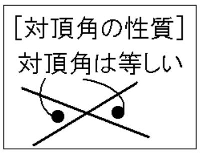
【】対頂角・同位角と錯角

[対頂角]

[解答 1]対頂角

[解説]



[解答 2]

$\angle a+\angle b=180°$，$\angle c+\angle b=180°$なので，$\angle a+\angle b=\angle c+\angle b$

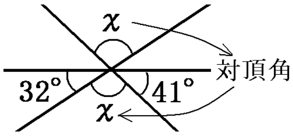
よって，$\angle a=\angle c$

[解答 3] $x=107°$

[解説]

「対頂角は等しい」性質を使って，図のように x の角を移す。図より，$x+41°+32°=180°$，$x+73°=180°$

$x=180°-73°$，ゆえに，$x=107°$

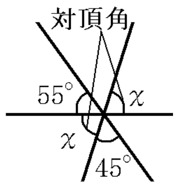


[解答 4](1) $x=80°$　(2) $x=50°$　$y=55°$

[解説]

(1) 「対頂角は等しい」性質を使って，図のように x の角を移すと，$55°+x+45°=180°$

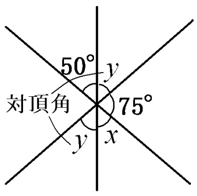
$x=180°-55°-45°=80°$



(2) 対頂角は等しいので，$x=50°$

また，対頂角が等しい性質を使って y を右図のように移すと，

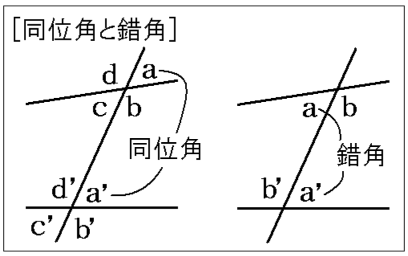
$50°+y+75°=180°$　よって $y=55°$



[同位角と錯角]

[解答 5](1) 対頂角　(2) 同位角　(3) 錯角

[解説]



[解答 6]ア　∠d　イ　∠f　ウ　∠h

[解答 7](1)　∠c　(2)　∠g　(3)　∠d

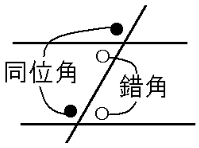
[平行線と同位角・錯角]

[解答 8](1)　対頂　(2)　同位　(3)　錯

[解説]

[平行線と同位角・錯角]

2つの直線が平行ならば，
同位角は等しい
錯角は等しい



同位角が等しければ，2直線は平行
錯角が等しければ，2直線は平行

[解答 9] l // m

[解答 10](1)　∠d，∠f，∠h　(2) 70°

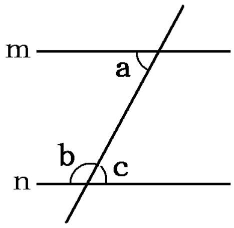
[解答 11]

右図のように∠c をとる。

m // n で，平行線の錯角は等しいので，∠a＝∠c･･･①

また，∠b＋∠c＝180°･･･②

①，②より，∠a＋∠b＝180°



【】平行線の角の計算

[基本問題]

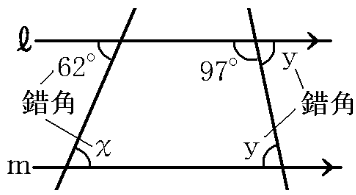
[解答 12] x＝62°　y＝83°

[解説]

平行線の錯角は等しいので，x＝62°

「平行線の錯角は等しい」の性質を使って，y を右図のように移すと，

y＋97°＝180°，y＝180°－97°＝83°



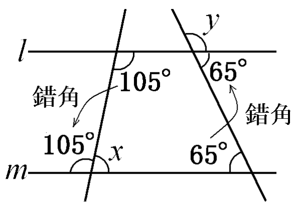
[解答 13]① x＝75°　y＝115°　② x＝45°　y＝135°

[解説]

①「平行線の錯角は等しい」の性質を使って 105° を右図のように移すと，105°＋x＝180° よって x＝75°

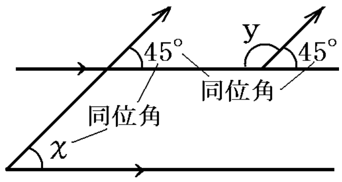
同様にして，65° を右図のように移すと，65°＋y＝180°

よって y＝115°



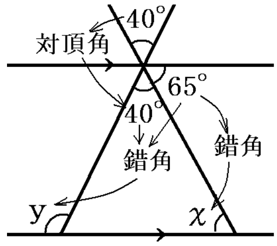
②平行線では同位角は等しいので， $x=45°$

$y+45°=180°$ $y=135°$



[解答 14]① $x=65°$　　$y=105°$　　② $x=40°$

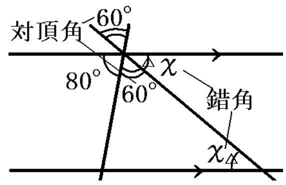
[解説]



①平行線の錯角は等しいので， $x=65°$

$y=40°+65°=105°$

②「対頂角は等しい」，「平行線の場合の錯角は等しい」などの性質を使って，等しい角度を図に記入。

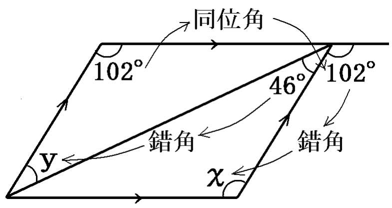


右図で，$80°+60°+x=180°$

ゆえに， $x=40°$

[解答 15] $x=102°$　　$y=46°$

[解説]

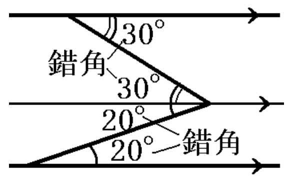


「平行線では錯角は等しい」，「平行線では同位角は等しい」の性質を使って 46° と 102° の角を移す。図より $x=102°$， $y=46°$

[平行な補助線をひく]

[解答 16] $x=50°$

[解説]

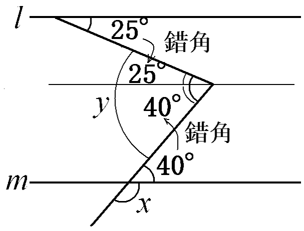


このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。20°，30° の角を中央部へ移す。

図より $x=30°+20°=50°$

[解答 17]① $x=140°$　　$y=65°$　　② $x=40°$

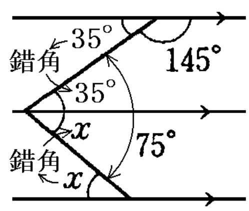
[解説]



① $x+40°=180°$ なので， $x=140°$

このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。40°，25° の角を中央部へ移す。図より， $y=25°+40°=65°$

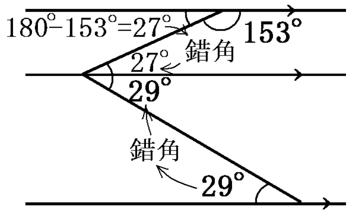
②「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように x，35° の角を中央部へ移す。



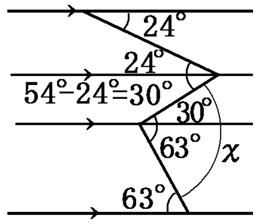
図より， $x+35°=75°$ ゆえに， $x=40°$

[解答 18]① x＝56°　② x＝93°　③ x＝39°

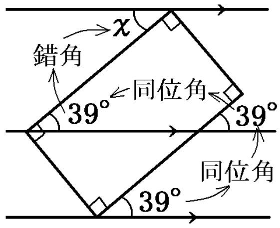
[解説]



① このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。
「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように，27° と 29° の角を中央部へ移す。
x＝27° ＋29° ＝56°



② 「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように，63° の角を移す。
次に，24° の角を移し，さらに，54° −24° ＝30° の角を移す。
図より，x＝30° ＋63° ＝93°



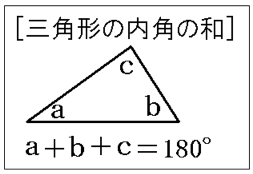
③ 右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引く。
「平行線では同位角は等しい」，「平行線では錯角は等しい」の性質を使って，図のように 39° を移していくと，x＝39°

【】三角形の内角・外角

[三角形の内角の和]

[解答 19] x＝70°

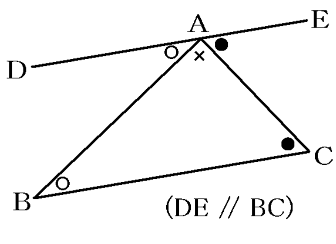
[解説]



三角形の内角の和は 180° なので，
x＋60° ＋50° ＝180°
ゆえに，x＝70°

[解答 20]ア 錯角　イ ∠d　ウ 同位角　エ ∠e

[解答 21]



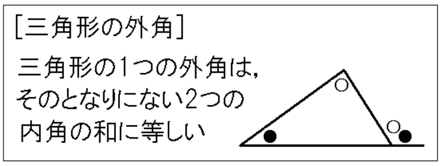
(△ABC の内角の和)＝∠BAC＋∠ABC＋∠ACB ･･･①
DE // BC で，平行線の錯角は等しいので，
∠ABC＝∠BAD ･･･②
∠ACB＝∠CAE ･･･③
①，②，③より，
(△ABC の内角の和)＝∠BAC＋∠BAD＋∠CAE＝∠DAE＝180°

[三角形の外角]

[解答 22] $x=100^\circ$

[解説]

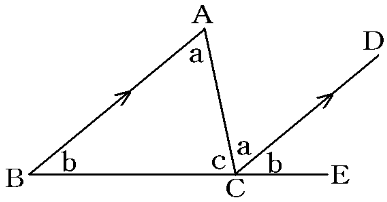
三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しい。



まず，右の図を使って，これを説明する。

右の△ABC で，∠BAC＝a，∠ABC＝b，

∠ACB＝c とし, AB // CD となるように補助線 CD を引く。



平行線の錯角は等しいので，∠ACD＝∠BAC＝a

平行線の同位角は等しいので，

∠DCE＝∠ABC＝b

(2 つの内角の和)＝∠BAC＋∠ABC＝a＋b

(外角)＝∠ACE＝∠ACD＋∠DCE＝a＋b

よって，三角形の 1 つの外角は，となりあわない 2 つの内角の和に等しい。

この問題では，$x=70^\circ+30^\circ=100^\circ$

[解答 23]① $x=115^\circ$　② $x=65^\circ$　③ $x=135^\circ$

[解説]

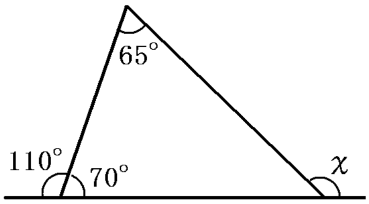
①三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

$x=60^\circ+55^\circ=115^\circ$

② $x+45^\circ=110^\circ$　ゆえに，$x=65^\circ$

③ $180-110^\circ=70^\circ$ を図の中に記入する。

$x=65^\circ+70^\circ=135^\circ$



[2 つの三角形と外角]

[解答 24] $x=28^\circ$

[解説]

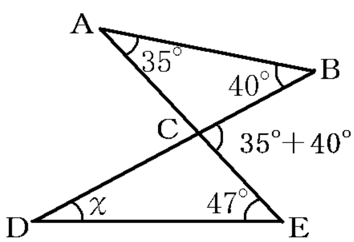
三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

△ABC で∠BCE＝$35^\circ+40^\circ=75^\circ$

△CDE で∠BCE＝$x+47^\circ$

ゆえに，$x+47^\circ=75^\circ$，

$x=75^\circ-47^\circ=28^\circ$



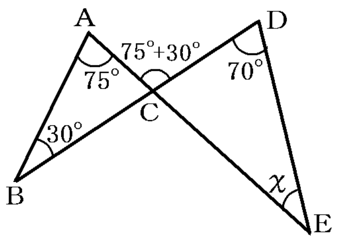
[解答 25] $x=35°$

[解説]

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，△ABC で，∠ACD＝75°＋30°＝105°

△CDE で，∠ACD＝x＋70°

ゆえに，x＋70°＝105°　よって，x＝35°



[外角＋補助線]

[解答 26] $x=120°$

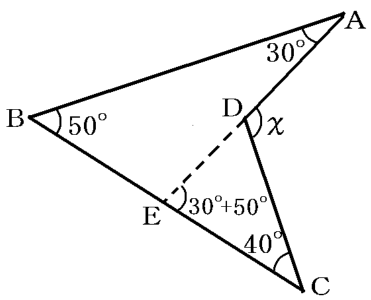
[解説]

図のように，AD を延長させた補助線 DE を引くのがポイント(CD を延長してもよい)。

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

△ABE で，∠DEC＝30°＋50°＝80°

△CDE で，x＝∠DEC＋40°＝80°＋40°＝120°



[解答 27]① $x=96°$　② $x=60°$

[解説]

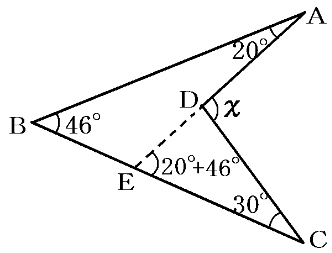
①図のように AD を延長させた補助線 DE を引く。

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，△ABE で，

∠DEC＝20°＋46°＝66°

△CDE で，x＝∠DEC＋30°

ゆえに，x＝66°＋30°＝96°

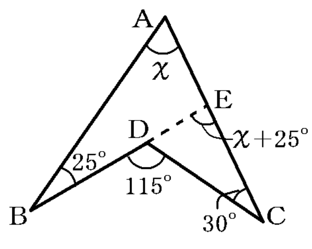


②右図のように BD を延長させて補助線 DE を引く。

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，△ABE で，∠DEC＝x＋25°

△CDE で，∠DEC＋30°＝115°

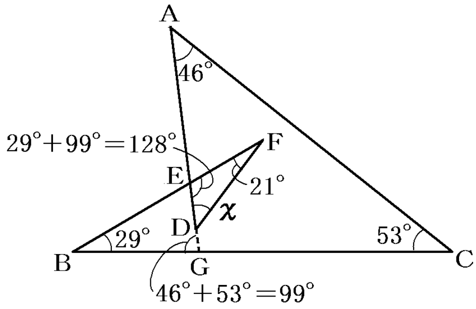
よって，x＋25°＋30°＝115°　ゆえに，x＝60°



[解答 28] $x=31°$

[解説]

右図のように，AD を延長して BC との交点を G とする。



△ACG で，∠AGB＝46°＋53°＝99°

△BEG で，∠GEF＝29°＋99°＝128°

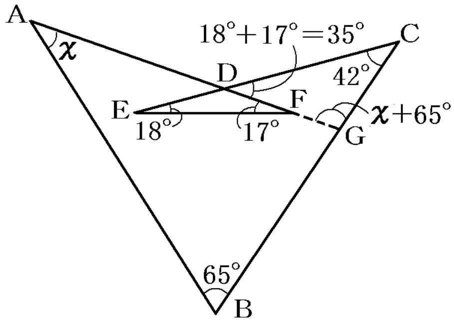
△EFD で，x＋21°＋128°＝180°

よって，x＝180°－21°－128°＝31°

[解答 29] $x=38°$

[解説]

右図のように AF を延長して BC との交点を G とする。



△ABG で，∠AGC＝x＋65°

△DEF で，∠CDF＝18°＋17°＝35°

△CDG で，42°＋35°＋x＋65°＝180°

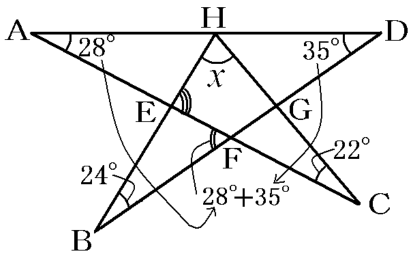
x＝180°－42°－35°－65°

よって，x＝38°

[解答 30] $x=71°$

[解説]

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使う。まず，△ADF で，



∠AFB＝∠DAF＋∠ADF＝28°＋35°＝63°

次に，△BEF で，

∠CEH＝∠EBF＋∠EFB＝24°＋63°＝87°

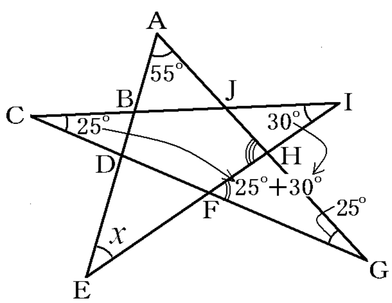
△HEC で，三角形の内角の和は 180°なので，

x＋∠CEH＋∠HCE＝180°，x＋87°＋22°＝180°　x＝180°－(87°＋22°)＝71°

[解答 31] $x=45°$

[解説]

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使う。まず，△CFI で，



∠GFI＝∠FCI＋∠FIC＝25°＋30°＝55°

△FGH で，

∠AHE＝∠HFG＋∠HGF＝55°＋25°＝80°

次に，△AEH で，内角の和は 180°なので，

$x + \angle\mathrm{EAH} + \angle\mathrm{AHE} = 180°$

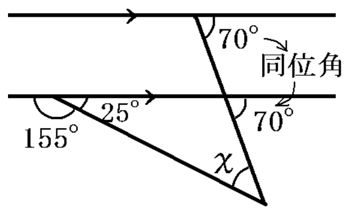
$x + 55° + 80° = 180°$,　$x = 180° - (55° + 80°) = 45°$

[三角形と平行線の角]

[解答 32] $x = 45°$

[解説]

「平行線では同位角は等しい」性質を使って，図のように 70°の角を移す。



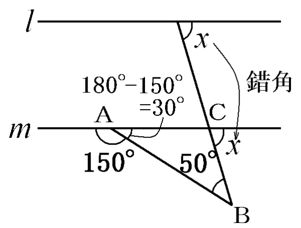
「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，$x + 25° = 70°$

ゆえに，$x = 70° - 25° = 45°$

[解答 33]① $x = 80°$　② $x = 130°$　$y = 90°$

[解説]

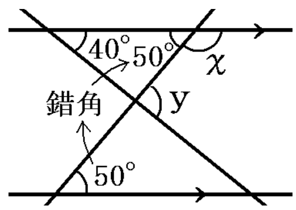
①右図で，$\angle\mathrm{BAC} = 180° - 150° = 30°$（90° より大きい角は小さい角にしておく）



また,「平行線の錯角は等しい」の性質を使って x を右図のように移す。△ABC で，三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しいので,

$x = 30° + 50° = 80°$

②「平行線の錯角は等しい」ので, 50° の角を図のように移動する。



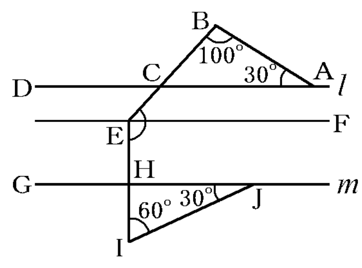
図より，$x + 50° = 180°$　ゆえに，$x = 130°$

「三角形の外角は, それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，$y = 40° + 50° = 90°$

[解答 34] $x = 140°$

[解説]

右図のように，l, m に平行で点 E を通る直線を引く。



△ABC で，三角形の内角の和は 180°なので,

$\angle\mathrm{ACB} = 180° - (100° + 30°) = 50°$

$l \parallel \mathrm{EF}$ なので，同位角は等しく，$\angle\mathrm{CEF} = \angle\mathrm{ACB}$

よって，$\angle\mathrm{CEF} = 50°$・・・①

次に，△HIJ で，三角形の内角の和は 180°なので,

$\angle\mathrm{IHJ} = 180° - (60° + 30°) = 90°$

$m \parallel \mathrm{EF}$ なので，同位角は等しく，$\angle\mathrm{HEF} = \angle\mathrm{IHJ}$

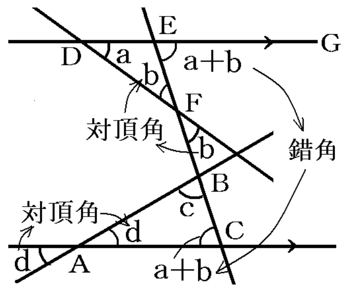
よって，$\angle\mathrm{HEF} = 90°$・・・②

①，②より，$x = \angle\mathrm{CEH} = \angle\mathrm{CEF} + \angle\mathrm{HEF} = 50° + 90° = 140°$

[解答 35]180°

[解説]

「対頂角は等しい」性質を使って,図のように角 b と d を移す。
△DEF で,「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，∠GEF＝a＋b
「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように角 a＋b を移す。△ABC で三角形の内角の和は 180° ので，
a＋b＋c＋d＝180°

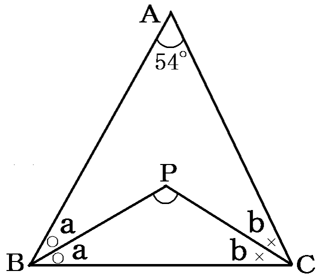


[三角形の内角の二等分]

[解答 36]117°

[解説]

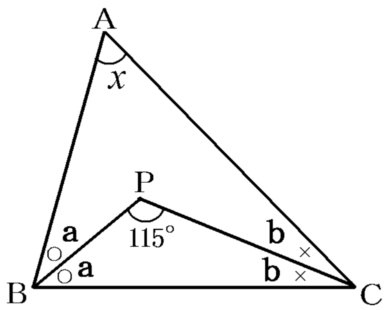
△PBC で三角形の内角の和は 180° なので，
∠BPC＋a＋b＝180°
よって，∠BPC＝180° －(a＋b)･･･①
同様に△ABC で
2a＋2b＋54° ＝180° ， 2(a＋b)＝126° ， a＋b＝63°
これを①に代入すると，∠BPC＝180° －63° ＝117°



[解答 37] x ＝50°

[解説]

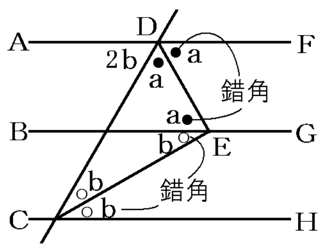
△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，
x ＋2a＋2b＝180°　　よって，
x ＝180° －2a－2b＝180° －2(a＋b) ･･･①
同様に，△PBC で，a＋b＋115° ＝180°
よって，a＋b＝180° －115° ＝65° ･･･②
②を①に代入すると，
x ＝180° －2×65° ＝180° －130° ＝50°



[解答 38] x ＝90°

[解説]

右図のように，●の角を a，○の角を b とする。
l， m に平行な直線 BG を引く。
平行線の錯角は等しいので，
∠BEC＝∠ECH＝b，∠BED＝∠EDF＝a
よって， x ＝a＋b ･･･①



ところで，平行線の錯角は等しいので，∠ADC＝∠DCH＝2b

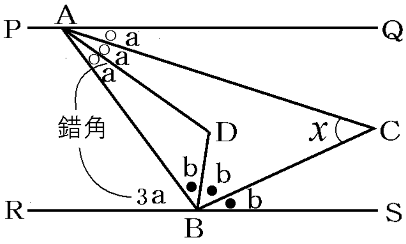
ADE は直線なので，2b＋a＋a＝180°，2a＋2b＝180°，a＋b＝90° ･･･②

①，②よる，x＝a＋b＝90°

[解答 39] x＝60°

[解説]

右図のように，平行線の錯角は等しいので，



∠ABR＝3a

よって，3a＋b＋b＋b＝180°

3a＋3b＝180°，a＋b＝60° ･･･①

△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，

x＋a＋a＋b＋b＝180°，x＋2(a＋b)＝180°

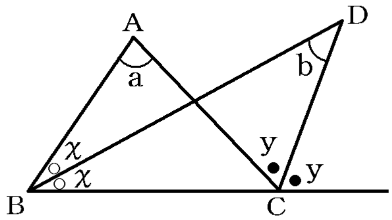
①を代入して，x＋2×60°＝180°

x＋120°＝180°，よって，x＝180°－120°＝60°

[解答 40] $\frac{a}{2}$

[解説]

図のように角 x，y，b をおく。



「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

△BCD で，b＋x＝y，b＝$y-x$･･･①

△ABC で，a＋2x＝2y，2y－2x＝a,

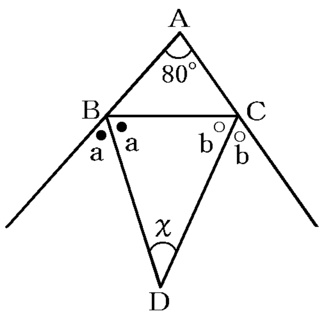
よって $y-x=\frac{1}{2}$a･･･②

①，②より，b＝$\frac{1}{2}$a

[解答 41] x＝50°

[解説]

右図において，



∠ABC＝180°－2a

∠ACB＝180°－2b

△ABC で内角の和は 180° なので，

∠A＋∠ABC＋∠ACB＝180°

80° ＋180° －2a＋180° －2b＝180°

－2a－2b＝180° －80° －180° －180°

－2a－2b＝－260° ，a＋b＝130°

次に，△BCD で内角の和は 180° なので， x＋a＋b＝180°

a＋b＝130° を代入すると， x＋130° ＝180°

よって， x＝180° －130° ＝50°

[折り返し]

[解答 42] x＝70°

[解説]

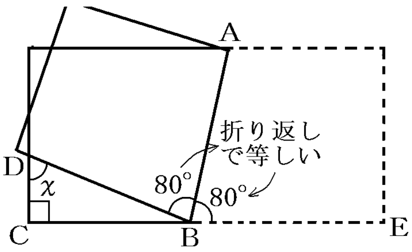
折り返してできた角は等しいので,

∠ABE＝80°

直角三角形 BCD で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので,

x＋90° ＝80° ＋80°

ゆえに， x＝80° ＋80° －90° ＝70°



[解答 43] x＝36°

[解説]

∠DPQ＝180° －108° ＝72°

平行線の錯角は等しいので,

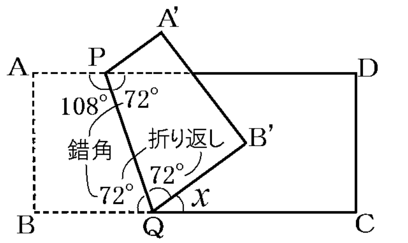
∠PQB＝∠DPQ＝72°

折り返してできた角は等しいので,

∠PQB'＝∠PQB＝72°

BQC は一直線なので，72° ＋72° ＋ x＝180°

よって， x＝180° －72° －72° ＝36°



[解答 44] x＝136°

[解説]

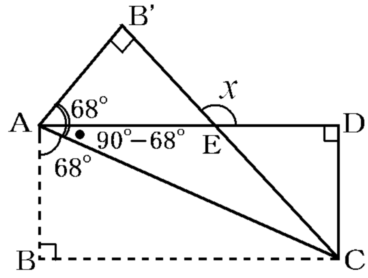
AC を折り目にして折り返しているので,

∠B'AC＝∠BAC＝68°

また，∠CAE＝90°－68°＝22°

よって，∠B'AE＝∠B'AC－∠CAE＝68°－22°＝46°

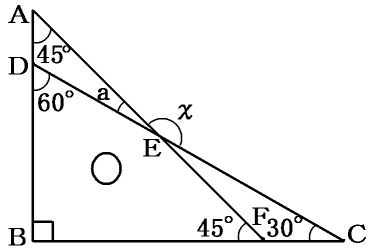
△AB'E において, 1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので， x＝∠B'AE＋∠AB'E＝46°＋90°＝136°



[三角形の角：その他]

[解答 45] x＝165°

[解説]



三角定規の角は「90° 60° 30° 」と「90° 45° 45° 」

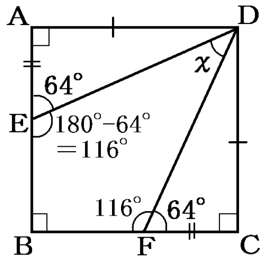
右図のように a の角をとる。△ADE で，「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，a＋45° ＝60°　ゆえに，a＝15°

x＋a＝180° ， x＋15° ＝180°

ゆえに， x＝165°

[解答 46] x＝38°

[解説]



∠BED＝180° －64° ＝116°

△AED と△CFD は合同(2 辺とその間の角が等しいので)

ゆえに，∠CFD＝64° で，

∠BFD＝180° －64° ＝116°

四角形 BFDE で，四角形の内角の和は，

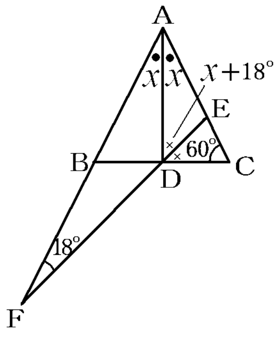
180° ×(4−2)＝360° なので，

x＋90° ＋116° ＋116° ＝360°

x＋322° ＝360°　ゆえに， x＝38°

[解答 47]56°

[解説]



右図のように∠BAD＝∠EAD＝xとおく。

△AFD で，1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので，

∠ADE＝∠FAD＋∠AFD＝x＋18°

∠ADE＝∠CDE なので，∠ADC＝2∠ADE＝2(x＋18°)

△ADC で，内角の和は 180°なので，

x＋2(x＋18°)＋60°＝180°

3x＋36°＋60°＝180°，3x＝180°−36°−60°

3x＝84°，よってx＝84°÷3＝28°

ゆえに，∠BAC＝2x＝2×28°＝56°

[鋭角･鈍角･直角]

[解答 48]① 鋭角　② 鈍角

[解説]

0°＜x＜90° のときのxを鋭角，x＝90° のときのxを直角, 90°＜x＜180° のときのxを鈍角という。三角形の 3 つの角の中で最大の角が，①鋭角なら鋭角三角形，②直角なら直角三角形，③鈍角なら鈍角三角形である。

[解答 49](1) 鈍角三角形　(2) 直角三角形

[解説]

三角形の 3 つの角の中で最大の角が，①鋭角(90° より小さい)なら鋭角三角形，②直角なら直角三角形，③鈍角(90° より大きい)なら鈍角三角形である。

(1) (残りの角)＝180°－(21°＋48°)＝111° で最大角 111° が鈍角なので鈍角三角形。

(2) (残りの角)＝180°－(23°＋67°)＝90° なので，直角三角形。

[解答 50](1) 鈍角三角形　(2) 鋭角三角形　(3) 直角三角形　(4) 鈍角三角形

[解説]

三角形の 3 つの角の中で最大の角が，①鋭角(90° より小さい)なら鋭角三角形，②直角なら直角三角形，③鈍角(90° より大きい)なら鈍角三角形である。

(1) ∠C＝180°－(25°＋60°)＝95° なので鈍角三角形。

(2) ∠C＝180°－(70°＋80°)＝30° で，最大の角が鋭角なので鋭角三角形。

(3) ∠C＝90° なので直角三角形。(他の 2 角は 90° より小さくなる)

(4) ∠B＝100° で鈍角なので鈍角三角形。(他の 2 角は 90° より小さくなる)

[角の総合問題]

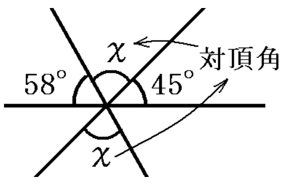
[解答 51](1) x＝77°　(2) x＝127°　(3) x＝36°

[解説]

(1) 「対頂角は等しい」性質を使って角xを図のように移す。

図より，x＋58°＋45°＝180°

x＋103°＝180°　ゆえに，x＝77°

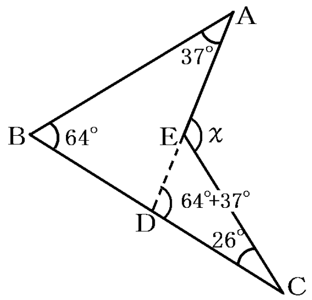


(2) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，△ABD で，∠EDC＝64°＋37°＝101°

△CDE で，x＝∠EDC＋26°

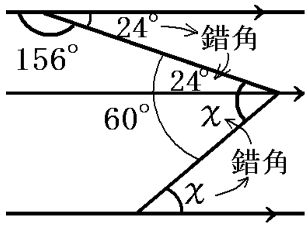
ゆえに，x＝101°＋26°＝127°



(3) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。

「平行線では錯角は等しい」ので，24° と x の角を図のように移す。

図より， $x+24°=60°$　　ゆえに， $x=36°$



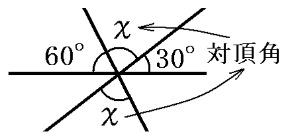
[解答 52](1) $x=90°$　(2) $x=130°$　(3) $x=70°$　(4) $x=55°$　(5) $x=140°$

(6) $x=49°$　(7) $x=114°$

[解説]

(1) 「対頂角は等しい」性質を使って図のように x の角を移す。

図より， $x+60°+30°=180°$　　ゆえに， $x=90°$



(2) 「平行線では同位角は等しい」ので， $x=130°$

(3) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

$x=50°+20°=70°$

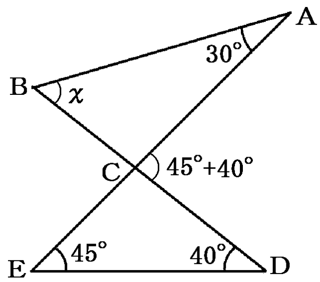
(4) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

△CDE で，∠ACD＝45°＋40°＝85°

△ABC で，∠ACD＝$x+30°$

よって， $x+30°=85°$

ゆえに， $x=55°$

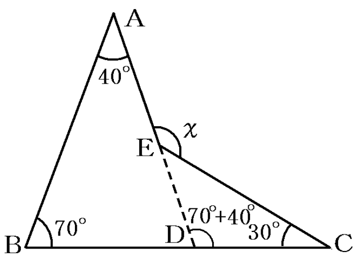


(5) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

△ABD で，∠EDC＝70°＋40°＝110°

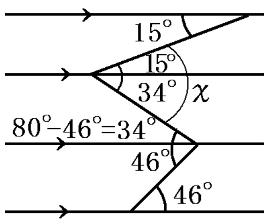
△CDE で， x＝∠EDC＋30°＝110°＋30°＝140°



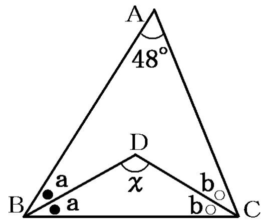
(6) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 15° の角を移す。

また，46° の角を移し，さらに 80°－46°＝34° の角を移す。

図より， $x=34°+15°=49°$



(7) 「三角形の内角の和は 180°」の性質より，



△BDC で，$x+\mathrm{a}+\mathrm{b}=180^\circ$

ゆえに，$x=180^\circ-(\mathrm{a}+\mathrm{b})$・・・①

次に，△ABC で，$2\mathrm{a}+2\mathrm{b}+48^\circ=180^\circ$

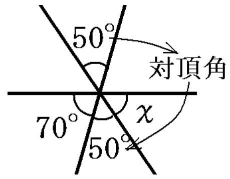
$2\mathrm{a}+2\mathrm{b}=132^\circ$　ゆえに，$\mathrm{a}+\mathrm{b}=66^\circ$・・・②

①に②を代入すると，$x=180^\circ-66^\circ=114^\circ$

[解答 53](1) $x=60^\circ$　(2) $x=25^\circ$　(3) $x=20^\circ$　(4) $x=85^\circ$　(5) $x=67^\circ$

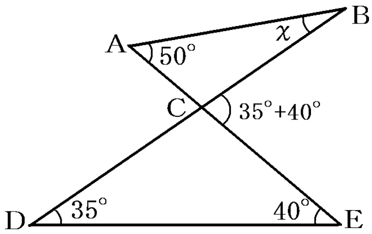
[解説]

(1) 「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。図より，$x+50^\circ+70^\circ=180^\circ$，$x+120^\circ=180^\circ$



ゆえに，$x=60^\circ$

(2) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので

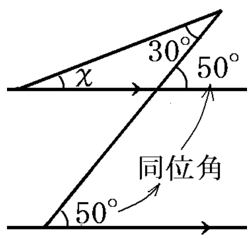


△CDE で，$\angle \mathrm{BCE}=35^\circ+40^\circ=75^\circ$

△ABC で，$\angle \mathrm{BCE}=x+50^\circ$

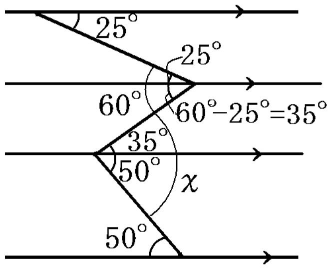
よって，$x+50^\circ=75^\circ$　ゆえに，$x=25^\circ$

(3) 「平行線では同位角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。



「三角形の外角は,それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，$x+30^\circ=50^\circ$ ゆえに，$x=20^\circ$

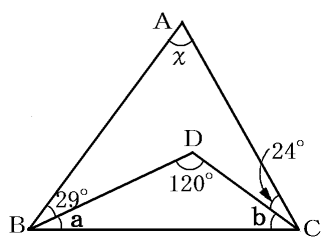
(4) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。(この場合は 2 本)



「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。

また，25° の角を図のように移し，さらに $60^\circ-25^\circ=35^\circ$ の角を移す。図より，$x=35^\circ+50^\circ=85^\circ$

(5) 「三角形の内角の和は 180°」の性質より，



△ABC で，$x+29^\circ+\mathrm{a}+24^\circ+\mathrm{b}=180^\circ$

ゆえに，$x=180^\circ-53^\circ-(\mathrm{a}+\mathrm{b})$

次に△BCD で，$\mathrm{a}+\mathrm{b}+120^\circ=180^\circ$，$\mathrm{a}+\mathrm{b}=60^\circ$

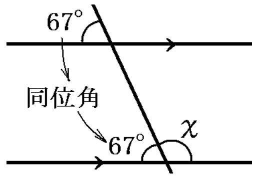
よって，$x=180^\circ-53^\circ-60^\circ=67^\circ$

[解答 54](1) $x=54°$　(2) $x=113°$　(3) $x=69°$　(4) $x=25°$　(5) $x=63°$
(6) $x=25°$　(7) $x=20°$　(8) $x=40°$　(9) $x=125°$　(10) $x=115°$

[解説]

(1) 「平行線では錯角は等しい」ので，$x=54°$

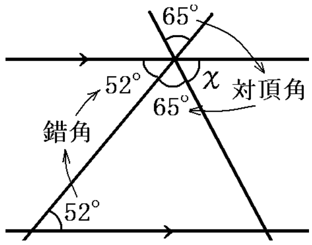
(2) 「平行線では同位角は等しい」の性質を使って，図のように 67° を移す。図より，$x+67°=180°$　ゆえに，$x=113°$



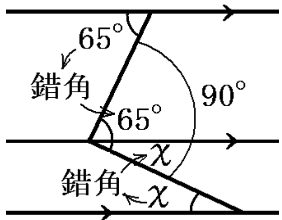
(3) 「三角形の内角の和は 180°」なので，$x+42°+69°=180°$
$x+111°=180°$　ゆえに，$x=69°$

(4) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，
$x+58°=83°$　ゆえに，$x=25°$

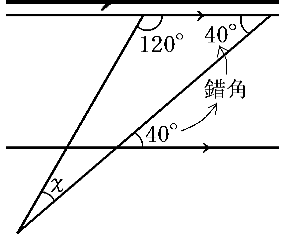
(5) 「平行線では錯角は等しい」の性質を使って，図のように 52° を移す。また，「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 65° を移す。
図より，$x+65°+52°=180°$
$x+117°=180°$　ゆえに，$x=63°$



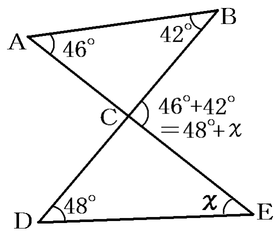
(6) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。
「平行線では錯角は等しい」の性質を使って，図のように 65° と x の角を移す。図より，$x+65°=90°$　ゆえに，$x=25°$



(7) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 40° を移す。
「三角形の内角の和は 180°」の性質より，
$x+40°+120°=180°$，$x+160°=180°$
ゆえに，$x=20°$



(8) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので△ABC で，∠BCE＝46°＋42°＝88°
△CDE で，∠BCE＝48°＋x
ゆえに，48°＋x＝88°　よって $x=40°$

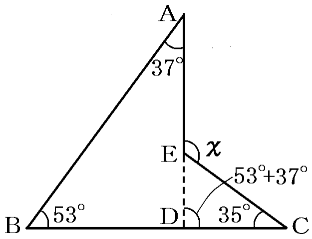


(9) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，△ABD で，∠EDC＝53° ＋37° ＝90°

また，△EDC で，x ＝∠EDC＋35°

ゆえに，x ＝90° ＋35° ＝125°



(10)「三角形の内角の和は 180° 」なので，△DBC で

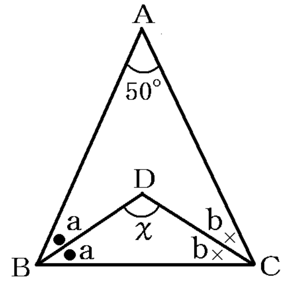
x ＋a＋b＝180° ，x ＝180° −(a＋b)･･･①

△ABC で，2a＋2b＋50° ＝180°

2(a＋b)＝130°　 ゆえに，a＋b＝65° ･･･②

②を①に代入すると，

x ＝180° −65° ＝115°



[解答 55](1) x ＝60°　 (2) x ＝105° ，y ＝123°　 (3) x ＝31°　 (4) x ＝150°

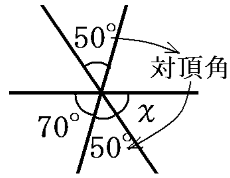
(5) x ＝25°　 (6) x ＝92°　 (7) x ＝90°

[解説]

(1) 「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。

図より，x ＋50° ＋70° ＝180° ，x ＋120° ＝180°

ゆえに，x ＝60°

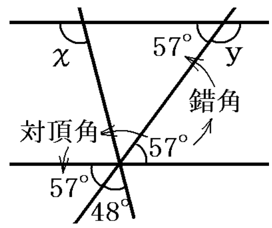


(2) 「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 57° を移す。

「平行線では同位角は等しい」ので，

図より，x ＝57° ＋48° ＝105°

次に，「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 57° を移す。図より，57° ＋ y ＝180°　 ゆえに，y ＝123°

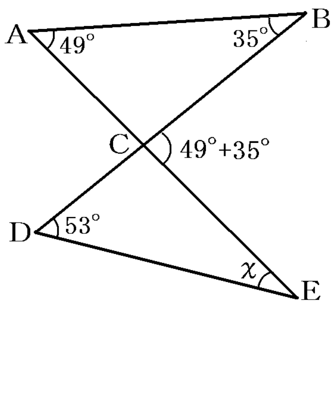


(3) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

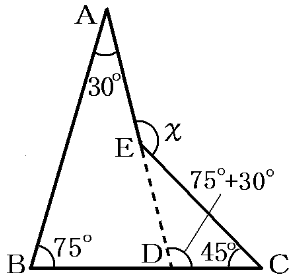
△ABC で，∠BCE＝49° ＋35° ＝84°

△CDE で，∠BCE＝ x ＋53°

ゆえに，x ＋53° ＝84° よって x ＝31°



(4) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。

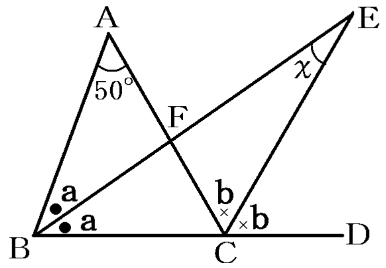


「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

△ABD で，∠EDC＝75° ＋30° ＝105°

△CDE で，x＝∠EDC＋45° ＝105° ＋45° ＝150°

(5) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，



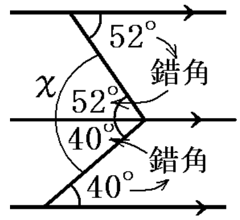
△BCE で，x＋a＝b，x＝b－a･･･①

△ABC で，2b＝2a＋50°

2b－2a＝50° ，b－a＝25° ･･･②

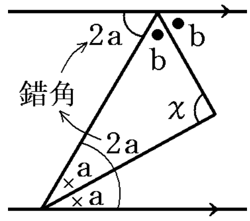
①に②を代入すると，x＝b－a＝25°

(6) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。



「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 52° と 40° の角を移す。図より，x＝52° ＋40° ＝92°

(7) 図のように角 a，b をとる。



「三角形の内角の和は 180° 」の性質より，

x＋a＋b＝180° ，x＝180－(a＋b)･･･①

「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 2a の角を移すと，図より，

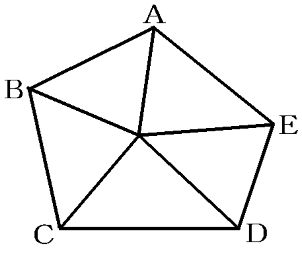
2a＋b＋b＝180° ，2a＋2b＝180° ，a＋b＝90° ･･･②

②を①に代入すると，x＝180° －90° ＝90°

【】多角形の内角の和・外角の和

[多角形の内角の和]

[解答 56]

	(考え方) 図のように 5 つの三角形に分けると，五角形の内角の和は，5 つの三角形から，360° をひいたものになるから， 180° ×5 －360° ＝540°

[解説]n 角形の場合，

木村さんの考え方では，n−2 個の三角形ができるので，

(内角の和)＝180°×(n−2)

山田君の考え方では，n 個の三角形の内角の和から 360°を引くので，

(内角の和)＝180°×n−360°＝180°×n−180°×2＝180°×(n−2)

[解答 57]900°

[解説]

(n 角形内角の和)＝180°×(n−2)なので，

(七角形の内角の和)＝180°×(7−2)＝900°

[n 角形の内角の和]
180°×(n−2)

[解答 58](1) 1080°　(2) 144°

[解説]

(1) (n 角形内角の和)＝180°×(n−2)なので，

(八角形の内角の和)＝180°×(8−2)＝1080°

(2) (n 角形の内角の和)＝180°×(n−2)なので，

(正十角形の内角の和)＝180°×(10−2)＝1440°

(1 つの内角)＝1440°÷10＝144°

[解答 59]十二角形

[解説]

(n 角形内角の和)＝180°×(n−2)＝1800°とおくと，

n−2＝1800°÷180°，n−2＝10，n＝12　したがって十二角形

[解答 60](1) 1800°　(2) 七角形　(3) 正十八角形

[解説]

(1) (n 角形の内角の和)＝180°×(n−2)なので，

(十二角形の内角の和)＝180°×(12−2)＝1800°

(2) (n 角形の内角の和)＝180°×(n−2)＝900°とおく。n−2＝900°÷180°

n−2＝5　ゆえに，n＝7　よって七角形

(3) 正 n 角形とする。(n 角形の内角の和)＝180°×(n−2)

また，1 つの内角の大きさが 160°であるので，(n 角形の内角の和)＝160°×n

ゆえに，180°×(n−2)＝160°×n

9(n−2)＝8n，9n−18＝8n，n＝18

よって正十八角形

[多角形の外角の和]

[解答 61](1) 360°　(2) 36°

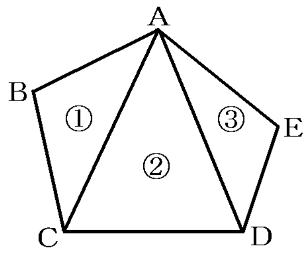
[解説]

(1) 多角形の外角の和は 360° であるが，これは次のようにして説明できる。

多角形の外角の和は
180°

右図のように，1 つの頂点から対角線を引いて三角形に分割すると，n 角形の場合は n－2 個の三角形ができるので，

(内角の和)＝180° ×(n－2)となる。



1 つの頂点について，(内角)＋(外角)＝180° になるので，

(n 角形の内角の和)＋(n 角形の外角の和)＝180° ×n となる。

よって，(n 角形の外角の和)＝180° ×n－(n 角形の内角の和)

＝180° ×n－180° ×(n－2)＝180° ×n－180° ×n＋360° ＝360°

(2) 360° ÷10＝36°

[解答 62]72°

[解説]

多角形の外角の和は 360° なので，(正五角形の 1 つの外角)＝360° ÷5＝72°

[解答 63]正六角形

[解説]

正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 60° なので外角の和は 60° ×n

多角形の外角の和は 360° なので，

60° ×n＝360°　n＝360° ÷60° ＝6　したがって正六角形

[解答 64](1) 正二十四角形　(2) 8 本

[解説]

(1) 正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 15° なので外角の和は 15° ×n

多角形の外角の和は 360° なので，

15° ×n＝360°　n＝360° ÷15° ＝24　よって正二十四角形

(2) 外角の大きさを x とすると，内角は外角の 3 倍なので $3x$

(内角)＋(外角)＝180° なので，$x+3x=180°$　$4x=180°$　ゆえに，$x=45°$

正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 45° なので外角の和は 45° ×n

多角形の外角の和は 360° なので，

45° ×n＝360° ，n＝8　よって正八角形で，辺の数は 8 本

【】多角形の角の計算

[1 つの角を求める]

[解答 65] $x=110°$

[解説]

多角形の外角の和は 360° であるので，

多角形の外角の和は 180°

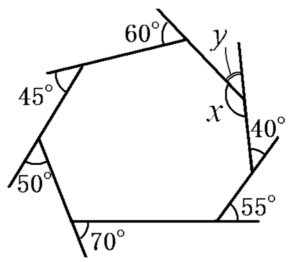
$x+100°+35°+115°=360°$

$x+250°=360°$　　よって，$x=110°$

[解答 66] $x=140°$

[解説]

右図のように角 y をとる。



多角形の外角の和は 360°なので，$y+320°=360°$

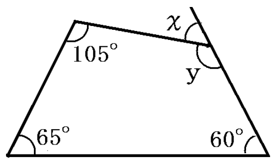
よって，$y=360°-320°=40°$

$x=180°-y=180°-40°=140°$

[解答 67] $x=50°$

[解説]

右図のように角 y をとる。



四角形の内角の和は，

$180°\times(4-2)=360°$ なので，

$y+60°+65°+105°=360°$

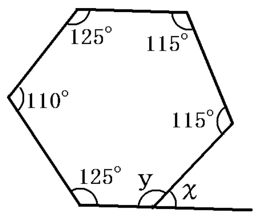
$y+230°=360°$ ゆえに，$y=130°$

よって $x=180°-y=180°-130°=50°$

[解答 68]① $x=50°$　　② $x=104°$

[解説]

① 右図のように y の角をとる。



6 角形の内角の和は，$180°\times(6-2)=720°$ なので，

$y+125°+110°+125°+115°+115°=720°$

$y+590°=720°$　　ゆえに，$y=130°$

よって，$x=180°-y=180°-130°=50°$

② 五角形の内角の和は，$180°\times(5-2)=540°$

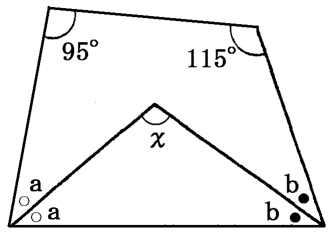
ゆえに，$(180°-60°)+x+104°+97°+115°=540°$　　$x=104°$

[角の二等分]

[解答 69] x ＝105°

[解説]

「三角形の内角の和は 180°」の性質より，



x ＋a＋b＝180°

x ＝180° －(a＋b)･･･①

四角形の内角の和は 180° ×(4－2)＝360° なので，

2a＋2b＋115° ＋95° ＝360°

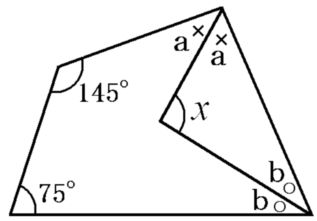
2a＋2b＝150°　ゆえに，a＋b＝75° ･･･②

①に②を代入すると， x ＝180° －75° ＝105°

[解答 70] x ＝110°

[解説]

「三角形の内角の和は 180°」の性質より，



x ＋a＋b＝180°

x ＝180° －(a＋b)･･･①

四角形の内角の和は，180°×2＝360°なので，

75°＋145°＋2a＋2b＝360°

2a＋2b＝360°－(75°＋145°)，2(a＋b)＝140°，

a＋b＝140°÷2＝70° ･･･②

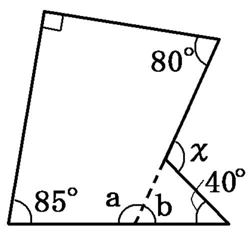
①に②を代入すると， x ＝180°－70°＝110°

[1 つの角を求める]

[解答 71] x ＝115°

[解説]

図のように a，b の角をとって考える。



四角形の内角の和は，180° ×(4－2)＝360° なので，

a＋85° ＋90° ＋80° ＝360°　a＝105°

b＝180° －a＝180° －105° ＝75°

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので， x ＝40° ＋ b ＝40° ＋75° ＝115°

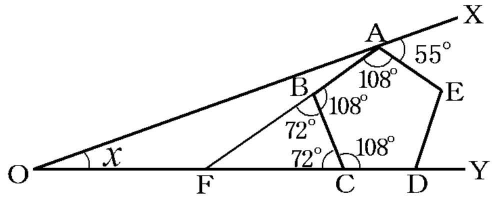
[解答 72] $x=19°$

[解説]

右図のように，AB を延長して OY との交点を F とする。五角形の内角の和は，180° ×(5－2)＝540° であるので，

正五角形の 1 つの内角は，

540° ÷5＝108° になる。



△FBC で，∠FBC＝180° －108° ＝72° ，∠FCB＝180° －108° ＝72° なので，

∠BFC＝180° －72° －72° ＝36°

また，∠OAF＝180° －108° －55° ＝17°

△AOF で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

x＋∠OAF＝∠BFC

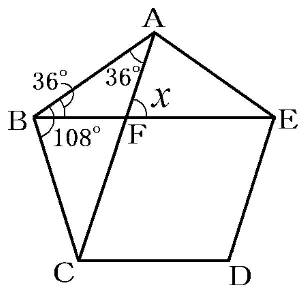
よって，x＋17° ＝36° ，x＝36° －17° ＝19°

[解答 73] $x=72°$

[解説]

五角形の内角の和は，180° ×(5－2)＝540° であるので，

正五角形の 1 つの内角は，540° ÷5＝108° になる。



よって，△ABC で，∠ABC＝108°

△ABC は BA＝BC の二等辺三角形なので，

∠BAC＝(180° －108°)÷2＝36°

△ABE は△ABC と合同な三角形なので，

∠ABF＝36° △ABF で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，x＝∠AFE＝∠ABF＋∠BAF＝36° ＋36° ＝72°

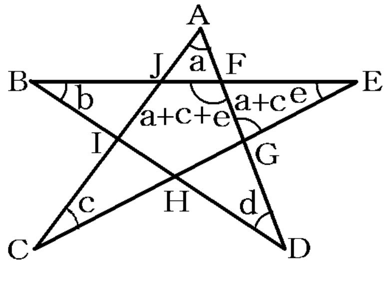
[角の和を求める]

[解答 74]180°

[解説]

図のように各頂点の角を a，b，c，d，e で表す。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使って角をまとめていく。



まず，△ACG で，∠AGE＝a＋c

次に，△EFG で，∠BFD＝a＋c＋e

三角形 BDF で，「三角形の内角の和は 180° 」なので，

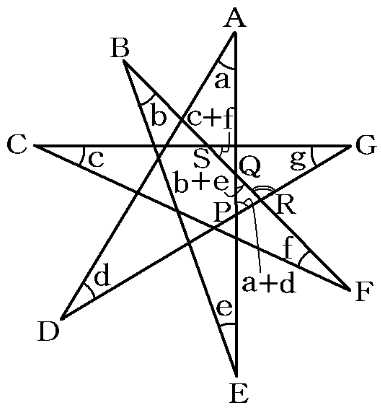
(a＋c＋e)＋b＋d＝180°

ゆえに，a＋b＋c＋d＋e＝180° ，∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＝180°

[解答 75]180°

[解説]

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使う。



△ADP で，∠APG＝$a+d$・・・①

△BEQ で，∠EQF＝$b+e$・・・②

△CFS で，∠RSG＝$c+f$・・・③

次に，△PQR で，

①，②より，∠SRG＝$(a+d)+(b+e)$・・・④

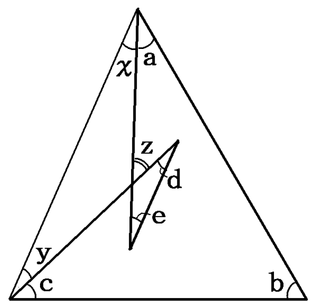
三角形の内角の和は 180°なので，△SRG で，∠SRG＋∠RSG＋∠SGR＝180°

③，④より，$(a+d)+(b+e)+(c+f)+g=180°$　よって，$a+b+c+d+e+f+g=180°$

[解答 76]180°

[解説]

図のように角 a～e，x～z をおく。



「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，$z=d+e$，$z=x+y$

ゆえに，$d+e=x+y$

また，三角形の内角の和は 180°なので

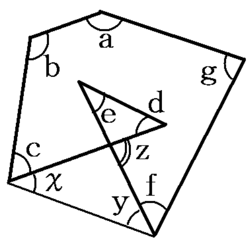
(求める角の和)＝$a+b+c+d+e$

＝$a+b+c+x+y=180°$

[解答 77]540°

[解説]

右図のように，角 x，y，z をとる。



「三角形の外角は,それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，$z=d+e$，$z=x+y$

よって，$d+e=x+y$

また，五角形の内角の和は $180°\times(5-2)=540°$ なので，

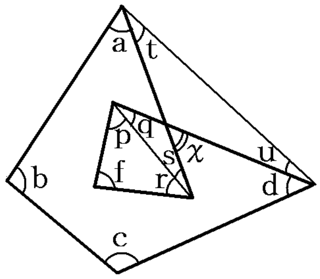
$a+b+c+d+e+f+g=(a+b+c+f+g)+(d+e)$

$=(a+b+c+f+g)+(x+y)=540°$

[解答 78]540°

[解説]

図のように，p，q，r，s，t，u，およびxの角をとる。



(角の合計)$=\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$

$=\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle f+\angle p+\angle q+\angle r+\angle s$

$=(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)+(\angle f+\angle p+\angle r)+(\angle q+\angle s)$

「三角形の内角の和は 180° 」なので，

$\angle f+\angle p+\angle r=180°$

よって，(角の合計)$=(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)+180°+(\angle q+\angle s)$

ところで，「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

$\angle q+\angle s=\angle x$，$\angle t+\angle u=x$　よって$\angle q+\angle s=\angle t+\angle u$

ゆえに，(角の合計)$=(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)+180°+(\angle t+\angle u)$

$=(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle t+\angle u)+180°$

四角形の内角の和は $180°\times(4-2)=360°$ なので，

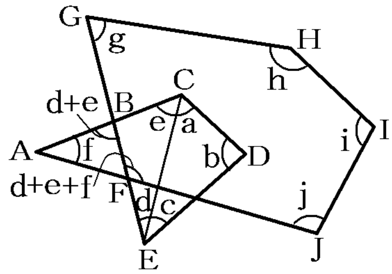
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle t+\angle u=360°$

ゆえに，(角の合計)$=360°+180°=540°$

[解答 79]720°

[解説]

右図のように角 a～j をとる。



△CDE で「三角形の内角の和は 180° 」なので，

$a+b+c=180°$ ･･･①

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，△BCE で，$\angle ABF=d+e$

さらに，△ABF で$\angle BFJ=d+e+f$

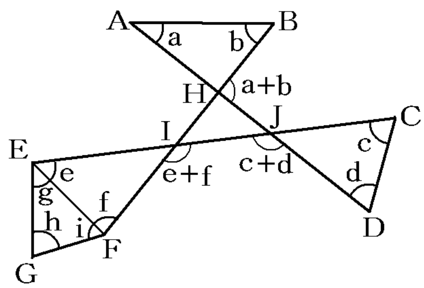
(五角形 FGHIJ の内角の和)$=(d+e+f)+g+h+i+j=180°\times(5-2)=540°$ ･･②

①，②より，$a+b+c+d+e+f+g+h+i+j=180°+540°=720°$

[解答 80]360°

[解説]

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，



△ABH で，$\angle BHJ=a+b$

△CDJ で，$\angle DJI=c+d$

△EFI で，$\angle FIJ=e+f$

△HIJ で，多角形の外角の和は 180°なので，

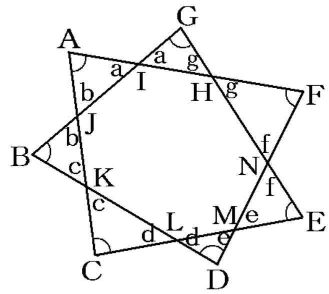
(a＋b)＋(c＋d)＋(e＋f)＝180°･･･①

次に，△FEG で，g＋h＋i＝180°･･･②　①，②の両辺をそれぞれ加えると，

a＋b＋c＋d＋e＋f＋g＋h＋i＝180°＋180°＝360°

[解答 81]540°

[解説]



右図のように，△AIJ の∠A 以外の 2 つの内角の大きさを a，b とする。同様にして，内角 c～g をとる。

(対頂角は等しいので，∠GIH＝∠AIJ＝a)

三角形の内角の和は 180°なので，

∠A＋a＋b＝180°･･･①

∠B＋b＋c＝180°･･･②

∠C＋c＋d＝180°･･･③

∠D＋d＋e＝180°･･･④

∠E＋e＋f＝180°･･･⑤

∠F＋f＋g＝180°･･･⑥

∠G＋g＋a＝180°･･･⑦

①～⑥を加え合わせると，

∠A+∠B+∠C+∠D+∠E+∠F+∠G+2a＋2b＋2c＋2d＋2e＋2f＋2g=180°×7

∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G＋2(a＋b＋c＋d＋e＋f＋g)=180°×7

ところで，a＋b＋c＋d＋e＋f＋g は 7 角形 HIJKLMN の外角の和であるので，

a＋b＋c＋d＋e＋f＋g＝360°

よって，∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G＋360°×2＝180°×7

ゆえに，∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G＝180°×7－360°×2

＝1260°－720°＝540°

[解答 82]1440°

[解説]

(n 角形内角の和)＝180°×(n－2) なので，

(五角形の内角の和)＝180°×(5－2)＝540°

内側の三角形の印をつけた角の和は，

360°×3－(三角形の内角の和)＝360°×3－180°＝1080°－180°＝900°

よって，全体の角の和は，540°＋900°＝1440°

[解答 83]1800°
[解説]
(六角形の内角の和)＝180° ×(6－2)＝720°
内側の四角形の印をつけた角の和は,
360° ×4－(四角形の内角の和)＝360° ×4－360° ＝1080°
よって，全体の角の和は，720° ＋1080° ＝1800°