【】速さの問題

[解答 1](1) $y=\frac{1}{4}x^2$　(2) 8m　(3) A の方が 3m／s 速い。

[解説]

A は放物線なので，$y=ax^2$ とおくことができる。

A は(4，4)を通るので，$y=ax^2$ に $x=4,\ y=4$ を代入して，$4=16a$

よって，$a=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$　したがって，A の式は $y=\frac{1}{4}x^2$ となる。

(2) B は原点を通る直線なので，$y=bx$ とおくことができる。

B は(4，4)を通るので，$y=bx$ に $x=4,\ y=4$ を代入して，$4=4b$

よって，$b=1$　したがって，B の式は，$y=x$

8 秒後の A，B の進んだ距離は，

A：$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=8$ を代入して，$y=\frac{1}{4}\times 64=16$

B：$y=x$ に $x=8$ を代入して，$y=8$

したがって，8 秒後には，A と B は，16－8＝8(m)離れている。

(3) A：$x=6$ のとき，$y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times 36=9$，$x=10$ のとき，$y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times 100=25$

したがって，(平均の速さ)＝$\frac{(\text{進んだ距離})}{(\text{かかった時間})}=\frac{25-9}{10-6}=\frac{16}{4}=4$(m／s)

B：$x=6$ のとき，$y=x=6$，$x=10$ のとき，$y=x=10$

したがって，(平均の速さ)＝$\frac{10-6}{10-6}=\frac{4}{4}=1$(m／s)

以上より，A の方が，4－1＝3(m／s)速い。

[解答 2](1) $a=\frac{1}{4}$ (2) 2m／s (3) 8 秒後 (4) 12m

[解説]

(1) 「ボールが転がり始めてから 4 秒間に転がる距離は 4m であった」ので，$x=4$ のとき $y=4$ になる。$y=ax^2$ に $x=4$，$y=4$ を代入すると，

$4=a\times16$，よって，$a=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

(2) (1)より，転がり始めてから x 秒後のボールの進んだ距離は，$y=\frac{1}{4}x^2$ である。

$x=2$ のとき，$y=\frac{1}{4}\times2^2=1$

$x=6$ のとき，$y=\frac{1}{4}\times6^2=9$

したがって，(平均の速さ)$=\frac{(\text{進んだ距離})}{(\text{かかった時間})}=\frac{9-1}{6-2}=\frac{8}{4}=2$ (m／s)

(3) ボールが転がり始めてから x 秒間に進んだ距離は $y=\frac{1}{4}x^2$ (m)である。A さんは秒速 2m の速さで進んでいるので，x 秒間に進んだ距離は $2x$ m である。

A さんがボールに追いつかれるとき，A さんとボールの進んだ距離は等しくなるので，

$\frac{1}{4}x^2=2x$ が成り立つ。

$\frac{1}{4}x^2=2x,\ x^2=8x,\ x^2-8x=0,\ x(x-8)=0$

よって，$x=0,\ 8$ $x>0$ なので，$x=8$

(4) $x=12$ のとき，

A さんは，$2x=2\times12=24$ (m)進んでいる。

ボールは，$y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times12^2=\frac{1}{4}\times144=36$ (m) 進んでいる。

したがって，A さんとボールは，36－24＝12(m)はなれている。

【】動点の問題

[解答 3](1) $y=x^2$　② $0\leqq x\leqq 10$　(2) $2\sqrt{3}$ 秒後

[解説]

(1) x 秒後には，AP＝x cm，AQ＝$2x$ cm

よって $y=\frac{1}{2}\times x\times 2x=x^2$

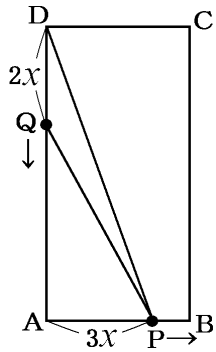
P が B 点に達するのは 10 秒後，Q が C 点に達するのも 10 秒後

よって x の変域は，$0\leqq x\leqq 10$

(2) $y=x^2$ に $y=12$ を代入すると，$12=x^2$

$x\geqq 0$ なので $x=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$　よって $2\sqrt{3}$ 秒後

[解答 4](1) $y=3x^2$　(2) 5 秒後



[解説]

(1) x 秒後には，DQ＝$2x$ cm，AP＝$3x$ cm なので，

(△DPQ の面積)＝$\frac{1}{2}$ ×(底辺 DQ)×(高さ PA)

$y=\frac{1}{2}\times 2x\times 3x=3x^2$

(2) 長方形の面積は 30×15＝450cm² なので，

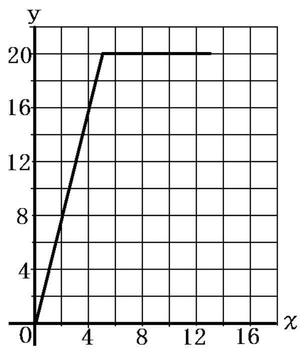
$y=450\times\frac{1}{6}=75$ cm²

よって，$y=3x^2$ に $y=75$ を代入すると，$75=3x^2$，$x^2=75\div 3$, $x^2=25$

$x>0$ なので $x=5$　これは条件を満たす。

[解答 5](1)① $y=4x$　② $0\leqq x\leqq 5$　(2)① $y=20$　② $5\leqq x\leqq 13$

(3)



[解説]

(1) 毎秒 1cm の速さなので AP＝ x cm

△APD で AD＝8cm を底辺とすると高さは AP＝ x cm

よって，(△APD の面積)＝ $y=\dfrac{1}{2}\times 8\times x$， $y=4x$

B につくのは 5 秒後なので，変域は， $0\leqq x\leqq 5$

(2) 点 P が BC 上にあるとき，底辺を AD＝8cm とすると

高さは常に 5cm である。ゆえに $y=\dfrac{1}{2}\times 8\times 5=20$

点 B にくるのは 5 秒後，点 C にくるのは $5+8=13$ 秒後なので， x の変域は $5\leqq x\leqq 13$

[解答 6](1)① $y=x^2$， $0\leqq x\leqq 3$ ② $y=3x$， $3\leqq x\leqq 8$ (2) 12cm²

[解説]

(1)① 点 P が点 B に到着するのは $6\div 2=3$ 秒後 ゆえに点 P が AB 上にあるときの x の変域は $0\leqq x\leqq 3$

AP＝ $2x$，AQ＝ x なので面積は $y=\dfrac{1}{2}x\times 2x=x^2$

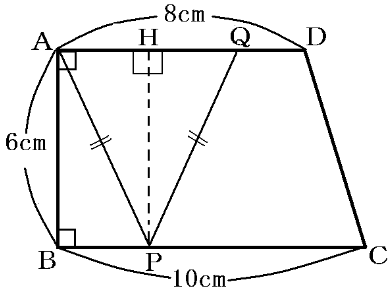
② 点 P が点 C に到着するのは， $(6+10)\div 2=8$ 秒後 ゆえに点 P が BC 上にあるときの x の変域は $3\leqq x\leqq 8$

AQ＝ x cm を底辺とすると，高さは常に 6cm

ゆえに $y=\dfrac{1}{2}\times x\times 6=3x$

(2) P が AB 上にあるときは AP＜PQ で AP＝PQ とならない。

P が BC 上にあるとき, AP＝PQ であるので右図のような状態になる。



図から明らかなように△APH≡△QPH

ゆえに BP=AH＝ $\dfrac{1}{2}$ AQ，ゆえに AQ＝2BP

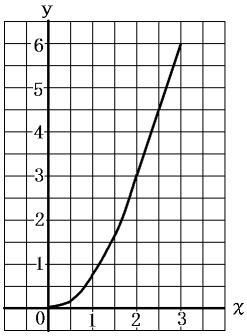
AQ＝ x cm

AP＋BP＝ $2x$， 6 ＋BP＝ $2x$，BP＝ $2x-6$

ゆえに $x=2(2x-6)$ これを解いて $x=4$ ゆえに $y=3x=3\times 4=12$

[解答 7](1)① $y=\frac{3}{4}x^2$　② $y=3x-3$

(2)



[解説]

(1)① 直線 OA の式は原点を通るので $y=ax$ とおける。

点 A を通るので $x=2,\ y=3$ を代入して $3=2a$

ゆえに $a=\frac{3}{2}$　ゆえに OA の式は $y=\frac{3}{2}x$

ゆえに OQ＝x のとき PQ＝$\frac{3}{2}x$

よって面積 $y=\frac{1}{2}\times x\times\frac{3}{2}x$　$y=\frac{3}{4}x^2$

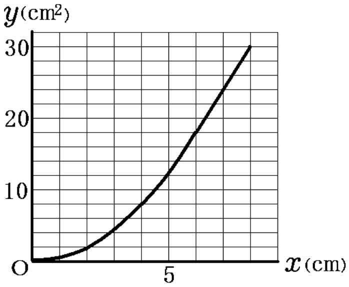
② P が AB 上にあるとき，AP＝$x-2$ なので

(面積)＝△OAH＋四角形

ゆえに $y=\frac{1}{2}\times2\times3+(x-2)\times3$　$y=3x-3$

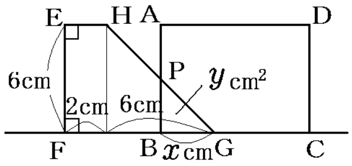
[解答 8](1)$0\leqq x\leqq6$： $y=\frac{1}{2}x^2$　$6<x\leqq8$： $y=6x-18$　(3) $\frac{19}{3}$cm

(2)



[解説]

(1) 0≦ x ≦6 のときは，右図のような状態になっている。

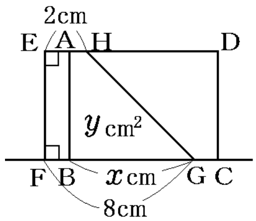


右図で，BP＝BG＝ x (cm)なので，

(△BPG の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×BG×BP＝ $\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2$ (cm²)

よって， $y=\frac{1}{2}x^2$

6＜ x ≦8 のときは，右図のような状態になっている。



(台形 ABGH の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×(AH＋BG)×AB

BG＝ x (cm)，AB＝6cm である。

AH は次のようにして求める。

図より，FB＝8－ x (cm)なので，EA＝FB＝8－ x (cm)

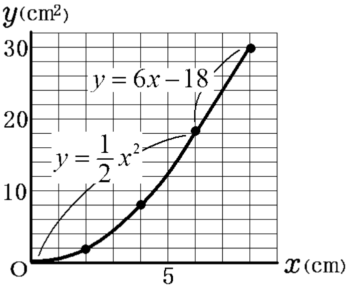
AH＝EH－EA＝2－(8－ x)＝ x －6

よって，(台形 ABGH の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×(AH＋BG)×AB

$=\frac{1}{2}\times(x-6+x)\times 6=3(2x-6)=6x-18$

したがって， $y=6x-18$

(2) 0≦ x ≦6 のときは $y=\frac{1}{2}x^2$



$x=2$ のとき， $y=2$

$x=4$ のとき， $y=8$

$x=6$ のとき， $y=18$

たとえば，この 3 点を打って，なめらかな曲線で結ぶ。

6＜ x ≦8 のときは $y=6x-18$

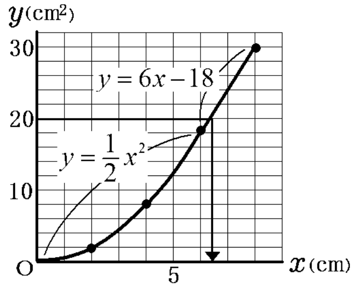
$x=6$ のとき， $y=18$

$x=8$ のとき， $y=30$

この 2 点を直線で結ぶ。

(3) (台形 EFGH の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×(EH＋FG)×EF＝ $\frac{1}{2}$ ×(2＋8)×6＝30(cm²)

$30(\text{cm}^2)$の$\dfrac{2}{3}$は$20(\text{cm}^2)$



右のグラフより，$y=20$のとき，$x>6$

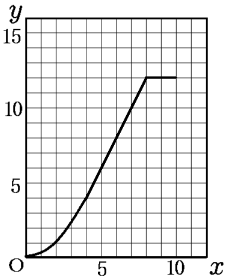
よって，$y=6x-18$に$y=20$を代入して，

$20=6x-18,\ 6x=38$

$x=\dfrac{38}{6}=\dfrac{19}{3}$

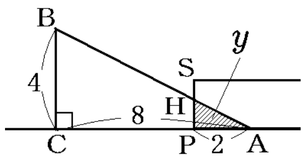
[解答 9](1) $y=1$　(2) $0<x\leqq4$　(3) $y=8$

(4)



[解説]

(1) $x=2$のとき，右図のような状態になっており，

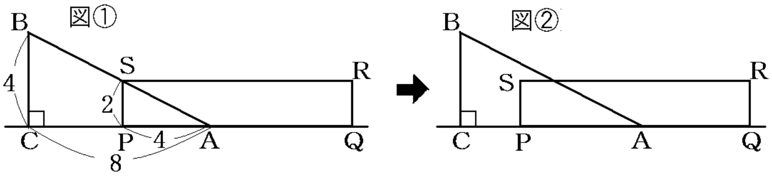


HP : PA＝BC : CA＝4 : 8＝1 : 2 なので，

HP : PA＝1 : 2，HP : 2＝1 : 2 で，HP＝1 になる。

したがって，$y=\dfrac{1}{2}\times\text{PA}\times\text{HP}=\dfrac{1}{2}\times2\times1=1$

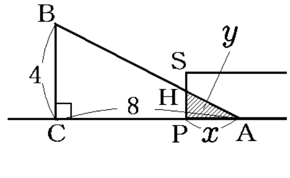
(2) 重なった部分の図形が直角三角形となるのは，右の図①の$x=4$の場合までである。xが 4 より大きくなると，重なった部分は図②のように台形になる。



したがって，重なった部分の図形が直角三角形となるのは，$0<x\leqq4$ の範囲である。

(3)(4) $0<x\leqq4$のとき，右の図③のような状態になる。

図③



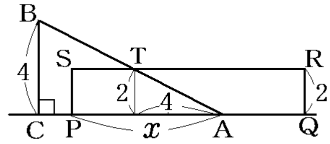
このとき，重なった部分は三角形になるので，

(重なった部分の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times\text{PA}\times\text{PH}$ となる

PA＝x，PH＝$\dfrac{1}{2}x$なので，$y=\dfrac{1}{2}\times x\times\dfrac{1}{2}x$　よって，$y=\dfrac{1}{4}x^2$

4＜x≦8 のとき，右の図④のような状態になる。

図④



重なった部分は，台形 STAP になる。

(重なった部分の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(ST＋PA)×SP

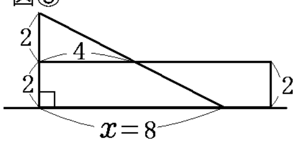
図より，ST＝$x-4$なので，$y=\dfrac{1}{2}(x-4+x)\times2=2x-4$

したがって，x＝6 のとき，y＝2×6－4＝8 となる。

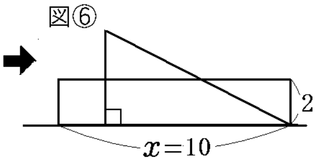
8＜x≦10 のとき，

右の図⑤→図⑥のように，重なった部分は一定で，

図⑤



図⑥



(重なった部分の面積)

$=\dfrac{1}{2}\times(4+8)\times2=12$ となる。

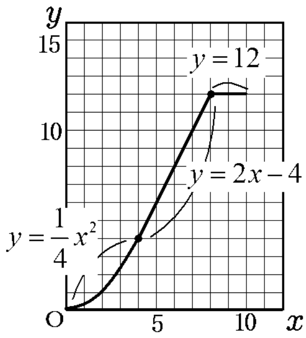
以上より，

0＜x≦4 のとき，$y=\dfrac{1}{4}x^2$

4＜x≦8 のとき，$y=2x-4$

8＜x≦10 のとき，$y=12$

で，グラフは右図のようになる。



【】面積

[解答 10](1) A$(-2,\ 4)$，B$(3,\ 9)$　(2) 15

[解説]

<Point> 放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=bx+c$ の交点→$ax^2=bx+c$ を解く

交点においては，$y=ax^2$ の y と $y=bx+c$ の y が同じなので，ax^2 と $bx+c$ が等しくなる。よって，$ax^2=bx+c$ が成り立つ。

(1) $y=x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めるために，$x^2=x+6$ とおく。

$x^2-x-6=0$，$(x-3)(x+2)=0$，$x=3,\ -2$

$x=3$ のとき $y=3^2=9$，$x=-2$ のとき $y=4$　よって，A$(-2,\ 4)$，B$(3,\ 9)$

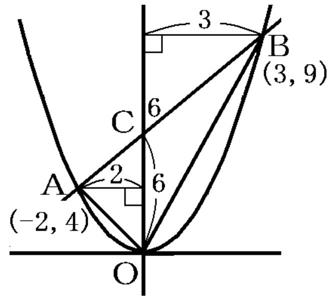
<Point> △AOB の面積→y 軸で 2 つの三角形に分けて求める。

(2) 直線 AB と y 軸の交点を C とすると，

$y=x+6$ の y 切片が 6 なので，OC＝6

△AOC の面積は, OC＝6 を底辺とすると高さは点 A の x 座標より 2 なので，$\dfrac{1}{2}\times6\times2=6$

△BOC の面積は, OC＝6 を底辺とすると高さは点 B の x 座標より 3 なので，$\dfrac{1}{2}\times6\times3=9$



ゆえに，(△AOB の面積)＝$6+9=15$

[解答 11](1) $y=2x+4$　(2) 6　(3) 9

[解説]

(1) 点 B の x 座標は 2 なので，$y=2x^2$ に入して $y=2\times2^2=8$　ゆえに B$(2,\ 8)$

点 C の x 座標は -1 なので，$y=2x^2$ に入して $y=2\times(-1)^2=2$　ゆえに C$(-1,\ 2)$

直線 BC の式を $y=ax+b$ とおいて，B$(2,\ 8)$，C$(-1,\ 2)$を代入すると，

$8=2a+b\cdots$①，$2=-a+b\cdots$②　これを連立方程式として解く。

①−②より，$8-2=2a+b-(-a+b)$，$6=2a+b+a-b$，$6=3a$，$a=2$

②に $a=2$ を代入すると，$2=-2+b$，$b=4$

ゆえに直線 BC の式は $y=2x+4$

(2)<Point> △OBC の面積→y 軸で 2 つの三角形に分けて求める。

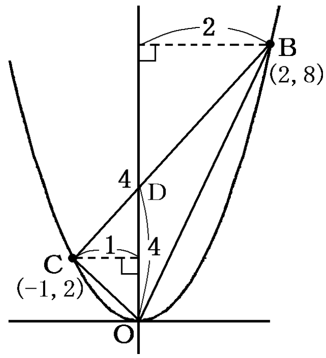
直線 BC が y 軸と交わる点を D とすると，

$y=2x+4$ より点 D の y 座標は 4 で OD＝4

△OBD の底辺を OD＝4 とすると，

点 B の x 座標が 2 なので，△OBD の高さは 2

ゆえに(△OBD の面積)＝$\frac{1}{2}\times 4\times 2=4$



同様に，△OCD の底辺を OD＝4 とすると，

点 C の x 座標が -1 なので，△OCD の高さは 1

ゆえに(OCD の面積)＝$\frac{1}{2}\times 4\times 1=2$　ゆえに(△OBC の面積)＝$4+2=6$

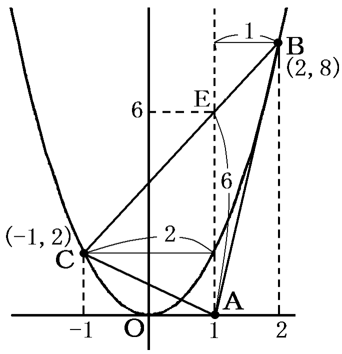
(3) <Point> △ABC の面積→ y 軸に平行な直線で 2 つの三角形に分けて求める。

点 A を通って y 軸に平行な直線を引き，直線 BC との交点を E とする。

$y=2x+4$ に $x=1$ を代入すると $y=6$　ゆえに点 E の y 座標は 6 で，AE＝6

△ABE の底辺を AE＝6 とする。点 B の x 座標が 2，点 A の x 座標は 1 なので△ABE の高さは $2-1=1$

ゆえに△ABE の面積＝$\frac{1}{2}\times 6\times 1=3$



△ACE の底辺を AE＝6 とする。点 C の x 座標が -1，点 A の x 座標は 1 なので△ABE の高さは $1-(-1)=2$

ゆえに(△ACE の面積)＝$\frac{1}{2}\times 6\times 2=6$　よって△ABC の面積＝$6+3=9$

[解答 12](1)　$a=\frac{1}{2}$　(2)　$y=x+4$　(3)　12　(4)　$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

[解説]

(1) 点 A(−2，2)は $y=ax^2$ 上にあるので，$x=-2,\ y=2$ を $y=ax^2$ に代入して，

$2=a\times(-2)^2$，$4a=2$　ゆえに $a=\frac{1}{2}$

(2) 直線 AB の式を $y = bx + c$ とおく。

点 B の x 座標は 4 なので，y 座標は $y = \frac{1}{2}x^2$ に代入して，$y = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$

$y = bx + c$ は点 B を通るので，$x = 4,\ y = 8$ を代入して $8 = 4b + c$ ･･･①

また，$y = bx + c$ は点 A を通るので,

$x = -2,\ y = 2$ を代入して $2 = -2b + c$ ･･･②

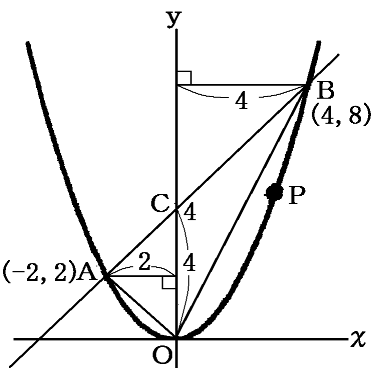
①，②を $b,\ c$ についての連立方程式として解く。

①－②より，$8 - 2 = 4b + c - (-2b + c),\ 6 = 4b + c + 2b - c$，$6 = 6b,\ b = 1$

これを①に代入すると，$8 = 4 + c,\ c = 4$

よって $b = 1,\ c = 4$　ゆえに直線 AB の式は $y = x + 4$

(3) 直線 AB の式が $y = x + 4$ なので，点 C の y 座標は 4 で OC＝4



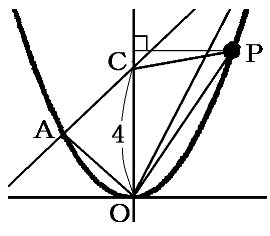
△OBC で OC＝4 を底辺とすると, 点 B の x 座標が 4 であることから△OBC の高さは 4

ゆえに(△OBC の面積)＝$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

△OAC で OC＝4 を底辺とすると，点 A の x 座標が －2 であることから△OAC の高さは 2

ゆえに(△OAC の面積)＝$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$

よって△OAB の面積は，$8 + 4 = 12$



(4) △OPC の面積は△OAB の面積の $\frac{1}{2}$ なので $12 \times \frac{1}{2} = 6$。

底辺 OC＝4 なので△OPC の高さは 3

よって点 P の x 座標は 3

$y = \frac{1}{2}x^2$ に $x = 3$ を代入すると，$y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$　ゆえに点 P の座標は $\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

[解答 13] $a=5$

[解説]

△ABC の底辺を BC とすると，高さは右図の AH になる。

点 C の x 座標は 1 なので， $y=ax^2$ に $x=1$ を代入して $y=a$

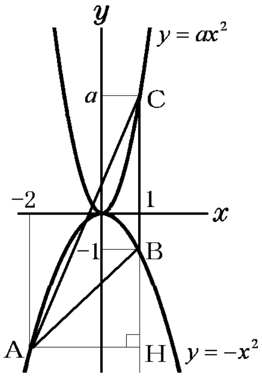
よって，BC＝$a-(-1)=a+1$

AH＝$1-(-2)=1+2=3$

ゆえに，(△ABC の面積)＝(底辺 BC)×(高さ AH)÷2

$=(a+1)\times 3\div 2=\dfrac{3(a+1)}{2}$ (cm²)

よって， $\dfrac{3(a+1)}{2}=9$， $3(a+1)=18$， $a+1=6$， $a=5$



[解答 14](1) $\dfrac{1}{4}$　(2) $y=\dfrac{1}{2}x+2$　(3) $3\sqrt{5}$　(4) $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

[解説]

(1) $y=ax^2$ は点 B(4，4)を通るので， $x=4,\ y=4$ を $y=ax^2$ に代入して，

$4=a\times 16,\ a=4\div 16=\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4}$

(2) 点 A の x 座標 $x=-2$ を $y=\dfrac{1}{4}x^2$ に代入すると， $y=\dfrac{1}{4}\times 4=1$

よって点 A の座標は(−2，1)

直線 AB の式を $y=bx+c$ とおく。

$y=bx+c$ は点 A を通るので， $x=-2,\ y=1$ を $y=bx+c$ に代入して，

$1=-2b+c,\ -2b+c=1$ ･･･①

$y=bx+c$ は点 B(4，4)を通るので， $x=4,\ y=4$ を $y=bx+c$ に代入して，

$4=4b+c,\ 4b+c=4$ ･･･②

①，②を連立方程式として解く。②−①より，

$4b+c-(-2b+c)=4-1,\ 4b+c+2b-c=3,\ 6b=3,\ b=3\div 6=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

$b=\dfrac{1}{2}$ を①に代入すると， $-2\times\dfrac{1}{2}+c=1,\ -1+c=1,\ c=1+1=2$

よって，直線 AB の式は，$y=\frac{1}{2}x+2$ となる。

(3) 2 点 (x_1, y_1), (x_2, y_2) の長さは三平方の定理より，

$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ となる。

A(−2，1)，B(4，4)なので，

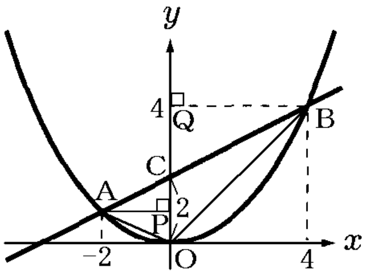
(線分 AB の長さ)＝$\sqrt{(4-(-2))^2+(4-1)^2}=\sqrt{36+9}=\sqrt{45}=\sqrt{9\times5}=3\sqrt{5}$

(4) △OAB の面積を使って OH の長さを求める。

まず，△OAB の面積を求める。

右図のように，△OAB を△OAC と△OBC に分ける。

△OAC の底辺を OC とすると，高さは AP になる。



直線 AB の式は $y=\frac{1}{2}x+2$ なので，点 C の y 座標は 2 になる。よって，OC＝2

高さは AP で，点 A の x 座標が−2 であることより，AP＝2

よって，(△OAC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×AP＝$\frac{1}{2}$×2×2＝2

同様にして，(△OBC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×BQ＝$\frac{1}{2}$×2×4＝4

ゆえに，(△OAB の面積)＝(△OAC の面積)＋(△OBC の面積)＝2＋4＝6

次に，△OAB の面積を AB を底辺として考える。このとき，高さは OH なので，

(△OAB の面積)＝$\frac{1}{2}$×AB×OH　よって，$\frac{1}{2}$×AB×OH＝6,

AB＝$3\sqrt{5}$ なので，$\frac{1}{2}\times3\sqrt{5}\times$OH$=6$，$\frac{3\sqrt{5}}{2}\times$OH$=6$

OH＝$6\div\frac{3\sqrt{5}}{2}=6\times\frac{2}{3\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

【】面積の二等分

[△OAB の二等分]

[解答 15] $y=-5x$

[解説]

<Point> △AOB の面積を二等分する OM

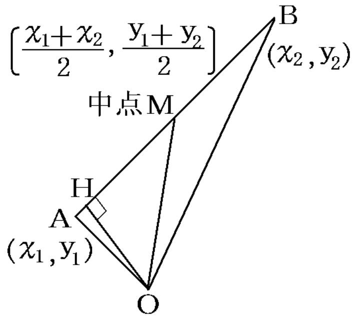
→M は AB の中点

△OAM で AM を底辺とすると，高さは OH

△OBM で BM を底辺とすると，高さは OH

高さが共通なので，AM＝BM なら面積が等しい。

中点の求め方：2 つの座標の平均をとる。

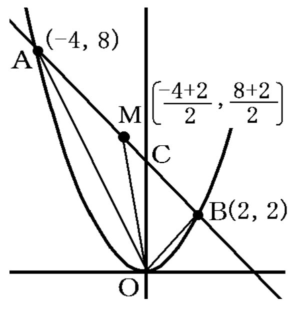


線分 AB の中点を M とすると，直線 OM は三角形 OAB の面積を二等分する。

まず，点 A，B の座標を求める。

点 A の x 座標は－4 なので，x ＝－4 を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して，

$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2$＝8　よって，点 A の座標は(－4，8)



点 B の x 座標は 2 なので，x ＝2 を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して，

$y=\frac{1}{2}\times 2^2$＝2　よって，点 B の座標は(2，2)

中点 M の座標の x 座標は点 A，B のそれぞれの x 座標の平均，

中点 M の座標の y 座標は点 A，B のそれぞれの y 座標の平均。

A$(-4,\ 8)$，B$(2,\ 2)$なので，　M$\left(\frac{-4+2}{2},\ \frac{8+2}{2}\right)$，すなわち M$(-1,\ 5)$

OM は原点を通る直線なので，$y=ax$ とおくことができる。

$x=-1,\ y=5$ を $y=ax$ に代入すると，$5=-a$　ゆえに $a=-5$

よって OM の式は $y=-5x$

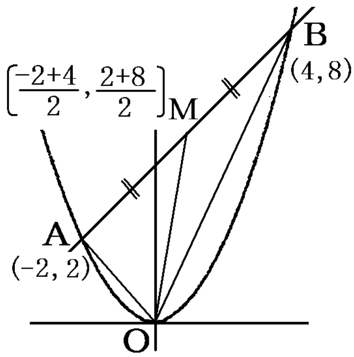
[解答 16](1) $a=\dfrac{1}{2}$　(2) $y=5x$

[解説]

(1) $y=ax^2$ が A(−2，2)を通るので，$x=-2,\ y=2$ を $y=ax^2$ に代入する。

$2=4a$ なので $a=\dfrac{1}{2}$

(2) 原点 O を通り，△AOB の面積を 2 等分する直線は AB の中点 M を通る。



点 B の x 座標は 4 なので，$x=4$ を $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に代入して，

$y=\dfrac{1}{2}\times4^2=8$　よって，点 B の座標は(4，8)

点 A(−2，2)，B(4，8)の中点の座標は

$\left(\dfrac{-2+4}{2},\ \dfrac{2+8}{2}\right)=(1,\ 5)$

求める直線は原点を通るので $y=bx$ とおくことができる。

$y=bx$ に $x=1,\ y=5$ を代入すると，$5=b\times1$，$b=5$

よって求める直線の式は $y=5x$

[解答 17](1) $a=1$　(2) $y=-2x+3$　(3) 6 cm²　(4) $y=-5x$

[解説]

(1) $y=ax^2$ は点 P(1，1)を通るので，$y=ax^2$ に $x=1,\ y=1$ を代入して，

$1=a\times1^2$，$a=1$

(2) 2 点 P，Q を通る直線の式を $y=bx+c$ とおく。

点 P(1，1)を通るので $x=1,\ y=1$ を $y=bx+c$ に代入して，$1=b+c$ ･･･①

点 Q(−3，9) を通るので $x=-3,\ y=9$ を $y=bx+c$ に代入して，$9=-3b+c$ ･･･②

①，②を $b,\ c$ についての連立方程式として解く。

①−②より，$1-9=b+c-(-3b+c),\ -8=b+c+3b-c$，$-8=4b,\ b=-2$

①に $b=-2$ を代入して，$1=-2+c,\ c=3$

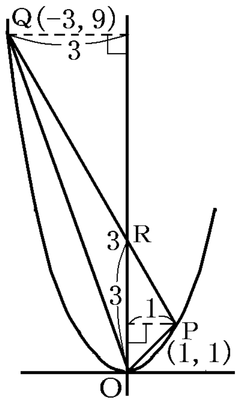
ゆえに $b=-2,\ c=3$　よって，P，Q を通る直線の式は $y=-2x+3$

(3) $y=-2x+3$ の y 切片は 3 なので OR＝3

△OPR の底辺を OR＝3 とする。点 P の x 座標は 1 なので，△OPR の高さは 1

ゆえに(△OPR の面積)$=\dfrac{1}{2}\times3\times1=\dfrac{3}{2}$

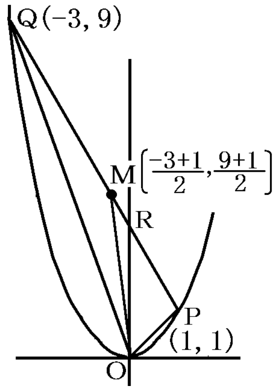
△OQR の底辺を OR$=3$とする。点 Q の x 座標は-3なので，
△OQR の高さは3



ゆえに(△OQR の面積)$=\dfrac{1}{2}\times3\times3=\dfrac{9}{2}$

よって(△OPQ の面積)$=\dfrac{3}{2}+\dfrac{9}{2}=\dfrac{12}{2}=6$ cm²

(4) 線分 PQ の中点を M とすると，
直線 OM は△OPQ の面積を 2 等分する。
P(1，1)，Q(−3，9)なので，



中点 M は$\left(\dfrac{-3+1}{2},\ \dfrac{9+1}{2}\right)=(-1,\ 5)$

OM は原点を通る直線なので$y=dx$とおくことができる。$y=dx$は点 M$(-1,\ 5)$を通るので，$x=-1,\ y=5$を代入して，$5=-d$，
$d=-5$　ゆえに OM の式は$y=-5x$

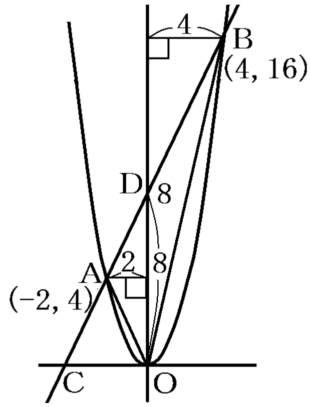
[解答 18](1) $a=1$　(2) $y=2x+8$　(3) 24　(4) $y=\dfrac{8}{3}x+\dfrac{16}{3}$

[解説]

(1) $y=ax^2$が点(−2，4)を通るので，$y=ax^2$に$x=-2,\ y=4$を代入すると，
$4=a\times(-2)^2,\ 4a=4,\ a=1$

(2) 直線 AB の式を$y=bx+c$とおく。
直線 AB が(−2，4)を通るので$x=-2,\ y=4$を$y=bx+c$に代入して$4=-2b+c$・・・①
点 B の x 座標が 4 なので，y 座標は$y=x^2$に代入して$y=4^2=16$
$x=4,\ y=16$を$y=bx+c$に代入して$16=4b+c$・・・②
①，②を$b,\ c$についての連立方程式として解く。
② − ① より，$16-4=4b+c-(-2b+c)$，
$12=4b+c+2b-c$ $12=6b,\ b=2$
①に$b=2$を代入すると，$4=-4+c,\ c=8$
よって，$b=2,\ c=8$　ゆえに直線 AB の式は$y=2x+8$

(3) AB の式が$y=2x+8$であることより，点 D の y 座標は8



△OBD の底辺を OD＝8 とする。

点 B の x 座標が 4 であることより高さは 4

ゆえに(△OBD の面積)＝$\frac{1}{2}\times8\times4=16$

△OAD の底辺を OD＝8 とする。

点 A の x 座標が -2 であることより高さは 2

ゆえに(△OAD の面積)＝$\frac{1}{2}\times8\times2=8$

ゆえに(△OAB の面積)＝$16+8=24$

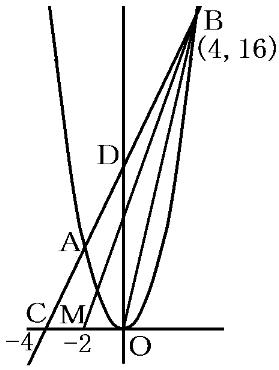
(4) $y=2x+8$ に $y=0$ を代入すると，$0=2x+8$

$x=-4$　ゆえに C$(-4,\ 0)$

B を通り，△OCB の面積を二等分する直線は OC の中点

M$(-2,\ 0)$を通る

B$(4,\ 16)$，中点 M$(-2,\ 0)$を通る直線の式を $y=dx+e$ とおく。



$x=4,\ y=16$ を代入すると，$16=4d+e$ ･･･①

$x=-2,\ y=0$ を代入すると，$0=-2d+e$ ･･･②

①－②より，$16=6d$，$d=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$

②に $d=\frac{8}{3}$ を代入すると，$0=-\frac{16}{3}+e,\ e=\frac{16}{3}$　よって，BM は $y=\frac{8}{3}x+\frac{16}{3}$

[台形の面積の二等分]

[解答 19](1) $a=1$　(2) $y=x+6$　(3) $\left(\frac{25}{12},\ \frac{97}{12}\right)$

[解説]

(1) $y=ax^2$ 上に点 A(−2，4)があるので，$x=-2,\ y=4$ を $y=ax^2$ に代入して，

$4=a\times(-2)^2$，$4a=4$，$a=1$

(2) 直線 AB の式を $y=bx+c$ とおく。

$y=bx+c$ 上に点 A(−2，4)があるので，$x=-2,\ y=4$ を $y=bx+c$ に代入して，

$4=-2b+c$ ･･･①

また，$y=bx+c$ 上に点 B(3，9)があるので，$x=3,\ y=9$ を $y=bx+c$ に代入して，

$9=3b+c$ ･･･②

①，②をb，cについての連立方程式として解く。

②－①より，$9-4=3b+c-(-2b+c)$，$5=3b+c+2b-c$，$5=5b$，$b=1$

これを②に代入すると，$9=3+c$，$c=6$

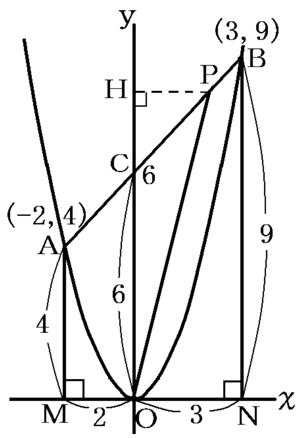
ゆえに直線 AB の式は$y=x+6$

(3)(台形 AMNB の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times(4+9)\times5=\dfrac{65}{2}$

(台形 AMOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times(4+6)\times2=10$

線分 OP が台形 AMNB の面積を 2 等分するので，

(台形 AMOC の面積)＋(△OPC の面積)＝$\dfrac{65}{2}\times\dfrac{1}{2}$



したがって，(△OPC の面積)＝$\dfrac{65}{2}\times\dfrac{1}{2}-10=\dfrac{25}{4}$

底辺を OC とすると，右図の PH が高さになる。

ゆえに，(△OPC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OC×PH＝$\dfrac{25}{4}$

OC＝6 なので，$\dfrac{1}{2}\times6$×PH＝$\dfrac{25}{4}$

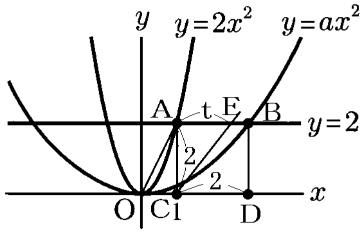
ゆえに，PH＝$\dfrac{25}{4}\div3=\dfrac{25}{12}$

よって，点 P のx座標は$\dfrac{25}{12}$　　$y=x+6=\dfrac{25}{12}+6=\dfrac{97}{12}$

ゆえに点 P の座標は$\left(\dfrac{25}{12},\ \dfrac{97}{12}\right)$

[解答 20](1) $a=\dfrac{2}{9}$　(2) $y=\dfrac{4}{3}x-\dfrac{4}{3}$

[解説]



(1) 点 A の y 座標は 2 なので，$y=2x^2$ に $y=2$ を代入して，$2=2x^2$，$x^2=1$，$x>0$ なので，$x=1$

よって，点 C の x 座標も 1 である。

次に，四角形 ACDB は正方形で，AC＝2 なので，CD＝2

よって，点 D の x 座標は 1＋2＝3 とわかる。

したがって，点 B の座標は(3，2)である。

点 B は $y=ax^2$ 上の点なので，$y=ax^2$ に $x=3,\ y=2$ を代入して，

$2=a\times 3^2$，$9a=2$

よって，$a=\dfrac{2}{9}$

(2) (台形 AODB の面積)＝(上底 AB＋下底 OD)×(高さ AC)÷2＝(2＋3)×2÷2＝5

点 C を通り，台形 AODB の面積を 2 等分する直線を右上図の CE とし，AE＝t とおく。

(台形 AOCE の面積)＝(上底 AE＋下底 OC)×(高さ AC)÷2＝(t＋1)×2÷2＝t＋1

与えられた条件より，(台形 AOCE の面積)＝(台形 AODB の面積)÷2

よって，$t+1=\dfrac{5}{2}$，$t=\dfrac{5}{2}-1=\dfrac{3}{2}$

(直線 CE の傾き)＝$\dfrac{AC}{AE}=AC\div AE=2\div\dfrac{3}{2}=2\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{3}$

したがって，直線 CE は，$y=\dfrac{4}{3}x+b$ とおくことができる。

直線 CE は点 C(1，0)を通るので，$y=\dfrac{4}{3}x+b$ に $x=1,\ y=0$ を代入して，

$0=\dfrac{4}{3}\times 1+b$，よって，$b=-\dfrac{4}{3}$

したがって，直線 CE の式は，$y=\dfrac{4}{3}x-\dfrac{4}{3}$ となる。

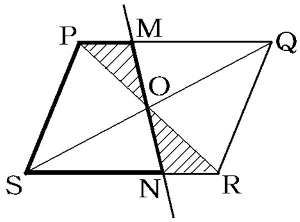
[平行四辺形の面積の二等分]

[解答 21](1) $\frac{4}{9}$ (2) $y=\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$

[解説]

<Point>平行四辺形の対角線の交点を通る直線

→平行四辺形の面積を二等分



右の平行四辺形で，△OPM≡△ORN なので，

(△OPM の面積)＝(△ORN の面積)

よって，

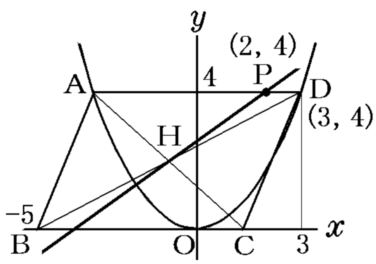
(PSNM の面積)＝(PSNO の面積)＋(△OPM の面積)＝(PSNO の面積)＋(△ORN の面積)

＝(△PSR の面積)＝(平行四辺形 PSRQ)÷2

(1) 点 D(3，4)は $y=ax^2$ 上にあるので，$x=3$，$y=4$ を代入して，$4=a\times 3^2$

よって，$a=\frac{4}{9}$

(2) 平行四辺形 ABCD の対角線 AC，BD の交点を H とすると，平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する直線は右図の直線 PH になる。H は点 B(－5，0)と点 D(3，4)の中点なので，



H の座標は，$\left(\frac{-5+3}{2},\ \frac{0+4}{2}\right)$＝(－1，2)となる。

直線 PH の式を $y=bx+c$ とおく。

$y=bx+c$ は H(－1，2)を通るので，x＝－1，y＝2 を代入して，$2=-b+c$ ･･･①

$y=bx+c$ は P(2，4)を通るので，x＝2，y＝4 を代入して，$4=2b+c$ ･･･②

②－①より，$4-2=(2b+c)-(-b+c)$, $2=3b$ よって，$b=2\div 3=\frac{2}{3}$

$b=\frac{2}{3}$ を①に代入すると，$2=-\frac{2}{3}+c$, $c=2+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$

したがって，直線 PH の式は $y=\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$ となる。

[解答 22] $y=2x+1$

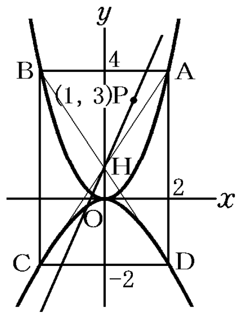
[解説]

四角形 ABCD は長方形である。長方形は平行四辺形の一種なので,

長方形 ABCD の面積を二等分する直線は, 対角線の交点 H を通る。

点 H は BD(または AC)の中点なので，B と D の座標がわかれば,

点 H の座標を求めることができる。



点 A の x 座標が 2 なので，点 D の x 座標も 2 になる。

点 D は $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上の点なので， $x=2$ を代入して,

$y=-\frac{1}{2}\times 2^2=-2$　よって，点 D の座標は(2，−2)になる。

点 B は y 軸について点 A と対称なので，点 B の x 座標は−2 になる。

点 B は $y=x^2$ 上の点なので， $x=-2$ を代入して， $y=(-2)^2=4$

よって，点 B の座標は(−2，4)

H の座標は，D(2，−2)と B(−2，4)の中点なので， $\left(\frac{2-2}{2}, \frac{-2+4}{2}\right)=(0, 1)$

H(0，1)と P(1，3)を通る直線の式を $y=ax+b$ とおく。

$y=ax+b$ は H(0，1)を通るので， $x=0$， $y=1$ を代入して， $1=0+b$ ･･･①

$y=ax+b$ は P(1，3)を通るので， $x=1$， $y=3$ を代入して， $3=a+b$ ･･･②

①より， $b=1$　これを②に代入すると， $3=a+1$，よって， $a=3-1=2$

したがって，求める直線の式は， $y=2x+1$ となる。

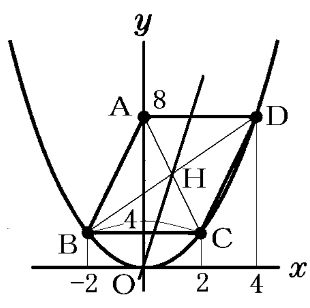
[解答 23] $y=5x$

[解説]

対角線 AC と BD の交点を H とすると, 直線 OH は平行四辺形 ABCD の面積を二等分する。

平行四辺形の対角線の交点は，対角線を二等分するので，H は AC の中点である(BD の中点でもある)。

したがって A と C の座標がわかれば H の座標を求めることができる。



まず，仮定より，点 A の座標は(0，8)

点 D の y 座標は点 A の y 座標と同じなので， $y=8$

D は $y=\frac{1}{2}x^2$ にあるので，$y=8$ を代入すると，$8=\frac{1}{2}x^2$，$x^2=16$，

$x>0$ なので，$x=4$

ABCD は平行四辺形なので，BC＝AD　よって，BC＝4

したがって，点 C の x 座標は，$x=4\div2=2$

点 C は $y=\frac{1}{2}x^2$ にあるので，$x=2$ を代入して，$y=\frac{1}{2}\times2^2=2$

よって，点 C の座標は(2，2)とわかる。

点 A(0，8)と点 C(2，2)の中点 H の座標は，$\left(\frac{0+2}{2},\ \frac{8+2}{2}\right)=(1,\ 5)$

直線 OH は原点を通るので，$y=ax$ とおくことができる。

$y=ax$ に $x=1$，$y=5$ を代入すると，$5=a\times1$　よって，$a=5$

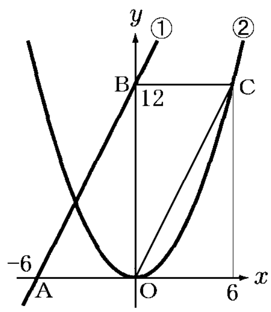
したがって，直線 OH の式は，$y=5x$ となる。

【】平行四辺形

[解答 24] $a=\frac{1}{3}$

[解説]

<Point>平行四辺形→対辺が平行で長さが等しい



$y=2x+12$ の y 切片は 12 なので，点 B の座標は(0，12)

$y=2x+12$ に $y=0$ を代入すると，

$0=2x+12,\ 2x=-12,\ x=-12\div2,\ x=-6$

よって，点 A の座標は(−6，0)

四角形 BAOC は平行四辺形なので，

BC // AO，BC＝AO＝6

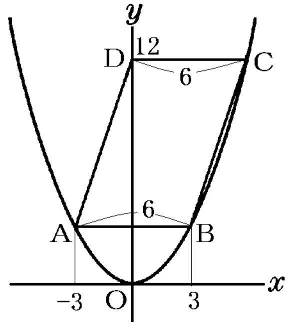
よって，点 C の座標は(6，12)

点 C は $y=ax^2$ 上の点なので，$x=6,\ y=12$ を $y=ax^2$ に代入して，

$12=a\times6^2$，$36a=12,\ a=12\div36=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

[解答 25] $a=\dfrac{1}{3}$

[解説]



<Point>平行四辺形→対辺が平行で長さが等しい

点 A の x 座標は−3 で, 点 B は A と y 軸について対称なので,

点 B の x 座標は 3 になる。

よって，AB＝3−(−3)＝3＋3＝6

四角形 ABCD は平行四辺形なので，DC＝AB＝6

したがって，点 C の x 座標は 6 になる。

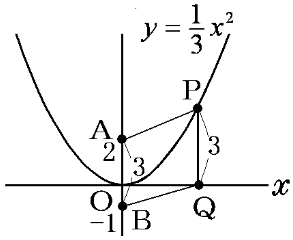
点 D の y 座標は 12 で，DC // AB なので，点 C の y 座標も 12 になる。

点 C は $y=ax^2$ 上の点なので， $x=6$, $y=12$ を $y=ax^2$ に代入して,

$12=a\times6^2$, $36a=12$, $a=12\div36=\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

[解答 26]P(3，3)

[解説]



<Point>平行四辺形→対辺が平行で長さが等しい

AO // PQ，AP // OQ なので，四角形 AOQP は平行四辺形になる。したがって，PQ＝AO＝2−(−1)＝2＋1＝3

したがって，点 P の y 座標は 3 になる。

点 P は $y=\dfrac{1}{3}x^2$ 上にあるので, $y=3$ を $y=\dfrac{1}{3}x^2$ に代入して,

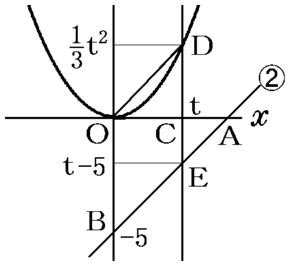
$3=\dfrac{1}{3}x^2$, $x^2=9$

点 P の x 座標は正なので， $x=3$　よって，点 P の座標は(3，3)

[解答 27]3

[解説]

<Point>平行四辺形→対辺が平行で長さが等しい



四角形 OBED は平行四辺形なので，DE＝OB

点 B は $y=x-5$ の y 切片なので，B の y 座標は－5

よって，OB＝5

点 C の x 座標を $x=t$ とすると，

点 D の y 座標は $y=\frac{1}{3}t^2$ で，点 E の y 座標は $y=t-5$

よって，DE＝$\frac{1}{3}t^2-(t-5)=\frac{1}{3}t^2-t+5$

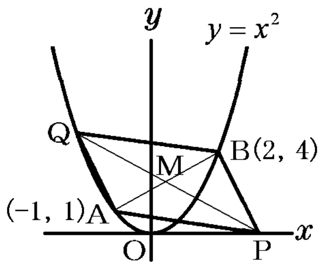
DE＝OB なので，$\frac{1}{3}t^2-t+5=5$，$\frac{1}{3}t^2-t=0$，$t^2-3t=0$，$t(t-3)=0$

$t>0$ なので，$t=3$

[解答 28]$\left(-\sqrt{5}, 5\right)$

[解説]

<Point>平行四辺形→対角線はそれぞれ中点で交わる



右図のように対角線 AB，PQ の交点を M とする。

対角線の交点はそれぞれの中点になるので，

M の座標は A(－1，1)，B(2，4)から，

$\left(\frac{-1+2}{2}, \frac{1+4}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ と計算できる。

また，M は PQ の中点でもある。

点 P の y 座標は 0 である。点 Q の y 座標を b とすると，

$\frac{0+b}{2}=\frac{5}{2}$，$b=5$

点 Q は $y=x^2$ 上にあるので， $y=5$ を $y=x^2$ に代入すると，

$5=x^2$，点 Q の x 座標は負なので， $x=-\sqrt{5}$

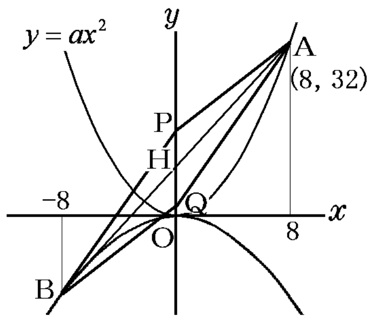
よって，点 Q の座標は$\left(-\sqrt{5}, 5\right)$

[解答 29](1) $a=\dfrac{1}{2}$ (2) $y=3x+8$ (3) $\left(0,\ \dfrac{33}{2}\right)$

[解説]

(1) $y=ax^2\ (a>0)$上に点 A(8, 32)があるので, $x=8,\ y=32$ を $y=ax^2$ に代入して,

$32=a\times8^2$, $a=\dfrac{1}{2}$



(2) 線分 AB と PQ の交点を H とする。P, Q がともに y 軸上にあるので, H は y 軸上にあり, その x 座標は 0 である。平行四辺形の対角線の交点 H は線分 AB の中点になる。

点 B の x 座標を t とおき, x 座標に注目すると,

$\dfrac{t+8}{2}=0$　ゆえに $t=-8$

$y=-\dfrac{1}{4}x^2$ に $x=-8$ を代入すると,

$y=-\dfrac{1}{4}\times(-8)^2=-16$　よって B(−8, −16)

次に, 直線 AB の式を $y=bx+c$ とおく。

点 A(8, 32)は $y=bx+c$ 上にあるので, $x=8,\ y=32$ を代入して, $32=8b+c$ ･･･①

また, 点 B(−8, −16)も $y=bx+c$ 上にあるので, $x=-8,\ y=-16$ を代入して,

$-16=-8b+c$ ･･･②　①, ②を $b,\ c$ についての連立方程式として解く。

①−②より, $32-(-16)=8b+c-(-8b+c)$, $48=8b+c+8b-c$, $48=16b$

よって, $b=48\div16$, $b=3$

①に $b=3$ を代入すると, $32=8\times3+c$, $c=32-24$, $c=8$

ゆえに直線の式は $y=3x+8$

(3) △APQ の面積は平行四辺形 APBQ の半分なので $136\div2=68$ である。

点 A の座標が(8, 32)なので, PQ を△APQ の底辺としたときの高さは 8 である。

よって(△APQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×PQ×8＝68　ゆえに PQ＝17

ところで, 直線 AB の y 軸との交点を H とすると, 直線 AB の式 $y=3x+8$ より,

H の y 座標は 8

$\mathrm{HP}=\dfrac{1}{2}\mathrm{PQ}=\dfrac{17}{2}$

ゆえにPの y 座標は $\dfrac{17}{2}+8=\dfrac{33}{2}$

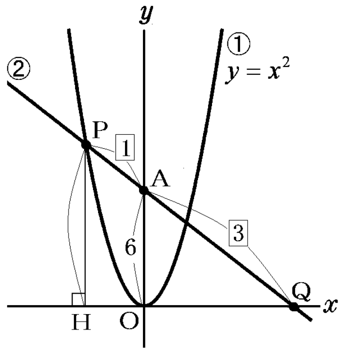
ゆえに点Pの座標は $\left(0,\ \dfrac{33}{2}\right)$

【】線分比・面積比

[解答 30] $\left(-2\sqrt{2},\ 8\right)$

[解説]

Pから x 軸に垂線PHをひく。



AO // PH なので，平行線の性質より，

AO：PH＝QA：QP

PA：AQ＝1：3 なので，QA：QP＝3：(3＋1)＝3：4

また，A の y 座標が 6 なので，AO＝6

よって，6：PH＝3：4

比の内項の積は外項の積に等しいので，

PH×3＝6×4，PH＝6×4÷3＝8

よって，点Pの y 座標は8である。

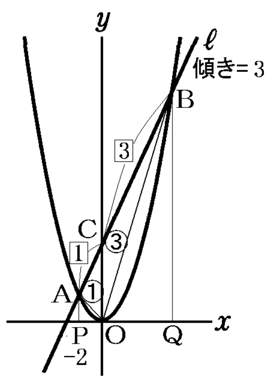
点Pは $y=x^2$ 上の点なので，$y=8$ を $y=x^2$ に代入して，$8=x^2$ となる。

$x<0$ なので，$x=-\sqrt{8}=-\sqrt{4\times 2}=-2\sqrt{2}$　よって，点Pの座標は $\left(-2\sqrt{2},\ 8\right)$ となる。

[解答 31] $a=\dfrac{3}{4}$

[解説]

<Point> 面積比→底辺の比→ x 座標の比



△AOC の底辺を AC，△BOC の底辺を BC とすると，

高さは共通になるので，

AC：CB＝(△AOC の面積)：(△BOC の面積)＝1：3 となる。

図のように，x 軸に垂線 AP，BQ をひくと，AP//CO//BQ なので，

PO：OQ＝AC：CB＝1：3 となる。

点Aのx座標は－2なのでPのx座標も－2で，点Qのx座標は

2×3＝6になる。したがって，点Bのx座標も6になる。

点A，Bは$y=ax^2$上にあるので，

点Aのy座標は，$x=-2$を$y=ax^2$に代入して，$y=a\times(-2)^2=4a$

点Bのy座標は，$x=6$を$y=ax^2$に代入して，$y=a\times6^2=36a$

したがって，(直線ABの傾き)＝$\dfrac{36a-4a}{6-(-2)}=\dfrac{32a}{8}=4a=3$　よって，$a=3\div4=\dfrac{3}{4}$

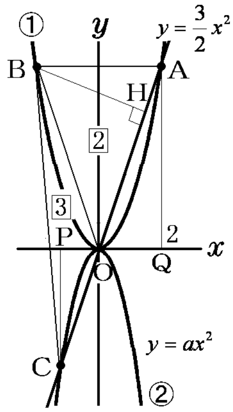
[解答32] $a=-1$

[解説]

<Point> 面積比→底辺の比→x座標の比

△OABの底辺をOA，△OBCの底辺をOCとすると，

高さはともに BH で共通になるので，底辺の比は面積比と等しくなる。したがって，OA：OC＝2：3



点A，Cからx軸に垂線AQ，CPをひくと，

CP // AQなので，OQ：OP＝OA：OC＝2：3となる。

OQ＝2なので，2：OP＝2：3

よって，OP＝3となる。

したがって，点Cのx座標は－3となる。あと，点Cのy座標がわかれば，$y=ax^2$のaの値を求めることができる。

そこで，直線CAの式を求める。

点Aはx座標が2なので，$y=\dfrac{3}{2}x^2$に$x=2$を代入すると，$y=\dfrac{3}{2}\times2^2=6$

よって，直線CAの傾きは$\dfrac{6}{2}=3$となり，CAの式は$y=3x$となる。

点Cのx座標は－3なので，$y=3x$に$x=-3$を代入して，$y=3\times(-3)=-9$

したがって，点Cの座標は(－3，－9)となる。

点Cは$y=ax^2$上にあるので，$x=-3,\ y=-9$を$y=ax^2$に代入して，

$-9=a\times(-3)^2$，$9a=-9$　よって，$a=-1$

[解答 33] $a=-12$

[解説]

<Point> 面積比→底辺の比→x座標の比

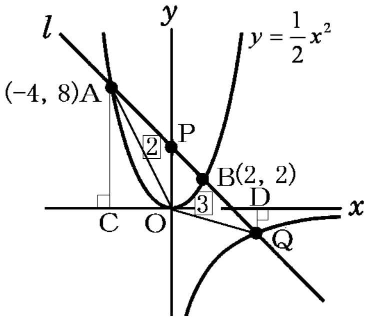
△OAP の底辺を AP，△OQP の底辺を PQ とすると，

高さは O からlにおろした垂線の長さで共通になる。

したがって，底辺の比は面積比と等しくなり，

AP：PQ＝△OAP：△OQP＝2：3 になる。

右図のように，点 A，Q からx軸に垂線 AC，QD をひくと，AC // PO // QD なので，



CO：OD＝AP：PQ＝2：3

CO＝4 なので，4：OD＝2：3 となる。

したがって，OD＝6

よって，点 Q のx座標は 6 になる。

点 Q のy座標がわかれば，$y=\dfrac{a}{x}$に代入してaの値を求めることができる。

そこで，直線lの式を求める。

直線lの式を$y=bx+c$とおく。

直線lは A(−4，8)を通るので，$y=bx+c$に$x=-4,\ y=8$を代入して，

$8=-4b+c\ \cdots$①

直線lは B(2，2)を通るので，$y=bx+c$に$x=2,\ y=2$を代入して，

$2=2b+c\ \cdots$②

①−②より，$8-2=-4b+c-(2b+c)$，$6=-6b$　よって，$b=6\div(-6)=-1$

②に$b=-1$を代入して，$2=2\times(-1)+c$，$c=2+2=4$

よって，直線lの式は，$y=-x+4$

x座標が 6 である点 Q は直線l上にあるので，$y=-x+4$に$x=6$を代入して，

$y=-6+4=-2$

よって，点 Q の座標は(6，−2)

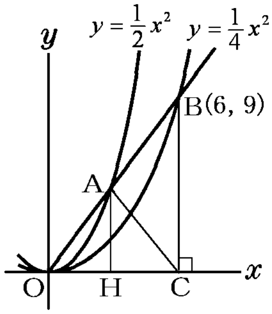
点 Q は$y=\dfrac{a}{x}$上にもあるので，$x=6,\ y=-2$を$y=\dfrac{a}{x}$に代入して，

$-2=\dfrac{a}{6},\ a=(-2)\times 6$　よって，$a=-12$

[解答 34]2：1

[解説]

<Point> x 座標の比→底辺の比→面積比



△BOC の底辺を OB，△BAC の底辺を AB とすると，高さは共通になる。したがって，△BOC と△BAC の面積の比は底辺の比 OB : AB と等しくなる。点 A の座標がわかれば，この比がわかる。･･･①

まず，直線 OB の式を求める。OB は原点を通る直線なので，その式は $y=ax$ とおくことができる。点 B の座標は(6, 9)なので，$x=6,\ y=9$ を $y=ax$ に代入して，

$9=a\times 6,\ a=9\div 6=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$ よって OB の式は $y=\frac{3}{2}x$ となる。

次に，$y=\frac{3}{2}x$ と $y=\frac{1}{2}x^2$ の交点 A を求める。

$y=\frac{1}{2}x^2$ を $y=\frac{3}{2}x$ に代入して，$\frac{1}{2}x^2=\frac{3}{2}x$

両辺を 2 倍して，$x^2=3x$，$x^2-3x=0,\ x(x-3)=0$ よって，$x=0,\ 3$

したがって，点 A の x 座標は $x=3$ で，右上図の OH＝3 となる。

したがって，OA : OB＝OH : OC＝3 : 6＝1 : 2

よって，OB : AB＝2 : (2－1)＝2 : 1

①より，△BOC と△BAC の面積の比は 2 : 1 となる。

[解答 35](1) $a=\frac{1}{3}$，$b=2$ (2) (－6，0) (3) 5 : 4

[解説]

(1) $y=ax^2$ は点 B(3，3)を通るので，$x=3,\ y=3$ を $y=ax^2$ に代入すると，

$3=a\times 3^2$ ゆえに $a=\frac{1}{3}$ $y=\frac{1}{3}x+b$ は点 B(3，3)を通るので，$x=3,\ y=3$ を直線 $y=\frac{1}{3}x+b$ に代入すると，$3=1+b$ ゆえに $b=2$

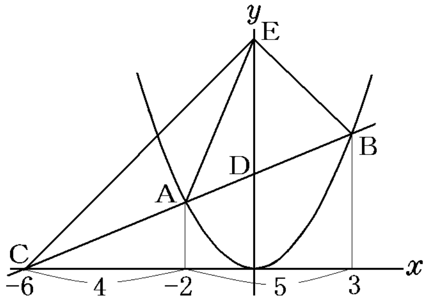
(2) 点 C は x 軸上にあるので，y 座標は 0　$y=\frac{1}{3}x+2$ に $y=0$ を代入すると，

$0=\frac{1}{3}x+2$，両辺を 3 倍して，$0=x+6$

ゆえに $x=-6$　よって，点 C の座標は(－6，0)

(3) C，A，B の x 座標がそれぞれ－6，－2，3 であることから CA：AB＝4：5

△ABE と△ACE の底辺をそれぞれ AB，AC とすると，高さは共通になる。よって底辺の比が面積比となる。ゆえに△ABE：△ACE＝5：4



[解答 36]1：9

[解説]

<Point>　x 座標の比→底辺の比→面積比

右図のように，x 軸に A，B，C からそれぞれ垂線 AE，BF，CG をひく。また，右図の△PBQ の面積を a とおく。

△PBQ の底辺を BQ，△PQC の底辺を QC とすると，高さは共通なので，面積比は底辺の比と等しくなり，

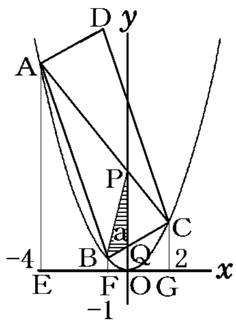
(△PBQ の面積)：(△PQC の面積)＝BQ：QC

BF // QO // CG なので，BQ：QC＝FO：OG＝1：2

よって，(△PBQ の面積)：(△PQC の面積)＝1：2

(△PBQ の面積)＝a なので，(△PQC の面積)＝2a

したがって，(△BCP の面積)＝a＋2a＝3a



次に，△ABP の面積を a をつかって表す。

△ABP の底辺を AP，△BCP の底辺を PC とすると，高さは共通なので，面積比は底辺の比と等しくなり，(△ABP の面積)：(△BCP の面積)＝AP：PC

AE // PO // CG なので，AP：PC＝EO：OG＝4：2＝2：1

よって，(△ABP の面積)：(△BCP の面積)＝2：1

(△BCP の面積)＝3a なので，(△ABP の面積)＝6a

よって，(△ABC の面積)＝(△ABP の面積)＋(△BCP の面積)＝6a＋3a＝9a

(平行四辺形 ABCD の面積)＝(△ABC の面積)×2＝9a×2＝18a

よって，(△CPQ の面積)：(平行四辺形 ABCD の面積)＝2a：18a＝1：9

[解答 37](1)　$y=-x+4$　(2) $(2\sqrt{2}\,,\ 4)$　(3)　$y=\dfrac{5}{3}x+\dfrac{20}{3}$

[解説]

(1) 直線 AP の式を $y=ax+b$ とおく。

点 A の x 座標が -4 なので，点 A の y 座標は $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入して

$y=\dfrac{1}{2}\times(-4)^2=8$　$y=ax+b$ に $x=-4,\ y=8$ を代入して $8=-4a+b$ ･･･①

点 P の x 座標が 2 なので，点 P の y 座標は $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=2$ を代入して

$y=\dfrac{1}{2}\times 2^2=2$　$y=ax+b$ に $x=2,\ y=2$ を代入して $2=2a+b$ ･･･②

①，②を連立方程式として解く。

②－①より，$2-8=2a+b-(-4a+b)$，$-6=2a+b+4a-b$，$-6=6a,\ a=-1$

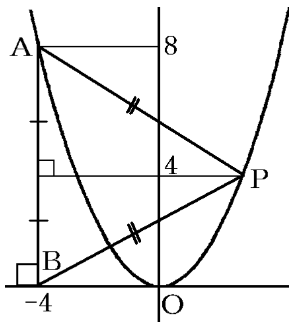
これを②に代入すると，$2=-2+b,\ b=4$

ゆえに $a=-1,\ b=4$　よって直線 AP の式は，$y=-x+4$

(2) △PAB が，PA＝PB の二等辺三角形であることから，点 P の y 座標は点 A と点 B の y 座標の中点となる。点 A の y 座標は(1)より 8 なので，点 P の y 座標は $y=\dfrac{8+0}{2}=4$

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $y=4$ を代入すると $4=\dfrac{1}{2}x^2$，$x^2=8$，$x>0$ なので $x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

ゆえに点 P の座標は $(2\sqrt{2}\,,\ 4)$

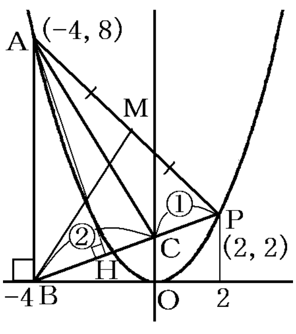


(3) △ABC の底辺を BC，△ACP の底辺を CP とすると，高さはともに図の AH。高さが同じなので底辺の長さの比が面積比と等しくなる。

△ABC の面積が△ACP の面積の 2 倍になるので，

BC : CP＝2 : 1 となる。

よって，点 B の x 座標が -4 なので，点 P の x 座標は 2，点 P の y 座標は $y=\dfrac{1}{2}\times 2^2=2$　ゆえに点 P の座標は $(2\,,\ 2)$ とな



る。(1)より点 A の座標は$(-4,\ 8)$　点 B を通り，△ABP の面積を 2 等分する直線は AP の中点 $\mathrm{M}\left(\dfrac{-4+2}{2},\ \dfrac{8+2}{2}\right)=(-1,\ 5)$を通る。

直線 BM の式を $y=cx+d$ とおく。

点 M を通るので，$x=-1,\ y=5$ を代入して，$5=-c+d$ ･･･③

点 B を通るので，$x=-4,\ y=0$ を代入して，$0=-4c+d$ ･･･④

③，④を連立方程式として解く。

③－④より，$5=3c,\ c=\dfrac{5}{3}$　これを③に代入すると，$5=-\dfrac{5}{3}+d$，$d=5+\dfrac{5}{3}=\dfrac{20}{3}$

ゆえに，$c=\dfrac{5}{3}$，$d=\dfrac{20}{3}$

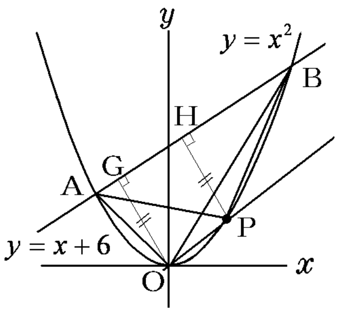
よって，求める直線の式は，$y=\dfrac{5}{3}x+\dfrac{20}{3}$

【】等積変形

[解答 38](1，1)

[解説]

<Point> 平行線を引き，等積変形



右図のように，原点を通って，AB に平行な直線を引くと，放物線と交わる点が求める点 P になる。

△AOB と△APB の共通の底辺を AB とすると，AB // OP ならば，右図のように，OG＝OH となり，高さが等しくなるので，2 つの三角形の面積は等しくなる。

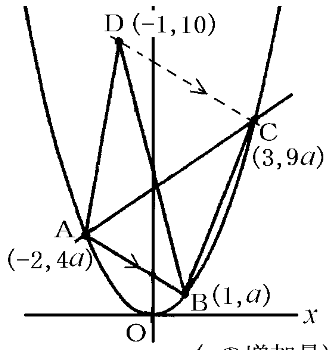
OP の傾きは直線 AB($y=x+6$)の傾きと同じなので，OP の式は，$y=x$ となる。$y=x$ と $y=x^2$ の交点を求めるために，$y=x$ と $y=x^2$ を連立方程式として解く。$y=x^2$ を $y=x$ に代入して，$x^2=x,\ x^2-x=0,\ x(x-1)=0,\ x=0,\ 1$

よって，点 P の x 座標は 1 になる。$x=1$を $y=x$ に代入すると，$y=1$

よって，点 P の座標は，(1，1)となる。

[解答 39] $a=\dfrac{10}{13}$

[解説]



(直線の傾き)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(x\text{の増加量})}$

△ABC と△ABD の底辺を AB とすると，面積が等しくなることから，AB を共通の底辺としたとき，この 2 つの三角形の高さは等しい。

よって AB // DC で，直線 AB と直線 DC の傾きは等しい。

点 A は $y=ax^2$ 上にあり，x 座標が－2 なので，

$x=-2$ を $y=ax^2$ に代入して，$y=a\times(-2)^2=4a$

よって，点 A の座標は$(-2,\ 4a)$になる。

同様にして，点 B$(1,\ a)$，点 C$(3,\ 9a)$になる。

点 D(－1，10)なので，

(AB の傾き)＝$\dfrac{a-4a}{1-(-2)}=-a$

(DC の傾き)＝$\dfrac{9a-10}{3-(-1)}=\dfrac{9a-10}{4}$

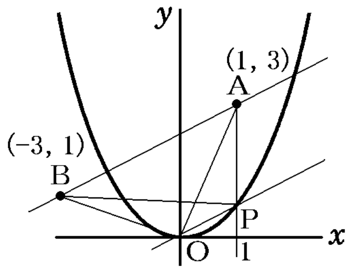
直線 AB と直線 DC の傾きは等しいので，

$-a=\dfrac{9a-10}{4}$，$-4a=9a-10$，$-13a=-10$　ゆえに，$a=\dfrac{10}{13}$

[解答 40] $a=\dfrac{1}{2}$

[解説]

BA // OP のとき，△ABP と△ABO の面積は等しくなる。



(直線 BA の傾き)＝$\dfrac{3-1}{1-(-3)}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

したがって，直線 OP の傾きも$\dfrac{1}{2}$なので，

直線 OP の式は $y=\dfrac{1}{2}x$

AP は y 軸に平行なので，点 P の x 座標は，点 A の x 座標と同じで，$x=1$となる。

$y=\frac{1}{2}x$ に $x=1$ を代入すると，$y=\frac{1}{2}$

よって，点 P の座標は $\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$

点 P は $y=ax^2$ 上にあるので，$y=ax^2$ に $x=1$，$y=\frac{1}{2}$ を代入して，

$\frac{1}{2}=a\times1^2$　よって，$a=\frac{1}{2}$

[解答 41](1) $\frac{1}{4}$　(2) $y=-x+3$　(3) 12

[解説]

(1) 点 A(2，1)は $y=ax^2$ 上にあるので，$y=ax^2$ に x ＝2，y ＝1 を代入して，

$1=a\times4$，よって，$a=\frac{1}{4}$

(2) 直線 AB の式を $y=bx+c$ とおく。

点 A(2，1)は $y=bx+c$ 上にあるので，$y=bx+c$ に x ＝2，y ＝1 を代入して，

$1=2b+c$，$2b+c=1\cdots$①

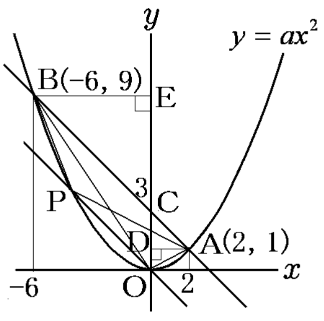
点 B(－6，9)は $y=bx+c$ 上にあるので，$y=bx+c$ に x ＝－6，y ＝9 を代入して，

$9=-6b+c$，$-6b+c=9\cdots$②

①－②より，$(2b+c)-(-6b+c)=1-9,\ 8b=-8,\ b=8\div(-8)$，よって，$b=-1$

①に $b=-1$ を代入すると，$-2+c=1,\ c=3$

ゆえに，直線 AB の式は $y=-x+3$ となる。



(3) △ABP と△ABO で，AB を共通の底辺とすると，

AB // OP なので，2 つの三角形の高さは等しくなり，

(△ABP の面積)＝(△ABO の面積) となる。

そこで，△ABO の面積を，右図の△ACO と△BCO に分割して求める。

直線 AB の式は $y=-x+3$ なので，y 切片は 3 で，OC＝3

点 A の x 座標は 2 なので，△ACO の底辺を OC＝3 とすると，

高さは AD＝2

よって，(△ACO の面積)＝(底辺 OC)×(高さ AD)÷2＝3×2÷2＝3

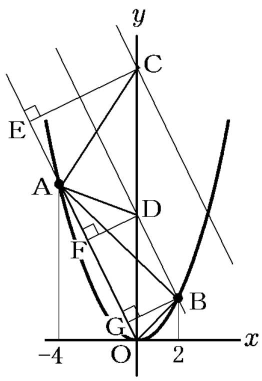
同様にして，(△BCO の面積)＝(底辺 OC)×(高さ BE)÷2＝3×6÷2＝9

よって，(△ABO の面積)＝(△ACO の面積)＋(△BCO の面積)＝3＋9＝12

ゆえに，(△ABP の面積)＝(△ABO の面積)＝12

[解答 42]c＝12

[解説]



まず，右図のように，点 B を通って直線 AO に平行な直線 BD をひく。△AOB と△AOD で，AO を共通の底辺とすると，AO // BD なので，それぞれの三角形の高さ(BG と DF)は等しくなる。よって，(△AOB の面積)＝(△AOD の面積)となる。

次に，y 軸上の正の部分に CO＝2DO となる点 C をとる。

△AOC と△AOB で，AO を共通の底辺とすると，

△AOC の高さ CE は，△AOB の高さ BG の 2 倍になる。

したがって，(△AOC の面積)＝(△AOB の面積)×2 になる。

点 C の y 座標は，点 D の y 座標の 2 倍になる。

そこで，直線 BD の式を求める。

点 A の x 座標は－4 なので，$y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して，$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

点 B の x 座標は 2 なので，$y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して，$y=\frac{1}{2}\times2^2=2$

よって，(直線 BD の傾き)＝(直線 AO の傾き)＝$\frac{8-0}{-4-0}=-2$

したがって，BD の式は $y=-2x+b$ とおくことができる。

$y=-2x+b$ は点 B(2，2)を通るので，$x=2$, $y=2$ を代入して，

$2=-2\times2+b$，$2=-4+b$，$b=2+4=6$

よって，BD の式は $y=-2x+6$ となる。

点 D は $y=-2x+6$ の y 切片なので，点 D の y 座標は 6 になる。

点 C の y 座標は点 D の y 座標の 2 倍なので，c＝6×2＝12 となる。

[解答 43](1)　$a=\frac{3}{4}$　(2) 8

[解説]

(1)　点 A(−2，3)は $y=ax^2$ 上にあるので，

$x=-2,\ y=3$ を $y=ax^2$ に代入して，

$3=a\times(-2)^2$，$4a=3$　よって，$a=\frac{3}{4}$

(2)　まず，直線②の式を求めておく。

直線②の傾きは $\frac{1}{2}$ なので，$y=\frac{1}{2}x+b$ とおく。

点 A(−2，3)は $y=\frac{1}{2}x+b$ 上にあるので，$x=-2,\ y=3$ を代入して，

$3=\frac{1}{2}\times(-2)+b,\ 3=-1+b$　よって，$b=4$

したがって，直線②の式は，$y=\frac{1}{2}x+4$

よって，②と y 軸との交点を C とすると，点 C の座標は(0，4)となる。

ここで，右図のように，CO＝DO となる点 D(0，−4)をとる。

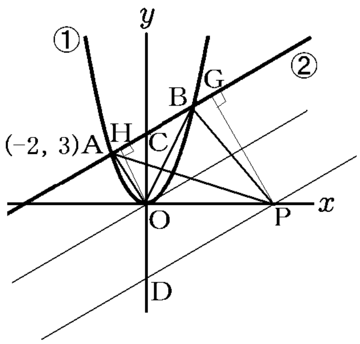
点 D を通り②に平行な直線 DP をひく。

△OAB と△PAB で，AB を共通の底辺とすると，

△OAB の高さは OH，△PAB の高さは PG となる。

CO＝DO なので，PG＝OH×2 となる。

したがって，(△PAB の面積)＝(△OAB の面積)×2 になる。



点 P の座標を求めるために直線 DP の式を求める。

直線 DP は②と平行なので傾きは $\frac{1}{2}$ である。また点 D の座標は(0，−4)なので，y 切片は−4 である。したがって，直線 DP の式は，$y=\frac{1}{2}x-4$ である。点 P の y 座標は 0 なので，$y=\frac{1}{2}x-4$ に $y=0$ を代入して，$0=\frac{1}{2}x-4$

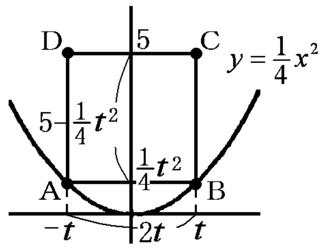
両辺を 2 倍すると，$x-8=0$　よって $x=8$

よって，点 P の x 座標は 8 になる。

【】座標t→方程式

[解答 44]B(2，1)

[解説]



点 B の x 座標を t とすると B$\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$

点Cの y 座標が 5 なので，BC=$5-\frac{1}{4}t^2$

また，点 B の x 座標は t なので，AB＝$2t$

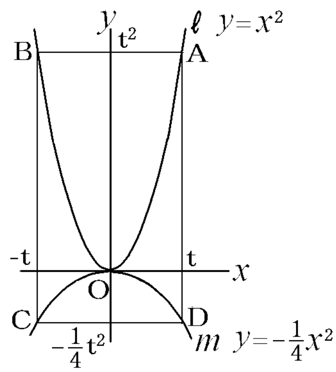
四角形 ABCD は正方形なので，$2t=5-\frac{1}{4}t^2$　$8t=20-t^2$，　$t^2+8t-20=0$

$(t-2)(t+10)=0$　ゆえに $t=2,\ -10$　$t>0$ なので $t=2$

$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=t=2$ を代入すると，$y=1$　ゆえに B(2，1)

[解答 45] $\frac{8}{5}$

[解説]



点 A の x 座標を $x=t$ とおくと，AB は x 軸に平行なので，B は y 軸について A と対称になる。よって，点 B の x 座標は $x=-t$ となる。

したがって，AB＝$t-(-t)=2t\cdots$①

点 A の y 座標は，$y=x^2$ に $x=t$ を代入して，$y=t^2$

AD は y 軸に平行なので点 D の x 座標も $x=t$ となる。

点 D の y 座標は，$y=-\frac{1}{4}x^2$ に $x=t$ を代入して，

$y=-\frac{1}{4}t^2$　したがって，AD＝$t^2-\left(-\frac{1}{4}t^2\right)=t^2+\frac{1}{4}t^2=\frac{5}{4}t^2\cdots$②

長方形 ABCD が正方形になるためには，AD＝AB

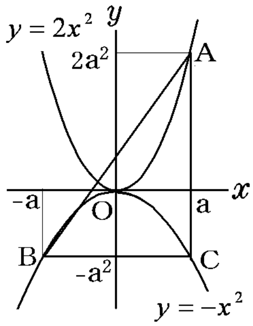
①，②より，$\frac{5}{4}t^2=2t,\ 5t^2=8t,\ 5t^2-8t=0,\ 5t\left(t-\frac{8}{5}\right)=0$

$t>0$ なので，$t-\frac{8}{5}=0$　よって，$t=\frac{8}{5}$

[解答 46] $\dfrac{2}{3}$

[解説]

まず，BC の長さを a を使って表す。



BC は x 軸に平行なので，B は y 軸について C と対称になる。

点 C の x 座標が x ＝a なので, 点 B の x 座標は x ＝－a になる。

したがって，BC＝a－(－a)＝2a･･･①

次に，AC の長さを a を使って表す。

点 A の y 座標は，$y=2x^2$ に x ＝a を代入して，y ＝2a²

点 C の y 座標は，$y=-x^2$ に x ＝a を代入して，y ＝－a²

したがって，AC＝2a²－(－a²)＝3a²･･･②

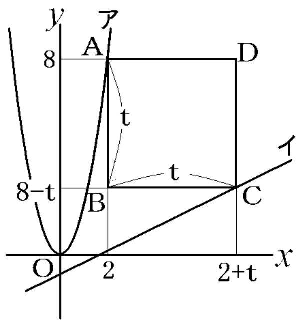
AC＝BC なので，①，②より，3a²＝2a，3a²－2a＝0，a(3a－2)＝0

a＞0 なので，3a－2＝0，3a＝2　よって，a＝$\dfrac{2}{3}$

[解答 47] $\dfrac{22}{3}$

[解説]

正方形 ABCD の 1 辺の長さを t とおくと，



右図から，点 C の x 座標は $x=2+t$ となる。

また，A の y 座標は $y=2\times 2^2$ ＝8 で，AB＝t なので，

点 B の y 座標は $y=8-t$ となる。

したがって，点 C の y 座標も $y=8-t$ となる。

点 C の x 座標 $x=2+t$，y 座標 $y=8-t$ を

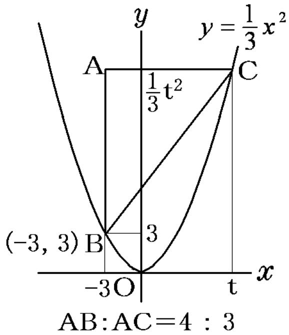
$y=\dfrac{1}{2}x-1$ に代入すると，$8-t=\dfrac{1}{2}\left(2+t\right)-1$

両辺を 2 倍して，$16-2t=2+t-2,\ -2t-t=2-2-16,\ -3t=-16$

よって，$t=\dfrac{16}{3}$　点 C の x 座標は，$x=2+t=2+\dfrac{16}{3}=\dfrac{22}{3}$

[解答 48] $\left(7,\ \dfrac{49}{3}\right)$

[解説]



点 C の x 座標を t とおく $(t>0)$。

C は $y=\dfrac{1}{3}x^2$ のグラフ上にあるので, 点 C の y 座標は $y=\dfrac{1}{3}t^2$

よって，AB＝$\dfrac{1}{3}t^2-3$，AC＝$t-(-3)=t+3$

AB : AC＝4 : 3 なので，$\left(\dfrac{1}{3}t^2-3\right):(t+3)=4:3$

比の外項の積は内項の積と等しいので，

$\left(\dfrac{1}{3}t^2-3\right)\times 3=(t+3)\times 4$，$t^2-9=4t+12$，$t^2-4t-21=0$，$(t-7)(t+3)=0$

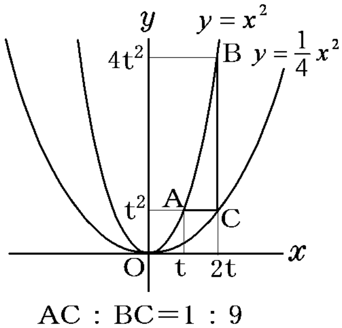
$t>0$ なので，$t=7$

$y=\dfrac{1}{3}t^2=\dfrac{1}{3}\times 7^2=\dfrac{49}{3}$

よって，点 C の座標は，$\left(7,\ \dfrac{49}{3}\right)$

[解答 49] (3，9)

[解説]



点 A の x 座標を t とおく $(t>0)$。

点 A は $y=x^2$ のグラフ上にあるので，y 座標は，$y=t^2$

点 C の y 座標は点 A の y 座標と同じ $y=t^2$

そこで，点 C の x 座標を求める。

点 C は関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあるので，$y=t^2$

を代入して，$t^2=\dfrac{1}{4}x^2$，$x^2=4t^2$

$t>0$，$x>0$ なので，$x=2t$

点 B の x 座標は，点 C の x 座標と同じ $x=2t$ である。

点 B は $y=x^2$ のグラフ上にあるので，y 座標は，

$y=(2t)^2=4t^2$

よって，BC＝$4t^2-t^2=3t^2$，AC＝$2t-t=t$

AC：BC＝1：9 なので，t ：$3t^2$＝1：9

比の内項の積は外項の積に等しいので，$3t^2\times1=t\times9$, $3t^2=9t$, $t^2=3t$, $t^2-3t=0$，

$t(t-3)=0$

t＞0 なので，t＝3

$t^2=3^2=9$ なので，点 A の座標は(3，9)

[解答 50](1) 9 倍　(2) (3，9)

[解説]

(1) 点 C の x 座標を a とすると，点 B の x 座標は $3a$

このとき点 C の y 座標は $y=a^2$，点 B の y 座標は $y=(3a)^2=9a^2$　よって 9 倍

(2) 点 A の x 座標を b とおくと y 座標は b^2，

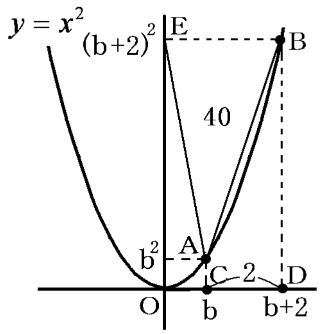
線分 CD の長さが 2 なので，点 B の x 座標は $b+2$，

y 座標は $(b+2)^2$

△ABE で，底辺を BE とすると，底辺＝$b+2$

高さ＝$(b+2)^2-b^2=4b+4$

よって，面積＝$\frac{1}{2}\times(b+2)\times(4b+4)=40$



$\frac{1}{2}(4b^2+4b+8b+8)=40$，$2b^2+6b+4=40$，$2b^2+6b-36=0$

$b^2+3b-18=0$，$(b+6)(b-3)=0$

$b>0$ なので $b=3$

ゆえに点 A の x 座標は 3，y 座標は $y=x^2$ に $x=3$ を代入して $y=3^2=9$

ゆえに点 A の座標は $(3, 9)$

[解答 51](1，2)

[解説]

点 A の x 座標を t とおくと，点 A の y 座標は

$y=2x$ に代入して， $y=2t$

よって点 D の y 座標も $y=2t$

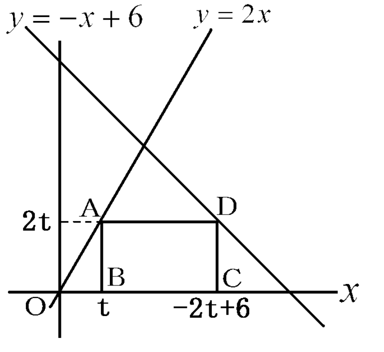
$y=-x+6$ に $y=2t$ を代入すると，

$2t=-x+6$，$\therefore x=-2t+6$

点 D の x 座標は $x=-2t+6$

よって BC の長さは $-2t+6-t=-3t+6$

また，AB の長さは $2t$



よって，長方形 ABCD の面積は，BC×AB＝6 なので， $(-3t+6)\times 2t=6$

$-6t^2+12t=6,\ -6t^2+12t-6=0,\ t^2-2t+1=0$

よって， $(t-1)^2=0$　ゆえに， $t=1$

よって点 A の x 座標は 1，点 A の y 座標は $y=2t=2\times1=2$

ゆえに，点 A の座標は(1，2)となる。

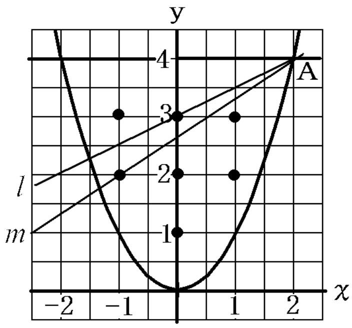
【】格子点

[解答 52](1) 7 個　(2) $-6\leqq b<-4$

[解説]

(1) 右図より 7 個

(2) 条件をみたすのは右図の l と m の間



l の式は，図より傾きが $\dfrac{1}{2}$ で， y 切片が 3 なので，

$y=\dfrac{1}{2}x+3\cdots$①

m の式の傾きは図より $\dfrac{2}{3}$， $y=\dfrac{2}{3}x+c$ とおく。 $x=-1$ のとき $y=2$ なので，

代入して， $2=-\dfrac{2}{3}+c,\ c=2+\dfrac{2}{3}=\dfrac{8}{3}$　ゆえに， m の式は $y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{8}{3}\cdots$②

①に $y=0$ を代入すると， $0=\dfrac{1}{2}x+3,\ 0=x+6,\ x=-6$

②に $y=0$ を代入すると，$0=\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$, $2x+8=0$, $x=-4$

よって $-6 \leqq b < -4$

[解答 53](1) $a=\frac{3}{4}$，$b=4$　(2) $y=\frac{3}{2}x+6$　(3) 4 個　(4) 31個

[解説]

(1) $y=ax^2$ に A(−2, 3)を代入すると，$3=a\times(-2)^2$ で，$a=\frac{3}{4}$　放物線の式は $y=\frac{3}{4}x^2$

$y=\frac{3}{4}x^2$ に B(b，12)を代入すると，$12=\frac{3}{4}b^2$　$b>0$ なので $b=4$

(2) $y=cx+d$ とおき，A(−2, 3)，B(4, 12)を代入すると，

$3=-2c+d,\ 12=4c+d$　この連立方程式を解くと $c=\frac{3}{2},\ d=6$　よって $y=\frac{3}{2}x+6$

(3) 放物線の AB 間で

$x=0$ のとき $y=0$，$x=\pm1$ のとき $y=\frac{3}{4}$，$x=\pm2$ のとき $y=3$，$x=3$ のとき $y=\frac{27}{4}$

$x=4$ のとき $y=12$

よって A から B までの部分で，x 座標，y 座標がともに整数になる点は 4 個

(4) 条件をみたす点をあげると，

・ $x=-2$ のとき $y=3$ で1個

・ $x=-1$ のとき，$y=\frac{3}{4}\times(-1)^2=\frac{3}{4}=0.75$，$y=\frac{3}{2}\times(-1)+6=4.5$ より

　$0.75 \leqq y \leqq 4.5$ を満たす y は，$y=1, 2, 3, 4$ で 4 個

・ $x=0$ のとき，$y=\frac{3}{4}\times0^2=0$ m $y=\frac{3}{2}\times0+6=6$ より，

　$0 \leqq y \leqq 6$ を満たす y は，0 から 6 までで 7 個

・ $x=1$ のとき，$y=\frac{3}{4}\times1^2=0.75$，$y=\frac{3}{2}\times1+6=7.5$

　$0.75 \leqq y \leqq 7.5$ を満たす y は，1から 7 までで 7 個

・ $x=2$ のとき，$y=\frac{3}{4}\times2^2=3$，$y=\frac{3}{2}\times2+6=9$

$3 \leqq y \leqq 9$ を満たす y は，3から9までで7個

・ $x=3$ のとき， $y=\dfrac{3}{4}\times 3^2=\dfrac{27}{4}=6.75$， $y=\dfrac{3}{2}\times 3+6=10.5$

$6.75 \leqq y \leqq 10.5$ を満たす y は，7から10までで4個

・ $x=4$ のときは $y=12$ で1個　　以上より，合計31個