

【】試験問題 A

1 次の式を計算しなさい。

- |                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| (1) $3a(4a - 5b)$                 | (2) $(16a^2b - 12ab^2) \div 4ab$       |
| (3) $(x - 1)(y - 1)$              | (4) $(2a - 1)(a + 3)$                  |
| (5) $(x - 4)(x + 5)$              | (6) $(x - 3y)(x - 8y)$                 |
| (7) $(a + 2)^2$                   | (8) $(x - 4y)^2$                       |
| (9) $(x - 7y)^2$                  | (10) $(-x + y)^2$                      |
| (11) $(a + 8b)(a - 8b)$           | (12) $(7x - 2)(7x + 2)$                |
| (13) $(x + 2)(x - 2) - (x + 3)^2$ | (14) $(x - 1)(x + 2) + (x - 1)(x - 2)$ |

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	

- [解答](1)  $12a^2 - 15ab$  (2)  $4a - 3b$  (3)  $xy - x - y + 1$  (4)  $2a^2 + 5a - 3$   
 (5)  $x^2 + x - 20$  (6)  $x^2 - 11xy + 24y^2$  (7)  $a^2 + 4a + 4$  (8)  $x^2 - 8xy + 16y^2$   
 (9)  $x^2 - 14xy + 49y^2$  (10)  $x^2 - 2xy + y^2$  (11)  $a^2 - 64b^2$  (12)  $49x^2 - 4$   
 (13)  $-6x - 13$  (14)  $2x^2 - 2x$

[解説]

(1) \*  $a(b + c) = ab + ac$  ,  $(a + b)c = ac + bc$  の公式を使う。

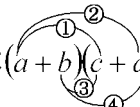
$$3a(4a - 5b) = 3a \times 4a + 3a \times (-5b) = 12a^2 - 15ab$$

(2) \* 逆数を使って割り算をかけ算になおす。  $(a + b) \div c = (a + b) \times \frac{1}{c}$

逆数は分数の分母・分子を逆にしたもの(例:  $c = \frac{c}{1}$   $\frac{1}{c}$  ,  $-\frac{3}{2}x = -\frac{3x}{2}$   $-\frac{2}{3x}$ )

$$(16a^2b - 12ab^2) \div 4ab = (16a^2b - 12ab^2) \times \frac{1}{4ab} = 16a^2b \times \frac{1}{4ab} - 12ab^2 \times \frac{1}{4ab}$$

$$= 4a - 3b$$

\* (3), (4)は   $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$  の公式を使う。

$$(3) (x-1)(y-1) = xy - x - y + 1$$

$$(4) (2a-1)(a+3) = 2a \times a + 2a \times 3 - 1 \times a - 1 \times 3 = 2a^2 + 6a - a - 3 = 2a^2 + 5a - 3$$

\* (5), (6)は  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$  の公式を使う。

$$(5) (x-4)(x+5) = x^2 + (-4+5)x - 4 \times 5 = x^2 + x - 20$$

$$(6) (x-3y)(x-8y) = x^2 + (-3y-8y)x + (-3y) \times (-8y) = x^2 - 11xy + 24y^2$$

\* (7) ~ (10)は  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ,  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  の公式を使う。

$$(7) (a+2)^2 = a^2 + 2 \times a \times 2 + 2^2 = a^2 + 4a + 4$$

$$(8) (x-4y)^2 = x^2 - 2 \times x \times 4y + (4y)^2 = x^2 - 8xy + 16y^2$$

$$(9) (x-7y)^2 = x^2 - 2 \times x \times 7y + (7y)^2 = x^2 - 14xy + 49y^2$$

$$(10) (-x+y)^2 = (-x)^2 + 2 \times (-x) \times y + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

\* (11), (12)は  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  の公式を使う。

$$(11) (a+8b)(a-8b) = a^2 - (8b)^2 = a^2 - 64b^2$$

$$(12) (7x-2)(7x+2) = (7x)^2 - 2^2 = 49x^2 - 4$$

$$(13) (x+2)(x-2) - (x+3)^2 = x^2 - 4 - (x^2 + 6x + 9) = x^2 - 4 - x^2 - 6x - 9 = -6x - 13$$

$$(14) (x-1)(x+2) + (x-1)(x-2) = x^2 + x - 2 + x^2 - 3x + 2 = 2x^2 - 2x$$

2 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) 10x^2 - 25x$$

$$(2) 15ab - 9ab^2$$

$$(3) x^2 - 64$$

$$(4) 25a^2 - 16b^2$$

$$(5) x^2 - 10x - 24$$

$$(6) x^2 + 6x + 9$$

$$(7) x^2 + 10xy + 25y^2$$

$$(8) x^2 - 9x + 20$$

$$(9) x^2 - 6x - 27$$

$$(10) 25x^2 - 30x + 9$$

$$(11) a^2x - 9ax + 8x$$

$$(12) y - x^2y$$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)

[解答](1)  $5x(2x-5)$  (2)  $3ab(5-3b)$  (3)  $(x+8)(x-8)$  (4)  $(5a+4b)(5a-4b)$

(5)  $(x-12)(x+2)$  (6)  $(x+3)^2$  (7)  $(x+5y)^2$  (8)  $(x-4)(x-5)$

(9)  $(x-9)(x+3)$  (10)  $(5x-3)^2$  (11)  $x(a-1)(a-8)$  (12)  $y(x+1)(-x+1)$

[解説]

\* (1), (2)は共通因数のくくりだし。

$$(1) 10x^2 - 25x = 5x \times 2x - 5x \times 5 = 5x(2x - 5)$$

$$(2) 15ab - 9ab^2 = 3ab \times 5 - 3ab \times 3b = 3ab(5 - 3b)$$

\* (3), (4)は  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$  の公式を使う。

$$(3) x^2 - 64 = x^2 - 8^2 = (x+8)(x-8)$$

$$(4) 25a^2 - 16b^2 = (5a)^2 - (4b)^2 = (5a+4b)(5a-4b)$$

\* (5), (8), (9)は  $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$  の公式を使う。

(5) かけて  $-24$  , 加えて  $-10$  になる 2 数は  $-12$  と  $2$  なので ,

$$x^2 - 10x - 24 = x^2 + (-12+2)x + (-12) \times 2 = (x-12)(x+2)$$

\* (6), (7), (10)は  $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$  ,  $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$  の公式を使う。

$$(6) x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 = (x+3)^2$$

$$(7) x^2 + 10xy + 25y^2 = x^2 + 2 \times x \times 5y + (5y)^2 = (x+5y)^2$$

(8) かけて  $20$  , 加えて  $-9$  になる 2 数は  $-4$  と  $-5$

$$x^2 - 9x + 20 = x^2 + (-4-5)x + (-4) \times (-5) = (x-4)(x-5)$$

(9) かけて  $-27$  , 加えて  $-6$  になる 2 数は  $-9$  と  $3$

$$x^2 - 6x - 27 = x^2 + (-9+3)x + (-9) \times 3 = (x-9)(x+3)$$

$$(10) 25x^2 - 30x + 9 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 3 + 3^2 = (5x-3)^2$$

\* (11), (12)では , まず共通因数のくくり出しを行う。

$$(11) a^2x - 9ax + 8x = x(a^2 - 9a + 8) = x(a-1)(a-8)$$

$$(12) y - x^2y = y(1 - x^2) = y(1^2 - x^2) = y(1+x)(1-x) = y(x+1)(-x+1)$$

3 次の各問いに答えなさい。

(1) 次の文章の空欄 ~ にあてはまる言葉を下の語群から選び、記号で答えよ。

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

上の式のように、整数がいくつかの整数の積で表されるとき、その1つ1つの数を、もとの数の( )という。

また、2、3のように、それよりも小さい自然数の積で表すことができない自然数を( )という。

( )の中で、( )である数を特に、( )という。

(語群)

ア 倍数    イ 素数    ウ 因数    エ 関数    オ 素因数

(2) 素数の中で、最も小さい数を答えよ。

(3) 10 から 20 までの数の中で、素数はいくつあるか。

(4) 次の数を素因数分解せよ。

$$72$$

$$252$$

(5) 次の計算を、乗法の公式や因数分解を利用して解け。途中の式をすべて書け。

$$88 \times 92$$

$$79^2 - 21^2$$

(6)  $x = 203$  のとき、 $x^2 - 6x + 9$  の値を求めよ。

(7) 216 にできるだけ小さい自然数をかけて、ある自然数の2乗にするには、どのような数をかければよいか。

[解答欄]

(1)			(2)
(3)	(4)		
(5)			
(6)	(7)		

[解答](1) ウ    イ    オ (2) 2 (3) 4個 (4)  $2^3 \times 3^2$      $2^2 \times 3^2 \times 7$

(5)  $88 \times 92 = (90 - 2) \times (90 + 2) = 90^2 - 2^2 = 8096$      $79^2 - 21^2 = (79 + 21) \times (79 -$

$21) = 100 \times 58 = 5800$  (6) 40000 (7) 6

[解説]

(1) 1けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72} \\ 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ \hline 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \overline{) 252} \\ 2 \overline{) 126} \\ 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ \hline 7 \end{array}$$

$$72 = 2^3 \times 3^2 \quad 252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

(2) 1けたの素数は, 2, 3, 5, 7 1は素数ではない。

(3) 100以下の自然数については, 約数をもつものは

1けたの素数 2, 3, 5, 7 のどれかで割り切れる。

逆に言えば, 2, 3, 5, 7 のいずれでも割り切れない

<del>1</del>	2	3	<del>4</del>	5	<del>6</del>	7	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>10</del>
11	<del>12</del>	13	<del>14</del>	<del>15</del>	<del>16</del>	17	<del>18</del>	19	<del>20</del>

100以下の自然数は素数である。20までの整数を書き並べて, 2の倍数, 3の倍数, 5の倍数, 7の倍数を消去すれば, 残りが素数になる。10から20までの数の中で素数であるのは, 11, 13, 17, 19の4個

(4) 1けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

$$(6) x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 = (203 - 3)^2 = 40000$$

(7) 整数を2乗した平方数を素因数分解すると, 各素因数の指数は偶数になる。

$$\text{例: } 12^2 = (2^2 \times 3)^2 = 2^4 \times 3^2 \text{ で指数4, 2はいずれも偶数}$$

したがって, 指数部分がすべて偶数になるような一番小さい数をかけてやる。

$216 = 2^3 \times 3^3$ なので,  $2 \times 3$ をかけると指数部分がすべて偶数になる。

$$216 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3^3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^4 = (2^2 \times 3^2)^2 = 36^2$$

4 下の式のように，連続する2つの偶数の積に1をたした数は，その間の奇数の2乗になる。このことを，下のように証明した。下の空欄にあてはまる式や言葉を答えなさい。

$$8 \times 10 + 1 = 9 \times 9$$

(証明)

連続する2つの偶数を，自然数 $n$ を使って，(ア)，(イ)とすると，  
 それらの積に1をたした数は，(ウ)  $= 4n^2 + 4n + 1 = (\text{エ})^2$   
 となり，(オ)と等しくなる。

[解答欄]

(ア)	(イ)	(ウ)
(エ)	(オ)	

[解答](ア)  $2n$  (イ)  $2n+2$  (ウ)  $2n(2n+2)+1$  (エ)  $2n+1$  (オ)  $2n$  と  $2n+2$  の間の奇数の2乗

[解説]

例えば，偶数については  $6 = 2 \times 3$ ，  $8 = 2 \times 4$  のように  $2 \times (\text{整数})$  と表すことができる。

整数 $n$ を使って  $2 \times n = 2n$  と表すことができる。

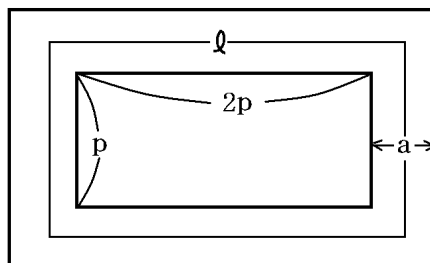
連続する2つの偶数，例えば，6，8は6，6+2と表すことができる。

小さい方の偶数を $2n$ とすると，大きい方の偶数は $2n+2$ と表すことができる。

5 縦が $p$ ，横が $2p$ の長方形の花壇のまわりに，  
 右の図のように幅 $a$ の道がある。道の面積を $S$ ，道  
 のまん中を通る線の長さを $l$ とするとき，

$$S = al$$

となることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

外側の長方形の面積は、 $(2p + 2a) \times (p + 2a) = 2p^2 + 6ap + 4a^2$

内側の長方形の面積は、 $p \times 2p = 2p^2$

よって、 $S = (2p^2 + 6ap + 4a^2) - 2p^2 = 6ap + 4a^2$

また、 $l = (2p + a + p + a) \times 2 = 6p + 4a$  なので

$$al = 6ap + 4a^2$$

よって、 $S = al$  が成り立つ。

[解説]

図より、

$$AB = a + 2p + a = 2p + 2a$$

$$AD = a + p + a = p + 2a$$

ゆえに(外側の長方形 ABCD の面積)

$$= AD \times AB = (p + 2a)(2p + 2a)$$

$$= 2p^2 + 2ap + 4ap + 4a^2 = 2p^2 + 6ap + 4a^2$$

(内側の長方形 EFGH の面積) =  $EH \times EF = p \times 2p = 2p^2$

よって、(道の面積  $S$ ) = (外側の長方形 ABCD の面積) - (内側の長方形 EFGH の面積)

$$= 2p^2 + 6ap + 4a^2 - 2p^2 = 6ap + 4a^2$$

ゆえに、 $S = 6ap + 4a^2 \dots$

次に、 $l$  の長さを求める。

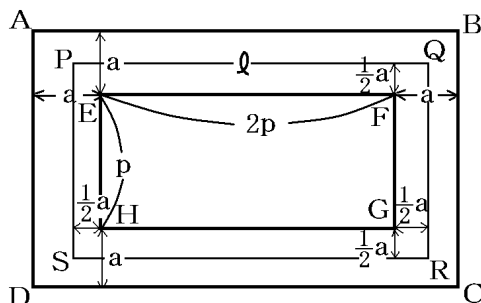
図より、 $SR = \frac{1}{2}a + 2p + \frac{1}{2}a = 2p + a$ 、 $QR = \frac{1}{2}a + p + \frac{1}{2}a = p + a$

$$l = (SR + QR) \times 2 = (2p + a + p + a) \times 2 = (3p + 2a) \times 2 = 6p + 4a$$

よって、 $al = a \times (6p + 4a) = 6ap + 4a^2 \dots$

、より、 $S = al$  が成り立つ。

(注) 証明問題の解答としては[解答]のように簡潔な書き方でよい。



【】試験問題 B

1 次の計算をなさい。

(1)  $71 \times 69$

(2)  $21 \times 57 + 21 \times 43$

(3)  $497 \times 503$

(4)  $65^2 - 35^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

[解答]

(1)  $71 \times 69 = (70 + 1) \times (70 - 1) = 70^2 - 1^2 = 4900 - 1 = 4899$

(2)  $21 \times 57 + 21 \times 43 = 21 \times (57 + 43) = 21 \times 100 = 2100$

(3)  $497 \times 503 = (500 - 3) \times (500 + 3) = 500^2 - 3^2 = 250000 - 9 = 249991$

(4)  $65^2 - 35^2 = (65 + 35) \times (65 - 35) = 100 \times 30 = 3000$

[解説]

(1)  $71 = 70 + 1$ ,  $69 = 70 - 1$  より  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  の公式を使うことに気づく。

(2)  $21 \times 57 + 21 \times 43$  で 21 を共通因数と考えてくくり出す。

(3)  $497 = 500 - 3$ ,  $503 = 500 + 3$  より  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  の公式を使うことに気づく。

(4) 因数分解の公式  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  を使う。

2 次の計算をなさい。

(1)  $2a(3b - 5)$

(2)  $(2x - y + 5) \times (-3x)$

(3)  $(9a^2 + 15a) \div 3a$

(4)  $(6x^3 - 8x^2 + 2x) \div 2x$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)  $6ab - 10a$  (2)  $-6x^2 + 3xy - 15x$  (3)  $3a + 5$  (4)  $3x^2 - 4x + 1$

[解説]

\* (1), (2)  $a(b + c) = ab + ac$ ,  $(a + b)c = ac + bc$  の公式を使う。

(1)  $2a(3b - 5) = 2a \times 3b + 2a \times (-5) = 6ab - 10a$

(2)  $(2x - y + 5) \times (-3x) = 2x \times (-3x) - y \times (-3x) + 5 \times (-3x) = -6x^2 + 3xy - 15x$

\* (3), (4) \* 逆数を使って割り算をかけ算になおす。  $(a+b) \div c = (a+b) \times \frac{1}{c}$

逆数は分数の分母・分子を逆にしたもの(例:  $c = \frac{c}{1} \quad \frac{1}{c}, -\frac{3}{2}x = -\frac{3x}{2} \quad -\frac{2}{3x}$ )

$$(3) (9a^2 + 15a) \div 3a = (9a^2 + 15a) \times \frac{1}{3a} = 9a^2 \times \frac{1}{3a} + 15a \times \frac{1}{3a} = 3a + 5$$

(4)

$$(6x^3 - 8x^2 + 2x) \div 2x = (6x^3 - 8x^2 + 2x) \times \frac{1}{2x} = 6x^3 \times \frac{1}{2x} - 8x^2 \times \frac{1}{2x} + 2x \times \frac{1}{2x}$$

$$= 3x^2 - 4x + 1$$

3 次の式を展開しなさい。

(1)  $(2x+3)(x-1)$

(2)  $(2a-b)(-3a-4b)$

(3)  $(x+4)(x+5)$

(4)  $(x+5)^2$

(5)  $(x-3)^2$

(6)  $(x+2)(x-2)$

[解答欄]

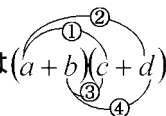
(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答] (1)  $2x^2 + x - 3$  (2)  $-6a^2 - 5ab + 4b^2$  (3)  $x^2 + 9x + 20$

(4)  $x^2 + 10x + 25$  (5)  $x^2 - 6x + 9$  (6)  $x^2 - 4$

[解説]

\* (1), (2)は  $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$  の公式を使う。



(1)

$$(2x+3)(x-1) = 2x \times x + 2x \times (-1) + 3 \times x + 3 \times (-1) = 2x^2 - 2x + 3x - 3 = 2x^2 + x - 3$$

$$(2) (2a-b)(-3a-4b) = 2a \times (-3a) + 2a \times (-4b) - b \times (-3a) - b \times (-4b)$$

$$= -6a^2 - 8ab + 3ab + 4b^2 = -6a^2 - 5ab + 4b^2$$

- (3) \*  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$  の公式を使う。  
 $(x+4)(x+5) = x^2 + (4+5)x + 4 \times 5 = x^2 + 9x + 20$
- (4) \*  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  の公式を使う。  
 $(x+5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$
- (5) \*  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  の公式を使う。  
 $(x-3)^2 = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$
- (6) \*  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  の公式を使う。  
 $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

4 次の式を因数分解しなさい。

- (1)  $x^2 + 5xy$  (2)  $2ax - ay + a$   
 (3)  $x^2 + 6x + 5$  (4)  $x^2 - 6x + 8$   
 (5)  $x^2 - 10x + 25$  (6)  $x^2 - 36$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1)  $x(x+5y)$  (2)  $a(2x-y+1)$  (3)  $(x+1)(x+5)$  (4)  $(x-4)(x-2)$   
 (5)  $(x-5)^2$  (6)  $(x+6)(x-6)$

[解説]

\* (1), (2)は共通因数のくくりだし。

(1)  $x^2 + 5xy = x \times x + x \times 5y = x(x+5y)$

(2)  $2ax - ay + a = a \times 2x + a \times (-y) + a \times 1 = a(2x - y + 1)$

\* (3), (4)は  $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$  の公式を使う。

(3) かけて5, 加えて6になる2数は1と5

$$x^2 + 6x + 5 = x^2 + (1+5)x + 1 \times 5 = (x+1)(x+5)$$

(4) かけて8, 加えて-6になる2数は, -4と-2

$$x^2 - 6x + 8 = x^2 + (-4-2)x + (-4) \times (-2) = (x-4)(x-2)$$

(5)  $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$  の公式を使う。

$$x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2 \times 5 \times x + 5^2 = (x-5)^2$$

(6)  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$  の公式を使う。  $x^2 - 36 = x^2 - 6^2 = (x+6)(x-6)$

5 次の数を素因数分解しなさい。

- (1) 90 (2) 36  
 (3) 75 (4) 126

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)  $2 \times 3^2 \times 5$  (2)  $2^2 \times 3^2$  (3)  $3 \times 5^2$  (4)  $2 \times 3^2 \times 7$

[解説]

\*1けたの素数2, 3, 5, 7で順に割っていく。下図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{cccc}
 2 \overline{) 90} & 2 \overline{) 36} & 3 \overline{) 75} & 2 \overline{) 126} \\
 3 \overline{) 45} & 2 \overline{) 18} & 5 \overline{) 25} & 3 \overline{) 63} \\
 3 \overline{) 15} & 3 \overline{) 9} & 5 & 3 \overline{) 21} \\
 5 & 3 & & 7 \\
 90 = 2 \times 3^2 \times 5 & 36 = 2^2 \times 3^2 & 75 = 3 \times 5^2 & 126 = 2 \times 3^2 \times 7
 \end{array}$$

6 次の式を展開しなさい。

- (1)  $(-x+4y)^2$  (2)  $(4+a)(4-a)$   
 (3)  $(a-6)(a-7)+(a+3)^2$  (4)  $(x+9)(x-1)+(x+2)(x+5)$   
 (5)  $(x+4)(x-8)-(x+6)(x-6)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1)  $x^2 - 8xy + 16y^2$  (2)  $-a^2 + 16$  (3)  $2a^2 - 7a + 51$

(4)  $2x^2 + 15x + 1$  (5)  $-4x + 4$

[解説]

(1)  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ の公式を使う。

$$(-x+4y)^2 = (-x)^2 + 2 \times (-x) \times 4y + (4y)^2 = x^2 - 8xy + 16y^2$$

(2)  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ の公式を使う。

$$(4+a)(4-a) = 4^2 - a^2 = -a^2 + 16$$

$$(3) (a-6)(a-7) + (a+3)^2 = a^2 - 13a + 42 + a^2 + 6a + 9 = 2a^2 - 7a + 51$$

$$(4) (x+9)(x-1) + (x+2)(x+5) = x^2 + 8x - 9 + x^2 + 7x + 10 = 2x^2 + 15x + 1$$

(5)

$$(x+4)(x-8) - (x+6)(x-6) = x^2 - 4x - 32 - (x^2 - 36) = x^2 - 4x - 32 - x^2 + 36 = -4x + 4$$

7 縦と横の長さが  $x$  m の正方形がある。次の問いに答えなさい。

(1) 縦と横の長さをそれぞれ 2m ずつ長くすると、面積はどれだけ増えるか求めなさい。

(2) 縦の長さを 3m 長くし、横の長さを 2m 短くすると、面積はどれだけ増えるか求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $4x + 4$  ( $\text{m}^2$ )増える (2)  $x - 6$  ( $\text{m}^2$ )増える

[解説]

$$(1) (\text{もとの正方形の面積}) = (\text{1 辺})^2 = x^2 \text{ m}^2$$

縦と横の長さをそれぞれ 2m ずつ長くすると、1 辺が  $x + 2$  (m) の正方形になるので、

$$(\text{新しい正方形の面積}) = (\text{1 辺})^2 = (x + 2)^2 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$$

ゆえに、(新しい正方形の面積) - (もとの正方形の面積) =

$$= x^2 + 4x + 4 - x^2 = 4x + 4 \text{ (m}^2\text{)}$$

よって、 $4x + 4$  ( $\text{m}^2$ )増える

$$(2) (\text{もとの正方形の面積}) = (\text{1 辺})^2 = x^2 \text{ m}^2$$

縦の長さを 3m 長くし、横の長さを 2m 短くすると、縦が  $x + 3$  (m)、横が  $x - 2$  (m) の長方形ができるので、

(新しい長方形の面積) = (縦)  $\times$  (横)

$$= (x + 3)(x - 2) = x^2 + (3 - 2)x + 3 \times (-2) = x^2 + x - 6$$

ゆえに、(新しい長方形の面積) - (もとの正方形の面積) =

$$x^2 + x - 6 - x^2 = x - 6 \text{ (m}^2\text{)} \quad \text{よって、} x - 6 \text{ (m}^2\text{)増える}$$

(注)  $x > 6$  のとき  $x - 6 > 0$  なので増加。  $x = 6$  のときは 0 増加するので等しい。

$x < 6$  のときは  $x - 6 < 0$  なので(マイナスの値)だけ増加、すなわち減少する。

8 下の 31 から 50 までの自然数のうち、素数であるものはどれか。

31 32 33 34 35 36 37 38 39 40  
41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

[解答欄]

[解答]31, 37, 41, 43, 47

[解説]

7 のように 1 とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。1 は素数にはいれない。1 けたの素数は 2, 3, 5, 7

100 以下の自然数については、約数をもつものはかならずこの 2, 3, 5, 7 のどれかで割り切れる。逆に言えば、2, 3, 5, 7 のいずれでも割り切れない 100 以下の自然数は素数である。

50 までの整数を書き並べて、2 の倍数、3 の倍数、5 の倍数、7 の倍数を消去すれば、残りが素数になる。31 から 50 までの自然数の中で素数なのは、31, 37, 41, 43, 47 である。

<del>1</del>	2	3	<del>4</del>	5	<del>6</del>	7	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>10</del>
11	<del>12</del>	13	<del>14</del>	<del>15</del>	<del>16</del>	17	<del>18</del>	19	<del>20</del>
<del>21</del>	<del>22</del>	23	<del>24</del>	<del>25</del>	<del>26</del>	<del>27</del>	<del>28</del>	29	<del>30</del>
31	<del>32</del>	<del>33</del>	<del>34</del>	<del>35</del>	<del>36</del>	37	<del>38</del>	<del>39</del>	<del>40</del>
41	<del>42</del>	43	<del>44</del>	<del>45</del>	<del>46</del>	47	<del>48</del>	<del>49</del>	<del>50</del>

9 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $4x^2 - 20xy + 25y^2$

(2)  $3x^2 + 12x - 36$

(3)  $-ax^2 + 3ax + 18a$

[解答欄]

[解答](1)  $(2x - 5y)^2$  (2)  $3(x + 6)(x - 2)$  (3)  $-a(x + 3)(x - 6)$

[解説]

(1)  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$  の公式を使う。

$$4x^2 - 20xy + 25y^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5y + (5y)^2 = (2x - 5y)^2$$

\* (2), (3) 共通因数があるものは、まず共通因数でくくる。

(2)  $3x^2 + 12x - 36 = 3(x^2 + 4x - 12)$  かけて $-12$  , 加えて $4$ になる $2$ 数は $6$ と $-2$   
ゆえに , (式) =  $3(x+6)(x-2)$

(3)  $-ax^2 + 3ax + 18a = -a(x^2 - 3x - 18)$  かけて $-18$  , 加えて $-3$ になる $2$ 数は $-6$ と $3$

ゆえに , (式) =  $-a(x+3)(x-6)$

10 連続する $2$ つの整数の $2$ 乗の差は , その $2$ 数の和に等しいことを次のように証明した。( )の中にあてはまる数や式を入れなさい。

<証明>

$2$ つの整数を小さい方を $n$  , 大きい方を(ア)とすると ,

$2$ 乗の差は ,

$$\begin{aligned} (\text{ア})^2 - n^2 &= (\text{イ}) - n^2 \\ &= (\text{ウ}) \end{aligned}$$

$2$ 数の和は , (ア) +  $n$  = (エ)

したがって , 連続する $2$ つの整数の $2$ 乗の差は , その $2$ 数の和に等しい。

[解答欄]

(ア)	(イ)	(ウ)
(エ)		

[解答](ア)  $n+1$  (イ)  $n^2 + 2n + 1$  (ウ)  $2n + 1$  (エ)  $2n + 1$

[解説]

例えば , 連続する $2$ つの整数 $5, 6$ は ,  $5, 5+1$ と表すことができる。小さい方の整数を $n$ とすると , 連続する $2$ 整数は ,  $n, n+1$ と表すことができる。

11  $x^2 + ax - 16$ の式が因数分解できるとき ,  $a$ のとり得る値をすべて求めなさい。  
ただし ,  $a$ の値は整数とする。

[解答欄]

[解答] $-15, -6, 0, 6, 15$

[解説]

16の約数は、1, 2, 4, 8, 16なので因数分解した式で考えられるのは、  
 $(x+1)(x-16)$ ,  $(x+2)(x-8)$ ,  $(x+4)(x-4)$ ,  $(x+8)(x-2)$ ,  $(x+16)(x-1)$ である。

それぞれ展開すると、 $x^2 - 15x - 16$ ,  $x^2 - 6x - 16$ ,  $x^2 - 16$ ,  $x^2 + 6x - 16$ ,  $x^2 + 15x - 16$   
ゆえに  $a$  の値は、-15, -6, 0, 6, 15

【】試験問題 C

1 次の問いに答えなさい。

- (1)  $-6-13$  を計算しなさい。
- (2)  $\left(-\frac{3}{8}\right)\times\left(-\frac{4}{9}\right)$  を計算しなさい。
- (3)  $6x+2-4x+3$  を計算しなさい。
- (4)  $(36x-12y+18)\div(-6)$  を計算しなさい。
- (5)  $10\left(\frac{2x-3}{5}\right)-12\left(\frac{-x+2}{4}\right)$  を計算しなさい。
- (6)  $\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}x-\frac{5}{6}y$  を計算しなさい。
- (7)  $4x\times(-3y)$  を計算しなさい。
- (8) 方程式  $\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}=\frac{3}{4}x-\frac{1}{6}$  を解きなさい。
- (9) 連立方程式  $\begin{cases} 3x+4y=5 \\ 5x+6y=7 \end{cases}$  を解きなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1)  $-19$  (2)  $\frac{1}{6}$  (3)  $2x+5$  (4)  $-6x+2y-3$  (5)  $7x-12$

(6)  $\frac{5}{6}x-\frac{3}{2}y$  (7)  $-12xy$  (8)  $x=-4$  (9)  $x=-1, y=2$

[解説]

$$(5) 10\left(\frac{2x-3}{5}\right)-12\left(\frac{-x+2}{4}\right)=2(2x-3)-3(-x+2)=4x-6+3x-6=7x-12$$

$$(6) \frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}x-\frac{5}{6}y=\frac{3}{6}x-\frac{4}{6}y+\frac{2}{6}x-\frac{5}{6}y=\frac{5}{6}x-\frac{9}{6}y=\frac{5}{6}x-\frac{3}{2}y$$

(8) まず，両辺に12をかけて分母を払う。

$$\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}\right) \times 12 = \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{6}\right) \times 12, \quad 8x - 6 = 9x - 2, \quad 8x - 9x = -2 + 6, \quad -x = 4,$$

$$x = -4$$

(9) 加減法で計算。yの係数を12にそろえる。

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 5x + 6y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} (3x + 4y) \times 3 = 5 \times 3 \\ (5x + 6y) \times 2 = 7 \times 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 9x + 12y = 15 \\ 10x + 12y = 14 \end{cases}$$

下の式から上の式を引くと，yの項が消去されて， $x = -1$

$$x = -1 \text{ を最初の式 } 3x + 4y = 5 \text{ に代入して， } -3 + 4y = 5, \quad 4y = 8, \quad y = 2$$

2 連立方程式  $\begin{cases} ax - by = -10 \\ bx + ay = 5 \end{cases}$  の解が  $x = 2, y = 1$  であるとき， $a, b$  の値を求めなさい。

めなさい。

[解答欄]

[解答]  $a = -3, b = 4$

[解説]

$$\begin{cases} ax - by = -10 \\ bx + ay = 5 \end{cases} \text{ に } x = 2, y = 1 \text{ を代入すると，} \begin{cases} 2a - b = -10 \\ 2b + a = 5 \end{cases} \text{ これを } a, b \text{ の連}$$

立方程式として解くと， $a = -3, b = 4$

3 次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の平方根を答えなさい。

$$25 \qquad \frac{1}{36} \qquad 7 \qquad 0$$

(2) 1～20までの自然数のうち，素数である数は何個あるか答えなさい。

(3) 次のことからのうち，下線部分が正しければ を，誤りがあれば正しくなさい。

$\sqrt{25}$  は  $\pm 5$  である。

$\sqrt{16} - \sqrt{9}$  は  $\sqrt{7}$  に等しい。

$\sqrt{(-8)^2}$  は  $-8$  である。

(4) 次の各組の数の大小を，不等号を使って表しなさい。

$$\sqrt{61} \quad \sqrt{70} \quad 2, 3, \sqrt{5} \quad -6, -\sqrt{35}$$

(5) 次の数を  $\sqrt{a}$  の形に表しなさい。

$$3\sqrt{5} \quad 5\sqrt{2}$$

(6) 次の数を  $a\sqrt{b}$  の形に表しなさい。

$$\sqrt{12} \quad \sqrt{32} \quad \sqrt{242}$$

(7) 次の数を分母に根号がない形に表しなさい。

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad \frac{4}{\sqrt{8}} \quad \frac{\sqrt{15} + \sqrt{21}}{\sqrt{6}}$$

[解答欄]

(1)		
	(2)	(3)
		(4)
		(5)
	(6)	
	(7)	

[解答](1)  $\pm 5$     $\pm \frac{1}{6}$     $\pm \sqrt{7}$    0   (2) 8個   (3) 5   等しくない

$$8 \quad (4) \quad \sqrt{61} < \sqrt{70} \quad 2 < \sqrt{5} < 3 \quad -6 < -\sqrt{35} \quad (5) \quad \sqrt{45}$$

$$\sqrt{50} \quad (6) \quad 2\sqrt{3} \quad 4\sqrt{2} \quad 11\sqrt{2} \quad (7) \quad \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{10} + \sqrt{14}}{2}$$

[解説]

(1) \*平方根ときたら±。例えば、2乗して25になる数が25の平方根なので、+5だけでなく-5もはいる。0の平方根は0だけであるが、それ以外の場合は±の2通りがある。また7の平方根のように、整数・分数・小数で表すことができないものは、 $\pm\sqrt{7}$ のように±を使って平方根を表す。

<del>1</del>	2	3	<del>4</del>	5	<del>6</del>	7	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>10</del>
11	<del>12</del>	13	<del>14</del>	<del>15</del>	<del>16</del>	17	<del>18</del>	19	<del>20</del>

(2) 100以下の自然数については、約数をもつものは1けたの素数2, 3, 5, 7のどれかで割り切れる。逆に

言えば、2, 3, 5, 7のいずれでも割り切れない100以下の自然数は素数である。20までの整数を書き並べて、2の倍数、3の倍数、5の倍数、7の倍数を消去すれば、残りが素数になる。1から20までの数の中で素数であるのは、2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19の8個

(3)  $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$   $\sqrt{a}$ は0以上でマイナスになることはない。

かけ算と割り算については、 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ ,  $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a \div b}$ ,  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

のように1つの傘の中に入れることができるが、足し算、引き算ではそのようなことはできない。

$$\sqrt{16} - \sqrt{9} = \sqrt{4^2} - \sqrt{3^2} = 4 - 3 = 1$$

$$\sqrt{(-8)^2} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8 \quad \sqrt{a} \text{は0以上でマイナスになることはない。}$$

(4) \* の大小は2乗して比べる。 $a < b$ なら $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

$$61 < 70 \text{ なので, } \sqrt{61} < \sqrt{70}$$

$$2^2 = 4, 3^2 = 9, (\sqrt{5})^2 = 5 \quad 4 < 5 < 9 \text{ なので } \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} \quad \text{ゆえに}$$

$$2 < \sqrt{5} < 3$$

$$6^2 = 36, (\sqrt{35})^2 = 35 \quad 35 < 36 \text{ なので } \sqrt{35} < \sqrt{36} \quad \text{ゆえに } \sqrt{35} < 6$$

両辺の符号を-にすると不等号の向きが逆になるので、 $-\sqrt{35} > -6$

よって、 $-6 < -\sqrt{35}$

(5)  $3\sqrt{5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = \sqrt{45}$   $5\sqrt{2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = \sqrt{50}$

(6) \*  $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$  をつかって の中を簡単な数にする( $a^2 : 4, 9, 16, 25, 36, 49$ )

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{242} = \sqrt{121 \times 2} = \sqrt{11^2 \times 2} = 11\sqrt{2}$$

\*  $11^2 = 121, 12^2 = 144, 13^2 = 169$  は覚えておいたほうがよい。

(7) \* 分母に  $\sqrt{\quad}$  があるときは, 分母・分子にその  $\sqrt{\quad}$  をかけて, 分母を有理化する。

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{4}{\sqrt{8}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{15} + \sqrt{21}}{\sqrt{6}} &= \frac{(\sqrt{15} + \sqrt{21}) \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{90} + \sqrt{126}}{6} = \frac{\sqrt{9 \times 10} + \sqrt{9 \times 14}}{6} \\ &= \frac{3\sqrt{10} + 3\sqrt{14}}{6} = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{14}}{2} \end{aligned}$$

4 次の問いに答えなさい。

- (1) 修学旅行の班別行動で北野天満宮, 金閣寺, 竜安寺, 仁和寺の4ヶ所を廻ろうと思う。廻り方は全部で何通りあるか答えなさい。
- (2) 白玉3個, 赤玉5個がはいっている袋から玉を1個取り出すとき, 赤玉が出る確率を求めなさい。
- (3) A, B2つのさいころを同時に投げるとき, 出る目の数の積が12になる確率を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) 24通り (2)  $\frac{5}{8}$  (3)  $\frac{1}{9}$

[解説]

(1) 北野天満宮を A, 金閣寺を B, 竜安寺を C, 仁和寺を D で表す。

1 番目に行く場所の選び方は, ABCD の 4 通り

1 番目に A を選んだ場合 2 番目に行く場所の選び方は, BCD の 3 通り。2 番目に B を選んだ場合, 3 番目に行く場所の選び方は, CD の 2 通り。4 番目は 1 通り。

ゆえに,  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  通り

(2) 確率の計算の場合, 同じ種類のものも別のものとして計算する。したがって,

白 1, 白 2, 白 3, 赤 1,  $\dots$  赤 5 と異なる 8 個の玉が袋に入っていると考える。

(全体の場合の数) = 8

(赤玉を取り出す場合の数) = 5

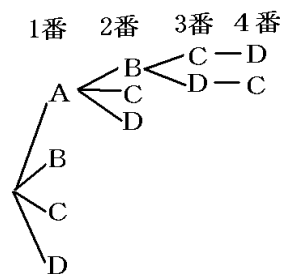
ゆえに, (赤玉を取り出す確率) =  $\frac{5}{8}$

(3) A の目の出方は, 1, 2, 3,  $\dots$  6 の 6 通り, B の目の出方も 6 通り。

ゆえに, (目の出方の全体の場合の数) =  $6 \times 6 = 36$

出る目の数の積が 12 になる場合は,  $(A, B) = (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$  の 4 通り。

ゆえに, 出る目の数の積が 12 になる確率は,  $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$



5 次の計算をしなさい。

(1)  $\sqrt{2} \times \sqrt{11}$

(2)  $\sqrt{30} \div \sqrt{6}$

(3)  $\sqrt{32} \div \sqrt{8}$

(4)  $\sqrt{15} \times \sqrt{12}$

(5)  $(-\sqrt{3}) \times \sqrt{27}$

(6)  $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

(7)  $3\sqrt{5} - 7\sqrt{5}$

(8)  $5\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

(9)  $\sqrt{5} + 3\sqrt{3} - \sqrt{5} - 4\sqrt{3}$

(10)  $\sqrt{20} - \sqrt{125} + \sqrt{5}$

(11)  $\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}}$

(12)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{\sqrt{3}}$

(13)  $\sqrt{7}(\sqrt{7} + 4)$

(14)  $\sqrt{6}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

(15)  $\sqrt{2}(\sqrt{10} - 2)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	(15)

[解答](1)  $\sqrt{22}$  (2)  $\sqrt{5}$  (3) 2 (4)  $6\sqrt{5}$  (5)  $-9$  (6)  $7\sqrt{3}$  (7)  $-4\sqrt{5}$

(8)  $7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$  (9)  $-\sqrt{3}$  (10)  $-2\sqrt{5}$  (11)  $\frac{7\sqrt{5}}{10}$  (12)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(13)  $7 + 4\sqrt{7}$  (14)  $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$  (15)  $2\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$

[解説]

\*  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$  ,  $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$  同じ の傘の中に入れる

\*  $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$  をつかって の中を簡単な数にする( $a^2$  : 4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

$$(1) \sqrt{2} \times \sqrt{11} = \sqrt{2 \times 11} = \sqrt{22}$$

$$(2) \sqrt{30} \div \sqrt{6} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{30}{6}} = \sqrt{5}$$

$$(別解) \sqrt{30} \div \sqrt{6} = \sqrt{30 \div 6} = \sqrt{5}$$

$$(3) \sqrt{32} \div \sqrt{8} = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{32}{8}} = \sqrt{4} = 2$$

$$(別解) \sqrt{32} \div \sqrt{8} = \sqrt{32 \div 8} = \sqrt{4} = 2$$

\*  $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$  ( $\sqrt{a^2 b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}$ )

$$(4) \sqrt{15} \times \sqrt{12} = \sqrt{15 \times 12} = \sqrt{3 \times 5 \times 3 \times 4} = \sqrt{3^2 \times 2^2 \times 5} = 3 \times 2 \times \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$$

$$(5) (-\sqrt{3}) \times \sqrt{27} = -\sqrt{3 \times 27} = -\sqrt{3 \times 3^3} = -\sqrt{3^4} = -3^2 = -9$$

\*  $a\sqrt{2} + b\sqrt{2} = (a+b)\sqrt{2}$  : 文字式と同じように同類項はまとめることができる。

$$(6) 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = (5+2)\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

$$(7) 3\sqrt{5} - 7\sqrt{5} = (3-7)\sqrt{5} = -4\sqrt{5}$$

$$(8) 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = (5+2)\sqrt{2} - 5\sqrt{3} = 7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$$

$$(9) \sqrt{5} + 3\sqrt{3} - \sqrt{5} - 4\sqrt{3} = (1-1)\sqrt{5} + (3-4)\sqrt{3} = 0 - \sqrt{3} = -\sqrt{3}$$

\* の中をもっとも簡単な形にして，同類項を整理する。

$$(10) \sqrt{20} - \sqrt{125} + \sqrt{5} = \sqrt{2^2 \times 5} - \sqrt{5^2 \times 5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + \sqrt{5} \\ = (2-5+1)\sqrt{5} = -2\sqrt{5}$$

\* 分母に  $\sqrt{5}$  があるときは，分母・分子にそのルートをかけて分母を有理化する。

$$(11) \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ なので, } \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{5\sqrt{5}}{10} + \frac{2\sqrt{5}}{10} = \frac{7\sqrt{5}}{10}$$

$$(12) \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \quad \text{な　　の　　で　　,}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$(13) \sqrt{7}(\sqrt{7} + 4) = \sqrt{7} \times \sqrt{7} + \sqrt{7} \times 4 = 7 + 4\sqrt{7}$$

$$(14) \sqrt{6}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{3^2 \times 2} + \sqrt{2^2 \times 3} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

$$(15) \sqrt{2}(\sqrt{10} - 2) = \sqrt{20} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 \times 5} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$$

6 次の各問いに答えなさい。

(1)  $\sqrt{270m}$  が自然数となる自然数  $m$  のうち，もっとも小さいものを求めなさい。

(2)  $2 < \sqrt{n} < 2.5$  をみたす正の整数  $n$  の値をすべて求めなさい。

(3)  $\sqrt{58}$  を小数で表したとき，その中の整数部分の数はいくつか答えなさい。

(4)  $\sqrt{21-4n}$  の値が整数となるような正の整数  $n$  の値をすべて求めなさい。

(5)  $\sqrt{3} = 1.732$  として， $\frac{3}{\sqrt{27}}$  の値を小数第3位まで求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) 30 (2)  $n = 5, 6$  (3) 7 (4)  $n = 3, 5$  (5) 0.577

[解説]

(1) \*まず  $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$  をつかって の中をできるだけ簡単な数にする。

$\sqrt{270m} = \sqrt{9 \times 30m} = 3\sqrt{30m}$   $\sqrt{30m}$  が自然数となるためには、 $30m$  がある数の 2 乗にならなければならない。そのうち最小なのは  $m = 30$

(2)  $2 < \sqrt{n} < 2.5$  の各辺を 2 乗すると、 $4 < n < 6.25$  なので、これをみたく正の整数 (自然数)  $n$  は  $n = 5, 6$

(3)  $7^2 = 49, 8^2 = 64$

$49 < 58 < 64$  より、 $\sqrt{49} < \sqrt{58} < \sqrt{64}$  なので、 $7 < \sqrt{58} < 8$

ゆえに、 $\sqrt{58} = 7.\dots$  という数になるので、整数部分の数は 7 になる。

(4)  $\sqrt{21-4n}$  が整数となるためには、 $21-4n$  がある整数の 2 乗(平方数)にならなければならない。 $21-4n$  21なので、

$21-4n = 0, 21-4n = 1, 21-4n = 4, 21-4n = 9, 21-4n = 16$

それぞれの方程式を解くと、 $n = \frac{21}{4}, n = 5, n = \frac{17}{4}, n = 3, n = \frac{5}{4}$

$n$  は正の整数なので、 $n = 3, 5$

(別解)

$n = 1$  のとき  $\sqrt{21-4n} = \sqrt{21-4} = \sqrt{17}$  ,  $n = 2$  のとき  $\sqrt{21-4n} = \sqrt{13}$  ,  $n = 3$  の

とき  $\sqrt{21-4n} = \sqrt{9} = 3$  ,  $n = 4$  のとき  $\sqrt{21-4n} = \sqrt{5}$  ,

$n = 5$  のとき  $\sqrt{21-4n} = \sqrt{1} = 1$  ,  $n = 6$  のときは  $21-4n < 0$

(5)  $\frac{3}{\sqrt{27}} = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

【】試験問題 D

1 次のことは正しいですか。正しければ , 誤りがあれば[ ]の中の数字や記号を正しく直しなさい。

(1) 25 の平方根は[5]である。

(2)  $\sqrt{16}$  は[±4]に等しい。

(3)  $\sqrt{7} \times \sqrt{7}$  は[49]に等しい。

(4)  $3 \times \sqrt{2}$  は[ $\sqrt{6}$ ]に等しい。

(5)  $\sqrt{[0.4]}$  は0.2 に等しい。

(6)  $\sqrt{(-3)^2}$  は[-3]に等しい。

(7)  $-\sqrt{2}$  と  $-\sqrt{3}$  の大小関係を不等号を使って表すと,  $-\sqrt{2}$  [ $<$ ]  $-\sqrt{3}$  である。

(8)  $\sqrt{4} + \sqrt{9}$  は[ $\sqrt{13}$ ]に等しい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) ±5 (2) 4 (3) 7 (4)  $3\sqrt{2}$  (5) 0.04 (6) 3 (7) > (8) 5

[解説]

(1) 2 乗して 25 になる数が 25 の平方根なので, +5 だけでなく -5 もはいる。0 の平方根は 0 だけであるが, それ以外の場合は ± の 2 通りがある。

(2)  $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$   $\sqrt{a}$  は 0 以上でマイナスになることはない。

(3)  $\sqrt{7} \times \sqrt{7} = (\sqrt{7})^2 = 7$

(4)  $3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$  ( $\sqrt{3} \times \sqrt{2}$  なら  $\sqrt{6}$ )

(5)  $(0.2)^2 = 0.04$  なので,  $\sqrt{0.04} = 0.2$

(6)  $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$   $\sqrt{a}$  は 0 以上でマイナスになることはない。

(7)  $2 < 3$  なので  $\sqrt{2} < \sqrt{3}$  両辺の符号を  $-$  にすると不等号の位向きが逆転して、  
 $-\sqrt{2} > -\sqrt{3}$

(8)  $\sqrt{4} + \sqrt{9} = \sqrt{2^2} + \sqrt{3^2} = 2 + 3 = 5$

かけ算，割り算については， $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ ， $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a \div b}$  とできる  
 が，足し算，引き算では， $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$  などとはできない。

2 次の各問いに答えなさい。

(1) 次の数の中から，素数をすべて選び出しなさい。

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

(2) 24 を素因数分解し，累乗の形で表しなさい。

(3)  $\sqrt{48}$  を  $a\sqrt{b}$  の形に直しなさい。

(4)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  を分母に根号がない形に表しなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) 2,3,5,7 (2)  $2^3 \times 3$  (3)  $4\sqrt{3}$  (4)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

[解説]

(1) 素数は 1 とその数以外に約数をもたない数である。例えば，6 は 1，6 以外にも 2，3 などの約数をもつので素数ではない。これに対し，例えば 7 は 1，7 以外の約数をもたないので素数である。なお，1 は素数には入れない。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ 2 \overline{) 12} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ 2 \overline{) 6} \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

(2) \*1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

$$\begin{array}{r} 3 \\ 24 = 2^3 \times 3 \end{array}$$

右図に示した方法で計算する。

(3) \*  $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$  をつかって の中を簡単な数にする ( $a^2 : 4, 9, 16, 25, 36, 49$  など)

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{3} = 4 \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

(4) 分母に  $\sqrt{3}$  があるときは、分母・分子にその  $\sqrt{3}$  をかけて、分母を有理化する。

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

3 次の各問いに答えなさい。

(1) サイコロ 1 個を 1 回ふったとき、偶数の目が出る確率を求めなさい。

(2) 次のア～エの文が、正しければ  $\square$ 、正しくなければ  $\times$  を書きなさい。

ア 袋の中に同じ大きさの赤玉が 3 個白玉が 2 個入っています。この袋の中から 1 個の玉を取り出すとき、それが赤玉である確率と白玉である確率は等しい。

イ 画びょうを投げるとき、針が上を向く確率と下を向く確率は等しい。

ウ 2 枚のコインを同時に投げるとき、1 枚が表で 1 枚が裏になる確率と、2 枚とも裏になる確率は等しい。

エ 52 枚 1 組のトランプの中から 1 枚のカードを引くとき、ダイヤのカードが出る確率と、ハートのカードが出る確率は等しい。

[解答欄]

(1)	(2)ア	イ
ウ	エ	

[解答](1)  $\frac{1}{2}$  (2) ア  $\times$  イ  $\times$  ウ  $\times$  エ

[解説]

(1) さいころの目の出方の場合の数は 1～6 の 6 通り。偶数の目が出る場合の数は 2、

4、6 の 3 通り。ゆえに、(偶数の目が出る確率) =  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(2) ア (赤玉の確率) =  $\frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$ 、(白玉の確率) =  $\frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}$

イ コインの場合などでは、表の出る確からしさと裏の出る確からしさは同じと考えてよいが、画びょうの場合の上下が出る確からしさは同じではない。

ウ 確立の計算では、同じ種類のものであっても区別して考える。2 枚のコインを A、B とする。全体の場合の数は (A, B) = (表, 表), (表, 裏), (裏, 表), (裏, 裏) の 4 通り。

1枚が表で1枚が裏になるのは、(表,裏),(裏,表)の2通りなので、その確率は $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

2枚とも裏になるのは(裏,裏)の1通りなので、その確率は $\frac{1}{4}$

エ (ダイヤが出る確率) =  $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$  , (ハートが出る確率) =  $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

4 次の計算をなさい。

(1)  $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$

(2)  $6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2}$

(3)  $\sqrt{18} \times \sqrt{54}$

(4)  $\sqrt{14} \div \sqrt{21}$

(5)  $5\sqrt{5} - \sqrt{5}$

(6)  $2\sqrt{20} - 3\sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{45}$

(7)  $\sqrt{3}(\sqrt{12} + 2\sqrt{18})$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

[解答](1)  $\sqrt{6}$  (2)  $2\sqrt{3}$  (3)  $18\sqrt{3}$  (4)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  (5)  $4\sqrt{5}$  (6)  $\sqrt{5} - 3\sqrt{6}$

(7)  $6 + 6\sqrt{6}$

[解説]

\*  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$  ,  $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$  同じ の傘の中に入れる

(1)  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

(2)  $6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} = \frac{6\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} = \frac{6}{3} \times \sqrt{\frac{6}{2}} = 2\sqrt{3}$

(別解)  $6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} = (6 \div 3) \times \sqrt{6 \div 2} = 2\sqrt{3}$

\*  $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$  をつかって の中を簡単な数にする( $a^2$  : 4, 9, 16, 25, 36, 49など)

$$(3) \sqrt{18} \times \sqrt{54} = \sqrt{9 \times 2} \times \sqrt{9 \times 6} = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} = 9 \times \sqrt{2 \times 6} = 9 \times \sqrt{2 \times 2 \times 3} = 9 \times 2\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

(別解)

$$\sqrt{18} \times \sqrt{54} = \sqrt{18 \times 54} = \sqrt{9 \times 2 \times 9 \times 6} = \sqrt{9^2 \times 2 \times 2 \times 3} = 9\sqrt{2^2 \times 3} = 9 \times 2\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

$$(4) \sqrt{14} \div \sqrt{21} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{21}} = \sqrt{\frac{14}{21}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2 \times 3}{3 \times 3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$(別解) \sqrt{14} \div \sqrt{21} = \sqrt{14 \div 21} = \sqrt{\frac{14}{21}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2 \times 3}{3 \times 3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

\*  $a\sqrt{2} + b\sqrt{2} = (a+b)\sqrt{2}$  : 文字式と同じように同類項はまとめることができる。

$$(5) 5\sqrt{5} - \sqrt{5} = (5-1) \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

\* の中をもっとも簡単な形にして、同類項を整理する。

$$(6) \sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5}, \quad \sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 6} = 2\sqrt{6}, \quad \sqrt{54} = \sqrt{3^2 \times 6} = 3\sqrt{6}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{3^2 \times 5} = 3\sqrt{5} \text{ なので,}$$

$$2\sqrt{20} - 3\sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{45} = 4\sqrt{5} - 6\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{5} = \sqrt{5} - 3\sqrt{6}$$

$$(7) \sqrt{3}(\sqrt{12} + 2\sqrt{18}) = \sqrt{3 \times 12} + 2\sqrt{3 \times 18} = \sqrt{36} + 2\sqrt{3^2 \times 6} = 6 + 6\sqrt{6}$$

5 次の各問いに答えなさい。

- (1) 大小 2 個のサイコロを 1 回投げたとき、目の和が 6 になる確率を求めなさい。
- (2) 3 枚のコインを同時に投げるとき、1 枚だけ表が出る確率を求めなさい。
- (3) 男子 2 名、女子 3 名の中から学級役員を 2 名選出したい。男女各 1 名ずつになる確率を求めなさい。
- (4) A さん、B さんの 2 人でじゃんけんをするとき、あいこになる確率を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)  $\frac{5}{36}$  (2)  $\frac{3}{8}$  (3)  $\frac{3}{5}$  (4)  $\frac{1}{3}$

[解説]

(1) (全体的場合の数) =  $6 \times 6 = 36$  通り, 目の和が 6 になるのは, (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) の 5 通り。

(2) (全体的場合の数) =  $2 \times 2 \times 2 = 8$  通り。1 枚だけ表になる場合の数は 3 通り。

(3) (全体的場合の数) =  $5 \times 4 \div 2 = 10$  通り。男女各 1 名ずつ選ぶ場合の数は  $2 \times 3 = 6$  通り。(4) (全体的場合の数) =  $3 \times 3 = 9$  通り。あいこになる場合の数は 3 通り。

6 次の各問いに答えなさい。

(1) 面積が  $5\text{cm}^2$  の正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

(2) 次の数の大小を不等号を使った式に表しなさい。

$$-5, -\sqrt{26}, -\sqrt{23}$$

(3)  $\sqrt{3} = 1.732$ ,  $\sqrt{30} = 5.477$  のとき, 次の式の値を求めなさい。

$$\text{ア } \sqrt{300} \quad \text{イ } \sqrt{0.3}$$

(4)  $\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{2}{\sqrt{5}}$  を計算しなさい。

(5)  $\sqrt{5}$  のおおよその大きさを小数で表すと, その整数部分は  $2(2.\dots)$  になります。

では,  $\sqrt{57}$  のおおよその数の大きさを小数で表すと, その整数部分はいくつでしょう。求める数と, その答えが出てきた考え方を書きなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
(5)			

[解答](1)  $\sqrt{5}$  cm (2)  $-\sqrt{26} < -5 < -\sqrt{23}$  (3) ア 17.32 イ 0.5477

(4)  $\frac{9\sqrt{5}}{10}$  (5)  $7^2 = 49, 8^2 = 64$

$49 < 57 < 64$  より,  $\sqrt{49} < \sqrt{57} < \sqrt{64}$  なので,  $7 < \sqrt{57} < 8$

ゆえに,  $\sqrt{57} = 7.\dots$  という数になるので, 整数部分の数は 7 になる。

[解説]

(1) この正方形の 1 辺を  $x$  cm とすると,  $x^2 = 5$   $x > 0$  なので  $x = \sqrt{5}$

(2) 各数を 2 乗して比較する

$$5^2 = 25, (\sqrt{26})^2 = 26, (\sqrt{23})^2 = 23 \text{ なので, } \sqrt{23} < 5 < \sqrt{26}$$

各辺に  $-1$  をかけると、不等号の向きが逆転して、 $-\sqrt{23} > -5 > -\sqrt{26}$

(3) \*  $\sqrt{10 \cdots \times a} = 10 \cdots \sqrt{a}$  の形に変形する。10 $\cdots$ の0の個数は偶数にする。

例)  $\sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3} = 10\sqrt{3}$  ,  $\sqrt{3000} = \sqrt{100 \times 30} = 10\sqrt{30}$  ,  
 $\sqrt{30000} = \sqrt{10000 \times 3} = 100\sqrt{3}$  ,  $\sqrt{300000} = \sqrt{10000 \times 30} = 100\sqrt{30}$

\*  $\sqrt{0 \cdots a}$  は分数の形にする。分母の0の個数は偶数にする。

例)  $\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$  ,  $\sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10}$

ア  $\sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3} = 10\sqrt{3} = 10 \times 1.732 = 17.32$

イ  $\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{5.477}{10} = 0.5477$

(4) まず、分母の有理化をおこなう。  $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{5\sqrt{5}}{10} + \frac{4\sqrt{5}}{10} = \frac{9\sqrt{5}}{10}$$

7 1 2 3 4 5 の 5 枚のカードの中から、2 枚のカードを取り出します。先に取り出した方を十の位、後から取り出した方を一の位とする 2 けたの整数を作ります。このとき次の各問いに答えなさい。先に引いたカードはもどさないこととします。

- (1) 2 けたの整数は、全部で何個できますか。
- (2) 2 けたの整数が、3 の倍数になる確率を求めなさい。

[解答欄]

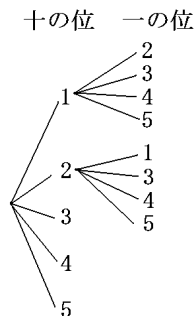
(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) 20 個 (2)  $\frac{2}{5}$

[解説]

(1) 十の位にくるのは 1 ~ 5 の 5 通り。十の位に 1 がきたとき  
 一の位にくるのは 2, 3, 4, 5 の 4 通り。  
 よって全部で  $5 \times 4 = 20$  通り

(2) 3 の倍数になるのは、12, 15, 21, 24, 42, 45, 51, 54 の 8



通り。ゆえに、(3の倍数になる確率) =  $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

8 3本のうち1本が当たりであるくじを、A、Bの2人がこの順に1本ずつ引くとき、どちらが有利になりますか。途中の考え方も含め答えを書きなさい。(先にAが引いたくじはもどさないものとします。)

[解答欄]

[解答]

Aが当たりくじをひく確率は、 $\frac{1}{3}$

Bが当たりくじをひくのは、AがはずれてBが当たる場合

Aがはずれる確率は、 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Aがはずれたとき、残ったくじは当たりくじが1本、はずれくじが1本なので、

この状態で当たりくじを引く確率は $\frac{1}{2}$

ゆえに、Aがはずれて、かつBが当たる確率は $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

よって、A、Bの当たる確率はともに $\frac{1}{3}$ で等しく、どちらが有利ということはない。

【】試験問題 E

1 次の計算を下さい。

(1)  $4a(3a - 5b)$

(2)  $-5x(x - 6y)$

(3)  $\left(\frac{2}{3}x + \frac{4}{5}y\right) \times 15y$

(4)  $-\frac{1}{4}x(8x - 12y)$

(5)  $(6a^3 - 12a^2) \div \left(-\frac{6}{5}a^2\right)$

(6)  $-5a(-a + 4b) + 3b(4a - 2b)$

(7)  $4a(a - 2b) + 6b\left(a + \frac{2}{3}b\right)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

[解答](1)  $12a^2 - 20ab$  (2)  $-5x^2 + 30xy$  (3)  $10xy + 12y^2$  (4)  $-2x^2 + 3xy$

(5)  $-5a + 10$  (6)  $5a^2 - 8ab - 6b^2$  (7)  $4a^2 - 2ab + 4b^2$

[解説]

\* (1) ~ (4)  $a(b + c) = ab + ac$  ,  $(a + b)c = ac + bc$  の公式を使う。

(1)  $4a(3a - 5b) = 4a \times 3a + 4a \times (-5b) = 12a^2 - 20ab$

(2)  $-5x(x - 6y) = -5x \times x - 5x \times (-6y) = -5x^2 + 30xy$

(3)  $\left(\frac{2}{3}x + \frac{4}{5}y\right) \times 15y = \frac{2}{3}x \times 15y + \frac{4}{5}y \times 15y = 10xy + 12y^2$

(4)  $-\frac{1}{4}x(8x - 12y) = -\frac{1}{4}x \times 8x - \frac{1}{4}x \times (-12y) = -2x^2 + 3xy$

\* (5) \* 逆数を使って割り算をかけ算になおす。  $(a + b) \div c = (a + b) \times \frac{1}{c}$

逆数は分数の分母・分子を逆にしたもの(例 :  $c = \frac{c}{1}$   $\frac{1}{c}$  ,  $-\frac{3}{2}x = -\frac{3x}{2}$   $-\frac{2}{3x}$ )

(5)  $(6a^3 - 12a^2) \div \left(-\frac{6}{5}a^2\right) = (6a^3 - 12a^2) \times \left(-\frac{5}{6a^2}\right) = 6a^3 \times \left(-\frac{5}{6a^2}\right) - 12a^2 \times \left(-\frac{5}{6a^2}\right)$

$= -5a + 10$

\* (6), (7)  $a(b+c) = ab+ac$  で展開してから同類項をまとめる。

$$(6) -5a(-a+4b)+3b(4a-2b) = 5a^2 - 20ab + 12ab - 6b^2 = 5a^2 - 8ab - 6b^2$$

$$(7) 4a(a-2b)+6b\left(a+\frac{2}{3}b\right) = 4a^2 - 8ab + 6ab + 4b^2 = 4a^2 - 2ab + 4b^2$$

2 次の乗法公式を完成させなさい。

$$(1) (x+a)(x+b) =$$

$$(2) (x+a)^2 =$$

$$(3) (x-a)^2 =$$

$$(4) (x+a)(x-a) =$$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)  $x^2 + (a+b)x + ab$  (2)  $x^2 + 2ax + a^2$  (3)  $x^2 - 2ax + a^2$

$$(4) x^2 - a^2$$

3 次の式を展開しなさい。

$$(1) (a+3)(b+4)$$

$$(2) (5x-2)(3y-1)$$

$$(3) (x+4)(x+3)$$

$$(4) (a-12)(a+3)$$

$$(5) (3x+y)(3x-5y)$$

$$(6) (x-4)^2$$

$$(7) (3x+7)^2$$

$$(8) \left(\frac{3}{2}a - \frac{1}{3}\right)^2$$

$$(9) (x+5)(x-5)$$

$$(10) (2x+3)(2x-3)$$

$$(11) (10+x)(10-x)$$

$$(12) (x+1)^2 + (x+2)(x-2)$$

$$(13) (3x+3y)^2 - (3x+y)(3x-y)$$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)		

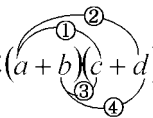
[解答](1)  $ab + 4a + 3b + 12$  (2)  $15xy - 5x - 6y + 2$  (3)  $x^2 + 7x + 12$

(4)  $a^2 - 9a - 36$  (5)  $9x^2 - 12xy - 5y^2$  (6)  $x^2 - 8x + 16$

(7)  $9x^2 + 42x + 49$  (8)  $\frac{9}{4}a^2 - a + \frac{1}{9}$  (9)  $x^2 - 25$  (10)  $4x^2 - 9$

(11)  $-x^2 + 100$  (12)  $2x^2 + 2x - 3$  (13)  $18xy + 10y^2$

[解説]

\* (1), (2)は   $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$  の公式を使う。

\* (3) ~ (5)は  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$  の公式を使う。

$$(3) (x+4)(x+3) = x^2 + (4+3)x + 4 \times 3 = x^2 + 7x + 12$$

$$(4) (a-12)(a+3) = a^2 + (-12+3)a + (-12) \times 3 = a^2 - 9a - 36$$

$$(5) (3x+y)(3x-5y) = (3x)^2 + (y-5y)(3x) + y \times (-5y) = 9x^2 - 4xy - 5y^2$$

\* (6) ~ (7)は  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ,  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  の公式を使う。

$$(6) (x-4)^2 = x^2 - 2 \times 4 \times x + 4^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$(7) (3x+7)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 7 + 7^2 = 9x^2 + 42x + 49$$

$$(8) \left(\frac{3}{2}a - \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}a\right)^2 - 2 \times \frac{3}{2}a \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{9}{4}a^2 - a + \frac{1}{9}$$

\* (9) ~ (11)は  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  の公式を使う。

$$(9) (x+5)(x-5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$$

$$(10) (2x+3)(2x-3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$$

$$(11) (10+x)(10-x) = 10^2 - x^2 = -x^2 + 100$$

$$(12) (x+1)^2 + (x+2)(x-2) = x^2 + 2x + 1 + x^2 - 4 = 2x^2 + 2x - 3$$

$$(13) (3x+3y)^2 - (3x+y)(3x-y) = 9x^2 + 18xy + 9y^2 - (9x^2 - y^2) \\ = 9x^2 + 18xy + 9y^2 - 9x^2 + y^2 = 18xy + 10y^2$$

4 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + x$

(2)  $12x^2y - 18xy^2$

(3)  $x^2 - 8x + 15$

(4)  $x^2 + 7xy - 18y^2$

(5)  $a^2 - 18a + 81$

(6)  $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

(7)  $a^2 - 49$

(8)  $4x^2 + 12xy + 9y^2$

(9)  $3x^2 - 18x + 27$

(10)  $2x^2y + 4xy - 30y$

(11)  $x(x-5) - 6$

(12)  $9 - y^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)

[解答](1)  $x(x+1)$  (2)  $6xy(2x-3y)$  (3)  $(x-3)(x-5)$  (4)  $(x+9y)(x-2y)$

(5)  $(a-9)^2$  (6)  $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$  (7)  $(a+7)(a-7)$  (8)  $(2x+3y)^2$  (9)  $3(x-3)^2$

(10)  $2y(x+5)(x-3)$  (11)  $(x+1)(x-6)$  (12)  $(-y+3)(y+3)$

[解説]

\* (1), (2)は共通因数のくくりだし。

(1)  $x^2 + x = x \times x + x = x(x+1)$

(2)  $12x^2y - 18xy^2 = 6xy \times 2x - 6xy \times 3y = 6xy(2x-3y)$

\* (3), (4)は  $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$  の公式を使う。

(3) かけて 15 , 加えて -8 になる 2 数は -3 と -5 なので ,  
 $x^2 - 8x + 15 = (x-3)(x-5)$

(4) かけて  $-18y^2$  , 加えて  $7y$  になる 2 数は  $9y$  と  $-2y$  なので ,

$$x^2 + 7xy - 18y^2 = (x+9y)(x-2y)$$

\* (5), (6), (8)は  $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$  ,  $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$  の公式を使う。

このタイプの特徴は式の両端がともに 2 乗の形になっていること。

(5)  $a^2 - 18a + 81 = a^2 - 2 \times 9a + 9^2 = (a-9)^2$

$$(6) x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = x^2 + 2 \times \frac{1}{3}x + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{3}\right)^2$$

\* (7), (12)は  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$  の公式を使う。

$$(7) a^2 - 49 = a^2 - 7^2 = (a+7)(a-7)$$

$$(8) 4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x)^2 + 2 \times 3y \times 2x + (3y)^2 = (2x+3y)^2$$

\* (9), (10)では, まず共通因数のくくり出しを行う。

$$(9) 3x^2 - 18x + 27 = 3(x^2 - 6x + 9) = 3(x^2 - 2 \times 3x + 3^2) = 3(x-3)^2$$

$$(10) 2x^2y + 4xy - 30y = 2y(x^2 + 2x - 15) = 2y(x+5)(x-3)$$

$$(11) x(x-5) - 6 = x^2 - 5x - 6 = (x+1)(x-6)$$

$$(12) 9 - y^2 = 3^2 - y^2 = (3+y)(3-y) = (y+3)(-y+3)$$

5 次の問いに答えなさい。

(1) 連立方程式  $\begin{cases} 2x - y = -7 \\ 3x + 4y = 6 \end{cases}$  を解きなさい

(2)  $\begin{cases} ax - 2by = -5 \\ bx + ay = 8 \end{cases}$  の解が  $x=1, y=2$  になるという。  $a, b$  の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $x = -2, y = 3$  (2)  $a = 3, b = 2$

[解説]

(1) 加減法, 代入法のどちらで解いてもよいが, ここでは代入法を使う。

$2x - y = -7$  より  $y = 2x + 7 \cdots$  これをもう1つの式  $3x + 4y = 6$  に代入すると,

$$3x + 4(2x + 7) = 6, 3x + 8x + 28 = 6, 11x = -22, x = -2$$

に  $x = -2$  を代入すると,  $y = 2 \times (-2) + 7 = 3$  ゆえに,  $x = -2, y = 3$

(2)  $x=1, y=2$  が  $\begin{cases} ax - 2by = -5 \\ bx + ay = 8 \end{cases}$  の解であることから,  $x=1, y=2$  を代入し

ても

$$\begin{cases} ax - 2by = -5 \\ bx + ay = 8 \end{cases} \text{ の式が成り立つ。 代入すると } \begin{cases} a - 4b = -5 \\ b + 2a = 8 \end{cases}$$

代入法を使って解くと,  $a - 4b = -5$  より,  $a = 4b - 5 \cdots$

これをもう1つの式  $b + 2a = 8$  に代入すると,

$$b + 2(4b - 5) = 8, \quad b + 8b - 10 = 8, \quad 9b = 18, \quad b = 2$$

$b = 2$  を代入すると,  $a = 4 \times 2 - 5 = 3$  ゆえに,  $a = 3, b = 2$

6 次の式を求めなさい。

- (1) 点(1, -4)を通り, 傾きが2の直線の式。
- (2) 2点(-1, 4), (1, -2)を通る直線の式。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $y = 2x - 6$  (2)  $y = -3x + 1$

[解説]

(1) 直線の式は  $y = ax + b$  で表すことができる。この場合の  $a$  は直線の傾きを表す。傾きが2なので, この直線は  $y = 2x + b$  とおくことができる。

点(1, -4)を通るので,  $x = 1, y = -4$  を  $y = 2x + b$  に代入して,  $-4 = 2 + b$  が成り立つ。

これを解くと  $b = -6$  ゆえに, 求める直線の式は  $y = 2x - 6$

(2) この直線を  $y = ax + b$  とおく。

点(-1, 4)を通るので,  $x = -1, y = 4$  を  $y = ax + b$  に代入して,  $4 = -a + b \cdots$  が成り立つ。また, 点(1, -2)についても同様にして,  $-2 = a + b \cdots$

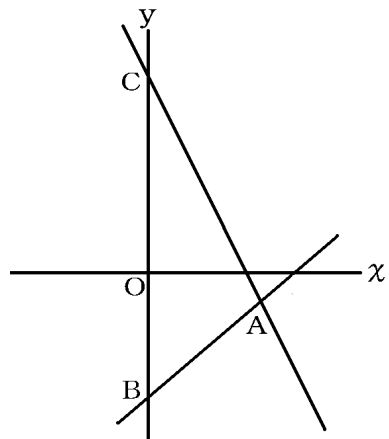
, の連立方程式を加減法で解く。+ より,  $2 = 2b, b = 1$

に  $b = 1$  を代入して,  $-2 = a + 1, a = -3$

ゆえに, 求める直線の式は,  $y = -3x + 1$

7 右の図のように, 2つの直線  $y = x - 4$ ,  $y = -2x + 5$  の交点を A, 2つの直線が y 軸と交わる点をそれぞれ B, C とするとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 交点 A の座標を求めなさい。
- (2) ABC の面積を求めなさい。
- (3) 点 B を通り, ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $(3, -1)$  (2)  $\frac{27}{2}$  (3)  $y = 4x - 4$

[解説]

(1) 2つの直線  $y = x - 4$ ,  $y = -2x + 5$ の交点は、連立方程式  $\begin{cases} y = x - 4 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$  を解い

たときの解になる。 $y = x - 4$ を  $y = -2x + 5$ に代入すると、

$$x - 4 = -2x + 5, 3x = 9, x = 3 \quad \text{これを } y = x - 4 \text{ に代入すると, } y = 3 - 4 = -1$$

連立方程式の解が  $x = 3$ ,  $y = -1$  なので交点の座標は  $(3, -1)$  となる。

(2) BC を底辺とすると、高さは A 点の  $x$  座標と等しくなる。

点 C の  $y$  座標は  $y = -2x + 5$  の  $y$  切片なので、 $y = 5$

点 B の  $y$  座標は  $y = x - 4$  の  $y$  切片なので、 $y = -4$

ゆえに、 $BC = 5 - (-4) = 9$ , (1)より B の座標は  $(3, -1)$  なので高さは 3

$$\text{ゆえに, } (\triangle ABC \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times BC \times (\text{高さ}) = \frac{1}{2} \times 9 \times 3 = \frac{27}{2}$$

(3) 点 B を通り、 $\triangle ABC$  の面積を 2 等分する直線は AC の中点を通る。

(1)より  $A(3, -1)$ , 点 C は  $y = -2x + 5$  の  $y$  切片なので  $C(0, 5)$

$$A(3, -1), \text{ 点 } C(0, 5) \text{ の中点は } \left( \frac{3+0}{2}, \frac{-1+5}{2} \right) = \left( \frac{3}{2}, 2 \right)$$

\*直線の式は  $y = ax + b$  とおくことができるが、 $b$  は  $y$  切片(直線が  $y$  軸と交わる点の  $y$  座標)をあらわす。

$$\text{*2点 } (x_1, y_1), (x_2, y_2) \text{ の中点の座標は, } \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

点 B は  $y = x - 4$  の  $y$  切片でもあるので、 $y$  座標は  $-4$

求める直線も B 点を通るので  $y$  切片が  $-4$  なので、 $y = ax - 4$  とおくことができる。

この  $y = ax - 4$  は中点  $\left( \frac{3}{2}, 2 \right)$  を通るので、 $x = \frac{3}{2}$ ,  $y = 2$  を  $y = ax - 4$  に代入して、

$$2 = \frac{3}{2}a - 4, 4 = 3a - 8, 3a = 12, a = 4$$

よって求める直線の式は  $y = 4x - 4$

8 1から4までの数字が1つずつ書かれた4枚のカードがある。それをよくきり、2枚のカードを1枚ずつ順にひいて、はじめにひいたカードを十の位、次にひいたカードを一の位として2枚のカードを並べ、2けたの整数を作る。次の問いに答えなさい。

- (1) 十の位の数字が一の位の数字より大きくなる場合は、何通りあるか。  
 (2) できた整数が、3の倍数となる確率を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) 6通り (2)  $\frac{1}{3}$

[解説]

(1) 十の位の数字が一の位の数字より大きくなる場合は、  
 (一の位, 十の位) = (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)の6通りである。

(2) まず、できる2けたの整数の場合の数を求める。

十の位にくる数は1, 2, 3, 4の4通り。

十の位に1がきたとき、一の位にくる数は2, 3, 4の3通り。

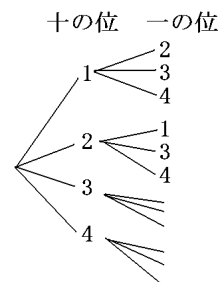
十の位に2, 3, 4がきたときも、同様にそれぞれ3通り。

よって、全体の場合の数は、 $4 \times 3 = 12$ 通り。

次にできる2けたの整数が3の倍数になるのは、

(一の位, 十の位) = (1, 2), (2, 1), (2, 4), (4, 2)の4通り

ゆえに、できた整数が、3の倍数となる確率は  $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$



【】試験問題 F

1 次の数の平方根を答えよ。

- (1) 4            (2) 3            (3) 0.09

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $\pm 2$  (2)  $\pm \sqrt{3}$  (3)  $\pm 0.3$

[解説]

平方根ときたら $\pm$ 。例えば、2乗して4になる数が4の平方根なので、+2だけでなく-2もはいる。+2と-2をまとめて $\pm 2$ と書く。0の平方根は0だけであるが、それ以外の場合は $\pm$ の2通りがある。また3の平方根のように、整数・分数・小数で表すことができないものは、 $\pm\sqrt{3}$ のように $\pm$ を使って平方根を表す。

2 次のうち、正しいものは を、正しくないものは下線の部分を正しくなおして解答欄に記入せよ。

(1)  $\sqrt{25} = \underline{\pm 5}$  である。

(2)  $\sqrt{(-6)^2} = \underline{-6}$  である。

(3) 0の平方根は 0 である。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) 5 (2) 6 (3)

[解説]

(1)  $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$   $\sqrt{a}$  は0以上でマイナスになることはない。

(2)  $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$

(3) 正の数  $a$  の平方根は  $+\sqrt{a}$  と  $-\sqrt{a}$  の2つだが、0の平方根は0の1個だけ。

3 次の各問いに答えよ。

- (1) 15以下の素数をすべて答えよ。  
(2) 素数の因数を何というか。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) 2, 3, 5, 7, 11, 13 (2) 素因数

[解説]

(1) 7のように1とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。1は素数には  
いれない。1けたの素数は2, 3, 5, 7

100以下の自然数については、約数をもつものは  
1けたの素数2, 3, 5, 7のどれかで割り切れる。

<del>1</del>	2	3	<del>4</del>	5	<del>6</del>	7	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>10</del>
11	<del>12</del>	13	<del>14</del>	<del>15</del>	<del>16</del>	17	<del>18</del>	19	<del>20</del>

逆に言えば、2, 3, 5, 7のいずれでも割り切れな

い100以下の自然数は素数である。20までの整数を書き並べて、2の倍数、3の倍数、  
5の倍数、7の倍数を消去すれば、残りが素数になる。15以下の素数は、2, 3, 5, 7,  
11, 13

(2)  $12 = 3 \times 4$ のように、ある数を約数の積の形で表したとき、その約数(この場合は3  
と4)を12の因数という。特に、その因数が素数であるものを素因数という。この場  
合の3は素因数。また、 $12 = 3 \times 2^2$ のように、ある整数を素数の積の形にすることを  
素因数分解という。

4 次の数の大小を不等号を使って表せ。

- (1)  $4, \sqrt{15}$  (2)  $-2, -\sqrt{5}, -2\sqrt{3}$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $\sqrt{15} < 4$  (2)  $-2\sqrt{3} < -\sqrt{5} < -2$

[解説]

\* の大小は2乗して比べる。 $a < b$ なら $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

- (1)  $4^2 = 16$ ,  $(\sqrt{15})^2 = 15$   $15 < 16$ なので $\sqrt{15} < \sqrt{16}$ , ゆえに $\sqrt{15} < 4$

(2)  $2^2 = 4, (\sqrt{5})^2 = 5, (2\sqrt{3})^2 = 12$   $4 < 5 < 12$  なので  $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{12}$

ゆえに  $2 < \sqrt{5} < 2\sqrt{3}$  , 各辺の符号を - にすると, 不等号の向きが逆転して,  
 $-2 > -\sqrt{5} > -2\sqrt{3}$  ゆえに,  $-2\sqrt{3} < -\sqrt{5} < -2$

5 次の式にあてはまる素数  $a$  をすべて求めよ。

$$3.6 < \sqrt{a} < 4.9$$

[解答欄]

[解答]13, 17, 19, 23

[解説]

$3.6 < \sqrt{a} < 4.9$  の各辺を 2 乗すると,  $12.96 < a < 24.01$

この間にある素数を求めると, 13, 17, 19, 23

6 次の各問いに答えよ。

(1) 555 を素因数分解せよ。

(2)  $3\sqrt{2}$  を  $\sqrt{a}$  の形になおしなさい。

(3) 次の数を  $a\sqrt{b}$  の形になおしなさい。

$$\sqrt{28} \qquad \sqrt{72}$$

(4) 次の数を分母に根号がない形に表せ(分母を有理化せよ)。

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \qquad \frac{6}{\sqrt{8}}$$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
	(4)	

[解答](1)  $3 \times 5 \times 37$  (2)  $\sqrt{18}$  (3)  $2\sqrt{7}$   $6\sqrt{2}$  (4)  $\frac{\sqrt{15}}{5}$   $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

[解説]

(1) 素因数分解するときは, 1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で割っていく。

$$555 = 3 \times 185 = 3 \times 5 \times 37$$

$$(2) 3\sqrt{2} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18}$$

(3) \*  $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$  をつかって の中を簡単な数にする ( $a^2$ : 4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

$$\sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = \sqrt{2^2 \times 7} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{7} = 2 \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$$

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{6^2 \times 2} = \sqrt{6^2} \times \sqrt{2} = 6 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

(4) \* 分母に があるときは, 分母・分子にそのルートをかけて分母を有理化する。

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$\frac{6}{\sqrt{8}} = \frac{6}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$
 (分母の が簡単になるときは, 先に簡単に

する)

7 次の計算をせよ。

$$(1) \sqrt{32} \times \sqrt{2}$$

$$(2) 7\sqrt{2} \div \sqrt{7}$$

$$(3) 4\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - \sqrt{3} + 2\sqrt{6}$$

$$(4) \sqrt{2} + \sqrt{50}$$

$$(5) \sqrt{32} - 5\sqrt{2} + \sqrt{12}$$

$$(6) \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$(7) \sqrt{24} - \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$(8) \sqrt{2}(3\sqrt{2} + 2)$$

$$(9) \sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \sqrt{50}$$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1) 8 (2)  $\sqrt{14}$  (3)  $3\sqrt{3} - \sqrt{6}$  (4)  $6\sqrt{2}$  (5)  $-\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$  (6)  $\frac{7\sqrt{5}}{10}$

(7)  $\frac{3\sqrt{6}}{2}$  (8)  $6 + 2\sqrt{2}$  (9)  $8\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

[解説]

\*  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$  ,  $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$  同じ の傘の中に入れる

$$(1) \sqrt{32} \times \sqrt{2} = \sqrt{32 \times 2} = \sqrt{64} = 8$$

$$(2) 7\sqrt{2} \div \sqrt{7} = \frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{2} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{14}}{7} = \sqrt{14}$$

\*  $a\sqrt{2} + b\sqrt{2} = (a+b)\sqrt{2}$  : 文字式と同じように同類項はまとめることができる。

$$(3) 4\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - \sqrt{3} + 2\sqrt{6} = (4-1)\sqrt{3} + (-3+2)\sqrt{6} = 3\sqrt{3} - \sqrt{6}$$

\* の中をもっとも簡単な形にして, 同類項を整理する。

$$(4) \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2} \quad \text{ゆえに, } \sqrt{2} + \sqrt{50} = \sqrt{2} + 5\sqrt{2} = (1+5)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$(5) \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}, \quad \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{32} - 5\sqrt{2} + \sqrt{12} = 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{3} = (4-5)\sqrt{2} + 2\sqrt{3} = -\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

$$(6) \text{ *まず分母の有理化を行う。} \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{5\sqrt{5}}{10} + \frac{2\sqrt{5}}{10} = \frac{7\sqrt{5}}{10}$$

$$(7) \sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}, \quad \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{3 \times 2}{2 \times 2}} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\sqrt{24} - \sqrt{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{4\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

$$(8) \sqrt{2}(3\sqrt{2} + 2) = 3\sqrt{2 \times 2} + 2\sqrt{2} = 6 + 2\sqrt{2}$$

$$(9) \sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\sqrt{50}=\sqrt{6\times 3}-\sqrt{6\times 2}+\sqrt{25\times 2}=\sqrt{3^2\times 2}-\sqrt{2^2\times 3}+5\sqrt{2}$$

$$=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+5\sqrt{2}=(3+5)\sqrt{2}-2\sqrt{3}=8\sqrt{2}-2\sqrt{3}$$

8  $\sqrt{3}=1.732$  ,  $\sqrt{5}=2.236$  として次の値を求めよ。

(1)  $\sqrt{300}$  (2)  $\sqrt{0.05}$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) 17.32 (2) 0.2236

[解説]

(1) \*  $\sqrt{10\cdots\times a}=10\cdots\sqrt{a}$  の形に変形する。10 $\cdots$ の0の個数は偶数にする。

例)  $\sqrt{3000}=\sqrt{100\times 30}=10\sqrt{30}$  ,  $\sqrt{30000}=\sqrt{10000\times 3}=100\sqrt{3}$  ,

$$\sqrt{300000}=\sqrt{10000\times 30}=100\sqrt{30}$$

$$\sqrt{300}=\sqrt{100\times 3}=10\sqrt{3}=17.32$$

(2)  $\sqrt{0.05}=\sqrt{\frac{5}{100}}=\frac{\sqrt{5}}{10}=0.2236$

9 次の各問いに答えよ。

(1) 半径が2mと4mの2つの円がある。面積が、この2円の面積の和になる円をつくるには、その半径をいくらにすればよいか。

(2)  $\sqrt{24-3a}$  の値が整数となるような自然数  $a$  の値をすべて求めよ。

(3) 360 をできるだけ小さい自然数でわって、余りがなく、商が自然数の平方になるようにしたい。どんな数で割ればよいか求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $2\sqrt{5}$  m (2) 5, 8 (3) 10

[解説]

(1) 求める半径を  $x$  m とすると、 $4\pi+16\pi=\pi x^2$  ,  $x^2=20$

よって  $x=\pm\sqrt{20}=\pm\sqrt{4\times 5}=\pm 2\sqrt{5}$   $x>0$  なので  $x=2\sqrt{5}$

(2)  $\sqrt{24-3a}$  が整数となるためには、 $24-3a$  がある整数の 2 乗になることが必要。

$24-3a < 24$  なので、これを満たすのは、 $24-3a = 0, 1, 2^2, 3^2, 4^2$  のとき。

$24-3a = 0$  のとき、 $-3a = -24$ 、 $a = 8$

$24-3a = 1$  のとき、 $-3a = 1-24$ 、 $-3a = -23$ 、 $a = \frac{23}{3}$

$24-3a = 2^2$  のとき、 $-3a = 4-24$ 、 $-3a = -20$ 、 $a = \frac{20}{3}$

$24-3a = 3^2$  のとき、 $-3a = 9-24$ 、 $-3a = -15$ 、 $a = 5$

$24-3a = 4^2$  のとき、 $-3a = 16-24$ 、 $-3a = -8$ 、 $a = \frac{8}{3}$

このうち  $a$  が整数になるのは、 $a = 5, 8$

(3)  $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$  平方数になるためには各因数の指数が偶数にならなければな

らない。両辺を  $2 \times 5$  でわると、 $\frac{360}{2 \times 5} = 2^2 \times 3^2 = 6^2$

[印刷 / 他の PDF ファイルについて]

このファイルは、FdData 中間期末数学 3 年(7,200 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word(または一太郎)の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。FdData 中間期末(社会・理科・数学)全分野の PDF ファイル、および製品版の購入方法は <http://www.fdtype.com/dat/> に掲載しております。

下図のような、[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData)]を、Windows のデスクトップ上にインストールすれば、FdData 中間期末・FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1500 ページ)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData(Word 版) 【 <http://www.fdtype.com/lnk/instRunFdDataWDs.exe> 】

RunFdData(一太郎版) 【 <http://www.fdtype.com/lnk/instRunFdDataTAs.exe> 】

ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd 教材開発 : URL <http://www.fdtype.com/dat/> Tel (092) 404-2266】