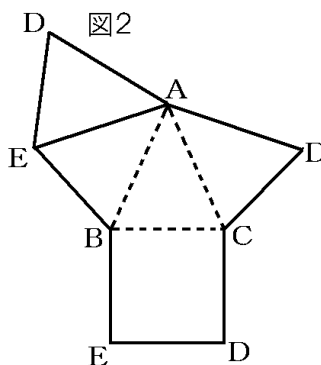


図2



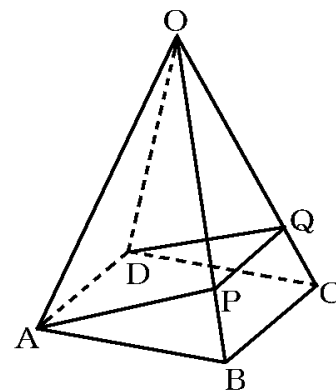
(1) ひものようすを展開図に実線をかき入れよ。

(2) ひもの長さを求めよ。

(岩手県)(\*\*\*\*)

[問題 44]

右の図の正四角錐  $OABCD$  は、 $OA=6\sqrt{3}$  cm,  $AB=6$  cm である。図は、この正四角錐の側面に、点  $A$  から辺  $OB$  と辺  $OC$  を通って点  $D$  まで、1本の糸を巻きつけたものである。糸と辺  $OB$ ,  $OC$  との交点をそれぞれ  $P$ ,  $Q$  とする。次の各問いに答えよ。ただし、糸はそれぞれの側面でたるむことなく巻きつけられているものとする。



- (1)  $P$ ,  $Q$  がそれぞれ辺  $OB$ ,  $OC$  の中点となるように糸を巻きつけたとき、 $PQ$  の長さを求めよ。
- (2)  $AP \perp OB$ ,  $DQ \perp OC$  となるように糸を巻きつけたとき、①  $OP$  と  $PB$  の長さの比  $OP : PB$  を、最も簡単な整数比で表せ。② 巻きつけた糸の  $A$  から  $D$  までの長さを求めよ。
- (3)  $A$  から  $D$  までの糸の長さが最も短くなるように巻きつけたとき、巻きつけた糸の  $A$  から  $D$  までの長さを求めよ。

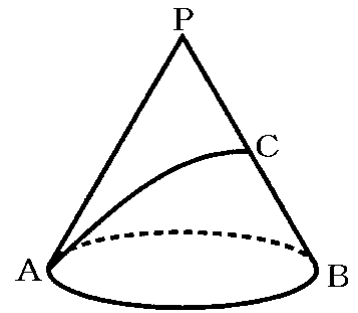
(群馬県)(\*\*\*\*)

【】 円錐・円柱の最短距離

[問題 45]

右の図のように、底面の直径  $AB$  と母線の長さ  $PA$  について  $AB=PA=4\text{cm}$  の円錐がある。線分  $PB$  の中点を  $C$  とする。図のように、この円錐の表面に、点  $A$  から点  $C$  まで、ひもをゆるまないようにかける。ひもの長さが最も短くなるとき、その長さを求めよ。

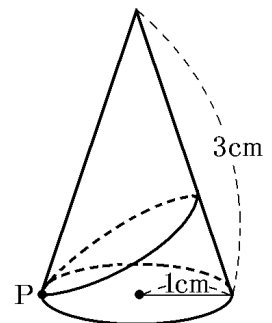
(長野県)(\*\*)



[問題 46]

右の図のように、底面の半径が  $1\text{cm}$ 、母線の長さが  $3\text{cm}$  の円錐がある。底面の円周上の点  $P$  から円錐の側面を 1 周して、点  $P$  までひもをかける。ひもの長さが最も短くなるときのひもの長さを求めよ。ただし、円周率は  $\pi$  とする。

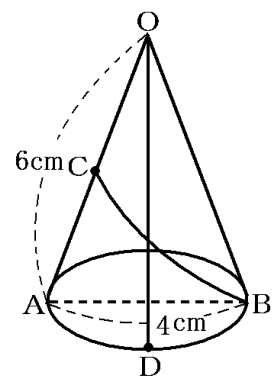
(富山県)(\*\*)



[問題 47]

右の図のように、円錐の底面の直径を  $AB$  とし、母線  $OA$ 、弧  $AB$  の中点をそれぞれ  $C$ 、 $D$  とする。円錐の側面において、点  $C$  から点  $B$  まで長さが最も短くなる線を母線  $OD$  と交わるようにひくとき、この線と線分  $CA$ 、および点  $D$  を含む弧  $AB$  によって囲まれる部分の面積は何  $\text{cm}^2$  か。

(長崎県)(\*\*\*)





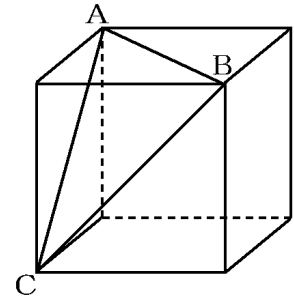
【】 立体→切断面の平面図形

【】 断面が二等辺三角形など

[問題 48]

右の図のように、1辺が6cmの立方体の3つの頂点A, B, Cを結んでできる右の図のような $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

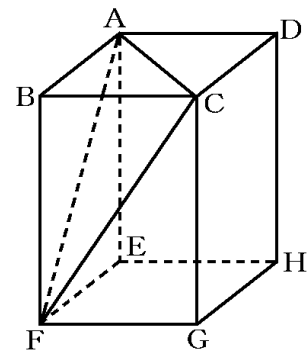
(京都府)\*\*



[問題 49]

右の図のように、 $AB=BC=2\text{cm}$ ,  $BF=4\text{cm}$ の直方体 $ABCD-EFGH$ がある。この直方体を頂点A, C, Fを通る平面で分けたときにできる三角錐 $B-AFC$ の表面積を求めよ。

(秋田県)\*\*



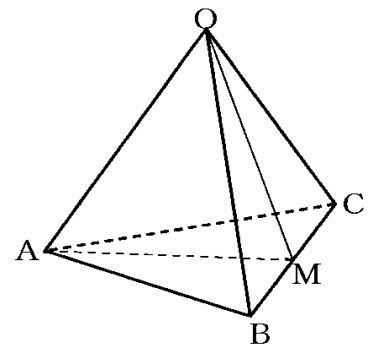
[問題 50]

右の図のように、4点O, A, B, Cを頂点とする1辺の長さが8cmの正四面体がある。辺BCの中点をMとする。このとき、次の各問いに答えよ。

(1) 線分OMの長さを求めよ。

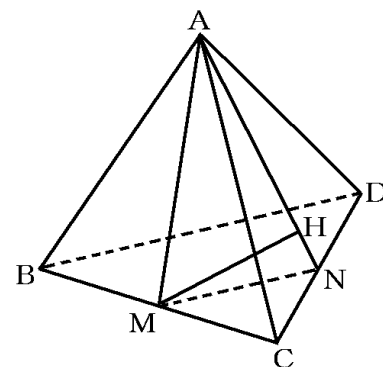
(2)  $\triangle OAM$ の面積を求めよ。

(福島県)\*\*



[問題 51]

右の図のように、1 辺の長さが 4cm の正四面体 ABCD があり、辺 BC, CD の中点をそれぞれ M, N とする。また、点 M から線分 AN に垂線をひき、その交点を H とする。このとき、次の各問いに答えよ。

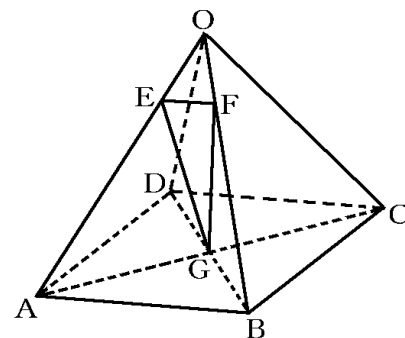


- (1) MN の長さを求めよ。
- (2) AM の長さを求めよ。
- (3)  $\triangle AMN$  の面積を求めよ。
- (4) MH の長さを求めよ。

(佐賀県)(\*\*\*)

[問題 52]

右の図のように、 $OA = 12\text{cm}$ ,  $AB = 8\text{cm}$  の正四角錐 OABCD がある。点 E は辺 OA 上にあり、点 F は辺 OB 上にあって、 $OE = OF = 3\text{cm}$  である。また、点 G は底面 ABCD の 2 つの対角線 AC, BD の交点である。このとき、次の各問いに答えよ。

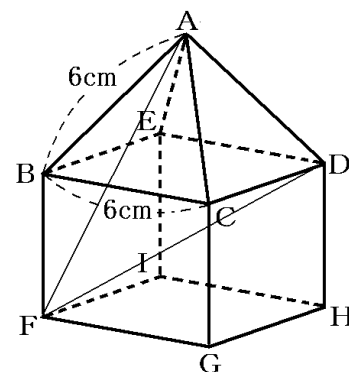


- (1) 線分 EF の長さを求めよ。
- (2)  $\triangle EFG$  の面積を求めよ。

(熊本県)(\*\*\*\*)

[問題 53]

右の図は、正四角錐と直方体を合わせた形で、点 A, B, C, D, E, F, G, H, I を頂点とする立体を表している。正四角錐 ABCDE は、辺の長さがすべて 6cm である。辺 BF の長さは、正四角錐 ABCDE の高さに等しい。図に示す立体において、 $\triangle AFD$  の面積を求めよ。



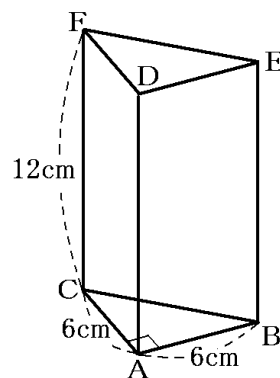
(福岡県)(\*\*\*\*)

【】 断面がその他の三角形

[問題 54]

右の図は、底面  $ABC$  が  $AB=AC=6\text{cm}$  の直角二等辺三角形で、側面がすべて長方形の三角柱  $ABCDEF$  を表しており、 $CF=12\text{cm}$  である。 $\triangle FAB$  の面積を求めよ。

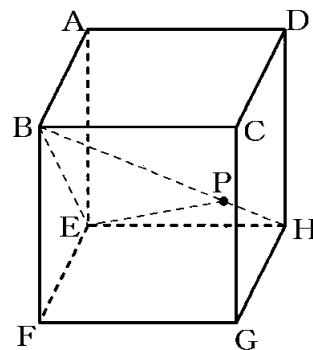
(福岡県)(\*\*\*)



[問題 55]

右の図のように、1 辺の長さが  $4\text{cm}$  の立方体  $ABCD-EFGH$  がある。対角線  $BH$  上に  $BP:PH=3:1$  となる点  $P$  をとる。 $\triangle PBE$  の面積を求めよ。

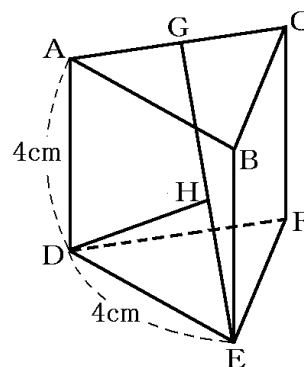
(新潟県改)(\*\*\*)



[問題 56]

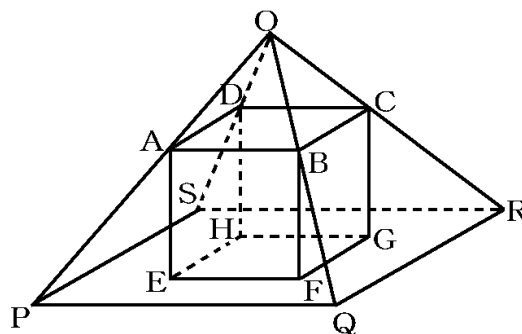
右の図のように、1 辺が  $4\text{cm}$  の正三角形を底面とし、側面がすべて正方形である三角柱  $ABCDEF$  がある。辺  $AC$  の中点を  $G$  とし、線分  $EG$  の中点を  $H$  とする。このとき、線分  $DH$  の長さを求めよ。

(茨城県)(\*\*\*)



[問題 57]

右図の立体  $ABCD-EFGH$  は、1 辺が  $6\text{cm}$  の立方体である。図のように、すべての辺の長さが等しい正四角錐  $OPQRS$  があり、その中に立方体  $ABCD-EFGH$  が入っている。この立方体の頂点のうち、4 点  $A, B, C, D$  はそれぞれ辺  $OP, OQ, OR, OS$  上にあり、4 点  $E, F, G, H$  は、いずれも底面  $PQRS$  上にある。このとき、この正四角錐  $OPQRS$  の一辺の長さを求めよ。



(石川県)(\*\*\*)

[問題 58]

図 1 のように、三角錐  $ABCD$  がある。図 2 は、図 1 の展開図である。この展開図の四角形  $AEDF$  は、2 つの対角線の長さが  $AD=8\text{cm}$ ,  $EF=6\text{cm}$  のひし形であり、線分  $AD$  と線分  $BC$  の交点を  $G$  とする。また、図 3 は、図 1 の頂点  $A$  から線分  $DG$  に垂線をひき、その交点を  $H$  としたものである。このとき、次の各問いに答えよ。

図1

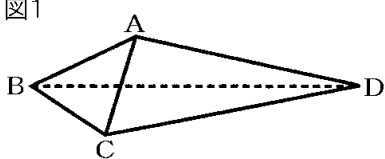


図2

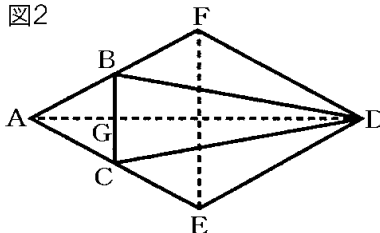
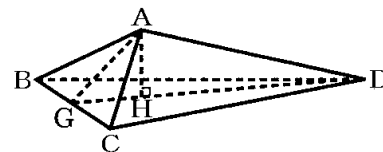


図3



(1) 図 2 において、 $\triangle ABC$  の面積は、四角形  $AEDF$  の面積の何倍か求めよ。

(2) 図 3 において、線分  $AH$  の長さを求めよ。

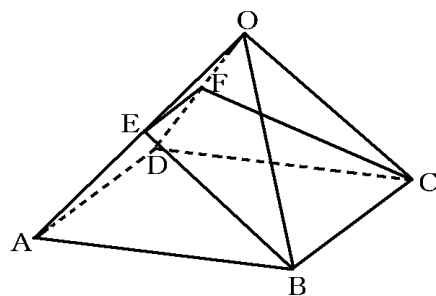
(茨城県)(\*\*\*\*)

【】 断面が四角形

[問題 59]

右の図は、すべての辺の長さが  $8\text{cm}$  の正四角錐であり、  
 辺  $OA$ 、 $OD$  の中点をそれぞれ  $E$ 、 $F$  とする。このとき、  
 四角形  $EBCF$  の面積を求めよ。

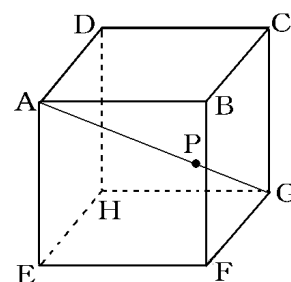
(石川県)(\*\*\*)



[問題 60]

右の図は、1 辺の長さが  $6\text{cm}$  の立方体  $ABCD-EFGH$  に  
 おいて、線分  $AG$  上に点  $P$  をとり、 $AP : PG = 2 : 1$  となる  
 ようにしたものである。線分  $PF$  の長さは何  $\text{cm}$  か。

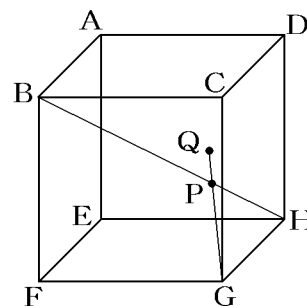
(補充問題)(\*\*\*)



[問題 61]

右の図のように、1 辺の長さが  $9\text{cm}$  の立方体  $ABCD-EFGH$   
 がある。対角線  $BH$  上に  $BP : PH = 3 : 1$  となる点  $P$  をとり、  
 線分  $GP$  の延長と平面  $AEHD$  との交点を  $Q$  とする。このとき、  
 線分  $GQ$  の長さを求めよ。

(新潟県)(\*\*\*)



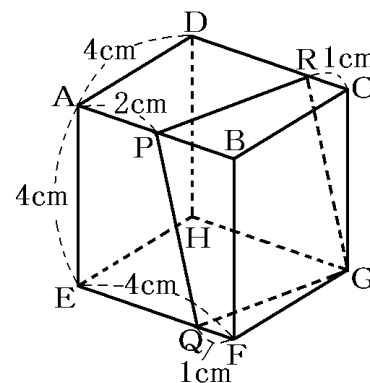
[問題 62]

一辺の長さが  $4\text{cm}$  の立方体  $ABCD-EFGH$  において、  
 点  $P$  は辺  $AB$  の中点である。また、点  $Q$ 、 $R$  はそれぞれ辺  
 $EF$ 、 $DC$  上の点であり、 $FQ = 1\text{cm}$ 、 $CR = 1\text{cm}$  である。

このとき、4 点  $P$ 、 $Q$ 、 $G$ 、 $R$  は同じ平面上にある。次の各  
 問いに答えよ。

- (1) 線分  $PQ$  の長さを求めよ。
- (2) 線分  $PG$  の長さを求めよ。
- (3)  $\triangle QGR$  の面積を求めよ。

(山梨県)(\*\*\*)

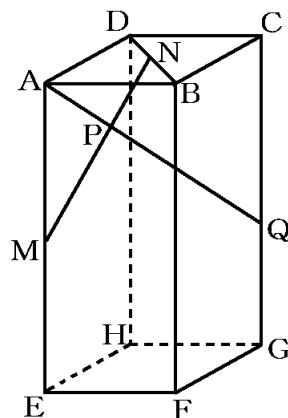


[問題 63]

右の図の直方体で、 $AB=AD=\sqrt{6}$  cm,  $AE=6$  cm である。AE, BD の中点をそれぞれ M, N, 点 A から MN にひいた垂線と MN との交点を P とする。AP を延長して CG と交わった点を Q とするとき、次の各問いに答えよ。

- (1) MN の長さを求めよ。
- (2) AP の長さを求めよ。
- (3) AP の長さ と PQ の長さの比を最も簡単な整数の比で表せ。

(青森県)(\*\*\*)

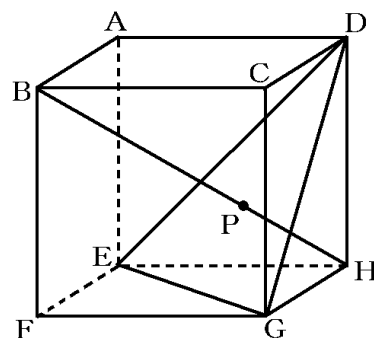


[問題 64]

右の図のように、1 辺の長さが 6 cm の立方体の 3 つの頂点 D, E, G を結んでできる  $\triangle DEG$  がある。立方体の 2 つの頂点 B と H とを結ぶ対角線をひいたところ、対角線 BH は、 $\triangle DEG$  と垂直に交わった。対角線 BH と  $\triangle DEG$  との交点を P とするとき、次の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle DEG$  の面積を求めよ。
- (2) 線分 PH の長さを求めよ。

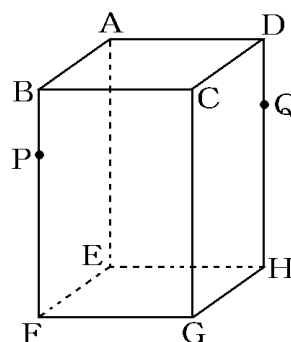
(鳥取県)(\*\*\*)



[問題 65]

右の図の直方体 ABCD-EFGH において、 $AB=AD=4$  cm,  $AE=6$  cm である。辺 BF, DH 上に、それぞれ点 P, Q を  $BP=DQ=2$  cm となるようにとり、この直方体を 3 点 A, P, Q を通る平面で切って 2 つに分けるときの、切り口としてできる図形の面積を求めよ。

(群馬県)(\*\*\*\*)



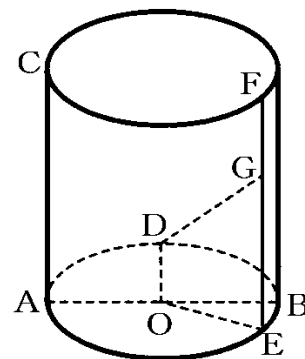
【】 円柱・球など

[円柱]

[問題 66]

右の図は、線分  $AB$  を直径とする円  $O$  を底面とし、 $AC=6\text{cm}$  を高さとする円柱である。点  $D$  は円  $O$  の周上の点で、 $\angle AOD=90^\circ$  であり、点  $E$  は点  $D$  をふくまない弧  $AB$  上の点で、 $\angle AOE=150^\circ$  である。また、点  $F$  はこの円柱の 2 つの底面のうち円  $O$  とは異なる円の周上の点で、線分  $EF$  は底面に垂直である。 $AB=AC$  である。線分  $EF$  上に点  $G$  を  $EG=4\text{cm}$  となるようにとるとき、2 点  $D, G$  間の距離を求めよ。

(神奈川県)(\*\*\*)



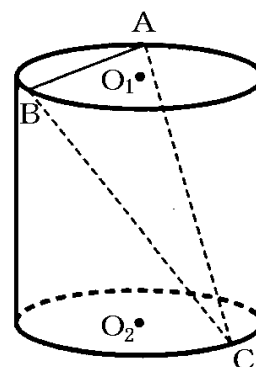
[問題 67]

右の図のように、底面の半径が  $2\text{cm}$ 、高さが  $6\text{cm}$  の円柱がある。底面の円の中心はそれぞれ  $O_1, O_2$  で、円  $O_1$  の円周上に点  $A$  と点  $B$  を、 $\angle AO_1B=120^\circ$  となるようにとる。また、円  $O_2$  の円周上に点  $C$  を、 $\triangle ABC$  の面積が最も大きくなるようにとる。このとき、次の各問いに答えよ。

(1) 線分  $AB$  の長さを求めよ。

(2)  $\triangle ABC$  の面積を求めよ。

(京都府)(\*\*\*)

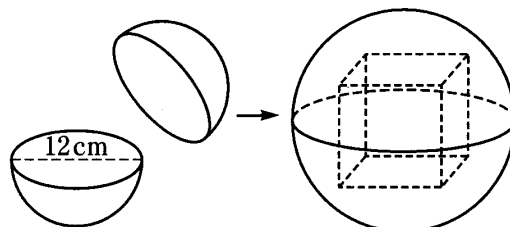


[球]

[問題 68]

右の図のように、直径が  $12\text{cm}$  の球の形をしたプラスチックの容器がある。この容器の中にちょうど入る立方体の 1 辺の長さを求めよ。ただし、プラスチックの容器の厚さは考えないものとする。

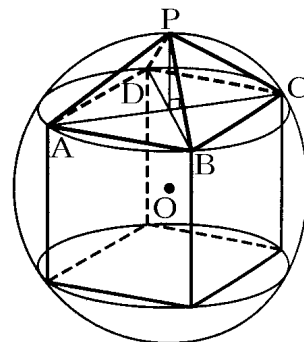
(埼玉県)(\*\*\*)



[問題 69]

右の図のように、1辺が  $2\text{cm}$  の立方体が球に内接している。この立方体の1つの面  $ABCD$  を底面とする正四角錐  $P-ABCD$  で、その 5 つの頂点は、球にぴったりとくっついている。このとき、正四角錐  $P-ABCD$  の体積を求めよ。

(沖縄県)(\*\*\*)





【】 体積

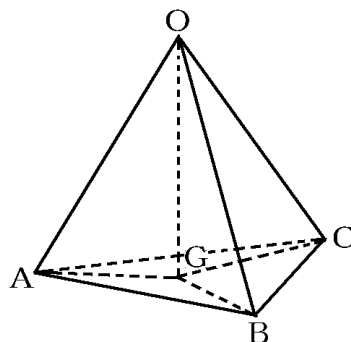
【】 正四面体

[問題 70]

右の図は、4つの面が1辺の長さ6cmの正三角形からなる三角錐OABCであり、三角錐の高さをhcmとし、 $h=OG$ とする。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 高さhを求めよ。
- (2) 三角錐OABCの体積を求めよ。

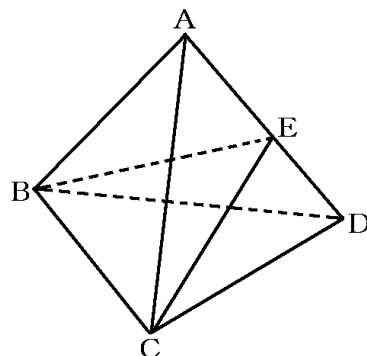
(沖縄県)(\*\*\*)



[問題 71]

右の図のように、すべての辺の長さが6cmの正四面体ABCDがあり、辺ADの中点をEとする。この正四面体を3点B, C, Eを通る平面で切ったとき、三角錐ABCEの体積を求めよ。

(埼玉県)(\*\*\*)

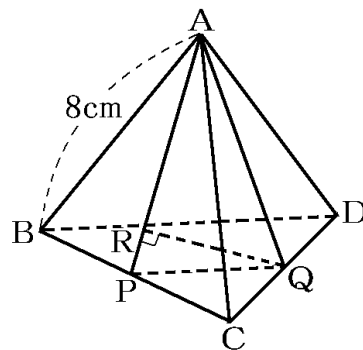


[問題 72]

右の図の正四面体は、1辺の長さが8cmである。辺BC, CDの中点をそれぞれ点P, Q, 点QからAPにひいた垂線とAPとの交点をRとする。次の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle APQ$ の面積を求めよ。
- (2) QRの長さを求めよ。

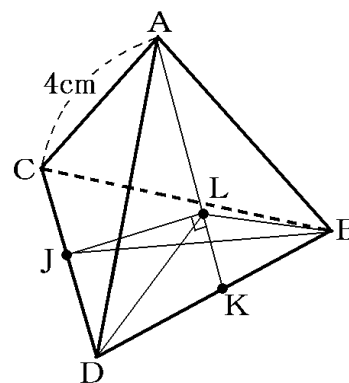
(青森県)



[問題 73]

右図の正四面体ABCDの1辺の長さは4cmである。辺CD, DBの中点をそれぞれJ, Kとする。点Aと点Kを結び、点Jを通り線分AKに垂直な直線と線分AKとの交点をLとする。三角錐LBJDの体積は、正四面体ABCDの体積の何倍か求めよ。

(福岡県)(\*\*\*\*)

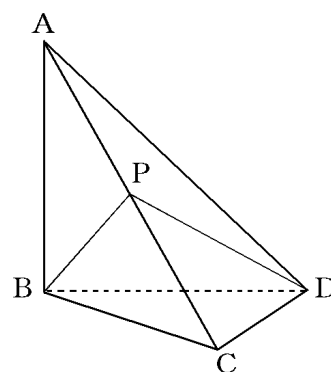


【】 体積：高さの発見

[問題 74]

右の図のような三角錐  $ABCD$  があり、  
 $\angle ABC = \angle ABD = \angle BCD = 90^\circ$ 、 $AB = 6\text{cm}$ 、  
 $BC = 5\text{cm}$ 、 $CD = 4\text{cm}$  である。また、点  $P$  は辺  $AC$  の中点  
 である。4 点  $P$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  を頂点とする三角錐の体積を  
 求めよ。

(静岡県)(\*\*\*)



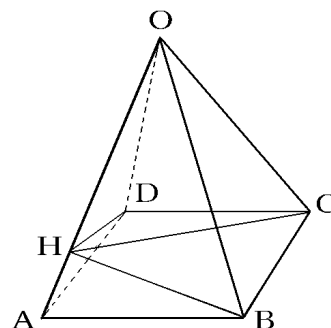
[問題 75]

右の図は、底面の 1 辺が  $6\text{cm}$  の正四角錐  $O-ABCD$  で、側  
 面の二等辺三角形の等しい辺はいずれも  $9\text{cm}$  である。  
 頂点  $B$  から辺  $OA$  にひいた垂線と  $OA$  との交点を  $H$  とした  
 とき、次の各問いに答えよ。

(1)  $BH$  の長さを求めよ。

(2) 四角錐  $H-ABCD$  の体積を求めよ。

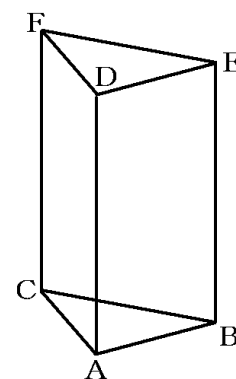
(福島県)(\*\*\*)



[問題 76]

右の図は、底面  $ABC$  が  $AB = AC = 6\text{cm}$  の直角二等辺三角形で、  
 側面がすべて長方形の三角柱  $ABCDEF$  を表しており、 $AD = 12\text{cm}$   
 である。辺  $AD$  の中点を  $M$  とする。 $\triangle FCB$  を底面とし、点  $M$  を頂  
 点とする三角錐  $MFCB$  の体積を求めよ。

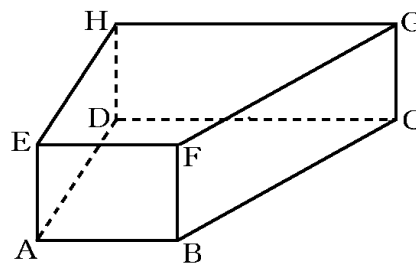
(福岡県)(\*\*\*)



[問題 77]

右の図は、底面  $ABCD$  が  $AD=4\text{cm}$ 、 $\angle DAB=\angle ADC=90^\circ$ 、 $AB=3\text{cm}$ 、 $DC=6\text{cm}$  の台形で、側面がすべて長方形の四角柱  $ABCDEFGH$  を表しており、 $AE=2\text{cm}$  である。この立体において、長方形  $FBCG$  を底面とし、点  $D$  を頂点とする四角錐  $DFBCG$  の体積は何  $\text{cm}^3$  か。

(福岡県)(\*\*\*)



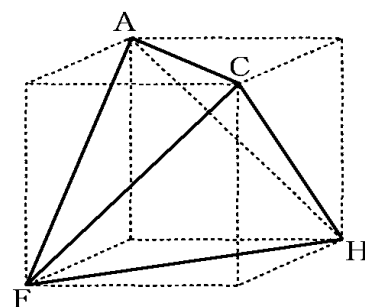
【】 体積→高さ

[問題 78]

1 辺が 6cm の立方体の 4 つの頂点 A, F, C, H を結んでできる右の図のような三角錐 AFCH の

①体積を求めよ。②また、図の三角錐 AFCH において、 $\triangle AFC$  を底面としたときの高さを求めよ。

(京都府)(\*\*\*)

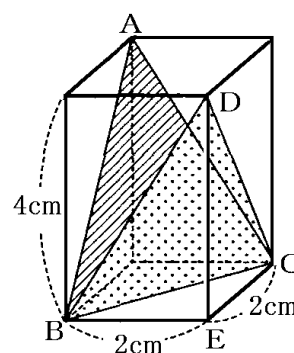


[問題 79]

右の図で、底面の 1 辺が 2cm、高さが 4cm の正四角柱の中に、合同な 2 つの三角形 ABC と三角形 DBC が入っている。2 つの三角形の各頂点は正四角柱の頂点で、三角形の各辺は正四角柱の面の対角線になっている。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 線分 BC の長さを求めよ。
- (2) 頂点 D と面 ABC の距離を求めよ。

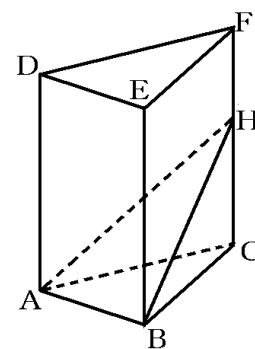
(岩手県)(\*\*\*)



[問題 80]

右の図は、 $AB=3\text{cm}$ ,  $BC=4\text{cm}$ ,  $\angle ABC=90^\circ$  の直角三角形 ABC を底面とし、 $AD=BE=CF=6\text{cm}$  を高さとする三角柱である。この三角柱の辺 CF 上に点 H を  $AD=AH$  となるようにとる。このとき、面 ABH と点 C との距離を求めよ。

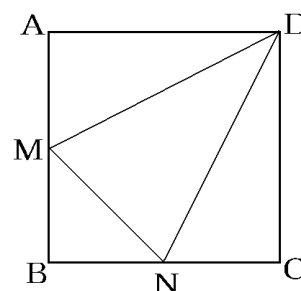
(神奈川県)(\*\*\*)



[問題 81]

1 辺 6cm の正方形 ABCD の、辺 AB, BC の中点を M, N とし、DM, MN, DN を折り目として、頂点 A, B, C を 1 点に重ねて、立体を組み立てる。頂点 A, B, C が重なった点を E として、E から面 DMN に下した垂線の長さを求めよ。

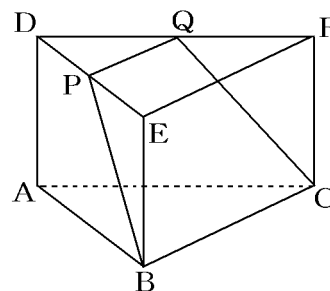
(長崎県)(\*\*\*\*)



【】角錐台

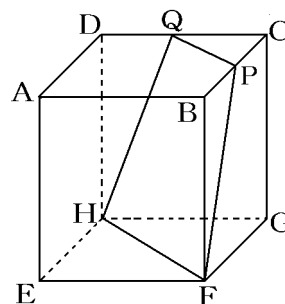
[問題 82]

図のように底面が  $AB=6\text{cm}$ ,  $BC=8\text{cm}$ ,  $\angle ABC=90^\circ$  の直角三角形で、高さが  $4\text{cm}$  の三角柱がある。辺  $DE$ ,  $DF$  の中点をそれぞれ  $P$ ,  $Q$  とする。平面  $PBCQ$  で三角柱を切るとき、 $A$  を含む側の体積を求めよ。  
(新田高)(\*\*\*)



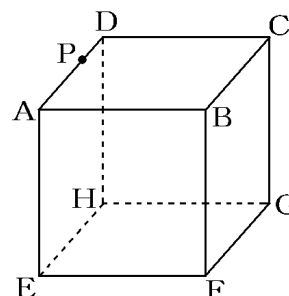
[問題 83]

右の図のように、1辺  $4\text{cm}$  の立方体において、辺  $BC$ ,  $CD$  上にそれぞれ中点  $P$ ,  $Q$  をとり、4点  $P$ ,  $Q$ ,  $H$ ,  $F$  を通る平面でこの直方体を切った。このとき、立体  $PCQ-FGH$  の体積を求めよ。  
(長崎県)(\*\*\*)



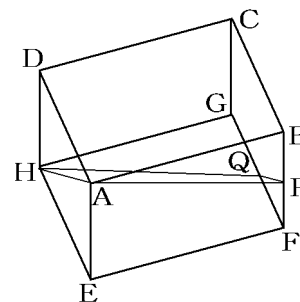
[問題 84]

右の図の立体  $ABCD-EFGH$  は、1辺の長さが  $a\text{cm}$  の立方体である。点  $P$  は、辺  $AD$  上の点で、 $AP:PD=2:1$  とする。今、3点  $F$ ,  $C$ ,  $P$  を通る平面でこの立方体を切った。2つに分けられた立体のうち、頂点  $B$  がある方の立体の体積を求めよ。  
(山形県)(\*\*\*\*)



[問題 85]

右の図は、 $AD=AE=8\text{cm}$ ,  $AB=12\text{cm}$  の直方体の容器  $ABCD-EFGH$  に水がいっぱい入っていたものを傾けて、水面が四角形  $APQH$  になるところまで水を流し出したものである。点  $P$ ,  $Q$  がそれぞれ辺  $BF$ ,  $FG$  の中点であるとき、容器に残っている水の体積を求めよ。  
(高知県)(\*\*\*)



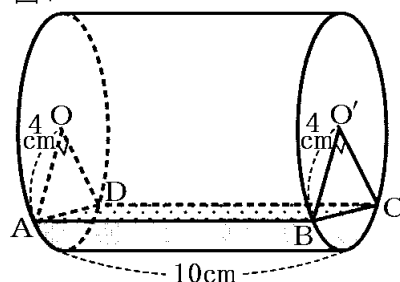
【】 その他

[円柱]

[問題 86]

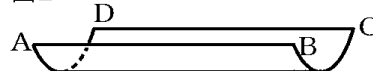
底面の半径が 4cm、高さが 10cm の透明な円柱の容器があり、2 つの底面の中心をそれぞれ  $O$ 、 $O'$  とする。この容器に水を入れ右の図 1 のように、水面の形が長方形になるように置いた。このときの水面を長方形  $ABCD$  とすると、 $\angle AOD = \angle BO'C = 90^\circ$  であった。このとき、次の各問いに答えよ。ただし、円周率は  $\pi$  とし、容器の厚さは考えないものとする。

図 1



- (1) 長方形  $ABCD$  の面積を求めよ。
- (2) 右の図 2 は、円柱の容器の側面で、水にふれている部分のみを取り出した図である。この部分の面積を求めよ。
- (3) 円柱の容器に入っている水の体積を求めよ。

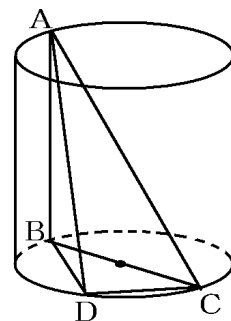
図 2



(富山県)(\*\*\*)

[問題 87]

右の図のような、底面の半径が 3cm、高さが 6cm の円柱がある。 $AB$  は母線、 $BC$  は底面の直径である。このとき、次の各問いに答えよ。

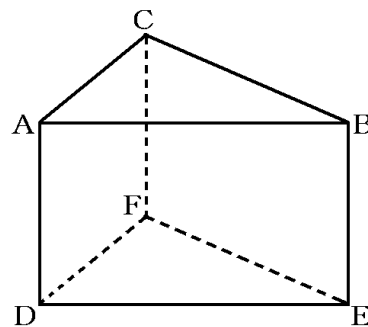


- (1)  $AC$  の長さを求めよ。
- (2)  $\triangle ABC$  の面積が、 $\triangle ABD$  の面積の 2 倍になるように、点  $D$  を底面の円周上にとる。このとき、三角錐  $ABCD$  の体積を求めよ。

(栃木県)(\*\*\*)

[問題 88]

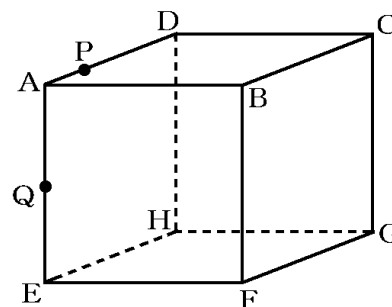
右の図のような、側面がすべて長方形の三角柱があり、 $AC=4\text{cm}$ 、 $CB=5\text{cm}$ 、 $BE=3\text{cm}$  である。点  $A$  と点  $E$ 、点  $C$  と点  $E$  をそれぞれ結ぶ。 $AE=CE$  であるとき、この三角柱の体積は何  $\text{cm}^3$  か。



(香川県)(\*\*\*)

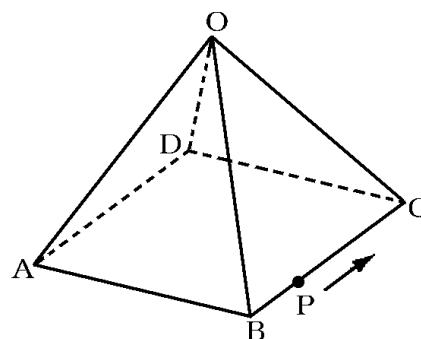
[問題 89]

右の図のように、1辺が10cmの立方体 $ABCD-EFGH$ がある。辺 $AD$ 、 $AE$ 上にそれぞれ点 $P$ 、 $Q$ を、 $2AP=AQ$ となるようにとる。図の立方体を3点 $B$ 、 $P$ 、 $Q$ を通る平面で切る。頂点 $A$ をふくむ立体の体積が $20\text{cm}^3$ のとき、 $AP$ の長さは何cmになるか。 $AP$ の長さを $x\text{cm}$ として方程式をつくり、求めよ。  
(北海道)\*\*



[問題 90]

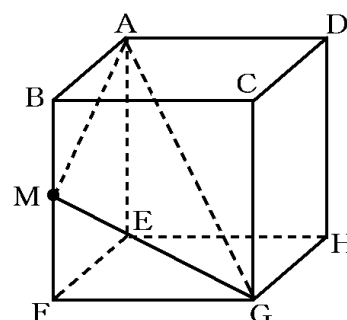
右の図のように、 $O$ 、 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ を頂点とし、正方形 $ABCD$ を底面とする正四角錐があり、そのすべての辺の長さは4cmである。点 $P$ は $B$ を出発して、底面の辺上を $C$ 、 $D$ の順に $A$ まで毎秒1cmの速さで動く。点 $P$ が $B$ を出発してから $x$ 秒後のとき、4点 $O$ 、 $A$ 、 $B$ 、 $P$ を頂点とする三角錐の体積が $4\sqrt{2}\text{cm}^3$ となる。このとき、 $x$ の値をすべて求めよ。  
(高知県)\*\*\*



[回転体]

[問題 91]

右の図のような1辺の長さが2cmの立方体がある。 $M$ は辺 $BF$ の midpointである。 $\triangle AMG$ を、対角線 $AG$ を軸として1回転させてできる回転体の体積を求めよ。  
(沖縄県)\*\*\*

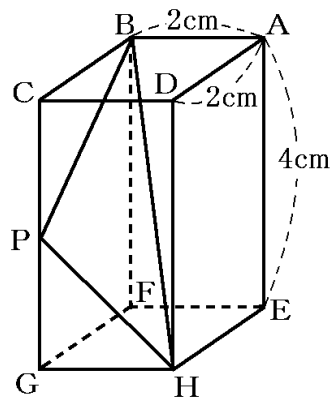


[問題 92]

右の図のように、 $AB=AD=2\text{cm}$ 、 $AE=4\text{cm}$  の直方体  $ABCD-EFGH$  がある。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 対角線  $BH$  の長さを求めよ。
- (2) 辺  $CG$  の中点を  $P$  とする。 $\triangle BPH$  を  $BH$  を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率は  $\pi$  とする。

(岩手県)(\*\*\*)



[問題 93]

右の図のように、底面が 1 辺  $4\text{cm}$  の正方形で、他の辺の長さがすべて  $6\text{cm}$  の正四角すい  $OABCD$  がある。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 底面  $ABCD$  の対角線  $AC$  の長さを求めよ。
- (2) 頂点  $O$  から底面  $ABCD$  に垂線  $OH$  をひいたとき、 $OH$  の長さを求めよ。
- (3) 頂点  $A$  を通り底面  $ABCD$  に垂直な直線を軸として、正四角すい  $OABCD$  を 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率は  $\pi$  とする。

(鳥取県)(\*\*\*)

