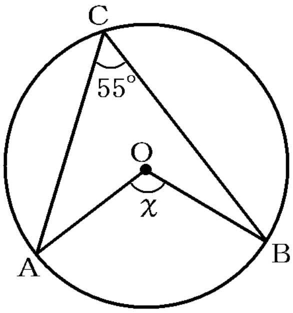
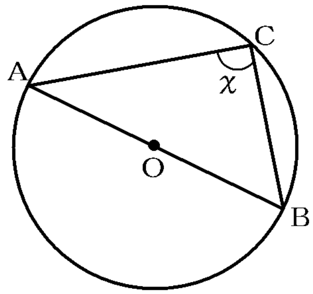
【】試験問題 G

$\boxed{1}$　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

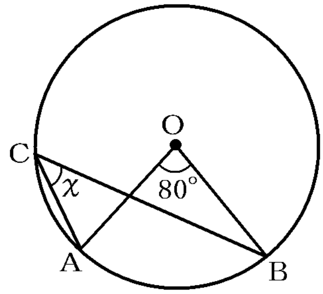
(1)



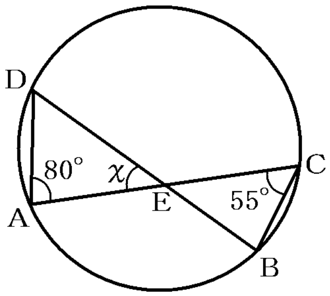
(2)



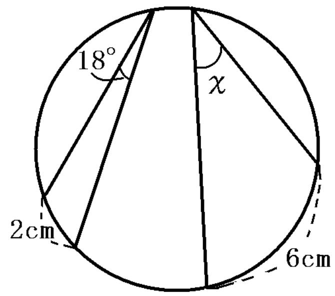
(3)



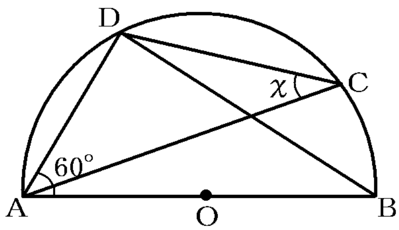
(4)



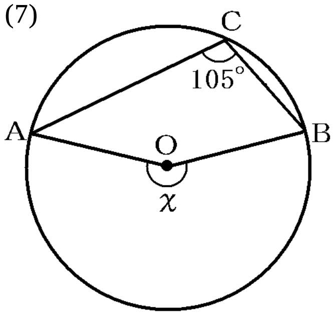
(5)



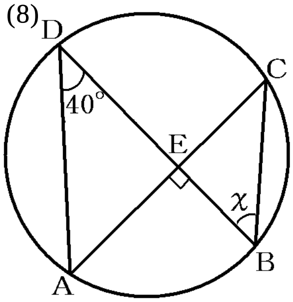
(6)



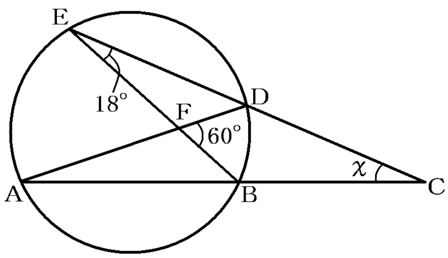
(7)



(8)



(9)



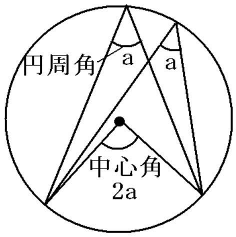
[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1) 110 °　(2) 90 °　(3) 40 °　(4) 45 °　(5) 54 ° (6) 30 ° (7) 210 ° (8) 50 ° (9)24 °

[解説]

＊(中心角)＝(円周角)×2　　同じ弧上の円周角は等しい



(1) ∠AOB(中心角)＝2×∠ACB(円周角)なので,

$x = 55° \times 2 = 110°$

(2) ∠AOB(中心角)＝2×∠ACB(円周角)

180°＝2× x　ゆえに, x ＝90°

＊(直径の円周角)＝90°(よく使われる性質)

(3) ∠AOB が弧 AB の中心角, ∠ACB が弧 AB の円周角

ゆえに, x ＝80°÷2＝40°

(4) 同じ弧上の円周角は等しいので, ∠ADB＝∠ACB＝55°

△ADE で三角形の内角の和は 180°なので,

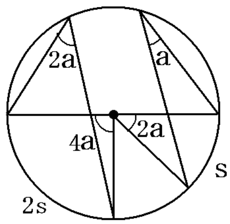
x ＋80°＋∠ADE＝180° x ＋80°＋55°＝180°

ゆえに, x ＝180°−80°−55°＝45°

(5) ＊弧の長さが 2 倍のとき, 中心角は 2 倍になり,

円周角も 2 倍になる。(右図参照)

→同じ円では弧の長さと円周角は比例する



弧の長さの比が, 2：6＝1：3 なので, 円周角の比も 1：3

ゆえに, 18： x ＝1：3　ゆえに, x ＝18×3＝54°

(6) ＊図の中に直径が表示されていたら,「直径の円周角は 90°」の性質を使う場合が多い。

ゆえに, ∠ADB＝90°, ∠ABD＝∠ACD＝ x (同じ弧 AD の円周角だから)

△ABD で三角形の内角の和は 180°なので, 60°＋90°＋ x ＝180°

ゆえに, x ＝30°

(7) ∠AOB＝ x は弧 AB の中心角, ∠ACB は弧 AB の円周角なので,

x ＝105°×2＝210°

(8) ∠ACB＝∠ADB なので, ∠ACB＝40°(弧 AB の円周角なので)

また, ∠BEC＝90°

△BCE で三角形の内角の和は 180°なので, 40°＋90°＋ x ＝180°

ゆえに, x ＝50°

(9) ∠DAB＝∠DEB＝18°(弧 BD の円周角なので)

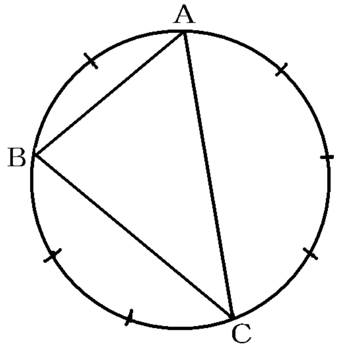
△DAC で, 三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しいので,

∠EDA＝∠DAC＋∠DCA＝18°＋x

次に△EFD で，三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しいので，

∠EDF＋∠DEF＝∠DFB，(18°＋x)＋18°＝60°　ゆえに，x＝24°

$\boxed{2}$　右の図で，3 点 A，B，C は円周上にあり，弧 AB：弧 BC：弧 CA＝2：3：4 である。△ABC の 3 つの内角の大きさをそれぞれ求めなさい。

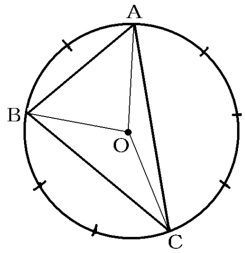


[解答欄]

[解答]∠A＝60°，∠B＝80°，∠C＝40°

[解説]

円の中心を O とすると，∠BOC＝$360° \times \frac{3}{9}$＝120°



ゆえに，∠A＝60°(円周角は中心角の$\frac{1}{2}$)

∠AOC＝$360° \times \frac{4}{9}$＝160°

ゆえに，∠B＝80°(円周角は中心角の$\frac{1}{2}$)

∠AOB＝$360° \times \frac{2}{9}$＝80°　ゆえに，∠C＝40°(円周角は中心角の$\frac{1}{2}$)

(別解)

同じ円上では弧の長さの比と円周角の比は等しくなるので，

∠A：∠B：∠C＝弧 BC：弧 AC：弧 AB＝3：4：2

∠A＋∠B＋∠C＝180°なので，∠A＝60°∠B＝80°∠C＝40°

$\boxed{3}$ 袋の中に，黒玉 4 個，赤玉 2 個が入っている。次の確率を求めなさい。

(1) 袋の中から 2 個の玉を同時に取り出すとき，2 個とも黒玉である確率。

(2) 袋の中から玉を 1 個取り出して色を調べ，それを袋にもどして，また，玉を 1 個取り出すとき，赤玉，黒玉の順に出る確率。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{2}{9}$

[解説]

(1) ＊確率の計算の場合には，同じ種類のものであっても区別して考える。

黒玉を A，B，C，D，赤玉を E，F とする。

まず，2 個を取り出す全体の場合の数は,

(AB)，(AC)，(AD)，(AE)，(AF)

(BC)，(BD)，(BE)，(BF)

(CD)(CE)(CF)

(DE)，(DF)

(EF)

の 15 通り。

黒玉 2 個を取り出す場合の数は,

(AB)，(AC)，(AD)

(BC)，(BD)

(CD)

の 6 通り。ゆえに，黒玉を 2 個取り出す確率は $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

(2) 最初 1 個を取り出したとき，赤玉である確率は， $\frac{2}{4+2}=\frac{1}{3}$ ･･･①

取り出した球を元に戻すので，2 回目に黒玉を取り出す確率は， $\frac{4}{4+2}=\frac{2}{3}$ ･･･②

①，②が同時に起こる確率は， $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

$\boxed{4}$　a，b，c の 3 人が一列に並ぶとき，次の問いに答えなさい。

(1)　3 人の並び方は全部で何通りありますか。

(2)　a が先頭に並ぶ確率を求めなさい。

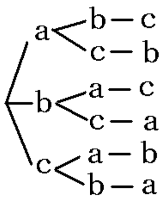
(3)　a と b がとなり合って並ぶ確率を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 6 通り　(2) $\frac{1}{3}$　(3) $\frac{2}{3}$

[解説]



(1) 全体の並び方は，右図より，3×2×1＝6 通り

(2) a が先頭にくる並び方は，右図より 2 通り。

ゆえに，求める確率は$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

(3) a と b がとなりあって並ぶのは，(cab)，(cba)，(abc)，(bac)の 4 通り。

ゆえに，求める確率は$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$\boxed{5}$　A，B2 つのさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。

(1)　出る目の数の和が 4 になる確率

(2)　出る目の数の差が 3 になる確率

(3)　A のさいころの目の数が，B のさいころの目の数より大きくなる確率。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $\frac{1}{12}$　(2) $\frac{1}{6}$　(3) $\frac{5}{12}$

[解説]

(1) A の目の出方は 6 通り，B も 6 通りなので，全体の場合の数は 6×6＝36 通り

出る目の数の和が 4 になるのは，(A，B)が(1，3)，(2，2)，(3，1)の 3 通り

ゆえに，(出る目の数の和が 4 になる確率)＝$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

(2)出る目の数の差が 3 になるのは(A，B)が(1，4)，(2，5)，(3，6)，(4，1)，(5，2)，(6，3)の 6 通り

ゆえに，(出る目の数の差が 3 になる確率)$=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(3) A のさいころの目の数が，B のさいころの目の数より大きくなるのは

(A，B)が(2，1)，(3，1)，(3，2)，(4，1)，(4，2)，(4，3)，(5，1)，(5，2)，(5，3)，(5，4)，(6，1)，(6，2)，(6，3)，(6，4)，(6，5)

の 15 通り　ゆえに，(求める確率)$=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

$\boxed{6}$　次の計算をしなさい。

(1) $4ab(-a-2b)$

(2) $(15ab-9ac)\div 3a$

(3) $3x(x+2y)+2y(x-5y)$

(4) $(x+3)(y+4)$

(5) $(a-6)(a-b+8)$

(6) $(4a-b)(a-3b)$

(7) $(x+6)(x+2)$

(8) $(y-10)(y-8)$

(9) $(xy-1)(xy+8)$

(10) $(x+7)^2$

(11) $(4a+3b)^2$

(12) $(2x+y)^2$

(13) $(x-5)^2$

(14) $\left(2a-\frac{2}{3}\right)^2$

(15) $(3x-2)^2$

(16) $(x-8)(x+8)$

(17) $(-5x+4y)(-5x-4y)$

(18) $(3x-y)(y+3x)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	(15)
(16)	(17)	(18)

[解答](1) $-4a^2b-8ab^2$　(2) $5b-3c$　(3) $3x^2+8xy-10y^2$

(4) $xy+4x+3y+12$　(5) $a^2-ab+2a+6b-48$　(6) $4a^2-13ab+3b^2$

(7) $x^2+8x+12$　(8) $y^2-18y+80$　(9) $x^2y^2+7xy-8$　(10) $x^2+14x+49$

(11) $16a^2+24ab+9b^2$　(12) $4x^2+4xy+y^2$　(13) $x^2-10x+25$

(14) $4a^2-\dfrac{8}{3}a+\dfrac{4}{9}$　(15) $9x^2-12x+4$　(16) x^2-64　(17) $25x^2-16y^2$

(18) $9x^2-y^2$

[解説]

＊(1), (3)は$a(b+c)=ab+ac$の公式を使う。

(1) $4ab(-a-2b)=4ab\times(-a)+4ab\times(-2b)=-4a^2b-8ab^2$

＊(2)は$(a+b)\div c=a\div c+b\div c$ の公式を使う。

(2) $(15ab-9ac)\div 3a=15ab\div 3a-9ac\div 3a=5b-3c$

(3) $3x(x+2y)+2y(x-5y)=3x^2+6xy+2xy-10y^2=3x^2+8xy-10y^2$

＊(4), (6)は$(a+b)(c+d)=\overset{\text{①}}{ac}+\overset{\text{②}}{ad}+\overset{\text{③}}{bc}+\overset{\text{④}}{bd}$ の公式を使う。

(4) $(x+3)(y+4)=xy+4x+3y+12$

＊(5)は$(a+b)(c+d+e)=ac+ad+ae+bc+bd+be$の公式を使う。

(5) $(a-6)(a-b+8)=a^2-ab+8a-6a+6b-48=a^2-ab+2a+6b-48$

(6) $(4a-b)(a-3b)=4a^2-12ab-ab+3b^2=4a^2-13ab+3b^2$

＊(7)～(9)は$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$の公式を使う。

(7) $(x+6)(x+2)=x^2+(6+2)x+6\times 2=x^2+8x+12$

(8) $(y-10)(y-8)=y^2+(-10-8)y+(-10)\times(-8)=y^2-18y+80$

(9) $(xy-1)(xy+8)=(xy)^2+(-1+8)xy+(-1)\times 8=x^2y^2+7xy-8$

＊(10)～(15)は$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$の公式を使う。

(10) $(x+7)^2=x^2+2\times 7\times x+7^2=x^2+14x+49$

(11) $(4a+3b)^2=(4a)^2+2\times 4a\times 3b+(3b)^2=16a^2+24ab+9b^2$

(12) $(2x+y)^2=(2x)^2+2\times 2x\times y+y^2=4x^2+4xy+y^2$

(13) $(x-5)^2=x^2-2\times 5\times x+5^2=x^2-10x+25$

(14) $\left(2a-\dfrac{2}{3}\right)^2=(2a)^2-2\times 2a\times\dfrac{2}{3}+\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=4a^2-\dfrac{8}{3}a+\dfrac{4}{9}$

(15) $(3x-2)^2=(3x)^2-2\times 3x\times 2+2^2=9x^2-12x+4$

＊(16)～(18)は$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使う。

(16) $(x-8)(x+8)=x^2-8^2=x^2-64$

(17) $(-5x+4y)(-5x-4y)=(-5x)^2-(4y)^2=25x^2-16y^2$

(18) $(3x-y)(y+3x)=(3x-y)(3x+y)=(3x)^2-y^2=9x^2-y^2$

$\boxed{7}$　次の計算をしなさい。

(1) $(x-4)^2-(x+7)(x+1)$　　(2) $(a+b+2)(a+b-2)$

(3) 51×49

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $-16x+9$　(2) $a^2+2ab+b^2-4$　(3) 2499

[解説]

(1) ＊$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$の公式を使う。

$(x-4)^2-(x+7)(x+1)=x^2-8x+16-(x^2+8x+7)=x^2-8x+16-x^2-8x-7$

$=-16x+9$

(2) ＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$の公式を使う。

$a+b=M$ とおくと，$(a+b+2)(a+b-2)=(M+2)(M-2)=M^2-2^2$

$=(a+b)^2-4=a^2+2ab+b^2-4$

(3) $51=50+1,\ 49=50-1$から，$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使うことに気づく。

$51\times 49=(50+1)\times(50-1)=50^2-1^2=2500-1=2499$

$\boxed{8}$　次の式を因数分解しなさい。

(1) m^2n+mn^2-mn　　(2) $4x^2-12xy+xy^2$

(3) $ma+4m$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $mn(m+n-1)$ (2) $x(4x-12y+y^2)$ (3) $m(a+4)$

[解説]

＊共通因数のくくりだし。

(1) $m^2n+mn^2-mn=mn\times m+mn\times n+mn\times(-1)=mn(m+n-1)$

(2) $4x^2-12xy+xy^2=x\times 4x+x\times(-12y)+x\times y^2=x(4x-12y+y^2)$

(3) $ma+4m=m\times a+m\times 4=m(a+4)$

$\boxed{9}$ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$の公式を利用して，次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2-81

(2) $100-9x^2$

(3) $\frac{1}{4}x^2-\frac{4}{9}y^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答] (1) $(x+9)(x-9)$ (2) $(3x+10)(-3x+10)$ (3) $\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y\right)$

[解説]

(1) $x^2-81=x^2-9^2=(x+9)(x-9)$

(2) $100-9x^2=10^2-(3x)^2=(10+3x)(10-3x)=(3x+10)(-3x+10)$

(3) $\frac{1}{4}x^2-\frac{4}{9}y^2=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-\left(\frac{2}{3}y\right)^2=\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y\right)$

$\boxed{10}$ $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$の公式を利用して，次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+10xy+25y^2$

(2) $4x^2+12xy+9y^2$

(3) $9x^2+6x+1$

(4) a^2-6a+9

(5) $9x^2-12xy+4y^2$

(6) $25x^2-30xy+9y^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $(x+5y)^2$　(2) $(2x+3y)^2$　(3) $(3x+1)^2$　(4) $(a-3)^2$

(5) $(3x-2y)^2$　(6) $(5x-3y)^2$

[解説]

(1) $x^2+10xy+25y^2=x^2+2\times x\times 5y+(5y)^2=(x+5y)^2$

(2) $4x^2+12xy+9y^2=(2x)^2+2\times 2x\times 3y+(3y)^2=(2x+3y)^2$

(3) $9x^2+6x+1=(3x)^2+2\times 3x\times 1+1^2=(3x+1)^2$

(4) $a^2-6a+9=a^2-2\times a\times 3+3^2=(a-3)^2$

(5) $9x^2-12xy+4y^2=(3x)^2-2\times 3x\times 2y+(2y)^2=(3x-2y)^2$

(6) $25x^2-30xy+9y^2=(5x)^2-2\times 5x\times 3y+(3y)^2=(5x-3y)^2$

$\boxed{11}$　$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$の公式を利用して，次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2-9x+14$　　(2) $x^2-4x-60$

(3) $y^2+10y+21$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $(x-2)(x-7)$　(2) $(x+6)(x-10)$　(3) $(y+3)(y+7)$

[解説]

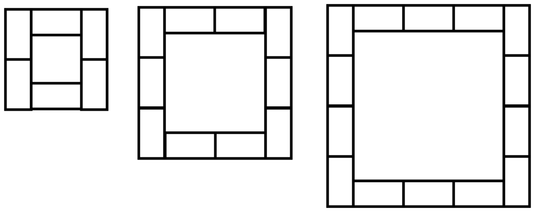
(1) かけて 14，加えて -9 になる 2 数は $-2,\ -7$　ゆえに，$x^2-9x+14=(x-2)(x-7)$

(2) かけて -60，加えて -4 になる 2 数は $6,\ -10$　ゆえに，$x^2-4x-60=(x+6)(x-10)$

(3) かけて 21，加えて 10 になる 2 数は $3,\ 7$　ゆえに，$y^2+10y+21=(y+3)(y+7)$

$\boxed{12}$　生徒会の委員会活動で，レンガを使って花壇を作ることになり，右の図のように，1 番目，2 番目，3 番目，…順序で，レンガを並べてみた。レンガはすべて同じ大きさで，1 個のレンガの縦，横の長さはそれぞれ 20cm，10cm である。

1番目　2番目　3番目



図は，並べた様子を真上から見たものである。ただし，花壇のレンガは 1 段とする。

(1)　4 番目の花壇をつくるとき，4 番目の花壇には何個のレンガが必要か，答えなさい。

(2)　n 番目の花壇をつくるとき，n 番目の花壇には何個のレンガが必要か，答えなさい。

(3)　n 番目の花壇をつくるとき，n 番目の花壇が占める土地の面積を n を使って表しなさい。ただし，その面積には，レンガの部分が占める面積も含むものとする。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 18 個　(2) $4n+2$ 個　(3) $400(n+1)^2$ cm²

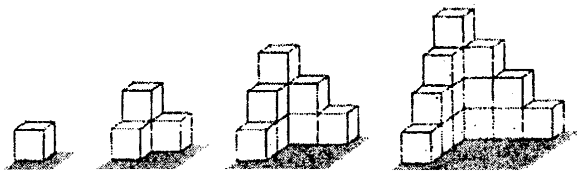
[解説]

(2) n 番目の花壇の横はレンガ n 個，縦はレンガ $n+1$ 個使うので，全部で $(n+n+1)\times 2$

$=4n+2$ 個使うことになる。

(3) 花壇は正方形で, その 1 辺は, 1, 2, 3･･･番目の順に, 20×2, 20×3, 20×4 cm, ･･･ である。したがって n 番目の 1 辺は 20×(n ＋1) cm である。

$\boxed{13}$　右の図のように，同じ大きさの立体の積み木を積み上げて，1 番目，2 番目，3 番目，4 番目･･･と立体をつくっていく。このとき,次の問いに答えなさい。ただし，積み木と積み木，床や壁と積み木とのすき間はないものとする。



(1)　3 番目に立体は，何個の積み木でできているか求めなさい。

(2)　36 個の積み木でできている立体は，何番目の立体か求めなさい。

(3)　2 番目の立体では，3 面が見える積み木の数は 3 個，かくれて見えない積み木の数は 1 個である。n 番目の立体について，次の①②に答えなさい。

①　隠れて見えない積み木の数は何個か。n を用いて表しなさい。

②　3 面が見える積み木の数は何個か，n を用いて表しなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)①
②		

[解答](1) 9 個　(2) 6 番目　(3)①　$n-1$個　②　n^2-n+1個

[解説]

(1) 1 番目は 1 個，2 番目は 1＋3＝4 個，3 番目は 1＋3＋5＝9 個

(2) (1)のようにして 1 番目は 1 個，2 番目は 4 個，3 番目は 9 個，4 番目は 16 個･･･と数えていくと，順に 1^2，2^2，3^2，4^2･･･という規則になっていることがわかる。36＝6^2 なので 6 番目。

(3)① 隠れて見えない積み木の数は，1 番目 0 個，2 番目 1 個，3 番目 2 個･･･となっている。このことから n 番目では $n-1$個が隠れて見えない。

②　n 番目の積み木の数は(1)から考えて n^2 個。したがって，見える積み木は $n^2-(n-1)$個。

【】試験問題 H

$\boxed{1}$　次の計算をしなさい。

(1) $8-2\times5$　　(2) $-4^2+3\times5$

(3) $\dfrac{a}{2}-(a-2b)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) -2　(2) -1　(3) $-\dfrac{a}{2}+2b$

[解説]

(1) $8-2\times5=8-10=-2$

(2) $-4^2+3\times5=-16+15=-1$

(3) $\dfrac{a}{2}-(a-2b)=\dfrac{a}{2}-a+2b=-\dfrac{a}{2}+2b$

$\boxed{2}$　次の計算をしなさい。

(1) $a(2a+5)$　　(2) $(3x-y)\times(-2x)$

(3) $(15x^2+5x)\div5x$　　(4) $(8x^2-6xy)\div\left(-\dfrac{2}{5}x\right)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $2a^2+5a$　(2) $-6x^2+2xy$　(3) $3x+1$　(4) $-20x+15y$

[解説]

＊(1), (2)は $a(b+c)=ab+ac$, $(a+b)c=ac+bc$ の公式を使う。

(1) $a(2a+5)=a\times2a+a\times5=2a^2+5a$

(2) $(3x-y)\times(-2x)=3x\times(-2x)-y\times(-2x)=-6x^2+2xy$

＊(3), (4) ＊逆数を使って割り算をかけ算になおす。$(a+b)\div c=(a+b)\times\dfrac{1}{c}$

逆数は分数の分母・分子を逆にしたもの(例：$c=\frac{c}{1}\to\frac{1}{c}$，$-\frac{3}{2}x=-\frac{3x}{2}\to-\frac{2}{3x}$)

(3) $(15x^2+5x)\div 5x=(15x^2+5x)\times\frac{1}{5x}=15x^2\times\frac{1}{5x}+5x\times\frac{1}{5x}=3x+1$

(4) $(8x^2-6xy)\div\left(-\frac{2}{5}x\right)=(8x^2-6xy)\times\left(-\frac{5}{2x}\right)=8x^2\times\left(-\frac{5}{2x}\right)-6xy\times\left(-\frac{5}{2x}\right)$

$=-20x+15y$

$\boxed{3}$　次の式を展開しなさい。

(1) $(a+2)(b+3)$　(2) $(3x+2)(x+1)$

(3) $(x+4)(x+5)$　(4) $(x-6)^2$

(5) $(a+3)(a-3)$　(6) $(2x+3y)^2$

(7) $\left(2a+\frac{1}{2}\right)^2$　(8) $(-a+9)(-a-9)$

(9) $(x+2y)(x-5y)$　(10) $\left(\frac{1}{2}x-6\right)\left(\frac{1}{2}x-4\right)$

(11) $\left(3a+\frac{1}{2}\right)\left(3a-\frac{1}{3}\right)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	

[解答](1) $ab+3a+2b+6$　(2) $3x^2+5x+2$　(3) $x^2+9x+20$

(4) $x^2-12x+36$　(5) a^2-9　(6) $4x^2+12xy+9y^2$　(7) $4a^2+2a+\frac{1}{4}$

(8) a^2-81　(9) $x^2-3xy-10y^2$　(10) $\frac{1}{4}x^2-5x+24$　(11) $9a^2+\frac{1}{2}a-\frac{1}{6}$

[解説]

＊(1)，(2)は$(a+b)(c+d)=\overset{①}{ac}+\overset{②}{ad}+\overset{③}{bc}+\overset{④}{bd}$ の公式を使う。

(1) $(a+2)(b+3)=ab+3a+2b+6$

(2) $(3x+2)(x+1)=3x^2+3x+2x+2=3x^2+5x+2$

＊(3)は$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

(3) $(x+4)(x+5)=x^2+(4+5)x+4\times 5=x^2+9x+20$

＊(4)，(6)，(7)は$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

(4) $(x-6)^2=x^2-2\times x\times 6+6^2=x^2-12x+36$

＊(5)，(8)は$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

(5) $(a+3)(a-3)=a^2-3^2=a^2-9$

(6) $(2x+3y)^2=(2x)^2+2\times 2x\times 3y+(3y)^2=4x^2+12xy+9y^2$

(7) $\left(2a+\dfrac{1}{2}\right)^2=(2a)^2+2\times 2a\times\dfrac{1}{2}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=4a^2+2a+\dfrac{1}{4}$

(8) $(-a+9)(-a-9)=(-a)^2-9^2=a^2-81$

＊(9)～(11)は$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

(9) $(x+2y)(x-5y)=x^2+(2y-5y)x+2y\times(-5y)=x^2-3xy-10y^2$

(10)

$$\left(\frac{1}{2}x-6\right)\left(\frac{1}{2}x-4\right)=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+(-6-4)\times\left(\frac{1}{2}x\right)+(-6)\times(-4)=\frac{1}{4}x^2-5x+24$$

(11) $\left(3a+\dfrac{1}{2}\right)\left(3a-\dfrac{1}{3}\right)=(3a)^2+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)\times 3a+\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)=9a^2+\dfrac{1}{2}a-\dfrac{1}{6}$

$\boxed{4}$　次の計算をしなさい。

(1) $x^2-(x-6)(x+2)$　　(2) $(a+3)(a-9)-a(a+2)$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $4x+12$　(2) $-8a-27$

[解説]

(1) $x^2-(x-6)(x+2)=x^2-(x^2-4x-12)=x^2-x^2+4x+12=4x+12$

(2) $(a+3)(a-9)-a(a+2)=a^2-6a-27-a^2-2a=-8a-27$

$\boxed{5}$　1から20までの自然数のうち素数をすべて求めよ。

[解答欄]

[解答] 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

[解説]

7のように1とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。1は素数にはいれない。1けたの素数は2，3，5，7

100以下の自然数については，約数をもつものは1けたの素数2，3，5，7のどれかで割り切れる。

$\cancel{1}$	2	3	$\cancel{4}$	5	$\cancel{6}$	7	$\cancel{8}$	$\cancel{9}$	$\cancel{10}$
11	$\cancel{12}$	13	$\cancel{14}$	$\cancel{15}$	$\cancel{16}$	17	$\cancel{18}$	19	$\cancel{20}$

逆に言えば，2，3，5，7のいずれでも割り切れない100以下の自然数は素数である。20までの整数を書き並べて，2の倍数，3の倍数，5の倍数，7の倍数を消去すれば，残りが素数になる。1から20までの数の中で素数であるのは，2，3，5，7，11，13，17，19

$\boxed{6}$　次の数を素因数分解し，指数を使って表しなさい。

(1) 60　　　(2) 378

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $2^2\times3\times5$　(2) $2\times3^3\times7$

[解説]

＊1けたの素数2, 3, 5, 7で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$60=2^2\times3\times5$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 378 \\ \hline 3 & 189 \\ \hline 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$378=2\times3^3\times7$

$\boxed{7}$　45 にできるだけ小さい自然数をかけて，その結果がある整数の 2 乗になるようにしたい。どんな数を書ければよいか。

[解答欄]

[解答]5

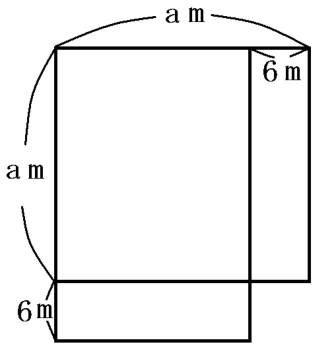
[解説]

＊整数を 2 乗した数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=(2^2\times 3)^2=2^4\times 3^2$ で指数4, 2 はいずれも偶数

$45=3^2\times 5$ なので 5 をかけると，$3^2\times 5^2=15^2$ となる。

$\boxed{8}$　1 辺が a m の正方形の土地があります。この土地の縦を 6m 長く，横を 6m 短くすると，面積は，もとの土地よりも大きくなるのか，小さくなるのかを次のようにして考えました。次の問いに答えなさい。



(1)　1 辺が a m の正方形の土地の面積を求めよ。

(2)　新しくできた土地の面積を求めよ。

(3)　どちらの土地がどれだけ大きいですか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

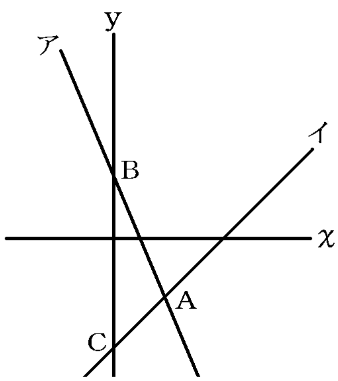
[解答](1)　a^2 m²　(2)　a^2-36 m²　(3)　もとの土地が 36 m² だけ大きい

[解説]

(2)　$(a+6)(a-6)=a^2-36$

(3)　$a^2-(a^2-36)=36$　ゆえに，もとの土地が 36 m² だけ大きい

$\boxed{9}$ 図の直線アの式は，$y=-2x+3$ です。直線イは2点 $(-3,\ -9)$，$(2,\ -4)$ を通る直線です。



(1) 直線イの式を求めなさい。

(2) 2直線ア，イの交点Aの座標を求めなさい。

(3) 直線ア，イが y 軸と交わる点をそれぞれB，Cとします。三角形ABCの面積を求めなさい。ただし，1目盛りを1cmとします。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $y=x-6$ (2) $(3,\ -3)$ (3) $\dfrac{27}{2}$ cm²

[解説]

(1) 直線イの式を $y=ax+b$ とおく。

$(-3,\ -9)$ を通るので，$x=-3,\ y=-9$ を $y=ax+b$ に代入して，$-9=-3a+b$ …①

$(2,\ -4)$ を通るので，$x=2,\ y=-4$ を $y=ax+b$ に代入して，$-4=2a+b$ …②

②－①より $5=5a,\ a=1$ ②に $a=1$ を代入して，$-4=2+b,\ b=-6$

ゆえに，直線イの式は $y=x-6$

(2) 直線の交点は2直線の式を連立方程式として解いて求める。

$y=x-6$ を $y=-2x+3$ に代入すると，

$x-6=-2x+3,\ 3x=9,\ x=3$ $x=3$ を $y=x-6$ に代入すると，$y=3-6=-3$

ゆえに，アとイの交点は $(3,\ -3)$

(3) △ABCのBCを底辺とすると，高さは点Aの x 座標になる。

ア $y=-2x+3$ の y 切片は 3 なので点Bの y 座標は $y=3$

イ $y=x-6$ の y 切片は -6 なので点Bの y 座標は $y=-6$

ゆえに，(底辺BCの長さ)＝$3-(-6)=9$

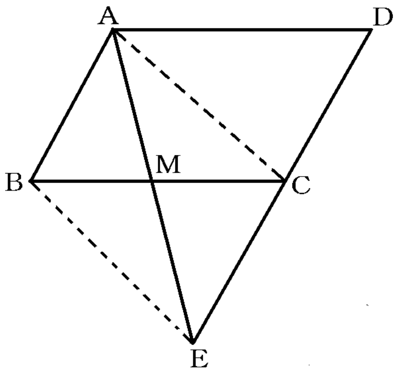
(2)より点Aの x 座標は 3 なので高さは 3

ゆえに，(△ABCの面積)＝$\dfrac{1}{2}\times 9\times 3=\dfrac{27}{2}$ cm²

10　平行四辺形 ABCD の BC の中点を M とし，AM の延長と DC の延長との交点を E とします。

(1)　△ABM≡△ECM を証明しなさい。

(2)　四角形 ABEC は平行四辺形であることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

(1)

△ABM と△ECM において，

仮定より，BM＝CM･･･①

対頂角は等しいので，∠AMB＝∠EMC･･･②

仮定より AB // EC で平行線の錯角は等しいので，∠ABM＝∠ECM･･･③

①，②，③より 1 辺と両端の角がそれぞれ等しいので，

△ABM≡△ECM

(2)

仮定より BM＝CM･･･④

(1)より△ABM≡△ECM なので AM＝EM･･･⑤

④，⑤より対角線が互いに中点で交わるので，

四角形 ABEC は平行四辺形である。

【】試験問題 I

$\boxed{1}$　次の問いに答えなさい

(1)　10までの自然数のうち素数は何個ありますか。

(2)　50以下の自然数の中で1番大きな素数は何ですか。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　4個　(2)　47

[解説]

(1)　7のように1とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。1は素数にはいれない。1けたの素数は2, 3, 5, 7の4個

(2)　100以下の自然数については, 約数をもつものはかならず1けたの素数2, 3, 5, 7のどれかで割り切れる。逆に言えば, 2, 3, 5, 7のいずれでも割り切れない100以下の自然数は素数である。50は2で割れる, 49は7で割れる, 48は2で割れるので素数ではない。

47は2, 3, 5, 7のいずれでも割れないので素数。ゆえに, 50以下の自然数の中で 1番大きな素数は47

$\boxed{2}$　次の因数分解の公式を完成しなさい。

(1)　$x^2+(a+b)x+ab=($　　　　　$)$　　　(2)　$x^2+2ax+a^2=($　　　　　$)$

(3)　$x^2-y^2=($　　　　　$)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　$(x+a)(x+b)$　(2)　$(x+a)^2$　(3)　$(x+y)(x-y)$

$\boxed{3}$ 次の計算をしなさい。

(1) $-3^2-4\times(-2)$

(2) $\dfrac{x-3}{4}-\dfrac{x-5}{6}$

(3) $\begin{cases} -x+2y=4 \\ 2x+3y=6 \end{cases}$

(4) $5x^2y\div\left(-\dfrac{5}{6}xy^2\right)\times\left(-\dfrac{1}{3}xy\right)$

(5) $2(3x-2y)-3(x-y)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) -1 (2) $\dfrac{x+1}{12}$ (3) $x=0,\ y=2$ (4) $2x^2$ (5) $3x-y$

[解説]

(1) $-3^2-4\times(-2)=-9+8=-1$

(2)

$$\frac{x-3}{4}-\frac{x-5}{6}=\frac{3(x-3)}{12}-\frac{2(x-5)}{12}=\frac{3(x-3)-2(x-5)}{12}=\frac{3x-9-2x+10}{12}=\frac{x+1}{12}$$

(3) この連立方程式は加減法, 代入法のいずれでも使えるが, ここでは代入法で解く。

$-x+2y=4$ より, $x=2y-4$ これを $2x+3y=6$ に代入すると,

$2(2y-4)+3y=6$, $4y-8+3y=6$, $7y=14$, $y=2$

$y=2$ を $x=2y-4$ に代入して, $x=4-4=0$ ゆえに, $x=0$, $y=2$

(4) $5x^2y\div\left(-\dfrac{5}{6}xy^2\right)\times\left(-\dfrac{1}{3}xy\right)=5x^2y\times\left(-\dfrac{6}{5xy^2}\right)\times\left(-\dfrac{xy}{3}\right)=2x^2$

(別解) 係数：$5\div\left(-\dfrac{5}{6}\right)\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)=2$, x の項：$x^2\div x\times x=x^2$,

y の項：$y\div y^2\times y=1$ なので $2\times x^2\times1=2x^2$

(5) $2(3x-2y)-3(x-y)=6x-4y-3x+3y=3x-y$

$\boxed{4}$　次の式を展開しなさい。

(1) $(a+b)(c+d)$　　(2) $(x+3)(x-4)$

(3) $(2x+3y)^2$　　(4) $(3x-4y)(3x+4y)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $ac+ad+bc+bd$　(2) x^2-x-12　(3) $4x^2+12xy+9y^2$

(4) $9x^2-16y^2$

[解説]

∗(1)は$(a+b)(c+d)=\overset{\textcircled{1}}{ac}+\overset{\textcircled{2}}{ad}+\overset{\textcircled{3}}{bc}+\overset{\textcircled{4}}{bd}$ の公式を使う。

∗(2)は$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

(2) $(x+3)(x-4)=x^2+(3-4)x+3\times(-4)=x^2-x-12$

∗(3)は$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

(3) $(2x+3y)^2=(2x)^2+2\times2x\times3y+(3y)^2=4x^2+12xy+9y^2$

∗(4)は$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

(4) $(3x-4y)(3x+4y)=(3x)^2-(4y)^2=9x^2-16y^2$

$\boxed{5}$　次の式を因数分解しなさい。

(1) $6x^2y-12xy^2+3xy$　　(2) $x^2-4x-12$

(3) $4x^2-9y^2$　　(4) $9x^2+30x+25$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $3xy(2x-4y+1)$　(2) $(x+2)(x-6)$　(3) $(2x+3y)(2x-3y)$

(4) $(3x+5)^2$

[解説]

＊(1)は共通因数のくくりだし。

(1) $6x^2y-12xy^2+3xy=3xy\times 2x+3xy\times(-4y)+3xy\times 1=3xy(2x-4y+1)$

＊(2)は $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ の公式を使う。

(2) かけて -12，加えて -4 になる 2 数は $2,\ -6$ ゆえに，

$x^2-4x-12=(x+2)(x-6)$

＊(3)は $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。

(3) $4x^2-9y^2=(2x)^2-(3y)^2=(2x+3y)(2x-3y)$

＊(4)は $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$， $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使う。

(4) $9x^2+30x+25=(3x)^2+2\times 3x\times 5+5^2=(3x+5)^2$

$\boxed{6}$ 次の計算をしなさい。

(1) $(x-4)(x+1)-(x+2)(x-2)$　　(2) $(x+3y)^2-(x-3y)^2$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $-3x$　(2) $12xy$

[解説]

(1)

$(x-4)(x+1)-(x+2)(x-2)=x^2-3x-4-(x^2-4)=x^2-3x-4-x^2+4=-3x$

(2) $(x+3y)^2-(x-3y)^2=x^2+6xy+9y^2-(x^2-6xy+9y^2)=12xy$

$\boxed{7}$ 次の式を因数分解しなさい。

(1) $3x^3y+6x^2y-24xy$　　(2) x^4-y^4

(3) $(x+y)a+(x+y)b$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $3xy(x+4)(x-2)$　(2) $(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$　(3) $(x+y)(a+b)$

[解説]

(1) 共通因数があるときは，まず共通因数のくくり出しを行う。

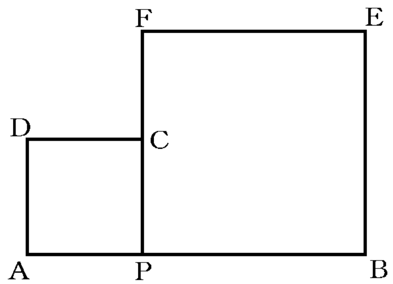
$$3x^3y+6x^2y-24xy=3xy(x^2+2x-8)=3xy(x+4)(x-2)$$

(2) $x^4-y^4=(x^2)^2-(y^2)^2=(x^2+y^2)(x^2-y^2)=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

(3) $x+y=M$ とおくと，

$$(x+y)a+(x+y)b=Ma+Mb=M(a+b)=(x+y)(a+b)$$

$\boxed{8}$ 右の図のように，長さ 10cm の線分 AB 上に AP＝a cm となるようにとり AP，PB をそれぞれ 1 辺とする正方形を作ります。正方形 PBEF の面積は，正方形 APCD の面積よりどれだけ広いでしょうか。



[解答欄]

[解答]$100-20a$ (cm²)だけ大きい

[解説]

PB＝AB－AP＝$10-a$ (cm)なので，

(正方形 PBEF の面積)＝(1 辺)²＝$(10-a)^2$

＝$10^2-2\times10\times a+a^2=100-20a+a^2$ (cm²)

また，AP＝a cm なので，

(正方形 APCD の面積)＝(1 辺)²＝a^2

(正方形 PBEF の面積)－(正方形 APCD の面積)＝$100-20a+a^2-a^2=100-20a$ (cm²)

ゆえに, 正方形 PBEF の面積は, 正方形 APCD の面積より $100-20a$ (cm²)だけ広い。

(注)

$a<5$ のとき $100-20a>0$ で正方形 PBEF の面積が広い。$a=5$ のとき $100-20a=0$ で面積は等しい。$5<a<10$ のとき $100-20a<0$ なので正方形 PBEF の面積が(マイナスの値)広い，すなわち，狭い。

$\boxed{9}$ 150にできるだけ小さい自然数をかけて，その結果がある数の 2 乗になるようにしたい。どんな数をかければよいか求めなさい。

[解答欄]

[解答]6

[解説]

＊整数を 2 乗した数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=\left(2^2\times 3\right)^2=2^4\times 3^2$ で指数 4, 2 はいずれも偶数

150を素因数分解すると，$150=2\times 3\times 5^2$ なので，指数部分をすべて偶数にするためには,

2×3 をかければよい。2×3 をかけると,

$150\times 2\times 3=2\times 3\times 5^2\times 2\times 3=2^2\times 3^2\times 5^2=\left(2\times 3\times 5\right)^2=30^2$ となる。

【】試験問題 J

$\boxed{1}$　次の問いに答えなさい。

(1)　$(-16)\div 2+5$ を計算しなさい。

(2)　$(2a-6b)\div 2$ を計算しなさい。

(3)　連立方程式 $\begin{cases} x+2y=-3 \\ 2x-y=4 \end{cases}$ を解きなさい。

(4)　y は x に比例し，$x=3$ のとき $y=1$ である。y を x の式で表しなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) -3　(2) $a-3b$　(3) $x=1,\ y=-2$　(4) $y=\frac{1}{3}x$

[解説]

(1) $(-16)\div 2+5=-8+5=-3$

(2) $(2a-6b)\div 2=2a\div 2-6b\div 2=a-3b$

(3) この連立方程式は加減法でも代入法でも解くことができるが，ここでは代入法で解く。$x+2y=-3$ より $x=-3-2y$

これを $2x-y=4$ に代入すると，$2(-3-2y)-y=4,\ -6-4y-y=4$

$-5y=10$，$y=-2$

$y=-2$ を $x=-3-2y$ に代入すると，$x=-3+4=1$　ゆえに，$x=1,\ y=-2$

(4) y は x に比例するので，$y=ax$ とおくことができる。これに $x=3$，$y=1$ を代入すると，$1=3a$　ゆえに，$a=\frac{1}{3}$　ゆえに，$y=\frac{1}{3}x$

$\boxed{2}$　次の数の平方根を求めなさい。

(1) 25　　(2) 7　　(3) 0.04

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) ± 5　(2) $\pm\sqrt{7}$　(3) ± 0.2

[解説]

平方根ときたら±。例えば，2 乗して25になる数が25の平方根なので，$+5$だけでなく-5もはいる。$+5$と-5をまとめて± 5と書く。0の平方根は0だけであるが，それ以外の場合は±の 2 通りがある。また7の平方根のように，整数・分数・小数で表すことができないものは，$\pm\sqrt{7}$のように$\pm\sqrt{}$を使って平方根を表す。

$\boxed{3}$　次の数を素因数に分解しなさい。

(1)　48　　　　(2)　84

[解答欄]

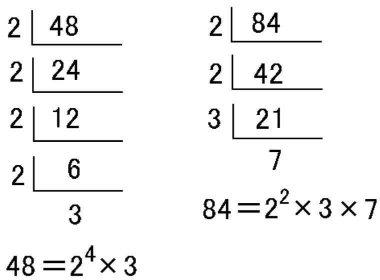
(1)	(2)

[解答](1)　$2^4\times 3$　(2)　$2^2\times 3\times 7$

[解説]

＊1 けたの素数$2,\ 3,\ 5,\ 7$で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。



$\boxed{4}$　次の数を根号を使わずに表しなさい。

(1)　$\sqrt{9}$　　　(2)　$-\sqrt{100}$

(3)　$\left(-\sqrt{13}\right)^2$　　　(4)　$\sqrt{(-5)^2}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)　3　(2)　-10　(3)　13　(4)　5

[解説]＊$\sqrt{a^2}=a$，$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$　(ただし$a\geqq 0$)

(1)　$\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$　　(2)　$-\sqrt{100}=-\sqrt{10^2}=-10$

(3)　$\left(-\sqrt{13}\right)^2=\left(\sqrt{13}\right)^2=13$　　(4)　$\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$

$\boxed{5}$　次の各組の数の大小を不等号を使って表しなさい。

(1) $4,\ \sqrt{15}$　　　　(2) $\sqrt{10},\ \sqrt{7},\ 3$

(3) $-2,\ -\sqrt{5},\ -2\sqrt{3}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $\sqrt{15}<4$　(2) $\sqrt{7}<3<\sqrt{10}$　(3) $-2\sqrt{3}<-\sqrt{5}<-2$

[解説]

＊√の大小は 2 乗して比べる。$a<b$ なら $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

(1) $4^2=16,\ \left(\sqrt{15}\right)^2=15$，$15<16$ なので $\sqrt{15}<\sqrt{16}$，ゆえに，$\sqrt{15}<4$

(2) $\left(\sqrt{10}\right)^2=10,\ \left(\sqrt{7}\right)^2=7,\ 3^2=9$，$7<9<10$ なので $\sqrt{7}<\sqrt{9}<\sqrt{10}$，

ゆえに，$\sqrt{7}<3<\sqrt{10}$

(3) $2^2=4,\ \left(\sqrt{5}\right)^2=5,\ \left(2\sqrt{3}\right)^2=2^2\times\left(\sqrt{3}\right)^2=4\times3=12$

$4<5<12$ なので $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{12}$，よって $2<\sqrt{5}<2\sqrt{3}$

各辺の符号を－にすると，不等号の向きが逆転して，$-2>-\sqrt{5}>-2\sqrt{3}$

ゆえに，$-2\sqrt{3}<-\sqrt{5}<-2$

$\boxed{6}$　次の数を分母に根号がない形に表しなさい。

(1) $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$　　(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$　　(3) $\dfrac{7}{2\sqrt{7}}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$　(2) $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$　(3) $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

[解説]

＊分母に√があるときは，分母・分子にその√をかけて，分母を有理化する。

(1) $\dfrac{2}{\sqrt{7}}=\dfrac{2\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$　　(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

(3) $\dfrac{7}{2\sqrt{7}}=\dfrac{7\times\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{7\sqrt{7}}{14}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

$\boxed{7}$ $\sqrt{7}=2.646,\ \sqrt{70}=8.367$ として次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{700}$

(2) $\sqrt{0.7}$

(3) $-\sqrt{28}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 26.46 (2) 0.8367 (3) -5.292

[解説]

＊$\sqrt{10\cdots\times a}=10\cdots\sqrt{a}$ の形に変形する。$10\cdots$ の 0 の個数は偶数にする。

例) $\sqrt{3000}=\sqrt{100\times30}=10\sqrt{30}$, $\sqrt{30000}=\sqrt{10000\times3}=100\sqrt{3}$,

$\sqrt{300000}=\sqrt{10000\times30}=100\sqrt{30}$

＊$\sqrt{0.\cdots a}$ は分数の形にする。分母の 0 の個数は偶数にする。

例) $\sqrt{0.3}=\sqrt{\dfrac{3}{10}}=\sqrt{\dfrac{30}{100}}=\dfrac{\sqrt{30}}{10}$, $\sqrt{0.03}=\sqrt{\dfrac{3}{100}}=\dfrac{\sqrt{3}}{10}$

(1) $\sqrt{700}=\sqrt{100\times7}=10\sqrt{7}=26.46$

(2) $\sqrt{0.7}=\sqrt{\dfrac{7}{10}}=\sqrt{\dfrac{70}{100}}=\dfrac{\sqrt{70}}{10}=0.8367$

(3) $-\sqrt{28}=-\sqrt{4\times7}=-2\sqrt{7}=-5.292$

$\boxed{8}$ 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{2}\times\sqrt{7}$

(2) $\sqrt{48}\times\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{54}\div\sqrt{6}$

(4) $4\sqrt{5}+\sqrt{5}$

(5) $2\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

(6) $2\sqrt{2}+\sqrt{7}-\sqrt{2}+5\sqrt{7}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $\sqrt{14}$ (2) 12 (3) 3 (4) $5\sqrt{5}$ (5) $-\sqrt{3}$ (6) $\sqrt{2}+6\sqrt{7}$

[解説]

＊(1)～(3) $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$，$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 同じ√の傘の中に入れる

(1) $\sqrt{2}\times\sqrt{7}=\sqrt{2\times7}=\sqrt{14}$

(2) $\sqrt{48}\times\sqrt{3}=\sqrt{16\times3}\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}\times\sqrt{3}=4\times3=12$

(3) $\sqrt{54}\div\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\dfrac{54}{6}}=\sqrt{9}=3$

(別解) $\sqrt{54}\div\sqrt{6}=\sqrt{54\div6}=\sqrt{9}=3$

＊(4)～(6) $a\sqrt{2}+b\sqrt{2}=(a+b)\sqrt{2}$：文字式と同じように同類項はまとめることができる。

(4) $4\sqrt{5}+\sqrt{5}=(4+1)\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

(5) $2\sqrt{3}-3\sqrt{3}=(2-3)\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

(6) $2\sqrt{2}+\sqrt{7}-\sqrt{2}+5\sqrt{7}=(2-1)\sqrt{2}+(1+5)\sqrt{7}=\sqrt{2}+6\sqrt{7}$

$\boxed{9}$ 次の計算をせよ。

(1) $\sqrt{24}\times2\sqrt{2}\div\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{8}$

(3) $\dfrac{9}{\sqrt{3}}+\sqrt{75}$

(4) $\sqrt{27}-\sqrt{2}\times\sqrt{6}$

(5) $\sqrt{5}(2+\sqrt{20})-\sqrt{20}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) $4\sqrt{2}$ (2) $6\sqrt{2}$ (3) $8\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{3}$ (5) 10

[解説]

＊(1) $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$，$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 同じ√の傘の中に入れる

$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中を簡単な数にする(a^2：4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

(1) $\sqrt{24}\times 2\sqrt{2}\div\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{24}\times 2\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=2\times\sqrt{\dfrac{24\times 2}{6}}=2\times\sqrt{8}=2\times\sqrt{4\times 2}=2\times 2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

＊(2)～(5) $a\sqrt{2}+b\sqrt{2}=(a+b)\sqrt{2}$ ：文字式と同じように同類項はまとめることができる。

√の中をもっとも簡単な形にして，同類項を整理する。

(2)

$\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{8}=\sqrt{9\times 2}+\sqrt{25\times 2}-\sqrt{4\times 2}=3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2\sqrt{2}=(3+5-2)\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

＊(3)分母に√があるときは，分母・分子にそのルートをかけて分母を有理化する。

(3)

$\dfrac{9}{\sqrt{3}}+\sqrt{75}=\dfrac{9\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+\sqrt{25\times 3}=\dfrac{9\sqrt{3}}{3}+5\sqrt{3}=3\sqrt{3}+5\sqrt{3}=(3+5)\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

(4)

$\sqrt{27}-\sqrt{2}\times\sqrt{6}=\sqrt{9\times 3}-\sqrt{12}=3\sqrt{3}-\sqrt{4\times 3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=(3-2)\sqrt{3}=\sqrt{3}$

(5) $\sqrt{5}(2+\sqrt{20})-\sqrt{20}=2\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{20}-\sqrt{4\times 5}=2\sqrt{5}+\sqrt{100}-2\sqrt{5}=10$

$\boxed{10}$　次の問いに答えなさい。

(1)　$\sqrt{7}$ より大きく $\sqrt{27}$ より小さい整数をすべて求めなさい。

(2)　$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$, $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$, $\dfrac{\sqrt{10}}{6}$, $\dfrac{1}{2}$ のうち，最も大きな数を答えなさい。

(3)　$\sqrt{14-a}$ の値が整数となるような自然数 a の値をすべて求めなさい。

(4)　「$\sqrt{-5}$ という数はない」ということを説明しなさい。

(5)　面積が 144cm² となる正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) 3, 4, 5　(2) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　(3) 5, 10, 13, 14　(4) $A=\sqrt{-5}$ とすると $A^2=-5$ となり矛盾が生じるから，$\sqrt{-5}$ という数はない。(5) 12cm

[解説]

(1) $\sqrt{7} < x < \sqrt{27}$ とする。各辺を 2 乗して，$7 < x^2 < 27$　x は自然数なので，

$x = 3,\ 4,\ 5$

(2) 2 乗し，さらに通分して比較

$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3} = \frac{12}{36},\ \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{2}{9} = \frac{8}{36},\ \left(\frac{\sqrt{10}}{6}\right)^2 = \frac{10}{36},\ \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = \frac{9}{36}$$

$\frac{8}{36} < \frac{9}{36} < \frac{10}{36} < \frac{12}{36}$ なので，最も大きい数は $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(3) $\sqrt{14-a}$ が整数となるためには，$14-a$ がある整数の 2 乗になることが必要。

$4-a<14$ なので，これを満たすのは，$14-a=0,\ 1,\ 2^2,\ 3^2$ のとき。

$14-a=0$ のとき，$-a=-14$，$a=14$

$14-a=1$ のとき，$-a=1-14,\ -a=-13$，$a=13$

$14-a=2^2$ のとき，$-a=4-14,\ -a=-10$，$a=10$，

$14-a=3^2$ のとき，$-a=9-14,\ -a=-5$，$a=5$

ゆえに，$a=5,\ 10,\ 13,\ 14$

(5) この正方形の 1 辺を x cm とすると，面積は $x^2=144$

$x>0$ なので，$x=12$

$\boxed{11}$　体積が 500π cm³，高さが 10cm の円柱があります。この円柱の底面の半径を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

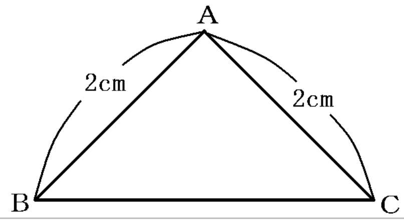
底面の円の半径を x cm とすると，底面の円の面積は，πx^2

(柱の体積)＝(底面積)×(高さ)＝$\pi x^2 \times 10 = 500\pi$

両辺を 10π でわると，$x^2=50$，$x=\pm\sqrt{50}=\pm\sqrt{25\times 2}=\pm 5\sqrt{2}$

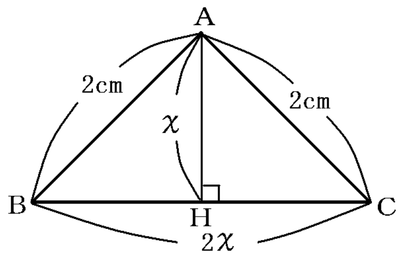
$x>0$ なので　$x=5\sqrt{2}$　よって底面の半径は $5\sqrt{2}$ cm･･･答

$\boxed{12}$　右の図のような直角二等辺三角形ABCの辺BCの長さを求めなさい。(図や式など考え方を書いて求めなさい。)



[解答欄]

[解答]



BCの長さを$2x$ cmとすると，AHはx cmなので,

△ABCの面積は$\dfrac{1}{2}\times 2x\times x = x^2$ ･･･①

またABを底辺と考えると，ACが高さになる。

したがって△ABCの面積は，$\dfrac{1}{2}\times 2\times 2 = 2$ ･･･②

①，②より $x^2 = 2$　よって $x = \sqrt{2}$　ゆえに，BCの長さは$2\sqrt{2}$ cm･･･答

【】試験問題 K

$\boxed{1}$　次の問いに答えなさい。

(1)　甲子園大会などのトーナメント戦(勝ち残り)で, 出場チーム数が 40 チームの場合は，決勝戦を含めてその大会の試合数は全部で何試合になりますか。ただし引き分けはないものとする。

(2)　サッカーなどの試合で，A，B，C，D の 4 チームがリーグ戦(総当たり)をする場合の試合数は何試合になりますか。

(3)　1，2，3，4 の数字を 1 つずつ書いた 4 枚のカードがあります。このカードのうち，2 枚をならべてできる 2 けたの整数は全部で何個ですか。

(4)　0，1，2，3，4 の数字を 1 つずつ書いた 5 枚のカードがあります。このカードのうち，2 枚をならべてできる 2 けたの整数は全部で何個できますか。

(5)　A，B，C，D，E，F の 6 人から 2 人の委員を選ぶとき，その選び方は何通りありますか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) 39 試合　(2) 6 試合　(3) 12 個　(4) 16 個　(5) 15 通り

[解説]

(1) 引き分けがない場合のトーナメント戦では，1 試合ごとに 1 チームが負けて敗退していく。40 チームでトーナメント戦を行った場合，優勝チームを除く 39 チームが 1 回ずつ負けて敗退しているはずである。負けチーム数と試合数は同じなので，試合数は 39 試合になる。

(2) A と B の試合を(AB)と表すと，試合は(AB)，(AC)，(AD)，(BC)，(BD)，(CD)の 6 通り。

(3) できる 2 けたの整数をすべてあげると，

12，13，14，21，23，24，31，32，34，41，42，43 の 12 個

(4) 0 は十の位にこないことに注意して，できる 2 けたの整数をすべてあげると，

10，12，13，14，20，21，23，24，30，31，32，34，40，41，42 ，43 の 16 個

(5) 選び方をすべてあげると，(AB)，(AC)，(AD)，(AE)，(AF)，(BC)，(BD)，(BE)，(BF)，(CD)，(CE)，(CF)，(DE)，(DF)，(EF)　の 15 通り

$\boxed{2}$　2 つのさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。

(1)　出る目の数の和が 13 になる確率。

(2)　出る目の数の差が 3 になる確率。

(3)　出る目の数の積が偶数になる確率。

(4)　1 の目が全く出ない確率。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)　0　(2) $\dfrac{1}{6}$　(3) $\dfrac{3}{4}$　(4) $\dfrac{25}{36}$

[解説]

＊確率の計算では同じ種類のものであっても区別して考えるので，この 2 つのサイコロもサイコロ A，サイコロ B と区別する。

＊(確率)＝$\dfrac{(\text{そのことがおこる場合の数})}{(\text{全体の場合の数})}$

A は 1～6 まで 6 通り，B も 1～6 まで 6 通りの目の出方があるので，

(全体の場合の数)＝6×6＝36 通り

(1) A, B の和が 13 になることはないので, (出る目の数の和が 13 になる確率)＝$\dfrac{0}{36}=0$

(2) 出る目の数の差が 3 になる場合をあげると，

(A，B)＝(1，4)，(2，5)，(3，6)，(4，1)，(5，2)，(6，3) の 6 通り

ゆえに，(出る目の数の差が 3 になる確率)＝$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

(3) 出る目の数の積が偶数になるのは,

(A，B)＝(偶数，偶数)，(偶数，奇数)，(奇数，偶数)

さいころが偶数になるのは 2，4，6 の 3 通り，奇数になるのは 1，3，5 の 3 通りなので

(A，B)＝(偶数，偶数)となるのは 3×3＝9 通り

(A，B)＝(偶数，奇数)となるのは 3×3＝9 通り

(A，B)＝(奇数，偶数)となるのは 3×3＝9 通り

ゆえに，出る目の数の積が偶数になるのは $9\times3=27$ 通り

ゆえに，(出る目の数の積が偶数になる確率)$=\dfrac{27}{36}=\dfrac{3}{4}$

(4) 1 の目が全く出ないので，A は 2～6 まで 5 通り，B も 2～6 まで 5 通りの目の出方があるので，(場合の数)$=5\times5=25$

ゆえに，(1 の目が全く出ない確率)$=\dfrac{25}{36}$

$\boxed{3}$ 100 円, 50 円, 10 円の硬貨が 1 枚ずつあります。この 3 枚を同時に投げるとき，次の確率を求めなさい。

(1) 少なくとも 2 枚は表が出る確率。

(2) 表が出る硬貨の金額の合計が 60 円以上になる確率。

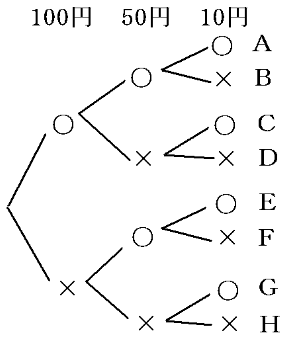
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\dfrac{1}{2}$ (2) $\dfrac{5}{8}$

[解説]

場合の数が少ないときは，右図のような図を使うとわかりやすい。



(表を○，裏を×で表す)

(1) 少なくとも 2 枚が表になるのは，右図の A，B，C，E の 4 通り。全体の場合の数は A～H の 8 通りなので，

(少なくとも 2 枚は表が出る確率)$=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$

(2) 表が出る硬貨の金額の合計が 60 円以上になるのは，右図の A，B，C，D，E の 5 通りなので，

(表が出る硬貨の金額の合計が 60 円以上になる確率)$=\dfrac{5}{8}$

$\boxed{4}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 50 までの自然数の中に素数は何個ありますか。

(2) 次の数を素因数に分解しなさい。

① 24　② 50　③ 66　④ 90　⑤ 120

(3) 次の数に約数は何個ありますか。

① 54　② 120

(4) 次に示す平方根のおよその数を書きなさい。

① $\sqrt{2}$　② $\sqrt{3}$　③ $\sqrt{5}$　④ $\sqrt{6}$　⑤ $\sqrt{7}$

[解答欄]

(1)	(2)①	②	③
④	⑤	(3)①	②
(4)①	②	③	④
⑤			

[解答](1) 15 個　(2)① $2^3\times3$　② 2×5^2　③ $2\times3\times11$　④ $2\times3^2\times5$
⑤ $2^3\times3\times5$　(3)① 8 個　② 16 個　(4) ①1.41　② 1.73　③ 2.24　④ 2.45
⑤ 2.65

[解説]

(1) 7 のように 1 とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。1 は素数にはいれない。1 けたの素数は 2，3，5，7
100 以下の自然数については，約数をもつものはかならずこの 2，3，5，7 のどれかで割り切れる。逆に言えば，2，3，5，7 のいずれでも割り切れない 100 以下の自然数は素数である。

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

50 までの整数を書き並べて，2 の倍数，3 の倍数，5 の倍数，7 の倍数を消去すれば，残りが素数になる。50 までの整数の中で素数なのは，2，3，5，7，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47 の 15 個である。

(2) ＊1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

下図に示した方法で計算する。

①
$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

②
$$\begin{array}{r|l} 2 & 50 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

③
$$\begin{array}{r|l} 2 & 66 \\ \hline 3 & 33 \\ \hline & 11 \end{array}$$

④
$$\begin{array}{r|l} 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

⑤
$$\begin{array}{r|l} 2 & 120 \\ \hline 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

(3) 素因数分解を使って約数を求めることができる。

例えば，$72 = 2^3 \times 3^2$ であるが，その約数はすべて $2^n \times 3^m$ の形で表すことができる。(なぜなら，この場合 2, 3 以外の素数(たとえば 5)を因数にもつ数で $72 = 2^3 \times 3^2$ を割ることはできないから)

$72 = 2^3 \times 3^2$ の約数をすべて書き並べると

1×1	1×3^1	1×3^2
$2^1 \times 1$	$2^1 \times 3^1$	$2^1 \times 3^2$
$2^2 \times 1$	$2^2 \times 3^1$	$2^2 \times 3^2$
$2^3 \times 1$	$2^3 \times 3^1$	$2^3 \times 3^2$

のようになる。2 の部分の素因数は $1, 2, 2^2, 2^3$ で 4 通り $(3+1=4)$，3 の部分の素因数は $1, 3, 3^2$ で 3 通り $(2+1=3)$

よって，約数の個数は $(3+1)\times(2+1)=12$ 個

①$54 = 2 \times 3^3$ なので約数は，$(1+1)\times(3+1)=8$ 個

②$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ なので約数は，$(3+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$ 個

$\boxed{5}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の平方根を求めなさい。

① 9　② 100　③ 225　④ 0.04　⑤ 0

⑥ 7　⑦ 0.3　⑧ $\dfrac{25}{16}$

(2) 次の数を根号を使わずに表しなさい。

① $\sqrt{64}$　② $-\sqrt{49}$　③ $\sqrt{\dfrac{25}{64}}$　④ $\sqrt{2^2}$

⑤ $-\sqrt{9^2}$　⑥ $\sqrt{(-6)^2}$

(3)　次の数を求めなさい。

①　$\left(\sqrt{3}\right)^2$　　②　$\left(-\sqrt{11}\right)^2$　　③　$\left(\sqrt{81}\right)^2$　　④　$\left(\sqrt{\dfrac{5}{7}}\right)^2$

[解答欄]

(1)①	②	③
④	⑤	⑥
⑦	⑧	(2)①
②	③	④
⑤	⑥	(3)①
②	③	④

[解答](1)①　±3　②　±10　③　±15　④　±0.2　⑤　0　⑥　$\pm\sqrt{7}$　⑦　$\pm\sqrt{0.3}$

⑧　$\pm\dfrac{5}{4}$　(2)①　8　②　－7　③　$\dfrac{5}{8}$　④　2　⑤　－9　⑥　6　(3)①　3　②　11　③　81

④　$\dfrac{5}{7}$

[解説]

(1) 平方根ときたら±。例えば，2 乗して 9 になる数が 9 の平方根なので，＋3 だけでなく－3 もはいる。＋3 と－3 をまとめて±3 と書く。0 の平方根は 0 だけであるが，それ以外の場合は±の 2 通りがある。また 7 の平方根のように，整数・分数・小数で表すことができないものは，$\pm\sqrt{7}$ のように±√を使って平方根を表す。

(2) ＊$\sqrt{a^2}=a$，(ただし $a \geqq 0$)

①　$\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$　②　$-\sqrt{49}=-\sqrt{7^2}=-7$　③　$\sqrt{\dfrac{25}{64}}=\sqrt{\left(\dfrac{5}{8}\right)^2}=\dfrac{5}{8}$

④　$\sqrt{2^2}=2$　⑤　$-\sqrt{9^2}=-9$　⑥　$\sqrt{(-6)^2}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$

(3) $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$　(ただし $a \geqq 0$)を使う

① $\left(\sqrt{3}\right)^2=\sqrt{3}$　　　② $\left(-\sqrt{11}\right)^2=\left(\sqrt{11}\right)^2=11$

$\boxed{6}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 576はどんな数の平方になっていますか。

(2) 90にできるだけ小さい自然数nをかけて，その結果が，ある自然数の 2 乗になるようにするには，nをいくつにすればよいですか。

(3) 140をできるだけ小さい自然数でわって，余りがなく，その商がある整数の 2 乗になるようにします。この自然数nを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 24　(2) 10　(3) 35

[解説]

(1) まず右図のようにして576を素因数分解すると，

$576=2^6\times3^2$ となる。

指数部分がすべて偶数なので，指数部分をそれぞれ2でわって

$576=2^6\times3^2=\left(2^3\times3\right)^2=24^2$ と変形できる。

ゆえに576は24の平方になっている。

$$
\begin{array}{r|l}
2 & 576 \\ \hline
2 & 288 \\ \hline
2 & 144 \\ \hline
2 & 72 \\ \hline
2 & 36 \\ \hline
2 & 18 \\ \hline
3 & 9 \\ \hline
 & 3
\end{array}
$$

$576=2^6\times3^2$

(2) 整数を 2 乗した平方数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=\left(2^2\times3\right)^2=2^4\times3^2$ で指数4, 2 はいずれも偶数

90を素因数分解すると，$90=3^2\times2\times5$

これに2×5かけると$3^2\times2^2\times5^2=\left(3\times2\times5\right)^2=30^2$

よって$n=2\times5=10$

(3) 140を素因数分解すると，$140=2^2\times5\times7$

ある整数の 2 乗にするためには，指数部分をすべて偶数にすればよい。

$140=2^2\times5\times7$を5×7でわると，2^2になる。

ゆえに求める数は$5\times7=35$

$\boxed{7}$　次の問いに答えなさい。

(1)　$2<\sqrt{n}<3.3$ にあてはまる自然数 n は何個ありますか。

(2)　$\sqrt{3}$ より大きく $\sqrt{17}$ より小さい整数をすべて求めなさい。

(3)　$\sqrt{307}$ を小数で表したとき，整数部分の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 6 個　(2) 2，3，4　(3) 17

[解説]

(1) $2<\sqrt{n}<3.3$ の各辺を 2 乗すると $4<n<10.89$　これを満たす自然数 n は $n=5, 6, 7, 8, 9, 10$

(2) $\sqrt{3}<x<\sqrt{17}$ とすると，$3<x^2<17$　x は自然数なので，$x=2, 3, 4$

(3) $17^2=289, 18^2=324$

$289<307<324$ より，$\sqrt{289}<\sqrt{307}<\sqrt{324}$ なので，$17<\sqrt{307}<18$

ゆえに，$\sqrt{307}=17.$・・・という数になるので，整数部分の数は17 になる。

【】試験問題 L

$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $-13+6$　　② $(-6)^2 \div 9 \times 2$

(2) $a>0,\ b<0,\ a+b<0$ であるとき，$a,\ b,\ -a,\ -b$ を小さい順に書きなさい。

(3) y は x に比例していて，$x=8$ のとき，$y=-6$ である。$x=-12$ のときの y の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)①	②	(2)
(3)		

[解答](1)① -7　② 8　(2) $b,\ -a,\ a,\ -b$　(3) $y=9$

[解説]

(2) $a>0$ なので $-a<0$，$b<0$ なので $-b>0$

よって，$a,\ b,\ -a,\ -b$ のうち，正の数は $a,\ -b$ で，負の数は $-a,\ b$ ･･･①

$a+b<0$ より，$a<-b,\ -a>b$ ･･･②

①，②より $b<-a<a<-b$

(3) y は x に比例しているので，$y=ax$ とおくことができる。$x=8$，$y=-6$ を

$y=ax$ に代入すると，$-6=a\times 8,\ a=-6\div 8=-\dfrac{6}{8}=-\dfrac{3}{4}$　よって，$y=-\dfrac{3}{4}x$

この式に $x=-12$ を代入すると，$y=-\dfrac{3}{4}\times(-12)=9$

$\boxed{2}$ 次の計算をしなさい。

(1) $-6x(x-2y)$　　(2) $(3a-b)\times 4a$

(3) $(2x^2+4xy)\div \dfrac{2}{3}x$　　(4) $(8a^2-2a)\div 2a$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $-6x^2+12xy$　(2) $12a^2-4ab$　(3) $3x+6y$　(4) $4a-1$

[解説]

(1) $-6x(x-2y)=-6x\times x-6x\times(-2y)=-6x^2+12xy$

(2) $(3a-b)\times 4a=3a\times 4a-b\times 4a=12a^2-4ab$

(3) $(2x^2+4xy)\div\dfrac{2}{3}x=(2x^2+4xy)\times\dfrac{3}{2x}=2x^2\times\dfrac{3}{2x}+4xy\times\dfrac{3}{2x}=3x+6y$

(4) $(8a^2-2a)\div 2a=(8a^2-2a)\times\dfrac{1}{2a}=8a^2\times\dfrac{1}{2a}-2a\times\dfrac{1}{2a}=4a-1$

$\boxed{3}$　次の式を展開し，簡単にできるものは簡単にしなさい。

(1) $(x-3)(y+5)$　　(2) $(3a+2b)(2a-b)$

(3) $(a-1)(a+2)$　　(4) $(x-3y)^2$

(5) $\left(a+\dfrac{1}{2}b\right)^2$　　(6) $(a-6b)(6b+a)$

(7) $(3x-y)(4x+3y-2)$　　(8) $(2x-y)^2-(x-3y)(x+3y)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $xy+5x-3y-15$　(2) $6a^2+ab-2b^2$　(3) a^2+a-2

(4) $x^2-6xy+9y^2$　(5) $a^2+ab+\dfrac{1}{4}b^2$　(6) a^2-36b^2

(7) $12x^2+5xy-3y^2-6x+2y$　(8) $3x^2-4xy+10y^2$

[解説]

＊(1)，(2)は$(a+b)(c+d)=\overset{①}{ac}+\overset{②}{ad}+\overset{③}{bc}+\overset{④}{bd}$ の公式を使う。

(1) $(x-3)(y+5)=x\times y+x\times 5-3\times y-3\times 5=xy+5x-3y-15$

(2) $(3a+2b)(2a-b)=3a\times 2a+3a\times(-b)+2b\times 2a+2b\times(-b)=6a^2-3ab+4ab-2b^2$
$=6a^2+ab-2b^2$

(3)＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

$(a-1)(a+2)=a^2+(-1+2)a-1\times 2=a^2+a-2$

＊(4), (5)は $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$， $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

(4) $(x-3y)^2=x^2-2\times x\times 3y+(3y)^2=x^2-6xy+9y^2$

(5) $\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2=a^2+2\times a\times\frac{1}{2}b+\left(\frac{1}{2}b\right)^2=a^2+ab+\frac{1}{4}b^2$

(6) ＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$(a-6b)(6b+a)=(a-6b)(a+6b)=a^2-(6b)^2=a^2-36b^2$

(7)

$(3x-y)(4x+3y-2)=3x\times 4x+3x\times 3y+3x\times(-2)-y\times 4x-y\times 3y-y\times(-2)$

$=12x^2+9xy-6x-4xy-3y^2+2y=12x^2+5xy-3y^2-6x+2y$

(8) $(2x-y)^2-(x-3y)(x+3y)=4x^2-4xy+y^2-(x^2-9y^2)=4x^2-4xy+y^2-x^2+9y^2$

$=3x^2-4xy+10y^2$

$\boxed{4}$　次の問いに答えなさい。

(1) 120 を素因数分解しなさい。

(2) 次の式を因数分解しなさい。

① $4ax-2a$　　② $9x^2-1$

③ $x^2+14x+49$　　④ $16y^2+40xy+25x^2$

[解答欄]

(1)	(2)①	②
③	④	

[解答](1) 2^3×3×5　(2)① $2a(2x-1)$　② $(3x+1)(3x-1)$　③ $(x+7)^2$

④ $(4y+5x)^2$

[解説]

(1) ＊1 けたの素数2, 3, 5, 7 で割っていく。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 120 \\ \hline 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

(2)①＊共通因数のくくりだし。

$4ax-2a=2a\times 2x-2a\times 1=2a(2x-1)$

②＊ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。

$9x^2-1=(3x)^2-1^2=(3x+1)(3x-1)$

＊③，④は$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$の公式を使う。

③ $x^2+14x+49=x^2+2\times 7\times x+7^2=(x+7)^2$

④ $16y^2+40xy+25x^2=(4y)^2+2\times 4y\times 5x+(5x)^2=(4y+5x)^2$

$\boxed{5}$ 兄と弟が学校から家まで別々に忘れ物を取りに帰ることになった。弟が先に出発して，学校から 200m のところにある郵便局を通過したときに兄が出発した。ところが，学校へ戻ったのは兄のほうが 5 分早かった。兄の歩く速さは毎分 80m，弟の歩く速さは毎分 60m であった。このとき，学校から家までの距離を x m として，次の問いに答えなさい。ただし，家で忘れ物を見つけるのにかかった時間は考えないものとし，行きも帰りも同じ道を通ったものとする。

(1) 弟が最初に郵便局を通過した後，弟が学校に戻るまでに歩いた距離を x で表しなさい。

(2) x についての方程式をつくり，学校から家までの距離を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

(1) $2x-200$ m (2) 弟が最初に郵便局を通過した後，弟が学校に戻るまでに歩いた時間は，$\dfrac{2x-200}{60}$ (分)である。また，兄の歩いた時間は$\dfrac{2x}{80}$ (分)である。兄のほうが 5 分早かったので，$\dfrac{2x}{80}=\dfrac{2x-200}{60}-5$ となる。両辺に240をかけて分母をはらうと，

$6x=(2x-200)\times 4-1200$，$6x=8x-800-1200$，$-2x=-2000$，$x=1000$

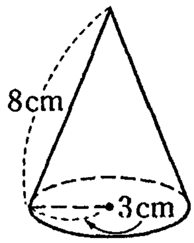
これは問題にあてはまる。

よって学校から家までの距離は1000 m である。・・・答

6　右の図の円すいについて，次の問いに答えなさい。

(1)　展開図のおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

(2)　円すいの表面積を求めなさい。

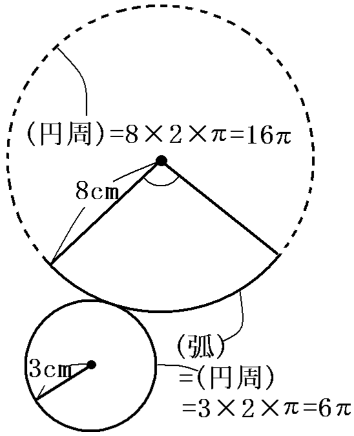


[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 135°　(2) 33π cm^2

[解説]



(1) 円すいの展開図は右図のようになる。

半径 3cm の底面の円の円周は，側面の半径 8cm のおうぎ形の弧の長さと等しく，$3\times2\times\pi=6\pi$(cm)となる。

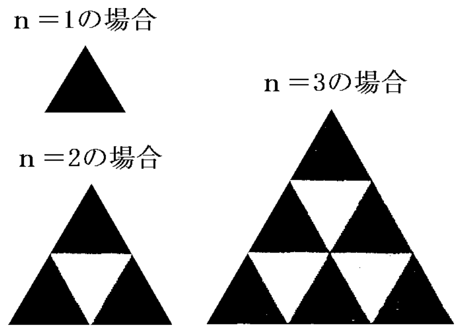
側面の半径 8cm の円周の長さは，$8\times2\times\pi=16\pi$(cm)なので，おうぎ形の中心角は

$360\times\dfrac{6\pi}{16\pi}=135$°となる。

(2) (おうぎ形の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$(弧)$\times$(半径)$=\dfrac{1}{2}\times6\pi\times8=24\pi$(cm^2)

(底面の円の面積)$=\pi\times3^2=9\pi$(cm^2)　よって，(表面積)$=24\pi+9\pi=33\pi$(cm^2)

7　1 辺の長さが 1cm の正三角形の黒いタイルと白いタイルがある。これらのタイルを，次の図のように黒白交互に並べて，1 辺の長さが n cm の正三角形の形にしきつめます。ただし，しきつめてできる正三角形の頂点のところには黒いタイルを置くものとします。



(1)　$n=4$ のとき，

①　黒いタイルと白いタイルは合わせて何枚ですか。

②　黒いタイルは白いタイルより何枚多いですか。

(2) 黒いタイルと白いタイルが合わせて 36 枚のとき，

①　n の値を求めなさい。

②　黒いタイルは何枚ですか。

[解答欄]

(1)①	②	(2)①
②		

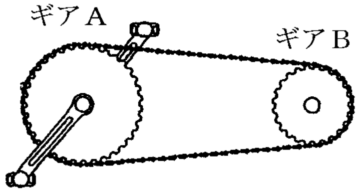
[解答](1)① 16 枚　② 4 枚　(2)①　$n=6$　② 21 枚

[解説]

(1)① 合わせたタイル数は，$n=1$，2，3･･･のとき，1^2，2^2，3^2，･･･枚で，$n=4$ のときは $4^2=16$ 枚　② 黒いタイルは白いタイル数より，$n=1$，2，3･･･のとき，1，2，3･･･枚多い。したがって $n=4$ のときは 4 枚多い。

(2)① $n^2=36$ とすると，$n=6$　② $n=6$ のとき黒いタイルは白いタイルより 6 枚多い。従って黒タイルは 21 枚，白タイルは 15 枚。

$\boxed{8}$　右の図のように，歯の数が 36 であるギア A を 20 回転させると，歯の数が x であるギア B が y 回転する自転車があります。



(1)　y を x の式で表しなさい。

(2)　ギア B の歯の数が 16 の場合，ギア B は何回転するか求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$y=\dfrac{720}{x}$　(2) 45 回転

[解説]

(A の進んだ歯の数)＝(歯の数)×(回転数)＝36×20＝720

(B の進んだ歯の数)＝(歯の数)×(回転数)＝ $x\times y=xy$

(B の進んだ歯の数)＝(A の進んだ歯の数)なので，

$xy=720$　両辺を x で割ると，$xy\div x=720\div x$，$y=\dfrac{720}{x}$

(2)　$x=16$ を $y=\dfrac{720}{x}$ に代入すると，$y=\dfrac{720}{16}=45$　よって B は 45 回転する

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,200 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word(または一太郎)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば，FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1500 ページ)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。
RunFdData(Word 版) 【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】
RunFdData(一太郎版) 【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataTAs.exe 】
※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】

【Fd 教材開発：URL http://www.fdtext.com/dat/ Tel (092) 404-2266】