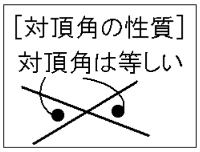
【】対頂角・同位角と錯角

[対頂角]

[解答 1]対頂角

[解説]



[解答 2]

∠a＋∠b＝180°，∠c＋∠b＝180°なので，∠a＋∠b＝∠c＋∠b

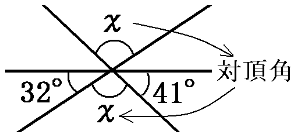
よって，∠a＝∠c

[解答 3] x ＝107°

[解説]

「対頂角は等しい」性質を使って，図のように x の角を移す。図より，x+41° ＋32° ＝180° ，x ＋73° ＝180°

x ＝180° －73° ，ゆえに，x ＝107°

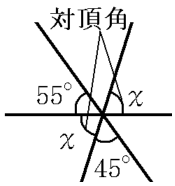


[解答 4](1) x ＝80°　　(2) x ＝50°　　y ＝55°

[解説]

(1) 「対頂角は等しい」性質を使って，図のように x の角を移すと，55° ＋ x ＋45° ＝180°

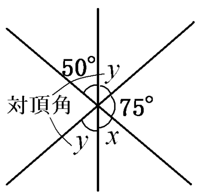
x ＝180° －55° －45° ＝80°



(2) 対頂角は等しいので， x ＝50°

また，対頂角が等しい性質を使って y を右図のように移すと，

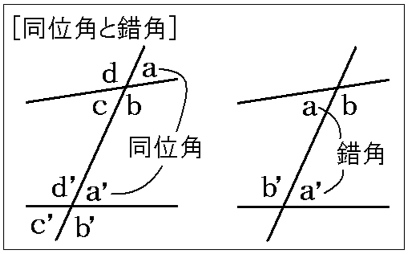
50° ＋ y ＋75° ＝180°　　よって y ＝55°



[同位角と錯角]

[解答 5](1) 対頂角　(2) 同位角　(3) 錯角

[解説]



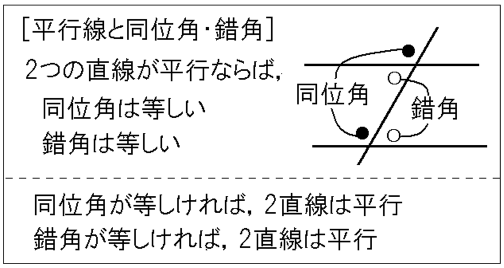
[解答 6]ア ∠d　イ ∠f　ウ ∠h

[解答 7](1) ∠c　(2) ∠g　(3) ∠d

[平行線と同位角・錯角]

[解答 8](1) 対頂　(2) 同位　(3) 錯

[解説]



[解答 9] l // m

[解答 10](1) ∠d，∠f，∠h　(2) 70°

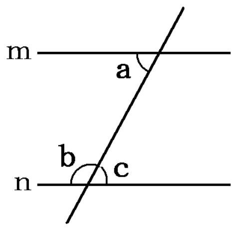
[解答 11]

右図のように∠c をとる。

m // n で，平行線の錯角は等しいので，∠a＝∠c･･･①

また，∠b＋∠c＝180°･･･②

①，②より，∠a＋∠b＝180°

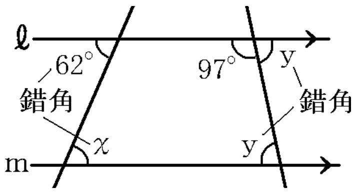


【】平行線の角の計算

[基本問題]

[解答 12] $x=62°$　　$y=83°$

[解説]



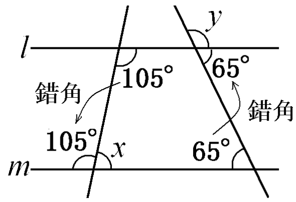
平行線の錯角は等しいので，$x=62°$

「平行線の錯角は等しい」の性質を使って，y を右図のように移すと，

$y+97°=180°$，$y=180°-97°=83°$

[解答 13]① $x=75°$　　$y=115°$　　② $x=45°$　　$y=135°$

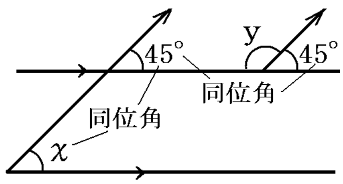
[解説]



①「平行線の錯角は等しい」の性質を使って 105° を右図のように移すと，$105°+x=180°$ よって $x=75°$

同様にして，65° を右図のように移すと，$65°+y=180°$

よって $y=115°$

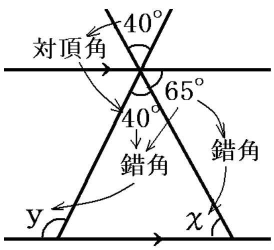


②平行線では同位角は等しいので，$x=45°$

$y+45°=180°$　$y=135°$

[解答 14]① $x=65°$　　$y=105°$　　②　$x=40°$

[解説]



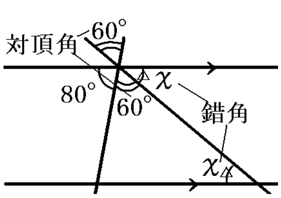
①平行線の錯角は等しいので，$x=65°$

$y=40°+65°=105°$

②「対頂角は等しい」,「平行線の場合の錯角は等しい」などの性質を使って，等しい角度を図に記入。

右図で，$80°+60°+x=180°$

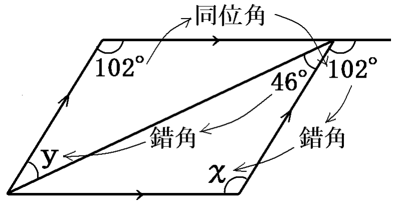
ゆえに，$x=40°$



[解答 15] $x=102°$　　$y=46°$

[解説]

「平行線では錯角は等しい」,「平行線では同位角は等しい」の性質を使って 46° と 102° の角を移す。図より $x=102°$, $y=46°$

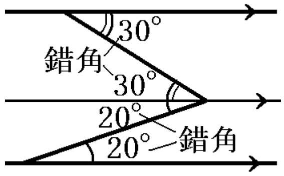


[平行な補助線をひく]

[解答 16] $x=50°$

[解説]

このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。20°，30° の角を中央部へ移す。図より $x=30°+20°=50°$

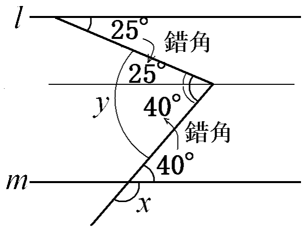


[解答 17]① $x=140°$　　$y=65°$　　② $x=40°$

[解説]

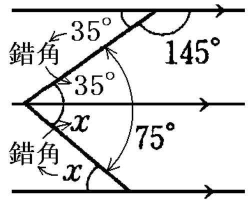
① $x+40°=180°$ なので， $x=140°$

このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。40°，25° の角を中央部へ移す。図より， $y=25°+40°=65°$



②「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように x , 35° の角を中央部へ移す。

図より， $x+35°=75°$ ゆえに， $x=40°$



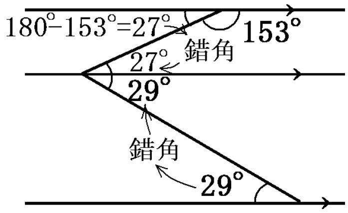
[解答 18]① $x=56°$　　② $x=93°$　　③ $x=39°$

[解説]

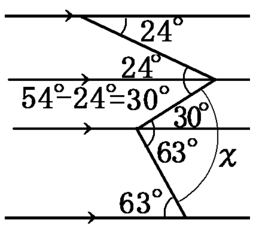
① このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。

「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように，27° と 29° の角を中央部へ移す。

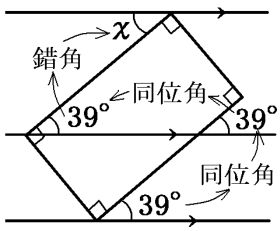
$x=27°+29°=56°$



② 「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように，
63° の角を移す。
次に, 24° の角を移し, さらに, 54° −24° ＝30° の角を移す。
図より， x ＝30° ＋63° ＝93°



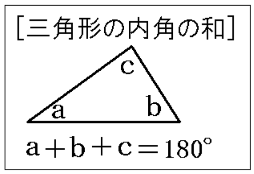
③ 右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引く。
「平行線では同位角は等しい」，「平行線では錯角は等しい」
の性質を使って，図のように 39° を移していくと，x ＝39°



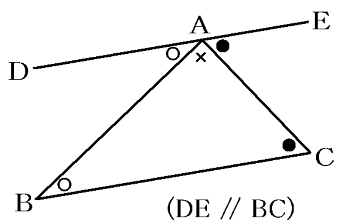
【】三角形の内角・外角

[三角形の内角の和]
[解答 19] x ＝70°

[解説]
三角形の内角の和は 180° なので,
x ＋60° ＋50° ＝180°
ゆえに， x ＝70°



[解答 20]ア 錯角 イ ∠d ウ 同位角 エ ∠e
[解答 21]
(△ABC の内角の和)＝∠BAC＋∠ABC＋∠ACB ･･･①
DE // BC で，平行線の錯角は等しいので,
∠ABC＝∠BAD ･･･②
∠ACB＝∠CAE ･･･③
①，②，③より，
(△ABC の内角の和)＝∠BAC＋∠BAD＋∠CAE＝∠DAE＝180°



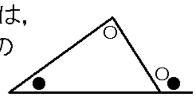
[三角形の外角]

[解答 22] x ＝100°

[解説]

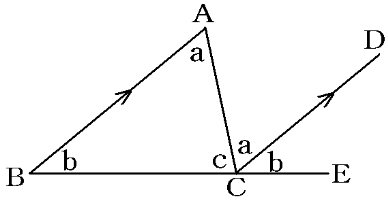
三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しい。

[三角形の外角]
三角形の1つの外角は，
そのとなりにない2つの
内角の和に等しい



まず，右の図を使って，これを説明する。

右の△ABC で，∠BAC＝a，∠ABC＝b，∠ACB＝c とし，AB // CD となるように補助線 CD を引く。



平行線の錯角は等しいので，∠ACD＝∠BAC＝a

平行線の同位角は等しいので，

∠DCE＝∠ABC＝b

(2 つの内角の和)＝∠BAC＋∠ABC＝a＋b

(外角)＝∠ACE＝∠ACD＋∠DCE＝a＋b

よって，三角形の 1 つの外角は，となりあわない 2 つの内角の和に等しい。

この問題では，x ＝70° ＋30° ＝100°

[解答 23]① x ＝115°　② x ＝65°　③ x ＝135°

[解説]

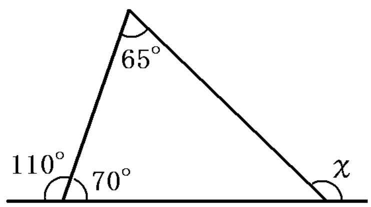
①三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

x ＝60° ＋55° ＝115°

② x ＋45° ＝110°　ゆえに，x ＝65°

③ 180－110° ＝70° を図の中に記入する。

x ＝65° ＋70° ＝135°



[2 つの三角形と外角]

[解答 24] x ＝28°

[解説]

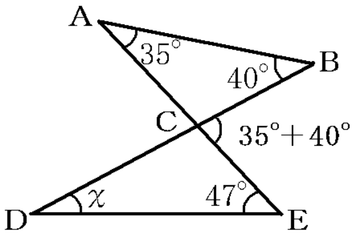
三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

△ABC で∠BCE＝35° ＋40° ＝75°

△CDE で∠BCE＝x ＋47°

ゆえに， x ＋47° ＝75° ，

x ＝75° −47° ＝28°



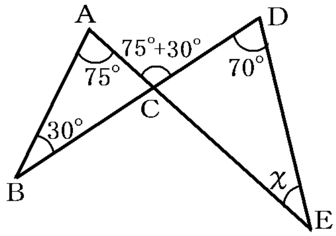
[解答 25] x ＝35°

[解説]

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，△ABC で，∠ACD＝75° ＋30° ＝105°

△CDE で，∠ACD＝x ＋70°

ゆえに， x ＋70° ＝105°　　よって， x ＝35°



[外角＋補助線]

[解答 26] x ＝120°

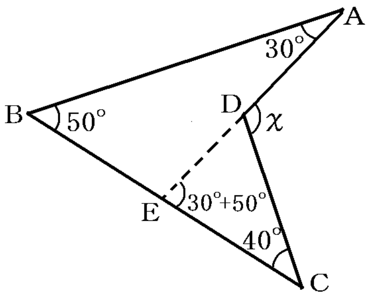
[解説]

図のように，AD を延長させた補助線 DE を引くのがポイント(CD を延長してもよい)。

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

△ABE で，∠DEC＝30° ＋50° ＝80°

△CDE で， x ＝∠DEC＋40° ＝80° ＋40° ＝120°



[解答 27]① x ＝96°　② x ＝60°

[解説]

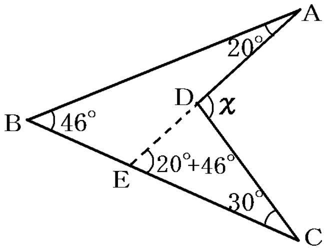
①図のように AD を延長させた補助線 DE を引く。

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，△ABE で，

∠DEC＝20° ＋46° ＝66°

△CDE で， x ＝∠DEC＋30°

ゆえに， x ＝66° ＋30° ＝96°

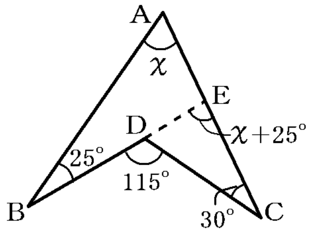


②右図のように BD を延長させて補助線 DE を引く。

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，△ABE で，∠DEC＝ x ＋25°

△CDE で，∠DEC＋30° ＝115°

よって， x ＋25° ＋30° ＝115°　ゆえに， x ＝60°



[解答 28] x ＝31°

[解説]

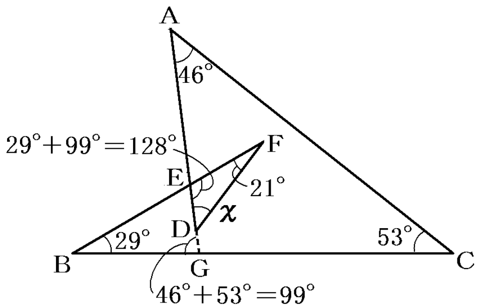
右図のように，AD を延長して BC との交点を G とする。

△ACG で，∠AGB＝46° ＋53° ＝99°

△BEG で，∠GEF＝29° ＋99° ＝128°

△EFD で， x ＋21° ＋128° ＝180°

よって， x ＝180° −21° −128° ＝31°



[解答 29] x ＝38°

[解説]

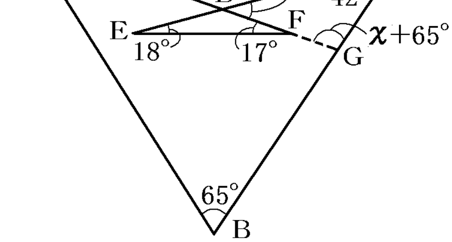
右図のように AF を延長して BC との交点を G とする。△ABG で, ∠AGC＝ x ＋65°

△DEF で，∠CDF＝18° ＋17° ＝35°

△CDG で, 42° ＋35° ＋ x ＋65° ＝180°

x ＝180° −42° −35° −65°

よって， x ＝38°



[解答 30] x ＝71°

[解説]

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使う。まず, △ADF で,

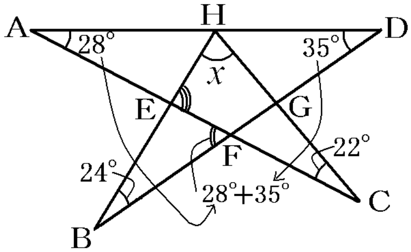
∠AFB＝∠DAF＋∠ADF＝28°＋35°＝63°

次に，△BEF で,

∠CEH＝∠EBF＋∠EFB＝24°＋63°＝87°

△HEC で，三角形の内角の和は 180°なので,

x ＋∠CEH＋∠HCE＝180°，x ＋87°＋22°＝180°　x ＝180°－(87°＋22°)＝71°



[解答 31] x ＝45°

[解説]

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使う。まず, △CFI で,

∠GFI＝∠FCI＋∠FIC＝25°＋30°＝55°

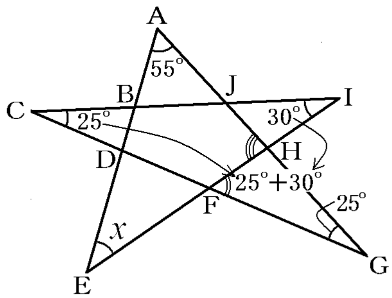
△FGH で,

∠AHE＝∠HFG＋∠HGF＝55°＋25°＝80°

次に，△AEH で，内角の和は 180°なので,

x ＋∠EAH＋∠AHE＝180°

x ＋55°＋80°＝180°，x ＝180°－(55°＋80°)＝45°



[三角形と平行線の角]

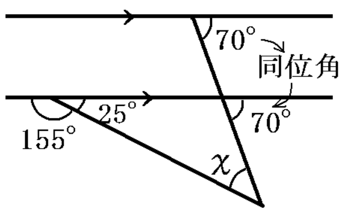
[解答 32] x ＝45°

[解説]

「平行線では同位角は等しい」性質を使って，図のように 70° の角を移す。

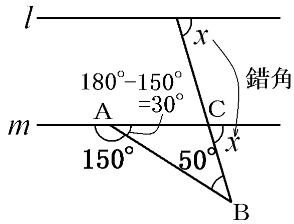
「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，x ＋25° ＝70°

ゆえに，x ＝70° －25° ＝45°



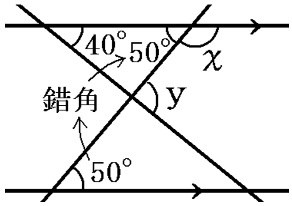
[解答 33]① x ＝80°　② x ＝130°　y ＝90°

[解説]



①右図で，∠BAC＝180°－150°＝30°（90°より大きい角は小さい角にしておく）

また，「平行線の錯角は等しい」の性質を使って x を右図のように移す。△ABC で，三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しいので，x ＝30°＋50°＝80°

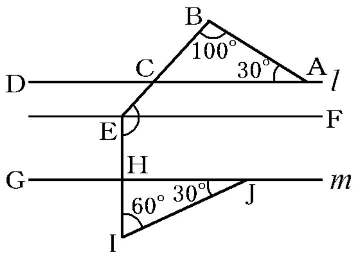


②「平行線の錯角は等しい」ので，50°の角を図のように移動する。図より，x ＋50°＝180° ゆえに，x ＝130°

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，y ＝40°＋50°＝90°

[解答 34] x ＝140°

[解説]



右図のように，l，m に平行で点 E を通る直線を引く。

△ABC で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠ACB＝180°－(100°＋30°)＝50°

l // EF なので，同位角は等しく，∠CEF＝∠ACB

よって，∠CEF＝50°･･･①

次に，△HIJ で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠IHJ＝180°－(60°＋30°)＝90°

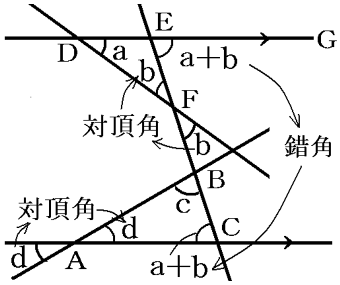
m // EF なので，同位角は等しく，∠HEF＝∠IHJ

よって，∠HEF＝90°･･･②

①，②より，x ＝∠CEH＝∠CEF＋∠HEF＝50°＋90°＝140°

[解答 35]180°

[解説]



「対頂角は等しい」性質を使って，図のように角 b と d を移す。

△DEF で，「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，∠GEF＝a＋b

「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように角 a＋b を移す。

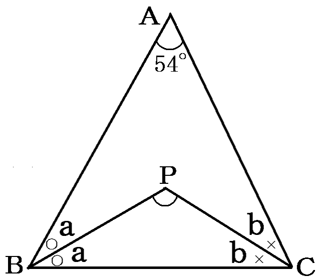
△ABC で三角形の内角の和は 180° ので，

a＋b＋c＋d＝180°

[三角形の内角の二等分]

[解答 36]117°

[解説]



△PBC で三角形の内角の和は 180° なので，

∠BPC＋a＋b＝180°

よって，∠BPC＝180° −(a＋b)･･･①

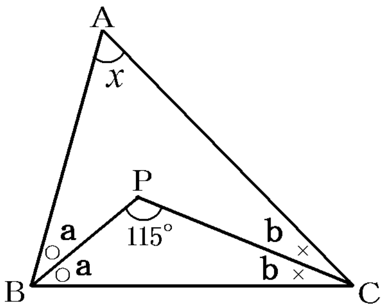
同様に△ABC で

2a＋2b＋54° ＝180° ，2(a＋b)＝126° ，a＋b＝63°

これを①に代入すると，∠BPC＝180° −63° ＝117°

[解答 37] x ＝50°

[解説]



△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，

x ＋2a＋2b＝180°　　よって，

x ＝180° −2a−2b＝180° −2(a＋b) ･･･①

同様に，△PBC で，a＋b＋115° ＝180°

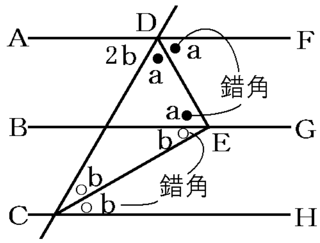
よって，a＋b＝180° −115° ＝65° ･･･②

②を①に代入すると，

x ＝180° −2×65° ＝180° −130° ＝50°

[解答 38] x ＝90°

[解説]



右図のように，●の角を a，○の角を b とする。

l，m に平行な直線 BG を引く。

平行線の錯角は等しいので，

∠BEC＝∠ECH＝b，∠BED＝∠EDF＝a

よって，x ＝a＋b ･･･①

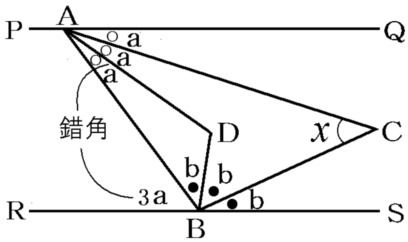
ところで，平行線の錯角は等しいので，∠ADC＝∠DCH＝2b

ADE は直線なので，2b＋a＋a＝180°，2a＋2b＝180°，a＋b＝90° ･･･②

①，②よる，x ＝a＋b＝90°

[解答 39] x ＝60°

[解説]



右図のように，平行線の錯角は等しいので，

∠ABR＝3a

よって，3a＋b＋b＋b＝180°

3a＋3b＝180°，a＋b＝60° ･･･①

△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，

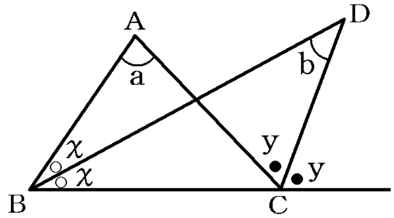
x ＋a＋a＋b＋b＝180°，x ＋2(a＋b)＝180°

①を代入して，x ＋2×60° ＝180°

x ＋120° ＝180°，よって，x ＝180° －120° ＝60°

[解答 40] $\dfrac{a}{2}$

[解説]



図のように角 x，y，b をおく。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

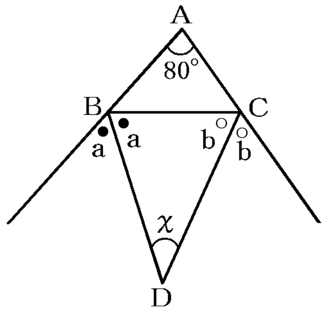
△BCD で，b＋x ＝ y，b＝ $y-x$ ･･･①

△ABC で，a＋2 x ＝2 y，2 y －2 x ＝a，よって $y - x = \frac{1}{2}$ a･･･②

①，②より，b＝$\frac{1}{2}$ a

[解答 41] x ＝50°

[解説]



右図において，

∠ABC＝180° －2a

∠ACB＝180° －2b

△ABC で内角の和は 180° なので，

∠A＋∠ABC＋∠ACB＝180°

80° ＋180° －2a＋180° －2b＝180°

－2a－2b＝180° －80° －180° －180°

－2a－2b＝－260° ，a＋b＝130°

次に，△BCD で内角の和は 180° なので， x ＋a＋b＝180°

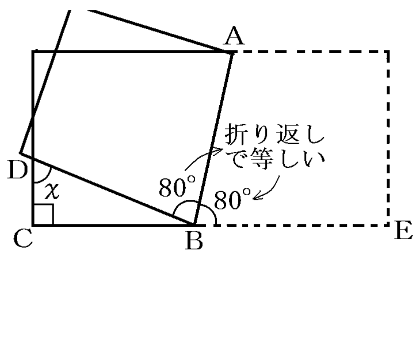
a＋b＝130° を代入すると， x ＋130° ＝180°

よって， x ＝180° －130° ＝50°

[折り返し]

[解答 42] x ＝70°

[解説]



折り返してできた角は等しいので，

∠ABE＝80°

直角三角形 BCD で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

x ＋90° ＝80° ＋80°

ゆえに， x ＝80° ＋80° －90° ＝70°

[解答 43] x ＝36°

[解説]

∠DPQ＝180°　－108°　＝72°

平行線の錯角は等しいので,

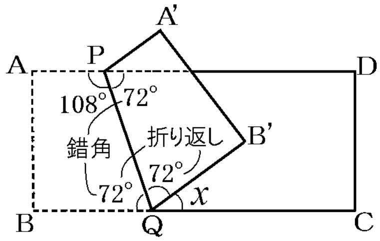
∠PQB＝∠DPQ＝72°

折り返してできた角は等しいので,

∠PQB'＝∠PQB＝72°

BQC は一直線なので，72°　＋72°　＋ x ＝180°

よって，　x ＝180°　－72°　－72°　＝36°



[解答 44] x ＝136°

[解説]

AC を折り目にして折り返しているので,

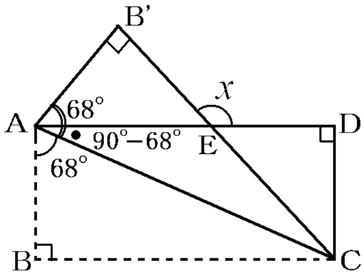
∠B'AC＝∠BAC＝68°

また，∠CAE＝90°－68°＝22°

よって, ∠B'AE＝∠B'AC－∠CAE＝68°－22°＝46°

△AB'E において, 1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので,

x ＝∠B'AE＋∠AB'E＝46°＋90°＝136°



[三角形の角：その他]

[解答 45] x ＝165°

[解説]

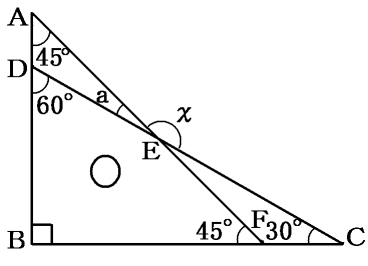
三角定規の角は「90°　60°　30°　」と「90°　45°　45°　」

右図のように a の角をとる。△ADE で,「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，a＋45°　＝60°

ゆえに，a＝15°

x ＋a＝180°　,　x ＋15°　＝180°

ゆえに，　x ＝165°



[解答 46] x ＝38°

[解説]

∠BED＝180° －64° ＝116°

△AED と△CFD は合同(2 辺とその間の角が等しいので)

ゆえに，∠CFD＝64° で，

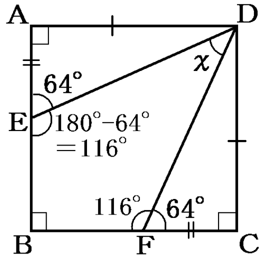
∠BFD＝180° －64° ＝116°

四角形 BFDE で，四角形の内角の和は，

180° ×(4－2)＝360° なので，

x ＋90° ＋116° ＋116° ＝360°

x ＋322° ＝360°　 ゆえに， x ＝38°



[解答 47]56°

[解説]

右図のように∠BAD＝∠EAD＝ x とおく。

△AFD で，1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので，

∠ADE＝∠FAD＋∠AFD＝ x ＋18°

∠ADE＝∠CDE なので，∠ADC＝2∠ADE＝2(x ＋18°)

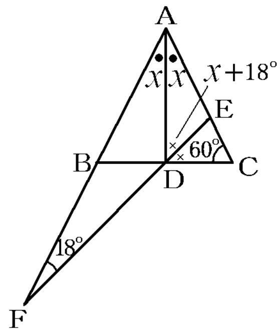
△ADC で，内角の和は 180°なので，

x ＋2(x ＋18°)＋60°＝180°

3 x ＋36°＋60°＝180°，3 x ＝180°－36°－60°

3 x ＝84°，よって x ＝84°÷3＝28°

ゆえに，∠BAC＝2 x ＝2×28°＝56°



[鋭角･鈍角･直角]

[解答 48]① 鋭角　② 鈍角

[解説]

0° ＜ x ＜90° のときの x を鋭角， x ＝90° のときの x を直角，90° ＜ x ＜180° のときの x を鈍角という。三角形の 3 つの角の中で最大の角が，①鋭角なら鋭角三角形，②直角なら直角三角形，③鈍角なら鈍角三角形である。

[解答 49](1) 鈍角三角形　(2) 直角三角形

[解説]

三角形の 3 つの角の中で最大の角が，①鋭角(90°より小さい)なら鋭角三角形，②直角なら直角三角形，③鈍角(90°より大きい)なら鈍角三角形である。

(1) (残りの角)＝180°－(21°＋48°)＝111°で最大角 111°が鈍角なので鈍角三角形。

(2) (残りの角)＝180°－(23°＋67°)＝90°なので，直角三角形。

[解答 50](1) 鈍角三角形　(2) 鋭角三角形　(3) 直角三角形　(4) 鈍角三角形

[解説]

三角形の 3 つの角の中で最大の角が，①鋭角(90°より小さい)なら鋭角三角形，②直角なら直角三角形，③鈍角(90°より大きい)なら鈍角三角形である。

(1) ∠C＝180°－(25°＋60°)＝95°なので鈍角三角形。

(2) ∠C＝180°－(70°＋80°)＝30°で，最大の角が鋭角なので鋭角三角形。

(3) ∠C＝90°なので直角三角形。(他の 2 角は 90°より小さくなる)

(4) ∠B＝100°で鈍角なので鈍角三角形。(他の 2 角は 90°より小さくなる)

[角の総合問題]

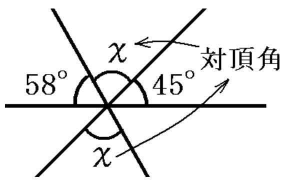
[解答 51](1) x＝77°　(2) x＝127°　(3) x＝36°

[解説]

(1)「対頂角は等しい」性質を使って角 x を図のように移す。

図より，x＋58°＋45°＝180°

x＋103°＝180°　ゆえに，x＝77°

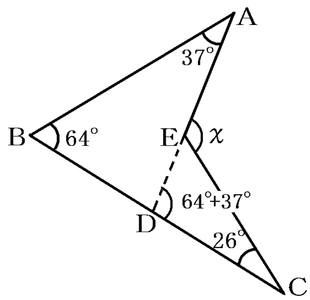


(2) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。

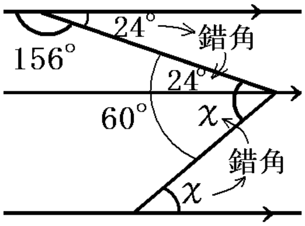
「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，△ABD で，∠EDC＝64°＋37°＝101°

△CDE で，x＝∠EDC＋26°

ゆえに，x＝101°＋26°＝127°



(3) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。



「平行線では錯角は等しい」ので，24° と x の角を図のように移す。

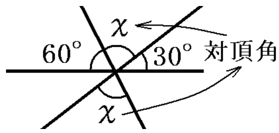
図より，$x+24°=60°$　ゆえに，$x=36°$

[解答 52](1) $x=90°$　(2) $x=130°$　(3) $x=70°$　(4) $x=55°$

(5) $x=140°$　(6) $x=49°$　(7) $x=114°$

[解説]

(1) 「対頂角は等しい」性質を使って図のように x の角を移す。



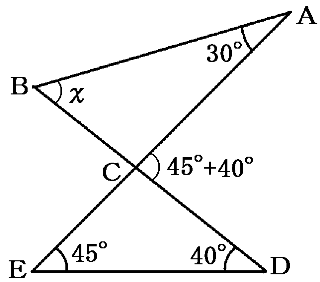
図より，$x+60°+30°=180°$　ゆえに，$x=90°$

(2) 「平行線では同位角は等しい」ので，$x=130°$

(3) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

$x=50°+20°=70°$

(4) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，



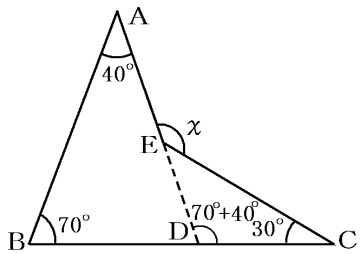
△CDE で，∠ACD＝45°＋40°＝85°

△ABC で，∠ACD＝x＋30°

よって，$x+30°=85°$

ゆえに，$x=55°$

(5) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。



「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

△ABD で，∠EDC＝70°＋40°＝110°

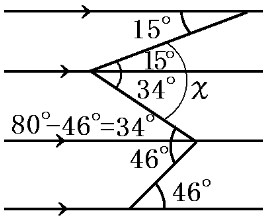
△CDE で，x＝∠EDC＋30°＝110°＋30°＝140°

(6)「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように

15° の角を移す。

また，46° の角を移し，さらに 80° −46° ＝34° の角を移す。

図より， $x=34°+15°=49°$



(7)「三角形の内角の和は 180° 」の性質より，

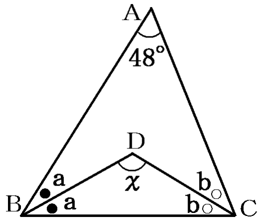
△BDC で， $x+a+b=180°$

ゆえに， $x=180°-(a+b)$・・・①

次に，△ABC で，$2a+2b+48°=180°$

$2a+2b=132°$　　ゆえに，$a+b=66°$ ・・・②

①に②を代入すると， $x=180°-66°=114°$

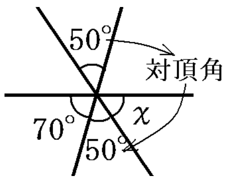


[解答 53](1)　$x=60°$　　(2)　$x=25°$　　(3)　$x=20°$　　(4)　$x=85°$　　(5)　$x=67°$

[解説]

(1)「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。図より， $x+50°+70°=180°$ ， $x+120°=180°$

ゆえに， $x=60°$

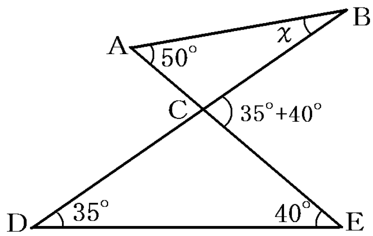


(2)「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので

△CDE で，∠BCE＝35° ＋40° ＝75°

△ABC で，∠BCE＝ $x+50°$

よって， $x+50°=75°$　　ゆえに， $x=25°$

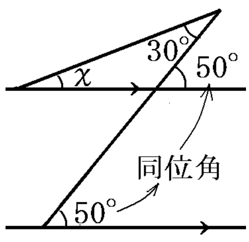


(3)「平行線では同位角は等しい」性質を使って，図のように

50° の角を移す。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

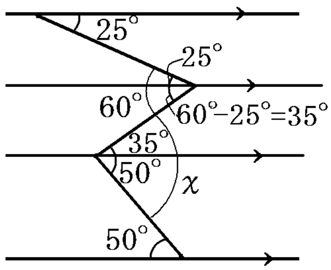
$x+30°=50°$ ゆえに， $x=20°$



(4) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。(この場合は 2 本)

「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。

また，25° の角を図のように移し，さらに 60° −25° ＝35° の角を移す。図より， x ＝35° ＋50° ＝85°



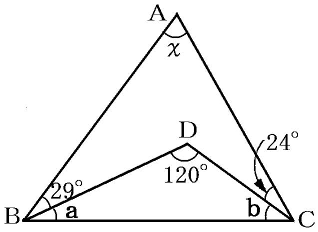
(5) 「三角形の内角の和は 180° 」の性質より，

△ABC で， x ＋29° ＋a＋24° ＋b＝180°

ゆえに， x ＝180° −53° −(a＋b)

次に△BCD で，a＋b＋120° ＝180° ，a＋b＝60°

よって， x ＝180° −53° −60° ＝67°



[解答 54](1) x ＝54°　(2) x ＝113°　(3) x ＝69°　(4) x ＝25°

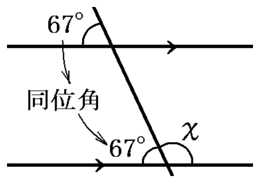
(5) x ＝63°　(6) x ＝25°　(7) x ＝20°　(8) x ＝40°　(9) x ＝125°

(10) x ＝115°

[解説]

(1) 「平行線では錯角は等しい」ので， x ＝54°

(2) 「平行線では同位角は等しい」の性質を使って，図のように 67° を移す。図より，x ＋67° ＝180°　ゆえに，x ＝113°



(3) 「三角形の内角の和は 180° 」なので， x ＋42° ＋69° ＝180°

x ＋111° ＝180°　ゆえに， x ＝69°

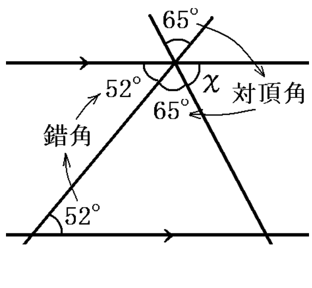
(4) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

x ＋58° ＝83°　ゆえに， x ＝25°

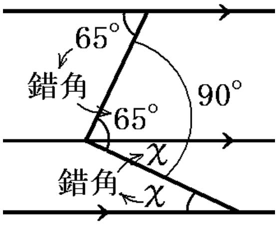
(5) 「平行線では錯角は等しい」の性質を使って，図のように 52° を移す。また，「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 65° を移す。

図より， x ＋65° ＋52° ＝180°

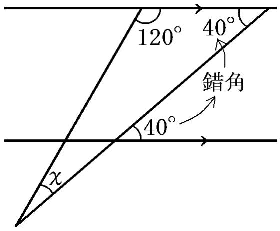
x ＋117° ＝180°　ゆえに， x ＝63°



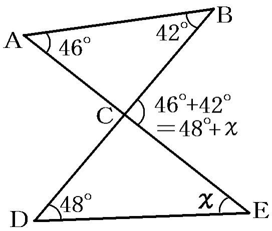
(6) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。
「平行線では錯角は等しい」の性質を使って，図のように 65°と x の角を移す。
図より，x＋65°＝90°　ゆえに，x＝25°



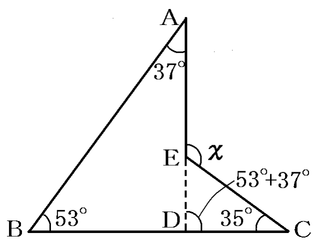
(7) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 40°を移す。
「三角形の内角の和は 180°」の性質より，
x＋40°＋120°＝180°，x＋160°＝180°
ゆえに，x＝20°



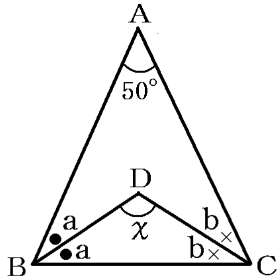
(8) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので△ABC で，∠BCE＝46°＋42°＝88°
△CDE で，∠BCE＝48°＋x
ゆえに，48°＋x＝88°　よって x＝40°



(9) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。
「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，△ABD で，∠EDC＝53°＋37°＝90°
また，△EDC で，x＝∠EDC＋35°
ゆえに，x＝90°＋35°＝125°



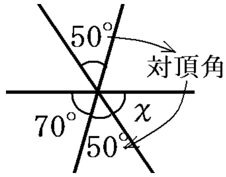
(10)「三角形の内角の和は 180°」なので，△DBC で
x＋a＋b＝180°，x＝180°－(a＋b)･･･①
△ABC で，2a＋2b＋50°＝180°
2(a＋b)＝130°　ゆえに，a＋b＝65°･･･②
②を①に代入すると，
x＝180°－65°＝115°



[解答 55](1) $x=60°$　(2) $x=105°$，$y=123°$　(3) $x=31°$　(4) $x=150°$
(5) $x=25°$　(6) $x=92°$　(7) $x=90°$

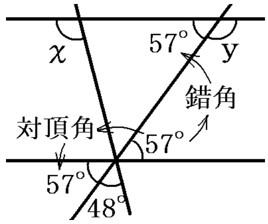
[解説]

(1)「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 50°の角を移す。



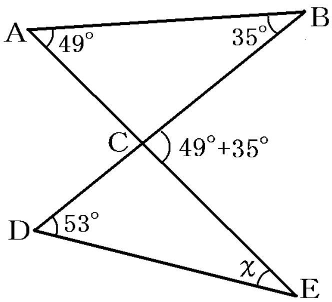
図より，$x+50°+70°=180°$，$x+120°=180°$
ゆえに，$x=60°$

(2)「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 57°を移す。



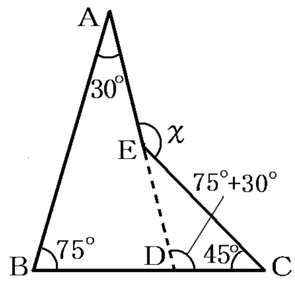
「平行線では同位角は等しい」ので，
図より，$x=57°+48°=105°$
次に，「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 57°を移す。図より，$57°+y=180°$　ゆえに，$y=123°$

(3)「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，



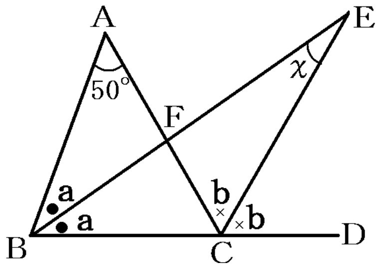
△ABC で，$\angle BCE=49°+35°=84°$
△CDE で，$\angle BCE=x+53°$
ゆえに，$x+53°=84°$ よって $x=31°$

(4) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。
「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，



△ABD で，$\angle EDC=75°+30°=105°$
△CDE で，$x=\angle EDC+45°=105°+45°=150°$

(5) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，



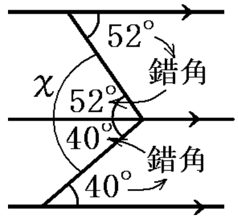
△BCE で， x ＋a＝b， x ＝b－a･･･①

△ABC で，2b＝2a＋50°

2b－2a＝50° ，b－a＝25° ･･･②

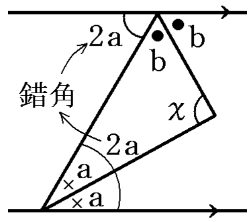
①に②を代入すると， x ＝b－a＝25°

(6) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。



「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 52° と 40° の角を移す。図より， x ＝52° ＋40° ＝92°

(7) 図のように角 a，b をとる。



「三角形の内角の和は 180° 」の性質より，

x ＋a＋b＝180° ， x ＝180－(a＋b)･･･①

「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 2a の角を移すと，図より，

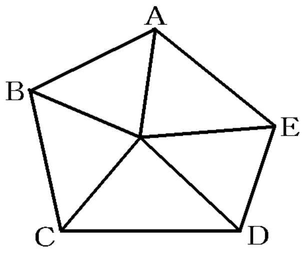
2a＋b＋b＝180° ，2a＋2b＝180° ，a＋b＝90° ･･･②

②を①に代入すると， x ＝180° －90° ＝90°

【】多角形の内角の和・外角の和

[多角形の内角の和]

[解答 56]

	(考え方) 図のように 5 つの三角形に分けると，五角形の内角の和は，5 つの三角形から，360° をひいたものになるから，180° ×5 −360° ＝540°

[解説]n 角形の場合，

木村さんの考え方では，n－2 個の三角形ができるので，

(内角の和)＝180° ×(n－2)

山田君の考え方では，n 個の三角形の内角の和から 360° を引くので，

(内角の和)＝180° ×n－360° ＝180° ×n－180° ×2＝180° ×(n－2)

[解答 57]900°

[解説]

(n 角形内角の和)＝180° ×(n－2)なので，

(七角形の内角の和)＝180° ×(7－2)＝900°

［n角形の内角の和］
180°×(n－2)

[解答 58](1) 1080°　(2) 144°

[解説]

(1) (n 角形内角の和)＝180° ×(n－2)なので，

(八角形の内角の和)＝180° ×(8－2)＝1080°

(2) (n 角形の内角の和)＝180° ×(n－2)なので，

(正十角形の内角の和)＝180° ×(10－2)＝1440°

(1 つの内角)＝1440° ÷10＝144°

[解答 59]十二角形

[解説]

(n 角形内角の和)$=180^\circ \times (n-2)=1800^\circ$ とおくと，

$n-2=1800^\circ \div 180^\circ$，$n-2=10$，$n=12$　したがって十二角形

[解答 60](1) 1800°　(2) 七角形　(3) 正十八角形

[解説]

(1) (n 角形の内角の和)$=180^\circ \times (n-2)$なので，

(十二角形の内角の和)$=180^\circ \times (12-2)=1800^\circ$

(2) (n 角形の内角の和)$=180^\circ \times (n-2)=900^\circ$ とおく。$n-2=900^\circ \div 180^\circ$

$n-2=5$　ゆえに，$n=7$　よって七角形

(3) 正 n 角形とする。(n 角形の内角の和)$=180^\circ \times (n-2)$

また，1 つの内角の大きさが 160° であるので，(n 角形の内角の和)$=160^\circ \times n$

ゆえに，$180^\circ \times (n-2)=160^\circ \times n$

$9(n-2)=8n$，$9n-18=8n$，$n=18$　よって正十八角形

[多角形の外角の和]

[解答 61](1) 360°　(2) 36°

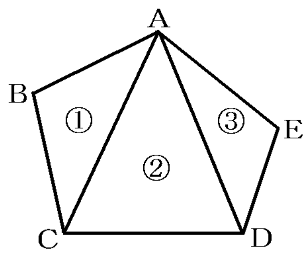
[解説]

多角形の外角の和は 180°

(1) 多角形の外角の和は 360° であるが，これは次のようにして説明できる。

右図のように，1 つの頂点から対角線を引いて三角形に分割すると，n 角形の場合は $n-2$ 個の三角形ができるので，

(内角の和)$=180^\circ \times (n-2)$となる。



1 つの頂点について，(内角)＋(外角)$=180^\circ$ になるので，

(n 角形の内角の和)＋(n 角形の外角の和)$=180^\circ \times n$ となる。よって，(n 角形の外角の和)$=180^\circ \times n-$(n 角形の内角の和)

$=180^\circ \times n-180^\circ \times (n-2)=180^\circ \times n-180^\circ \times n+360^\circ=360^\circ$

(2) $360^\circ \div 10=36^\circ$

[解答 62]72°

[解説]

多角形の外角の和は 360° なので，(正五角形の 1 つの外角)＝360° ÷5＝72°

[解答 63]正六角形

[解説]

正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 60° なので外角の和は 60° ×n

多角形の外角の和は 360° なので，

60° ×n＝360°　 n＝360° ÷60° ＝6　したがって正六角形

[解答 64](1) 正二十四角形　(2) 8 本

[解説]

(1) 正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 15° なので外角の和は 15° ×n

多角形の外角の和は 360° なので，

15° ×n＝360°　 n＝360° ÷15° ＝24　よって正二十四角形

(2) 外角の大きさを x とすると，内角は外角の 3 倍なので $3x$

(内角)＋(外角)＝180° なので， $x+3x=180°$　 $4x=180°$　 ゆえに， $x=45°$

正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 45° なので外角の和は 45° ×n

多角形の外角の和は 360° なので，

45° ×n＝360° ，n＝8　よって正八角形で，辺の数は 8 本

【】多角形の角の計算

[1 つの角を求める]

[解答 65] $x=110°$

[解説]

多角形の外角の和は 360° であるので，

$x+100°+35°+115°=360°$

$x+250°=360°$　 よって， $x=110°$

多角形の外角の和は 180°

[解答 66] $x=140°$

[解説]

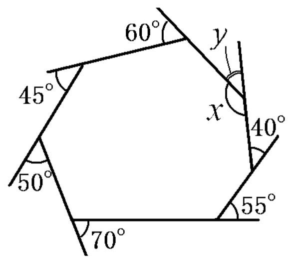
右図のように角 y をとる。

多角形の外角の和は 360°なので,

$y+320°=360°$

よって, $y=360°-320°=40°$

$x=180°-y=180°-40°=140°$



[解答 67] $x=50°$

[解説]

右図のように角 y をとる。

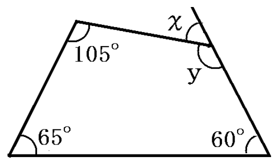
四角形の内角の和は,

$180°\times(4-2)=360°$ なので,

$y+60°+65°+105°=360°$

$y+230°=360°$ ゆえに, $y=130°$

よって $x=180°-y=180°-130°=50°$



[解答 68]① $x=50°$ ② $x=104°$

[解説]

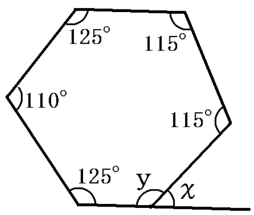
① 右図のように y の角をとる。

6 角形の内角の和は, $180°\times(6-2)=720°$ なので,

$y+125°+110°+125°+115°+115°=720°$

$y+590°=720°$ ゆえに, $y=130°$

よって, $x=180°-y=180°-130°=50°$



② 五角形の内角の和は, $180°\times(5-2)=540°$

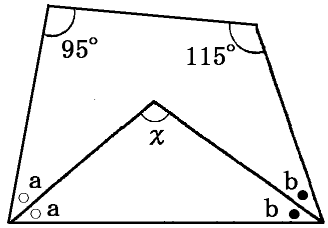
ゆえに, $(180°-60°)+x+104°+97°+115°=540°$ $x=104°$

[角の二等分]

[解答 69] $x=105^\circ$

[解説]

「三角形の内角の和は 180°」の性質より，



$x+a+b=180^\circ$

$x=180^\circ-(a+b)$･･･①

四角形の内角の和は $180^\circ\times(4-2)=360^\circ$ なので，

$2a+2b+115^\circ+95^\circ=360^\circ$

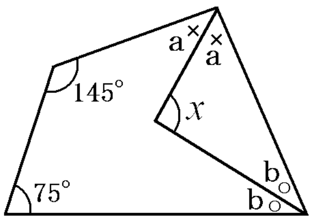
$2a+2b=150^\circ$　　ゆえに，$a+b=75^\circ$･･･②

①に②を代入すると，$x=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

[解答 70] $x=110^\circ$

[解説]

「三角形の内角の和は 180°」の性質より，



$x+a+b=180^\circ$　　$x=180^\circ-(a+b)$･･･①

四角形の内角の和は，$180^\circ\times2=360^\circ$なので，

$75^\circ+145^\circ+2a+2b=360^\circ$

$2a+2b=360^\circ-(75^\circ+145^\circ)$，$2(a+b)=140^\circ$，

$a+b=140^\circ\div2=70^\circ$･･･②

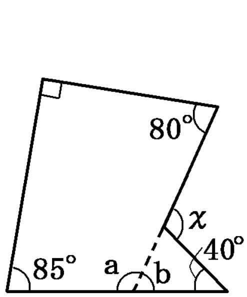
①に②を代入すると，$x=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

[1 つの角を求める]

[解答 71] $x=115^\circ$

[解説]

図のように a，b の角をとって考える。



四角形の内角の和は，$180^\circ\times(4-2)=360^\circ$ なので，

$a+85^\circ+90^\circ+80^\circ=360^\circ$　　$a=105^\circ$

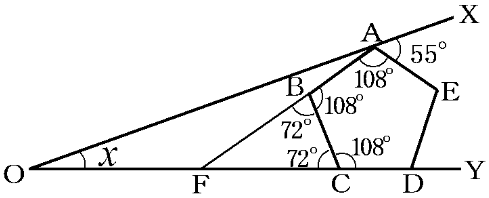
$b=180^\circ-a=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，$x=40^\circ+b=40^\circ+75^\circ=115^\circ$

[解答 72] x ＝19°

[解説]

右図のように，AB を延長して OY との交点を F とする。五角形の内角の和は，180° ×(5－2)＝540° であるので，正五角形の 1 つの内角は，540° ÷5＝108° になる。



△FBC で，∠FBC＝180° －108° ＝72° ，∠FCB＝180° －108° ＝72° なので，

∠BFC＝180° －72° －72° ＝36°

また，∠OAF＝180° －108° －55° ＝17°

△AOF で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

x ＋∠OAF＝∠BFC

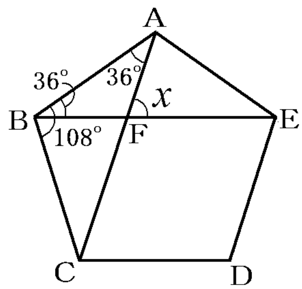
よって，x ＋17° ＝36° ，x ＝36° －17° ＝19°

[解答 73] x ＝72°

[解説]

五角形の内角の和は，180° ×(5－2)＝540° であるので，

正五角形の 1 つの内角は，540° ÷5＝108° になる。



よって，△ABC で，∠ABC＝108°

△ABC は BA＝BC の二等辺三角形なので，

∠BAC＝(180° －108°)÷2＝36°

△ABE は△ABC と合同な三角形なので，

∠ABF＝36°

△ABF で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

x ＝∠AFE＝∠ABF＋∠BAF＝36° ＋36° ＝72°

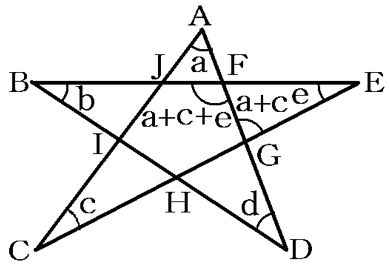
[角の和を求める]

[解答 74]180°

[解説]

図のように各頂点の角を a，b，c，d，e で表す。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使って角をまとめていく。



まず，△ACG で，∠AGE＝a＋c

次に，△EFG で，∠BFD＝a＋c＋e

三角形 BDF で,「三角形の内角の和は 180° 」なので,

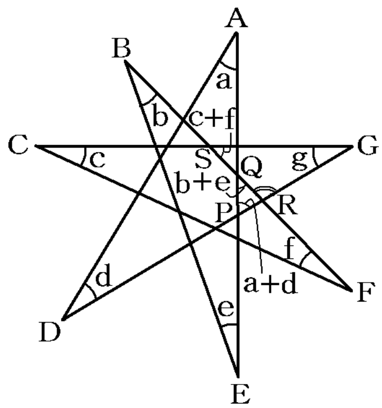
(a＋c＋e)＋b＋d＝180°

ゆえに，a＋b＋c＋d＋e＝180° ， ∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＝180°

[解答 75]180°

[解説]

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使う。



△ADP で，∠APG＝a＋d･･･①

△BEQ で，∠EQF＝b＋e･･･②

△CFS で，∠RSG＝c＋f･･･③

次に，△PQR で，

①，②より，∠SRG＝(a＋d)＋(b＋e)･･･④

三角形の内角の和は 180°なので，△SRG で,

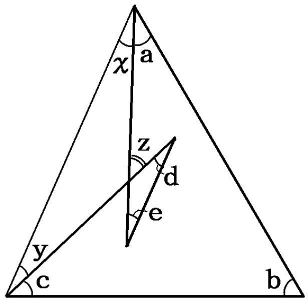
∠SRG＋∠RSG＋∠SGR＝180°

③, ④より, (a＋d)＋(b＋e)＋(c＋f)＋g＝180°　よって, a＋b＋c＋d＋e＋f＋g＝180°

[解答 76]180°

[解説]

図のように角 a～e，x～z をおく。



「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，z=d＋e，z＝x＋y

ゆえに，d＋e＝x＋y

また，三角形の内角の和は 180° なので

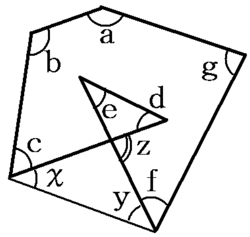
(求める角の和)＝a＋b＋c＋d＋e

＝a＋b＋c＋x＋y＝180°

[解答 77]540°

[解説]

右図のように，角 x，y，z をとる。



「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，z=d＋e，z＝x＋y

よって，d＋e＝x＋y

また，五角形の内角の和は 180° ×(5－2)＝540° なので，

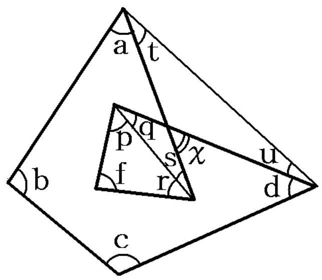
a＋b＋c＋d＋e＋f＋g＝(a＋b＋c＋f＋g)＋(d＋e)

＝(a＋b＋c＋f＋g)＋(x＋y)＝540°

[解答 78]540°

[解説]

図のように，p，q，r，s，t，u，および x の角をとる。



(角の合計)＝∠a＋∠b＋∠c＋∠d＋∠e＋∠f＋∠g

＝∠a＋∠b＋∠c＋∠d＋∠f＋∠p＋∠q＋∠r＋∠s

＝(∠a＋∠b＋∠c＋∠d)＋(∠f＋∠p＋∠r)＋(∠q＋∠s)

「三角形の内角の和は 180° 」なので，

∠f＋∠p＋∠r＝180°

よって，(角の合計)＝(∠a＋∠b＋∠c＋∠d)＋180° ＋(∠q＋∠s)

ところで，「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，∠q＋∠s＝∠x，∠t＋∠u＝x　よって∠q＋∠s＝∠t＋∠u

ゆえに，(角の合計)＝(∠a＋∠b＋∠c＋∠d)＋180°＋(∠t＋∠u)

＝(∠a＋∠b＋∠c＋∠d＋∠t＋∠u)＋180°

四角形の内角の和は 180°×(4－2)＝360°なので，

∠a＋∠b＋∠c＋∠d＋∠t＋∠u＝360°

ゆえに，(角の合計)＝360°＋180°＝540°

[解答 79]720°

[解説]

右図のように角 a～j をとる。

△CDE で「三角形の内角の和は 180°」なので，

a＋b＋c＝180°・・・①

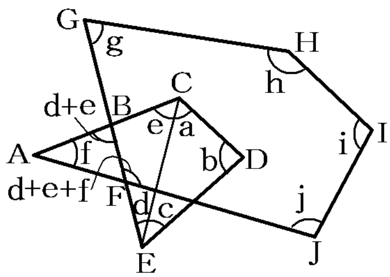
「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，△BCE で，∠ABF＝d＋e

さらに，△ABF で∠BFJ＝d＋e＋f

(五角形 FGHIJ の内角の和)＝(d＋e＋f)＋g＋h＋i＋j

＝180°×(5－2)＝540°・・②

①，②より，a＋b＋c＋d＋e＋f＋g＋h＋i＋j＝180°＋540°＝720°



[解答 80]360°

[解説]

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

△ABH で，∠BHJ＝a＋b

△CDJ で，∠DJI＝c＋d

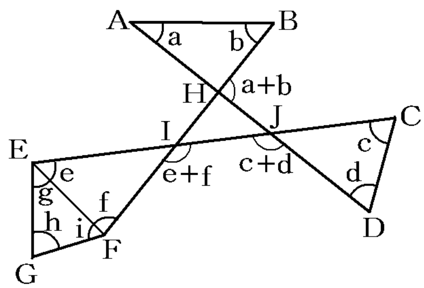
△EFI で，∠FIJ＝e＋f

△HIJ で，多角形の外角の和は 180°なので，

(a＋b)＋(c＋d)＋(e＋f)＝180°・・・①

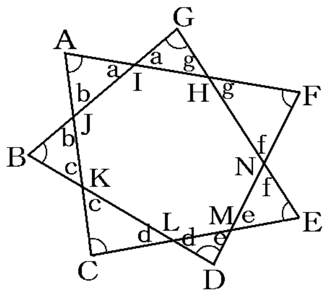
次に，△FEG で，g＋h＋i＝180°・・・②　①，②の両辺をそれぞれ加えると，

a＋b＋c＋d＋e＋f＋g＋h＋i＝180°＋180°＝360°



[解答 81]540°

[解説]



右図のように，△AIJ の∠A 以外の 2 つの内角の大きさを a, b とする。同様にして, 内角 c～g をとる。

(対頂角は等しいので，∠GIH＝∠AIJ＝a)

三角形の内角の和は 180° なので,

∠A＋a＋b＝180° ･･･①

∠B＋b＋c＝180° ･･･②

∠C＋c＋d＝180° ･･･③

∠D＋d＋e＝180° ･･･④

∠E＋e＋f＝180° ･･･⑤

∠F＋f＋g＝180° ･･･⑥

∠G＋g＋a＝180° ･･･⑦

①～⑥を加え合わせると,

∠A+∠B+∠C+∠D+∠E+∠F+∠G+2a＋2b＋2c＋2d＋2e＋2f＋2g=180° ×7

∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G+2(a＋b＋c＋d＋e＋f＋g)=180° ×7

ところで，a＋b＋c＋d＋e＋f＋g は 7 角形 HIJKLMN の外角の和であるので,

a＋b＋c＋d＋e＋f＋g＝360°

よって，∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G＋360° ×2＝180° ×7

ゆえに，∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G＝180° ×7－360° ×2

＝1260° －720° ＝540°

[解答 82]1440°

[解説]

(n 角形内角の和)＝180° ×(n－2) なので,

(五角形の内角の和)＝180° ×(5－2)＝540°

内側の三角形の印をつけた角の和は,

360° ×3－(三角形の内角の和)＝360° ×3－180° ＝1080° －180° ＝900°

よって，全体の角の和は，540° ＋900° ＝1440°

[解答 83]1800°

[解説]

(六角形の内角の和)＝180°×(6−2)＝720°

内側の四角形の印をつけた角の和は,

360°×4−(四角形の内角の和)＝360°×4−360°＝1080°

よって，全体の角の和は，720°＋1080°＝1800°