【】試験問題 H

$\boxed{1}$　次の各問いに答えなさい。

(1)　2 乗すると 9 になる数をすべて書きなさい。

(2)　次の数の平方根を書きなさい。

①　16　　②　5　　③　0.9　　④　0

(3)　次の数を√を使わないで表しなさい。

①　$\sqrt{36}$　　②　$-\sqrt{64}$　　③　$\sqrt{\dfrac{4}{25}}$

(4)　$\left(\sqrt{7}\right)^2$ の値はいくらですか。

(5)　$\sqrt{6}$ と $\sqrt{7}$ の大きさを不等号を用いて表しなさい。

(6)　次の式の展開および因数分解の公式を完成しなさい。

①　$(a+b)^2=($　　　　$)$

②　$Mx+My=M\,($　　　　$)$

③　$a^2-b^2=($　　　　$)$

(7)　20 以下の素数をすべて書きなさい。

(8)　72 を素因数分解しなさい。

[解答欄]

(1)	(2)①	②
③	④	(3)①
②	③	(4)
(5)	(6)①	②
③	(7)	(8)

[解答](1)　± 3　(2)①　± 4　②　$\pm\sqrt{5}$　③　$\pm\sqrt{0.9}$　④　0　(3)①　6　②　-8

③　$\dfrac{2}{5}$　(4)　7　(5)　$\sqrt{6}<\sqrt{7}$　(6)①　$a^2+2ab+b^2$　②　$x+y$

③　$(a+b)(a-b)$　(7)　2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19　(8)　$2^3\times 3^2$

[解説]

(1)(2)＊2　乗して9になる数が9の平方根なので，3だけでなく-3もはいる。0の平方根は0だけであるが，それ以外の場合は±の 2 通りがある。また5の平方根のように，整数・分数・小数で表すことができないものは，$\pm\sqrt{5}$のように±√を使って平方根を表す。

(3) $\sqrt{a^2}=a$，(ただし$a\geqq 0$)

① $\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$　　② $-\sqrt{64}=-\sqrt{8^2}=-8$　③ $\sqrt{\dfrac{4}{25}}=\sqrt{\left(\dfrac{2}{5}\right)^2}=\dfrac{2}{5}$

(4) $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$ (ただし$a\geqq 0$)　$\left(\sqrt{7}\right)^2=7$

(5) $a<b$ ならば$\sqrt{a}<\sqrt{b}$ (ただしa，bは0以上)　$6<7$なので$\sqrt{6}<\sqrt{7}$

(7) 7 のように 1 とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。1 は素数にはいれない。1 けたの素数は 2，3，5，7

100 以下の自然数については，約数をもつものは

1 けたの素数 2，3，5，7 のどれかで割り切れる。

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~

逆に言えば，2，3，5，7 のいずれでも割り切れない 100 以下の自然数は素数である。

20 までの整数を書き並べて，2 の倍数，3 の倍数，5 の倍数，7 の倍数を消去すれば，残りが素数になる。1 から 20 までの数の中で素数であるのは，2，3，5，7，11，13，17，19 の 8 個

(8) 1 けたの素数$2, 3, 5, 7$で順に割っていく。

例えば72の素因数分解は,

右図に示した方法で計算する。

$$
\begin{array}{r|l}
2 & 72 \\ \hline
2 & 36 \\ \hline
2 & 18 \\ \hline
3 & 9 \\ \hline
 & 3
\end{array}
$$

$72=2^3\times 3^2$

$\boxed{2}$　次の計算をしなさい。

(1) $(3x-2y)\times 5xy$　　　　(2) $(8x^2-2x)\div 2x$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $15x^2y-10xy^2$　(2) $4x-1$

[解説]

(1) ＊$a(b+c)=ab+ac$，$(a+b)c=ac+bc$ の公式を使う。

$(3x-2y)\times 5xy=3x\times 5xy-2y\times 5xy=15x^2y-10xy^2$

(2) ＊逆数を使って割り算をかけ算になおす。$(a+b)\div c=(a+b)\times\dfrac{1}{c}$

逆数は分数の分母・分子を逆にしたもの(例：$c=\dfrac{c}{1}\to\dfrac{1}{c}$，$-\dfrac{3}{2}x=-\dfrac{3x}{2}\to-\dfrac{2}{3x}$)

$(8x^2-2x)\div 2x=(8x^2-2x)\times\dfrac{1}{2x}=8x^2\times\dfrac{1}{2x}-2x\times\dfrac{1}{2x}=4x-1$

$\boxed{3}$　次の式を展開しなさい。

(1) $(a+b)(c+d)$　　(2) $(x-2)(y+3)$

(3) $(x-3)(x+6)$　　(4) $(a-7)^2$

(5) $(x+5)(x-5)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) $ac+ad+bc+bd$　(2) $xy+3x-2y-6$　(3) $x^2+3x-18$

(4) $a^2-14a+49$　(5) x^2-25

[解説]

＊(1)，(2)は$(a+b)(c+d)=\overset{①}{ac}+\overset{②}{ad}+\overset{③}{bc}+\overset{④}{bd}$ の公式を使う。

(2) $(x-2)(y+3)=x\times y+x\times 3-2\times y-2\times 3=xy+3x-2y-6$

(3)＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

$(x-3)(x+6)=x^2+(-3+6)x-3\times 6=x^2+3x-18$

(4)＊$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

$(a-7)^2=a^2-2\times a\times 7+7^2=a^2-14a+49$

(5)＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$(x+5)(x-5)=x^2-5^2=x^2-25$

$\boxed{4}$　次の式を因数分解しなさい。

(1) $8a^2b-4ab^2$　　(2) $4x^2-25y^2$

(3) $9x^2-30x+25$　　(4) $2a^2-16ax+32a$

(5) $-3ax^2-6ax+9a$　　(6) $4x^2-36y^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $4ab(2a-b)$　(2) $(2x+5y)(2x-5y)$　(3) $(3x-5)^2$

(4) $2a(a-8x+16)$　(5) $-3a(x+3)(x-1)$　(6) $4(x+3y)(x-3y)$

[解説]

(1)＊ $aM+bM=M(a+b)$, $Ma+Mb=M(a+b)$：共通因数のくくり出しの公式を使う。$8a^2b-4ab^2=4ab\times 2a+4ab\times(-b)=4ab(2a-b)$

(2)＊ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。

$4x^2-25y^2=(2x)^2-(5y)^2=(2x+5y)(2x-5y)$

(3)＊ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使う。(両端の項が 2 乗になっていることから判別)

$9x^2-30x+25=(3x)^2-2\times 3x\times 5+5^2=(3x-5)^2$

＊(4)～(6) 共通因数のあるものは，まず共通因数のくくり出しを行う。

(4) $2a^2-16ax+32a=2a(a-8x+16)$

(5) $-3ax^2-6ax+9a=-3a(x^2+2x-3)$　かけて -3，加えて 2 になる 2 数は 3, -1

ゆえに，(式)$=-3a(x+3)(x-1)$

(6)＊まず共通因数のくくりだし。次に $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。

$4x^2-36y^2=4(x^2-9y^2)=4(x^2-(3y)^2)=4(x+3y)(x-3y)$

(注) $4x^2-36y^2=(2x)^2-(6y)^2=(2x+6y)(2x-6y)$ はまだ，完全に因数分解を行っていないので正解にはならない。$2x+6y=2(x+3y)$，$2x-6y=2(x-3y)$ とそれぞれ，さらに因数分解できるので，

$(2x+6y)(2x-6y)=2(x+3y)\times 2(x-3y)=4(x+3y)(x-3y)$ とできるからである。

$\boxed{5}$ 次の問いに答えなさい。

(1) $x=198$ のとき，式 x^2+4x+4 の値を求めなさい。

(2) $x=-3,\ y=4$ のとき，$3(4x^2+y^2)-4x(3x-y)$ の値を求めなさい。

(3) $-32ax^2+18ay^2$ を因数分解しなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 40000 (2) 0 (3) $2a(3y+4x)(3y-4x)$

[解説]

(1) $x^2+4x+4=(x+2)^2=(198+2)^2=40000$

(2) $3(4x^2+y^2)-4x(3x-y)=3y^2+4xy=y(3y+4x)=4\times(12-12)=0$

(3) ＊まず共通因数のくくりだし。次に $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。

$-32ax^2+18ay^2=2a(-16x^2+9y^2)=2a(9y^2-16x^2)=2a((3y)^2-(4x)^2)$

$=2a(3y+4x)(3y-4x)$

$\boxed{6}$ 次の問いに答えなさい。

(1) $\sqrt{a}<4$ となる自然数 a は全部でいくつありますか。

(2) $9<\sqrt{a}<9.2$ にあてはまる自然数 a の値をすべて求めなさい。

(3) 96 にできるだけ小さい自然数をかけてある数の 2 乗にしたい。ある数を求めなさい。

(4) $-\sqrt{0.5}$ と -0.5 はどちらが大きいか説明しなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) 15 個 (2) $82,\ 83,\ 84$ (3) 6

(4) $(\sqrt{0.5})^2=0.5,\ 0.5^2=0.25$ $0.5>0.25$ なので $\sqrt{0.5}>\sqrt{0.25}$

ゆえに $\sqrt{0.5}>0.5$ 両辺の符号を－にすると不等号の向きは逆転するので，

$-\sqrt{0.5}<-0.5$ よって，-0.5 が大きい。

[解説]

(1) $\sqrt{a}<4$ の両辺を 2 乗して $a<16$　これを満たす自然数 a は $1,\ 2,\ \cdots 15$

ゆえに，15 個

(2) $9<\sqrt{a}<9.2$ の各辺を 2 乗して $81<a<84.64$

この範囲にある a は $82,\ 83,\ 84$

(3) ＊整数を 2 乗した平方数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=(2^2\times 3)^2=2^4\times 3^2$ で指数 $4,\ 2$ はいずれも偶数

$96=4^2\times 6$ なので 6 をかけると，$4^2\times 6^2=24^2$ となる。

$\boxed{7}$　「連続した 2 つの奇数の積に 1 をたした数は，偶数の 2 乗に等しい。」このことを次のように証明した。(　　)の中に適当な式や言葉を入れて証明を完成させなさい。

＜証明＞

連続した 2 つの奇数は，自然数 n を使って，

(　①　)，(　②　)と表される。

(　①　)(　②　)＋(　③　)＝(　④　)＝(　⑤　)²

となり，偶数(　⑤　)の(　⑥　)である。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥

[解答]①　$2n+1$　②　$2n+3$　③　1　④　$4n^2+8n+4$　⑤　$2n+2$　⑥　2 乗

[解説]

・奇数については，$7=6+1=2\times 3+1,\ 9=8+1=2\times 4+1$ のように $2\times$(整数)＋1 と表すことができる。一般に，整数 n を使って，奇数は $2n+1$ と表すことができる。

・連続する奇数は，例えば $5,\ 7$ は $5,\ 5+2$ と表すことができるので，一番小さい奇数を $2n+1$ とすると，その次の奇数は $2n+1+2=2n+3$ となる。

【】試験問題 I

$\boxed{1}$　次の計算をしなさい。

(1) $(5x-6y)\times 3xy$　　(2) $-5a(4a-7b)$

(3) $(16a^2b-12ab^2)\div 4a$　　(4) $(15x^2y-9xy^2)\div\left(-\frac{3}{2}xy\right)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $15x^2y-18xy^2$　(2) $-20a^2+35ab$　(3) $4ab-3b^2$　(4) $-10x+6y$

[解説]

＊(1), (2) $a(b+c)=ab+ac$, $(a+b)c=ac+bc$ の公式を使う。

(1) $(5x-6y)\times 3xy=5x\times 3xy-6y\times 3xy=15x^2y-18xy^2$

(2) $-5a(4a-7b)=-5a\times 4a-5a\times(-7b)=-20a^2+35ab$

＊(3), (4) ＊逆数を使って割り算をかけ算になおす。$(a+b)\div c=(a+b)\times\frac{1}{c}$

逆数は分数の分母・分子を逆にしたもの(例：$c=\frac{c}{1}\rightarrow\frac{1}{c}$, $-\frac{3}{2}x=-\frac{3x}{2}\rightarrow-\frac{2}{3x}$)

(3) $(16a^2b-12ab^2)\div 4a=(16a^2b-12ab^2)\times\frac{1}{4a}=16a^2b\times\frac{1}{4a}-12ab^2\times\frac{1}{4a}$

$=4ab-3b^2$

(4) $(15x^2y-9xy^2)\div\left(-\frac{3}{2}xy\right)=(15x^2y-9xy^2)\times\left(-\frac{2}{3xy}\right)=15x^2y\times\left(-\frac{2}{3xy}\right)-9xy^2\times\left(-\frac{2}{3xy}\right)$

$=-10x+6y$

$\boxed{2}$　次の式を展開しなさい。

(1) $(a-b)(c-d)$　　(2) $(3a+5b)(4a-7b)$

(3) $(x-3)(x-5)$　　(4) $(x+2y)(x-7y)$

(5) $(a+5)^2$　　(6) $(-x+2y)^2$

(7) $(a+6b)(a-6b)$　　(8) $(8x-3y)(8x+3y)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $ac-ad-bc+bd$　(2) $12a^2-ab-35b^2$　(3) $x^2-8x+15$

(4) $x^2-5xy-14y^2$　(5) $a^2+10a+25$　(6) $x^2-4xy+4y^2$　(7) a^2-36b^2

(8) $64x^2-9y^2$

[解説]＊(1), (2)は$(a+b)(c+d)=\overset{\textcircled{1}}{ac}+\overset{\textcircled{2}}{ad}+\overset{\textcircled{3}}{bc}+\overset{\textcircled{4}}{bd}$ の公式を使う。

(1) $(a-b)(c-d)=ac-ad-bc+bd$

(2) $(3a+5b)(4a-7b)=3a\times4a+3a\times(-7b)+5b\times4a+5b\times(-7b)=12a^2-21ab+20ab-35b^2$

$=12a^2-ab-35b^2$

＊(3), (4)は$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

(3) $(x-3)(x-5)=x^2+(-3-5)x+(-3)\times(-5)=x^2-8x+15$

(4) $(x+2y)(x-7y)=x^2+(2y-7y)x+2y\times(-7y)=x^2-5xy-14y^2$

＊(5), (6)は$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

(5) $(a+5)^2=a^2+2\times a\times5+5^2=a^2+10a+25$

(6) $(-x+2y)^2=(-x)^2+2\times(-x)\times2y+(2y)^2=x^2-4xy+4y^2$

＊(7), (8)は$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

(7) $(a+6b)(a-6b)=a^2-(6b)^2=a^2-36b^2$

(8) $(8x-3y)(8x+3y)=(8x)^2-(3y)^2=64x^2-9y^2$

$\boxed{3}$　次の式を簡単にしなさい。

(1) $(3-x)^2-(x-4)(x+4)$　　(2) $-(x-5y)(x-7y)+(2x-3y)^2$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $-6x+25$　(2) $3x^2-26y^2$

[解説]

(1) ＊$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$(3-x)^2-(x-4)(x+4)=9-6x+x^2-(x^2-16)=9-6x+x^2-x^2+16=-6x+25$

(2) ＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

$-(x-5y)(x-7y)+(2x-3y)^2=-(x^2-12xy+35y^2)+4x^2-12xy+9y^2$

$=-x^2+12xy-35y^2+4x^2-12xy+9y^2=3x^2-26y^2$

$\boxed{4}$ 次の式を因数分解しなさい。

(1) $8x^2+4x$ (2) $15ab^2-9a^2b$

(3) x^2-16 (4) $49x^2-25y^2$

(5) $x^2-8x+16$ (6) $4x^2+12x+9$

(7) $x^2-3x-18$ (8) $-9x+14+x^2$

(9) $y-x^2y$ (10) $-3ax^2-6ax+9a$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)		

[解答](1) $4x(2x+1)$ (2) $3ab(5b-3a)$ (3) $(x+4)(x-4)$

(4) $(7x+5y)(7x-5y)$ (5) $(x-4)^2$ (6) $(2x+3)^2$ (7) $(x+3)(x-6)$

(8) $(x-7)(x-2)$ (9) $y(x+1)(-x+1)$ (10) $-3a(x+3)(x-1)$

[解説]

＊(1), (2)は $aM+bM=M(a+b)$, $Ma+Mb=M(a+b)$：共通因数のくくり出し

(1) $8x^2+4x=4x\times 2x+4x\times 1=4x(2x+1)$

(2) $15ab^2-9a^2b=3ab\times 5b+3ab\times(-3a)=3ab(5b-3a)$

＊(3), (4)は $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。

(3) $x^2-16=x^2-4^2=(x+4)(x-4)$

(4) $49x^2-25y^2=(7x)^2-(5y)^2=(7x+5y)(7x-5y)$

＊(5)，(6)は $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$，$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使う。(両端の項が 2 乗になっていることから判別)

(5) $x^2-8x+16=x^2-2\times x\times 4+4^2=(x-4)^2$

(6) $4x^2+12x+9=(2x)^2+2\times 2x\times 3+3^2=(2x+3)^2$

＊(7)，(8)は $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ の公式を使う。

(7) かけて -18，加えて -3 になる 2 数は $3, -6$ ゆえに，$x^2-3x-18=(x+3)(x-6)$

(8) $-9x+14+x^2=x^2-9x+14$ かけて 14，加えて -9 になる 2 数は $-7, -2$

ゆえに，(式)$=(x-7)(x-2)$

＊(9)，(10)では，まず共通因数のくくり出しを行う。

(9) $y-x^2y=y(1-x^2)=y(1+x)(1-x)=y(x+1)(-x+1)$

(10) $-3ax^2-6ax+9a=-3a(x^2+2x-3)$ かけて -3，加えて 2 になる 2 数は $3, -1$ ゆえに，(式)$=-3a(x+3)(x-1)$

$\boxed{5}$ 次の(ア)～(オ)について, 正しいものには○正しくないものには×をつけなさい。

(ア) 素数は，すべて奇数である。

(イ) 素数は，約数が 2 つだけの自然数である。

(ウ) いちばん小さい素数は 1 である。

(エ) 10 以上 30 以下の数の中に，素数は 6 つある。

(オ) 72 を素因数分解すると，$72=2^3\times 9$ である。

[解答欄]

(ア)	(イ)	(ウ)
(エ)	(オ)	

[解答](ア) × (イ) ○ (ウ) × (エ) ○ (オ) ×

[解説]

(ア) 2 は偶数であるが，素数である。

(イ) 素数はその数自身と 1 を約数にもつ。

(ウ) 1 は素数に入れない。

(エ) 1 けたの素数は 2，3，5，7

100 以下の自然数については，約数をもつも

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~

のは 1 けたの素数 2，3，5，7 のどれかで割り切れる。逆に言えば，2，3，5，7 のいずれでも割り切れない 100 以下の自然数は素数である。30 までの整数を書き並べて，2 の倍数，3 の倍数，5 の倍数，7 の倍数を消去すれば，残りが素数になる。10 以上 30 以下の整数の中で素数なのは，11，13，17，19，23，29 である。

(オ) $72=2^3\times9$ は完全に素因数分解されていない。$9=3^2$ なので $72=2^3\times3^2$

$\boxed{6}$ 次の計算を，乗法の公式や因数分解を利用して解きなさい。途中の式をすべて書きなさい。

(1) 69×71　　(2) 79^2-21^2

[解答欄]

(1)	
(2)	

[解答](1) $69\times71=(70-1)\times(70+1)=70^2-1^2=4900-1=4899$

(2) $79^2-21^2=(79+21)\times(79-21)=100\times58=5800$

[解説]

(1) 乗法の公式のうちの $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を使う。

(2) 因数分解の公式のうちの $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を使う。

$\boxed{7}$ 因数分解を利用して，次の式の値を求めなさい。途中の式をすべて書きなさい。

(1) $x=\dfrac{8}{3}$ のとき，x^2-4x+4 の値

(2) $x=3.75$，$y=2.25$ のとき，x^2-y^2 の値

[解答欄]

(1)	
(2)	

[解答](1) $x^2-4x+4=(x-2)^2=\left(\dfrac{8}{3}-2\right)^2=\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{4}{9}$

(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=(3.75+2.25)\times(3.75-2.25)=6\times1.5=9$

[解説]

(1) $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使う。

(2) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。

$\boxed{8}$ 56にできるだけ小さい自然数をかけて，ある数の 2 乗にしたい。どのような数をかければよいか。途中の式をすべて書きなさい。

[解答欄]

[解答]

$56=2^3\times7$ に 2×7 をかけると，

$56\times2\times7=2^3\times7\times2\times7=2^4\times7^2=(2^2\times7)^2=28^2$ となる。

よってかける数は14

[解説]

＊整数を 2 乗した平方数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=(2^2\times3)^2=2^4\times3^2$ で指数4, 2 はいずれも偶数

したがって，指数部分がすべて偶数になるような一番小さい数をかけてやる。

$56=2^3\times7$ なので $2\times7=14$ をかけると $2^4\times7^2$ と指数部分がすべて偶数になる。

$\boxed{9}$ 連続する 3 つの整数のうち，もっとも小さい数の 2 乗は他の 2 数の積より 29 小さくなる。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 連続する 3 つの整数を，整数 x を使って表しなさい。

(2) この 3 つの数を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x-1,\ x,\ x+1$ (2) 9, 10, 11

[解説]

(1) 真ん中の数を x とおくと，計算が楽になる場合が多い。

(2)「A は B より５大きい」は A＝B＋５，「A は B より５小さい」は A＝B－５と機械的に等式に直すことができる。

もっとも小さい数 $x-1$ の 2 乗は他の 2 数 $x,\ x+1$ の積より 29 小さくなるので，

$(x-1)^2 = x(x+1)-29$， $x^2-2x+1 = x^2+x-29$， $x^2-2x-x^2-x = -29-1$

$-3x = -30$ ゆえに， $x = 10$

$x-1 = 10-1 = 9,\ x+1 = 10+1 = 11$ なので，3 数は $9,\ 10,\ 11$

$\boxed{10}$

6×8＋1＝7×7，10×12＋1＝11×11

上の式のように，「連続する 2 つの偶数の積に 1 をたした数は，その間の数の 2 乗」になる。

このことを，下のように証明した。下の空欄にあてはまる式や言葉を答えなさい。

＜証明＞

連続する 2 つの偶数を，自然数 n を使って，(①)，(②)とすると，

それらの積に 1 をたした数は，

(③)＝ $4n^2+4n+1$ ＝(④)² となり，(⑤)と等しくなる。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	

[解答]① $2n$ ② $2n+2$ ③ $2n(2n+2)+1$ ④ $2n+1$ ⑤ その間の数の 2 乗

[解説]

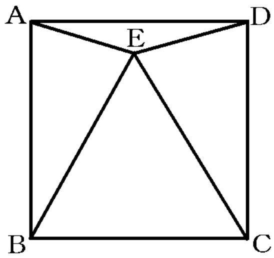
例えば, 偶数については $6 = 2\times3,\ 8 = 2\times4$ のように 2 ×(整数)と表すことができる。

整数 n を使って $2\times n = 2n$ と表すことができる。

連続する 2 つの偶数，例えば， $6,\ 8$ は $6,\ 6+2$ と表すことができる。

小さい方の偶数を $2n$ とすると，大きい方の偶数は $2n+2$ と表すことができる。

$\boxed{11}$　右の図で，四角形 ABCD は正方形で，△EBC は正三角形である。このとき，△ABE≡△DCE であることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

△ABE と△DCE において，

仮定より，AB＝DC･･･①

　　　　　BE＝CE･･･②

また，∠ABE＝90°－60°＝30°，∠DCE＝90°－60°＝30°なので

∠ABE＝∠DCE･･･③

①，②，③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABE≡△DCE

[解説]

正方形という条件から「4 辺が等しく，かつ 4 つの角がすべて 90°で等しい」

正三角形という条件から「3 辺が等しく，かつ 3 つの角がすべて 60°で等しい」

【】試験問題 J

$\boxed{1}$ 次の計算をしなさい。

(1) $x(3x-y)$　　(2) $(9xy-3x)\div(-3x)$

(3) $(15x^2y-9xy^2)\div\left(-\dfrac{3}{2}xy\right)$　　(4) $(2a-3)(3a-2)$

(5) $(x-2)(x-9)$　　(6) $(5x-2)(5x+2)$

(7) $(x+5)^2$　　(8) $(2x-y)^2-(2x-y)(2x+y)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $3x^2-xy$　(2) $-3y+1$　(3) $-10x+6y$　(4) $6a^2-13a+6$

(5) $x^2-11x+18$　(6) $25x^2-4$　(7) $x^2+10x+25$　(8) $-4xy+2y^2$

[解説]

(1) ＊$a(b+c)=ab+ac$，$(a+b)c=ac+bc$ の公式を使う。

$x(3x-y)=x\times 3x+x\times(-y)=3x^2-xy$

＊(2), (3) 逆数を使って割り算をかけ算になおす。$(a+b)\div c=(a+b)\times\dfrac{1}{c}$

逆数は分数の分母・分子を逆にしたもの(例：$c=\dfrac{c}{1}\to\dfrac{1}{c}$，$-\dfrac{3}{2}x=-\dfrac{3x}{2}\to-\dfrac{2}{3x}$)

(2) $(9xy-3x)\div(-3x)=(9xy-3x)\times\left(-\dfrac{1}{3x}\right)=9xy\times\left(-\dfrac{1}{3x}\right)-3x\times\left(-\dfrac{1}{3x}\right)=-3y+1$

(3) $(15x^2y-9xy^2)\div\left(-\dfrac{3}{2}xy\right)=(15x^2y-9xy^2)\times\left(-\dfrac{2}{3xy}\right)=15x^2y\times\left(-\dfrac{2}{3xy}\right)-9xy^2\times\left(-\dfrac{2}{3xy}\right)$

$=-10x+6y$

(4) ＊$(a+b)(c+d)=\overset{①}{ac}+\overset{②}{ad}+\overset{③}{bc}+\overset{④}{bd}$ の公式を使う。

$(2a-3)(3a-2)=2a\times 3a+2a\times(-2)-3\times 3a-3\times(-2)=6a^2-4a-9a+6=6a^2-13a+6$

(5) ＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

$(x-2)(x-9)=x^2+(-2-9)x+(-2)\times(-9)=x^2-11x+18$

(6) ＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$(5x-2)(5x+2)=(5x)^2-2^2=25x^2-4$

(7) ＊$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ の公式を使う。

$(x+5)^2=x^2+2\times x\times 5+5^2=x^2+10x+25$

(8)$(2x-y)^2-(2x-y)(2x+y)=4x^2-4xy+y^2-(4x^2-y^2)=4x^2-4xy+y^2-4x^2+y^2$

$=-4xy+2y^2$

$\boxed{2}$　次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax-bx$

(2) $x^2-8x+12$

(3) $9x^2-12xy+4y^2$

(4) a^2-b^2

(5) $ax^2-6ax-27a$

(6) $-3ax^2-12a+12ax$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $x(a-b)$　(2) $(x-2)(x-6)$　(3) $(3x-2y)^2$　(4) $(a+b)(a-b)$

(5) $a(x+3)(x-9)$　(6) $-3a(x-2)^2$

[解説]

(1) ＊$aM+bM=M(a+b)$, $Ma+Mb=M(a+b)$：共通因数のくくり出し

(2) ＊$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$の公式を使う。

かけて 12，加えて -8 になる 2 数は -2, -6 なので，

$x^2-8x+12=(x-2)(x-6)$

(3) ＊$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$，$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使う。

$9x^2-12xy+4y^2=(3x)^2-2\times 3x\times 2y+(2y)^2=(3x-2y)^2$

(4) ＊$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$の公式を使う。

＊(5)，(6)では，まず共通因数のくくり出しを行う。

(5) $ax^2-6ax-27a=a(x^2-6x-27)$　かけて -27，加えて -6 になる 2 数は 3, -9

ゆえに，(式)$=a(x+3)(x-9)$

(6) $-3ax^2-12a+12ax=-3a\times x^2-3a\times(-4x)-3a\times 4=-3a(x^2-4x+4)$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使うと，

(式)$=-3a(x-2)^2$

＊x^2 の係数を＋にしないと，次の因数分解ができないので，$3a$ ではなく $-3a$ でくくる

$\boxed{3}$　次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$　　(2) $\sqrt{24}\div\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{5}\times 2\sqrt{2}$　　(4) $2\sqrt{6}\times(-3\sqrt{3})$

(5) $\sqrt{27}\div\sqrt{12}$　　(6) $\sqrt{7}\div\sqrt{14}$

(7) $\sqrt{8}\div 2\sqrt{2}\times(-\sqrt{3})$　　(8) $\sqrt{96}\times 3\sqrt{5}\div 6\sqrt{10}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1) $\sqrt{6}$　(2) $2\sqrt{2}$　(3) $2\sqrt{10}$　(4) $-18\sqrt{2}$　(5) $\dfrac{3}{2}$　(6) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(7) $-\sqrt{3}$

(8) $2\sqrt{3}$

[解説]

＊$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$，$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$　同じ√の傘の中に入れる

＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中を簡単な数にする(a^2：4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

(1) $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2\times 3}=\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{24}\div\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{24}{3}}=\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=\sqrt{2^2\times 2}=2\sqrt{2}$

(別解)$\sqrt{24}\div\sqrt{3}=\sqrt{24\div 3}=\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=\sqrt{2^2\times 2}=2\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{5}\times 2\sqrt{2}=2\sqrt{5\times 2}=2\sqrt{10}$

(4) $2\sqrt{6}\times\left(-3\sqrt{3}\right)=2\times(-3)\times\sqrt{6\times3}=-6\times\sqrt{18}=-6\times\sqrt{9\times2}=-6\times\sqrt{3^2\times2}=-6\times3\sqrt{2}=-18\sqrt{2}$

(5) $\sqrt{27}\div\sqrt{12}=\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\dfrac{27}{12}}=\sqrt{\dfrac{9}{4}}=\sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}=\dfrac{3}{2}$

(別解) $\sqrt{27}\div\sqrt{12}=\sqrt{27\div12}=\sqrt{\dfrac{27}{12}}=\sqrt{\dfrac{9}{4}}=\sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}=\dfrac{3}{2}$

(6) $\sqrt{7}\div\sqrt{14}=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{14}}=\sqrt{\dfrac{7}{14}}=\sqrt{\dfrac{1}{2}}=\sqrt{\dfrac{2}{4}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(別解) $\sqrt{7}\div\sqrt{14}=\sqrt{7\div14}=\sqrt{\dfrac{7}{14}}=\sqrt{\dfrac{1}{2}}=\sqrt{\dfrac{2}{4}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(7) $\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=\sqrt{2^2\times2}=2\sqrt{2}$ なので,

$\sqrt{8}\div2\sqrt{2}\times\left(-\sqrt{3}\right)=2\sqrt{2}\div2\sqrt{2}\times\left(-\sqrt{3}\right)=1\times\left(-\sqrt{3}\right)=-\sqrt{3}$

(別 解)

$\sqrt{8}\div2\sqrt{2}\times\left(-\sqrt{3}\right)=-\dfrac{\sqrt{8}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{2}\times\sqrt{\dfrac{8\times3}{2}}=-\dfrac{1}{2}\times\sqrt{4\times3}=-\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

(8) $\sqrt{96}=\sqrt{16\times6}=\sqrt{4^2\times6}=4\sqrt{6}$ なので,

$\sqrt{96}\times3\sqrt{5}\div6\sqrt{10}=\dfrac{4\sqrt{6}\times3\sqrt{5}}{6\sqrt{10}}=2\times\sqrt{\dfrac{6\times5}{10}}=2\sqrt{3}$

$\boxed{4}$　次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の平方根を求めなさい。

① 49　　② 10　　③ 0.04

(2) 次の①～③の下線部が正しければ○，まちがっていれば正しくなおしなさい。

① $\sqrt{900}$ は $\underline{\pm30}$ である。　　② $\sqrt{(-7)^2}$ は $\underline{-7}$ である。

③ $-\sqrt{5}$ の 2 乗は $\underline{-5}$ である。

(3) $\dfrac{5}{2\sqrt{5}}$ を分母に$\sqrt{\ }$がない形に変形しなさい。

(4) 次の数を小さい方から順に並べなさい。

① $-\sqrt{6},\ \sqrt{5},\ 2,\ -\sqrt{3}$　　　② $\dfrac{2}{3},\ \sqrt{\dfrac{2}{3}},\ \dfrac{\sqrt{2}}{3},\ \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

[解答欄]

(1)①	②	③
(2)①	②	③
(3)	(4)①	②

[解答](1)① ± 7　② $\pm\sqrt{10}$　③ ± 0.2　(2)① 30　② 7　③ 5　(3) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

(4)① $-\sqrt{6},\ -\sqrt{3},\ 2,\ \sqrt{5}$　② $\dfrac{\sqrt{2}}{3},\ \dfrac{2}{3},\ \sqrt{\dfrac{2}{3}},\ \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

[解説]

(1) ＊平方根ときたら±。例えば，2 乗して 49 になる数が 49 の平方根なので，$+7$ だけでなく -7 もはいる。0 の平方根は 0 だけであるが，それ以外の場合は±の 2 通りがある。また 10 の平方根のように，整数・分数・小数で表すことができないものは，$\pm\sqrt{10}$ のように±√を使って平方根を表す。

(2)① $\sqrt{900}=\sqrt{30^2}=30$　$\sqrt{a}$ は 0 以上でマイナスになることはない。

② $\sqrt{(-7)^2}=\sqrt{49}=\sqrt{7^2}=7$　$\sqrt{a}$ は 0 以上でマイナスになることはない。

③ $(-\sqrt{5})^2=(-\sqrt{5})\times(-\sqrt{5})=5$

(3) ＊分母に√があるときは，分母・分子にその√をかけて，分母を有理化する。

$$\frac{5}{2\sqrt{5}}=\frac{5\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{5}}{10}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

(4) ＊√の大小は 2 乗して比べる。$a<b$ なら $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

① $-\sqrt{6},\ \sqrt{5},\ 2,\ -\sqrt{3}$ を正の数と負の数に分けて大小関係を調べる

正の数：$\left(\sqrt{5}\right)^2=5,\ 2^2=4$，$4<5$ なので $\sqrt{4}<\sqrt{5}$，ゆえに，$2<\sqrt{5}$

負の数: $3<6$ なので $\sqrt{3}<\sqrt{6}$, 両辺の符号を－にすると, 不等号の向きが逆転して,

$-\sqrt{3}>-\sqrt{6}$　よって，$-\sqrt{6}<-\sqrt{3}$

ゆえに，小さい順に並べると，$-\sqrt{6},\ -\sqrt{3},\ 2,\ \sqrt{5}$

② すべて 2 乗して比べる

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9},\ \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2=\frac{2}{3}=\frac{6}{9},\ \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2=\frac{2}{9},\ \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{4}{3}=\frac{12}{9}$$

$\frac{2}{9}<\frac{4}{9}<\frac{6}{9}<\frac{12}{9}$ なので，$\frac{\sqrt{2}}{3}<\frac{2}{3}<\sqrt{\frac{2}{3}}<\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\boxed{5}$　$\sqrt{2}=1.41,\ \sqrt{20}=4.47$ として，次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{50}$　　　(2) $\frac{40}{\sqrt{200}}+\sqrt{0.002}$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 7.05　(2) 2.8647

[解説]

(1) ＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ を使って式を簡単な形にする。

$$\sqrt{50}=\sqrt{25\times2}=5\sqrt{2}=7.05$$

(2) ＊分母に√があるときは，分母・分子にそのルートをかけて分母を有理化する。

$$\frac{40}{\sqrt{200}}=\frac{40}{\sqrt{100\times2}}=\frac{40}{10\sqrt{2}}=\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}=2.82$$

＊$\sqrt{0.\cdots a}$ は分数の形にする。分母の 0 の個数は偶数にする。

例) $\sqrt{0.3}=\sqrt{\frac{3}{10}}=\sqrt{\frac{30}{100}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$，$\sqrt{0.03}=\sqrt{\frac{3}{100}}=\frac{\sqrt{3}}{10}$

$$\sqrt{0.002}=\sqrt{\frac{2}{1000}}=\sqrt{\frac{20}{10000}}=\frac{\sqrt{20}}{100}=0.0447$$

ゆえに，$\dfrac{40}{\sqrt{200}}+\sqrt{0.002}=2.82+0.0447=2.8647$

$\boxed{6}$　a，b を自然数とするとき，$\sqrt{24\times a}=b$ をみたす a，b の最小の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a=6,\ b=12$

[解説]

＊まず $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中をできるだけ簡単な数にする。

$\sqrt{24\times a}=\sqrt{4\times 6\times a}=2\sqrt{6a}$ なので，$\sqrt{6a}$ が自然数となるためには，$6a$ がある数の 2 乗にならなければならない。そのうち最小なのは $a=6$

$a=6$ のとき $b=2\sqrt{6a}=2\sqrt{6^2}=2\times 6=12$

$\boxed{7}$　次の問いに答えなさい。

(1) 工夫して次の計算をしなさい。(途中の式を書くこと)

① 52^2　　② 88×92

(2) 次の式の値を求めなさい。(途中の式を書くこと)

① $x=4,\ y=-3$ のとき，$(x-5y)^2+(x+5y)(x-5y)$

② $a=6.85,\ b=3.15$ のとき，a^2-b^2

[解答欄]

(1)①
②
(2)①
②

[解答]

(1)① $52^2=(50+2)^2=50^2+2\times50\times2+2^2=2704$

② $88\times92=(90-2)\times(90+2)=90^2-2^2=8096$

(2)① $(x-5y)^2+(x+5y)(x-5y)=2x^2-10xy=2\times4^2-10\times4\times(-3)=32+120=152$

② $a^2-b^2=(a+b)(a-b)=(6.85+3.15)\times(6.85-3.15)=10\times3.7=37$

[解説]

(1)① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ の公式を使う。

② $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

(2)① $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使ってまず式を展開。

②因数分解の公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を使う。

$\boxed{8}$ 2 つの連続した奇数がある。大きい方の数の 2 乗から小さい方の数の 2 乗をひいた差は 8 の倍数であることを証明しなさい。

[解答欄]

[解答]

2 つの連続した奇数を $2n+1,\ 2n+3$ とおく。(ただし, n は整数)

(大きい方の数の 2 乗)$=(2n+3)^2=4n^2+12n+9$

(小さい方の数の 2 乗)$=(2n+1)^2=4n^2+4n+1$

ゆえに, (大きい方の数の 2 乗)－(小さい方の数の 2 乗)＝

$(4n^2+12n+9)-(4n^2+4n+1)$

$=4n^2+12n+9-4n^2-4n-1=8n+8=8(n+1)$

$n+1$ は整数なので, $8(n+1)$ は 8 の倍数になる。

したがって, 大きい方の数の 2 乗から小さい方の数の 2 乗をひいた差は 8 の倍数である。

[解説]

・奇数については，$7=6+1=2\times3+1$, $9=8+1=2\times4+1$ のように2×(整数)＋1と表すことができる。一般に，整数 n を使って，奇数は $2n+1$ と表すことができる。

・連続する奇数は，例えば5, 7は5, 5＋2と表すことができるので，一番小さい奇数を $2n+1$ とすると，その次の奇数は $2n+1+2=2n+3$ となる。

・整数 n を使って，2の倍数は $2n$，3の倍数は $3n$，･･･8の倍数は $8n$ と表すことができる。また，$8(n+1)$ のように8×(整式)の形で表された数は8の倍数であるといえる。

【】試験問題 K

$\boxed{1}$　次の計算をしなさい。

(1) $3a(4a-2)$　　(2) $x(4x-5y)$

(3) $-4x(4x+5y-2)$　　(4) $(27xy^2-9x^2y)\div 3xy$

(5) $(-18a^2b+6ab)\div(-6b)$　　(6) $(8x^2y+6xy)\div\dfrac{2}{3}x$

(7) $5x(x-4)-2x(2x+5)$　　(8) $-3a(2a-3b)-6(a^2-2ab)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $12a^2-6a$　(2) $4x^2-5xy$　(3) $-16x^2-20xy+8x$　(4) $9y-3x$

(5) $3a^2-a$　(6) $12xy+9y$　(7) x^2-30x　(8) $-12a^2+21ab$

[解説]

＊(1)～(3),　$a(b+c)=ab+ac$，　$a(b+c+d)=ab+ac+ad$ の公式を使う。

(1) $3a(4a-2)=3a\times 4a+3a\times(-2)=12a^2-66$

(2) $x(4x-5y)=x\times 4x+x\times(-5y)=4x^2-5xy$

(3) $-4x(4x+5y-2)=-4x\times 4x-4x\times 5y-4x\times(-2)=-16x^2-20xy+8x$

＊(4)～(6) ＊逆数を使って割り算をかけ算になおす。$(a+b)\div c=(a+b)\times\dfrac{1}{c}$

逆数は分数の分母・分子を逆にしたもの(例：$c=\dfrac{c}{1}\to\dfrac{1}{c}$，　$-\dfrac{3}{2}x=-\dfrac{3x}{2}\to-\dfrac{2}{3x}$)

(4) $(27xy^2-9x^2y)\div 3xy=(27xy^2-9x^2y)\times\dfrac{1}{3xy}=27xy^2\times\dfrac{1}{3xy}-9x^2y\times\dfrac{1}{3xy}$

$=9y-3x$

(5) $(-18a^2b+6ab)\div(-6b)=(-18a^2b+6ab)\times\left(-\dfrac{1}{6b}\right)=-18a^2b\times\left(-\dfrac{1}{6b}\right)+6ab\times\left(-\dfrac{1}{6b}\right)$

$=3a^2-a$

(6) $(8x^2y+6xy)\div\dfrac{2}{3}x=(8x^2y+6xy)\times\dfrac{3}{2x}=8x^2y\times\dfrac{3}{2x}+6xy\times\dfrac{3}{2x}=12xy+9y$

＊(7), (8) $a(b+c)=ab+ac$ で展開してから同類項をまとめる。

(7)

$$5x(x-4)-2x(2x+5)=5x^2-20x-4x^2-10x=(5-4)x^2+(-20-10)x=x^2-30x$$

(8)

$$-3a(2a-3b)-6(a^2-2ab)=-6a^2+9ab-6a^2+12ab=(-6-6)a^2+(9+12)ab$$
$$=-12a^2+21ab$$

$\boxed{2}$ 次の式を展開しなさい。

(1) $(a+b)(c+d)$

(2) $(x+2)(y+6)$

(3) $(2a-2b)(a+b-3)$

(4) $(x+7)(x-7)$

(5) $(y-3)(y+9)$

(6) $(a-4)(a-7)$

(7) $\left(y+\frac{3}{4}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)$

(8) $(x+2)^2$

(9) $(x-y)^2$

(10) $(4x+1)(4x-3)$

(11) $(2x-4y)(2x+3y)$

(12) $(-a+2b)^2$

(13) $(-3+y)(-3-y)$

(14) $\left(\frac{1}{2}x-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{3}{5}\right)$

(15) $(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-4)$

(16) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$

(17) $(a+5)(a-2)-(a-4)^2$

(18) $(a+6)(a-6)+(a+2)(a-5)$

(19) $(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)$

(20) $(x+7)(7-x)$

(21) $\left(\frac{1}{3}a-8\right)\left(\frac{1}{3}a+2\right)$

(22) $(-5x-2)(-5x+7)$

(23) $9(x-1)^2-(3x-1)^2$

(24) $(\sqrt{2}+2\sqrt{3})^2$

(25) $(\sqrt{6}+2\sqrt{5})(\sqrt{6}+3\sqrt{5})$

(26) $(\sqrt{7}-4\sqrt{2})(\sqrt{7}+2\sqrt{2})$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	(15)
(16)	(17)	(18)
(19)	(20)	(21)
(22)	(23)	(24)
(25)	(26)	

[解答](1) $ac+ad+bc+bd$　(2) $xy+6x+2y+12$　(3) $2a^2-2b^2-6a+6b$

(4) x^2-49　(5) $y^2+6y-27$　(6) $a^2-11a+28$　(7) $y^2+\frac{1}{4}y-\frac{3}{8}$

(8) x^2+4x+4　(9) $x^2-2xy+y^2$　(10) $16x^2-8x-3$　(11) $4x^2-2xy-12y^2$

(12) $a^2-4ab+4b^2$　(13) $-y^2+9$　(14) $\frac{1}{4}x^2-\frac{9}{25}$　(15) $-5-2\sqrt{3}$

(16) $8+2\sqrt{15}$　(17) $11a-26$　(18) $2a^2-3a-46$　(19) 3　(20) $-x^2+49$

(21) $\frac{1}{9}a^2-2a-16$　(22) $25x^2-25x-14$　(23) $-12x+8$　(24) $14+4\sqrt{6}$

(25) $36+5\sqrt{30}$　(26) $-9-2\sqrt{14}$

[解説]

＊(1), (2)は$(a+b)(c+d)=\overset{①}{ac}+\overset{②}{ad}+\overset{③}{bc}+\overset{④}{bd}$の公式を使う。

(2) $(x+2)(y+6)=x\times y+x\times 6+2\times y+2\times 6=xy+6x+2y+12$

(3)＊$(a+b)(c+d+e)=ac+ad+ae+bc+bd+be$の公式を使う。

$(2a-2b)(a+b-3)=2a^2+2ab-6a-2ab-2b^2+6b=2a^2-2b^2-6a+6b$

(4) ＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使う。$(x+7)(x-7)=x^2-7^2=x^2-49$

＊(5)～(7)は$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$の公式を使う。

(5) $(y-3)(y+9)=y^2+(-3+9)y+(-3)\times 9=y^2+6y-27$

(6) $(a-4)(a-7)=a^2+(-4-7)a+(-4)\times(-7)=a^2-11a+28$

(7) $\left(y+\frac{3}{4}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)=y^2+\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)y+\frac{3}{4}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=y^2+\frac{1}{4}y-\frac{3}{8}$

＊(8), (9), (12)は$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$の公式を使う。

(8) $(x+2)^2=x^2+2\times x\times 2+2^2=x^2+4x+4$

(9) $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$

(10)＊$4x$を 1 つの文字と考えて計算する。$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$を使う。

$(4x+1)(4x-3)=(4x)^2+(1-3)\times 4x+1\times(-3)=16x^2-8x-3$

(11)＊$2x$を 1 つの文字と考えて計算する。$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$を使う。

$(2x-4y)(2x+3y)=(2x)^2+(-4y+3y)\times 2x-4y\times 3y=4x^2-2xy-12y^2$

(12) $(-a+2b)^2=(-a)^2+2\times(-a)\times 2b+(2b)^2=a^2-4ab+4b^2$

＊(13),(14)は$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使う。

(13) $(-3+y)(-3-y)=(-3)^2-y^2=9-y^2=-y^2+9$

(14) $\left(\frac{1}{2}x-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{3}{5}\right)=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{1}{4}x^2-\frac{9}{25}$

(15) ＊$\sqrt{3}$をxのように考えて，$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$の公式を使う。

$(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-4)=(\sqrt{3})^2+(2-4)\times\sqrt{3}+2\times(-4)=3-2\sqrt{3}-8=-5-2\sqrt{3}$

(16) ＊$\sqrt{5}$をa，$\sqrt{3}$をbと考えて，$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$の公式を使う。

$(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{5})^2+2\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=5+2\sqrt{15}+3=8+2\sqrt{15}$

(17) $(a+5)(a-2)-(a-4)^2=a^2+3a-10-(a^2-8a+16)=a^2+3a-10-a^2+8a-16$

$=11a-26$

(18) $(a+6)(a-6)+(a+2)(a-5)=a^2-36+a^2-3a-10=2a^2-3a-46$

(19) ＊$\sqrt{7}$をa，2 をbと考えて，$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使う。

$(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)=(\sqrt{7})^2-2^2=7-4=3$

(20) $(x+7)(7-x)=(7+x)(7-x)=7^2-x^2=-x^2+49$

(21) ＊$\frac{1}{3}a$ を x と考えて，$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

$$\left(\frac{1}{3}a-8\right)\left(\frac{1}{3}a+2\right)=\left(\frac{1}{3}a\right)^2+(-8+2)\times\left(\frac{1}{3}a\right)-8\times2=\frac{1}{9}a^2-2a-16$$

(22) $(-5x-2)(-5x+7)=(-5x)^2+(-2+7)\times(-5x)-2\times7=25x^2-25x-14$

(23) $9(x-1)^2-(3x-1)^2=9(x^2-2x+1)-(9x^2-6x+1)=9x^2-18x+9-9x^2+6x-1$

$=-12x+8$

(24) $(\sqrt{2}+2\sqrt{3})^2=(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times2\sqrt{3}+(2\sqrt{3})^2=2+4\sqrt{6}+12=14+4\sqrt{6}$

(25) $(\sqrt{6}+2\sqrt{5})(\sqrt{6}+3\sqrt{5})=(\sqrt{6})^2+(2\sqrt{5}+3\sqrt{5})\times\sqrt{6}+2\sqrt{5}\times3\sqrt{5}$

$=6+5\sqrt{30}+30=36+5\sqrt{30}$

(26) $(\sqrt{7}-4\sqrt{2})(\sqrt{7}+2\sqrt{2})=(\sqrt{7})^2+(-4\sqrt{2}+2\sqrt{2})\times\sqrt{7}-4\sqrt{2}\times2\sqrt{2}$

$=7-2\sqrt{14}-16=-9-2\sqrt{14}$

$\boxed{3}$　次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax+bx$

(2) $3xy^2-9x^2y$

(3) $y-y^2$

(4) x^2+4x+4

(5) $x^2+4x-12$

(6) a^2+5a+6

(7) $x^2-x+\frac{1}{4}$

(8) x^2-81

(9) $36m^2-9n^2$

(10) $-3x^2+15x-12$

(11) $9x^2y-30xy+25y$

(12) $x^2-\frac{y^2}{16}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)

[解答](1) $x(a+b)$ (2) $3xy(y-3x)$ (3) $y(-y+1)$ (4) $(x+2)^2$

(5) $(x+6)(x-2)$ (6) $(a+2)(a+3)$ (7) $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2$ (8) $(x+9)(x-9)$

(9) $9(2m+n)(2m-n)$ (10) $-3(x-1)(x-4)$ (11) $y(3x-5)^2$

(12) $\left(x+\dfrac{y}{4}\right)\left(x-\dfrac{y}{4}\right)$

[解説]

＊(1)～(3)は $aM+bM=M(a+b)$, $Ma+Mb=M(a+b)$：共通因数のくくり出し

(1) $ax+bx=x(a+b)$

(2) $3xy^2-9x^2y=3xy\times y+3xy\times(-3x)=3xy(y-3x)$

(3) $y-y^2=y(1-y)=y(-y+1)$

(4) ＊$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$，$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使う。

$x^2+4x+4=x^2+2\times x\times 2+2^2=(x+2)^2$

＊(5)，(6)は $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ の公式を使う。

(5) かけて -12，加えて 4 になる 2 数は 6，-2 なので，$x^2+4x-12=(x+6)(x-2)$

(6) かけて 6，加えて 5 になる 2 数は 2，3 なので，$a^2+5a+6=(a+2)(a+3)$

(7) ＊3 つの項の両端が 2 乗なので，$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使うことに気づく。

$$x^2-x+\frac{1}{4}=x^2-x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=x^2-2\times x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$$

(8) ＊$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。$x^2-81=x^2-9^2=(x+9)(x-9)$

＊(9)～(11) 共通因数がある場合は必ず最初に共通因数をくくり出す。

(9) $36m^2-9n^2=9(4m^2-n^2)=9((2m)^2-n^2)=9(2m+n)(2m-n)$

(注) $36m^2-9n^2=(6m)^2-(3n)^2=(6m+3n)(6m-3n)$ ではまだ因数分解は不完全。

$6m+3n=3(2m+n)$，$6m-3n=3(2m-n)$ なので

$(6m+3n)(6m-3n)=3(2m+n)\times 3(2m-n)=9(2m+n)(2m-n)$ まで計算しなければ正解にはならない。

(10) $-3x^2+15x-12=-3(x^2-5x+4)$ かけて 4，加えて -5 になる 2 数は -1，-4

ゆえに，(式)$=-3(x-1)(x-4)$

(11) $9x^2y-30xy+25y$

(12) $x^2-\dfrac{y^2}{16}=x^2-\left(\dfrac{y}{4}\right)^2=\left(x+\dfrac{y}{4}\right)\left(x-\dfrac{y}{4}\right)$

$\boxed{4}$ $a=6,\ b=\dfrac{1}{2}$ のとき，$(a+b)^2-b(3a+b)$ の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] 33

[解説]

式を展開，整理してから代入。

$(a+b)^2-b(3a+b)=a^2-ab=36-3=33$

$\boxed{5}$ $p,\ a,\ b$ を整数とするとき，$x^2+px-36$ を $(x+a)(x+b)$ の形に因数分解したい。全部で何通りの因数分解ができるかを求めなさい。

[解答欄]

[解答] 9 通り

[解説]

かけて -36 になる 2 整数 $a,\ b$ の組み合わせは，36 の約数が $1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$ なので，

$(1,\ -36),\ (2,\ -18),\ (3,\ -12),\ (4,\ -9),\ (6,\ -6),\ (9,\ -4),\ (12,\ -3),\ (18,\ -2),\ (36,\ -1)$

の 9 通りになる。

ゆえに因数分解した式は，$(x+1)(x-36)$，$(x+2)(x-18)$，$(x+3)(x-12)$，$(x+4)(x-9)$，$(x+6)(x-6)$，$(x+9)(x-4)$，$(x+12)(x-3)$，$(x+18)(x-2)$，$(x+36)(x-1)$

の 9 通りになる。

$\boxed{6}$　$a,\ b,\ c$ を整数とする。$(x+a)(x+b)$，$(x+a)(x-b)$ をそれぞれ展開したら，それぞれ次のようになった。$a,\ b,\ c$ の値を求めなさい。

$(x+a)(x+b)=x^2-3x-c$

$(x+a)(x-b)=x^2+7x+c$

[解答欄]

[解答] $a=2,\ b=-5,\ c=10$

[解説]

$(x+a)(x+b)=x^2-3x-c$ より，$x^2+(a+b)x+ab=x^2-3x-c$

両辺の x の係数，定数項は同じなので，$a+b=-3$ ･･･①，$ab=-c$ ･･･②

また，$(x+a)(x-b)=x^2+7x+c$ より，$x^2+(a-b)x-ab=x^2+7x+c$

両辺の x の係数，定数項は同じなので，$a-b=7$ ･･･③，$-ab=c$ ･･･④

①，③の式を $a,\ b$ の連立方程式として加減法で解く。

①＋③より，$2a=4,\ a=2$

①に $a=2$ を代入して，$2+b=-3,\ b=-5$

④に $a=2,\ b=-5$ を代入すると，(注：②と④の式は同じなので②に代入してもよい)

$c=-ab=-1\times 2\times(-5)=10$

よって，$a=2,\ b=-5,\ c=10$

$\boxed{7}$　$x^2-ax-24$ を因数分解した結果が，$(x+3)(x-b)$ であるとき，$a,\ b$ の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a=5,\ b=8$

[解説]

$x^2-ax-24$ を因数分解した結果が，$(x+3)(x-b)$ であるので，

$x^2-ax-24=(x+3)(x-b)$

$x^2-ax-24=x^2+(3-b)x-3b$

両辺の x の係数，定数項は同じなので，

$-a=3-b$，$-24=-3b$ が成り立つ。

$-24=-3b$ より $b=8$

$-a=3-b$ に $b=8$ を代入すると，$-a=3-8,\ -a=-5,\ a=5$

ゆえに，$a=5,\ b=8$

【】試験問題 L

$\boxed{1}$　次の式を計算しなさい。

(1) $4a(3a+5b)$　　(2) $(12a^2+20a)\div\left(-\dfrac{4}{3}a\right)$

(3) $5x(4x-3y)-7y(3x-6y)$　　(4) $(5x-2)(y-4)$

(5) $(x+6)(x-4)$　　(6) $(3x+4)(3x-1)$

(7) $(x+5)^2$　　(8) $(3x-4)^2$

(9) $\left(6x+\dfrac{1}{5}\right)\left(6x-\dfrac{1}{5}\right)$　　(10) $(x+2)^2-(x+1)(x-1)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)		

[解答](1) $12a^2+20ab$　(2) $-9a-15$　(3) $20x^2-36xy+42y^2$

(4) $5xy-20x-2y+8$　(5) $x^2+2x-24$　(6) $9x^2+9x-4$　(7) $x^2+10x+25$

(8) $9x^2-24x+16$　(9) $36x^2-\dfrac{1}{25}$　(10) $4x+5$

[解説]

(1) ＊$a(b+c)=ab+ac$，$(a+b)c=ac+bc$ の公式を使う。

$4a(3a+5b)=4a\times3a+4a\times5b=12a^2+20ab$

(2) ＊逆数を使って割り算をかけ算になおす。

$$(12a^2+20a)\div\left(-\frac{4}{3}a\right)=(12a^2+20a)\times\left(-\frac{3}{4a}\right)=12a^2\times\left(-\frac{3}{4a}\right)+20a\times\left(-\frac{3}{4a}\right)$$

$=-9a-15$

(3)

$5x(4x-3y)-7y(3x-6y)=20x^2-15xy-21xy+42y^2=20x^2-36xy+42y^2$

(4) ＊$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ の公式を使う。

$(5x-2)(y-4)=5x\times y+5x\times(-4)-2\times y-2\times(-4)=5xy-20x-2y+8$

＊(5), (6)は $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

(5) $(x+6)(x-4)=x^2+(6-4)x+6\times(-4)=x^2+2x-24$

(6) ＊$3x$を1つの文字のように考えて$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$の公式を使う。

$$(3x+4)(3x-1)=(3x)^2+(4-1)\times 3x+4\times(-1)=9x^2+9x-4$$

＊(7), (8)は$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$の公式を使う。

(7) $(x+5)^2=x^2+2\times x\times 5+5^2=x^2+10x+25$

(8) $(3x-4)^2=(3x)^2-2\times 3x\times 4+4^2=9x^2-24x+16$

(9) ＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使う。

$$\left(6x+\frac{1}{5}\right)\left(6x-\frac{1}{5}\right)=(6x)^2-\left(\frac{1}{5}\right)^2=36x^2-\frac{1}{25}$$

(10)

$(x+2)^2-(x+1)(x-1)=x^2+4x+4-(x^2-1)=x^2+4x+4-x^2+1=4x+5$

$\boxed{2}$　次の因数分解をしなさい。

(1) $15ab-3a^2$　　(2) $x^2+5x-24$

(3) $a^2-14a+49$　　(4) $x^2-\frac{4}{9}$

(5) $mx^2-5mx+4m$　　(6) $a^2-4a+4-b^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $3a(5b-a)$　(2) $(x+8)(x-3)$　(3) $(a-7)^2$　(4) $\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)$

(5) $m(x-4)(x-1)$　(6) $(a+b-2)(a-b-2)$

[解説]

(1) ＊$aM+bM=M(a+b)$, $Ma+Mb=M(a+b)$：共通因数のくくり出し

$$15ab-3a^2=3a\times 5b+3a\times(-a)=3a(5b-a)$$

(2) ＊$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$の公式を使う。

かけて-24，加えて5になる2数は$8, -3$　ゆえに，

$x^2+5x-24=(x+8)(x-3)$

(3) ＊$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$，$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使う。

$a^2-14a+49=a^2-2\times a\times 7+7^2=(a-7)^2$

(4) ＊ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の 公 式 を 使 う 。

$x^2-\dfrac{4}{9}=x^2-\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\left(x+\dfrac{2}{3}\right)\left(x-\dfrac{2}{3}\right)$

(5) ＊共通因数があるものは，まず共通因数のくくり出しを行う。

$mx^2-5mx+4m=m(x^2-5x+4)$ かけて 4，加えて -5 になる 2 数は $-4,\ -1$

ゆえに，(式)$=3(x-4)(x-1)$

(6) 少し難しい問題。$a^2-4a+4=(a-2)^2$ になることに気づけば解ける。

$a^2-4a+4-b^2=(a-2)^2-b^2$

$a-2=M$ とおくと，(式)$=M^2-b^2=(M+b)(M-b)$

$M=a-2$ を入れると，(式)$=(a-2+b)(a-2-b)=(a+b-2)(a-b-2)$

$\boxed{3}$ 因数分解の公式を使って，工夫して計算しなさい。途中の計算も書くこと。

175^2-25^2

[解答欄]

[解答]$175^2-25^2=(175+25)\times(175-25)=200\times 150=30000$

[解説]

因数分解の公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を使う。

$\boxed{4}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 次の素因数分解をしなさい。

① 72　　② 480

(2) 次の数にできるだけ小さい自然数をかけてある数の 2 乗になるようにしたい。どんな数をかけたらよいか。

① 175　　② 84

[解答欄]

(1)①	②	(2)①
②		

[解答](1)①　$2^3\times3^2$　②　$2^5\times3\times5$　(2)①　7　②　21

[解説]

(1) ＊1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

2 | 72
2 | 36
2 | 18
3 | 9
　 3

$72=2^3\times3^2$

2 | 480
2 | 240
2 | 120
2 | 60
2 | 30
3 | 15
　 5

$480=2^5\times3\times5$

(2) 整数を 2 乗した平方数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。例：$12^2=(2^2\times3)^2=2^4\times3^2$ で指数 4, 2 はいずれも偶数

したがって，指数部分がすべて偶数になるような一番小さい数をかけてやる。

①　$175=5^2\times7$ なので 7 をかけると指数部分がすべて偶数となる。

$$175\times7=5^2\times7\times7=5^2\times7^2=(5\times7)^2=35^2$$

②　$84=2^2\times3\times7$ なので，3×7 をかけると指数部分がすべて偶数となる。

$\boxed{5}$　1 辺の長さが x m の正方形の土地がある。この正方形の土地の縦を 3 m 長くし，横を 2 m 短くした。長方形の土地は，もとの正方形の土地より，どれだけ大きいか。

[解答欄]

[解答]

(正方形の面積)＝x^2，(長方形の面積)＝$(x+3)(x-2)=x^2+x-6$

(長方形の面積)－(正方形の面積)＝$(x^2+x-6)-x^2=x-6$

よって，$x-6$　m² だけ大きくなる。

$\boxed{6}$ 奇数の 2 乗が奇数になることを証明しなさい。

[解答欄]

[解答]

n を整数とすると，奇数は $2n+1$ と表すことができる。

$(2n+1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 2(2n^2 + 2n) + 1$

n は整数なので，$2n^2 + 2n$ も整数になる。よって，$2(2n^2 + 2n) + 1$ は奇数となる。

したがって，奇数の 2 乗は奇数になる。

[解説]

・奇数は，$3 = 2\times1+1$, $5 = 2\times2+1$, $7 = 2\times3+1$ のように，$2\times$(整数)$+1$ の形で表すことができる。したがって，奇数は整数 n を使って $2n+1$ と表すことができる。

・また，$2\times(n^2+3n+2)+1$ などのように，$2\times$(整式)$+1$ の形になっているものは，n が整数のとき n^2+3n+2 も整数になるので，$2\times$(整数)$+1$ で奇数になる。

・例えば，$2n^2+8n+5$ は

$2n^2+8n+5 = (2n^2+8n+4)+1 = 2(n^2+4n+2)+1$ と変形することで奇数になることを説明できる。

$\boxed{7}$ 3，4，5 のように連続する 3 つの整数では，中央の数の 2 乗から 1 をひくと両端の数の積に等しくなることを証明しなさい。

[解答欄]

[解答]
連続する 3 つの整数を$n-1$, n, $n+1$とおくと，
まん中の整数の 2 乗から1をひいた数は，n^2-1･･･①
両端の整数の積は，$(n-1)(n+1)=n^2-1$･･･②
①と②は等しい。
よって，まん中の整数の 2 乗から1をひいた数は，両端の整数の積に等しい。
[解説]
例えば，連続する 3 つの整数$5, 6, 7$は，$5, 5+1, 5+2$と表すことができる。一般的には，整数nを使って，n, $n+1$, $n+2$と表すことができる。
真ん中の数を基準にとれば，例えば，3 つの整数$5, 6, 7$は，$6-1$, 6, $6+1$と表すことができる。真ん中の整数をnとおくと，$n-1$, n, $n+1$と表すことができる。証明問題では$n-1$, n, $n+1$を使った方が計算が楽になることが多い。

$\boxed{8}$ 次の問いに答えなさい。
(1) 次の数の平方根を答えなさい。
① 16　② 0.09　③ 10
(2) 次の数を，根号を使わないで表しなさい。
① $-\sqrt{49}$　② $\left(\sqrt{2}\right)^2$
(3) 次の各組の数の大小を，不等号を使って表しなさい。
① $2, \sqrt{3}$　② $-4, -\sqrt{29}, -\sqrt{13}$
[解答欄]

(1)①	②	③
(2)①	②	(3)①
②		

[解答](1)① ±4　② ±0.3　③ $\pm\sqrt{10}$　(2)① -7　② 2　(3)① $\sqrt{3}<2$
② $-\sqrt{29}<-4<-\sqrt{13}$
[解説]
(1) 平方根ときたら±。例えば，2 乗して16になる数が16の平方根なので，$+4$だけでなく-4もはいる。$+4$と-4をまとめて±4と書く。0の平方根は0だけである

が，それ以外の場合は±の 2 通りがある。また10の平方根のように，整数・分数・小数で表すことができないものは，$\pm\sqrt{10}$ のように±√を使って平方根を表す。

(2) $\sqrt{a^2}=a$，$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$　(ただし$a\geqq 0$)

①$-\sqrt{49}=-\sqrt{7^2}=-7$　　② $\left(\sqrt{2}\right)^2=2$

(3) ＊√の大小は 2 乗して比べる。$a<b$ なら$\sqrt{a}<\sqrt{b}$

① $2^2=4,\ \left(\sqrt{3}\right)^2=3$，$3<4$なので$\sqrt{3}<\sqrt{4}$　ゆえに，$\sqrt{3}<2$

② まずマイナスの符号を無視して考える。$4^2=16,\ \left(\sqrt{29}\right)^2=29,\ \left(\sqrt{13}\right)^2=13$

$13<16<29$ なので，$\sqrt{13}<\sqrt{16}<\sqrt{29}$，$\sqrt{13}<4<\sqrt{29}$

各辺の符号を－にすると，不等号の向きが逆転して，$-\sqrt{13}>-4>-\sqrt{29}$

ゆえに，$-\sqrt{29}<-4<-\sqrt{13}$

$\boxed{9}$　次の問いに答えなさい。

(1) $3<\sqrt{a}<4$ をみたす自然数aをすべて求めなさい。

(2) $\sqrt{5}<n<\sqrt{60}$ をみたす自然数nをすべて求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $a=10, 11, 12, 13, 14, 15$　(2) $n=3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7$

[解説]

(1) 不等式の各辺が正の数であるときは 2 乗しても大小関係は変わらない。

ゆえに，$3<\sqrt{a}<4$ の各辺を 2 乗すると，$9<a<16$

この範囲にある自然数aは$a=10, 11, 12, 13, 14, 15$

(2) $\sqrt{5}<n<\sqrt{60}$ の各辺を 2 乗すると，$5<n^2<60$

$2^2=4,\ 3^2=9, \cdots, 7^2=49,\ 8^2=64$なので，

$5<n^2<60$を満たすnは$n=3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7$

$\boxed{10}$　次の数を $a\sqrt{b}$ の形に変形しなさい。

(1) $\sqrt{18}$　　　　(2) $\sqrt{700}$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $3\sqrt{2}$　(2) $10\sqrt{7}$

[解説]

＊ $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中を簡単な数にする(a^2 ： 4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

(1) $\sqrt{18}=\sqrt{9\times2}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{3^2}\times\sqrt{2}=3\times\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{700}=\sqrt{100\times7}=\sqrt{10^2\times7}=\sqrt{10^2}\times\sqrt{7}=10\times\sqrt{7}=10\sqrt{7}$

$\boxed{11}$　次の計算をしなさい。ただし，計算の結果が分数になったときは，分母に根号を含まない形になおしなさい。

(1) $\sqrt{2}\times\sqrt{5}$　　　　(2) $\sqrt{7}\times\sqrt{21}$

(3) $\sqrt{48}\div2\sqrt{3}$　　　　(4) $\sqrt{8}\div\sqrt{12}$

(5) $6\div\sqrt{24}$　　　　(6) $\sqrt{96}\times\sqrt{8}\div\sqrt{12}$

(7) $\sqrt{0.45}\times\sqrt{0.8}$　　　　(8) $\sqrt{\frac{3}{5}}\div\sqrt{\frac{15}{28}}\times\frac{2\sqrt{7}}{7}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $\sqrt{10}$　(2) $7\sqrt{3}$　(3) 2　(4) $\frac{\sqrt{6}}{3}$　(5) $\frac{\sqrt{6}}{2}$　(6) 8　(7) 0.6　(8) $\frac{4}{5}$

[解説]

＊ $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$,　$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$　同じ√の傘の中に入れる

＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中を簡単な数にする(a^2 ： 4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

＊分母に√があるときは，分母・分子にそのルートをかけて分母を有理化する。

(1) $\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{2\times5}=\sqrt{10}$

(2) $\sqrt{7}\times\sqrt{21}=\sqrt{7\times21}=\sqrt{7\times7\times3}=\sqrt{7^2\times3}=7\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{48}\div2\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{48}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{\dfrac{48}{3}}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{16}=\dfrac{1}{2}\times4=2$

(4) $\sqrt{8}\div\sqrt{12}=\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\dfrac{8}{12}}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}=\sqrt{\dfrac{2\times3}{3\times3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{9}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

(5) $6\div\sqrt{24}=\dfrac{6}{\sqrt{24}}=\dfrac{6}{\sqrt{4\times6}}=\dfrac{6}{2\sqrt{6}}=\dfrac{6\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{6\sqrt{6}}{2\times6}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

(6) $\sqrt{96}\times\sqrt{8}\div\sqrt{12}=\dfrac{\sqrt{96}\times\sqrt{8}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\dfrac{96\times8}{12}}=\sqrt{64}=8$

(7) $\sqrt{0.45}\times\sqrt{0.8}=\sqrt{0.45\times0.8}=\sqrt{0.36}=\sqrt{0.6^2}=0.6$

(8) $\sqrt{\dfrac{3}{5}}\div\sqrt{\dfrac{15}{28}}\times\dfrac{2\sqrt{7}}{7}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\div\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{28}}\times\sqrt{7}\times\dfrac{2}{7}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{28}}{\sqrt{15}}\times\sqrt{7}\times\dfrac{2}{7}$

$=\dfrac{2}{7}\sqrt{\dfrac{3}{5}\times\dfrac{28}{15}\times7}=\dfrac{2}{7}\sqrt{\dfrac{196}{25}}=\dfrac{2}{7}\sqrt{\left(\dfrac{14}{5}\right)^2}=\dfrac{2}{7}\times\dfrac{14}{5}=\dfrac{4}{5}$

$\boxed{12}$ $\sqrt{2}=a$, $\sqrt{20}=b$ として次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{200}$ (2) $\sqrt{50}$

(3) $\sqrt{5}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $10a$ (2) $5a$ (3) $\dfrac{10}{b}$

[解説]

＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ を使って式を簡単な形にする。

(1) $\sqrt{200}=\sqrt{100\times 2}=10\sqrt{2}=10a$

(2) $\sqrt{50}=\sqrt{25\times 2}=5\sqrt{2}=5a$

(3) 式を変形して無理やり $\sqrt{20}$ で表す。

$$\sqrt{5}=\sqrt{\frac{5}{1}}=\sqrt{\frac{100}{20}}=\frac{10}{\sqrt{20}}=\frac{10}{b}$$

【】試験問題 M

$\boxed{1}$　次の(　　)の中に適当なことばを当てはめなさい。

- 整数がいくつかの整数の積の形で表されるとき，その 1 つ 1 つの数を，もとの数の(　①　)という。
- $18 = 2 \times 3 \times 3$　の式で，2，3 は，1 を除いたそれよりも小さい自然数の積で表すことができない。このような自然数のことを(　②　)という。また，このような自然数の積の形で表すことを(　　③　　)するという。

[解答欄]

①	②	③

[解答]①　因数　②　素数　③　素因数分解

$\boxed{2}$　10 より大きく，20 以下の素数をすべて答えなさい。

[解答欄]

[解答]11, 13, 17, 19

[解説]

7 のように 1 とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。1 は素数にはいれない。1 けたの素数は 2，3，5，7

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~

100 以下の自然数については，約数をもつものは 1 けたの素数 2，3，5，7 のどれかで割り切れる。逆に言えば，2，3，5，7 のいずれでも割り切れない 100 以下の自然数は素数である。20 までの整数を書き並べて，2 の倍数，3 の倍数，5 の倍数，7 の倍数を消去すれば，残りが素数になる。10 から 20 までの数の中で素数であるのは，11，13，17，19

$\boxed{3}$　次の自然数を素因数分解しなさい。

(1) 6　　　　(2) 72

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 2×3　(2) $2^3\times3^2$

[解説]

＊1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

72 の素因数分解は，右図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$72=2^3\times3^2$

$\boxed{4}$　次の問いに答えなさい。

(1)　$3-8$ を計算しなさい。

(2)　99×101 を計算しなさい。

(3)　103^2 を計算しなさい。

(4)　2002^2-1998^2 を計算しなさい。

(5)　方程式 $5x+1=2x-5$ の解を求めなさい。

(6)　連立方程式 $\begin{cases} 2x+3y=8 \\ 3x+2y=7 \end{cases}$ の解を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) -5　(2) 9999　(3) 10609　(4) 16000　(5) $x=-2$

(6) $x=1,\ \ y=2$

[解説]

(2) $99\times101=(100-1)\times(100+1)=100^2-1^2=9999$

(3) $103^2=(100+3)^2=100^2+2\times100\times3+3^2=10609$

(4) $2002^2-1998^2=(2002+1998)\times(2002-1998)=4000\times4=16000$

(5) $5x+1=2x-5$，$5x-2x=-5-1$，$3x=-6$　ゆえに，$x=-2$

(6) この連立方程式は加減法で解くのが適当。(代入法では分数が出てくる)

$\begin{cases} 2x+3y=8 \\ 3x+2y=7 \end{cases}$ の y の係数を6にそろえる。

上の式の両辺に2を，下の式の両辺に3をかけると，$\begin{cases} 4x+6y=16 \\ 9x+6y=21 \end{cases}$

下の式から上の式を引くと，$5x=5$　ゆえに，$x=1$

最初の式 $3x+2y=7$ に $x=1$ を代入すると，$3+2y=7$，$2y=4$　ゆえに，$y=2$

ゆえに，$x=1$，$y=2$

$\boxed{5}$　次の計算をしなさい。

(1) $(2x-y)\times 3x$　　(2) $(ab-3a)\div a$

(3) $(15x^2y-9xy^2)\div \dfrac{3}{2}xy$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $6x^2-3xy$　(2) $b-3$　(3) $10x-6y$

[解説]

(1) ＊$a(b+c)=ab+ac$，$(a+b)c=ac+bc$ の公式を使う。

$(2x-y)\times 3x=2x\times 3x-y\times 3x=6x^2-3xy$

＊(2)，(3) ＊逆数を使って割り算をかけ算になおす。$(a+b)\div c=(a+b)\times\dfrac{1}{c}$

逆数は分数の分母・分子を逆にしたもの(例：$c=\dfrac{c}{1}\to\dfrac{1}{c}$，$-\dfrac{3}{2}x=-\dfrac{3x}{2}\to-\dfrac{2}{3x}$)

(2) $(ab-3a)\div a=(ab-3a)\times\dfrac{1}{a}=ab\times\dfrac{1}{a}-3a\times\dfrac{1}{a}=b-3$

(3) $(15x^2y-9xy^2)\div\dfrac{3}{2}xy=(15x^2y-9xy^2)\times\dfrac{2}{3xy}=15x^2y\times\dfrac{2}{3xy}-9xy^2\times\dfrac{2}{3xy}$

$=10x-6y$

$\boxed{6}$ 次の式を展開しなさい。

(1) $(a+b)^2$　　(2) $(2x-3y)^2$

(3) $(2a+3)(2a-3)$　　(4) $(x+4)(x+3)$

(5) $(x-4)(x-3)$　　(6) $(x+2)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

(7) $(x+3y)(x-2y)$　　(8) $(3a+2b-5)(2b+3a+5)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $a^2+2ab+b^2$　(2) $4x^2-12xy+9y^2$　(3) $4a^2-9$　(4) $x^2+7x+12$

(5) $x^2-7x+12$　(6) $x^2+\frac{3}{2}x-1$　(7) $x^2+xy-6y^2$

(8) $9a^2+12ab+4b^2-25$

[解説]

＊(1), (2)は$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$の公式を使う。

(2) $(2x-3y)^2=(2x)^2-2\times 2x\times 3y+(3y)^2=4x^2-12xy+9y^2$

(3) ＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使う。

$(2a+3)(2a-3)=(2a)^2-3^2=4a^2-9$

＊(4)～(8)は$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$の公式を使う。

(4) $(x+4)(x+3)=x^2+(4+3)x+4\times 3=x^2+7x+12$

(5) $(x-4)(x-3)=x^2+(-4-3)x+(-4)\times(-3)=x^2-7x+12$

(6) $(x+2)\left(x-\frac{1}{2}\right)=x^2+\left(2-\frac{1}{2}\right)x+2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=x^2+\frac{3}{2}x-1$

(7) $(x+3y)(x-2y)=x^2+(3y-2y)x+3y\times(-2y)=x^2+xy-6y^2$

(8) $3a+2b$が前と後ろに共通してあることに注目して，$3a+2b=M$とおく。

$(3a+2b-5)(2b+3a+5)=(M-5)(M+5)=M^2-25$

$=(3a+2b)^2-25=9a^2+12ab+4b^2-25$

$\boxed{7}$　次の式を因数分解しなさい。

(1) $ab+3a$　　(2) $9a^2-\frac{1}{4}b^2$

(3) $9a^2-1$　　(4) $x^2-8x+16$

(5) $9a^2-12ab+4b^2$　　(6) x^2+6x+8

(7) $2x^2-12x+16$　　(8) $(2x+y)^2-(x-y)^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $a(b+3)$　(2) $\left(3a+\frac{1}{2}b\right)\left(3a-\frac{1}{2}b\right)$　(3) $(3a+1)(3a-1)$

(4) $(x-4)^2$　(5) $(3a-2b)^2$　(6) $(x+4)(x+2)$　(7) $2(x-2)(x-4)$

(8) $3x(x+2y)$

[解説]

(1) ＊$aM+bM=M(a+b)$, $Ma+Mb=M(a+b)$：共通因数のくくり出し

$ab+3a=a(b+3)$

＊(2), (3)は$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$の公式を使う。

(2) $9a^2-\frac{1}{4}b^2=(3a)^2-\left(\frac{1}{2}b\right)^2=\left(3a+\frac{1}{2}b\right)\left(3a-\frac{1}{2}b\right)$

(3) $9a^2-1=(3a)^2-1^2=(3a+1)(3a-1)$

＊(4), (5)は$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$，$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$の公式を使う。

(4) $x^2-8x+16=x^2-2\times x\times 4+4^2=(x-4)^2$

(5) $9a^2-12ab+4b^2=(3a)^2-2\times 3a\times 2b+(2b)^2=(3a-2b)^2$

＊(6), (7)は$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$の公式を使う。

(6) かけて8，加えて6になる2数は4，2　ゆえに，$x^2+6x+8=(x+4)(x+2)$

(7) ＊共通因数がある場合は必ず最初くくりだしておく。

$2x^2-12x+16=2(x^2-6x+8)$　かけて8，加えて-6になる2数は-2，-4

ゆえに，(式)$=2(x-2)(x-4)$

(8) $A=2x+y$, $B=x-y$ とおくと，

$(2x+y)^2-(x-y)^2=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

$=(2x+y+x-y)(2x+y-x+y)=3x(x+2y)$

$\boxed{8}$ $(x-3)(x-5)-(x-4)^2$ を簡単にしなさい。

[解答欄]

[解答]-1

[解説]

＊ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$， $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使う。

$(x-3)(x-5)-(x-4)^2=x^2-8x+15-(x^2-8x+16)=x^2-8x+15-x^2+8x-16$

$=-1$

$\boxed{9}$ たて30 m，よこ 40 m の長方形の花壇のまわりに幅 a m の道をつくりました。

道の面積を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $4a^2+140a$ (m²)

[解説]

道幅も含めた外側の長方形の縦は $30+2a$ (m)，横は $40+2a$ (m)なので

(外側の長方形の面積)＝(縦)×(横)

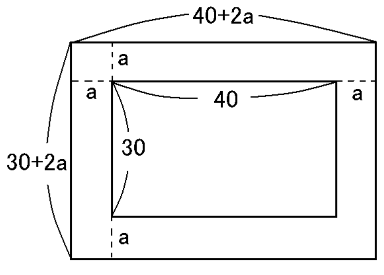
$=(30+2a)(40+2a)=(2a+30)(2a+40)$

$=(2a)^2+(30+40)\times 2a+30\times 40=4a^2+140a+1200$ (m²)

(内側の長方形の面積)＝(縦)×(横)＝ $30\times 40=1200$ (m²)

(道の面積)＝(外側の長方形の面積)－(内側の長方形の面積)

$=4a^2+140a+1200-1200=4a^2+140a$ (m²)



$\boxed{10}$　となりあう 2 つの偶数の積に1をたすと，奇数の 2 乗になることを証明しなさい。

[解答欄]

[解答]

となりあう 2 つの偶数を$2n$，$2n+2$とおく。(nは整数)

$2n(2n+2)+1=4n^2+4n+1=(2n+1)^2$

$2n+1$は奇数なので，となりあう 2 つの偶数の積に1をたすと，奇数の 2 乗になる

[解説]

・例えば，偶数については$6=2\times 3$，$8=2\times 4$のように$2\times$(整数)と表すことができる。奇数については，$7=6+1=2\times 3+1$，$9=8+1=2\times 4+1$のように$2\times$(整数)$+1$と表すことができる。一般に，整数nを使って，偶数は$2n$，奇数は$2n+1$と表すことができる。

・連続する 2 つの偶数，例えば，6，8は6，$6+2$と表すことができる。

小さい方の偶数を$2n$とすると，大きい方の偶数は$2n+2$と表すことができる。

$\boxed{11}$　$x^2+ax+12$が因数分解できるとき，aにあてはまる整数は何個ありますか。

[解答欄]

[解答]6 通り

[解説]

12の約数は1，2，3，4，6，12なので，積が12になる 2 整数の組み合わせは，

$(1,\ 12)$，$(2,\ 6)$，$(3,\ 4)$，$(-1,\ -12)$，$(-2,\ -6)$，$(-3,\ -4)$の 6 通りである。

ゆえに因数分解した式は，$(x+1)(x+12)$，$(x+2)(x+6)$，$(x+3)(x+4)$，

$(x-1)(x-12)$，$(x-2)(x-6)$，$(x-3)(x-4)$ の 6 通り。

これを展開すると，

$x^2+13x+12$，$x^2+8x+12$，$x^2+7x+12$，$x^2-13x+12$，$x^2-8x+12$，$x^2-7x+12$

ゆえに，aのとりうる値は13，8，7，-13，-8，-7の 6 個

【】試験問題 N

$\boxed{1}$　次の問いに答えなさい。

(1)　次の数のうち，素数をすべて選びなさい。

1，2，3，4，5，6，7，8，9，10

(2)　12 を素因数分解しなさい

(3)　12n はある数の 2 乗になっています。このような n のうち，もっとも小さなもの を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　$2, 3, 5, 7$　(2)　$2^2 \times 3$　(3)　$n = 3$

[解説]

(1)　7 のように 1 とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。1 は素数にはいれない。1 けたの素数は $2, 3, 5, 7$

(2) 1 けたの素数 $2, 3, 5, 7$ で割っていく。右図に示した方法で計算する。

(3)　整数を 2 乗した数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$12 = 2^2 \times 3$

例：$12^2 = \left(2^2 \times 3\right)^2 = 2^4 \times 3^2$ で指数 $4, 2$ はいずれも偶数

$12 = 2^2 \times 3$ なので 3 をかけると，$12 \times 3 = 2^2 \times 3^2 = 6^2$　となる。

$\boxed{2}$　次の問いに答えなさい。

(1)　次の値を求めなさい。

①　5 の平方根　　②　$\sqrt{9}$　　③　$\sqrt{\dfrac{144}{49}}$

(2)　$\sqrt{2} = 1.414$ として，次の値の近似値を求めなさい。

①　$\sqrt{200}$　　②　$\sqrt{0.02}$

(3)　次の各組の数の大小を，不等号を使って表しなさい。

①　$\sqrt{5}, \sqrt{6}$　　②　$-7, -\sqrt{50}$　　③　$2, 3, \sqrt{5}$

(4)　次の数を $\sqrt{a}$ の形になおしなさい。

①　$2\sqrt{3}$　　②　$5\sqrt{5}$

(5)　次の数を$a\sqrt{b}$の形になおしなさい。

①　$\sqrt{12}$　　　　　　　②　$\sqrt{72}$

[解答欄]

(1)①	②	③
(2)①	②	(3)①
②	③	(4)①
②	(5)①	②

[解答](1)①　$\pm\sqrt{5}$　②　3　③　$\frac{12}{7}$　(2)①　14.14　②　0.1414　(3)①　$\sqrt{5}<\sqrt{6}$

②　$-\sqrt{50}<-7$　③　$2<\sqrt{5}<3$　(4)①　$\sqrt{12}$　②　$\sqrt{125}$　(5)①　$2\sqrt{3}$　②

$6\sqrt{2}$

[解説]

(2)①　$\sqrt{10^{2n}\times a}=10^n\sqrt{a}$ の形に変形する。

$\sqrt{200}=\sqrt{2\times100}=\sqrt{2}\times\sqrt{100}=\sqrt{2}\times10=1.414\times10=14.14$

②$\sqrt{0.\cdot\cdot\cdot a}$ は分数の形にする。

$\sqrt{0.02}=\sqrt{\frac{2}{100}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{100}}=\frac{\sqrt{2}}{10}=1.414\div10=0.1414$

(3)　$a<b$　ならば$\sqrt{a}<\sqrt{b}$　(ただしa，bは0以上)

①　$5<6$なので，$\sqrt{5}<\sqrt{6}$

②　$\sqrt{49}<\sqrt{50}$なので，$-\sqrt{49}>-\sqrt{50}$　よって，$-\sqrt{50}<-7$

③　$2=\sqrt{4}$，$3=\sqrt{9}$　$4<5<9$なので$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$　よって，$2<\sqrt{5}<3$

(4)　＊$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b}=\sqrt{a^2\times b}$

①　$2\sqrt{3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{12}$

②　$5\sqrt{5}=\sqrt{25}\times\sqrt{5}=\sqrt{25\times5}=\sqrt{125}$

(5)　＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中を簡単な数にする(a^2：4, 9, 16, 25, 36, 49など)　①　$\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

②　$\sqrt{72}=\sqrt{36\times2}=\sqrt{36}\times\sqrt{2}=6\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

$\boxed{3}$　次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{7}$　　(2) $\sqrt{28}\div\sqrt{7}$

(3) $\sqrt{12}\div\sqrt{6}\times 2\sqrt{3}$　　(4) $\sqrt{5}+3\sqrt{5}$

(5) $3\sqrt{3}-\sqrt{27}$　　(6) $\sqrt{50}-\dfrac{6}{\sqrt{2}}$

(7) $\sqrt{48}+\sqrt{18}-\sqrt{50}$　　(8) $\left(\sqrt{2}+3\right)\left(\sqrt{2}+4\right)$

(9) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1) $\sqrt{21}$　(2) 2　(3) $2\sqrt{6}$　(4) $4\sqrt{5}$　(5) 0　(6) $2\sqrt{2}$

(7) $4\sqrt{3}-2\sqrt{2}$　(8) $14+7\sqrt{2}$　(9) 3

[解説]

＊$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$，$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$　同じ√の傘の中に入れる

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{7}=\sqrt{3\times 7}=\sqrt{21}$

(2) $\sqrt{28}\div\sqrt{7}=\dfrac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\dfrac{28}{7}}=\sqrt{4}=2$

(3) $\sqrt{12}\div\sqrt{6}\times 2\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{\dfrac{12}{6}}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{2\times 3}=2\sqrt{6}$

(4)＊$a\sqrt{2}+b\sqrt{2}=\left(a+b\right)\sqrt{2}$：文字式と同じように同類項はまとめることができる。

$\sqrt{5}+3\sqrt{5}=\left(1+3\right)\sqrt{5}=4\sqrt{5}$

＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ を使って式を簡単な形にしてから同類項を整理する。

(5) $3\sqrt{3}-\sqrt{27}=3\sqrt{3}-\sqrt{9\times 3}=3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=0$

(6) $\sqrt{50}-\dfrac{6}{\sqrt{2}}=\sqrt{25\times 2}-\dfrac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=5\sqrt{2}-\dfrac{6\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

(7) $\sqrt{48}+\sqrt{18}-\sqrt{50}=\sqrt{16\times 3}+\sqrt{9\times 2}-\sqrt{25\times 2}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}=4\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

(8) ＊$\sqrt{2}$ を x のように考え，$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

$(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}+4)=(\sqrt{2})^2+(3+4)\sqrt{2}+3\times 4=2+7\sqrt{2}+12=14+7\sqrt{2}$

(9)＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2=5-2=3$

$\boxed{4}$　次の計算をしなさい。

(1) $3x(5x-2)$　　(2) $(2x^2y-4xy)\div 2xy$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $15x^2-6x$　(2) $x-2$

[解説]

(1) $3x(5x-2)=3x\times 5x+3x\times(-2)=15x^2-6x$

(2) $(2x^2y-4xy)\div 2xy=(2x^2y-4xy)\times\dfrac{1}{2xy}=2x^2y\times\dfrac{1}{2xy}-4xy\times\dfrac{1}{2xy}=x-2$

$\boxed{5}$　次の式を展開しなさい。

(1) $(a+2)(b-3)$　　(2) $(2x+4)(x-2)$

(3) $(x+3y-2)(x+1)$　　(4) $(x+1)(x+4)$

(5) $(x-7)(x+4)$　　(6) $(x+2)^2$

(7) $(x+1)(x-1)$　　(8) $(3x-2y)^2$

(9) $(x-3)^2+(x+1)(x+8)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1) $ab-3a+2b-6$ (2) $2x^2-8$ (3) $x^2+3xy-x+3y-2$

(4) x^2+5x+4 (5) $x^2-3x-28$ (6) x^2+4x+4 (7) x^2-1

(8) $9x^2-12xy+4y^2$ (9) $2x^2+3x+17$

[解説]

＊(1)～(3)は展開の公式 $(a+b)(c+d)=\overset{①}{ac}+\overset{②}{ad}+\overset{③}{bc}+\overset{④}{bd}$ を使う。

(1) $(a+2)(b-3)=a\times b+a\times(-3)+2\times b+2\times(-3)=ab-3a+2b-6$

(2) $(2x+4)(x-2)=2x\times x+2x\times(-2)+4\times x+4\times(-2)=2x^2-4x+4x-8=2x^2-8$

(3) $(x+3y-2)(x+1)=x\times x+x\times 1+3y\times x+3y\times 1-2\times x-2\times 1$

$=x^2+x+3xy+3y-2x-2=x^2+3xy-x+3y-2$

＊(4), (5)は $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

(4) $(x+1)(x+4)=x^2+(1+4)x+1\times 4=x^2+5x+4$

(5) $(x-7)(x+4)=x^2+(-7+4)x-7\times 4=x^2-3x-28$

＊(6), (8)は $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

(6) $(x+2)^2=x^2+2\times x\times 2+2^2=x^2+4x+4$

(7) ＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$(x+1)(x-1)=x^2-1^2=x^2-1$

(8) $(3x-2y)^2=(3x)^2-2\times 3x\times 2y+(2y)^2=9x^2-12xy+4y^2$

(9) $(x-3)^2+(x+1)(x+8)=x^2-6x+9+x^2+9x+8=2x^2+3x+17$

$\boxed{6}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 次の(　　)にあてはまる式を入れなさい。

① $ax+ay=a(\quad)$　　② $3x^3+6x^2+9x=3x(\quad)$

(2) 次の式を因数分解しなさい。

① $6mx-2m$　　② $4a^2b-6ab^2-10ab$

③ x^2-x

[解答欄]

(1)①	②	(2)①
②	③	

[解答](1)① $x+y$　② x^2+2x+3　(2)① $2m(3x-1)$　② $2ab(2a-3b-5)$
③ $x(x-1)$

[解説]

＊共通因数のくくりだし。

(1)① $ax+ay=a(x+y)$

② $3x^3+6x^2+9x=3x\times x^2+3x\times 2x+3x\times 3=3x(x^2+2x+3)$

(2)① $6mx-2m=2m\times 3x-2m\times 1=2m(3x-1)$

② $4a^2b-6ab^2-10ab=2ab\times 2a-2ab\times 3b-2ab\times 5=2ab(2a-3b-5)$

③ $x^2-x=x\times x-x\times 1=x(x-1)$

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,200 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word(または一太郎)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば，FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1500 ページ)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。
RunFdData(Word 版)　【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】
RunFdData(一太郎版)　【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataTAs.exe 】
※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】

【Fd 教材開発：URL http://www.fdtext.com/dat/　Tel (092) 404-2266】