【】 試験問題 A

$\boxed{1}$ 次の計算をしなさい。

(1) $4+2\times(-3)$ (2) $-(2x)^2\div 4xy\times(-6xy)$

(3) $\dfrac{3x-y}{2}-\dfrac{4x-y}{3}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) -2 (2) $6x^2$ (3) $\dfrac{x-y}{6}$

[解説]

(1) $4+2\times(-3)=4-6=-2$

(2) $-(2x)^2\div 4xy\times(-6xy)=-4x^2\times\dfrac{1}{4xy}\times(-6xy)=6x^2$

(3) 6 で通分すると,

$$\frac{3x-y}{2}-\frac{4x-y}{3}=\frac{(3x-y)\times 3}{2\times 3}-\frac{(4x-y)\times 2}{3\times 2}=\frac{9x-3y}{6}-\frac{8x-2y}{6}$$

$$=\frac{9x-3y-(8x-2y)}{6}=\frac{9x-3y-8x+2y}{6}=\frac{x-y}{6}$$

$\boxed{2}$ 次の等式を x, y について解きなさい。

$x+2y=1$

[解答欄]

[解答] $x=-2y+1$, $y=\dfrac{-x+1}{2}$

[解説]「x について解く」という場合は, x 以外の文字は数字として扱い x の方程式と考える。$x+2y=1$ の $2y$ を右辺に移項して, $x=-2y+1$

「y について解く」という場合は, y 以外の文字は数字として扱い y の方程式と考える。$x+2y=1$, $2y=-x+1$, $y=\dfrac{-x+1}{2}$

$\boxed{3}$　次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} x=-2y+3 \\ 3x-y=16 \end{cases}$$

[解答欄]

[解答] $x=5,\ y=-1$

[解説]

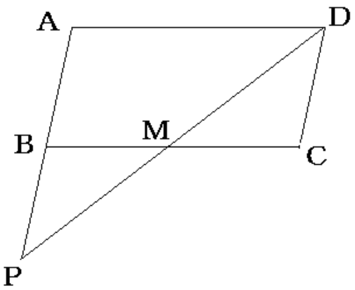
代入法で解く。$x=-2y+3$ を $3x-y=16$ に代入すると，

$3(-2y+3)-y=16,\ -6y+9-y=16,\ -7y=7$　ゆえに，$y=-1$

$y=-1$ を $x=-2y+3$ に代入すると，$x=-2\times(-1)+3=5$

$\boxed{4}$　右の図の平行四辺形 ABCD で，辺 BC の中点を M とし，DM の延長と AB の延長との交点を P とすれば，

AB＝BP となることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

△BPM と△CDM において

仮定より BM＝CM・・・①

仮定より AP // DC で錯角は等しいので，∠PBM＝∠DCM・・・②

対頂角は等しいので，∠BMP＝∠CMD・・・②

①，②，③より 1 辺と両端の角がそれぞれ等しいので，△BPM≡△CDM

合同な図形の対応する辺は等しいので，BP＝CD・・・④

四角形ABCDは平行四辺形なので，CD＝AB・・・⑤

④，⑤より，AB＝BP

$\boxed{5}$　次の式を展開しなさい。

(1) $a(2a-5)$　　(2) $(40x^2-15x)\div 5x$

(3) $(x-5)(x+2)$　　(4) $(-x+2)(-x+3)$

(5) $(x-7)(x+7)$　　(6) $(3x-y)^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $2a^2-5a$　(2) $8x-3$　(3) $x^2-3x-10$　(4) x^2-5x+6

(5) x^2-49　(6) $9x^2-6xy+y^2$

[解説]

(1) ＊$a(b+c)=ab+ac$，$(a+b)c=ac+bc$ の公式を使う。

$a(2a-5)=a\times 2a+a\times(-5)=2a^2-5a$

(2) ＊逆数を使って割り算をかけ算になおす。$(a+b)\div c=(a+b)\times\dfrac{1}{c}$

逆数は分数の分母・分子を逆にしたもの(例：$c=\dfrac{c}{1}\to\dfrac{1}{c}$，$-\dfrac{3}{2}x=-\dfrac{3x}{2}\to-\dfrac{2}{3x}$)

$(40x^2-15x)\div 5x=(40x^2-15x)\times\dfrac{1}{5x}=40x^2\times\dfrac{1}{5x}-15x\times\dfrac{1}{5x}=8x-3$

＊(2)，(3)は $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

(3) $(x-5)(x+2)=x^2+(-5+2)x-5\times 2=x^2-3x-10$

(4) $(-x+2)(-x+3)=(-x)^2+(2+3)(-x)+2\times 3=x^2-5x+6$

(5) ＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$(x-7)(x+7)=x^2-7^2=x^2-49$

(6) ＊$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

$(3x-y)^2=(3x)^2-2\times 3x\times y+y^2=9x^2-6xy+y^2$

$\boxed{6}$　次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax-bx$　　　(2) $x^2y-2xy+xy^2$

(3) $36-y^2$　　　(4) $-4x+x^2+3$

(5) $2ax^2-2ax-12a$　　　(6) $-9a^2+6ab-b^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $x(a-b)$　(2) $xy(x+y-2)$　(3) $(y+6)(-y+6)$　(4) $(x-3)(x-1)$

(5) $2a(x+2)(x-3)$　(6) $-(3a-b)^2$

[解説]

＊(1)，(2)は共通因数のくくりだし。

(1) $ax-bx=a\times x-b\times x=x(a-b)$

(2) $x^2y-2xy+xy^2=xy\times x+xy\times(-2)+xy\times y=xy(x-2+y)=xy(x+y-2)$

(3) ＊は $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。

$36-y^2=6^2-y^2=(6+y)(6-y)=(y+6)(-y+6)$

(4) ＊ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ の公式を使う。

$-4x+x^2+3=x^2-4x+3$

かけて 3，加えて -4 になる 2 数は -3，-1　よって $x^2-4x+3=(x-3)(x-1)$

＊(5)，(6)では，まず共通因数のくくり出しを行う。

(5) $2ax^2-2ax-12a=2a(x^2-x-6)$

かけて -6，加えて -1 になる 2 数は 2，-3　$2a(x^2-x-6)=2a(x+2)(x-3)$

(6)

$-9a^2+6ab-b^2=-(9a^2-6ab+b^2)=-((3a)^2-2\times 3a\times b+b^2)=-(3a-b)^2$

$\boxed{7}$　乗法公式を利用して計算しなさい。

101^2

[解答欄]

[解答] $101^2=(100+1)^2=100^2+2\times 100\times 1+1^2=10201$

[解説]

＊$101=100+1$より，$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$の公式を使うことに気づく。

$\boxed{8}$　因数分解の公式を利用して計算しなさい。

$5.5^2-4.5^2$

[解答欄]

[解答]$5.5^2-4.5^2=(5.5+4.5)\times(5.5-4.5)=10$

[解説]

＊$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$の公式を使う。

$\boxed{9}$　2, 3, 4 や 7, 8, 9 のような連続する3つの整数があります。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　中央の数の 2 乗から他の 2 つの数の積を引いた差は，常に一定の値になります。この値を求めなさい。

(2)　中央の数を n として，(1)のことがらを説明しなさい。

[解答欄]

[解答](1)　1

(2)　連続する 3 つの数を，$n-1$，n，$n+1$とすると，

(中央の数の 2 乗)＝n^2

(他の 2 つの数の積)＝$(n-1)(n+1)=n^2-1$

ゆえに，(中央の数の 2 乗)－(他の 2 つの数の

積)$=n^2-(n+1)(n-1)=n^2-(n^2-1)=1$
よって中央の数の2乗から他の2つの数の積を引いた差は，常に一定の値1になる。
[解説]
(1) $2, 3, 4$ の場合，(中央の数の 2 乗)$=3^2=9$，(他の2つの数の積)$=2\times4=8$ なので
(中央の数の 2 乗)－(他の2つの数の積)$=9-8=1$
$7, 8, 9$ の場合，(中央の数の 2 乗)－(他の2つの数の積)$=8^2-7\times9=64-63=1$
(2) 例えば，連続する 3 つの整数$5,\ 6,\ 7$ は，$5,\ 5+1,\ 5+2$ と表すことができる。一般的には，整数nを使って，$n,\ n+1,\ n+2$ と表すことができる。
真ん中の数を基準にとれば，例えば，3 つの整数$5,\ 6,\ 7$ は，$6-1,\ 6,\ 6+1$ と表すことができる。真ん中の整数をnとおくと，$n-1,\ n,\ n+1$ と表すことができる。証明問題では$n-1,\ n,\ n+1$ を使った方が計算が楽になることが多い。

【】試験問題 B

$\boxed{1}$　次の数の中で，素数であるものをすべて書きなさい。

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

[解答欄]

[解答] 2, 3, 5, 7

[解説]

7 のように1とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。1 は素数にはいれない。1 けたの素数は2, 3, 5, 7

$\boxed{2}$　次の数を素因数分解しなさい。

(1) 12　　　　(2) 72

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $2^2 \times 3$　(2) $2^3 \times 3^2$

[解説]

＊1 けたの素数2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$12 = 2^2 \times 3$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$72 = 2^3 \times 3^2$

$\boxed{3}$　次の数の平方根を求めなさい。

(1) 5　　　　(2) 16

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\pm\sqrt{5}$　(2) ± 4

[解説]

平方根ときたら±。例えば，2 乗して16になる数が16の平方根なので，＋4 だけでなく－4 もはいる。＋4 と－4 をまとめて±4 と書く。0 の平方根は0 だけであるが，それ以外の場合は±の 2 通りがある。また5の平方根のように，整数・分数・小数で表すことができないものは，$\pm\sqrt{5}$ のように±√を使って平方根を表す。

$\boxed{4}$　次の数を根号を使わずに表しなさい。

(1) $\sqrt{36}$　　(2) $-\sqrt{100}$

(3) $\sqrt{(-5)^2}$　　(4) $\left(-\sqrt{7}\right)^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) 6　(2) -10　(3) 5　(4) 7

[解説]

$*\sqrt{a^2}=a$, $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$　(ただし $a \geqq 0$)

(1) $\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$　　(2) $-\sqrt{100}=-\sqrt{10^2}=-10$

(3) $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$　　(4) $\left(-\sqrt{7}\right)^2=\left(\sqrt{7}\right)^2=7$

$\boxed{5}$　次の各組の数の大小を不等号を使って表しなさい。

(1) $\sqrt{13}$,　$\sqrt{15}$　　(2) $-\sqrt{18}$,　-4

(3) 4,　5,　$\sqrt{20}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $\sqrt{13}<\sqrt{15}$　(2) $-\sqrt{18}<-4$　(3) $4<\sqrt{20}<5$

[解説]

＊√の大小は 2 乗して比べる。$a<b$ なら $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

(1) $13<15$ なので $\sqrt{13}<\sqrt{15}$

(2) $\left(\sqrt{18}\right)^2=18$, $4^2=16$　$16<18$ なので $\sqrt{16}<\sqrt{18}$，ゆえに $4<\sqrt{18}$

両辺の符号を－にすると，不等号の向きが逆転して，$-4>-\sqrt{18}$

よって，$-\sqrt{18}<-4$

(3) $4^2=16,\ 5^2=25,\ \left(\sqrt{20}\right)^2=20$　$16<20<25$ なので，$\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$

ゆえに，$4<\sqrt{20}<5$

$\boxed{6}$　次の文で，下線部分が正しいものには○を，また，誤っているものは正しくなおしなさい。

(1)　16 の平方根は $\underline{4}$ である。

(2)　$\sqrt{(-6)^2}$　は $\underline{-6}$ である。

(3)　$\sqrt{25}$ は $\underline{\pm 5}$ である。

(4)　-6 は $\underline{-36}$ の平方根である。

(5)　0 の平方根は $\underline{0}$ である。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1)　± 4　(2)　6　(3)　5　(4)　36　(5)　○

[解説]

(1)　＊平方根ときたら±。2 乗して 16 になる数が 16 の平方根なので，$+4$ だけでなく -4 もはいる。$+4$ と -4 をあわせて ± 4 と書く。

(2)　$\sqrt{(-6)^2}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$　$\sqrt{a}$ は 0 以上でマイナスになることはない。

(3)　$\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$　$\sqrt{a}$ は 0 以上でマイナスになることはない。

(4) 2 乗して負の数 -36 になる数は存在しない。36 の平方根は $+6$ と -6

(5)　0 の平方根は 0 だけであるが，それ以外の場合は±の 2 通りがある。

$\boxed{7}$　次の数を$\sqrt{a}$の形になおしなさい。

(1) $3\sqrt{2}$　　　　(2) $4\sqrt{5}$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\sqrt{18}$　(2) $\sqrt{80}$

[解説]

$\ast\ a\sqrt{b}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b}=\sqrt{a^2\times b}$

(1) $3=\sqrt{3^2}=\sqrt{9}$なので，$3\sqrt{2}=\sqrt{9}\times\sqrt{2}=\sqrt{9\times 2}=\sqrt{18}$

(2) $4=\sqrt{4^2}=\sqrt{16}$なので，$4\sqrt{5}=\sqrt{16}\times\sqrt{5}=\sqrt{16\times 5}=\sqrt{80}$

$\boxed{8}$　次の数を$a\sqrt{b}$の形に表しなさい。

(1) $\sqrt{32}$　　　　(2) $\sqrt{75}$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $4\sqrt{2}$　(2) $5\sqrt{3}$

[解説]

$\ast\ \sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$をつかって√の中を簡単な数にする($a^2$ ： 4, 9, 16, 25, 36, 49など)

(1) $\sqrt{32}=\sqrt{16\times 2}=\sqrt{4^2\times 2}=\sqrt{4^2}\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{75}=\sqrt{25\times 3}=\sqrt{5^2\times 3}=\sqrt{5^2}\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{75}=\sqrt{25\times 3}=\sqrt{5^2\times 3}=5\sqrt{3}$

$\boxed{9}$　次の数を分母に根号がない形に表しなさい。

(1) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$　　　　(2) $\dfrac{6}{\sqrt{12}}$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　(2) $\sqrt{3}$

[解説]

＊分母に√があるときは，分母・分子にそのルートをかけて分母を有理化する。

(1) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

(2) まず分母の $\sqrt{12}$ を簡単な形にする。

$$\frac{6}{\sqrt{12}}=\frac{6}{\sqrt{4\times3}}=\frac{6}{2\sqrt{3}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$$

$\boxed{10}$　$\sqrt{5}=2.236$,　$\sqrt{50}=7.071$ として，次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{500}$　　(2) $\sqrt{0.5}$　　(3) $\sqrt{\dfrac{5}{16}}$　　(4) $\sqrt{2000}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) 22.36　(2) 0.7071　(3) 0.559　(4) 44.72

[解説]

＊$\sqrt{10\cdots\times a}=10\cdots\sqrt{a}$ の形に変形する。$10\cdots$ の 0 の個数は偶数にする。

例) $\sqrt{300}=\sqrt{100\times3}=10\sqrt{3}$,　$\sqrt{3000}=\sqrt{100\times30}=10\sqrt{30}$,

$\sqrt{30000}=\sqrt{10000\times3}=100\sqrt{3}$,　$\sqrt{300000}=\sqrt{10000\times30}=100\sqrt{30}$

(1) $\sqrt{500}=\sqrt{100\times5}=10\sqrt{5}=22.36$

＊$\sqrt{0.\cdots a}$ は分数の形にする。分母の 0 の個数は偶数にする。

例) $\sqrt{0.3}=\sqrt{\dfrac{3}{10}}=\sqrt{\dfrac{30}{100}}=\dfrac{\sqrt{30}}{10}$,　$\sqrt{0.03}=\sqrt{\dfrac{3}{100}}=\dfrac{\sqrt{3}}{10}$

(2) $\sqrt{0.5}=\sqrt{\dfrac{5}{10}}=\sqrt{\dfrac{50}{100}}=\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{100}}=\dfrac{\sqrt{50}}{10}=0.7071$

(3) $\sqrt{\dfrac{5}{16}}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{16}}=\dfrac{\sqrt{5}}{4}=\dfrac{2.236}{4}=0.559$

(4) ＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ を使って式を簡単な形にする。

$\sqrt{2000}=\sqrt{400\times5}=20\sqrt{5}=44.72$

$\boxed{11}$ 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{5}$

(2) $2\sqrt{2}\times\sqrt{3}$

(3) $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}$

(4) $-\sqrt{24}\div\sqrt{6}$

(5) $2\sqrt{3}\times\sqrt{6}$

(6) $\sqrt{45}\times\sqrt{15}$

(7) $\sqrt{75}\div5\sqrt{2}\times\sqrt{6}$

(8) $3\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

(9) $5\sqrt{2}-\sqrt{2}$

(10) $8\sqrt{7}-4\sqrt{6}-2\sqrt{7}+5\sqrt{6}$

(11) $\sqrt{12}+\sqrt{48}$

(12) $4\sqrt{7}-\sqrt{49}+3\sqrt{28}$

(13) $3\sqrt{50}-7\sqrt{18}+4\sqrt{8}$

(14) $\sqrt{5}-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

(15) $\sqrt{3}+\sqrt{27}-\dfrac{12}{\sqrt{3}}$

(16) $\sqrt{2}\left(\sqrt{6}+3\right)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	(15)
(16)		

[解答](1) $\sqrt{15}$　(2) $2\sqrt{6}$　(3) $\sqrt{3}$　(4) -2　(5) $6\sqrt{2}$　(6) $15\sqrt{3}$　(7) 3
(8) $5\sqrt{2}$　(9) $4\sqrt{2}$　(10) $6\sqrt{7}+\sqrt{6}$　(11) $6\sqrt{3}$　(12) $10\sqrt{7}-7$　(13) $2\sqrt{2}$
(14) $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$　(15) 0　(16) $2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

[解説]

＊(1)～(7) $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$， $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$　同じ√の傘の中に入れる

＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中を簡単な数にする(a^2 ：4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{3\times5}=\sqrt{15}$
(2) $2\sqrt{2}\times\sqrt{3}=2\sqrt{2\times3}=2\sqrt{6}$
(3) $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\dfrac{18}{6}}=\sqrt{3}$
(4) $-\sqrt{24}\div\sqrt{6}=-\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}=-\sqrt{\dfrac{24}{6}}=-\sqrt{4}=-2$
(別解)$-\sqrt{24}\div\sqrt{6}=-\sqrt{24\div6}=-\sqrt{4}=-2$
(5) $2\sqrt{3}\times\sqrt{6}=2\sqrt{18}=2\sqrt{9\times2}=2\times3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$
(6) $\sqrt{45}\times\sqrt{15}=\sqrt{45\times15}=\sqrt{15\times3\times15}=\sqrt{15^2\times3}=15\sqrt{3}$
(7) $\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=5\sqrt{3}$ なので,

$$\sqrt{75}\div5\sqrt{2}\times\sqrt{6}=\frac{5\sqrt{3}\times\sqrt{6}}{5\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{3\times6}{2}}=\sqrt{9}=3$$

＊$a\sqrt{2}+b\sqrt{2}=(a+b)\sqrt{2}$ ：文字式と同じように同類項はまとめることができる。
(8) $3\sqrt{2}+2\sqrt{2}=(3+2)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$
(9) $5\sqrt{2}-\sqrt{2}=(5-1)\sqrt{2}=4\sqrt{2}$
(10) $8\sqrt{7}-4\sqrt{6}-2\sqrt{7}+5\sqrt{6}=(8-2)\sqrt{7}+(-4+5)\sqrt{6}=6\sqrt{7}+\sqrt{6}$
＊√の中をもっとも簡単な形にして，同類項を整理する。
(11) $\sqrt{12}+\sqrt{48}=\sqrt{4\times3}+\sqrt{16\times3}=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=6\sqrt{3}$
(12) $4\sqrt{7}-\sqrt{49}+3\sqrt{28}=4\sqrt{7}-7+3\sqrt{4\times7}=4\sqrt{7}-7+6\sqrt{7}=10\sqrt{7}-7$
(13)
$3\sqrt{50}-7\sqrt{18}+4\sqrt{8}=3\sqrt{25\times2}-7\sqrt{9\times2}+4\sqrt{4\times2}=15\sqrt{2}-21\sqrt{2}+8\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

＊分母に√があるときは，分母・分子にそのルートをかけて分母を有理化する。

(14) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{1\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ なので，$\sqrt{5}-\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{5}=\dfrac{5\sqrt{5}}{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{5}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

(15) $\sqrt{27}=\sqrt{9\times3}=3\sqrt{3}$，$\dfrac{12}{\sqrt{3}}=\dfrac{12\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{12\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$ なので，

$\sqrt{3}+\sqrt{27}-\dfrac{12}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}+3\sqrt{3}-4\sqrt{3}=0$

(16) $\sqrt{2}\left(\sqrt{6}+3\right)=\sqrt{2\times6}+3\sqrt{2}=\sqrt{12}+3\sqrt{2}=\sqrt{4\times3}+3\sqrt{2}=2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

$\boxed{12}$　次の問いに答えなさい。

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ を計算しなさい。

(2) $\dfrac{5}{\sqrt{2}}-2\sqrt{6}\times\sqrt{12}$ を計算しなさい。

(3) $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ を分母に根号がない形になおしなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ (2) $-\dfrac{19\sqrt{2}}{2}$ (3) $\dfrac{\sqrt{21}-3\sqrt{5}}{3}$

[解説]

＊分母に√があるときは，分母・分子にそのルートをかけて分母を有理化する。

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}\times\dfrac{2\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+\dfrac{1\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

$=\dfrac{\sqrt{6}}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

(2) $\dfrac{5}{\sqrt{2}}-2\sqrt{6}\times\sqrt{12}=\dfrac{5\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-2\sqrt{6\times12}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{6^2\times2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-12\sqrt{2}$

$=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-\dfrac{24\sqrt{2}}{2}=-\dfrac{19\sqrt{2}}{2}$

(3) $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\left(\sqrt{7}-\sqrt{15}\right)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{3}-\sqrt{15}\times\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{21}-\sqrt{45}}{3}$

$=\dfrac{\sqrt{21}-3\sqrt{5}}{3}$

13 体積が 720 cm³，高さが 5 cm の正四角柱がある。底面の 1 辺の長さを求めなさい。

[解答欄]

[解答] 12 cm

[解説]

正四角柱の底辺は正方形で，(柱の体積)＝(底面積)×(高さ)

底辺の正方形の 1 辺を x cm とすると，

(柱の体積)＝(底面積)×(高さ)＝ $x^2\times5=720$

ゆえに， $x^2=720\div5=144=12^2$ ， $x>0$ なので $x=12$

ゆえに，底面の 1 辺の長さは 12 cm

14 次の問いに答えなさい。

(1) $3.4<\sqrt{a}<4$ をみたす自然数 a の値をすべて求めなさい。

(2) 252 にできるだけ小さい自然数 a をかけて, 積が自然数の平方になるようにしたい。 a を求めなさい。

(3) $\sqrt{13-a}$ の値が整数となるような，正の整数 a の値をすべて求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $12,\ 13,\ 14,\ 15$ (2) 7 (3) $4,\ 9,\ 12,\ 13$

[解説]

(1) $3.4<\sqrt{a}<4$ の各辺を 2 乗して， $11.56<a<16$

これを満たす自然数 a は $a=12,13,14,15$

(2) $252=2^2\times3^2\times7$ 平方数になるには各因数の指数が偶数になればよい。したがって 7 をかけると， $252\times7=2^2\times3^2\times7^2=\left(2\times3\times7\right)^2=42^2$ となる

(3) $\sqrt{13-a}$ が整数となるためには，$13-a$ がある整数の 2 乗になることが必要。

$13-a<13$ なので，これを満たすのは，$13-a=0, 1, 2^2, 3^2$ のとき

$13-a=0$ のとき，$-a=-13$，$a=13$

$13-a=1$ のとき，$-a=1-13$, $-a=-12$，$a=12$

$13-a=2^2$ のとき，$-a=4-13$, $-a=-9$，$a=9$

$13-a=3^2$ のとき，$-a=9-13$, $-a=-4$，$a=4$　ゆえに，　$a=4,\ 9,\ 12,\ 13$

【】試験問題 C

$\boxed{1}$　次の文の(　　　)にあてはまることばを書きなさい。

多項式 x^2+3x+2 は，$x+1$ と $x+2$ の積として表すことができる。このとき，$x+1$ と $x+2$ を x^2+3x+2 の(　　　)という。

[解答欄]

[解答]因数

$\boxed{2}$　次の計算をしなさい。

(1) $2x(3x-5y)$　　(2) $(3a+2b-1)(-6a)$

(3) $(8a^2b+2b)\div(-2b)$　　(4) $(6xy-2xy^2)\div\dfrac{2}{3}x$

(5) $2a(a+3)+a(2-a)$　　(6) $4x(x-3)-2x(3x-6)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $6x^2-10xy$　(2) $-18a^2-12ab+6a$　(3) $-4a^2-1$　(4) $9y-3y^2$

(5) a^2+8a　(6) $-2x^2$

[解説]

＊(1)，(2) $a(b+c)=ab+ac$，$(a+b)c=ac+bc$ の公式を使う。

(1) $2x(3x-5y)=2x\times3x+2x\times(-5y)=6x^2-10xy$

(2)

$(3a+2b-1)(-6a)=3a\times(-6b)+2b\times(-6b)-1\times(-6a)=-18ab-12b^2+6a$

＊(3)，(4) ＊逆数を使って割り算をかけ算になおす。$(a+b)\div c=(a+b)\times\dfrac{1}{c}$

逆数は分数の分母・分子を逆にしたもの(例：$c=\dfrac{c}{1}\to\dfrac{1}{c}$，$-\dfrac{3}{2}x=-\dfrac{3x}{2}\to-\dfrac{2}{3x}$)

(3) $(8a^2b+2b)\div(-2b)=(8a^2b+2b)\times\left(-\dfrac{1}{2b}\right)=8a^2b\times\left(-\dfrac{1}{2b}\right)+2b\times\left(-\dfrac{1}{2b}\right)$

$=-4a^2-1$

(4) $\left(6xy-2xy^2\right)\div\frac{2}{3}x=\left(6xy-2xy^2\right)\times\frac{3}{2x}=6xy\times\frac{3}{2x}-2xy^2\times\frac{3}{2x}=9y-3y^2$

＊(5), (6) $a(b+c)=ab+ac$ で展開してから同類項をまとめる。

(5) $2a(a+3)+a(2-a)=2a^2+6a+2a-a^2=a^2+8a$

(6) $4x(x-3)-2x(3x-6)=4x^2-12x-6x^2+12x=-2x^2$

$\boxed{3}$ 次の式を展開しなさい。

(1) $(x-3)(y+2)$

(2) $(2a-b)(3a+4b)$

(3) $(x+3)(x+2y-4)$

(4) $(x+2)(x+7)$

(5) $(a-4)(a+4)$

(6) $(x+9)^2$

(7) $(y-7)^2$

(8) $(x-6)(x+5)$

(9) $(x+8)(8-x)$

(10) $(6+a)^2$

(11) $(7x-4y)(7x+4y)$

(12) $(2x+7)(2x+3)$

(13) $(3x-4y)^2$

(14) $(-5a+3)(-5a-6)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	

[解答](1) $xy+2x-3y-6$ (2) $6a^2+5ab-4b^2$ (3) $x^2+2xy-x+6y-12$

(4) $x^2+9x+14$ (5) a^2-16 (6) $x^2+18x+81$ (7) $y^2-14y+49$

(8) x^2-x-30 (9) $-x^2+64$ (10) $a^2+12a+36$ (11) $49x^2-16y^2$

(12) $4x^2+20x+21$ (13) $9x^2-24xy+16y^2$ (14) $25a^2+15a-18$

[解説]

＊(1)～(3)は $(a+b)(c+d)=\overset{①}{ac}+\overset{②}{ad}+\overset{③}{bc}+\overset{④}{bd}$ の公式を使う。

(1) $(x-3)(y+2)=xy+2x-3y-6$

(2) $(2a-b)(3a+4b)=6a^2+8ab-3ab-4b^2=6a^2+5ab-4b^2$

(3) $(x+3)(x+2y-4)=x^2+2xy-4x+3x+6y-12=x^2+2xy-x+6y-12$

(4) ＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

$(x+2)(x+7)=x^2+(2+7)x+2\times 7=x^2+9x+14$

(5) ＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$(a-4)(a+4)=a^2-4^2=a^2-16$

＊(6), (7) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

(6) $(x+9)^2=x^2+2\times x\times 9+9^2=x^2+18x+81$

(7) $(y-7)^2=y^2-2\times y\times 7+7^2=y^2-14y+49$

(8) $(x-6)(x+5)=x^2+(-6+5)x+(-6)\times 5=x^2-x-30$

(9) $(x+8)(8-x)=(8+x)(8-x)=64-x^2=-x^2+64$

(10) $(6+a)^2=(a+6)^2=a^2+2\times a\times 6+6^2=a^2+12a+36$

(11) $(7x-4y)(7x+4y)=(7x)^2-(4y)^2=49x^2-16y^2$

(12) $(2x+7)(2x+3)=(2x)^2+(7+3)\times 2x+7\times 3=4x^2+20x+21$

(13) $(3x-4y)^2=(3x)^2-2\times 3x\times 4y+(4y)^2=9x^2-24xy+16y^2$

(14) $(-5a+3)(-5a-6)=(-5a)^2+(3-6)\times(-5a)+3\times(-6)=25a^2+15a-18$

$\boxed{4}$　次の計算をしなさい。

(1) $3(x+4)^2-(x+5)(x-5)$　　(2) $4(2a-1)^2-(a-3)(a+1)$

(3) $(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}-4)$　　(4) $(3\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $2x^2+24x+73$　(2) $15a^2-14a+7$　(3) $14-7\sqrt{2}$　(4) $48+6\sqrt{15}$

[解説]

(1)＊$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$3(x+4)^2-(x+5)(x-5)=3(x^2+8x+16)-(x^2-25)=3x^2+24x+48-x^2+25$

$=2x^2+24x+73$

(2) ＊$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

$4(2a-1)^2-(a-3)(a+1)=4(4a^2-4a+1)-(a^2-2a-3)=16a^2-16a+4-a^2+2a+3$
$=15a^2-14a+7$

(3)＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

$(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}-4)=(\sqrt{2})^2+(-3-4)\sqrt{2}+12=2-7\sqrt{2}+12=14-7\sqrt{2}$

(4) ＊$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ の公式を使う。

$(3\sqrt{5}+\sqrt{3})^2=(3\sqrt{5})^2+2\times3\sqrt{5}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=45+6\sqrt{15}+3=48+6\sqrt{15}$

$\boxed{5}$　$x=2+\sqrt{3}$，$y=2-\sqrt{3}$ のとき，次の式の値を求めなさい。

(1) $xy-y^2$　　(2) $x^2+2xy+y^2$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $-6+4\sqrt{3}$　(2) 16

[解説]

x，y の値をそのまま代入しても答えは出るが，因数分解の公式を使って，式を変形し，変形したものに x，y を代入すると計算が簡単なように問題が作られている。

(1) $xy-y^2=y(x-y)=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3})=(2-\sqrt{3})\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}-6$

(2) ＊$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ の公式を使う。

$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=(2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3})^2=16$

$\boxed{6}$　次の式を，くふうして計算しなさい。途中の計算過程がはっきり分かるように書きなさい。

(1) 105×95　　(2) 42^2

[解答欄]

(1)
(2)

[解答](1) $105\times95=(100+5)\times(100-5)=100^2-5^2=9975$

(2) $42^2=(40+2)^2=40^2+2\times40\times2+2^2=1764$

[解説]

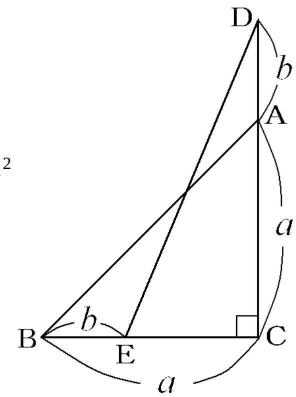
(1) $105=100+5,\ 95=100-5$ より $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使うことに気づく。

(2) $42=40+2$ より $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ の公式を使うことに気づく。

$\boxed{7}$ 直角をはさむ 2 辺の長さが a cm の直角二等辺三角形がある。その 2 辺のうちの一方を b cm 長くし，他方を b cm 短くして直角三角形を作るとき，面積は何 cm² 小さくなりますか。

[解答欄]

[解答] $\frac{1}{2}b^2$ cm² だけ小さくなる



[解説]

(もとの三角形 ABC の面積)＝$\frac{1}{2}\times$BC×AC＝$\frac{1}{2}\times a\times a=\frac{1}{2}a^2$ cm²

EC＝BC－BE＝$a-b$ cm

DC＝AC＋DA＝$a+b$ cm なので，

(変形後の三角形 DEC の面積)＝$\frac{1}{2}\times$EC×DC

$=\frac{1}{2}\times(a-b)\times(a+b)=\frac{1}{2}(a^2-b^2)=\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}b^2$ cm²

ゆえに，(変形後の三角形 DEC の面積)－(もとの三角形 ABC の面積)

$=\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}b^2-\frac{1}{2}a^2=-\frac{1}{2}b^2$ cm²

よって，変形後の三角形 DEC の面積は，三角形 ABC の面積より $\frac{1}{2}b^2$ cm² だけ小さくなる

$\boxed{8}$　次の[　　]にあてはまる式を書きなさい。

(1) $(x+a)(x+b)=x^2+([\quad])x+[\quad]$

(2) $x^2-a^2=([\quad])([\quad])$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $a+b$, ab　(2) $x+a$, $x-a$

$\boxed{9}$　次の式を因数分解しなさい。

(1) $6ax-2bx$

(2) x^2+7x+6

(3) x^2-16

(4) $4a^2b-6ab^2-10ab$

(5) $y^2+18y+81$

(6) $a^2+13a+30$

(7) $x^2-12x+36$

(8) $4a^2-49b^2$

(9) $x^2-20xy+100y^2$

(10) x^2+x-20

(11) $9x^2+30xy+25y^2$

(12) $x^2-\frac{y^2}{9}$

(13) $5a^2-45a+100$

(14) $6a^2b-24b$

(15) $-3x^2+18x-27$

(16) $2x^2y-2xy-12y$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	(15)
(16)		

[解答](1) $2x(3a-b)$　(2) $(x+1)(x+6)$　(3) $(x+4)(x-4)$

(4) $2ab(2a-3b-5)$　(5) $(y+9)^2$　(6) $(a+3)(a+10)$　(7) $(x-6)^2$

(8) $(2a+7b)(2a-7b)$　(9) $(x-10y)^2$　(10) $(x+5)(x-4)$　(11) $(3x+5y)^2$

(12) $\left(x+\dfrac{y}{3}\right)\left(x-\dfrac{y}{3}\right)$　(13) $5(a-4)(a-5)$　(14) $6b(a+2)(a-2)$

(15) $-3(x-3)^2$　(16) $2y(x+2)(x-3)$

[解説]

(1) ＊共通因数のくくりだし。$6ax-2bx=2x\times 3a+2x\times(-b)=2x(3a-b)$

(2) ＊$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$の公式を使う。

かけて6，加えて7になる 2 数は$1,\ 6$　ゆえに，$x^2+7x+6=(x+1)(x+6)$

(3) ＊$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$の公式を使う。$x^2-16=x^2-4^2=(x+4)(x-4)$

(4) ＊共通因数のくくりだし。

$4a^2b-6ab^2-10ab=2ab\times 2a+2ab\times(-3b)+2ab\times(-5)=2ab(2a-3b-5)$

(5) ＊$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$の公式を使う。(両端がともに 2 乗の場合)

$y^2+18y+81=y^2+2\times 9\times y+9^2=(y+9)^2$

(6) かけて30，加えて13になる 2 数は$3,\ 10$なので，$a^2+13a+30=(a+3)(a+10)$

(7) ＊$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$の公式を使う。(両端がともに 2 乗の場合)

$x^2-12x+36=x^2-2\times 6\times x+6^2=(x-6)^2$

(8) ＊$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$の公式を使う。

$4a^2-49b^2=(2a)^2-(7b)=(2a+7b)(2a-7b)$

(9) ＊$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$の公式を使う。(両端がともに 2 乗の場合)

$x^2-20xy+100y^2=x^2-2\times x\times 10y+(10y)^2=(x-10y)^2$

(10) かけて-20，加えて$+1$になる 2 数は$5,\ -4$　ゆえに，$x^2+x-20=(x+5)(x-4)$

(11) ＊$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$の公式を使う。(両端がともに 2 乗の場合)

$9x^2+30xy+25y^2=(3x)^2+2\times 3x\times 5y+(5y)^2=(3x+5y)^2$

(12) ＊$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$の公式を使う。

$$x^2-\frac{y^2}{9}=x^2-\left(\frac{y}{3}\right)^2=\left(x+\frac{y}{3}\right)\left(x-\frac{y}{3}\right)$$

＊(13)～(15) まず共通因数のくくり出しを行う。

(13) $5a^2-45a+100=5(a^2-9a+20)$

かけて20，加えて-9になる 2 数は$-4,\ -5$

ゆえに，$5(a^2-9a+20)=5(a-4)(a-5)$

(14) $6a^2b-24b=6b(a^2-4)=6b(a+2)(a-2)$

(15) $-3x^2+18x-27=-3\left(x^2-6x+9\right)=-3(x-3)^2$

(16) $2x^2y-2xy-12y=2y\left(x^2-x-6\right)=2y(x+2)(x-3)$

【】試験問題 D

$\boxed{1}$　次の式を計算しなさい。

(1) $-5-(-7)$　　(2) $8ab^2 \div 2a^3 \times 3ab$

(3) $\frac{1}{4}(x+2y)-\frac{1}{6}(x+3y)$　　(4) $(9a^2b-6ab^2+3ab) \div 3ab$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) 2　(2) $\frac{12b^3}{a}$　(3) $\frac{1}{12}x$　(4) $3a-2b+1$

[解説]

(1) $-5-(-7)=-5+7=2$

(2) $8ab^2 \div 2a^3 \times 3ab = 8ab^2 \times \frac{1}{2a^3} \times 3ab = \frac{12b^3}{a}$

(3) ＊$a(b+c)=ab+ac$ の公式を使う。

$$\frac{1}{4}(x+2y)-\frac{1}{6}(x+3y)=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}y-\frac{1}{6}x-\frac{1}{2}y=\frac{3}{12}x-\frac{2}{12}x=\frac{1}{12}x$$

(4) ＊$(a+b+c)\div d = a \div d + b \div d + c \div d$ の公式を使う。

$$(9a^2b-6ab^2+3ab)\div 3ab = 9a^2b \div 3ab - 6ab^2 \div 3ab + 3ab \div 3ab = 3a-2b+1$$

$\boxed{2}$　次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)(x+4)$　　(2) $(2x+1)(2x-3)$

(3) $(x+7)^2$　　(4) $(2x-y)^2$

(5) $(x-8)(x+8)$　　(6) $(2x+3y)(2x-3y)$

(7) $(x-5)(x-4)+(x+6)^2$　　(8) $(3x+2)^2-(3x+5)(3x-5)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $x^2+7x+12$　(2) $4x^2-4x-3$　(3) $x^2+14x+49$

(4) $4x^2-4xy+y^2$　(5) x^2-64　(6) $4x^2-9y^2$　(7) $2x^2+3x+56$

(8) $12x+29$

[解説]

＊(1), (2)は$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$の公式を使う。

(1) $(x+3)(x+4)=x^2+(3+4)x+3\times 4=x^2+7x+12$

(2) $(2x+1)(2x-3)=(2x)^2+(1-3)\times 2x+1\times(-3)=4x^2-4x-3$

＊(3), (4)は$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$の公式を使う。

(3) $(x+7)^2=x^2+2\times 7\times x+7^2=x^2+14x+49$

(4) $(2x-y)^2=(2x)^2-2\times 2x\times y+y^2=4x^2-4xy+y^2$

＊(5), (6)は$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使う。

(5) $(x-8)(x+8)=x^2-8^2=x^2-64$

(6) $(2x+3y)(2x-3y)=(2x)^2-(3y)^2=4x^2-9y^2$

(7) ＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$の公式を使う。

$(x-5)(x-4)+(x+6)^2=x^2-9x+20+x^2+12x+36=2x^2+3x+56$

(8) ＊$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使う。

$(3x+2)^2-(3x+5)(3x-5)=9x^2+12x+4-(9x^2-25)=9x^2+12x+4-9x^2+25$

$=12x+29$

$\boxed{3}$　次の式を因数分解しなさい。

(1) $5x^2-10xy$　　(2) $x^2-15x+36$

(3) $x^2+8x+16$　　(4) x^2-100

(5) $2x^2-2x+\dfrac{1}{2}$　　(6) $3x^2y-36xy^2+3x^3$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $5x(x-2y)$　(2) $(x-3)(x-12)$　(3) $(x+4)^2$　(4) $(x+10)(x-10)$

(5) $\dfrac{1}{2}(2x-1)^2$　(6) $3x(x+4y)(x-3y)$

[解説]

(1) ＊$aM+bM=M(a+b)$, $Ma+Mb=M(a+b)$：共通因数のくくり出し

$5x^2-10xy=5x\times x+5x\times(-2y)=5x(x-2y)$

(2) ＊$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$の公式を使う。

かけて36，加えて-15になる 2 数は-3, -12なので，

$x^2-15x+36=(x-3)(x-12)$

(3) ＊$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$の公式を使う。

$x^2+8x+16=x^2+2\times x\times 4+4^2=(x+4)^2$

(4) ＊$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$の公式を使う。

$x^2-100=x^2-10^2=(x+10)(x-10)$

(5) 少し難しい問題　$2x^2-2x+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times 4x^2-\frac{1}{2}\times 4x+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(4x^2-4x+1)$

$=\frac{1}{2}((2x)^2-2\times 2x\times 1+1^2)=\frac{1}{2}(2x-1)^2$

(6) まず共通因数の$3x$でくくり出す。

$3x^2y-36xy^2+3x^3=3x(xy-12y^2+x^2)=3x(x^2+yx-12y^2)$

かけて$-12y^2$，加えてyになる 2 数は$4y$, $-3y$なので

(式)$=3x(x+4y)(x-3y)$

$\boxed{4}$　次の問いに答えなさい。

(1)　$x=67$, $y=33$のとき，$x^2+2xy+y^2$の値を求めなさい。

(2)　$x=\frac{1}{2}$, $y=-2$のとき，$(2x+y)^2-4xy$の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　10000　(2)　5

[解説]

因数分解，式の展開を使って式を変形してから数値を代入する。

(1) 因数分解の公式　$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$を使う。

$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=(67+33)^2=100^2=10000$

(2) 式を展開して代入。$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$を使う。

$$(2x+y)^2-4xy=4x^2+4xy+y^2-4xy=4x^2+y^2=4\times\frac{1}{4}+4=5$$

$\boxed{5}$ 次のア～カのうち，正しいものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア　16の平方根は4である。

イ　$\sqrt{(-3)^2}$ は-3に等しい。

ウ　$\sqrt{25}$ は±5である。

エ　$\left(-\sqrt{4}\right)^2$ は4に等しい。

オ　$\sqrt{0.9}$ は0.3に等しい。

カ　$-\sqrt{49}$ は-7である。

[解答欄]

[解答]エ，カ

[解説]

ア 16の平方根は±4

＊平方根ときたら±。2乗して16になる数が16の平方根なので，＋4だけでなく－4もはいる。＋4と－4をあわせて±4と書く。

イ $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$　$\sqrt{a}$ は0以上でマイナスになることはない。

ウ $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$　$\sqrt{a}$ は0以上でマイナスになることはない。

エ $\left(-\sqrt{4}\right)^2=\left(-\sqrt{4}\right)\times\left(-\sqrt{4}\right)=+\left(\sqrt{4}\right)^2=4$

オ $0.3^2=0.09$なので，0.3に等しいのは$\sqrt{0.09}$

カ $-\sqrt{49}=-\sqrt{7^2}=-7$

$\boxed{6}$　次の各組の大小を不等号を使って書きなさい。

(1) $6,\ \sqrt{35}$　　(2) $\sqrt{3},\ 1.8$　　(3) $-10,\ -\sqrt{101}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $\sqrt{35}<6$　(2) $\sqrt{3}<1.8$　(3) $-\sqrt{101}<-10$

[解説]

＊√の大小は2乗して比べる。$a<b$ なら $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

(1) $6^2=36,\ \left(\sqrt{35}\right)^2=35$　$35<36$ なので $\sqrt{35}<\sqrt{36}$，ゆえに，$\sqrt{35}<6$

(2) $\left(\sqrt{3}\right)^2=3,\ 1.8^2=3.24$，$3<3.24$ なので $\sqrt{3}<\sqrt{3.24}$，ゆえに $\sqrt{3}<1.8$

(3) $10^2=100,\ \left(\sqrt{101}\right)^2=101$　$100<101$ なので $\sqrt{100}<\sqrt{101}$,

ゆえに $10<\sqrt{101}$　両辺の符号を－にすると，不等号の向きが逆転して，

$-10>-\sqrt{101}$，よって $-\sqrt{101}<-10$

$\boxed{7}$　$\sqrt{3}=1.732,\ \sqrt{30}=5.477$ のとき，$a\sqrt{b}$ の形にして，次のおよその値を求めなさい。

(1) $\sqrt{75}$　　(2) $\sqrt{0.3}$　　(3) $\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $5\sqrt{3}$，8.66　(2) $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$，0.5477　(3) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，0.866

[解説]

(1) $\sqrt{75}=\sqrt{25\times 3}=5\sqrt{3}=8.66$

＊$\sqrt{0.\cdots a}$ は分数の形にする。分母の0の個数は偶数にする。

例) $\sqrt{0.03}=\sqrt{\dfrac{3}{100}}=\dfrac{\sqrt{3}}{10}$，$\sqrt{0.003}=\sqrt{\dfrac{3}{1000}}=\sqrt{\dfrac{30}{10000}}=\dfrac{\sqrt{30}}{100}$

(2) $\sqrt{0.3}=\sqrt{\dfrac{3}{10}}=\sqrt{\dfrac{30}{100}}=\dfrac{\sqrt{30}}{10}=0.5477$

(3) $\sqrt{\dfrac{3}{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=0.866$

$\boxed{8}$　次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{6}\times\sqrt{5}$　　(2) $\sqrt{70}\div\sqrt{10}$

(3) $\sqrt{12}\times\sqrt{3}$　　(4) $2\sqrt{6}\times\left(-4\sqrt{3}\right)$

(5) $6\sqrt{27}\div2\sqrt{3}$　　(6) $\dfrac{\sqrt{3}}{8}\div\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

(7) $6\sqrt{2}\div\sqrt{6}\times5\sqrt{5}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

[解答](1) $\sqrt{30}$　(2) $\sqrt{7}$　(3) 6　(4) $-24\sqrt{2}$　(5) 9　(6) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　(7) $10\sqrt{15}$

[解説]

＊$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$，$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$　同じ√の傘の中に入れる

＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中を簡単な数にする(a^2 ：4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

(1) $\sqrt{6}\times\sqrt{5}=\sqrt{6\times5}=\sqrt{30}$

(2) $\sqrt{70}\div\sqrt{10}=\dfrac{\sqrt{70}}{\sqrt{10}}=\sqrt{\dfrac{70}{10}}=\sqrt{7}$

(別解)$\sqrt{70}\div\sqrt{10}=\sqrt{70\div10}=\sqrt{7}$

(3) $\sqrt{12}\times\sqrt{3}=\sqrt{12\times3}=\sqrt{36}=6$

(別解) $\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$ なので,

$\sqrt{12}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}\times\sqrt{3}=2\times\left(\sqrt{3}\right)^2=2\times3=6$

(4) ＊×算で有理数は有理数どうし，√は√どうし計算する。

$$2\sqrt{6}\times\left(-4\sqrt{3}\right)=2\times(-4)\times\sqrt{6\times3}=-8\times\sqrt{18}=-8\times\sqrt{9\times2}=-8\times3\sqrt{2}=-24\sqrt{2}$$

(5) $6\sqrt{27}\div2\sqrt{3}=\dfrac{6\sqrt{27}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{6}{2}\times\sqrt{\dfrac{27}{3}}=3\times\sqrt{9}=3\times3=9$

(別解) $6\sqrt{27}\div2\sqrt{3}=(6\div2)\times\sqrt{27\div3}=3\times\sqrt{9}=3\times3=9$

＊(6)，(7)必要に応じて割り算は逆数にしてかけ算になおす。

(6)

$$\frac{\sqrt{3}}{8}\div\frac{\sqrt{6}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{8}\times\frac{4}{\sqrt{6}}=\frac{4}{8}\times\sqrt{\frac{3}{6}}=\frac{1}{2}\times\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\times\sqrt{\frac{2}{4}}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

(7)

$$6\sqrt{2}\div\sqrt{6}\times5\sqrt{5}=6\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{6}}\times5\sqrt{5}=6\times5\times\sqrt{\frac{2\times5}{6}}=30\sqrt{\frac{5}{3}}=30\sqrt{\frac{15}{9}}=30\times\frac{\sqrt{15}}{3}=10\sqrt{15}$$

$\boxed{9}$ 次の条件にあてはまる整数 a をすべて求めなさい。

(1) $1<\sqrt{a}<2$　　(2) $\sqrt{5}<a<\sqrt{60}$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $a=2,\ 3$　(2) $a=3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7$

[解説]

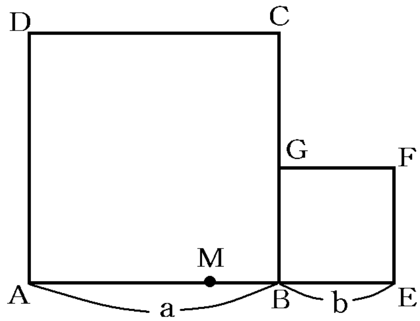
(1) $1<\sqrt{a}<2$ の各辺を 2 乗すると，$1<a<4$　a は整数なので，$a=2,\ 3$

(2) $\sqrt{5}<a<\sqrt{60}$ の各辺を 2 乗すると，$5<a^2<60$

$2^2=4,\ 3^2=9,\cdots7^2=49,\ 8^2=64$ なので，$5<a^2<60$ を満たすのは

$a=3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7$

$\boxed{10}$　右の図で，四角形 ABCD，BEFG は，1 辺がそれぞれ a，b の正方形で，M は AE の中点です。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，$a > b$ とする。



(1)　AM，MB の長さを a，b の式で表しなさい。

(2)　AM，MB をそれぞれ 1 辺とする 2 つの正方形の面積の和の 2 倍は，正方形 ABCD と正方形 BEFG の面積の和に等しいことを証明しなさい。

[解答欄]

[解答]

(1) M は AE の中点なので，AM＝AE÷2＝(AB＋BE) $\div 2 = (a+b) \div 2 = \dfrac{a+b}{2}$

MB＝AB－AM＝ $a - \dfrac{a+b}{2} = \dfrac{2a}{2} - \dfrac{a+b}{2} = \dfrac{2a-(a+b)}{2} = \dfrac{2a-a-b}{2} = \dfrac{a-b}{2}$

AM＝ $\dfrac{a+b}{2}$，MB＝ $\dfrac{a-b}{2}$ ･･･答

(2) (AM を 1 辺とする正方形の面積)＝(1 辺)^2＝AM^2

$= \left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 = \dfrac{(a+b)^2}{2^2} = \dfrac{a^2+2ab+b^2}{4}$

(MB を 1 辺とする正方形の面積)＝(1 辺)^2＝MB^2

$= \left(\dfrac{a-b}{2}\right)^2 = \dfrac{(a-b)^2}{2^2} = \dfrac{a^2-2ab+b^2}{4}$

(AM，MB をそれぞれ 1 辺とする 2 つの正方形の面積の和の 2 倍)

$= \left(\dfrac{a^2+2ab+b^2}{4} + \dfrac{a^2-2ab+b^2}{4}\right) \times 2 = \dfrac{a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2}{4} \times 2$

$=\dfrac{2a^2+2b^2}{4}\times 2=\dfrac{2\left(a^2+b^2\right)}{4}\times 2=a^2+b^2$ ･･･①

次に,

(正方形 ABCD の面積)＋(正方形 BEFG の面積)＝a^2+b^2 ･･･②

①，②より，AM，MB をそれぞれ 1 辺とする 2 つの正方形の面積の和の 2 倍は，正方形 ABCD と BEFG の面積の和に等しい。

【】試験問題 E

1　次の(　　)にあてはまることばや式を答えなさい。

多項式 x^2+3x+2 を $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$ のように $x+1$ と $x+2$ の積として表したとき，$x+1$ と $x+2$ を x^2+3x+2 の(　①　)という。また，多項式をいくつかの(　①　)の積にして表すことを，その多項式を(　②　)するという。

多項式の各項に共通な(　①　)があるとき，それを(　③　)にくくりだして，式を(　②　)することができる。

例えば，x^2+2xy には共通な(　①　)である(　④　)があるから

x^2+2xy =(　④　)((　⑤　))と(　②　)できる。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	

[解答]① 因数　② 因数分解　③ 外　④ x　⑤ $x+2y$

2　次の多項式で，各項に共通な因数を答えなさい。

(1) $am+2bm-m$　　(2) $3x^2-6x$

(3) xy^2-x^2y　　(4) $16a^2x-12a^2y$

(5) $6x^2y^2-10xy^2-18xy^3$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) m　(2) $3x$　(3) xy　(4) $4a^2$　(5) $2xy^2$

[解説]

(1) $am+2bm-m=m\times a+m\times 2b+m\times(-1)$ なので共通因数は m

(2) $3x^2-6x=3x\times x+3x\times(-2)$ なので共通因数は $3x$

(3) $xy^2-x^2y=xy\times y+xy\times(-x)$ なので共通因数は xy

(4) $16a^2x-12a^2y=4a^2\times 4x+4a^2\times(-3y)$ なので共通因数は $4a^2$

(5) $6x^2y^2-10xy^2-18xy^3=2xy^2\times 3x+2xy^2\times(-5)+2xy^2\times(-9y)$ なので共通因数は $2xy^2$

$\boxed{3}$ $x^2+ax-12$ を因数分解した結果が，$(x+2)(x+b)$ であるとき，a，b の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a=-4,\ b=-6$

[解説]

$(x+2)(x+b)=x^2+(b+2)x+2b$ ･･･①

$x^2+ax-12$ と①の x の項の係数，定数項は等しいので，

$b+2=a$，$2b=-12$

これを解くと $b=-6,\ a=-4$

$\boxed{4}$ 次の計算をしなさい。

(1) $(4xy^2+6x^2y)\div 2x$　　(2) $(4a^2+ab)\div \dfrac{1}{2}a$

(3) $2x(x+3)+x(2-x)$　　(4) $4a(a-3)-2a(3a-6)$

(5) $(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2$　　(6) $(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}+3)$

(7) $(-3\sqrt{3}+5\sqrt{2})(-3\sqrt{3}-5\sqrt{2})$　　(8) $(3x-2)^2-9(x+2)(x-5)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $2y^2+3xy$　(2) $8a+2b$　(3) x^2+8x　(4) $-2a^2$　(5) $7+2\sqrt{10}$

(6) $9+5\sqrt{3}$　(7) -23　(8) $15x+94$

[解説]

(1) ＊$(a+b)\div c=a\div c+b\div c$ の公式を使う。

$(4xy^2+6x^2y)\div 2x=4xy^2\div 2x+6x^2y\div 2x=2y^2+3xy$

(2)＊場合によっては，逆数を使って割り算をかけ算に直して計算する。

$$(4a^2+ab)\div \frac{1}{2}a=(4a^2+ab)\times\frac{2}{a}=4a^2\times\frac{2}{a}+ab\times\frac{2}{a}=8a+2b$$

＊(3)，(4)は$a(b+c)=ab+ac$，$(a+b)c=ac+bc$の公式を使う。

(3) $2x(x+3)+x(2-x)=2x^2+6x+2x-x^2=x^2+8x$

(4) $4a(a-3)-2a(3a-6)=4a^2-12a-6a^2+12a=-2a^2$

(5) ＊$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$の公式を使う。

$$\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2=2+2\sqrt{10}+5=7+2\sqrt{10}$$

(6) ＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$の公式を使う。

$$\left(\sqrt{3}+2\right)\left(\sqrt{3}+3\right)=\left(\sqrt{3}\right)^2+(2+3)\times\sqrt{3}+2\times3=3+5\sqrt{3}+6=9+5\sqrt{3}$$

(7) ＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使う。

$$\left(-3\sqrt{3}+5\sqrt{2}\right)\left(-3\sqrt{3}-5\sqrt{2}\right)=\left(-3\sqrt{3}\right)^2-\left(5\sqrt{2}\right)^2=27-50=-23$$

(8) ＊$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$の公式を使う。

$(3x-2)^2-9(x+2)(x-5)=9x^2-12x+4-9(x^2-3x-10)$

$=9x^2-12x+4-9x^2+27x+90=15x+94$

$\boxed{5}$ 次の式を展開しなさい。

(1) $(2x-3)(x+4)$　　(2) $(x+3)(x+4)$

(3) $(y+5)^2$　　(4) $(a+2b)(a-5b)$

(5) $(2x-1)(2x-3)$　　(6) $(8y-9x)(8y+9x)$

(7) $(2a-3b)^2$　　(8) $(3a+b)(a-2b-4)$

(9) $(6-5a)(5a+6)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1) $2x^2+5x-12$　(2) $x^2+7x+12$　(3) $y^2+10y+25$

(4) $a^2-3ab-10b^2$　(5) $4x^2-8x+3$　(6) $64y^2-81x^2$　(7) $4a^2-12ab+9b^2$

(8) $3a^2-5ab-2b^2-12a-4b$　(9) $-25a^2+36$

[解説]

(1) ＊$(a+b)(c+d)=\overset{①}{ac}+\overset{②}{ad}+\overset{③}{bc}+\overset{④}{bd}$ の公式を使う。

$(2x-3)(x+4)=2x\times x+2x\times 4-3\times x+(-3)\times 4=2x^2+8x-3x-12=2x^2+5x-12$

＊(2), (4), (5)は $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

(2) $(x+3)(x+4)=x^2+(3+4)\times x+3\times 4=x^2+7x+12$

(3)＊ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ の公式を使う。

$(y+5)^2=y^2+2\times y\times 5+5^2=y^2+10y+25$

(4) $(a+2b)(a-5b)=a^2+(2b-5b)a+2b\times(-5b)=a^2-3ab-10b^2$

(5) $(2x-1)(2x-3)=(2x)^2+(-1-3)\times 2x+3=4x^2-8x+3$

(6)＊ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$(8y-9x)(8y+9x)=(8y)^2-(9x)^2=64y^2-81x^2$

(7)＊ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

$(2a-3b)^2=(2a)^2-2\times 2a\times 3b+(3b)^2=4a^2-12ab+9b^2$

(8)

$(3a+b)(a-2b-4)=3a^2-6ab-12a+ab-2b^2-4b=3a^2-5ab-2b^2-12a-4b$

(9) ＊ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$(6-5a)(5a+6)=(6-5a)(6+5a)=6^2-(5a)^2=36-25a^2=-25a^2+36$

$\boxed{6}$ 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+9x+14$

(2) $a^2-10a+9$

(3) $49-9b^2$

(4) $4y^2-4y-15$

(5) $11xy+x^2+30y^2$

(6) $a^2-3ab+\frac{9}{4}b^2$

(7) xy^2-x

(8) $2x^2y-8xy+6y$

(9) $m(x^2+x)-6m$

(10) $ab-a+b-1$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)		

[解答](1) $(x+2)(x+7)$　(2) $(a-1)(a-9)$　(3) $(7+3b)(7-3b)$

(4) $(2y+3)(2y-5)$　(5) $(x+5y)(x+6y)$　(6) $\left(a-\dfrac{3}{2}b\right)^2$　(7) $x(y+1)(y-1)$

(8) $2y(x-1)(x-3)$　(9) $m(x+3)(x-2)$　(10) $(a+1)(b-1)$

[解説]

＊(1), (2)は $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ の公式を使う。

(1) かけて 14, 加えて 9 になる 2 数は $2,\ 7$　ゆえに, $x^2+9x+14=(x+2)(x+7)$

(2) かけて 9, 加えて -10 になる 2 数は $-1-9$　ゆえに, $a^2-10a+9=(a-1)(a-9)$

(3)＊ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。

$49-9b^2=7^2-(3b)^2=(7+3b)(7-3b)$

(4) $4y^2-4y-15=(2y)^2-2\times(2y)-15$　かけて -15, 加えて -2 になる 2 数は $3,\ -5$

ゆえに, (式)$=(2y+3)(2y-5)$

(5) $11xy+x^2+30y^2=x^2+11yx+30y^2$　かけて $30y^2$, 加えて $11y$ になる 2 数は $5y$, $6y$　ゆえに, (式)$=(x+5y)(x+6y)$

(6)＊ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使う。(両端の式が 2 乗の形になることから気づく))

$$a^2-3ab+\frac{9}{4}b^2=a^2-2\times a\times\frac{3}{2}b+\left(\frac{3}{2}b\right)^2=\left(a-\frac{3}{2}b\right)^2$$

(7)＊まず共通因数のくくりだし。$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。

$xy^2-x=x(y^2-1)=x(y+1)(y-1)$

(8)＊まず共通因数のくくりだし。$2x^2y-8xy+6y=2y(x^2-4x+3)$

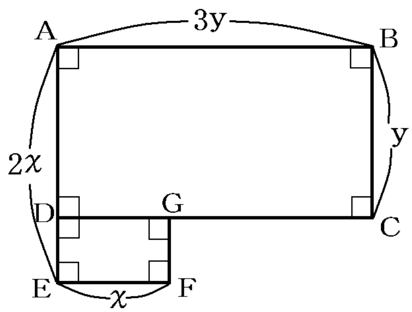
かけて 3, 加えて -4 になる 2 数は $-1,\ -3$　ゆえに, (式)$=2y(x-1)(x-3)$

(9)＊まず共通因数のくくりだし。　$m(x^2+x)-6m=m(x^2+x-6)$

かけて-6，加えて1になる 2 数は$3,\ -2$　ゆえに，(式)$=m(x+3)(x-2)$

(10) 前 2 項をaでくくると，$ab-a+b-1=a(b-1)+(b-1)$

$b-1=M$ とおくと，(式)$=aM+M=(a+1)M=(a+1)(b-1)$



7　右のような図形の面積を，x，yを使って表しなさい。

[解答欄]

[解答]$3y^2+2x^2-xy$

[解説]

(長方形 ABCD の面積)＝(BC)×AB＝$y\times 3y=3y^2$

DE＝AE－BC＝$2x-y$なので，

(長方形 DEFG の面積)＝DE×EF＝$(2x-y)\times x=2x^2-xy$

ゆえに，(求める面積)$=3y^2+2x^2-xy$

8　次の式をくふうして計算しなさい。ただし，くふうした点がわかるように，途中の計算も解答用紙に書きなさい。

(1) 79^2

(2) 102×98

[解答欄]

(1)
(2)

[解答](1) $79^2=(80-1)^2=80^2-2\times 80\times 1+1^2=6241$

(2) $102\times 98=(100+2)\times(100-2)=100^2-2^2=9996$

[解説]

(1) $79=80-1$より，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$の公式を使うことに気づく。

(2) $102=100+2,\ 98=100-2$より$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使うことに気づく。

$\boxed{9}$　$x=\sqrt{2}+1$，$y=\sqrt{2}-1$のとき，次の式の値を求めなさい。

(1) x^2-y^2　　(2) x^2+y^2+2xy

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $4\sqrt{2}$　(2) 8

[解説]

x，yの値をそのまま代入しても答えは出るが，因数分解の公式を使って，式を変形し，変形したものにx，yを代入すると計算が簡単なように問題が作られている。

(1) ＊$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$の公式を使う。

$$x^2-y^2=(x+y)(x-y)=\left(\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1\right)=4\sqrt{2}$$

(2) ＊$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$の公式を使う。

$$x^2+y^2+2xy=(x+y)^2=\left(\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1\right)^2=8$$

$\boxed{10}$　$x^2+px-24$を$(x+a)(x+b)$の形に因数分解したい。a，bを整数とするとき，何通りの因数分解が考えられるか答えなさい。

[解答欄]

[解答]8 通り

[解説]

かけて-24になるa，bの組み合わせは，

$(1,\ -24)$，$(2,\ -12)$，$(3,\ -8)$，$(4,\ -6)$，$(6,-4)$，$(8,\ -3)$，$(12,\ -2)$，$(24,\ -1)$

の 8 通り。ゆえに因数分解した式は，$(x+1)(x-24)$，$(x+2)(x-12)$，$(x+3)(x-8)$，$(x+4)(x-6)$，$(x+6)(x-4)$，$(x+8)(x-3)$，$(x+12)(x-2)$，$(x+24)(x-1)$の

8 通り

$\boxed{11}$　次の問いに答えなさい。

図 1 のように，1 から 300 までの自然数の平方根のうちの正の方が，1 つずつ表に書かれている 300 枚のカードがある。これらのカードの表に書かれた数のうち，√を使わないで表すことができるものは自然数が，また，√の中を簡単な数にできるものはできるだけ簡単にした数が，それぞれカードの裏に書かれている。それ以外の数のカードの裏には何もかかれていない。例えば，図 2 のように，$\sqrt{4}$ のカードの裏には 2，$\sqrt{32}$ のカードの裏には $4\sqrt{2}$ と書かれており，$\sqrt{2}$ のカードの裏には何も書かれていない。

図1　$\boxed{\sqrt{1}}$ $\boxed{\sqrt{2}}$ $\boxed{\sqrt{3}}$ $\boxed{\sqrt{4}}$ $\cdots$ $\boxed{\sqrt{300}}$

図2　$\overset{表}{\boxed{\sqrt{4}}} \rightarrow \overset{裏}{\boxed{2}}$　$\overset{表}{\boxed{\sqrt{32}}} \rightarrow \overset{裏}{\boxed{4\sqrt{2}}}$　$\overset{表}{\boxed{\sqrt{2}}} \rightarrow \overset{裏}{\boxed{}}$

図 3 のように，表が $\sqrt{1}$ であるカードを 1 行目におき，300 枚のカードを表の数の小さいものから順に左から右に並べていく。カードの裏に書かれた数が自然数であれば，行を改めてカードを並べていくとき，次の問いに答えなさい。

図3

1行目 $\boxed{\sqrt{1}}$ $\boxed{\sqrt{2}}$ $\boxed{\sqrt{3}}$

2行目 $\boxed{\sqrt{4}}$ $\boxed{\sqrt{5}}$ $\boxed{\sqrt{6}}$ $\boxed{\sqrt{7}}$ $\boxed{\sqrt{8}}$

3行目 $\boxed{\sqrt{9}}$ $\boxed{\sqrt{10}}$

(1)　表が $\sqrt{300}$ であるカードは，何行目にあるか。

(2)　カードが 1 つの行にちょうど 25 枚並んでいるのは，何行目か。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 17 行目　(2) 12 行目

[解説]

(1) $17^2 = 289,\ 18^2 = 324$ なので $17 < \sqrt{300} < 18$

17 行目の最初は $\sqrt{289}$，18 行目の最初は $\sqrt{324}$　よって，$\sqrt{300}$ は 17 行目にある。

(2) 1行目は $4-1=3$ 枚，2 行目は $(9-1)-(4-1)=5$，3 行目は $(16-1)-(9-1)$

x 行目は $\{(x+1)^2-1\}-\{(x^2-1)\}=(x+1)^2-x^2$ 枚並ぶ

$(x+1)^2-x^2=25$ となるのは，$x=12$

【】試験問題 F

$\boxed{1}$　次の式を計算しなさい。

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{5}$　　(2) $\sqrt{21}\div\sqrt{7}$

(3) $2\sqrt{3}\times3\sqrt{6}$　　(4) $\sqrt{24}\div\sqrt{8}\times\sqrt{3}$

(5) $\left(4\sqrt{3}\right)^2$　　(6) $2\sqrt{3}\times\sqrt{60}\div\sqrt{20}$

(7) $2\sqrt{2}\left(\sqrt{6}+1\right)$　　(8) $\left(\sqrt{72}-\sqrt{45}\right)\div\sqrt{3}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $\sqrt{15}$　(2) $\sqrt{3}$　(3) $18\sqrt{2}$　(4) 3　(5) 48　(6) 6　(7) $4\sqrt{3}+2\sqrt{2}$
(8) $2\sqrt{6}-\sqrt{15}$

[解説]

＊$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$，$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$　同じ√の傘の中に入れる

＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中を簡単な数にする(a^2：4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{3\times5}=\sqrt{15}$

(2) $\sqrt{21}\div\sqrt{7}=\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\dfrac{21}{7}}=\sqrt{3}$

(別解) $\sqrt{21}\div\sqrt{7}=\sqrt{21\div7}=\sqrt{3}$

(3) $2\sqrt{3}\times3\sqrt{6}=2\times3\times\sqrt{3\times6}=6\times\sqrt{3\times3\times2}=6\times\sqrt{3^2\times2}=6\times3\times\sqrt{2}=18\sqrt{2}$

(4) $\sqrt{24}\div\sqrt{8}\times\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{24}\times\sqrt{3}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\dfrac{24\times3}{8}}=\sqrt{3^2}=3$

(別解) $\sqrt{24}\div\sqrt{8}\times\sqrt{3}=\sqrt{24\div8\times3}=\sqrt{9}=3$

(5) $\left(4\sqrt{3}\right)^2=4^2\times\left(\sqrt{3}\right)^2=16\times3=48$

(6) $2\sqrt{3}\times\sqrt{60}\div\sqrt{20}=\dfrac{2\sqrt{3}\times\sqrt{60}}{\sqrt{20}}=2\times\sqrt{\dfrac{3\times 60}{20}}=2\times\sqrt{3^2}=2\times 3=6$

(別解) $2\sqrt{3}\times\sqrt{60}\div\sqrt{20}=2\sqrt{3\times 60\div 20}=2\sqrt{9}=2\times 3=6$

＊ $a(b+c)=ab+ac$，$(a+b)\div c=a\div c+b\div c$ の公式を使う。

(7) $2\sqrt{2}(\sqrt{6}+1)=2\sqrt{2\times 6}+2\sqrt{2}=2\sqrt{2^2\times 3}+2\sqrt{2}=2\times 2\sqrt{3}+2\sqrt{2}=4\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

(8) $(\sqrt{72}-\sqrt{45})\div\sqrt{3}=(\sqrt{72}-\sqrt{45})\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{72}{3}}-\sqrt{\dfrac{45}{3}}$

$=\sqrt{24}-\sqrt{15}=\sqrt{4\times 6}-\sqrt{15}=2\sqrt{6}-\sqrt{15}$

(別解)

$(\sqrt{72}-\sqrt{45})\div\sqrt{3}=\sqrt{72}\div\sqrt{3}-\sqrt{45}\div\sqrt{3}=\sqrt{72\div 3}-\sqrt{45\div 3}=\sqrt{24}-\sqrt{15}$

$=\sqrt{4\times 6}-\sqrt{15}=2\sqrt{6}-\sqrt{15}$

$\boxed{2}$ 次の問いに答えなさい。

(1) $\sqrt{10}$ の小数部分を x とするとき，$(x-2)(x+8)$ の値を求めなさい。

(2) $a=\sqrt{5}-1,\ b=\sqrt{3}-1$ のとき，$ab+a+b+1$ の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) -15　(2) $\sqrt{15}$

[解説]

(1) $3^2=9,\ 4^2=16$

$9<10<16$ より，$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$ なので，$3<\sqrt{10}<4$

ゆえに，$\sqrt{10}=3.\cdots$ という数になるので，整数部分の数は 3 になる。

$\sqrt{10}$ ＝(整数部分)＋(小数部分 x)なので，$\sqrt{10}=3+x$　よって $x=\sqrt{10}-3$

$(x-2)(x+8)=(\sqrt{10}-3-2)(\sqrt{10}-3+8)=(\sqrt{10}-5)(\sqrt{10}+5)=10-25=-15$

(2) そのまま代入しても計算できるが，式を因数分解して代入する方がスマート。

$ab+a+b+1$ の最初の 2 項を a でくくり出すと，

$ab+a+b+1=a(b+1)+(b+1)$　ここで $b+1=M$ とおくと，

(式)$=aM+M=M(a+1)=(b+1)(a+1)$　$a=\sqrt{5}-1,\ b=\sqrt{3}-1$ を代入すると，

$(b+1)(a+1)=(\sqrt{3}-1+1)(\sqrt{5}-1+1)=\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{15}$

$\boxed{3}$ 次の式を計算し，簡単にしなさい。

(1) $2\sqrt{2}+5\sqrt{2}$ (2) $5\sqrt{3}-\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{12}+\sqrt{27}$ (4) $\sqrt{18}-\sqrt{12}+\sqrt{50}$

(5) $5\sqrt{24}-\sqrt{27}-2\sqrt{54}$ (6) $(\sqrt{6}-3)^2$

(7) $(\sqrt{5}-4)(\sqrt{5}+3)$ (8) $(4\sqrt{3}-\sqrt{2})(4\sqrt{3}+\sqrt{2})$

(9) $(\sqrt{5}+3)^2-2\sqrt{5}$ (10) $\sqrt{50}-\dfrac{6}{\sqrt{2}}+3\sqrt{8}$

(11) $\dfrac{\sqrt{18}}{3}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$ (12) $(\sqrt{12}-\sqrt{6})(\sqrt{12}-\sqrt{3})+(3-\sqrt{2})^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	

[解答](1) $7\sqrt{2}$ (2) $4\sqrt{3}$ (3) $5\sqrt{3}$ (4) $8\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ (5) $4\sqrt{6}-3\sqrt{3}$

(6) $15-6\sqrt{6}$ (7) $-7-\sqrt{5}$ (8) 46 (9) $14+4\sqrt{5}$ (10) $8\sqrt{2}$

(11) $2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ (12) $17-9\sqrt{2}$

[解説]

＊(1)～(5) $a\sqrt{2}+b\sqrt{2}=(a+b)\sqrt{2}$ ：文字式と同じように同類項はまとめることができる。

(1) $2\sqrt{2}+5\sqrt{2}=(2+5)\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

(2) $5\sqrt{3}-\sqrt{3}=(5-1)\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

＊ $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ を使って式を簡単な形にしてから同類項を整理する。

(a^2 ： 4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

(3) $\sqrt{12}+\sqrt{27}=\sqrt{4\times3}+\sqrt{9\times3}=\sqrt{2^2\times3}+\sqrt{3^2\times3}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{18}-\sqrt{12}+\sqrt{50}=\sqrt{9\times2}-\sqrt{4\times3}+\sqrt{25\times2}=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+5\sqrt{2}$

$=(3+5)\sqrt{2}-2\sqrt{3}=8\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

(5) $5\sqrt{24}-\sqrt{27}-2\sqrt{54}=5\sqrt{4\times6}-\sqrt{9\times3}-2\sqrt{9\times6}=5\times2\sqrt{6}-3\sqrt{3}-2\times3\sqrt{6}$

$=10\sqrt{6}-3\sqrt{3}-6\sqrt{6}=(10-6)\sqrt{6}-3\sqrt{3}=4\sqrt{6}-3\sqrt{3}$

(6)＊$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

$$\left(\sqrt{6}-3\right)^2=\left(\sqrt{6}\right)^2-2\times\sqrt{6}\times3+3^2=6-6\sqrt{6}+9=15-6\sqrt{6}$$

(7)＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

$$\left(\sqrt{5}-4\right)\left(\sqrt{5}+3\right)=\left(\sqrt{5}\right)^2+(-4+3)\sqrt{5}-4\times3=5-\sqrt{5}-12=-7-\sqrt{5}$$

(8)＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$$\left(4\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(4\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)=\left(4\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2=48-2=46$$

(9)＊$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ の公式を使う。

$$\left(\sqrt{5}+3\right)^2-2\sqrt{5}=\left(\sqrt{5}\right)^2+2\times\sqrt{5}\times3+3^2-2\sqrt{5}=5+6\sqrt{5}+9-2\sqrt{5}=14+4\sqrt{5}$$

(10)＊分母に√があるときは，分母・分子にその√をかけて，分母を有理化する。

$$\sqrt{50}-\frac{6}{\sqrt{2}}+3\sqrt{8}=\sqrt{25\times2}-\frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+3\sqrt{4\times2}=5\sqrt{2}-\frac{6\sqrt{2}}{2}+3\times2\sqrt{2}$$

$=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}+6\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

(11) $\dfrac{\sqrt{18}}{3}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{9\times2}}{3}-\dfrac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+\sqrt{\dfrac{10}{5}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{3}-\dfrac{6\sqrt{3}}{3}+\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

(12)

$$\left(\sqrt{12}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{12}-\sqrt{3}\right)+\left(3-\sqrt{2}\right)^2=\left(2\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)\left(2\sqrt{3}-\sqrt{3}\right)+3^2-6\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2$$

$=$

$$\left(2\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)\times\sqrt{3}+9-6\sqrt{2}+2=2\times3-\sqrt{6\times3}+11-6\sqrt{2}=6-3\sqrt{2}+11-6\sqrt{2}$$

$=17-9\sqrt{2}$

【】試験問題 G

$\boxed{1}$　次の計算をしなさい。

(1) $-3+8$

(2) $-2^2-5\times(-3)$

(3) $4a\times(-7b)$

(4) $3x-5y-2x+y$

(5) $\dfrac{3a+2}{4}\times(-8)$

(6) $15x^2\div(-5x)\times 2x$

(7) $5(2b+3a)-4(3a-5b)$

(8) $(3x^2-9xy)\div\dfrac{3}{5}x$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) 5　(2) 11　(3) $-28ab$　(4) $x-4y$　(5) $-6a-4$　(6) $-6x^2$

(7) $3a+30b$　(8) $5x-15y$

[解説]

(2) $-2^2-5\times(-3)=-4+15=11$

(4) $3x-5y-2x+y=(3-2)x+(-5+1)y=x-4y$

(5) $\dfrac{3a+2}{4}\times(-8)=(3a+2)\times(-2)=-6a-4$

(6) 係数：$15\div(-5)\times 2=-6$，　x ： $x^2\div x\times x=x^2$

ゆえに，$15x^2\div(-5x)\times 2x=-6x^2$

(7)＊$a(b+c)=ab+ac$ の公式を使う。

$5(2b+3a)-4(3a-5b)=10b+15a-12a+20b=(15-12)a+(10+20)b$

$=3a+30b$

(8)＊逆数を使って割り算をかけ算になおす。

$$(3x^2-9xy)\div\frac{3}{5}x=(3x^2-9xy)\times\frac{5}{3x}=3x^2\times\frac{5}{3x}-9xy\times\frac{5}{3x}=5x-15y$$

$\boxed{2}$　次の式を展開しなさい。

(1) $(x+2)(x+6)$　　(2) $(2a+3)(2a-1)$

(3) $(x-4)^2-(x-3)(x+5)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $x^2+8x+12$　(2) $4a^2+4a-3$　(3) $-10x+31$

[解説]

＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

(1) $(x+2)(x+6)=x^2+(2+6)x+2\times 6=x^2+8x+12$

(2) $(2a+3)(2a-1)=(2a)^2+(3-1)\times 2a+3\times(-1)=4a^2+4a-3$

(3)＊$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

$(x-4)^2-(x-3)(x+5)=x^2-8x+16-(x^2+2x-15)=x^2-8x+16-x^2-2x+15$

$=-10x+31$

$\boxed{3}$　次の式を因数分解しなさい。

(1) $3a^2b-2ab^2+ab$　　(2) $x^2-15x+56$

(3) $4x^2-12x+8$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $ab(3a-2b+1)$　(2) $(x-7)(x-8)$　(3) $4(x-1)(x-2)$

[解説]

(1)＊共通因数のくくり出しを行う。

$3a^2b-2ab^2+ab=ab(a-2b+1)$

＊(2), (3)は $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ の公式を使う。

(2) かけて 56，加えて -15 になる 2 数は，$-7, -8$　ゆえに，

$x^2-15x+56=(x-7)(x-8)$

(3) ＊共通因数があるときは，まず共通因数のくくり出しを行う。

$4x^2-12x+8=4(x^2-3x+2)$ かけて 2，加えて -3 になる 2 数は $-1, -2$

ゆえに，(式)$=4(x-1)(x-2)$

$\boxed{4}$　次の(　　)の中に，適当な数や式や言葉を入れなさい。

(1)　90 を素因数分解すると(　　　　　)となる。

(2)　2025 は(　　　　　)の平方である。

(3)　20 以下の整数の中に素数は(　　　　)個ある。

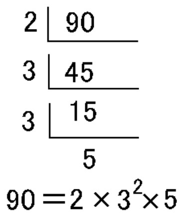
(4)　$30 = 2 \times 15$ のように 2 つ以上の整数の積の形に表すとき，積をつくっている 2 と 15 を 30 の(　　　　　)という。

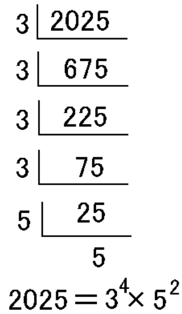
[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)　$2 \times 3^2 \times 5$　(2)　45　(3)　8　(4)　因数

[解説]





(1)　＊1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

(2)　まず 2025 を右図のようにして素因数分解すると，

$$2025 = 3^4 \times 5^2 = \left(3^2 \times 5\right)^2 = 45^2$$ となる。

ゆえに 45 の平方(2 乗)になる。

(3) 7 のように 1 とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。1 は素数にはいれない。1 けたの素数は 2，3，5，7

100 以下の自然数については，約数をもつものは 1 けたの素数 2，3，5，7 のどれかで割り切れる。

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~

逆に言えば，2，3，5，7 のいずれでも割り切れない 100 以下の自然数は素数である。

20 までの整数を書き並べて，2 の倍数，3 の倍数，5 の倍数，7 の倍数を消去すれば，残りが素数になる。1 から 20 までの数の中で素数であるのは，2，3，5，7，11，13，17，19 の 8 個

$\boxed{5}$　次の(1)～(6)のうち，正しいものには○，正しくないものは下線部を正しくなおしなさい。

(1) $\sqrt{25}$ は$\underline{\pm 5}$である。　　(2) 7の平方根は$\underline{\sqrt{7}}$である。

(3) 100の平方根の負の方は$\underline{-10}$である。　　(4) $\sqrt{(-2)^2}$ は$\underline{-2}$である。

(5) $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ は$\underline{\sqrt{6}}$である。　　(6) $\sqrt{9}-\sqrt{4}$ は$\underline{\sqrt{5}}$である。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) 5　(2) $\pm\sqrt{7}$　(3) ○　(4) 2　(5) ○　(6) 1

[解説]

(1) $\sqrt{25}=5$　$\sqrt{a}$ は0以上でマイナスになることはない。

(2) ＊平方根ときたら±。7の平方根は2乗して7になる数で，$\sqrt{7}$ と $-\sqrt{7}$ の2つがある。あわせて，$\pm\sqrt{7}$ と書く。

(4) $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$　$\sqrt{a}$ は0以上でマイナスになることはない。

(5)(6) かけ算と割り算については，$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$，$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{a\div b}$，$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ のように1つの√の傘の中に入れることができるが，足し算，引き算ではそのようなことはできない。

$$\sqrt{9}-\sqrt{4}=\sqrt{3^2}-\sqrt{2^2}=3-2=1$$

$\boxed{6}$　次の各組の数の大小を[　]の中に不等号を入れて表しなさい。

(1) $\sqrt{5}$ [　] $\sqrt{7}$　　(2) 6 [　] $\sqrt{35}$　　(3) $-\sqrt{6}$ [　] -4

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) ＜　(2) ＞　(3) ＞

[解説]

＊√の大小は 2 乗して比べる。$a<b$ なら $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

(1) $5<7$ なので $\sqrt{5}<\sqrt{7}$

(2) $6^2=36$, $\left(\sqrt{35}\right)^2=35$，$35<36$ なので $\sqrt{35}<\sqrt{36}$，ゆえに，$\sqrt{35}<6$

(3) $\left(\sqrt{6}\right)^2=6$, $4^2=16$　$6<16$ なので $\sqrt{6}<\sqrt{16}$，ゆえに $\sqrt{6}<4$

両辺の符号を－にすると，不等号の向きが逆転して，$-\sqrt{6}>-4$

$\boxed{7}$　$3.5<\sqrt{a}<4$ にあてはまる整数 a をすべて求めなさい。

[解答欄]

[解答]13, 14, 15

[解説]

$3.5<\sqrt{a}<4$ より $3.5^2<a<4^2$ で，$12.25<a<16$

この範囲にある a は13, 14, 15

$\boxed{8}$　$\sqrt{2}=1.414$, $\sqrt{20}=4.472$ として，$\sqrt{2000}$ の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] 44.72

[解説]

＊$\sqrt{10\cdots\times a}=10\cdots\sqrt{a}$ の形に変形する。$10\cdots$ の 0 の個数は偶数にする。

例) $\sqrt{300}=\sqrt{100\times 3}=10\sqrt{3}$，$\sqrt{3000}=\sqrt{100\times 30}=10\sqrt{30}$，

$\sqrt{30000}=\sqrt{10000\times 3}=100\sqrt{3}$，$\sqrt{300000}=\sqrt{10000\times 30}=100\sqrt{30}$

$\sqrt{2000}=\sqrt{20\times 100}=10\sqrt{20}=44.72$

9 次の計算をしなさい。

(1) $4\sqrt{3}\times 7\sqrt{2}$

(2) $5\sqrt{10}\div\sqrt{5}$

(3) $\left(-2\sqrt{7}\right)^2$

(4) $\sqrt{12}\times\sqrt{21}$

(5) $4\sqrt{6}\times\sqrt{8}\div 2\sqrt{12}$

(6) $3\sqrt{6}+2\sqrt{6}$

(7) $\sqrt{32}-\dfrac{6}{\sqrt{2}}$

(8) $4\sqrt{28}-\sqrt{72}+\sqrt{63}$

(9) $-\sqrt{2}\left(3\sqrt{6}-\sqrt{27}\right)$

(10) $\left(\sqrt{32}+\sqrt{18}\right)\div 7\sqrt{2}$

(11) $6\sqrt{21}\times\sqrt{7}\div\left(2\sqrt{3}\right)^2$

(12) $\left(\sqrt{5}+3\right)\left(\sqrt{5}-6\right)$

(13) $\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)		

[解答](1) $28\sqrt{6}$ (2) $5\sqrt{2}$ (3) 28 (4) $6\sqrt{7}$ (5) 4 (6) $5\sqrt{6}$ (7) $\sqrt{2}$

(8) $11\sqrt{7}-6\sqrt{2}$ (9) $-6\sqrt{3}+3\sqrt{6}$ (10) 1 (11) $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$ (12) $-13-3\sqrt{5}$

(13) $7+4\sqrt{6}$

[解説]

＊(1)～(5) $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$, $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 同じ√の傘の中に入れる

(1) $4\sqrt{3}\times 7\sqrt{2}=4\times 7\times\sqrt{3\times 2}=28\sqrt{6}$

(2) $5\sqrt{10}\div\sqrt{5}=\dfrac{5\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=5\times\sqrt{\dfrac{10}{5}}=5\sqrt{2}$

(別解) $5\sqrt{10}\div\sqrt{5}=5\times\sqrt{10\div 5}=5\sqrt{2}$

(3)＊$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$　$\left(-2\sqrt{7}\right)^2=(-2)^2\times\left(\sqrt{7}\right)^2=4\times7=28$

＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中を簡単な数にする(a^2 ： 4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

(4) $\sqrt{12}\times\sqrt{21}=\sqrt{4\times3}\times\sqrt{21}=2\sqrt{3}\times\sqrt{21}=2\sqrt{63}=2\sqrt{9\times7}=2\times3\sqrt{7}=6\sqrt{7}$

(5) $4\sqrt{6}\times\sqrt{8}\div2\sqrt{12}=\dfrac{4\sqrt{6}\times\sqrt{8}}{2\sqrt{12}}=2\times\sqrt{\dfrac{6\times8}{12}}=2\sqrt{4}=2\times2=4$

(別解) $4\sqrt{6}\times\sqrt{8}\div2\sqrt{12}=(4\div2)\times\sqrt{6\times8\div12}=2\sqrt{4}=2\times2=4$

＊(6)～(8) $a\sqrt{2}+b\sqrt{2}=(a+b)\sqrt{2}$ ：文字式と同じように同類項はまとめることができる。

(6) $3\sqrt{6}+2\sqrt{6}=(3+2)\sqrt{6}=5\sqrt{6}$

＊(7)，(8) $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ を使って式を簡単な形にしてから同類項を整理する。

＊分母に√があるときは，分母・分子にそのルートをかけて分母を有理化する。

(7) $\sqrt{32}-\dfrac{6}{\sqrt{2}}=\sqrt{16\times2}-\dfrac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=4\sqrt{2}-\dfrac{6\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}=\sqrt{2}$

(8) $4\sqrt{28}-\sqrt{72}+\sqrt{63}=4\sqrt{4\times7}-\sqrt{36\times2}+\sqrt{9\times7}=4\times2\sqrt{7}-6\sqrt{2}+3\sqrt{7}$

$=8\sqrt{7}-6\sqrt{2}+3\sqrt{7}=11\sqrt{7}-6\sqrt{2}$

(9)＊ $a(b+c)=ab+ac$，$(a+b)c=ac+bc$ の公式を使う。

$-\sqrt{2}\left(3\sqrt{6}-\sqrt{27}\right)=-\sqrt{2}\times3\sqrt{6}+\sqrt{2}\times\sqrt{27}=-3\sqrt{12}+\sqrt{54}=-3\sqrt{4\times3}+\sqrt{9\times6}$

$=-3\times2\sqrt{3}+3\sqrt{6}=-6\sqrt{3}+3\sqrt{6}$

(10) $\left(\sqrt{32}+\sqrt{18}\right)\div7\sqrt{2}=\left(\sqrt{16\times2}+\sqrt{9\times2}\right)\div7\sqrt{2}=\left(4\sqrt{2}+3\sqrt{2}\right)\div7\sqrt{2}$

$=7\sqrt{2}\div7\sqrt{2}=1$

(11)

$6\sqrt{21}\times\sqrt{7}\div\left(2\sqrt{3}\right)^2=6\sqrt{21\times7}\div12=6\sqrt{7^2\times3}\div12=42\sqrt{3}\div12=\dfrac{42\sqrt{3}}{12}=\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$

(12) ＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。$\sqrt{5}$ を x と考える。

$\left(\sqrt{5}+3\right)\left(\sqrt{5}-6\right)=\left(\sqrt{5}\right)^2+(3-6)\sqrt{5}+3\times(-6)=5-3\sqrt{5}-18=-13-3\sqrt{5}$

(13) ＊$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$$\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{8}\right)^2+2\times\sqrt{8}\times\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\left(\sqrt{6}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2\right)$$

$$=8+2\sqrt{24}+3-(6-2)=8+2\sqrt{4\times6}+3-4=7+4\sqrt{6}$$

$\boxed{10}$　次の問いに答えなさい。

(1)　$\sqrt{30}$ より小さい正の整数をすべて求めなさい。

(2)　$\sqrt{180x}$ がもっとも小さい整数になるような自然数 x の値を求めなさい。

(3)　$\sqrt{3}$ の小数部分を a とするとき，$(a-1)^2$ の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$　(2)　5　(3)　$7-4\sqrt{3}$

[解説]

(1)　$5^2=25,\ 6^2=36$，$\sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36},\ 5<\sqrt{30}<6$　ゆえに，$\sqrt{30}=5.\cdots$

　ゆえに，$\sqrt{30}$ より小さい正の整数は$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

(2) ＊まず $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって $\sqrt{\ }$ の中をできるだけ簡単な数にする。

$\sqrt{180x}=\sqrt{36\times5x}=6\sqrt{5x}$　$6\sqrt{5x}$ が自然数となるためには，$5x$ がある数の 2 乗にならなければならない。そのうち最小なのは $x=5$

(3) $1<3<4$ より，$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$ なので，$1<\sqrt{3}<2$

ゆえに，$\sqrt{3}=1.\cdots$ という数になるので，整数部分の数は1になる。

$\sqrt{3}$ ＝(整数部分)＋(小数部分 a)なので，$\sqrt{3}=1+a$　ゆえに，$a=\sqrt{3}-1$

ゆえに，$(a-1)^2=\left(\sqrt{3}-1-1\right)^2=\left(\sqrt{3}-2\right)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2-2\times\sqrt{3}\times2+2^2$

$=3-4\sqrt{3}+4=7-4\sqrt{3}$

$\boxed{11}$ 連続する 3 つの整数で，まん中の整数の 2 乗から1をひいた数は，両端の整数の積に等しい。このことを証明しなさい。

[解答欄]

[解答]

連続する 3 つの整数を$n-1$, n, $n+1$とおくと，

まん中の整数の 2 乗から1をひいた数は，n^2-1・・・①

両端の整数の積は，$(n-1)(n+1)=n^2-1$・・・②

①と②は等しい。

よって，まん中の整数の 2 乗から1をひいた数は，両端の整数の積に等しい。

[解説]

例えば，連続する 3 つの整数5, 6, 7 は，5, $5+1$, $5+2$ と表すことができる。一般的には，整数nを使って，n, $n+1$, $n+2$ と表すことができる。

真ん中の数を基準にとれば，例えば，3 つの整数5, 6, 7 は，$6-1$, 6, $6+1$ と表すことができる。真ん中の整数をnとおくと，$n-1$, n, $n+1$ と表すことができる。証明問題では$n-1$, n, $n+1$を使った方が計算が楽になることが多い。

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,200 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word(または一太郎)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば，FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1500 ページ)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。
RunFdData(Word 版) 【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】
RunFdData(一太郎版) 【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataTAs.exe 】
※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】

【Fd 教材開発：URL http://www.fdtext.com/dat/ Tel (092) 404-2266】