【】放物線と直線

【】面積

[解答 1](1) A$(-2,\ 4)$　B$(3,\ 9)$　(2) 15

[解説]

(1) 交点においては，$y=ax^2$ の y と $y=bx+c$ の y が同じなので，ax^2 と $bx+c$ が等しくなる。

よって，$ax^2=bx+c$ が成り立つ。

<Point> 放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=bx+c$ の交点→$ax^2=bx+c$ を解く

$y=x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めるために，　$x^2=x+6$ とおく。

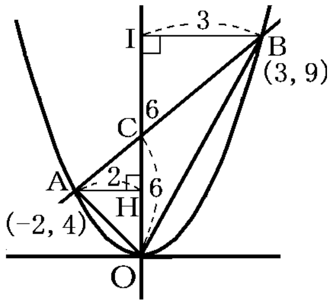
$x^2-x-6=0$，$(x-3)(x+2)=0$，$x=3,\ -2$

$x=3$ のとき $y=x+6=3+6=9$，$x=-2$ のとき $y=x+6=-2+6=4$

よって，A$(-2,\ 4)$，B$(3,\ 9)$

(2) △AOB を△AOC と△BOC に分けて考える。

<Point> △AOB の面積→y 軸で 2 つの三角形に分けて求める。



右図の△AOC で，OC を底辺とすると高さは AH

$y=x+6$ の切片が 6 なので，OC＝6

また，点 A の x 座標が－2 なので AH＝2　よって，

(△AOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×AH＝$\frac{1}{2}$×6×2＝6

同様にして，

(△BOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×BI＝$\frac{1}{2}$×6×3＝9

よって，(△AOB の面積)＝(△AOC の面積)＋(△BOC の面積)＝6＋9＝15

[解答 2](1)A(6，12)　B(－3，3)　(2) 27

[解説]

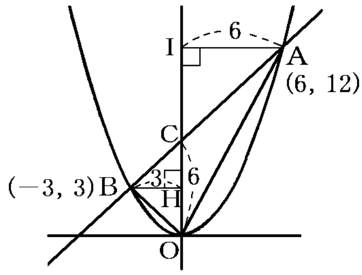
(1) $y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めるために，$\frac{1}{3}x^2=x+6$ とおく。

両辺を 3 倍して，$x^2=3x+18$，$x^2-3x-18=0$，$(x+3)(x-6)=0$，$x=-3,\ 6$

$x=-3$ のとき $y=x+6$＝$-3+6=3$，$x=6$ のとき $y=x+6$＝$6+6=12$

よって，A(6，12)，B(－3，3)

(2) △AOB を△AOC と△BOC に分けて考える。



右図の△AOC で，OC を底辺とすると高さは AI

$y=x+6$ の切片が 6 なので，OC＝6

また，点 A の x 座標が 6 なので AI＝6　よって，

(△AOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×AI＝$\frac{1}{2}$×6×6＝18

同様にして，

(△BOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×BH＝$\frac{1}{2}$×6×3＝9

よって，(△AOB の面積)＝(△AOC の面積)＋(△BOC の面積)＝18＋9＝27

[解答 3](1) B(－2，2)　(2)　$y=x+4$　(3) 12

[解説]

<Point>　$y=ax^2$ の a →点 B の座標→直線の式

(1)　$y=ax^2$ の a がわかれば，$y=ax^2$ に点 B の x 座標を代入することで，点 B の y 座標を求めることができる。そこで，まず a の値を求める。

$y=ax^2$ は点 A(4，8)を通るので，$y=ax^2$ に $x=4,\ y=8$ を代入すると，

$8=a\times4^2$，$16a=8$，$a=\frac{8}{16}$，$a=\frac{1}{2}$ になる。よって，放物線の式は $y=\frac{1}{2}x^2$

$y=\frac{1}{2}x^2$ に点 B の x 座標の $x=-2$ を代入すると，$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$

よって，点 B の座標は(－2，2)である。

(2) 直線 AB は，A(4，8)，B(－2，2)を通るので，

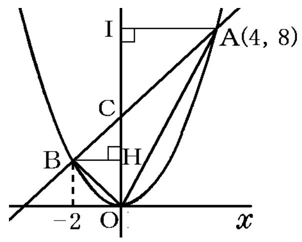
(直線 AB の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{8-2}{4-(-2)}=\frac{6}{6}=1$

傾きが 1 なので，この直線の式は $y=x+b$ とおくことができる。

点 A(4，8)を通るので，$y=x+b$ に $x=4,\ y=8$ を代入すると，

$8=4+b$，$b=4$

よって，直線 AB の式は，$y=x+4$ である。



(3) △AOB を△AOC と△BOC に分けて考える。

右図の△AOC で，OC を底辺とすると高さは AI

$y=x+4$ の切片が 4 なので，OC＝4

また，点 A の x 座標が 4 なので AI＝4　よって，

(△AOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×AI＝$\frac{1}{2}$×4×4＝8

同様にして，

(△BOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×BH＝$\frac{1}{2}$×4×2＝4

よって，(△AOB の面積)＝(△AOC の面積)＋(△BOC の面積)＝8＋4＝12

[解答 4](1) $a=\frac{1}{2}$ (2) (4，0) (3) 12

[解説]

(1) $y=ax^2$ は点 A(2，2)を通るので，$y=ax^2$ に $x=2,\ y=2$ を代入すると，

$2=a\times 2^2$，$4a=2$，$a=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

(2) 「点 B の座標→直線 AB の式→点 D の座標」の順で求める。

(1)より，この放物線の式は $y=\frac{1}{2}x^2$ である。点 B の x 座標は－4 なので，

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入すると，$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

よって，点 B の座標は(－4，8)である。

直線 AB は，A(2，2)，B(－4，8)を通るので，

(直線 AB の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-8}{2-(-4)}=\frac{-6}{6}=-1$

傾きが－1 なので，この直線の式は $y=-x+b$ とおくことができる。

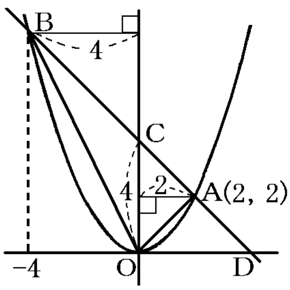
点 A(2，2)を通るので，$y=-x+b$ に $x=2,\ y=2$ を代入すると，

$2=-2+b$，$b=4$ よって，直線 AB の式は，$y=-x+4$ である。

点 D は $y=-x+4$ 上にあって，y 座標が 0 であるので，

$y=-x+4$ に $y=0$ を代入して，$0=-x+4$，$x=4$

よって，点 D の座標は(4，0)である。



(3) △AOB を△AOC と△BOC に分けて考える。

△AOC と△BOC で，共通の底辺を OC とする。

AB の式は(2)より $y=-x+4$ なので，切片は 4 である。

したがって，OC＝4 である。

△AOC の高さは 2，△BOC の高さは 4 なので，

(△AOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×4×2＝4

(△BOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×4×4＝8

よって，(△AOB の面積)＝(△AOC の面積)＋(△BOC の面積)＝4＋8＝12

[解答 5](1)　$y=3x+12$　(2)　$a=\frac{3}{2}$　(3) 36

[解説]

(1)「B，C の座標→直線 l の式」の順で求める。

点 B は $y=9x^2$ 上にあるので，$x=-1$ を代入して，$y=9\times(-1)^2=9$

点 C は $y=9x^2$ 上にあるので，$x=\frac{4}{3}$ を代入して，$y=9\times\left(\frac{4}{3}\right)^2=9\times\frac{16}{9}=16$

よって，点 B(−1，9)，点 C($\frac{4}{3}$，16)である。

(直線 BC の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{16-9}{\frac{4}{3}-(-1)}=\frac{7}{\frac{7}{3}}=\frac{7\times3}{\frac{7}{3}\times3}=\frac{7\times3}{7}=3$

傾きが 3 なので，直線 l の式は $y=3x+b$ とおくことができる。

点 B(−1，9)を通るので，$y=3x+b$ に $x=-1$, $y=9$ を代入すると，

$9=3\times(-1)+b$，$b=12$　よって，直線 l の式は，$y=3x+12$ である。

(2)「点 A の座標→a」の順で求める。

点 A は $y=3x+12$ 上にあり，点 A の x 座標は−2 なので，

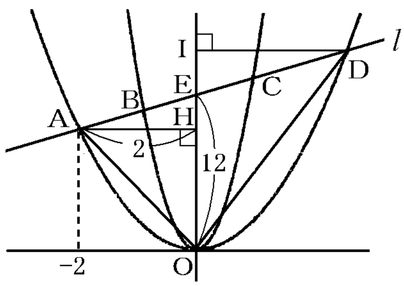
$y=3x+12$ に $x=-2$ を代入して，$y=3\times(-2)+12=-6+12=6$

よって，点 A の座標は(−2，6)である。

点 A は $y=ax^2$ 上にあるので，$y=ax^2$ に $x=-2$, $y=6$ を代入して，

$6=a\times(-2)^2$，$4a=6$，$a=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

(3) 右図のように，△OAD を△OAE と△ODE に分けて考える。



△OAE と△ODE で，共通の底辺を OE とすると，

点 E は直線 l ：$y=3x+12$ の切片なので，

OE＝12 である。△OAE の高さは 2 なので，

(△OAE の面積)＝$\frac{1}{2}$×12×2＝12・・・①

△ODE については，底辺 OE＝12 はわかっているが，高さ DI がわかっていない。

そこで，点 D の x 座標を求める。

点 D はこの放物線と直線 l の交点である。

(1)，(2)より，放物線の式は $y=\frac{3}{2}x^2$，直線 l の式は $y=3x+12$ である。

交点の x 座標を求めるために，$\frac{3}{2}x^2=3x+12$ とおく。

両辺を 2 倍すると，$3x^2=6x+24$，両辺を 3 でわって，$x^2=2x+8$

$x^2-2x-8=0$，$(x+2)(x-4)=0$，$x=-2,\ 4$

$x=-2$ は点 A の x 座標なので，点 D の x 座標は $x=4$ である。

よって，△ODE の高さは 4 である。

したがって，(△ODE の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×12×4＝24・・・②

①，②より，(△OAD の面積)＝(△OAE の面積)＋(△ODE の面積)＝12＋24＝36

[解答 6](1) $y=2x+4$　(2) 9

[解説]

(1) 点 B の x 座標は 2 なので，$y=2x^2$ に $x=2$ を代入して $y=2\times2^2=8$

よって，B$(2,\ 8)$

点 C の x 座標は -1 なので，$y=2x^2$ に $x=-1$ を代入して $y=2\times(-1)^2=2$

よって，C$(-1,\ 2)$

(直線 BC の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{8-2}{2-(-1)}=\dfrac{6}{3}=2$

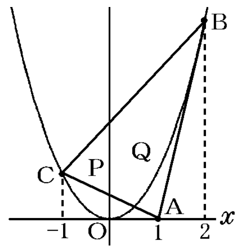
傾きが 2 なので，直線 BC の式は $y=2x+b$ とおくことができる。

B$(2,\ 8)$ を通るので，$y=2x+b$ に $x=2,\ y=8$ を代入すると，

$8=2\times2+b$，$8=4+b$，$b=4$

よって，直線 BC の式は，$y=2x+4$

(2) △ABC を y 軸で 2 つの部分に分けようとすると，右図のように，三角形 P と四角形 Q になる。しかし，四角形 Q の部分の面積を求めるのは，簡単ではない。そこで，点 A を通って y 軸に平行な直線を使う。



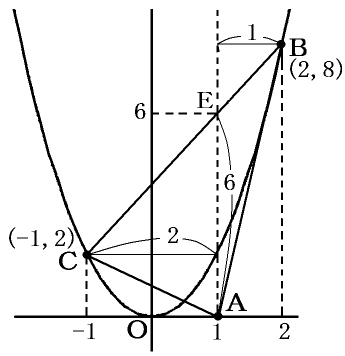
<Point> △ABC の面積→ y 軸に平行な直線で 2 つの三角形に分けて求める。

点 A を通って y 軸に平行な直線を引き，直線 BC との交点を E とする。

$y=2x+4$ に $x=1$ を代入すると $y=6$

よって，点 E の y 座標は 6 で，AE＝6

△ABE の底辺を AE＝6 とする。点 B の x 座標が 2，点 A の x 座標は 1 なので△ABE の高さは $2-1=1$



よって，(△ABE の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times6\times1=3$

△ACE の底辺を AE＝6 とする。

点 C の x 座標が -1，点 A の x 座標は 1 なので△ABE の高さは $1-(-1)=2$

よって，(△ACE の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times 6\times 2=6$

したがって，(△ABC の面積)＝(△ABE の面積)＋(△ACE の面積)＝$3+6=9$

[解答 7](1) $a=\dfrac{1}{2}$ (2) $y=x+4$ (3) 12 (4) $\left(3,\ \dfrac{9}{2}\right)$

[解説]

(1) 点 A(−2，2)は $y=ax^2$ 上にあるので， $x=-2,\ y=2$ を $y=ax^2$ に代入して，

$2=a\times(-2)^2$， $4a=2$， $a=\dfrac{1}{2}$

(2) 点 B の x 座標は 4 なので， $x=4$ を $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に代入して， $y=\dfrac{1}{2}\times 4^2=8$

よって，点 B の座標は(4，8)である。

直線 AB は，A(−2，2)，B(4，8)を通るので，

(直線 AB の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{8-2}{4-(-2)}=\dfrac{6}{6}=1$

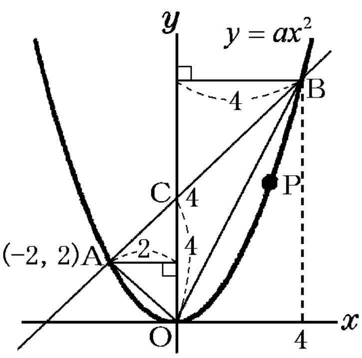
傾きが 1 なので，直線 AB の式は $y=x+b$ とおくことができる。

点 A(−2，2)を通るので， $y=x+b$ に $x=-2,\ y=2$ を代入すると， $2=-2+b$， $b=4$

よって，直線 AB の式は， $y=x+4$

(3) 直線 AB の式が $y=x+4$ なので，点 C の y 座標は 4 で

OC＝4



△OBC で OC＝4 を底辺とすると，点 B の x 座標が 4 であることから△OBC の高さは 4

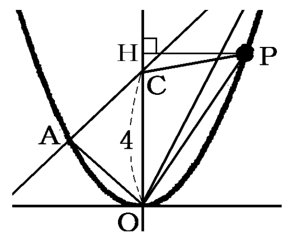
よって，(△OBC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times 4\times 4=8$

△OAC で OC＝4 を底辺とすると，点 A の x 座標が −2 であることから△OAC の高さは 2

よって，(△OAC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times 4\times 2=4$

したがって，(△OAB の面積)＝(△OBC の面積)＋(△OAC の面積)＝8＋4＝12

(4) △OPC の面積は△OAB の面積の $\dfrac{1}{2}$ なので $12\times\dfrac{1}{2}=6$



△OPC の底辺を OC＝4 とすると，高さは，右図の PH になるので， $\dfrac{1}{2}$×OC×PH＝(△OPC の面積)となる。

よって，$\frac{1}{2}\times4\times\mathrm{PH}=6$，$2\mathrm{PH}=6$，$\mathrm{PH}=3$　よって，点 P の x 座標は 3

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=3$ を代入すると，$y=\frac{1}{2}\times3^2=\frac{9}{2}$

よって，点 P の座標は $\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

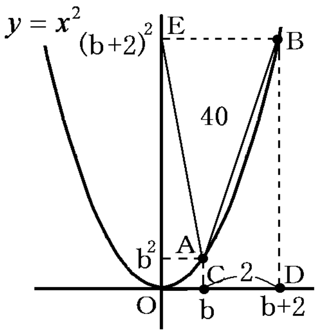
[解答 8](1) 9 倍　(2) (3，9)

[解説]

(1) 点 C の x 座標を a とすると，点 B の x 座標は $3a$

このとき点 C の y 座標は $y=a^2$，点 B の y 座標は $y=(3a)^2=9a^2$　よって 9 倍

(2) 点 A の x 座標を b とおくと y 座標は b^2，



線分 CD の長さが 2 なので，点 B の x 座標は $b+2$，

y 座標は $(b+2)^2$

△ABE で，底辺を BE とすると，底辺＝$b+2$

高さ＝$(b+2)^2-b^2=4b+4$

よって，面積＝$\frac{1}{2}\times(b+2)\times(4b+4)=40$

$\frac{1}{2}(4b^2+4b+8b+8)=40$　，　$2b^2+6b+4=40$　，

$2b^2+6b-36=0$

$b^2+3b-18=0$，$(b+6)(b-3)=0$

$b>0$ なので $b=3$

ゆえに点 A の x 座標は 3，y 座標は $y=x^2$ に $x=3$ を代入して $y=3^2=9$

ゆえに点 A の座標は $(3,\ 9)$

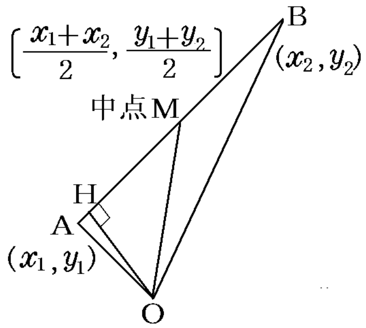
【】面積の二等分

[△OAB の面積を二等分]

[解答 9] $y=-5x$

[解説]

まず，右図を使って，△OAB の面積を二等分する直線 OM について考える。



△OAM で AM を底辺とすると，高さは OH

△OBM で BM を底辺とすると，高さは OH

高さ OH が共通なので，AM＝BM なら面積が等しい。

すなわち，線分 AB の中点を M とすると，直線 OM は△OAB の面積を二等分する。

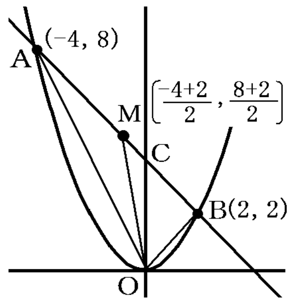
<Point> △AOB の面積を二等分する OM

→M は AB の中点

中点の求め方：2 つの座標の平均をとる。

そこで，この問題を解く。

まず，点 A，B の座標を求める。



点 A の x 座標は－4 なので，$x=-4$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して，

$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$ よって，点 A の座標は(－4，8)

点 B の x 座標は 2 なので，$x=2$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して，

$y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$ よって，点 B の座標は(2，2)

中点 M の座標の x 座標は点 A，B のそれぞれの x 座標の平均に，

中点 M の座標の y 座標は点 A，B のそれぞれの y 座標の平均になる。

A$(-4,\ 8)$，B$(2,\ 2)$なので，M$\left(\frac{-4+2}{2},\ \frac{8+2}{2}\right)$，すなわち M$(-1,\ 5)$

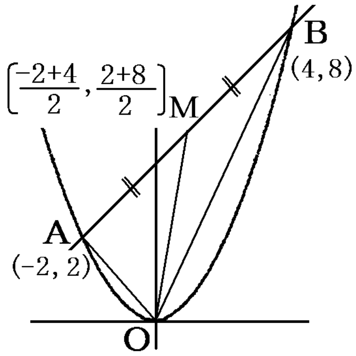
OM は原点を通る直線なので，(OM の傾き)＝$\frac{5}{-1}=-5$

よって，OM の式は $y=-5x$ である。

[解答 10](1)　$a=\frac{1}{2}$　(2)　$y=5x$

[解説]

(1)　$y=ax^2$ が A(−2, 2)を通るので，$x=-2$, $y=2$ を $y=ax^2$ に代入する。$2=a\times(-2)^2$，$2=4a$，$a=\frac{1}{2}$



(2) 原点 O を通り, △AOB の面積を 2 等分する直線は AB の中点 M を通る。

点 B の x 座標は 4 なので，$x=4$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して，

$y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$　よって，点 B の座標は(4，8)

点 A(−2，2)，B(4，8)の中点 M の座標は

$\left(\frac{-2+4}{2},\ \frac{2+8}{2}\right)=(1,\ 5)$

OM は原点を通る直線なので，(OM の傾き)＝$\frac{5}{1}=5$

よって，OM の式は $y=5x$ である。

[解答 11](1)　$a=1$　(2)　$y=-2x+3$　(3)　6 cm²　(4)　$y=-5x$

[解説]

(1)　$y=ax^2$ は点 P(1，1)を通るので，$y=ax^2$ に $x=1$, $y=1$ を代入して，

$1=a\times 1^2$，$a=1$

(2) 直線 PQ は，2 点 P(1，1)，Q(−3，9)を通るので，

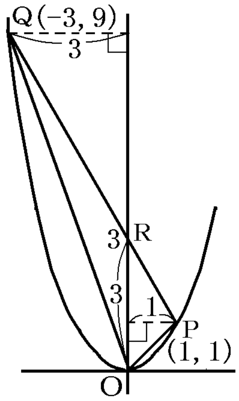
(直線 PQ の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-9}{1-(-3)}=\frac{-8}{4}=-2$

傾きが−2 なので，直線 PQ の式は $y=-2x+b$ とおくことができる。

点 P(1，1)を通るので，$y=-2x+b$ に $x=1$, $y=1$ を代入すると，

$1=-2+b$，$b=3$

よって，直線 PQ の式は，$y=-2x+3$



(3)　$y=-2x+3$ の y 切片は 3 なので OR＝3

△OPR の底辺を OR＝3 とする。点 P の x 座標は 1 なので，△OPR の高さは 1

ゆえに(△OPR の面積)＝$\frac{1}{2}\times 3\times 1=\frac{3}{2}$

△OQR の底辺を OR＝3 とする。点 Q の x 座標は −3 なので，

△OQR の高さは3

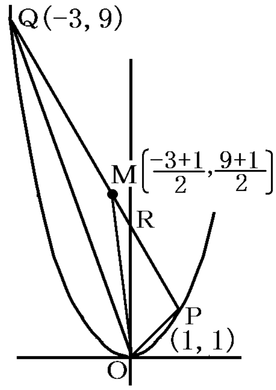
ゆえに(△OQR の面積)＝$\frac{1}{2}\times 3\times 3=\frac{9}{2}$

よって(△OPQ の面積)＝$\frac{3}{2}+\frac{9}{2}=\frac{12}{2}=6\,(\mathrm{cm}^2)$

(4) 線分 PQ の中点を M とすると，
直線 OM は△OPQ の面積を 2 等分する。
P(1，1)，Q(−3，9)なので，
中点 M は$\left(\frac{-3+1}{2},\ \frac{9+1}{2}\right)=(-1,\ 5)$

OM は原点を通る直線なので，(OM の傾き)＝$\frac{5}{-1}=-5$

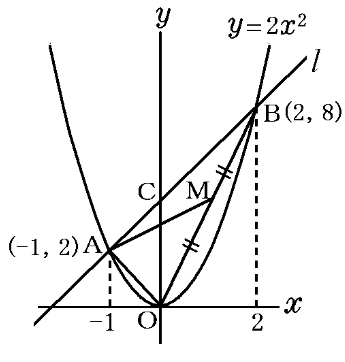
よって，OM の式は $y=-5x$ である。



[その他の三角形の面積の二等分]
[解答 12](1) $a=2$ (2) $y=x+3$
[解説]
(1) まず，直線 l 上の 2 点 A，B の座標から直線 l の傾きを a を使って表す。
点 A の x 座標は−1 なので， $y=ax^2$ に $x=-1$ を代入して， $y=a\times(-1)^2=a$
よって，点 A の座標は$(-1,\ a)$
点 B の x 座標は 2 なので， $y=ax^2$ に $x=2$ を代入して， $y=a\times 2^2=4a$
よって，点 B の座標は$(2,\ 4a)$

よって，(直線 AB(直線 l)の傾き)＝$\frac{4a-a}{2-(-1)}=\frac{3a}{3}=a$

直線 l の傾きは 2 なので， $a=2$
(2) 点 A を通り，△OAB の面積を 2 等分する直線は，右図のように，線分 OB の中点 M を通る。
点 B の x 座標は 2 なので， $y=2x^2$ に $x=2$ を代入して，
$y=2\times 2^2=8$ よって，点 B の座標は(2，8)である。
M は線分 OB の中点なので，M の座標は，
M$\left(\frac{0+2}{2},\ \frac{0+8}{2}\right)$，M(1，4)である。



△OAB の面積を 2 等分する直線 AM は，A(−1，2)，M(1，4)を通るので，

(直線 AM の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-2}{1-(-1)}=\frac{2}{2}=1$

傾きが 1 なので，直線 AM の式は $y=x+b$ とおくことができる。

A(－1，2)を通るので， $y=x+b$ に $x=-1$, $y=2$ を代入すると，

$2=-1+b$， $b=3$

よって，直線 AM の式は $y=x+3$

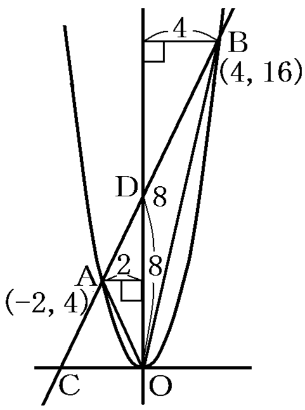
[解答 13](1) $a=1$　(2) $y=2x+8$　(3) 24　(4) $y=\frac{8}{3}x+\frac{16}{3}$

[解説]

(1) $y=ax^2$ が点 A(－2，4)を通るので， $y=ax^2$ に $x=-2$, $y=4$ を代入すると，

$4=a\times(-2)^2$，$4a=4$, $a=1$

(2) 点 A，B の座標から直線 AB の式を求める。



点 B は $y=x^2$ の上にあり, 点 B の x 座標は 4 なので，$y=x^2$ に $x=4$ を代入して，

$y=4^2=16$　よって，点 B は(4，16)

点 A は(－2，4)

(直線 AB の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{16-4}{4-(-2)}=\frac{12}{6}=2$

傾きが 2 なので，直線 AB の式は $y=2x+b$ とおくことができる。

点 A(－2，4)を通るので， $y=2x+b$ に $x=-2$, $y=4$ を代入すると，

$4=2\times(-2)+b$， $4=-4+b$， $b=8$

よって，直線 AB の式は， $y=2x+8$

(3) AB の式が $y=2x+8$ であることより，点 D の y 座標は 8

△OBD の底辺を OD＝8 とする。

点 B の x 座標が 4 であることより高さは 4

よって，(△OBD の面積)＝$\frac{1}{2}\times 8\times 4=16$

△OAD の底辺を OD＝8 とする。

点 A の x 座標が -2 であることより高さは 2

よって，(△OAD の面積)＝$\frac{1}{2}\times 8\times 2=8$

(△OAB の面積)＝(△OBD の面積)＋(△OAD の面積)＝$16+8=24$

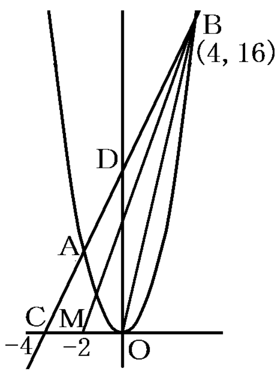
(4) $y=2x+8$ に $y=0$ を代入すると， $0=2x+8$

$x=-4$　ゆえに C$(-4,\ 0)$

B を通り，△OCB の面積を二等分する直線は OC の中点

M$(-2,\ 0)$を通る

B$(4,\ 16)$，M$(-2,\ 0)$を通る直線の式を求める。



(直線 MB の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{16-0}{4-(-2)}=\dfrac{16}{6}=\dfrac{8}{3}$

傾きが $\dfrac{8}{3}$ なので，直線 MB の式は $y=\dfrac{8}{3}x+c$ とおくことができる。点 $\mathrm{M}(-2,\ 0)$ を通るので，

$y=\dfrac{8}{3}x+c$ に $x=-2,\ y=0$ を代入すると，

$0=\dfrac{8}{3}\times(-2)+b$，$0=-\dfrac{16}{3}+b$，$b=\dfrac{16}{3}$　よって，直線 MB の式は，$y=\dfrac{8}{3}x+\dfrac{16}{3}$

[台形の面積の二等分]

[解答 14](1) $a=1$　(2) $y=x+6$　(3) $\left(\dfrac{25}{12},\ \dfrac{97}{12}\right)$

[解説]

(1) $y=ax^2$ 上に点 A(−2，4)があるので，$x=-2,\ y=4$ を $y=ax^2$ に代入して，

$4=a\times(-2)^2$，$4a=4$，$a=1$

(2) 直線 AB は点 A(−2，4)，B(3，9)を通るので，

(直線 AB の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{9-4}{3-(-2)}=\dfrac{5}{5}=1$

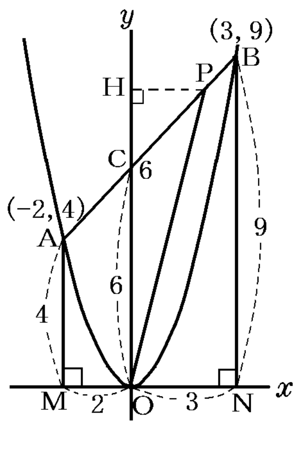
傾きが 1 なので，直線 AB の式は $y=x+b$ とおくことができる。

点 A(−2，4)を通るので，$y=x+b$ に $x=-2,\ y=4$ を代入すると，

$4=-2+b$，$b=6$

よって，直線 AB の式は，$y=x+6$

(3) まず，台形 AMNB の面積を計算する。



(台形 AMNB の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times(4+9)\times5=\dfrac{65}{2}$

(台形 AMOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times(4+6)\times2=10$

線分 OP が台形 AMNB の面積を 2 等分するので，

(台形 AMOC の面積)＋(△OPC の面積)＝$\dfrac{65}{2}\times\dfrac{1}{2}$

したがって，(△OPC の面積)＝$\dfrac{65}{2}\times\dfrac{1}{2}-10=\dfrac{25}{4}$

底辺を OC とすると，右図の PH が高さになる。

ゆえに，(△OPC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times$OC$\times$PH＝$\dfrac{25}{4}$

OC＝6 なので，$\dfrac{1}{2}\times 6\times \mathrm{PH}=\dfrac{25}{4}$

ゆえに，$\mathrm{PH}=\dfrac{25}{4}\div 3=\dfrac{25}{12}$

よって，点 P の x 座標は $\dfrac{25}{12}$　$y=x+6=\dfrac{25}{12}+6=\dfrac{97}{12}$

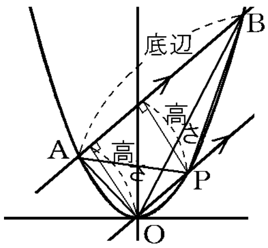
ゆえに点 P の座標は $\left(\dfrac{25}{12},\ \dfrac{97}{12}\right)$

【】等積変形

[解答 15](1，1)

[解説]

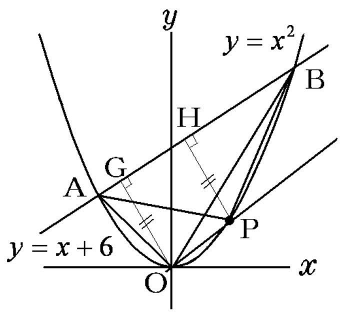
<Point> 平行線を引き，等積変形



底辺は共通
平行→ 高さが等しい
↓
△ABP＝△ABO

右図のように，原点を通って，AB に平行な直線を引く。この直線と放物線と交わる点が求める点 P になる。

△AOB と△APB の共通の底辺を AB とすると，AB // OP ならば，右図のように，OG＝PH となり，高さが等しくなるので，2 つの三角形の面積は等しくなる。



OP の傾きは直線 AB($y=x+6$)の傾きと同じなので，OP の式は，$y=x$ となる。$y=x$ と $y=x^2$ の交点を求めるために，$y=x$ と $y=x^2$ を連立方程式として解く。$y=x^2$ を $y=x$ に代入して，

$x^2=x,\ x^2-x=0,\ x(x-1)=0,\ x=0,\ 1$

よって，点 P の x 座標は 1 になる。$x=1$ を $y=x$ に代入すると，$y=1$

よって，点 P の座標は，(1，1)となる。

[解答 16](1) (－2，4)　(2)　$y=-x+2$　(3)　$x=-1$

[解説]

(1)(2)　点 A の x 座標は－2 なので，$y=x^2$ に $x=-2$ を代入すると，$y=(-2)^2=4$

よって，点 A の座標は(－2，4)

同様に，点 B の x 座標は 1 なので，$y=x^2$ に $x=1$ を代入すると，$y=1^2=1$

よって，点 B の座標は(1，1)

直線 AB は，A(－2，4)，B(1，1)を通るので，

(直線 AB の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{1-4}{1-(-2)}=\dfrac{-3}{3}=-1$

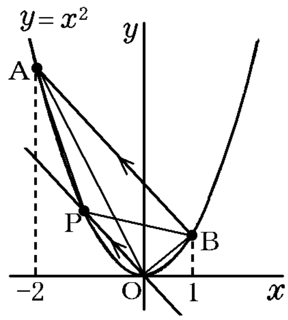
傾きが－1 なので，直線 AB の式は $y=-x+b$ とおくことができる。

点 B(1，1)を通るので，$y=-x+b$ に $x=1$, $y=1$ を代入すると，

$1=-1+b$，$b=2$

よって，直線 AB の式は，$y=-x+2$

(3)　右図のように，OP // BA　となるような直線 OP を引くと，△PAB の面積と△OAB の面積は等しくなる(底辺 AB が共通で，高さが等しいから)。



このとき，OP の傾きは，直線 AB($y=-x+2$)の傾き－1 と等しくなるので，OP の式は $y=-x$ となる。

$y=-x$ と $y=x^2$ の交点を求めるために，$x^2=-x$ とおく。

$x^2+x=0$，$x(x+1)=0$，$x=0,\ -1$　よって，点 P の x 座標は $x=-1$

[解答 17](1)　$a=\dfrac{1}{3}$　(2)　$y=x+6$　(3)　$t=2$

[解説]

(1)　点 B(6，12)は $y=ax^2$ 上にあるので，$x=6$, $y=12$ を $y=ax^2$ に代入すると，

$12=a\times6^2$，$36a=12$，$a=\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

(2)　まず，点 C の座標を求める。点 C は放物線 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ 上にあるので，

$x=-3$ を $y=\dfrac{1}{3}x^2$ に代入すると，$y=\dfrac{1}{3}\times(-3)^2=3$

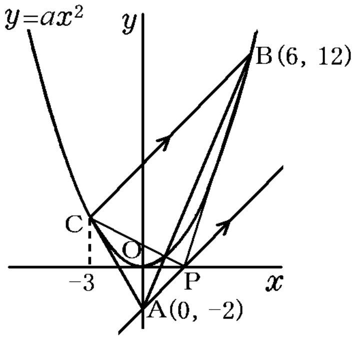
よって，点 C の座標は(－3，3)

直線 BC は，B(6，12)，C(－3，3)を通るので，

(直線 BC の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{12-3}{6-(-3)}=\dfrac{9}{9}=1$

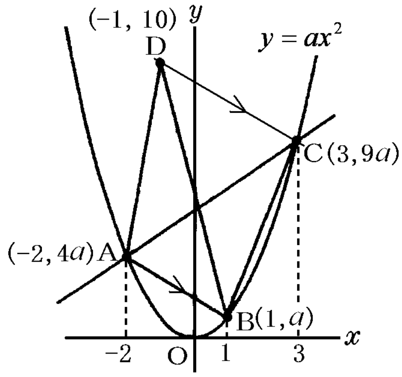
傾きが 1 なので，直線 BC の式は $y=x+b$ とおくことができる。

点 C(－3，3)を通るので， $y=x+b$ に $x=-3,\ y=3$ を代入すると， $3=-3+b$ ， $b=6$
よって，直線 BC の式は， $y=x+6$



(3) 右図のように，AP // CB となるように，x 軸上に点 P をとると，△PBC と△ABC の面積が等しくなる(底辺 BC が共通で，高さが等しいから)。
このとき, 直線 AP の傾きは直線 BC($y=x+6$)の傾きと同じなので 1 である。また，点 A の座標が(0，－2)であるので，AP の切片は－2 である。
よって，直線 AP の式は， $y=x-2$ である。
$y=x-2$ は点 P(t ，0)を通るので， $x=t,\ y=0$ を代入すると， $0=t-2$ ， $t=2$

[解答 18] $a=\dfrac{10}{13}$
[解説]



△ABC と△ABD の底辺を AB とすると，面積が等しくなることから，この 2 つの三角形の高さは等しい。
よって, AB // DC で, 直線 AB と直線 DC の傾きは等しい。
点 A は $y=ax^2$ 上にあり， x 座標が－2 なので,
$x=-2$ を $y=ax^2$ に代入して， $y=a\times(-2)^2=4a$
よって，点 A の座標は(－2， $4a$)になる。
同様にして，点 B(1， a)，点 C(3， $9a$)になる。
また，点 D(－1，10)なので,
(直線 AB の傾き)＝ $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{a-4a}{1-(-2)}=\dfrac{-3a}{3}=-a$
(直線 DC の傾き)＝ $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{9a-10}{3-(-1)}=\dfrac{9a-10}{4}$
直線 AB と直線 DC の傾きは等しいので,
$-a=\dfrac{9a-10}{4}$ ， $-4a=9a-10,\ -13a=-10$ ， $a=\dfrac{10}{13}$

[解答 19](1) $b=2a$ (2) $x=2$ (3) $a=1$ $b=2$ (4) (1，1)
[解説]
(1) 点 A の x 座標は－1 である。
点 A は $y=ax^2$ 上にあるので， y 座標は， $y=a\times(-1)^2=a$
点 A は $y=ax+b$ 上にもあるので， y 座標は， $y=a\times(-1)+b=-a+b$
この 2 つの y 座標は等しいので， $-a+b=a$ ， $b=2a$

(2) (1)より $b=2a$ なので，直線 $y=ax+b$ の式は， $y=ax+2a$ となる。

$y=ax^2$ と $y=ax+2a$ の交点の x 座標を求めるために，

$ax^2=ax+2a$ とおく。両辺を a でわると，

$x^2=x+2$， $x^2-x-2=0$， $(x+1)(x-2)=0$， $x=-1,\ 2$

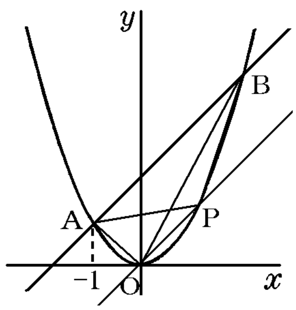
よって，点 B の x 座標は 2 である(－1 は点 A の x 座標である)。

(3) 点 B の x 座標は 2 であるので， $y=ax^2$ に $x=2$ を代入すると， $y=a\times 2^2=4a$

点 B の y 座標は 4 であるので， $4a=4$， $a=1$　また，(1)より $b=2a$ なので，

$b=2\times 1=2$

(4) 右図のように，OP // AB となるように，放物線上に点 P をとると，△OAB＝△PAB になる(底辺 AB が共通で，高さが等しいから)。(3)より，直線 AB の傾き a は 1 なので，直線 OP の傾きも 1 になる。



よって，直線 OP の式は， $y=x$ になる。

放物線の式は，(3)より $a=1$ なので， $y=x^2$ である。

$y=x^2$ と $y=x$ の交点の x 座標を求めるために，

$x^2=x$ とおく。 $x^2-x=0$， $x(x-1)=0$， $x=0,\ 1$

よって，点 P の x 座標は 1 になる。

$y=x^2$ に $x=1$を代入すると， $y=1^2=1$

したがって，点 P の座標は(1，1)

【】線分比と面積比

[解答 20](1) $a=\dfrac{1}{3}$　$b=2$　(2) (－6，0)　(3) 5：4

[解説]

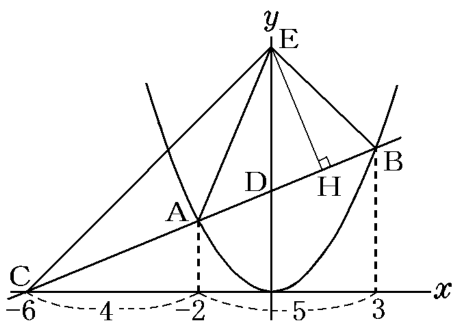
(1) $y=ax^2$ は点 B(3，3)を通るので， $x=3,\ y=3$ を $y=ax^2$ に代入すると，

$3=a\times 3^2$， $9a=3$， $a=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

$y=\dfrac{1}{3}x+b$ は点 B(3，3)を通るので， $x=3,\ y=3$ を

直線 $y=\dfrac{1}{3}x+b$ に代入すると，

$3=\dfrac{1}{3}\times 3+b$， $3=1+b$， $b=2$



(2) 点 C は x 軸上にあるので，y 座標は 0

$y=\frac{1}{3}x+2$ に $y=0$ を代入すると，$0=\frac{1}{3}x+2$，

両辺を 3 倍して，$0=x+6$，$x=-6$

よって，点 C の座標は(−6，0)

(3) C，A，B の x 座標がそれぞれ−6，−2，3 であることから CA：AB＝4：5

△ABE と△ACE の底辺をそれぞれ AB，AC とすると，高さ(右図 EH)は共通になる。よって底辺の比が面積比となる。よって，△ABE：△ACE＝5：4

[解答 21](1) (−3，3)　(2) (6，12)　(3) $y=x+6$　(4) 1：3

[解説]

(1) 点 P は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり，その x 座標は−3 なので，

$x=-3$ を $y=\frac{1}{3}x^2$ に代入すると，$y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$　よって，点 P の座標は(−3，3)

(2) 点 Q は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり，その x 座標は 6 なので，

$x=6$ を $y=\frac{1}{3}x^2$ に代入すると，$y=\frac{1}{3}\times 6^2=12$　よって，点 Q の座標は(6，12)

(3) P(−3，3)，Q(6，12)なので，

(直線 PQ の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{12-3}{6-(-3)}=\frac{9}{9}=1$

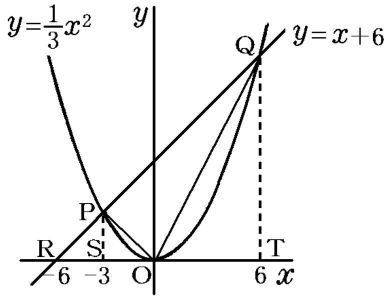
傾きが 1 なので，直線 PQ の式は $y=x+b$ とおくことができる。

点 P(−3，3)を通るので，$y=x+b$ に $x=-3$, $y=3$ を代入すると，

$3=-3+b$，$b=6$

よって，直線 PQ の式は，$y=x+6$

(4) △ROP の底辺を RP，△POQ の底辺を PQ とすると，高さは共通になる。(この問題では, 直線 QR の傾きが 1 で，直線 OP の傾きが−1 なので，OP⊥QR となり，OP が高さになる)



したがって，2 つの三角形の面積比は，底辺の長さの比と等しくなる。すなわち，

(△ROP の面積)：(△POQ の面積)＝RP：PQ

また，PS // QT なので，RP：PQ＝RS：ST である。

そこで，点 R の x 座標を求める。点 R は $y=x+6$ 上にあり，その y 座標は 0 なので，

$y=x+6$ に $y=0$ を代入すると，$0=x+6$，$x=-6$

よって，点 R の x 座標は－6 である。

したがって，RS＝－3－(－6)＝－3＋6＝3

ST＝6－(－3)＝6＋3＝9

よって，(△ROP の面積)：(△POQ の面積)＝RP：PQ＝RS：ST＝3：9＝1：3

[解答 22](1) $a=1$ (2) $y=2x+8$ (3) $\frac{3}{4}$倍

[解説]

(1) 点 A(－2，4)は $y=ax^2$ 上にあるので， $x=-2,\ y=4$ を $y=ax^2$ に代入して，

$4=a\times(-2)^2$， $4a=4$， $a=1$

(2) 点 B の x 座標は 4 なので， $y=x^2$ に $x=4$ を代入して， $y=4^2=16$

よって点 B の座標は(4，16)である。点 A の座標は(－2，4)なので，

(直線 AB の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{16-4}{4-(-2)}=\frac{12}{6}=2$

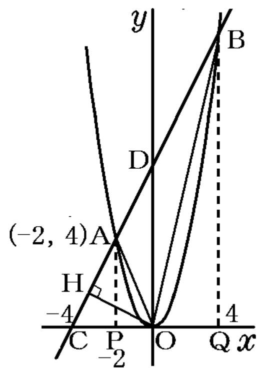
傾きが 2 なので，直線 AB の式は $y=2x+b$ とおくことができる。

点 A(－2，4)を通るので， $y=2x+b$ に $x=-2,\ y=4$ を代入すると，

$4=-4+b$, $b=8$

よって，直線 AB の式は， $y=2x+8$

(3) 右図のように，△OAB の底辺を AB とすると，高さは OH である。また，△OCB の底辺を CB とすると，高さは OH である。よって，この 2 つの三角形は高さが共通なので，



面積比は底辺の長さの比になる。すなわち，

(△OAB の面積)：(△OCB の面積)＝AB：CB

AP // BQ なので，AB：CB＝PQ：CQ

点 C の x 座標を求めるために， $y=2x+8$ に $y=0$ を代入する。

$0=2x+8$， $2x=-8$， $x=-4$

したがって，点 C の x 座標は－4

PQ＝4－(－2)＝6，CQ＝4－(－4)＝8

よって，

(△OAB の面積)：(△OCB の面積)＝AB：CB＝PQ：CQ＝6：8＝3：4

したがって，△OAB の面積は△OCB の面積の $\frac{3}{4}$ 倍になる。

[解答 23](1)　$y=-x+4$　(2)（$2\sqrt{2}$，4）　(3)　$y=\frac{5}{3}x+\frac{20}{3}$
[解説]

(1) 点 A の x 座標が -4 なので，点 A の y 座標は $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入して

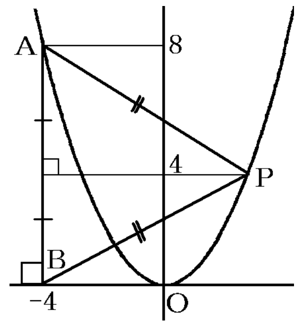
$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$　よって，点 A の座標は(－4，8)

点 P の x 座標が 2 なので，点 P の y 座標は $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=2$ を代入して

$y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$　よって，点 P の座標は(2，2)

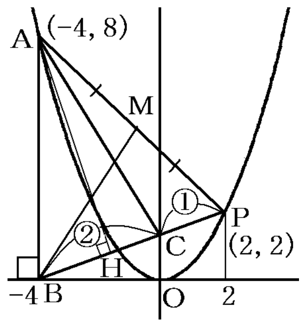
(直線 AP の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-8}{2-(-4)}=\frac{-6}{6}=-1$

傾きが－1 なので，直線 AP の式は $y=-x+b$ とおくことができる。
点 P(2，2)を通るので，$y=-x+b$ に $x=2$, $y=2$ を代入すると，
$2=-2+b$，$b=4$　よって，直線 AP の式は，$y=-x+4$



(2) △PAB が，PA＝PB の二等辺三角形であることから，点 P の y 座標は点 A と点 B の y 座標の中点となる。点 A の y 座標は(1)より 8 なので，点 P の y 座標は $y=\frac{8+0}{2}=4$

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $y=4$ を代入すると $4=\frac{1}{2}x^2$，$x^2=8$，$x>0$ なので
$x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$
ゆえに点 P の座標は（$2\sqrt{2}$，4）



(3) △ABC の底辺を BC，△ACP の底辺を CP とすると，高さはともに図の AH になる。高さが同じなので底辺の長さの比が面積比と等しくなる。
△ABC の面積が△ACP の面積の 2 倍になるので,
BC：CP＝2：1 となる。
よって, 点 B の x 座標が -4 なので, 点 P の x 座標は 2 , 点 P の y 座標は $y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$　ゆえに点 P の座標は（2，2）となる。(1)より点 A の座標は(-4，8)　点 B(－4，0)を通り，△ABP の面積を 2 等分する直線は AP の中点 M$\left(\frac{-4+2}{2}, \frac{8+2}{2}\right)$＝(−1，5)を通る。

(直線 BM の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{5-0}{-1-(-4)}=\frac{5}{3}$

傾きが$\dfrac{5}{3}$なので，直線 BM の式は$y=\dfrac{5}{3}x+b$とおくことができる。

点 B(－4，0)を通るので，$y=\dfrac{5}{3}x+b$に$x=-4,\ y=0$を代入すると，

$0=\dfrac{5}{3}\times(-4)+b$，$0=-\dfrac{20}{3}+b$，$b=\dfrac{20}{3}$

よって，直線 BM の式は，$y=\dfrac{5}{3}x+\dfrac{20}{3}$

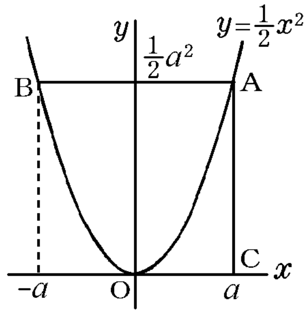
【】正方形・平行四辺形など

[正方形]

[解答 24](4，8)

[解説]

点 A のx座標をaとする(ただし，$a>0$)。



点 A は$y=\dfrac{1}{2}x^2$上にあるので，y座標は，$y=\dfrac{1}{2}a^2$

よって，AC＝$\dfrac{1}{2}a^2$

AB はx軸に平行なので，点 B はy軸について点 A と対称である。

したがって，点 B のx座標は$-a$である。

よって，AB＝$a-(-a)=2a$

AB＝AC なので，$2a=\dfrac{1}{2}a^2$，$a^2=4a$，$a^2-4a=0$，$a(a-4)=0$

$a>0$なので，$a=4$

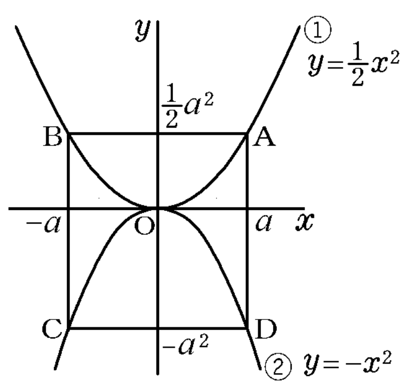
点 A のy座標は，$y=\dfrac{1}{2}a^2=\dfrac{1}{2}\times4^2=8$

したがって，点 A の座標は(4，8)

[解答 25](1) $\left(-a,\ \dfrac{1}{2}a^2\right)$　(2) $a=\dfrac{4}{3}$

[解説]

<Point> 正方形になる→AB＝AD



右図より，点 A，B，D の座標は，

A$\left(a,\ \dfrac{1}{2}a^2\right)$，B$\left(-a,\ \dfrac{1}{2}a^2\right)$，D$\left(a,\ -a^2\right)$である。

四角形 ABCD が正方形になることから，

AB＝AD

AB＝$a-(-a)=2a$，AD＝$\frac{1}{2}a^2-(-a^2)=\frac{3}{2}a^2$

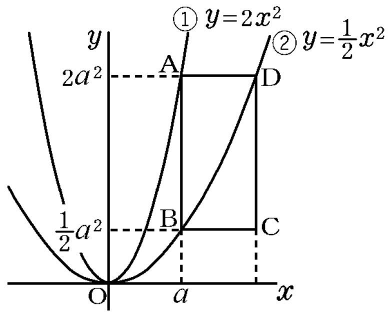
よって，$2a=\frac{3}{2}a^2$，$3a^2=4a$，$a^2=\frac{4}{3}a$，

$a^2-\frac{4}{3}a=0$，$a\left(a-\frac{4}{3}\right)=0$

$a>0$ なので，$a=\frac{4}{3}$

[解答 26](1) $(2a,\ 2a^2)$　(2) $\left(\frac{2}{3},\ \frac{8}{9}\right)$

[解説]



点 A，B の座標は，右図より，

A$(a,\ 2a^2)$，B$\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$

点 D の y 座標は，右図より $2a^2$ なので，

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $y=2a^2$ を代入して，

$2a^2=\frac{1}{2}x^2$，$x^2=4a^2$，$x=\pm 2a$，$x>0$ なので，$x=2a$

よって，点 D の座標は$(2a,\ 2a^2)$

ABCD が正方形のとき AB＝AD，AB＝$2a^2-\frac{1}{2}a^2=\frac{3}{2}a^2$，AD＝$2a-a=a$

よって，$\frac{3}{2}a^2=a$，$3a^2=2a$，$3a^2-2a=0$，$3a\left(a-\frac{2}{3}\right)=0$

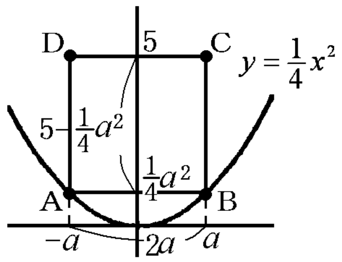
$a>0$ なので，$a=\frac{2}{3}$

A$(a,\ 2a^2)$なので，A$\left(\frac{2}{3},\ 2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)$，A$\left(\frac{2}{3},\ \frac{8}{9}\right)$

[解答 27](2, 1)

[解説]

点 B の x 座標を a とすると $B\left(a,\ \dfrac{1}{4}a^2\right)$



点Cの y 座標が5なので，BC=$5-\dfrac{1}{4}a^2$

また，点 B の x 座標は a なので，AB＝$2a$

四角形 ABCD は正方形なので,

$2a=5-\dfrac{1}{4}a^2$，$8a=20-a^2$，$a^2+8a-20=0$，$(a-2)(a+10)=0$

$a=2,\ -10$

$a>0$ なので，$a=2$

$y=\dfrac{1}{4}x^2$ に $x=2$ を代入すると，$y=1$

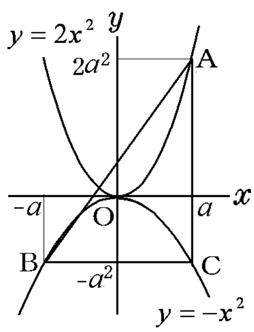
よって，点 B の座標は(2, 1)

[解答 28] $a=\dfrac{2}{3}$

[解説]

まず，BC の長さを a を使って表す。

BC は x 軸に平行なので，B は y 軸について C と対称になる。



点 C の x 座標が $x＝a$ なので，点 B の x 座標は $x＝-a$ になる。

したがって，BC＝$a-(-a)=a+a=2a$ ･･･①

次に，AC の長さを a を使って表す。

点 A の y 座標は，$y=2x^2$ に $x＝a$ を代入して，$y＝2a^2$

点 C の y 座標は，$y=-x^2$ に $x＝a$ を代入して，$y＝-a^2$

したがって，AC＝$2a^2-(-a^2)=2a^2+a^2=3a^2$ ･･･②

AC＝BC なので，①，②より，$3a^2=2a$，

$a^2-\dfrac{2}{3}a=0$，$a\left(a-\dfrac{2}{3}\right)=0$，$a>0$ なので，$a=\dfrac{2}{3}$

[平行四辺形]

[解答 29](1)A(6，12)　B(－3，3)　(2) (3，15)

[解説]

(1) $y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めるために，$\frac{1}{3}x^2=x+6$ とおく。

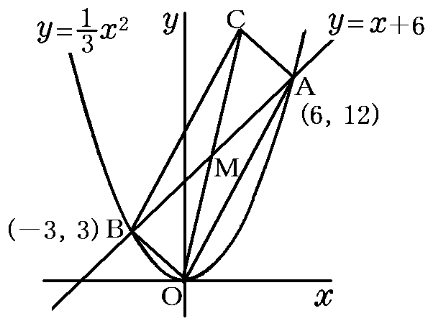
$x^2=3x+18$，$x^2-3x-18=0$，$(x+3)(x-6)=0$，$x=-3,\ 6$

$x=-3$ のとき，$y=x+6=-3+6=3$　よって，点 B の座標は(－3，3)

$x=6$ のとき，$y=x+6=6+6=12$　よって，点 A の座標は(6，12)

(2)

<Point>平行四辺形→対角線はそれぞれ中点で交わる



平行四辺形 AOBC の対角線 AB と OC の交点を M とすると，M は AB の中点であり，かつ，OC の中点である。

M は A(6，12)，B(－3，3)の中点なので，

M$\left(\frac{6-3}{2},\frac{12+3}{2}\right)$，M$\left(\frac{3}{2},\ \frac{15}{2}\right)$

C の座標を C$(p,\ q)$とすると，

M は OC の中点なので，$\left(\frac{0+p}{2},\ \frac{0+q}{2}\right)$，$\left(\frac{p}{2},\ \frac{q}{2}\right)$

よって，$\frac{p}{2}=\frac{3}{2}$，$\frac{q}{2}=\frac{15}{2}$

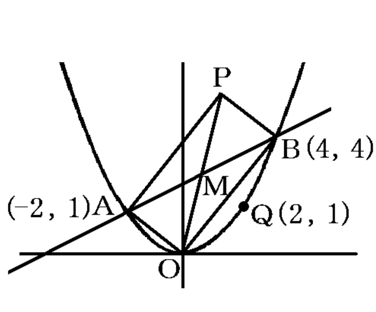
したがって，$p=3,\ q=15$ で，点 C の座標は(3，15)

[解答 30](1) a ＝－2　(2) (2，5)　(3) $y=-\frac{3}{2}x+4$

[解説]

(1) 点 A(a，1)は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあるので，$x=a,\ y=1$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入して，

$1=\frac{1}{4}a^2$，$a^2=4$，図より $a<0$ なので，$a=-2$



(2) 対角線 OP と AB の交点を M とする。

M は AB の中点なので，

M$\left(\frac{-2+4}{2},\ \frac{1+4}{2}\right)$，M$\left(1,\ \frac{5}{2}\right)$

P の座標を P$(p,\ q)$とすると，

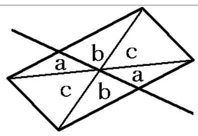
M は OP の中点なので，$\left(\dfrac{0+p}{2},\ \dfrac{0+q}{2}\right)$，$\left(\dfrac{p}{2},\ \dfrac{q}{2}\right)$

したがって，$\dfrac{p}{2}=1$，$\dfrac{q}{2}=\dfrac{5}{2}$，　$p=2,\ q=5$

よって，点 P の座標は(2，5)

(3)

<Point>平行四辺形の対角線の交点を通る直線は，
平行四辺形の面積を二等分する



点 Q(2，1)を通り，平行四辺形 AOBP の面積を 2 等分する直線は対角線の交点 M を通る。

(2)より，$M\left(1,\ \dfrac{5}{2}\right)$である。

(直線 QM の傾き)$=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{1-\frac{5}{2}}{2-1}=\dfrac{-\frac{3}{2}}{1}=-\dfrac{3}{2}$

傾きが$-\dfrac{3}{2}$なので，この直線の式は$y=-\dfrac{3}{2}x+b$とおくことができる。

点 Q(2，1)を通るので，$y=-\dfrac{3}{2}x+b$に$x=2,\ y=1$を代入すると，

$1=-\dfrac{3}{2}\times 2+b$，$1=-3+b$，$b=4$　よって，直線 QM の式は，$y=-\dfrac{3}{2}x+4$

[解答 31]$\left(-\sqrt{5},\ 5\right)$

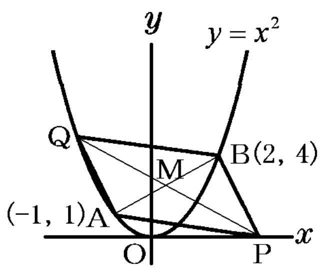
[解説]

右図のように対角線 AB，PQ の交点を M とする。

対角線の交点はそれぞれの中点になるので，

M の座標は A(−1，1)，B(2，4)から，

$\left(\dfrac{-1+2}{2},\ \dfrac{1+4}{2}\right)=\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{5}{2}\right)$と計算できる。



また，M は PQ の中点でもある。

点 P の y 座標は 0 である。点 Q の y 座標をbとすると，$\dfrac{0+b}{2}=\dfrac{5}{2}$，$b=5$

点 Q は$y=x^2$上にあるので，$y=5$を$y=x^2$に代入すると，

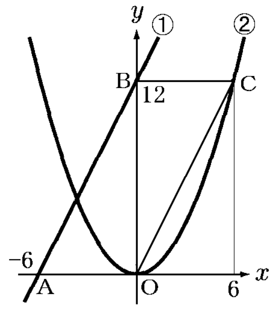
$5=x^2$，点 Q の x 座標は負なので，$x=-\sqrt{5}$

よって，点 Q の座標は$\left(-\sqrt{5},\ 5\right)$

[解答 32] $a=\dfrac{1}{3}$

[解説]

<Point>平行四辺形→対辺が平行で長さが等しい



$y=2x+12$ の y 切片は 12 なので，点 B の座標は(0，12)

$y=2x+12$ に $y=0$ を代入すると，

$0=2x+12,\ 2x=-12,\ x=-12\div 2,\ x=-6$

よって，点 A の座標は(−6，0)

四角形 BAOC は平行四辺形なので，BC // AO，BC＝AO＝6

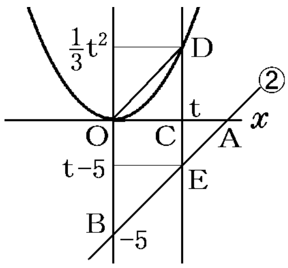
よって，点 C の座標は(6，12)

点 C は $y=ax^2$ 上の点なので， $x=6,\ y=12$ を $y=ax^2$ に代入して，

$12=a\times 6^2,\ 36a=12,\ a=\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

[解答 33]3

[解説]



四角形 OBED は平行四辺形なので，DE＝OB

点 B は $y=x-5$ の y 切片なので，B の y 座標は−5

よって，OB＝5　点 C の x 座標を $x=t$ とすると，

点 D の y 座標は $y=\dfrac{1}{3}t^2$ で，点 E の y 座標は $y=t-5$

よって，DE＝$\dfrac{1}{3}t^2-(t-5)=\dfrac{1}{3}t^2-t+5$

DE＝OB なので， $\dfrac{1}{3}t^2-t+5=5,\ \dfrac{1}{3}t^2-t=0,\ t^2-3t=0,\ t(t-3)=0$

$t>0$ なので， $t=3$

【】いろんな事象と関数

【】動点の問題

[解答 34](1) $y=x^2$　② $0\leqq x\leqq 10$　(2) $2\sqrt{3}$ 秒後

[解説]

(1) x 秒後には，AP＝x cm，AQ＝$2x$ cm　よって $y=\dfrac{1}{2}\times x\times 2x=x^2$

P が B 点に達するのは 10 秒後，Q が C 点に達するのも 10 秒後

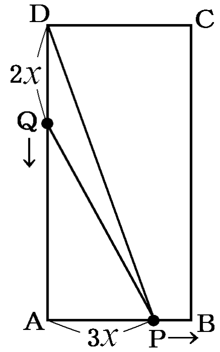
よって， x の変域は， $0\leqq x\leqq 10$

(2) $y=x^2$ に $y=12$ を代入すると，$12=x^2$　 $x\geqq 0$ なので $x=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

[解答 35](1)　$y=3x^2$　(2) 5 秒後

[解説]

(1)　x 秒後には，DQ＝$2x$ cm，AP＝$3x$ cm なので，



(△DPQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺 DQ)×(高さ PA)

$$y=\frac{1}{2}\times 2x\times 3x=3x^2$$

(2)　長方形の面積は 30×15＝450cm² なので，

$$y=450\times\frac{1}{6}=75\ \text{cm}^2$$

よって，$y=3x^2$ に $y=75$ を代入すると，$75=3x^2$，$x^2=75\div 3$，$x^2=25$

$x>0$ なので $x=5$　これは条件を満たす。

[解答 36](1)①式：$y=x^2$　変域：$0\leqq x\leqq 4$　②式：$y=4x$　変域：$4\leqq x\leqq 8$

(2) 6 秒後

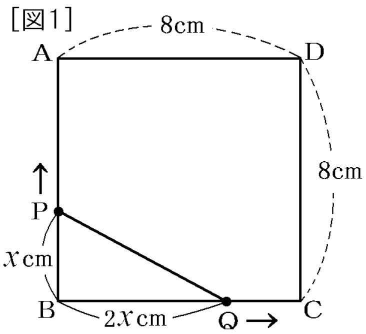
[解説]

(1)①　点 Q は毎秒 2cm の速さで動くので，

BC 間の 8cm を移動するのにかかる時間は，

8(cm)÷2(cm／秒)＝4(秒)である。したがって，点 Q が辺 BC 上を動くときの x の変域は $0\leqq x\leqq 4$ である。

このときの P, Q の位置関係は右の図 1 のようになっており，



BQ＝2(cm／秒)× x (秒)＝ $2x$ (cm)

BP＝1(cm／秒)× x (秒)＝ x (cm)なので，

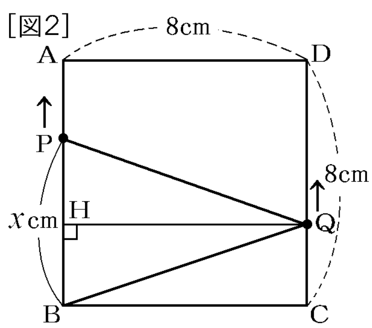
(△BPQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BQ×BP＝$\dfrac{1}{2}\times 2x\times x=x^2$

よって，$y=x^2$

②　点 Q が辺 CD 間の 8cm を移動するのにかかる時間は，

8(cm)÷2(cm／秒)＝4(秒)である。したがって，点 Q が辺 CD 上を動くときの x の変域は $4\leqq x\leqq 8$ である。

このときの P，Q の位置関係は右の図 2 のようになっている。△BPQ の底辺を BP とすると高さは QH なので，



(△BPQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BP×QH＝$\dfrac{1}{2}\times x\times 8=4x$

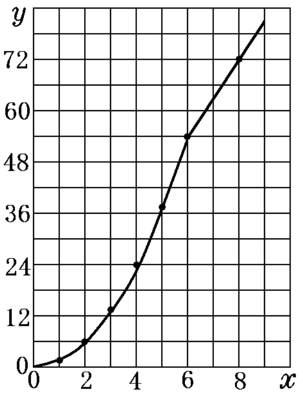
よって，$y=4x$

(2) (1)より，$0\leqq x\leqq 4$ のとき $y=x^2$ であるが，$x=4$ のとき $y=4^2=16$ なので，

このときの y の変域は，$0\leqq y\leqq 16$ である。

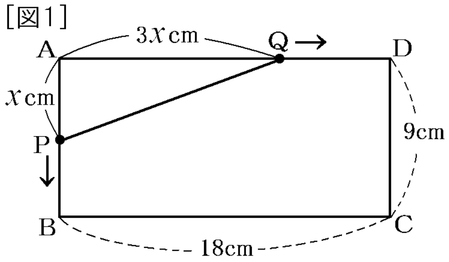
したがって，この範囲のとき，面積が 24 cm² になることはない。
$4 \leqq x \leqq 8$ のとき $y=4x$ なので， $x=4$ のとき $y=4\times4=16$， $x=8$ のとき
$y=4\times8=32$ で， y の変域は，$16 \leqq y \leqq 32$ である。したがって，この範囲のとき，面積が 24 cm² になることがある。
$y=4x$ に $y=24$ を代入すると，
$24=4x$， $x=6$
よって，△BPQ の面積が 24 cm² になるのは，点 P が B を出発してから 6 秒後である。

[解答 37](1)① $y=\dfrac{3}{2}x^2$ ② $y=9x$

(2)


[解説]

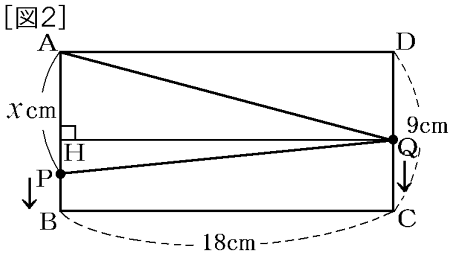
(1)① 点 Q が D に到着するのは，
18(cm)÷3(cm／秒)＝6(秒)後なので，
$0 \leqq x \leqq 6$ のとき，P，Q は右の図 1 のような位置関係にある。したがって，

[図1]


(△APQ の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$AQ$\times$AP$=\dfrac{1}{2}\times3x\times x$

よって， $y=\dfrac{3}{2}x^2$

② $6 \leqq x \leqq 9$ のとき，P，Q は右の図 2 のような位置関係にある。
△APQ の底辺を AP とすると高さは QH なので，

[図2]


(△APQ の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$AP$\times$QH$=\dfrac{1}{2}\times x\times18$

よって， $y=9x$

(2) $0 \leqq x \leqq 6$ のとき $y=\frac{3}{2}x^2$ なので，

右図のように，x が 1〜6 のときの y の値を計算し，

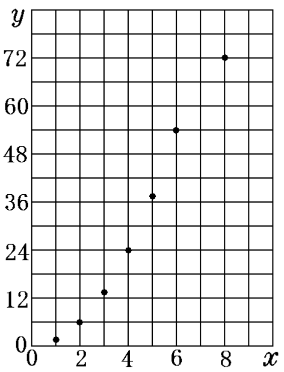
グラフ上に点をとる。その点をなめらかな曲線になるように結ぶ。

$6 \leqq x \leqq 9$ のとき $y=9x$ で直線になる。

$x=6$ のとき $y=9\times 6=54$

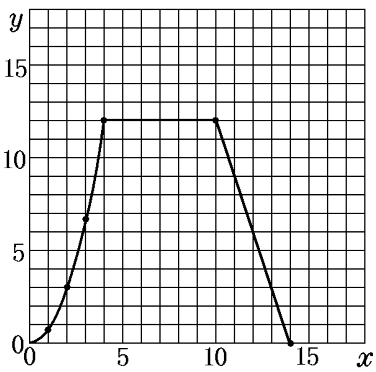
$x=8$ のとき $y=9\times 8=72$

なので，(6，54)，(8，72)を通る直線を $6 \leqq x \leqq 9$ の範囲でかく。



[解答 38](1)① $y=\frac{3}{4}x^2$　② $y=12$　③ $y=-3x+42$　(2) 12cm²

(3)



[解説]

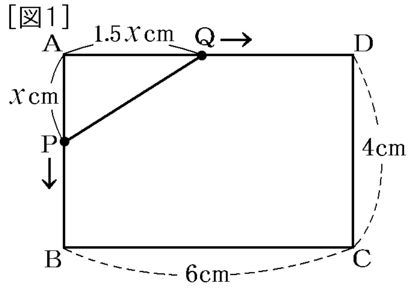
(1)①$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，右の図 1 のように，P は AB 上に，Q は AD 上にある。

x 秒で P は，1(cm／秒)× x(秒)＝ x(cm)

x 秒で Q は，1.5(cm／秒)× x(秒)＝1.5x(cm)

進む。

[図1]



(△APQ の面積)＝$\frac{1}{2}$×AQ×AP＝$\frac{1}{2}\times 1.5x\times x$

＝$\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}x\times x=\frac{3}{4}x^2$ (cm²)　よって，$y=\frac{3}{4}x^2$

② 4 秒で Q は，1.5(cm／秒)×4(秒)＝6(cm)

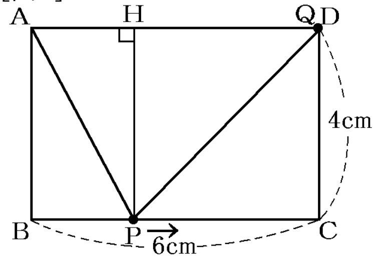
進み，D の位置に到着して停止するので，

$4 \leqq x \leqq 10$ のとき Q は D の位置にある。

また，P は BC 間にある。

よって，$4 \leqq x \leqq 10$ のときの位置関係は右の図 2 のようになる。

[図2]



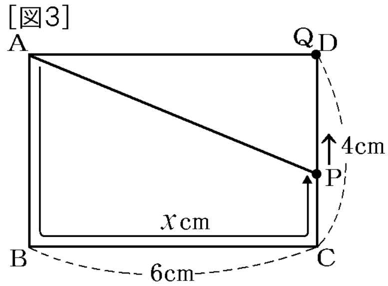
△APQ の底辺を AQ とすると，高さは PH になるので，

(△APQ の面積)＝$\frac{1}{2}$×AQ×PH＝$\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$(cm²)

よって，$y=12$

③ 10≦x≦14 のとき，右の図 3 のように，Q は D の位置に停止しており，P は CD 間にある。

[図3]



△APQ の底辺を AQ とすると，高さは PQ になる。

図 3 より，PQ＝AB＋BC＋CQ－x ＝$4+6+4-x=14-x$

(△APQ の面積)＝$\frac{1}{2}$×AQ×PQ＝$\frac{1}{2}\times 6\times(14-x)=3(14-x)=-3x+42$(cm²)

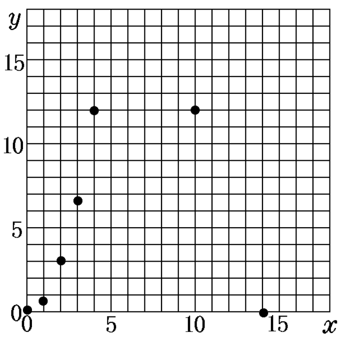
よって，$y=-3x+42$

(2) 出発してから 7 秒後は，4≦x≦10 の範囲にあるので，(1)より $y=12$

よって，そのときの面積は 12cm²

(3) 0≦x≦4 のときは $y=\frac{3}{4}x^2$

x	0	1	2	3	4
y	0	0.75	3	6.75	12



右図のように点を打ち，なめらかな曲線でむすぶ。

4≦x≦10 のときは $y=12$ なので，x 軸に平行な線分をかく。

10≦x≦14 のときは $y=-3x+42$

$x=10$ のとき $y=12$，$x=14$ のとき $y=0$

2 点(10，12)，(14，0)をむすぶ。

[解答 39](1)① $y=x^2$，$0\leqq x\leqq 3$ ② $y=3x$，$3\leqq x\leqq 8$ (2) 12cm²

[解説]

(1)① 点 P が点 B に到着するのは $6\div 2=3$ 秒後

よって，点 P が AB 上にあるときの x の変域は $0\leqq x\leqq 3$

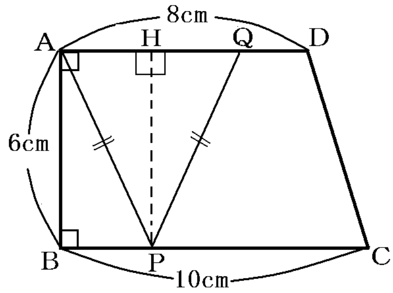
AP＝$2x$，AQ＝x なので，面積は $y=\frac{1}{2}\times x\times 2x=x^2$

② 点 P が点 C に到着するのは，$(6+10)\div 2=8$ 秒後 ゆえに点 P が BC 上にあるときの x の変域は $3\leqq x\leqq 8$

AQ＝x cm を底辺とすると，高さは常に 6cm

ゆえに $y=\frac{1}{2}\times x\times 6=3x$

(2) P が AB 上にあるときは AP＜PQ で AP＝PQ とならない。



P が BC 上にあるとき，AP＝PQ であるので右図のような状態になる。

図から明らかなように△APH≡△QPH

ゆえに BP=AH＝$\frac{1}{2}$AQ，ゆえに AQ＝2BP，AQ＝x cm

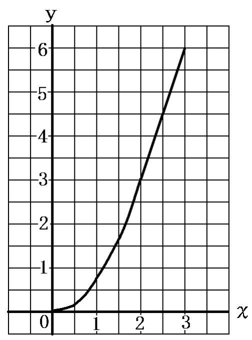
AP＋BP＝$2x$，６＋BP＝$2x$，BP＝$2x-6$

ゆえに $x=2(2x-6)$　これを解いて $x=4$

よって，$y=3x=3\times4=12$

[解答 40](1)①　$y=\frac{3}{4}x^2$　②　$y=3x-3$

(2)



[解説]

(1)①　直線 OA の式は原点を通るので $y=ax$ とおける。

点 A を通るので $x=2,\ y=3$ を代入して $3=2a$

ゆえに $a=\frac{3}{2}$　ゆえに OA の式は $y=\frac{3}{2}x$

ゆえに OQ＝x のとき PQ＝$\frac{3}{2}x$

よって面積 $y=\frac{1}{2}\times x\times\frac{3}{2}x$　$y=\frac{3}{4}x^2$

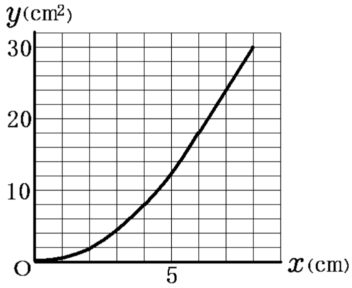
②　P が AB 上にあるとき，AP＝$x-2$ なので

(面積)＝△OAH＋四角形

ゆえに $y=\frac{1}{2}\times2\times3+(x-2)\times3$　$y=3x-3$

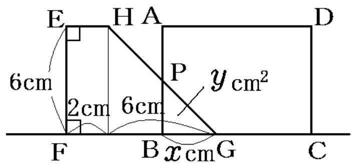
[解答 41](1)$0 \leqq x \leqq 6$： $y=\frac{1}{2}x^2$　$6 < x \leqq 8$： $y=6x-18$　(3) $\frac{19}{3}$cm

(2)



[解説]

(1) $0 \leqq x \leqq 6$ のときは，右図のような状態になっている。

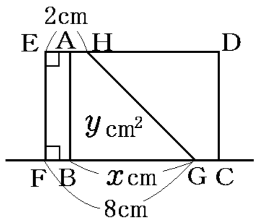


右図で，BP＝BG＝x(cm)なので，

(△BPG の面積)＝$\frac{1}{2}$×BG×BP＝$\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2$(cm²)

よって， $y=\frac{1}{2}x^2$

$6 < x \leqq 8$ のときは，右図のような状態になっている。



(台形 ABGH の面積)＝$\frac{1}{2}$×(AH＋BG)×AB

BG＝x(cm)，AB＝6cm である。

AH は次のようにして求める。

図より，FB＝8－x(cm)なので，EA＝FB＝8－x(cm)

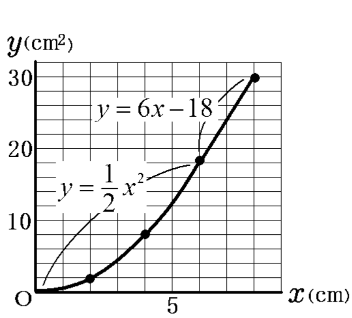
AH＝EH－EA＝2－(8－x)＝x－6

よって，(台形 ABGH の面積)＝$\frac{1}{2}$×(AH＋BG)×AB

$=\frac{1}{2}\times(x-6+x)\times 6=3(2x-6)=6x-18$

したがって， $y=6x-18$

(2) $0 \leqq x \leqq 6$ のときは $y=\frac{1}{2}x^2$



$x=2$ のとき， $y=2$

$x=4$ のとき， $y=8$

$x=6$ のとき， $y=18$

たとえば，この 3 点を打って，なめらかな曲線で結ぶ。

$6 < x \leqq 8$ のときは $y=6x-18$

$x=6$ のとき， $y=18$

$x=8$ のとき， $y=30$

この 2 点を直線で結ぶ。

(3) (台形 EFGH の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(EH＋FG)×EF＝$\dfrac{1}{2}$×(2＋8)×6＝30(cm^2)

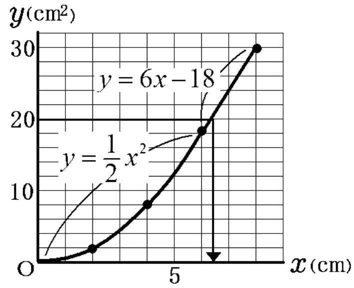
30(cm^2)の$\dfrac{2}{3}$は 20(cm^2)

右のグラフより，y＝20 のとき，$x > 6$

よって，$y = 6x - 18$ に y＝20 を代入して，

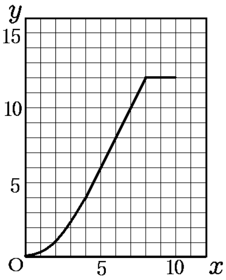
$20 = 6x - 18$，$6x = 38$

$x = \dfrac{38}{6} = \dfrac{19}{3}$



[解答 42](1)　$y = 1$　(2) $0 < x \leqq 4$　(3)　$y = 8$

(4)



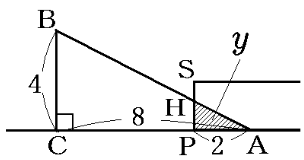
[解説]

(1)　$x = 2$ のとき，右図のような状態になっており，

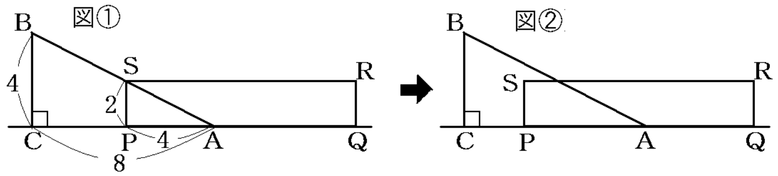
HP：PA＝BC：CA＝4：8＝1：2 なので，

HP：PA＝1：2，HP：2＝1：2 で，HP＝1 になる。

したがって，y ＝$\dfrac{1}{2}$×PA×HP＝$\dfrac{1}{2}$×2×1＝1



(2) 重なった部分の図形が直角三角形となるのは，右の図①の $x = 4$ の場合までである。x が 4 より大きくなると，重なった部分は図②のように台形になる。



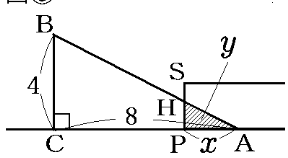
したがって，重なった部分の図形が直角三角形となるのは，$0 < x \leqq 4$ の範囲である。

(3)(4) $0 < x \leqq 4$ のとき，右の図③のような状態になる。

このとき，重なった部分は三角形になるので，

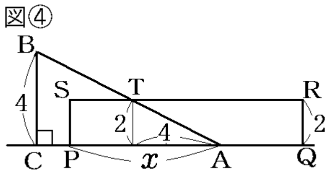
(重なった部分の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×PA×PH となる

図③



PA＝x，PH＝$\dfrac{1}{2}x$ なので，$y = \dfrac{1}{2} \times x \times \dfrac{1}{2}x$　よって，$y = \dfrac{1}{4}x^2$

$4 < x \leqq 8$ のとき，右の図④のような状態になる。



重なった部分は，台形 STAP になる。

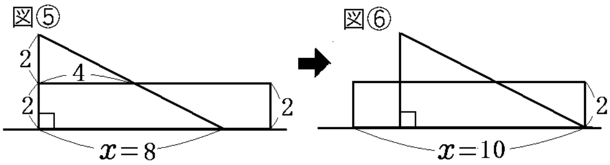
(重なった部分の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$(ST＋PA)$\times$SP

図より，ST＝$x-4$ なので，$y=\dfrac{1}{2}(x-4+x)\times 2=2x-4$

したがって，$x=6$ のとき，$y=2\times 6-4=8$ となる。

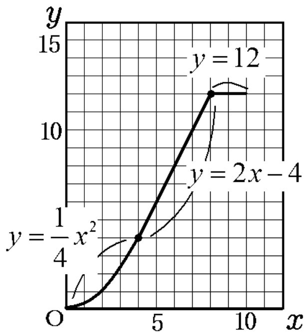
$8 < x \leqq 10$ のとき，

右の図⑤→図⑥のように，重なった部分は一定で，



(重なった部分の面積)

$=\dfrac{1}{2}\times(4+8)\times 2=12$ となる。以上より，



$0 < x \leqq 4$ のとき，$y=\dfrac{1}{4}x^2$

$4 < x \leqq 8$ のとき，$y=2x-4$

$8 < x \leqq 10$ のとき，$y=12$

で，グラフは右図のようになる。

[解答 43](1) $y=\dfrac{1}{4}x^2$　(2) 8m　(3) A の方が 3m／s 速い。

[解説]

A は放物線なので，$y=ax^2$ とおくことができる。

A は(4，4)を通ので，$y=ax^2$ に $x=4,\ y=4$ を代入して，$4=16a$

よって，$a=\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4}$　したがって，A の式は $y=\dfrac{1}{4}x^2$ となる。

(2) B は原点を通る直線なので，$y=bx$ とおくことができる。

B は(4，4)を通ので，$y=bx$ に $x=4,\ y=4$ を代入して，$4=4b$

よって，$b=1$　したがって，B の式は，$y=x$

8 秒後の A，B の進んだ距離は，

A：$y=\dfrac{1}{4}x^2$ に $x=8$ を代入して，$y=\dfrac{1}{4}\times 64=16$

B：$y=x$ に $x=8$ を代入して，$y=8$

したがって，8 秒後には，A と B は，16－8＝8(m)離れている。

(3) A：$x=6$ のとき，$y=\dfrac{1}{4}x^2=\dfrac{1}{4}\times 36=9$，$x=10$ のとき，$y=\dfrac{1}{4}x^2=\dfrac{1}{4}\times 100=25$

したがって，(平均の速さ)＝$\dfrac{(\text{進んだ距離})}{(\text{かかった時間})}=\dfrac{25-9}{10-6}=\dfrac{16}{4}=4$(m／s)

B： $x=6$ のとき， $y=x=6$， $x=10$ のとき， $y=x=10$

したがって，(平均の速さ)＝$\dfrac{10-6}{10-6}=\dfrac{4}{4}=1$(m／s)

以上より，A の方が，4－1＝3(m／s)速い。

【】落下運動・制動距離など

[落下運動]

[解答 44](1) $y=5x^2$　(2) 125m　(3) 9 秒

[解説]

(1) 落ちる距離は，落ち始めてからの時間の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおくことができる(a は定数)。

$y=ax^2$ に $x=3,\ y=45$ を代入すると， $45=a\times 9$ となり， $a=5$

よって， $y=5x^2$ が成り立つ。

(2) $y=5x^2$ に $x=5$ を代入して， $y=5\times 5^2=125$

(3) $y=5x^2$ に $y=405$ を代入して， $405=5x^2$，$x^2=405\div 5=81$

$x>0$ なので， $x=9$

[解答 45]10 秒

[解説]

落ちる距離を y m，落ち始めてからの時間を x 秒とすると，

落ちる距離 y は，落ち始めてからの時間 x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおくことができる(a は定数)。

4 秒間に落ちた距離が 80 m であるので， $80=a\times 4^2$， $a=5$

よって $y=5x^2$　この式に $y=500$ を代入すると， $500=5x^2$， $x^2=100$

$x>0$ なので， $x=10$　よって，10 秒かかる。

[解答 46](1) $a=\dfrac{1}{4}$　(2) 2m／s　(3) 8 秒後　(4) 12m

[解説]

(1)「ボールが転がり始めてから 4 秒間に転がる距離は 4m であった」ので，$x=4$ のとき $y=4$ になる。 $y=ax^2$ に $x=4$， $y=4$ を代入すると，

$4=a\times 16$，よって， $a=\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4}$

(2) (1)より，転がり始めてから x 秒後のボールの進んだ距離は， $y=\frac{1}{4}x^2$ である。

$x=2$ のとき， $y=\frac{1}{4}\times 2^2=1$

$x=6$ のとき， $y=\frac{1}{4}\times 6^2=9$

したがって，(平均の速さ)＝$\frac{(\text{進んだ距離})}{(\text{かかった時間})}=\frac{9-1}{6-2}=\frac{8}{4}=2$(m／s)

(3) ボールが転がり始めてから x 秒間に進んだ距離は $y=\frac{1}{4}x^2$ (m)である。A さんは秒速 2m の速さで進んでいるので， x 秒間に進んだ距離は $2x$ m である。

A さんがボールに追いつかれるとき，A さんとボールの進んだ距離は等しくなるので，

$\frac{1}{4}x^2=2x$ が成り立つ。

$\frac{1}{4}x^2=2x,\ x^2=8x,\ x^2-8x=0,\ x(x-8)=0$

よって， $x=0,\ 8$ 　 $x>0$ なので， $x=8$

(4) $x=12$ のとき，

A さんは， $2x=2\times 12=24$ (m)進んでいる。

ボールは， $y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times 12^2=\frac{1}{4}\times 144=36$ (m) 進んでいる。

したがって，A さんとボールは，36－24＝12(m)はなれている。

[制動距離]

[解答 47] $y=\frac{1}{160}x^2$

[解説]

y は x の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおく。

$x=40,\ y=10$ を代入すると， $10=a\times 40^2$ 　ゆえに $a=\frac{1}{160}$ 　ゆえに $y=\frac{1}{160}x^2$

[解答 48](1)　$y=\frac{1}{125}x^2$　(2) 時速 $50\sqrt{3}$ km

[解説]

(1) 制動距離が車の速さの 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

$y=ax^2$ に $x=50,\ y=20$ を代入すると，$20=a\times 50^2$　ゆえに $a=\frac{20}{2500}=\frac{1}{125}$

ゆえに $y=\frac{1}{125}x^2$

(2) $y=60$ を $y=\frac{1}{125}x^2$ に代入すると，$60=\frac{1}{125}x^2$　ゆえに $x^2=60\times 125$

$x>0$ なので，$x=\sqrt{60\times 125}=\sqrt{12\times 5\times 5^3}=25\sqrt{12}=50\sqrt{3}$ (km/時)

[解答 49](1)　$y=\frac{2}{225}x^2$　(2) 時速 67km

[解説]

(1) 制動距離は，自動車の速さの 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおくことができる。

$x=30$，$y=8$ を代入すると，$8=a\times 900$　ゆえに，$a=\frac{2}{225}$，$y=\frac{2}{225}x^2$

(2) 制動距離が 40m なので，$y=40$

これを $y=\frac{2}{225}x^2$ に代入すると，$40=\frac{2}{225}x^2$，$x^2=4500$

$x>0$ なので，$x=30\sqrt{5}=67.2$

【】いろいろな関数

[解答 50](1) 500 円　(2) 600 円

[解説]

$x=300$(g)は，$200\leqq x<400$ の範囲に入っているので $y=500$(円)である。

$x=400$(g)は，$400\leqq x<600$ の範囲に入っているので $y=600$(円)である。

[解答 51](1) 500 円　(2) 900 円　(3) イ

[解説]

(1) $x=120$(分)は，$90<x\leqq 120$ の範囲に入っているので $y=500$(円)である。

(2) 3 時間 45 分＝225 分である。

グラフでは，「$150<x\leqq 180$ のときは $y=700$」までしか表示されていないが，

30 分ごとに 100 円ずつ加算されるので，

$180 < x \leqq 210$ のときは $y = 700 + 100 = 800$

$210 < x \leqq 240$ のときは $y = 800 + 100 = 900$

である。したがって，$x = 225$ のときは $y = 900$ になる。

(3) x(分)が決まると y(円)の値はただ 1 つ決まるので，y は x の関数である。

これに対し，例えば，$y = 300$(円)になるときの x(分)は，10 分，20 分・・・と複数あるので，y(円)の値が決まっても x(分)の値は決まらない。したがって，x は y の関数とはいえない。

[解答 52](1) いえる　(2) 120cm

[解説]

(1) x(cm)が決まると y(円)の値はただ 1 つ決まるので，y は x の関数である。

(2) 所持金が 1693 円のとき運賃 1700 円は支払えない。1400 円までしか支払えない。

$y = 1400$(円)に対応する x(cm)は，$100 < x \leqq 120$ であるので，荷物の縦，横，高さの合計が 120cm までを送ることができる。