【】基本問題

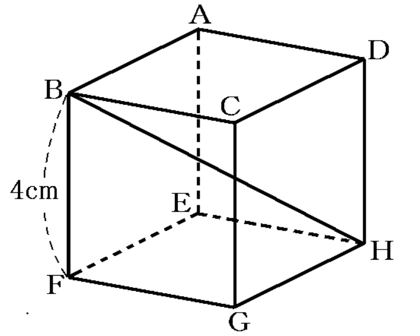
【】対角線などの長さ

[対角線]

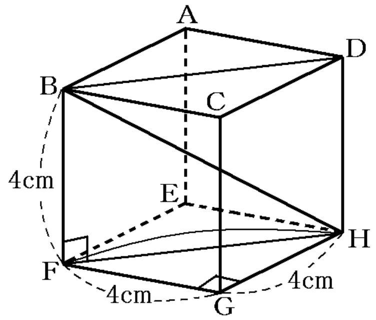
[問題 1]

右の図のような，1 辺の長さが 4cm の立方体がある。この立方体の対角線 BH の長さを求めよ。

(福島県)(**)



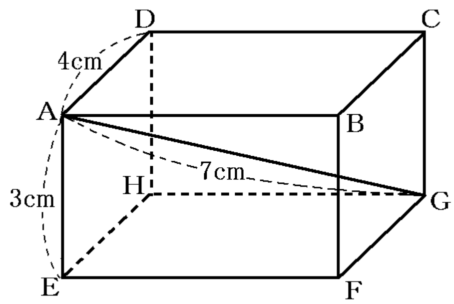
[ヒント]



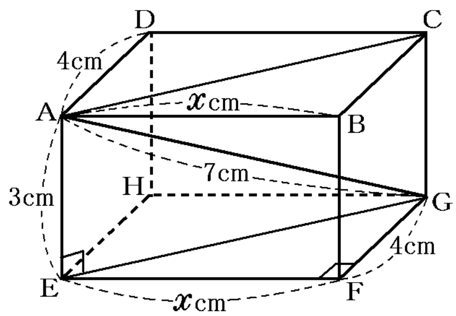
[問題 2]

右の図のような，AD＝4cm，AE＝3cm，AG＝7cm の直方体 ABCD－EFGH がある。このとき，AB の長さを求めよ。

(栃木県)(**)

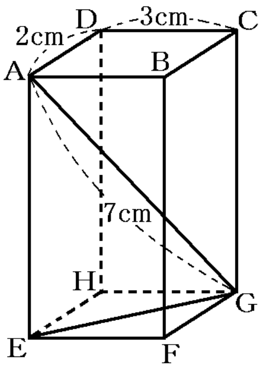


[ヒント]



[問題 3]

右の図のように，AD＝2cm，CD＝3cm，AG＝7cm の直方体がある。このとき，次の各問いに答えよ。

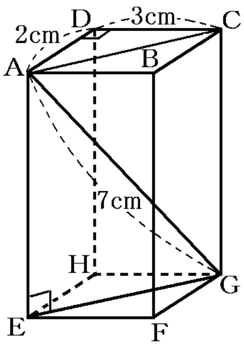


(1) AC の長さを求めよ。

(2) △AEG の面積を求めよ。

(佐賀県)(**)

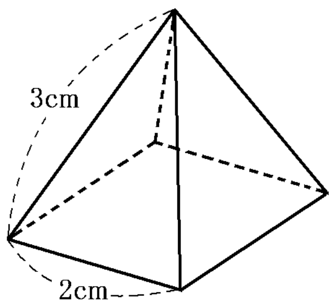
[ヒント]



[高さ]

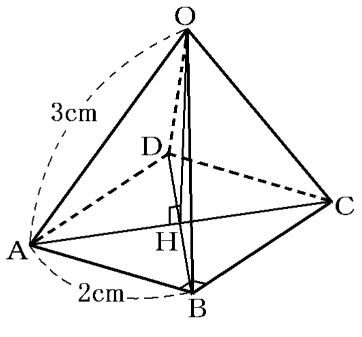
[問題 4]

右の図のように，底面が 1 辺 2cm の正方形で，ほかの辺の長さがすべて 3cm の正四角錐がある。この正四角錐の高さを求めよ。



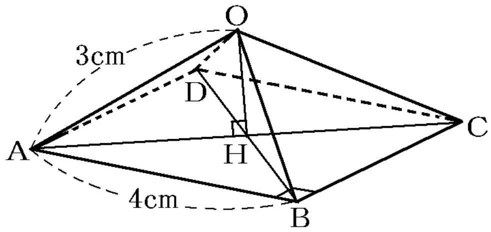
(富山県)(**)

[ヒント]



[問題 5]

右の図の正四角錐は, 底面が 1 辺 4cm の正方形で，他の辺が 3cm である。次の各問いに答えよ。



(1) AC と BD の交点を H とするとき，OH と底面 ABCD は垂直である。このとき，OH の長さを求めよ。

(2) OH を軸として，正四角錐を 1 回転させたときにできる立体の体積を求めよ。

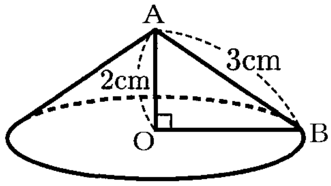
(青森県)(**)

【】錐や柱の体積など

[円錐の体積]

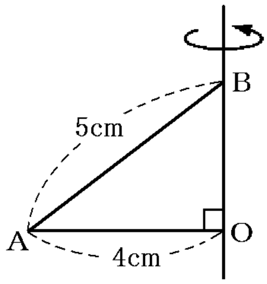
[問題 6]

右図のような円すいの体積は何 cm^3 か，求めよ。
ただし，円周率は π とする。
(兵庫県)(*)



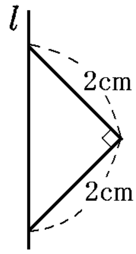
[問題 7]

右の図のような∠AOB＝90°，OA＝4cm，AB＝5cm の直角三角形 OAB を，直線 BO を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。
(島根県)(*)

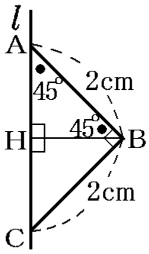


[問題 8]

右の図のような直角二等辺三角形を，直線 l を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。
(鳥取県)(**)



[ヒント]

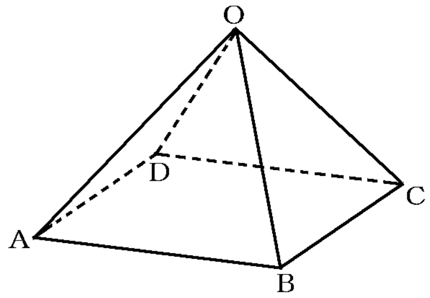


[角錐の体積]

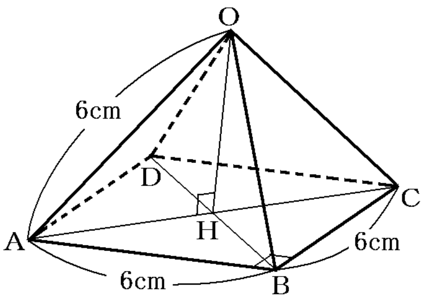
[問題 9]

右図は，全ての辺の長さが 6cm の正四角錐である。この正四角錐の体積を求めよ。

(奈良県)(**)



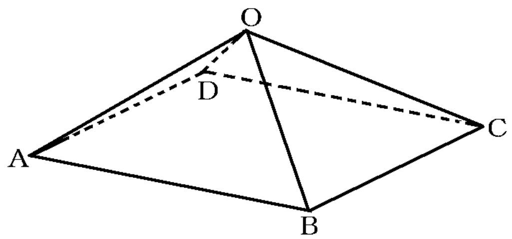
[ヒント]



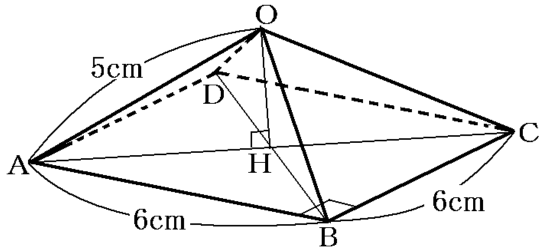
[問題 10]

右の図のように，底面が 1 辺 6cm の正方形 ABCD で，他の辺の長さが全て 5cm である正四角錐 OABCD がある。正四角錐 OABCD の体積を求めよ。

(愛媛県)(**)



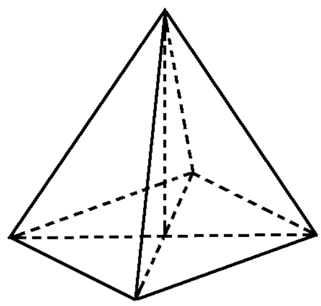
[ヒント]



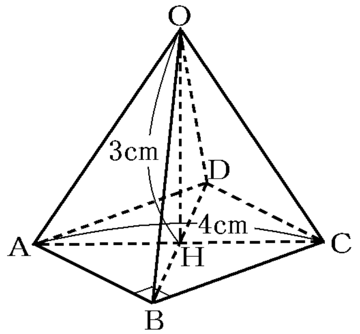
[問題 11]

右の図は，底面の対角線の長さが 4cm，高さが 3cm の正四角錐である。この正四角錐の体積を求めよ。

(岐阜県)(**)



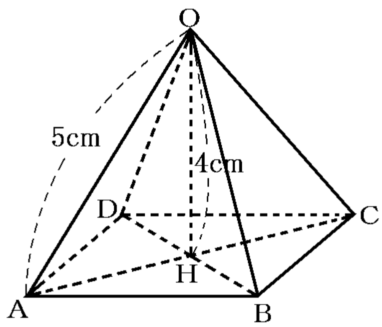
[ヒント]



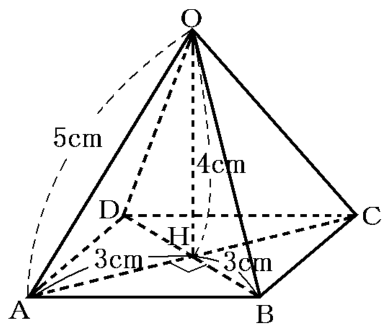
[問題 12]

右の図のような，正四角錐 O－ABCD において，底面 ABCD の対角線の交点を H とする。辺 OA の長さが 5cm，高さ OH が 4cm のとき，この正四角錐の体積を求めよ。

(宮城県)(**)



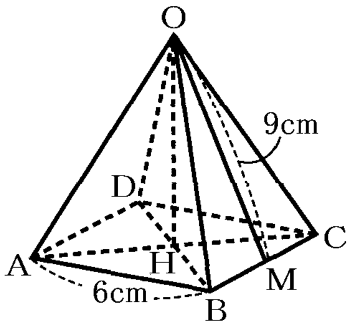
[ヒント]



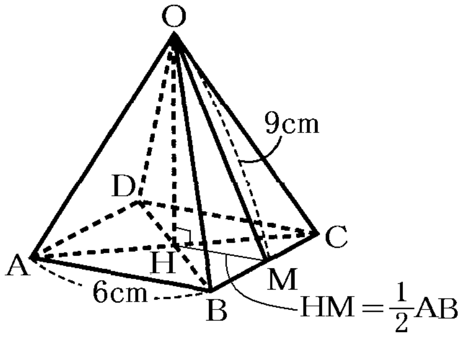
[問題 13]

右の図において，四角すい OABCD は，AB＝6cm の正四角すいである。点 M は辺 BC の中点であり，OM＝9cm である。四角形 ABCD の 2 つの対角線 AC，BD の交点を H とするとき，OH の長さを求めよ。

(山形県)(**)



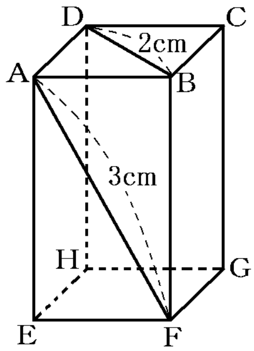
[ヒント]



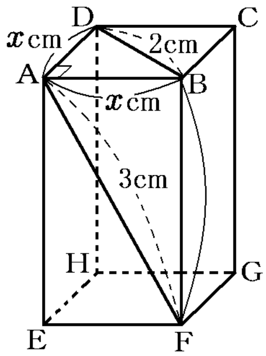
[問題 14]

右の図のような直方体があり，AB＝BC である。点 A と点 F，点 B と点 D をそれぞれ結ぶ。AF＝3cm，BD＝2cm であるとき，この直方体の体積を求めよ。

(香川県)(**)



[ヒント]

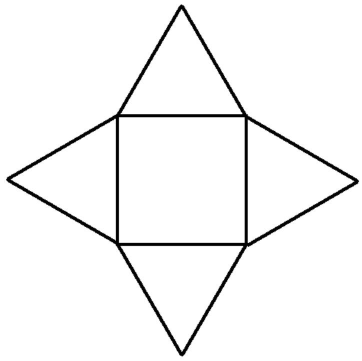


[展開図と体積]

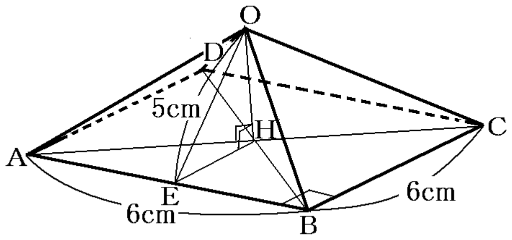
[問題 15]

右の図は 1 辺が 6cm の正方形のまわりに, それぞれの辺を底辺とし, 高さが 5cm の二等辺三角形を 4 枚並べたものである。この図形を組み立ててできる正四角錐の体積を求めよ。

(島根県)(**)



[ヒント]

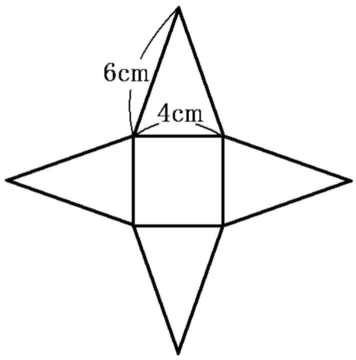


[問題 16]

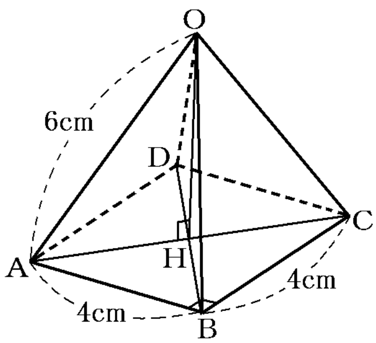
ある正四角錐を展開すると右図のようになる。

この正四角錐の体積を求めよ。

(佐賀県)(**)



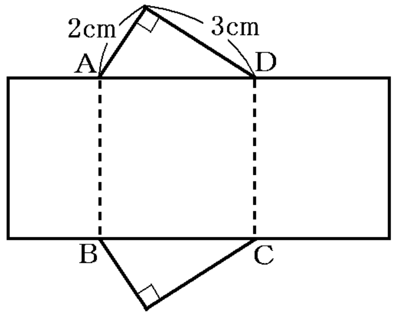
[ヒント]



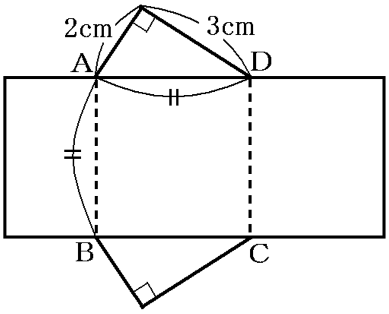
[問題 17]

右の展開図において，四角形 ABCD は正方形である。この展開図を組み立ててできる三角柱の体積は何 cm^3 か。

(鹿児島県)(**)



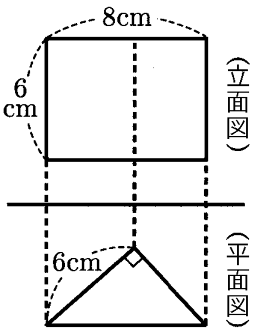
[ヒント]



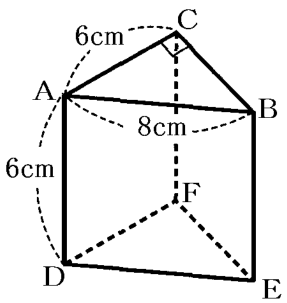
[問題 18]

右の図は，三角柱の投影図である。この三角柱の体積を求めよ。

(千葉県)(**)



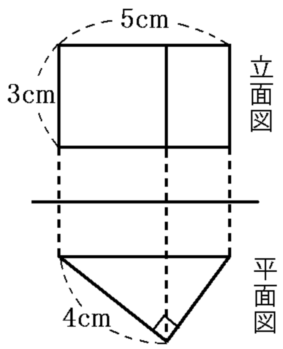
[ヒント]



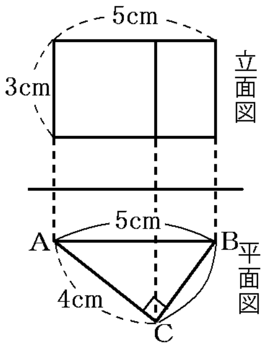
[問題 19]

右の図は，底面が直角三角形である三角柱の投影図である。この三角柱の体積を求めよ。

(徳島県)(**)



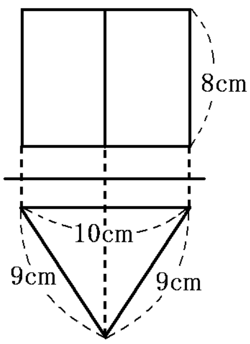
[ヒント]



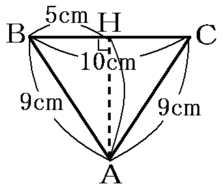
[問題 20]

右の図は，三角柱の投影図である。この三角柱の体積を求めよ。

(秋田県)(**)



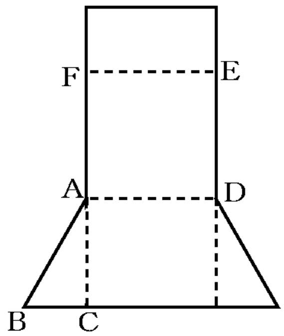
[ヒント]



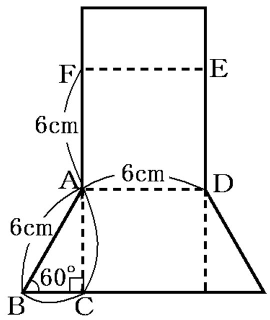
[問題 21]

右の図は，AB＝6cm，∠ABC＝60°，∠ACB＝90° の直角三角形 ABC を底面とする三角柱の展開図であり，四角形 ADEF は正方形である。このとき，この展開図を点線で折り曲げてできる三角柱の体積を求めよ。

(神奈川県)(**)



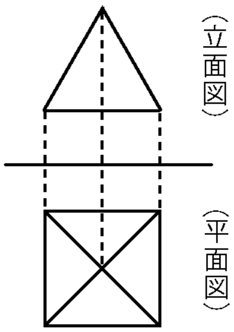
[ヒント]



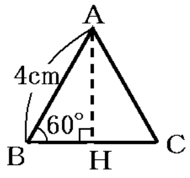
[問題 22]

右の図は，ある正四角錐の投影図である。立面図は 1 辺の長さが 4cm の正三角形である。この正四角錐の体積を求めよ。

(宮城県)(**)



[ヒント]



【】立体上の 2 点の距離

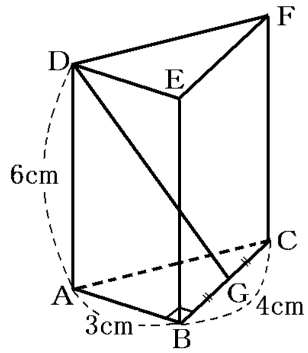
【】2 点の距離

[立体上の 2 点]

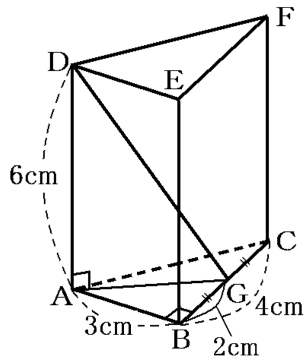
[問題 23]

　右の図は，AB＝3cm，BC＝4cm，∠ABC＝90° の直角三角形ABC を底面とし，AD＝BE＝CF＝6cm を高さとする三角柱である。また，点 G は辺 BC の中点である。この三角柱において，2 点D，G 間の距離を求めよ。

(神奈川県)(**)



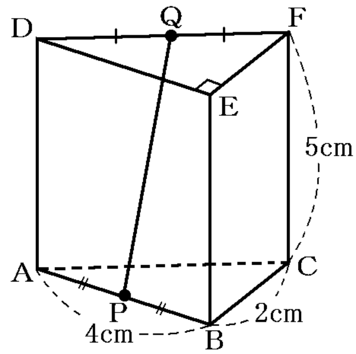
[ヒント]



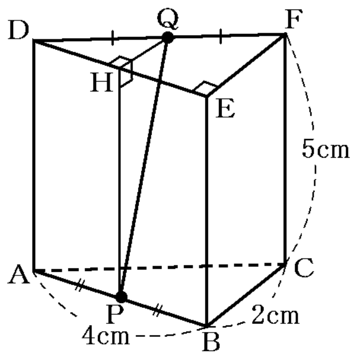
[問題 24]

　右の図のような三角柱があり，AB＝4cm，BC＝2cm，CF＝5cm，∠DEF＝90° である。また，辺 AB，DF の中点をそれぞれ P，Q とし，点 P と点 Q を結ぶ。線分 PQ の長さは何 cm か。

(香川県)(***)



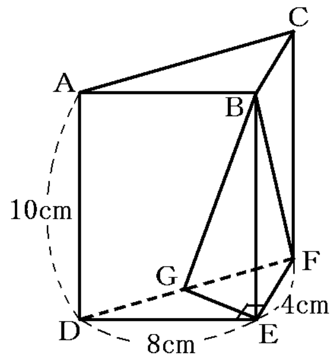
[ヒント]



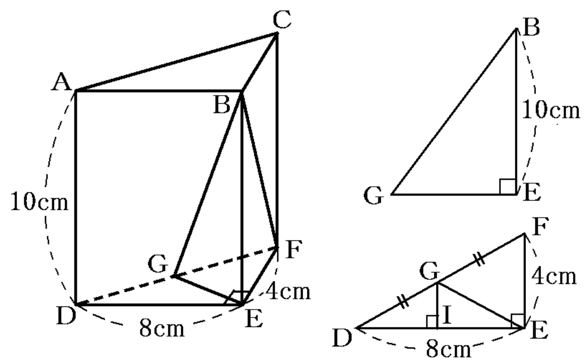
[問題 25]

右の図のように，点 A，B，C，D，E，F を頂点とし，$\angle DEF=90^\circ$ の直角三角形 DEF を底面の 1 つとする三角柱がある。辺 DF の中点を G とし，4 点 B，E，F，G を結んで三角錐をつくる。辺 DE の長さが 8cm，辺 EF の長さが 4cm，辺 AD の長さが 10cm のとき，三角錐 BEFG の辺 BG の長さを求めよ。

(三重県)(***)



[ヒント]



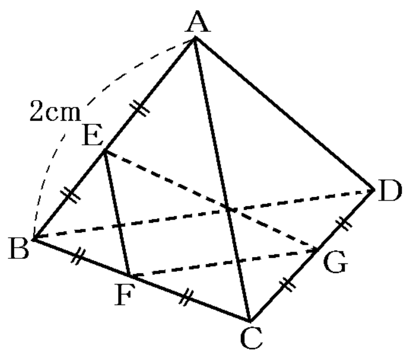
[問題 26]

右の図のように，1 辺の長さが 2cm の正四面体(正三角錐)ABCD がある。辺 AB，BC，CD の中点をそれぞれ E，F，G とする。次の各問いに答えよ。

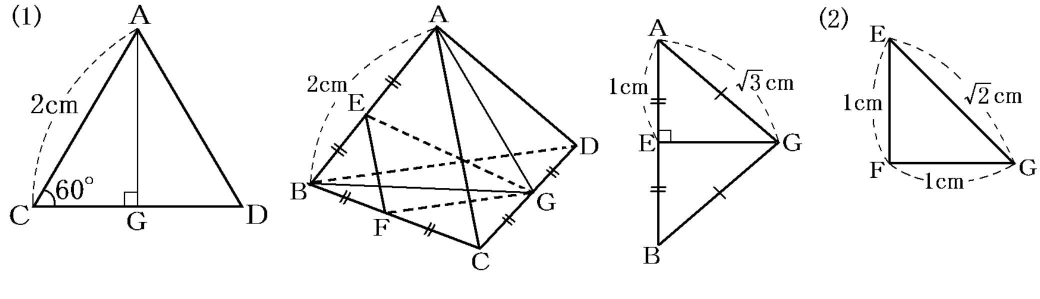
(1) AG，EG の長さをそれぞれ求めよ。

(2) $\angle FEG$ の大きさを求めよ。

(島根県)(***)

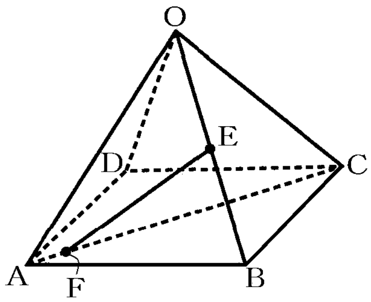


[ヒント]

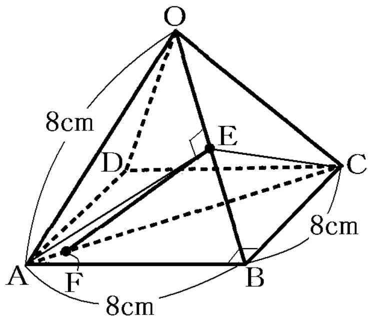


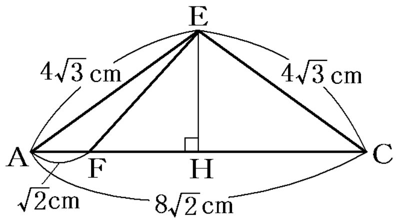
[問題 27]

右の図のように，1 辺の長さが 8cm の正方形 ABCD を底面とし，側面がすべて正三角形である正四角すい OABCD がある。辺 OB の中点を E とし，線分 AC 上に AF＝$\sqrt{2}$ cm となる点 F をとる。このとき，線分 EF の長さを求めよ。
(茨城県)(***)



[ヒント]

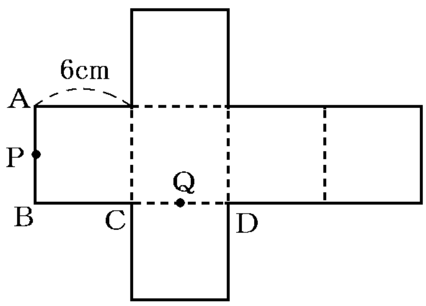




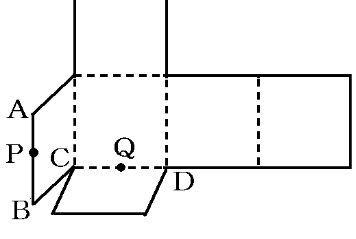
[展開図上の 2 点]

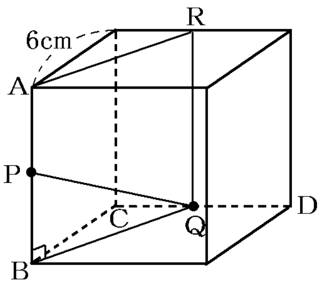
[問題 28]

右の図のように，1 辺の長さが 6cm の立方体の展開図がある。線分 AB，線分 CD の中点をそれぞれ P，Q とする。この展開図を組み立てて立方体をつくったとき，立方体上の 2 点 P，Q の間の距離を求めよ。
(秋田県)(***)



[ヒント]

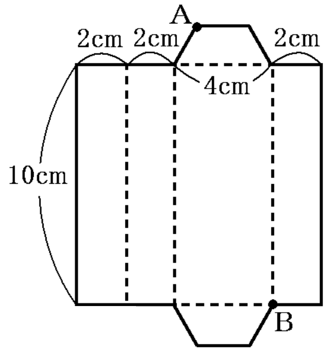




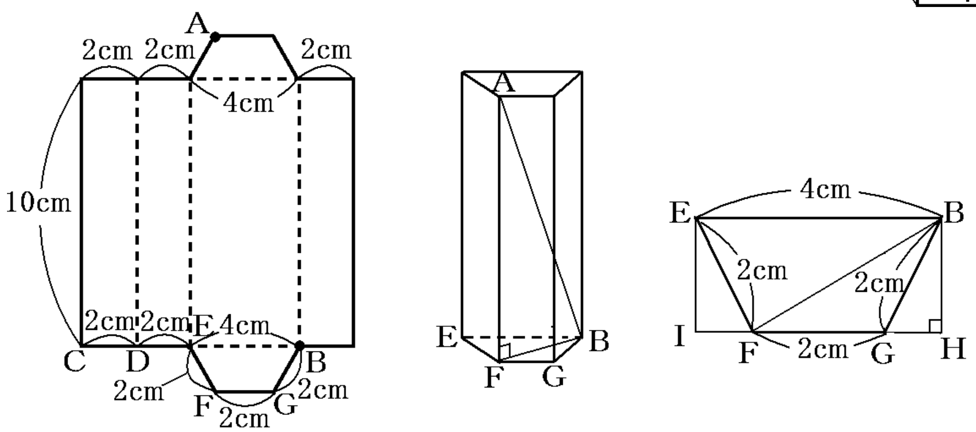
[問題 29]

右の図は，底面が台形である四角柱の展開図である。これを組み立ててできる四角柱の 2 つの頂点 A，B を結ぶ線分 AB の長さを求めよ。

(愛媛県)(****)



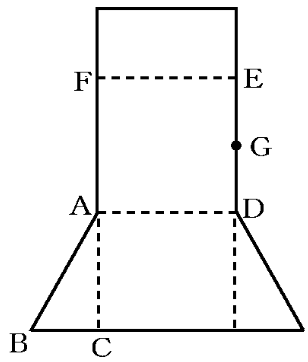
[ヒント]



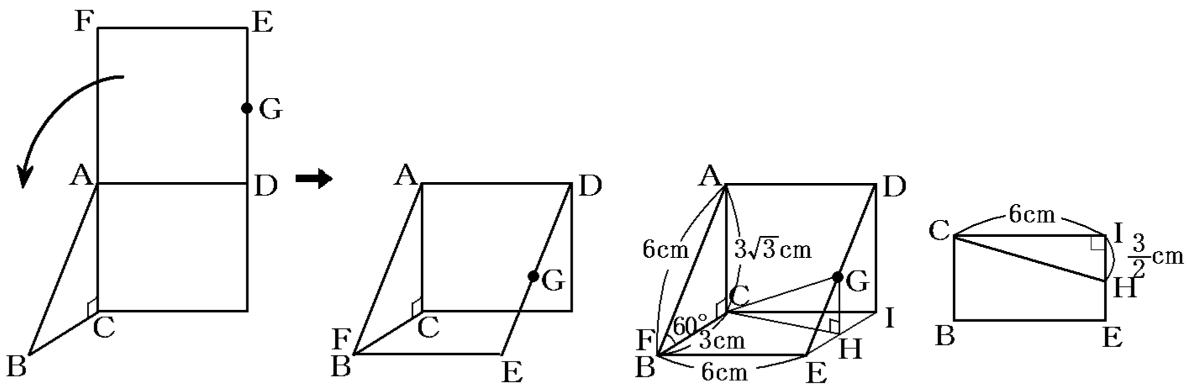
[問題 30]

右の図は，AB＝6cm，∠ABC＝60°，∠ACB＝90° の直角三角形 ABC を底面とする三角柱の展開図であり，四角形 ADEF は正方形である。また，点 G は線分 DE の中点である。このとき，この展開図を点線で折り曲げてできる三角柱で，2 点 C，G 間の距離を求めよ。

(神奈川県)(****)



[ヒント]

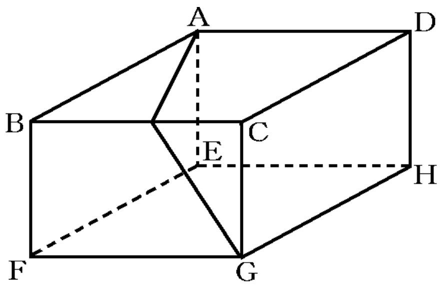


【】角柱・角錐の最短距離

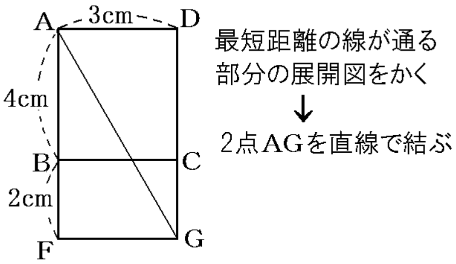
[問題 31]

右の図は A，B，C，D，E，F，G，H を頂点にもつ直方体で，AB＝4cm，AD＝3cm，BF＝2cm である。この直方体に，頂点 A から辺 BC を通って，頂点 G まで糸をかけた。かけた糸の長さがもっとも短くなるときの糸の長さを求めよ。

(高知県)(**)



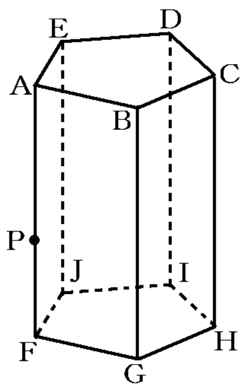
[ヒント]



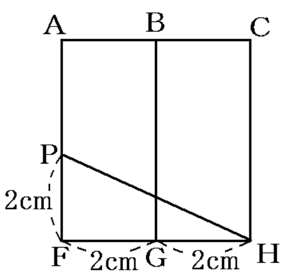
[問題 32]

右の図のような，底面が 1 辺 2cm の正五角形で高さが 5cm である正五角柱 ABCDE－FGHIJ があり，辺 AF 上に AP＝3cm となる点 P がある。正五角柱 ABCDE－FGHIJ の側面上に点 P と点 H を最短の長さで結ぶ線をひくとき，その線の長さを求めよ。

(栃木県)(**)



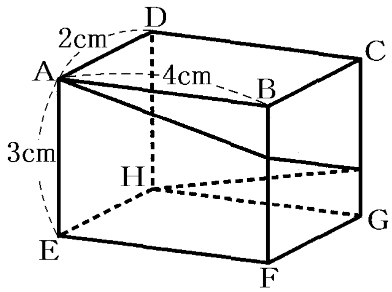
[ヒント]



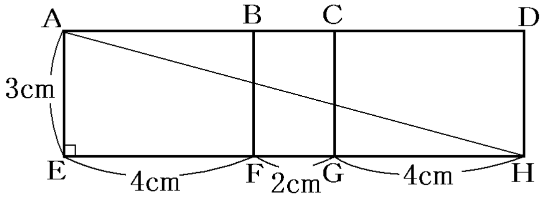
[問題 33]

右の図のように，AB＝4cm，AD＝2cm，AE＝3cm の直方体の表面に，ひもを，頂点 A から頂点 H まで，辺 BF と辺 CG に交わるようにかける。ひもの長さが最も短くなるときのひもの長さを求めよ。

(愛媛県)(**)



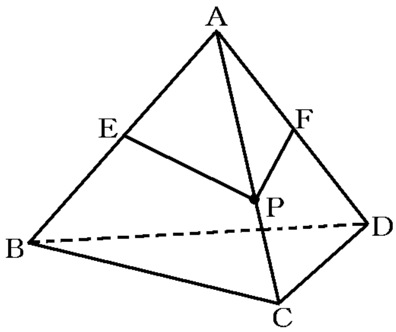
[ヒント]



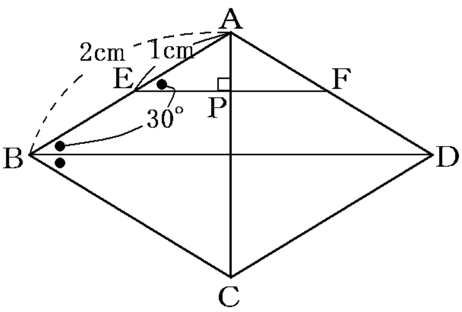
[問題 34]

右の正四面体 ABCD の 1 辺の長さを 2cm とする。辺 AB，AD の中点をそれぞれ E，F とし，点 P が辺 AC 上を動くものとする。線分 EP と PF の長さの和が最も小さくなるとき，その値を求めよ。

(富山県)(***)



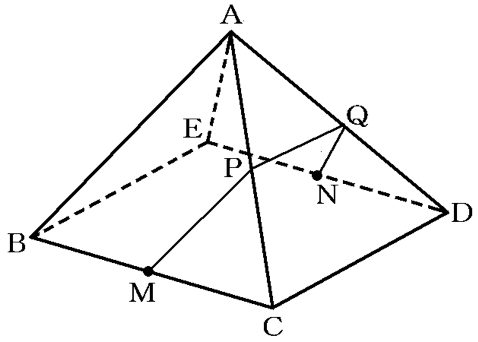
[ヒント]



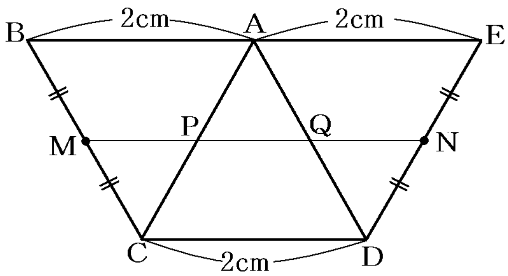
[問題 35]

右の図のような正四角錐 ABCDE がある。すべての辺の長さを 2cm とし，辺 BC，DE の中点をそれぞれ M，N とする。辺 AC 上に点 P，辺 AD 上に点 Q を，3 つの線分 MP，PQ，QN の長さの和が最小となるようにとるとき，3 つの線分 MP，PQ，QN の長さの和を求めよ。

(群馬県)(***)



[ヒント]



[問題 36]

右の図のように，AD＝BD＝CD＝4cm，

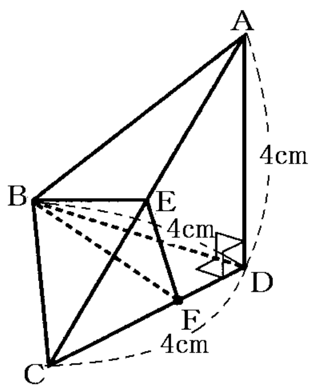
∠ADB＝∠ADC＝∠BDC＝90° である三角錐 ABCD がある。辺 AC の中点を E とし，辺 CD 上を点 C から点 D まで移動する点を F とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 辺 AB の長さを答えよ。

(2) △ABC の面積を求めよ。

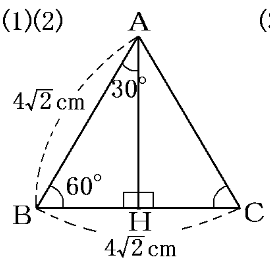
(3) EF＋FB の長さが最も短くなるとき，EF＋FB の長さを求めよ。

(新潟県)(***)

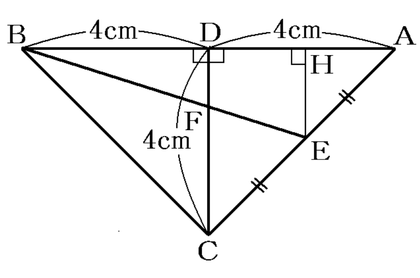


[ヒント]

(1)(2)



(3)



[問題 37]

図 1 のように，1 辺の長さが 2cm の正四面体(正三角錐)ABCD がある。辺 AB，BC，CD の中点をそれぞれ E，F，G とする。点 E から辺 AC を通って頂点 D まで，長さが最も短くなるようにひもをかけるとき，次の各問いに答えよ。

(1) 図 2 は，この正四面体の展開図である。ひものようすは図 3 の展開図にどのように表れるか，展開図に実線で書き入れよ。ただし，図中の●は，それぞれ正四面体の各辺の中点の位置を示している。

(2) ひもの長さを求めよ。

(島根県)(***)

図1

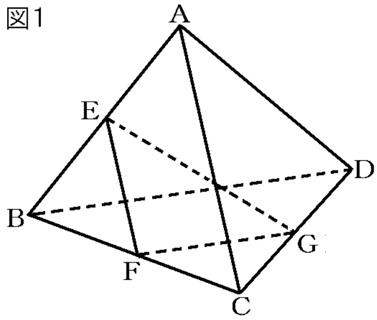
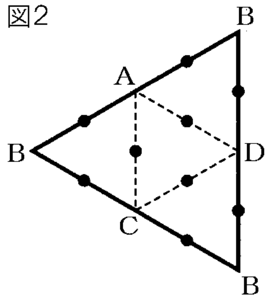
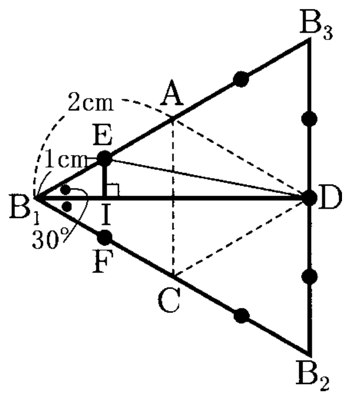


図2



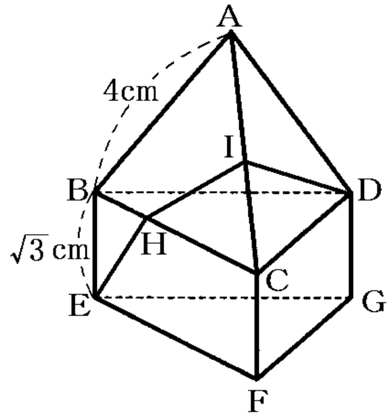
[ヒント]



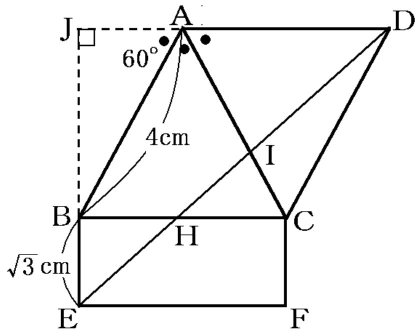
[問題 38]

右の図は，正四面体と三角柱を合わせた形で，点 A，B，C，D，E，F，G を頂点とする立体を表している。正四面体 ABCD の 1 辺の長さは 4cm であり，三角柱 BCDEFG の側面はすべて合同な長方形である。辺 BC 上に点 H，辺 AC 上に点 I を，EH＋HI＋ID の長さが最も短くなるようにとる。BE＝$\sqrt{3}$ cm のとき，EH＋HI＋ID の長さを求めよ。

(福岡県)(***)



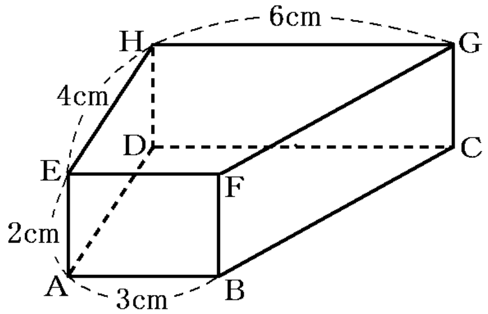
[ヒント]



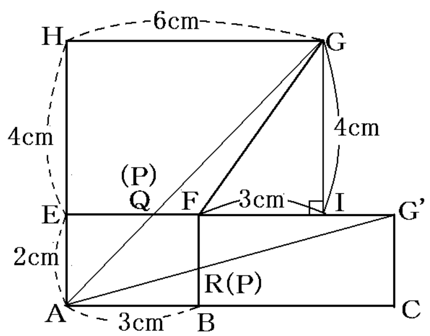
[問題 39]

右図は，底面 ABCD と EFGH が台形で，側面がすべて長方形の四角柱 ABCDEFGH を表している。EH＝4cm，∠DAB＝∠ADC＝90°，AB＝3cm，HG＝6cm，AE＝2cm である。図に示す立体において，点 P が辺 EF，FB 上を点 E から点 F を通って点Bまで動く。AP＋PG の長さが最も短くなるとき，AP＋PG の長さは何 cm か。

(福岡県)(***)



[ヒント]



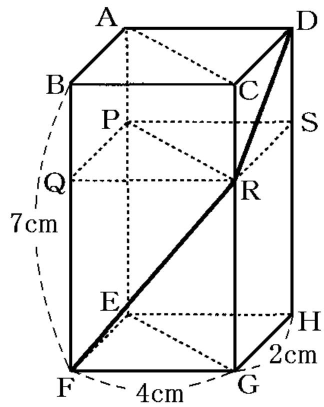
[問題 40]

右の図のように，GH＝2cm，FG＝4cm，BF＝7cm とする直方体を X とする。辺 CG 上に点 R をとり，線分 DR と RF の長さの和が最小となるようにする。さらに, 点 R を通り, 面 ABCD と平行な平面と辺 AE，BF，DH との交点をそれぞれ P，Q，S とする。このとき次の各問いに答えよ。

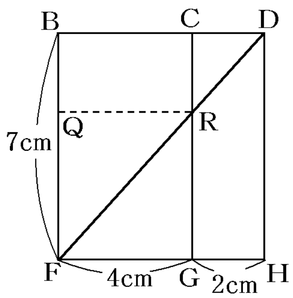
(1) DR＋RF を求めよ。

(2) △PQR を底面とし，高さが BQ の三角柱の体積は，直方体 X の体積の何倍であるか。

(沖縄県)(***)



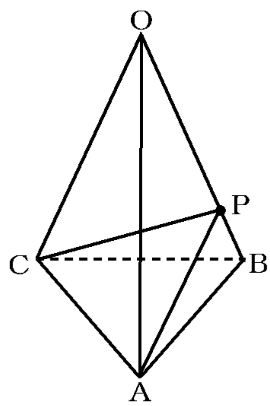
[ヒント]



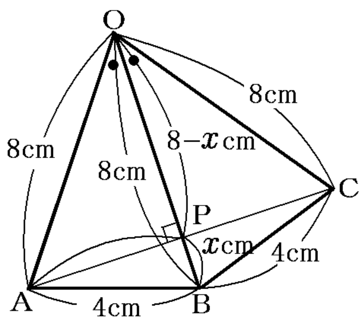
[問題 41]

右の図のように，1 辺が 4cm の正三角形 ABC を底面とし，OA＝OB＝OC＝8cm とする三角錐 O－ABC がある。辺 OB 上に点 P をとる。AP＋PC の長さを最も短くしたとき，BP の長さを求めよ。

(茨城県改)(***)



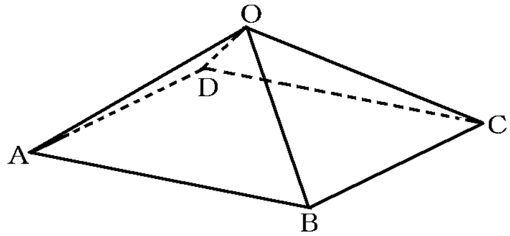
[ヒント]



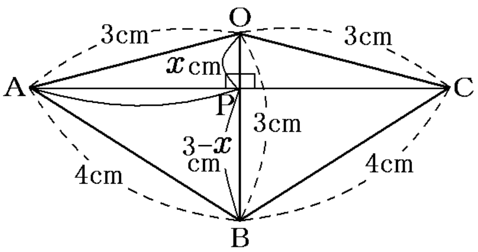
[問題 42]

右の図の正四角錐は, 底面が 1 辺 4cm の正方形で，他の辺が 3cm である。辺 OB 上の点を P とするとき，点 A から点 P を通って点 C まで糸をかける。この糸の長さが最も短くなるときの，糸の長さを求めよ。

(青森県)(****)



[ヒント]



[問題 43]

図 1 のように，底面の 1 辺が 4cm，側面の二等辺三角形の等しい辺がいずれも 5cm の正四角錐 ABCDE があり，この正四角錐の頂点 B から辺 AC を通って頂点 D まで，長さが最も短くなるように，ひもをかける。また，図 2 は，この正四角錐の展開図である。このとき，次の各問いに答えよ。

図1

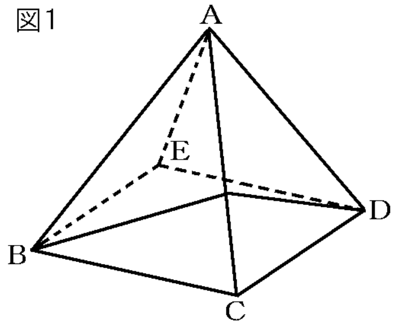
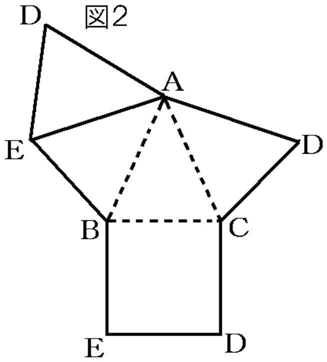


図2

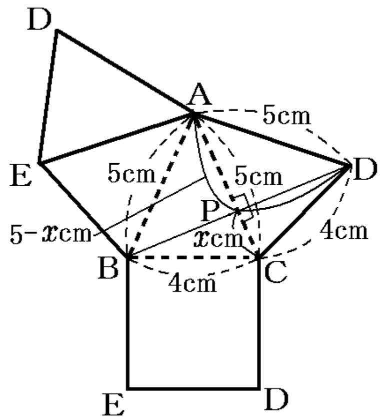


(1) ひものようすを展開図に実線でかき入れよ。

(2) ひもの長さを求めよ。

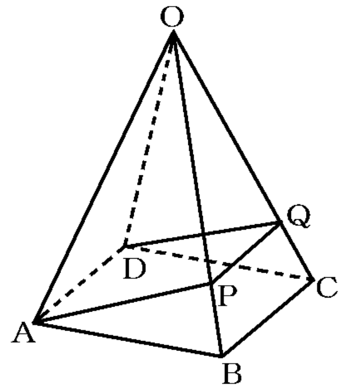
(岩手県)(****)

[ヒント]



[問題 44]

右の図の正四角錐 OABCD は，OA＝$6\sqrt{3}$ cm，AB＝6cm である。図は，この正四角錐の側面に，点 A から辺 OB と辺 OC を通って点 D まで，1 本の糸を巻きつけたものである。糸と辺 OB，OC との交点をそれぞれ P，Q とする。次の各問いに答えよ。ただし，糸はそれぞれの側面でたるむことなく巻きつけられているものとする。



(1) P，Q がそれぞれ辺 OB，OC の中点となるように糸を巻きつけたとき，PQ の長さを求めよ。

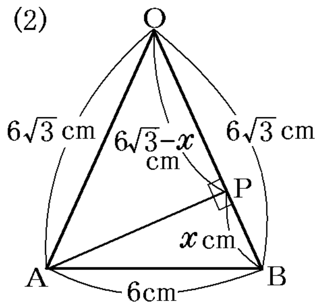
(2) AP⊥OB，DQ⊥OC となるように糸を巻きつけたとき，①OP と PB の長さの比 OP : PB を，最も簡単な整数比で表せ。②巻きつけた糸の A から D までの長さを求めよ。

(3) A から D までの糸の長さが最も短くなるように巻きつけたとき，巻きつけた糸の A から D までの長さを求めよ。

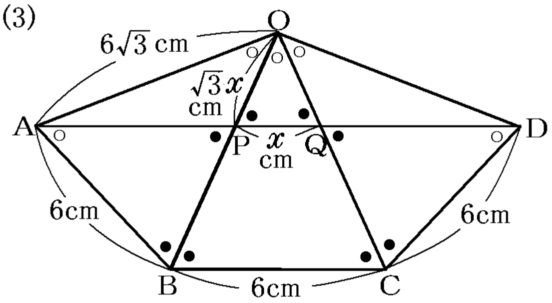
(群馬県)(****)

[ヒント]

(2)



(3)

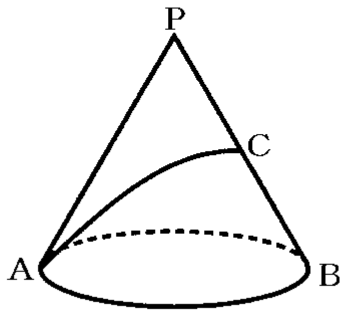


【】円錐・円柱の最短距離

[問題 45]

右の図のように，底面の直径 AB と母線の長さ PA について AB＝PA＝4cm の円錐がある。線分 PB の中点を C とする。図のように，この円錐の表面に，点 A から点 C まで，ひもをゆるまないようにかける。ひもの長さが最も短くなるとき，その長さを求めよ。

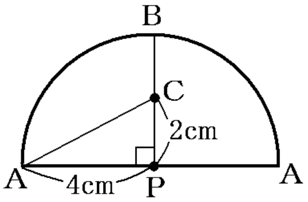
(長野県)(**)



[ヒント]

まず，この円錐の側面を展開してできるおうぎ形の中心角を求めると 180°になる。

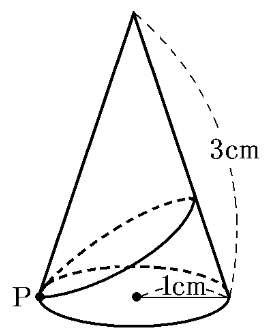
$*$(中心角)＝360° $\times \dfrac{(底面の半径)}{(母線の長さ)} = 360° \times \dfrac{2}{4}$ ＝180° で簡単に求めることができる。



[問題 46]

右の図のように，底面の半径が 1cm，母線の長さが 3cm の円錐がある。底面の円周上の点 P から円錐の側面を 1 周して，点 P までひもをかける。ひもの長さが最も短くなるときのひもの長さを求めよ。ただし，円周率は π とする。

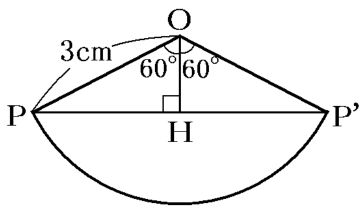
(富山県)(**)



[ヒント]

まず，この円錐の側面を展開してできるおうぎ形の中心角を求めると 120°になる。

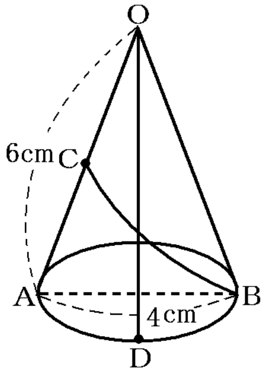
$*$(中心角)＝360° $\times \dfrac{(底面の半径)}{(母線の長さ)} = 360° \times \dfrac{1}{3}$ ＝120° で簡単に求めることができる。



[問題 47]

　右の図のように，円錐の底面の直径を AB とし，母線 OA，弧 AB の中点をそれぞれ C，D とする。円錐の側面において，点 C から点 B まで長さが最も短くなる線を母線 OD と交わるようにひくとき，この線と線分 CA，および点 D を含む弧 AB によって囲まれる部分の面積は何 cm^2 か。

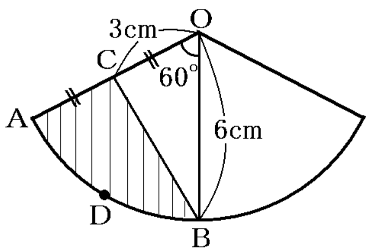
(長崎県)(***)



[ヒント]

まず，この円錐の側面を展開してできるおうぎ形の中心角を求めると 120° になる。

$*$(中心角)$=360° \times \dfrac{(\text{底面の半径})}{(\text{母線の長さ})}=360°\times\dfrac{2}{6}=120°$ で簡単に求めることができる。



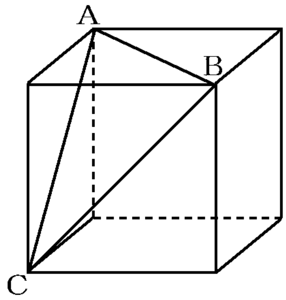
【】立体→切断面の平面図形

【】断面が二等辺三角形など

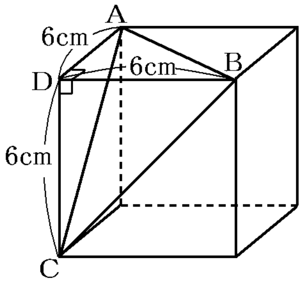
[問題 48]

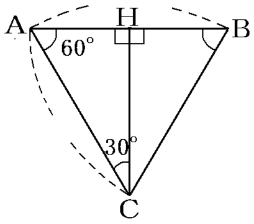
右の図のように，1 辺が 6cm の立方体の 3 つの頂点 A，B，C を結んでできる右の図のような△ABC の面積を求めよ。

(京都府)(**)



[ヒント]

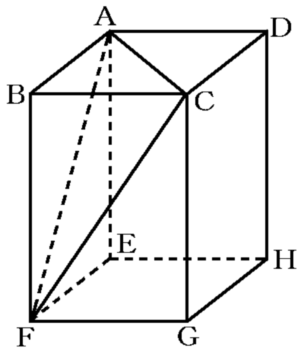




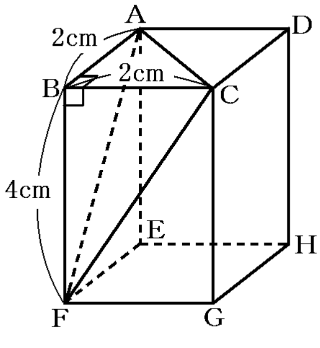
[問題 49]

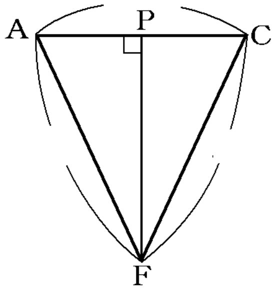
右の図のように，AB＝BC＝2cm，BF＝4cm の直方体 ABCD－EFGH がある。この直方体を頂点 A，C，F を通る平面で分けたときにできる三角錐 B－AFC の表面積を求めよ。

(秋田県)(**)



[ヒント]





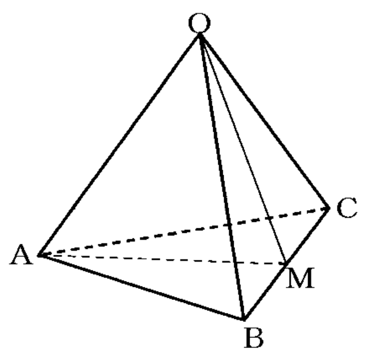
[問題 50]

右の図のように，4 点 O，A，B，C を頂点とする 1 辺の長さが 8cm の正四面体がある。辺 BC の中点を M とする。このとき，次の各問いに答えよ。

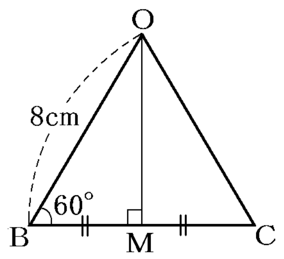
(1) 線分 OM の長さを求めよ。

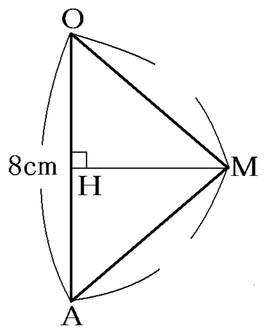
(2) △OAM の面積を求めよ。

(福島県)(**)



[ヒント]





[問題 51]

右の図のように，1 辺の長さが 4cm の正四面体 ABCD があり，辺 BC，CD の中点をそれぞれ M，N とする。また，点 M から線分 AN に垂線をひき，その交点を H とする。このとき，次の各問いに答えよ。

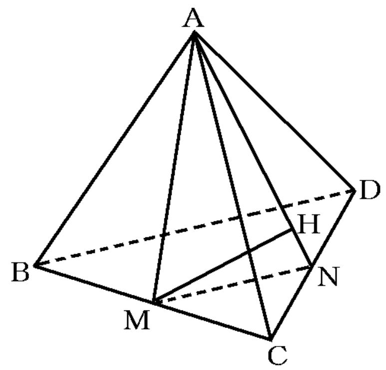
(1) MN の長さを求めよ。

(2) AM の長さを求めよ。

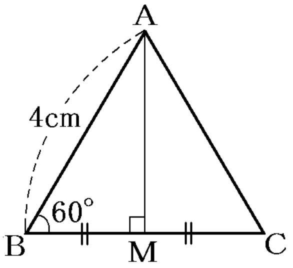
(3) △AMN の面積を求めよ。

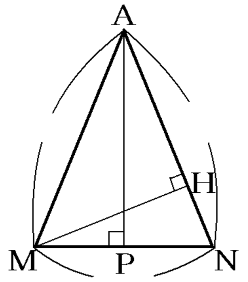
(4) MH の長さを求めよ。

(佐賀県)(***)



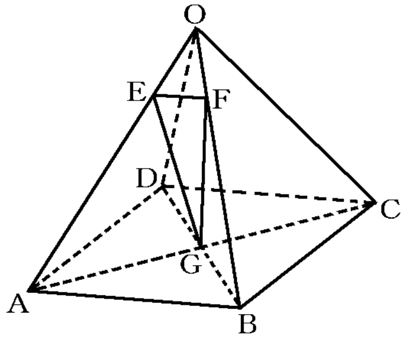
[ヒント]





[問題 52]

右の図のように，OA＝12cm，AB＝8cm の正四角錐OABCD がある。点 E は辺 OA 上にあり，点 F は辺 OB 上にあって，OE＝OF＝3cm である。また，点 G は底面 ABCD の 2 つの対角線 AC，BD の交点である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 線分 EF の長さを求めよ。

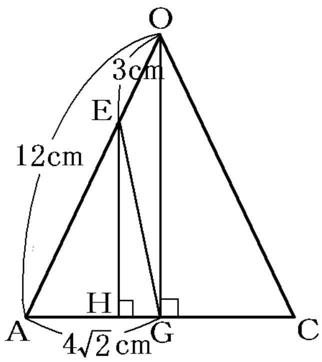
(2) △EFG の面積を求めよ。

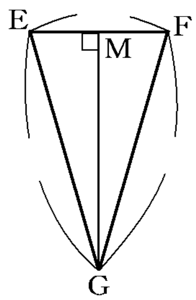
(熊本県)(****)

[ヒント]

(1) △OEF∽△OAB

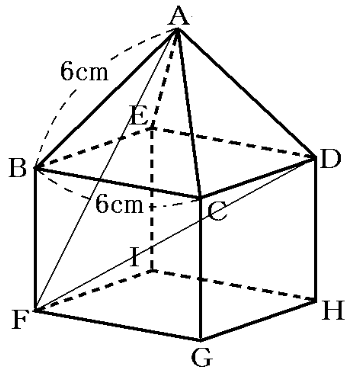
(2)



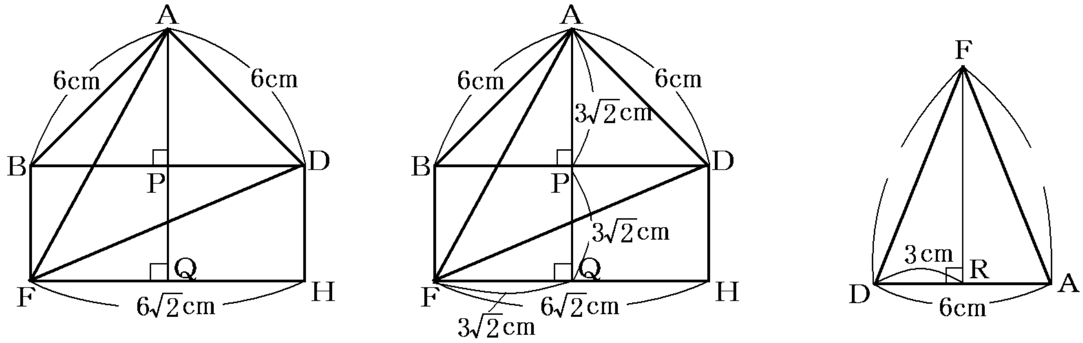


[問題 53]

右の図は，正四角錐と直方体を合わせた形で，点 A，B，C，D，E，F，G，H，I を頂点とする立体を表している。
正四角錐 ABCDE は，辺の長さがすべて 6cm である。
辺 BF の長さは，正四角錐 ABCDE の高さに等しい。図に示す立体において，△AFD の面積を求めよ。
(福岡県)(****)



[ヒント]

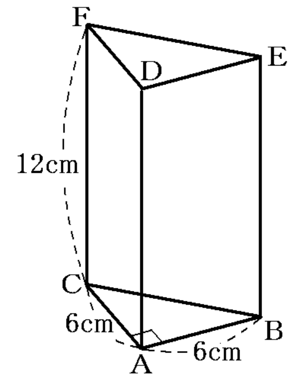


【】断面がその他の三角形

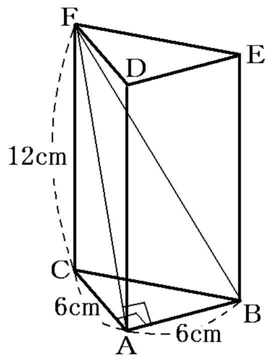
[問題 54]

右の図は，底面 ABC が AB＝AC＝6cm の直角二等辺三角形で，側面がすべて長方形の三角柱 ABCDEF を表しており，CF＝12cm である。△FAB の面積を求めよ。

(福岡県)(***)



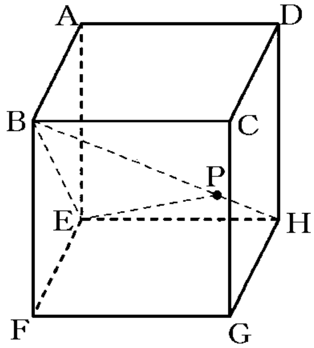
[ヒント]



[問題 55]

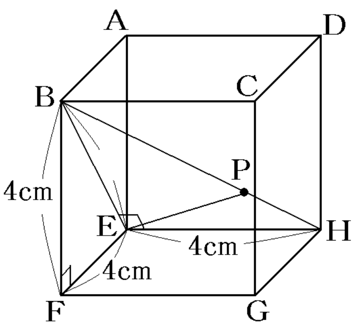
右の図のように，1 辺の長さが 4cm の立方体 ABCD－EFGH がある。対角線 BH 上に BP：PH＝3：1 となる点 P をとる。△PBE の面積を求めよ。

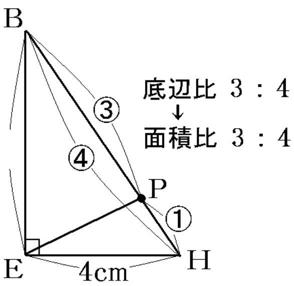
(新潟県改)(***)



[ヒント]

∠BEH＝90° に気づくかどうかがポイントである。

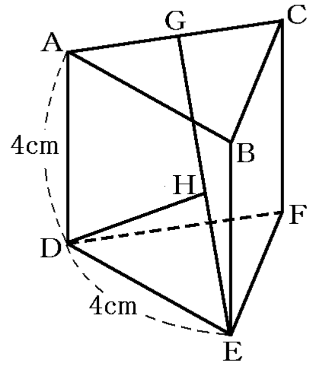




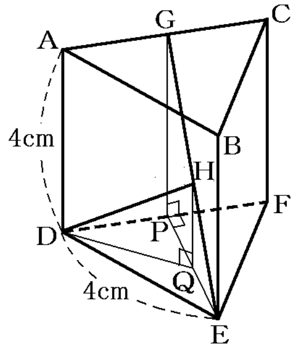
[問題 56]

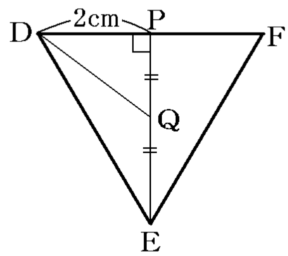
右の図のように，1 辺が 4cm の正三角形を底面とし，側面がすべて正方形である三角柱 ABCDEF がある。辺 AC の中点を G とし，線分 EG の中点を H とする。このとき，線分 DH の長さを求めよ。

(茨城県)(***)



[ヒント]

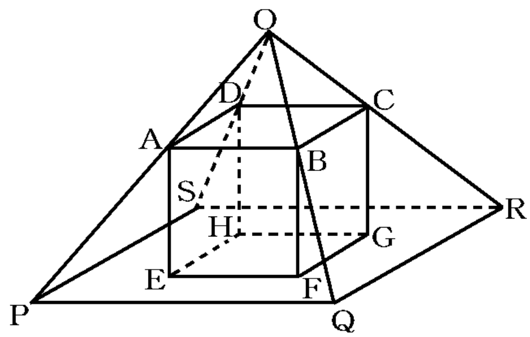




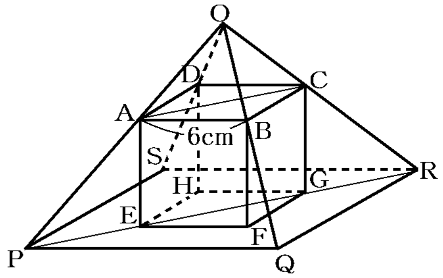
[問題 57]

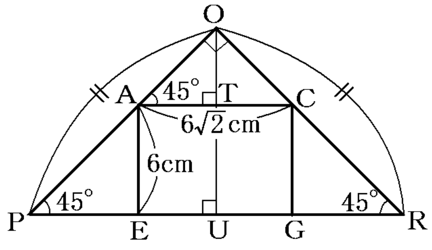
右図の立体 ABCD−EFGH は，1 辺が 6cm の立方体である。図のように，すべての辺の長さが等しい正四角錐 OPQRS があり，その中に立方体 ABCD−EFGH が入っている。この立方体の頂点のうち，4 点 A，B，C，D はそれぞれ辺 OP，OQ，OR，OS 上にあり，4 点 E，F，G，H は，いずれも底面 PQRS 上にある。このとき，この正四角錐 OPQRS の一辺の長さを求めよ。

(石川県)(***)



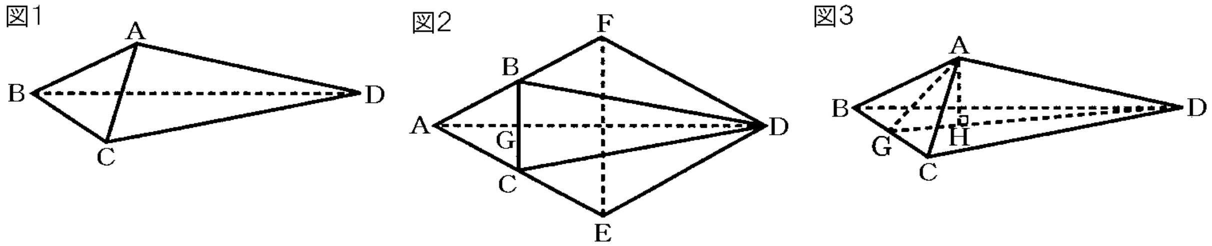
[ヒント]





[問題 58]

図 1 のように，三角錐 ABCD がある。図 2 は，図 1 の展開図である。この展開図の四角形 AEDF は，2 つの対角線の長さが AD＝8cm，EF＝6cm のひし形であり，線分 AD と線分 BC の交点を G とする。また，図 3 は，図 1 の頂点 A から線分 DG に垂線をひき，その交点を H としたものである。このとき，次の各問いに答えよ。

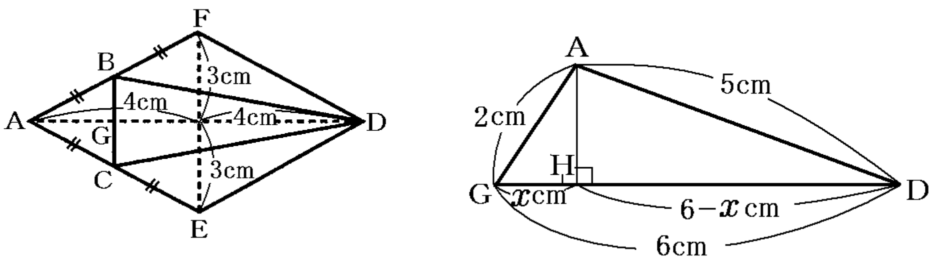


(1) 図 2 において，△ABC の面積は，四角形 AEDF の面積の何倍か求めよ。

(2) 図 3 において，線分 AH の長さを求めよ。

(茨城県)(****)

[ヒント]

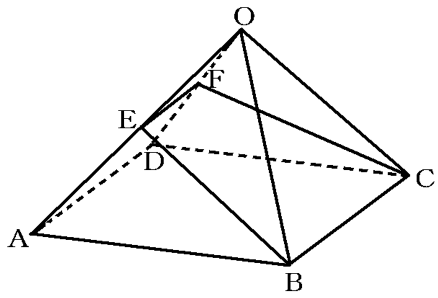


【】断面が四角形

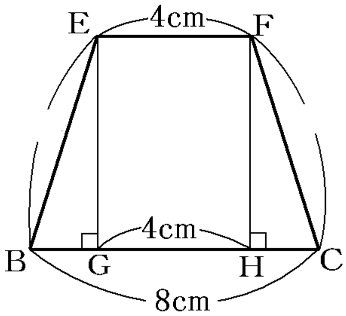
[問題 59]

右の図は，すべての辺の長さが 8cm の正四角錐であり，辺 OA，OD の中点をそれぞれ E，F とする。このとき，四角形 EBCF の面積を求めよ。

(石川県)(***)



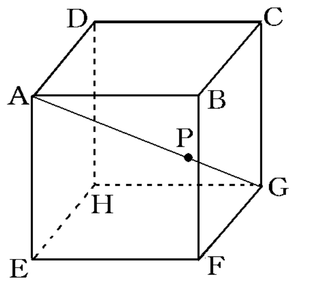
[ヒント]



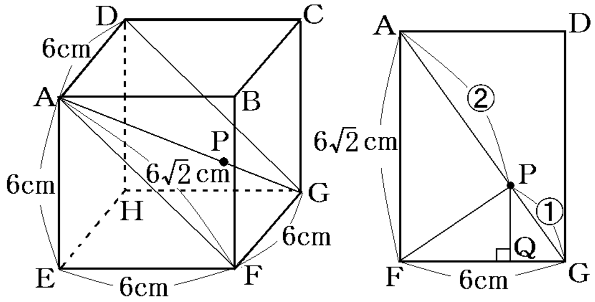
[問題 60]

右の図は，1 辺の長さが 6cm の立方体 ABCD－EFGH において，線分 AG 上に点 P をとり，AP：PG＝2：1 となるようにしたものである。線分 PF の長さは何 cm か。

(補充問題)(***)



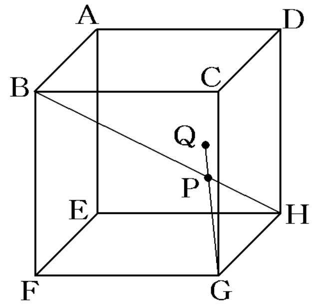
[ヒント]



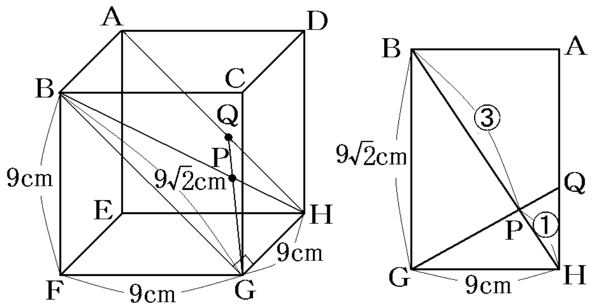
[問題 61]

右の図のように，1 辺の長さが 9cm の立方体 ABCD－EFGH がある。対角線 BH 上に BP：PH＝3：1 となる点 P をとり，線分 GP の延長と平面 AEHD との交点を Q とする。このとき，線分 GQ の長さを求めよ。

(新潟県)(***)



[ヒント]



[問題 62]

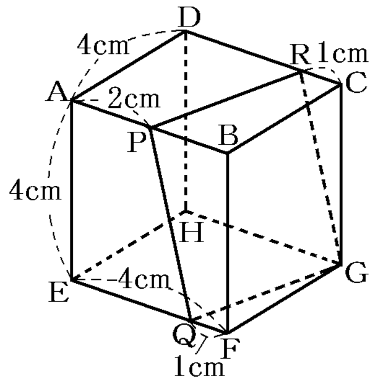
一辺の長さが 4cm の立方体 ABCD－EFGH において，点 P は辺 AB の中点である。また，点 Q，R はそれぞれ辺 EF，DC 上の点であり，FQ＝1cm，CR＝1cm である。このとき，4 点 P，Q，G，R は同じ平面上にある。次の各問いに答えよ。

(1) 線分 PQ の長さを求めよ。

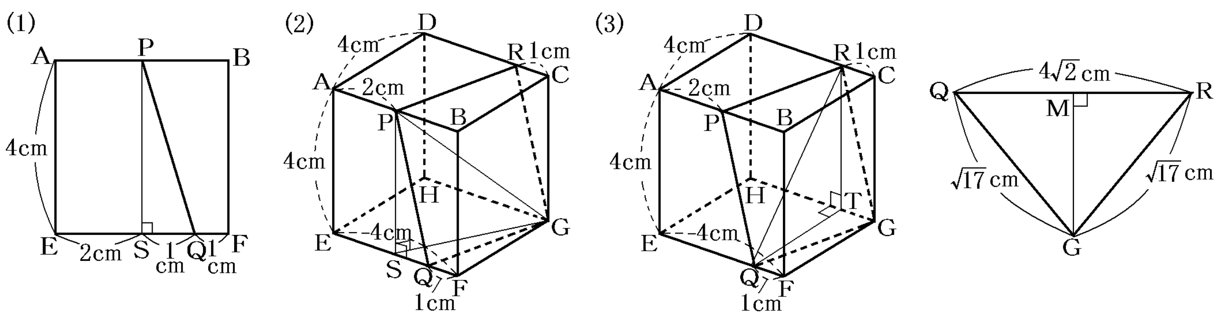
(2) 線分 PG の長さを求めよ。

(3) △QGR の面積を求めよ。

(山梨県)(***)

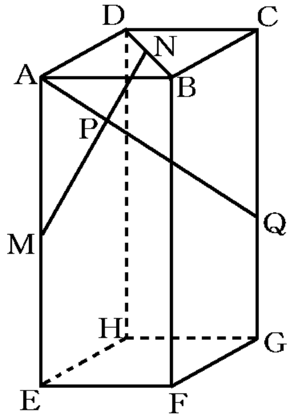


[ヒント]



[問題 63]

右の図の直方体で，AB＝AD＝$\sqrt{6}$ cm，AE＝6cm である。AE, BD の中点をそれぞれ M, N，点 A から MN にひいた垂線と MN との交点を P とする。AP を延長して CG と交わった点を Q とするとき，次の各問いに答えよ。



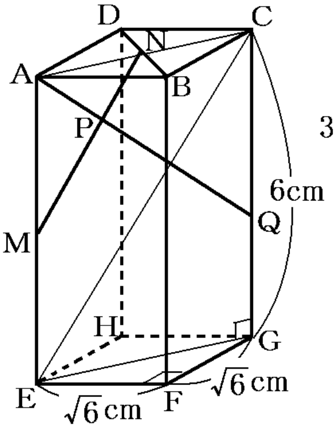
(1) MN の長さを求めよ。

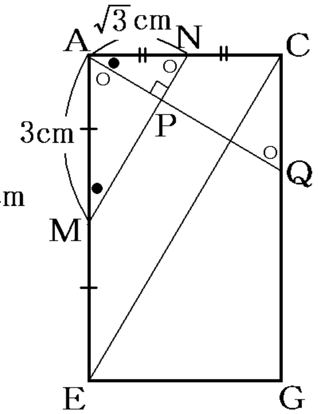
(2) AP の長さを求めよ。

(3) AP の長さと PQ の長さの比を最も簡単な整数の比で表せ。

(青森県)(***)

[ヒント]





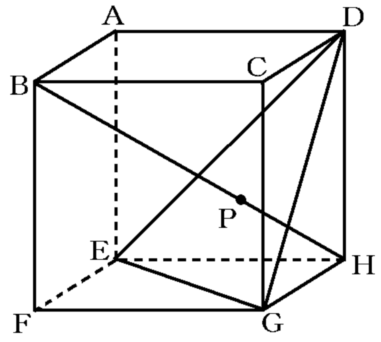
[問題 64]

右の図のように，1 辺の長さが 6cm の立方体の 3 つの頂点 D，E，G を結んでできる△DEG がある。立方体の 2 つの頂点 B と H とを結ぶ対角線をひいたところ，対角線 BH は，△DEG と垂直に交わった。対角線 BH と△DEG との交点を P とするとき，次の各問いに答えよ。

(1) △DEG の面積を求めよ。

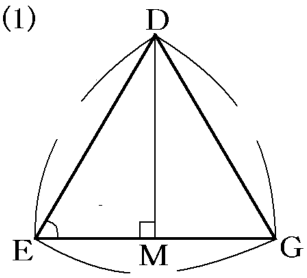
(2) 線分 PH の長さを求めよ。

(鳥取県)(***)

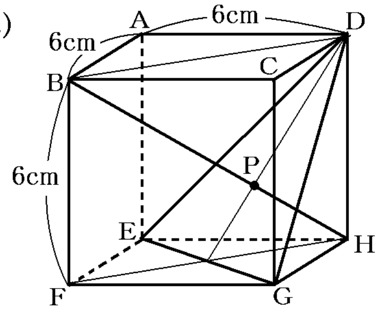


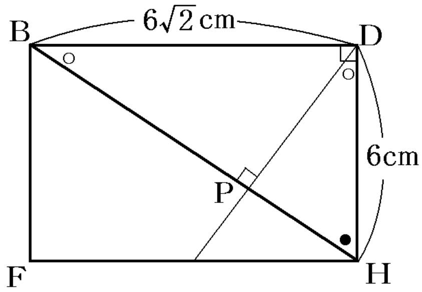
[ヒント]

(1)



(2)

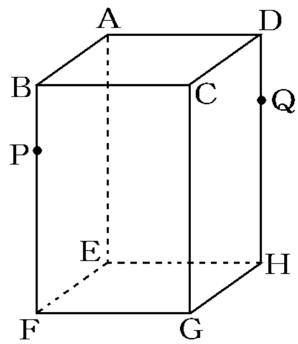




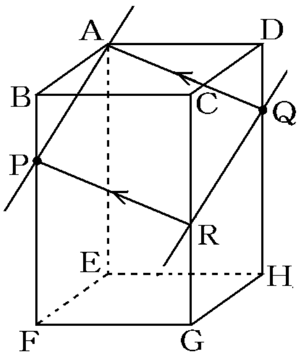
[問題 65]

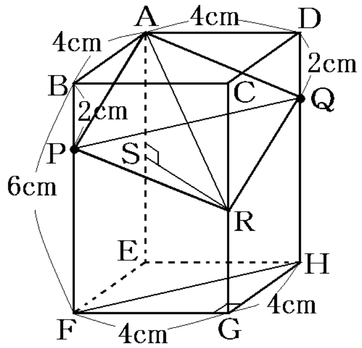
右の図の直方体 ABCD－EFGH において，AB＝AD＝4cm，AE＝6cm である。辺 BF，DH 上に，それぞれ点 P，Q を BP＝DQ＝2cm となるようにとり，この直方体を 3 点 A，P，Q を通る平面で切って 2 つに分けるとき，切り口としてできる図形の面積を求めよ。

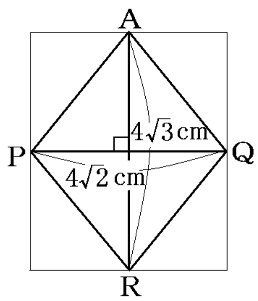
(群馬県)(****)



[ヒント]





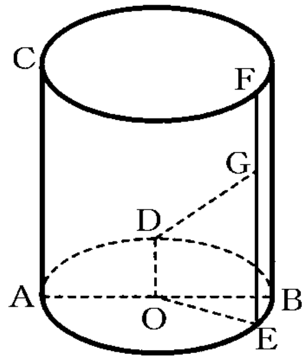


【】円柱・球など

[円柱]

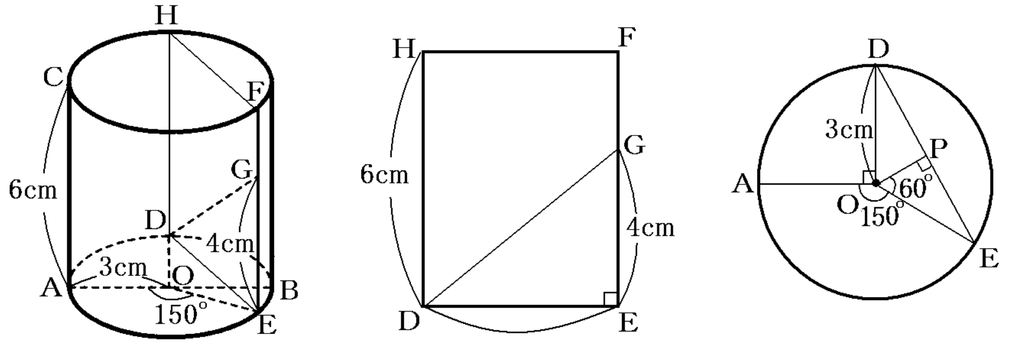
[問題 66]

右の図は，線分 AB を直径とする円 O を底面とし，AC＝6cm を高さとする円柱である。点 D は円 O の周上の点で，$\angle AOD = 90°$ であり, 点 E は点 D をふくまない弧 AB 上の点で，$\angle AOE = 150°$ である。また，点 F はこの円柱の 2 つの底面のうち円 O とは異なる円の周上の点で, 線分 EF は底面に垂直である。AB＝AC である。線分 EF 上に点 G を EG＝4cm となるようにとるとき，2 点 D，G 間の距離を求めよ。



(神奈川県)(***)

[ヒント]



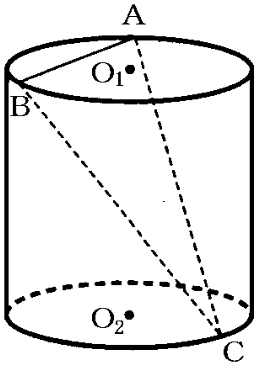
[問題 67]

右の図のように，底面の半径が 2cm，高さが 6cm の円柱がある。底面の円の中心はそれぞれ O_1，O_2 で，円 O_1 の円周上に点 A と点 B を，$\angle AO_1B=120°$ となるようにとる。また，円 O_2 の円周上に点 C を，△ABC の面積が最も大きくなるようにとる。このとき，次の各問いに答えよ。

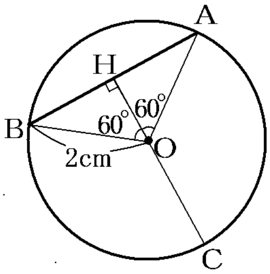
(1) 線分 AB の長さを求めよ。

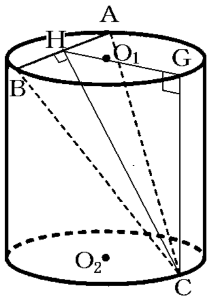
(2) △ABC の面積を求めよ。

(京都府)(***)



[ヒント]



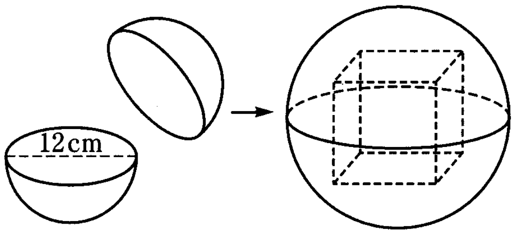


[球]

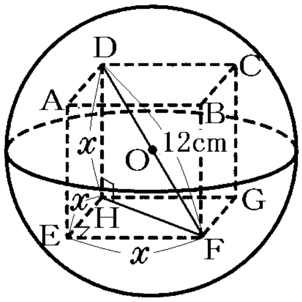
[問題 68]

右の図のように，直径が 12cm の球の形をしたプラスチックの容器がある。この容器の中にちょうど入る立方体の 1 辺の長さを求めよ。ただし，プラスチックの容器の厚さは考えないものとする。

(埼玉県)(***)



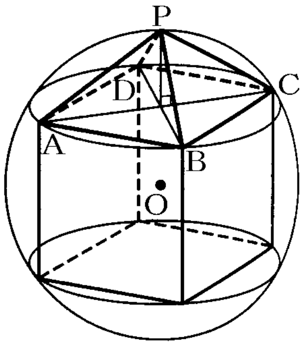
[ヒント]



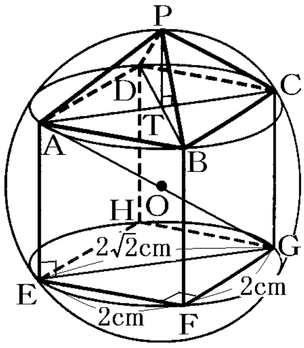
[問題 69]

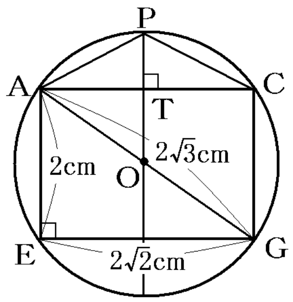
右の図のように，1 辺が 2cm の立方体が球に内接している。この立方体の 1 つの面 ABCD を底面とする正四角錐 P－ABCD で，その 5 つの頂点は，球にぴったりとくっついている。このとき，正四角錐 P－ABCD の体積を求めよ。

(沖縄県)(***)



[ヒント]





【】体積

【】正四面体

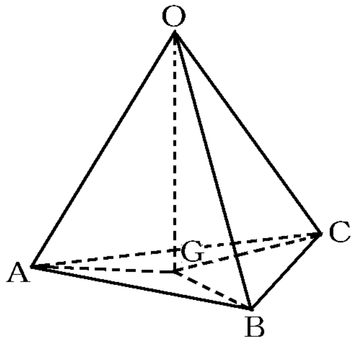
[問題 70]

右の図は，4 つの面が 1 辺の長さ 6cm の正三角形からなる三角錐 OABC であり，三角錐の高さを hcm とし，h＝OG とする。このとき，次の各問いに答えよ。

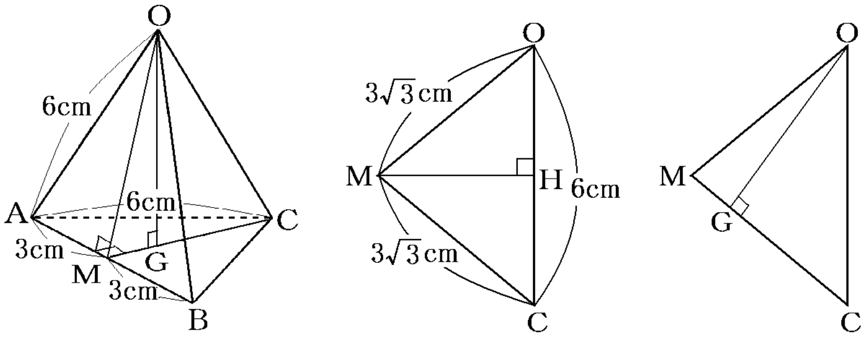
⑴ 高さ h を求めよ。

⑵ 三角錐 OABC の体積を求めよ。

(沖縄県)(***)



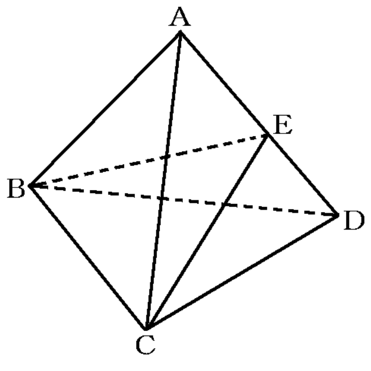
[ヒント]



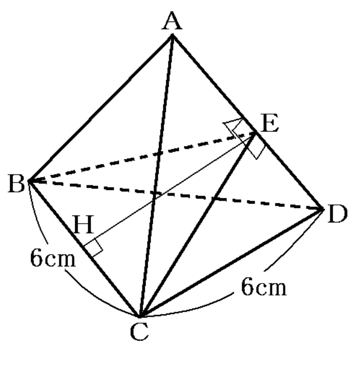
[問題 71]

右の図のように，すべての辺の長さが 6cm の正四面体 ABCD があり，辺 AD の中点を E とする。この正四面体を 3 点 B，C，E を通る平面で切ったとき，三角錐 ABCE の体積を求めよ。

(埼玉県)(***)



[ヒント]



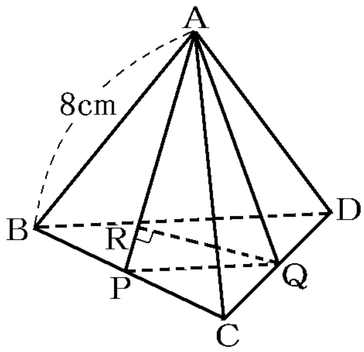
[問題 72]

右の図の正四面体は，1 辺の長さが 8cm である。辺 BC，CD の中点をそれぞれ点 P，Q，点 Q から AP にひいた垂線と AP との交点を R とする。次の各問いに答えよ。

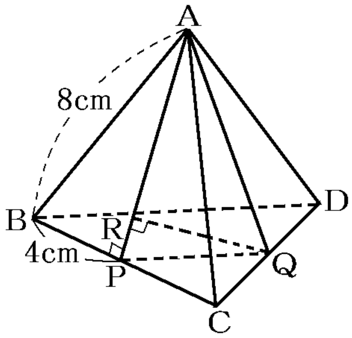
(1) △APQ の面積を求めよ。

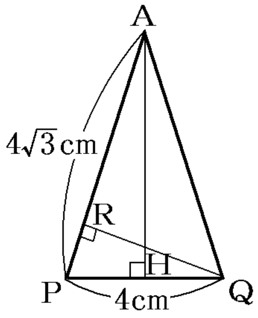
(2) QR の長さを求めよ。

(青森県)



[ヒント]

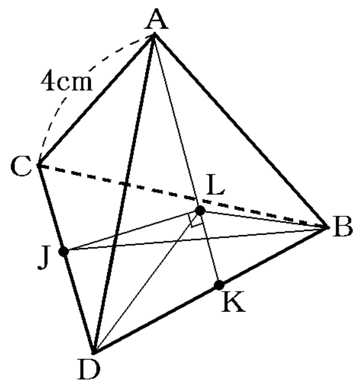




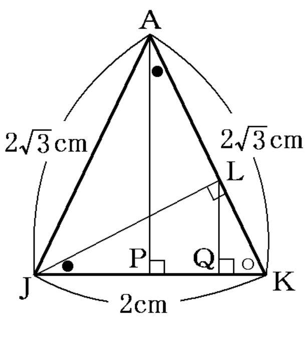
[問題 73]

右図の正四面体 ABCD の 1 辺の長さは 4cm である。辺 CD，DB の中点をそれぞれ J，K とする。点 A と点 K を結び，点 J を通り線分 AK に垂直な直線と線分 AK との交点を L とする。三角錐 LBJD の体積は，正四面体 ABCD の体積の何倍か求めよ。

(福岡県)(****)



[ヒント]

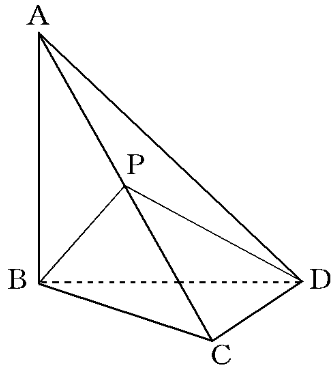


【】体積：高さの発見

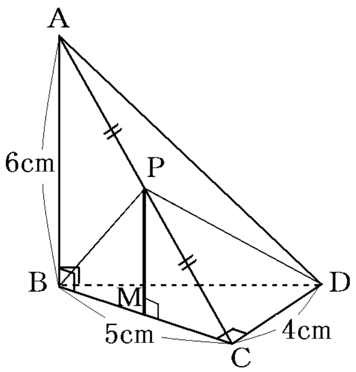
[問題 74]

右の図のような三角錐 ABCD があり，
∠ABC＝∠ABD＝∠BCD＝90°，AB＝6cm，
BC＝5cm，CD＝4cm である。また，点 P は辺 AC の中点である。4 点 P，B，C，D を頂点とする三角錐の体積を求めよ。

(静岡県)(***)



[ヒント]



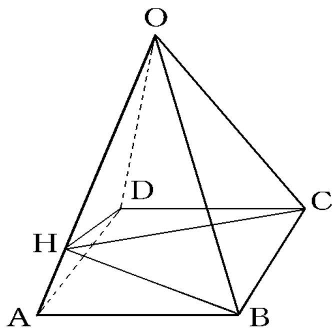
[問題 75]

右の図は，底面の 1 辺が 6cm の正四角錐 O－ABCD で，側面の二等辺三角形の等しい辺はいずれも 9cm である。
頂点 B から辺 OA にひいた垂線と OA との交点を H としたとき，次の各問いに答えよ。

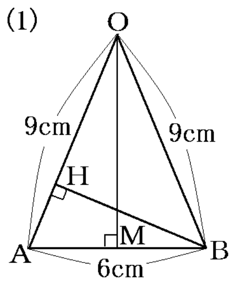
(1) BH の長さを求めよ。

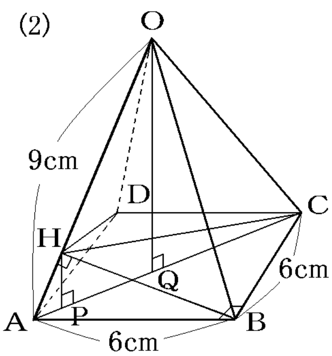
(2) 四角錐 H－ABCD の体積を求めよ。

(福島県)(***)



[ヒント]

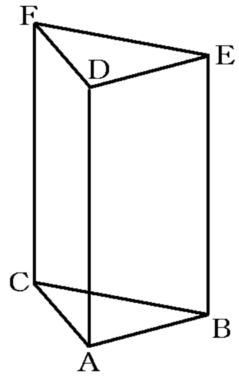




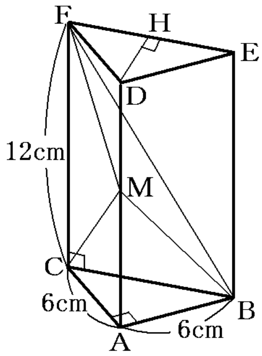
[問題 76]

右の図は，底面 ABC が AB＝AC＝6cm の直角二等辺三角形で，側面がすべて長方形の三角柱 ABCDEF を表しており，AD＝12cm である。辺 AD の中点を M とする。△FCB を底面とし，点 M を頂点とする三角錐 MFCB の体積を求めよ。

(福岡県)(***)



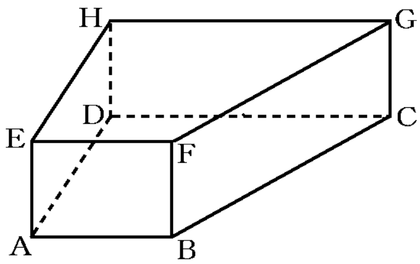
[ヒント]



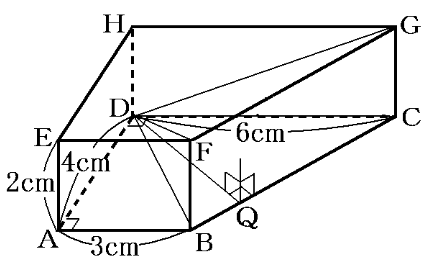
[問題 77]

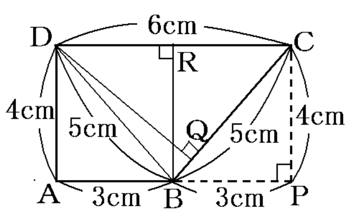
右の図は，底面 ABCD が AD＝4cm，∠DAB＝∠ADC＝90°，AB＝3cm，DC＝6cm の台形で，側面がすべて長方形の四角柱 ABCDEFGH を表しており，AE＝2cm である。この立体において，長方形 FBCG を底面とし，点 D を頂点とする四角錐 DFBCG の体積は何 cm³か。

(福岡県)(***)



[ヒント]



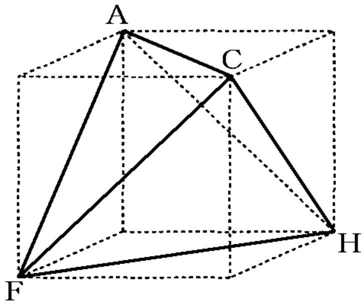


【】体積→高さ

[問題 78]

1 辺が 6cm の立方体の 4 つの頂点 A，F，C，H を結んでできる右の図のような三角錐 AFCH の①体積を求めよ。②また，図の三角錐 AFCH において，△AFC を底面としたときの高さを求めよ。

(京都府)(***)

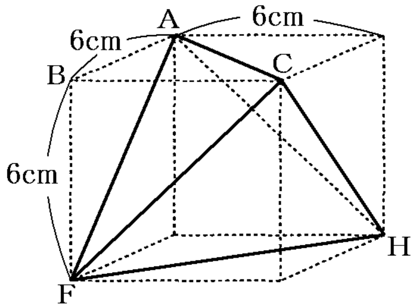


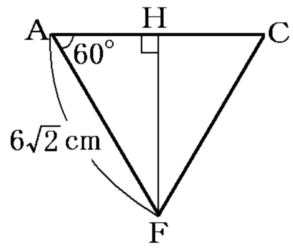
[ヒント]

① 三角錐 AFCH の体積は，立方体の体積から，4 つの合同な三角錐(FABC など)を引き算して求めることができる。

② 図の三角錐 AFCH で，△AFC を底面としたときの高さを h cm とすると，

(三角錐 AFCH の体積) $=\dfrac{1}{3}\times$ (△AFC の面積) $\times h$





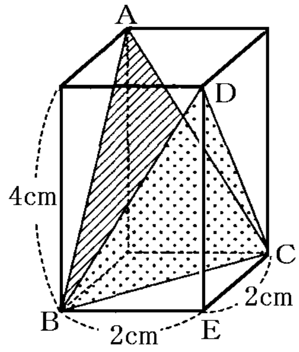
[問題 79]

右の図で，底面の 1 辺が 2cm，高さが 4cm の正四角柱の中に，合同な 2 つの三角形 ABC と三角形 DBC が入っている。2 つの三角形の各頂点は正四角柱の頂点で，三角形の各辺は正四角柱の面の対角線になっている。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 線分 BC の長さを求めよ。

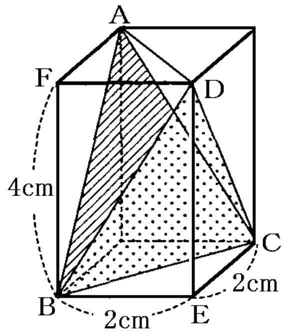
(2) 頂点 D と面 ABC の距離を求めよ。

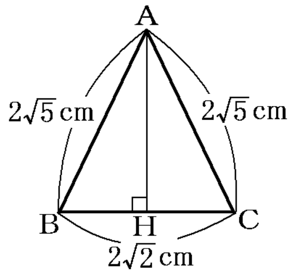
(岩手県)(***)



[ヒント]

三角錐 DABC の体積と底面の△ABC の面積を求め，これを使って高さを間接的に求める。

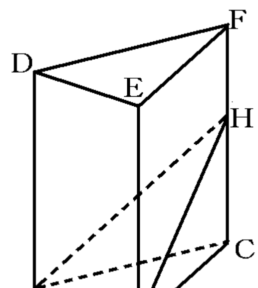




[問題 80]

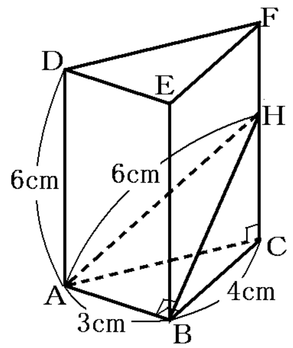
右の図は，AB＝3cm，BC＝4cm，∠ABC＝90°の直角三角形 ABC を底面とし，AD＝BE＝CF＝6cm を高さとする三角柱である。この三角柱の辺 CF 上に点 H を AD＝AH となるようにとる。このとき，面 ABH と点 C との距離を求めよ。

(神奈川県)(***)



[ヒント]

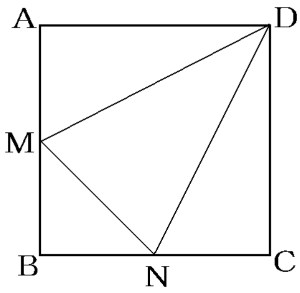
三角錐 HABC の体積と△ABH の面積から，面 ABH と点 C との距離を求める。



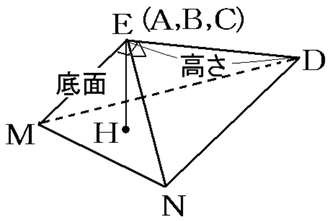
[問題 81]

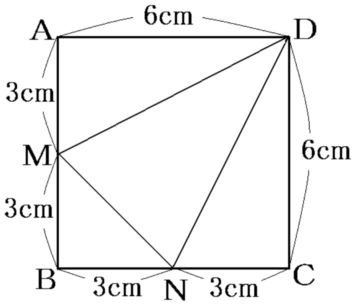
1 辺 6cm の正方形 ABCD の，辺 AB，BC の中点を M，N とし，DM，MN，DN を折り目として，頂点 A，B，C を 1 点に重ねて，立体を組み立てる。頂点 A，B，C が重なった点を E として，E から面 DMN に下した垂線の長さを求めよ。

(長崎県)(****)



[ヒント]



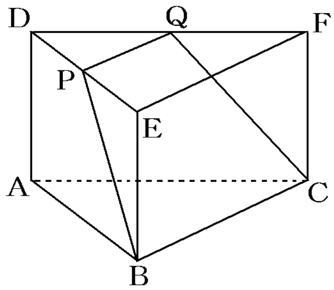


【】角錐台

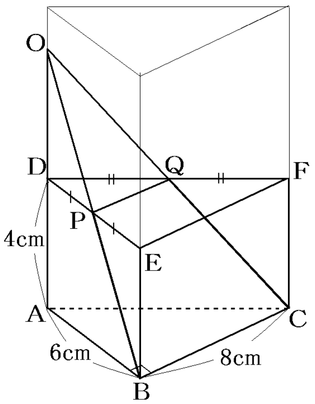
[問題 82]

図のように底面が AB＝6cm，BC＝8cm，∠ABC＝90°の直角三角形で，高さが 4cm の三角柱がある。辺 DE，DF の中点をそれぞれ P，Q とする。平面 PBCQ で三角柱を切るとき，A を含む側の体積を求めよ。

(新田高)(***)



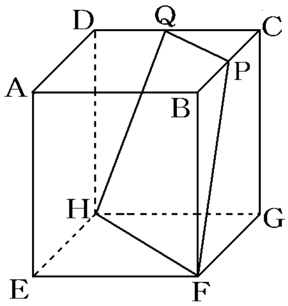
[ヒント]



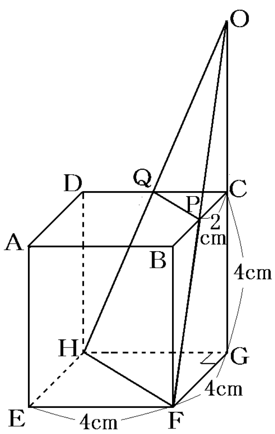
[問題 83]

右の図のように，1 辺 4cm の立方体において，辺 BC，CD 上にそれぞれ中点 P，Q をとり，4 点 P，Q，H，F を通る平面でこの直方体を切った。このとき，立体 PCQ−FGH の体積を求めよ。

(長崎県)(***)



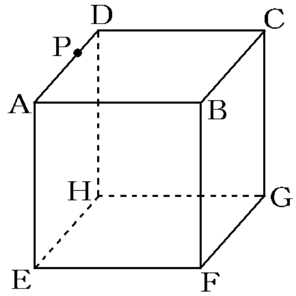
[ヒント]



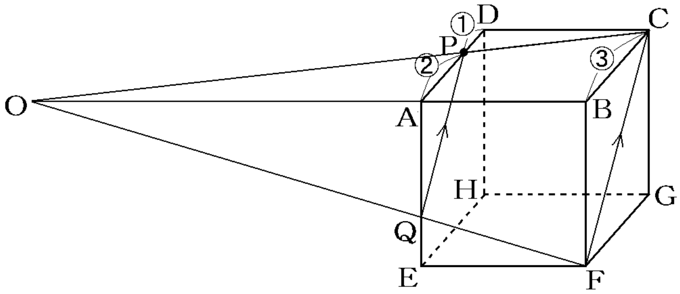
[問題 84]

右の図の立体 ABCD－EFGH は，1 辺の長さが a cm の立方体である。点 P は，辺 AD 上の点で，AP：PD＝2：1 とする。今，3 点 F，C，P を通る平面でこの立方体を切った。2 つに分けられた立体のうち，項点 B がある方の立体の体積を求めよ。

(山形県)(****)



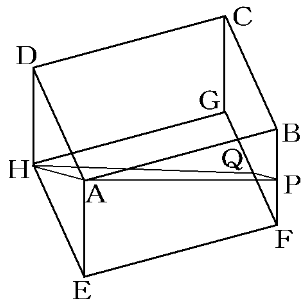
[ヒント]



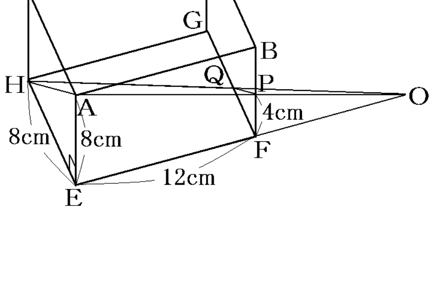
[問題 85]

右の図は，AD＝AE＝8cm，AB＝12cm の直方体の容器 ABCD－EFGH に水がいっぱい入っていたものを傾けて，水面が四角形 APQH になるところまで水を流し出したものである。点 P，Q がそれぞれ辺 BF，FG の中点であるとき，容器に残っている水の体積を求めよ。

(高知県)(***)



[ヒント]



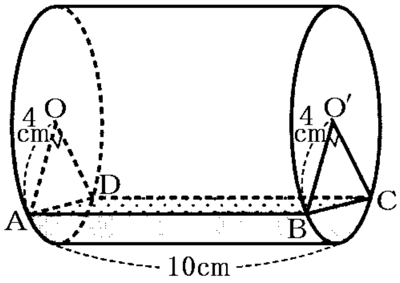
【】その他

[円柱]

[問題 86]

底面の半径が 4cm，高さが 10cm の透明な円柱の容器があり，2 つの底面の中心をそれぞれ O，O’とする。この容器に水を入れ右の図 1 のように，水面の形が長方形になるように置いた。このときの水面を長方形 ABCD とすると，∠AOD＝∠BO’C＝90° であった。このとき，次の各問いに答えよ。ただし，円周率はπとし，容器の厚さは考えないものとする。

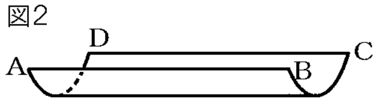
図1



(1) 長方形 ABCD の面積を求めよ。

(2) 右の図 2 は，円柱の容器の側面で，水にふれている部分のみを取り出した図である。この部分の面積を求めよ。

図2



(3) 円柱の容器に入っている水の体積を求めよ。

(富山県)(***)

[ヒント]

(1) △ADO は直角三角形なので，三平方の定理から AD を求めることができる。

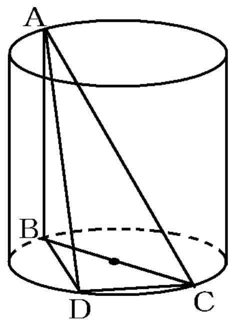
(2) おうぎ形 OAD の中心角が 90° なので弧 AD を計算できる。

(3) 弧 BC と弦 BC で囲まれた部分の面積を S(cm²)とすると，

S＝(おうぎ形 OAD)－(△OAD)

[問題 87]

右の図のような，底面の半径が 3cm，高さが 6cm の円柱がある。AB は母線，BC は底面の直径である。このとき，次の各問いに答えよ。

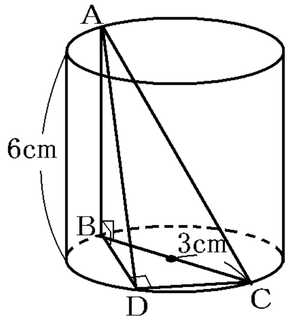


(1) AC の長さを求めよ。

(2) △ABC の面積が，△ABD の面積の 2 倍になるように，点 D を底面の円周上にとる。このとき，三角錐 ABCD の体積を求めよ。

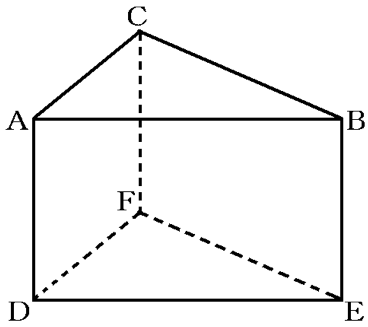
(栃木県)(***)

[ヒント]



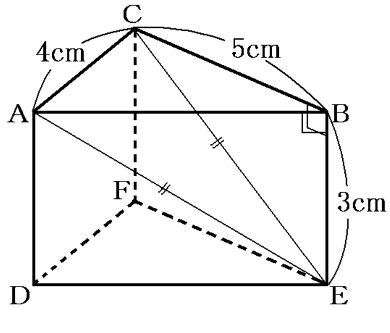
[問題 88]

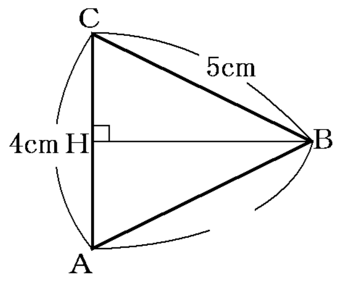
右の図のような，側面がすべて長方形の三角柱があり，AC＝4cm，CB＝5cm，BE＝3cm である。点 A と点 E，点 C と点 E をそれぞれ結ぶ。AE＝CE であるとき，この三角柱の体積は何 cm^3 か。



(香川県)(***)

[ヒント]

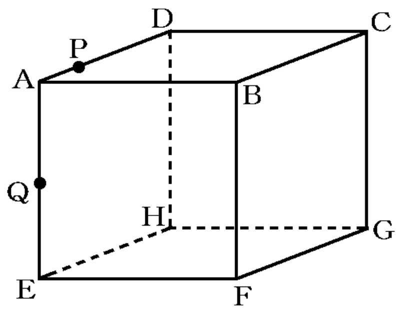




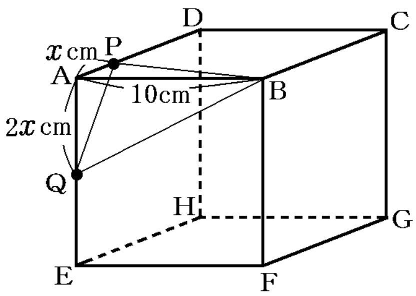
[問題 89]

右の図のように, 1 辺が 10cm の立方体ABCD－EFGH がある。辺 AD，AE 上にそれぞれ点 P，Q を，$2AP=AQ$ となるようにとる。図の立方体を 3 点 B，P，Q を通る平面で切る。頂点 A をふくむ立体の体積が $20cm^3$ のとき，AP の長さは何 cm になるか。AP の長さを x cm として方程式をつくり，求めよ。

(北海道)(**)



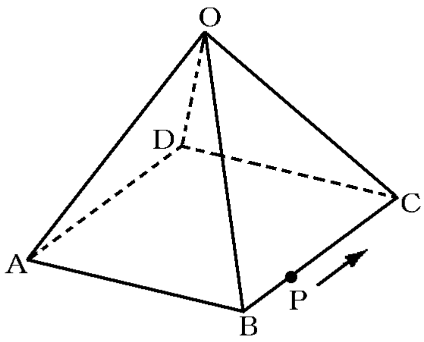
[ヒント]



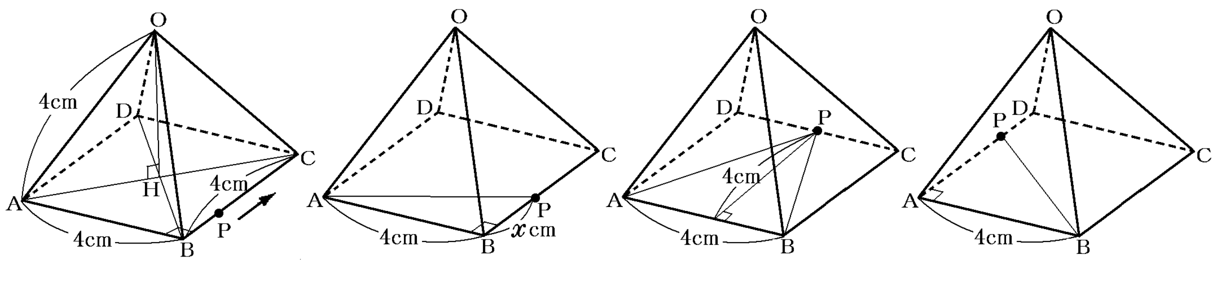
[問題 90]

右の図のように，O，A，B，C，D を頂点とし，正方形 ABCD を底面とする正四角錐があり, そのすべての辺の長さは 4cm である。点 P は B を出発して，底面の辺上を C，D の順に A まで毎秒 1cm の速さで動く。点 P が B を出発してから x 秒後のとき，4 点 O，A, B, P を頂点とする三角錐の体積が $4\sqrt{2}$ cm^3 となる。このとき，x の値をすべて求めよ。

(高知県)(***)



[ヒント]

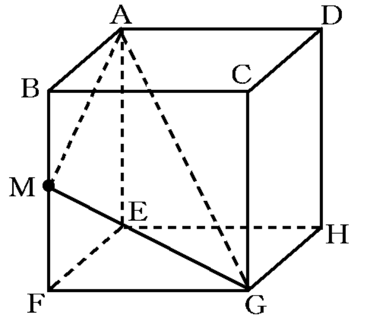


[回転体]

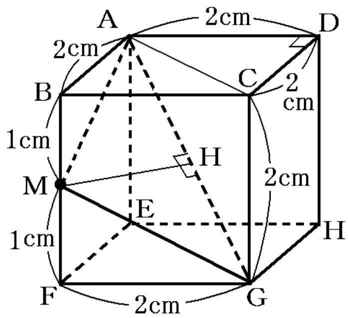
[問題 91]

右の図のような 1 辺の長さが 2cm の立方体がある。M は辺 BF の中点である。△AMG を，対角線 AG を軸として 1 回転させてできる回転体の体積を求めよ。

(沖縄県)(***)



[ヒント]



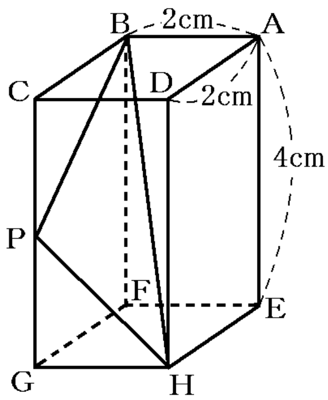
[問題 92]

右の図のように，AB＝AD＝2cm，AE＝4cm の直方体 ABCD－EFGH がある。このとき，次の各問いに答えよ。

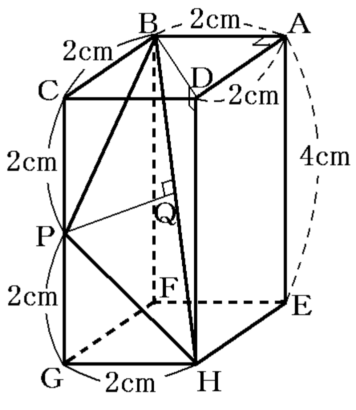
(1) 対角線 BH の長さを求めよ。

(2) 辺 CG の中点を P とする。△BPH を BH を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし，円周率は π とする。

(岩手県)(***)

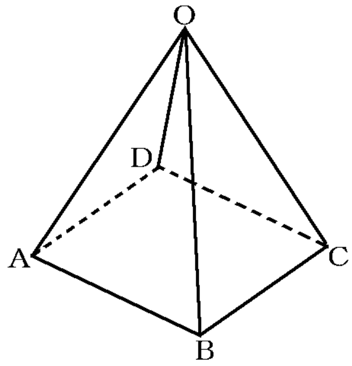


[ヒント]



[問題 93]

右の図のように，底面が 1 辺 4cm の正方形で，他の辺の長さがすべて 6cm の正四角すい OABCD がある。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 底面 ABCD の対角線 AC の長さを求めよ。

(2) 頂点 O から底面 ABCD に垂線 OH をひいたとき, OH の長さを求めよ。

(3) 頂点 A を通り底面 ABCD に垂直な直線を軸として, 正四角すい OABCD を 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし，円周率は π とする。

(鳥取県)(***)

[ヒント]