【】試験問題 G

$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 次の①～③の下線部の誤りを正しくしなさい。

① 16 の平方根は $\underline{4}$ である。　　② $\sqrt{49}$ は $\underline{\pm 7}$ である。

③ $\sqrt{8}+\sqrt{18}=\underline{\sqrt{26}}$ である。

(2) 次の数を変形して，$\sqrt{\ }$ の中をできるだけ簡単にしなさい。

① $\sqrt{20}$　　② $\sqrt{135}$

(3) 次の数を小さい順に書きなさい。

$\dfrac{2}{3}$, $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$, $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$, $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

(4) $\sqrt{54a}$ が最小の自然数となるような自然数 a の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)①	②	③
(2)①	②	(3)
(4)		

[解答](1)① ± 4　② 7　③ $5\sqrt{2}$　(2)① $2\sqrt{5}$　② $3\sqrt{15}$

(3) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$, $\dfrac{2}{3}$, $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$, $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　(4) $a=6$

[解説]

(1) ① ＊平方根ときたら±。2 乗して 16 になる数が 16 の平方根なので，$+4$ だけでなく -4 もはいる。$+4$ と -4 をあわせて ± 4 と書く。

② $\sqrt{49}=\sqrt{7^2}=7$　$\sqrt{a}$ は 0 以上でマイナスになることはない。

③ かけ算と割り算については，$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$，$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{a\div b}$，$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

のように 1 つの√の傘の中に入れることができが，足し算，引き算ではそのようなこ

とはできない。

$\sqrt{8}+\sqrt{18}=\sqrt{4\times 2}+\sqrt{9\times 2}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(2+3)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

(2) ＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中を簡単な数にする(a^2：4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

① $\sqrt{20}=\sqrt{4\times 5}=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

② $\sqrt{135}=\sqrt{9\times 15}=\sqrt{9}\times\sqrt{15}=3\sqrt{15}$

(3) ＊√の大小は 2 乗して比べる。$a<b$ なら $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$, $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2=\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$, $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{4}{3}=\frac{12}{9}$, $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2=\frac{2}{9}$

$\frac{2}{9}<\frac{4}{9}<\frac{6}{9}<\frac{12}{9}$ なので $\frac{\sqrt{2}}{3}<\frac{2}{3}<\sqrt{\frac{2}{3}}<\frac{2}{\sqrt{3}}$

(4) ＊まず $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中をできるだけ簡単な数にする。

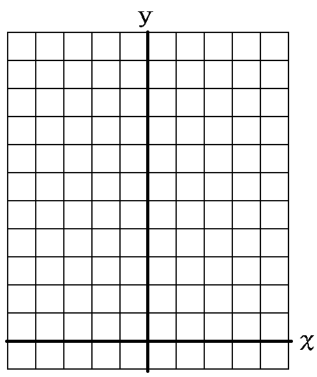
$\sqrt{54a}=\sqrt{9\times 6a}=3\sqrt{6a}$　$3\sqrt{6a}$ が自然数となるためには，$6a$ がある数の 2 乗にならなければならない。そのうち最小なのは $a=6$

$\boxed{2}$　次の問いに答えなさい。

(1)　底面と高さが x cm である三角形の面積を y cm² とするとき，x，y の関係を式に表しなさい。

(2)　y が x の 2 乗に比例し，$x=-3$ のとき $y=72$ であるとき，x，y の関係を式に表しなさい。

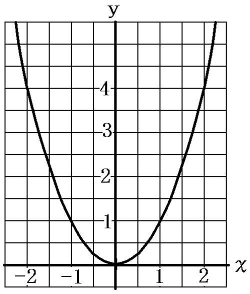
(3)　関数 $y=x^2$ のグラフを完成させなさい。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $y=\frac{1}{2}x^2$　(2) $y=8x^2$　(3)



[解説]

(1) (三角形の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺)×(高さ) なので, $y=\frac{1}{2}\times x\times x$　ゆえに, $y=\frac{1}{2}x^2$

(2) y が x の 2 乗に比例するので, $y=ax^2$ とおく。

$x=-3,\ y=72$ を代入すると, $72=a\times(-3)^2$, $9a=72$, $a=8$　ゆえに, $y=8x^2$

$\boxed{3}$　$\sqrt{2}=1.414,\ \sqrt{20}=4.472$ として次の値を求めなさい。

(1) $\sqrt{2000}$　　(2) $\sqrt{0.2}$

(3) $\sqrt{18}$　　(4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) 44.72　(2) 0.4472　(3) 4.242　(4) 0.707

[解説]

＊$\sqrt{10\cdots\times a}=10\cdots\sqrt{a}$ の形に変形する。$10\cdots$の 0 の個数は偶数にする。

例) $\sqrt{300}=\sqrt{100\times3}=10\sqrt{3}$, $\sqrt{3000}=\sqrt{100\times30}=10\sqrt{30}$,

$\sqrt{30000}=\sqrt{10000\times3}=100\sqrt{3}$, $\sqrt{300000}=\sqrt{10000\times30}=100\sqrt{30}$

＊$\sqrt{0.\cdots a}$ は分数の形にする。分母の 0 の個数は偶数にする。

例) $\sqrt{0.3}=\sqrt{\frac{3}{10}}=\sqrt{\frac{30}{100}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$, $\sqrt{0.03}=\sqrt{\frac{3}{100}}=\frac{\sqrt{3}}{10}$

(1) $\sqrt{2000}=\sqrt{20\times100}=10\sqrt{20}=44.72$

(2) $\sqrt{0.2}=\sqrt{\dfrac{2}{10}}=\sqrt{\dfrac{20}{100}}=\dfrac{\sqrt{20}}{10}=0.4472$

(3) ＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ を使って式を簡単な形にする。

$\sqrt{18}=\sqrt{9\times 2}=3\sqrt{2}=4.242$

(4) ＊分母に√があるときは，分母・分子にそのルートをかけて分母を有理化する。

$\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}=0.707$

$\boxed{4}$ 次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{18}\times\sqrt{2}$

(2) $-\sqrt{2}\times\sqrt{7}$

(3) $\sqrt{45}\div\sqrt{5}$

(4) $6\sqrt{7}-5\sqrt{7}$

(5) $4\sqrt{5}+6\sqrt{3}-3\sqrt{5}$

(6) $\sqrt{48}+\sqrt{27}-\sqrt{3}$

(7) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

(8) $\sqrt{50}-\dfrac{4}{\sqrt{2}}$

(9) $\sqrt{\dfrac{3}{2}}-\dfrac{6}{\sqrt{6}}$

(10) $\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}-1\right)$

(11) $\sqrt{5}\left(\sqrt{20}-2\right)$

(12) $\left(2\sqrt{3}-5\right)\left(\sqrt{3}-1\right)$

(13) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2$

(14) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)$

(15) $\left(\sqrt{3}+4\right)\left(\sqrt{3}-2\right)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	(15)

[解答](1) 6　(2) $-\sqrt{14}$　(3) 3　(4) $\sqrt{7}$　(5) $\sqrt{5}+6\sqrt{3}$　(6) $6\sqrt{3}$　(7) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

(8) $3\sqrt{2}$　(9) $-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　(10) $6-\sqrt{3}$　(11) $10-2\sqrt{5}$　(12) $11-7\sqrt{3}$

(13) $5+2\sqrt{6}$　(14) -1　(15) $-5+2\sqrt{3}$

[解説]

＊(1)～(3) $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$，$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$　同じ√の傘の中に入れる

(1) $\sqrt{18}\times\sqrt{2}=\sqrt{18\times 2}=\sqrt{36}=6$

(2) $-\sqrt{2}\times\sqrt{7}=-\sqrt{2\times 7}=-\sqrt{14}$

(3) $\sqrt{45}\div\sqrt{5}=\dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{45}{5}}=\sqrt{9}=3$

(別解) $\sqrt{45}\div\sqrt{5}=\sqrt{45\div 5}=\sqrt{9}=3$

＊(4)～(9) $a\sqrt{2}+b\sqrt{2}=(a+b)\sqrt{2}$：文字式と同じように同類項はまとめることができる。

(4) $6\sqrt{7}-5\sqrt{7}=(6-5)\sqrt{7}=\sqrt{7}$

(5) $4\sqrt{5}+6\sqrt{3}-3\sqrt{5}=(4-3)\sqrt{5}+6\sqrt{3}=\sqrt{5}+6\sqrt{3}$

(6) ＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ を使って式を簡単な形にしてから同類項を整理する。

$$\sqrt{48}+\sqrt{27}-\sqrt{3}=\sqrt{16\times 3}+\sqrt{9\times 3}-\sqrt{3}=4\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\sqrt{3}=6\sqrt{3}$$

(7) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{2\sqrt{3}}{4}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

(8) ＊分母に√があるときは，分母・分子にそのルートをかけて分母を有理化する。

$$\sqrt{50}=\sqrt{25\times 2}=5\sqrt{2}\,,\quad \frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50}-\frac{4}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}-2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$$

(9) $\sqrt{\dfrac{3}{2}}-\dfrac{6}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\dfrac{6\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\dfrac{6\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}-\sqrt{6}=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

＊(10)～(12) $a(b+c)=ab+ac$，$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ の公式を使う。

(10) $\sqrt{3}(2\sqrt{3}-1)=\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}+\sqrt{3}\times(-1)=6-\sqrt{3}$

(11) $\sqrt{5}\left(\sqrt{20}-2\right)=\sqrt{5}\times\sqrt{20}+\sqrt{5}\times(-2)=\sqrt{100}-2\sqrt{5}=10-2\sqrt{5}$

(12) $\left(2\sqrt{3}-5\right)\left(\sqrt{3}-1\right)=2\sqrt{3}\times\sqrt{3}+2\sqrt{3}\times(-1)-5\times\sqrt{3}-5\times(-1)$

$=6-2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+5=(6+5)+(-2-5)\sqrt{3}=11-7\sqrt{3}$

(13) ＊$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ の公式を使う。

$$\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2=2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}$$

(14) ＊$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$$\left(\sqrt{5}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)=\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{6}\right)^2=5-6=-1$$

(15) ＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。

$$\left(\sqrt{3}+4\right)\left(\sqrt{3}-2\right)=\left(\sqrt{3}\right)^2+(4-2)\sqrt{3}+4\times(-2)=3+2\sqrt{3}-8=-5+2\sqrt{3}$$

$\boxed{5}$　次の二次方程式を解きなさい。

(1) $2x^2=18$

(2) $2x^2-36=0$

(3) $4x^2-3=0$

(4) $(x+3)^2=25$

(5) $(x-2)^2=7$

(6) $x^2+5x+6=0$

(7) $x^2-7x+12=0$

(8) $x^2+3x=0$

(9) $2x^2=7x$

(10) $x^2+6x+9=0$

(11) $2x^2+4x-6=0$

(12) $3x+10=x^2$

(13) $3\left(x^2-8\right)=(x-8)(x+2)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)		

[解答](1) $x=\pm 3$　(2) $x=\pm 3\sqrt{2}$　(3) $x=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(4) $x=2,\ -8$

(5) $x=2\pm\sqrt{7}$　(6) $x=-3,\ -2$　(7) $x=3,\ 4$　(8) $x=0,\ -3$

(9) $x=0,\ \dfrac{7}{2}$　(10) $x=-3$　(11) $x=-3,\ 1$　(12) $x=-2,\ 5$　(13) $x=-4,\ 1$

[解説]

＊(1)～(3) 式を変形して $x^2=a$，$x=\pm\sqrt{a}$

(1) $2x^2=18$ の両辺を2でわって $x^2=9$　ゆえに $x=\pm 3$

(2) $2x^2-36=0$，$2x^2=36$，$x^2=18$　ゆえに $x=\pm\sqrt{18}=\pm\sqrt{9\times 2}=\pm 3\sqrt{2}$

(3) $4x^2-3=0$，$4x^2=3,\ x^2=\dfrac{3}{4}$　ゆえに $x=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

＊(4), (5) 式を整理して $(x+b)^2=a$，$x+b=\pm\sqrt{a}$，$x=-b\pm\sqrt{a}$

(4) $(x+3)^2=25$　よって $x+3=\pm 5$，$x+3=5$ のとき $x=2$，$x+3=-5$ のとき $x=-8$

(5) $(x-2)^2=7$　よって $x-2=\pm\sqrt{7}$　ゆえに $x=2\pm\sqrt{7}$

＊(6)～(13) 因数分解で $A\times B=0$ の形にする。$A\times B=0$ より $A=0$ か $B=0$

(6) かけて 6，加えて 5 になる 2 数は $3,\ 2$ なので，$x^2+5x+6=0$ の左辺を因数分解して，$(x+3)(x+2)=0$　よって $x+3=0,\ x+2=0$　ゆえに $x=-3,\ -2$

(7) かけて 12，加えて -7 になる 2 数は $-3,-4$ なので，$x^2-7x+12=0$ の左辺を因数分解して，$(x-3)(x-4)=0$　よって $x-3=0,\ x-4=0$　ゆえに $x=3,\ 4$

(8) 共通因数の x をくくりだして $x^2+3x=0$ の左辺を因数分解すると，$x(x+3)=0$
　よって $x=0,\ x+3=0$　ゆえに $x=0,\ -3$

(9) $2x^2=7x$，$2x^2-7x=0,\ x^2-\dfrac{7}{2}x=0,\ x\left(x-\dfrac{7}{2}\right)=0$

　よって $x=0,\ x-\dfrac{7}{2}=0$　　ゆえに $x=0,\ \dfrac{7}{2}$

(10) ＊$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ の公式を使って $x^2+6x+9=0$ の左辺を因数分解すると，

　$x^2+2\times x\times 3+3^2=0$，$(x+3)^2=0$　よって $x+3=0$　ゆえに $x=-3$

(11) $2x^2+4x-6=0$，$x^2+2x-3=0$　かけて -3，加えて 2 になる 2 数は $3,\ -1$
　なので，$(x+3)(x-1)=0$　よって $x+3=0,\ x-1=0$　ゆえに $x=-3,\ 1$

(12) $3x+10=x^2$，$x^2-3x-10=0$　かけて-10，加えて-3になる 2 数は$2,\ -5$

$(x+2)(x-5)=0$　よって$x+2=0,\ x-5=0$　ゆえに$x=-2,\ 5$

(13) $3(x^2-8)=(x-8)(x+2)$，$3x^2-24=x^2-6x-16$，$3x^2-24-x^2+6x+16=0$

$2x^2+6x-8=0$，$x^2+3x-4=0$

かけて-4，加えて3になる 2 数は$4,\ -1$なので，$(x+4)(x-1)=0$

よって$x+4=0,\ x-1=0$　ゆえに$x=-4,\ 1$

$\boxed{6}$　二次方程式 $x^2-ax+6=0$ の解の 1 つが2であるとき，aの値を求めなさい。また他の解も求めなさい。

[解答欄]

[解答]$a=5$，他の解は$x=3$

[解説]

$x^2-ax+6=0$ ･･･①の解の 1 つが2であるので，$x=2$を①の左辺に代入しても①の等式が成り立つ。

①に$x=2$を代入すると，$4-2a+6=0$，$-2a=-10$　ゆえに$a=5$

$a=5$を$x^2-ax+6=0$に代入すると，$x^2-5x+6=0$

かけて6，加えて-5になる 2 数は$-2,\ -3$なので$(x-2)(x-3)=0$，ゆえに$x=2,\ 3$

以上より$a=5$，他の解は$x=3$

$\boxed{7}$　二次方程式 $x^2+ax+b=0$ の 2 つの解が$x=2,\ 5$であるとき，$a,\ b$の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]$a=-7,\ b=10$

[解説]

$x^2+ax+b=0$ に $x=2$ を代入すると，$4+2a+b=0$ ･･･①

また，$x=5$ を代入すると，$25+5a+b=0$ ･･･②

②−①で b を消去すると，$21+3a=0,\ 3a=-21,\ a=-7$

①に $a=-7$ を代入すると，$4-14+b=0$　よって $b=10$

ゆえに $a=-7,\ b=10$

＊(別解) $x=2,\ 5$ を 2 解とする 2 次方程式は $(x-2)(x-5)=0$，$x^2-7x+10=0$

ゆえに $a=-7,\ b=10$

$\boxed{8}$　連続した 2 つの正の整数があります。それぞれを 2 乗した数の和が 41 になるとき，これら 2 つの整数を求めなさい。(2 つの正の整数のうち小さいほうの数を x として方程式をつくって求めなさい。)

[解答欄]

[解答]

小さい数を x とすると，大きい方の数は $x+1$

それぞれを 2 乗した数の和が 41 になるので，

$x^2+(x+1)^2=41$

$x^2+x^2+2x+1-41=0,\ 2x^2+2x-40=0,\ x^2+x-20=0$

かけて -20，加えて 1 になる 2 数は $5,\ -4$ なので

$(x+5)(x-4)=0$　よって $x+5=0,\ x-4=0$　ゆえに $x=-5,\ 4$

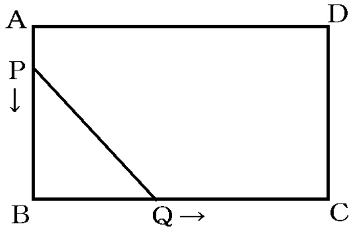
連続した 2 つの正の整数なので $x=4$

よって連続した 2 つの正の整数は，$4,\ 5$ ･･･答

[解説]

＊例えば，連続する 2 つの整数 $5,\ 6$ は，$5,\ 5+1$ と表すことができる。小さい数を x とすると，連続する 2 つの整数は $x,\ x+1$ と表すことができる。

9　AB＝8 cm, BC＝16 cm の長方形 ABCD があります。点 P は，辺 AB 上を A から B まで毎秒 1 cm の速さで動き, 点 Q は辺 BC 上を B から C まで毎秒 2 cm の速さで動くものとします。 P，Q が同時に出発するとき, △PBQ の面積が 15 cm² になるのは何秒後ですか。△PBQ の面積が15 cm² になる時間を x 秒後として方程式をつくって求めなさい。



[解答欄]

[解答]

x 秒後，BQ＝$2x$ cm，AP＝x cm なので BP＝$8-x$ cm

△PBQ の面積＝$\frac{1}{2}\times 2x\times(8-x)=15$

$8x-x^2=15$, $x^2-8x+15=0$　かけて15，加えて-8 になる 2 数は-3, -5 なので

$(x-3)(x-5)=0$　ゆえに，$x-3=0$, $x-5=0$　ゆえに，$x=3$, 5

よって3秒後と 5 秒後･･･答

【】試験問題 H

$\boxed{1}$　(　　)にあてはまる言葉を書きなさい。

・一般的に，$ax^2+bx+c=0$ で表される方程式を(　①　)という。

・関数 $y=ax^2$ のグラフは，(　②　)に関して対称な曲線で(　③　)という。

軸は(　④　)，頂点は(　⑤　)である。

$a<0$ のとき，グラフは x 軸の(　⑥　)側にあり，(　　⑦　　)。

$a>0$ のとき，$x\leqq 0$ の範囲で y は(　⑧　)し，$x\geqq 0$ の範囲で y は(　⑨　)する。

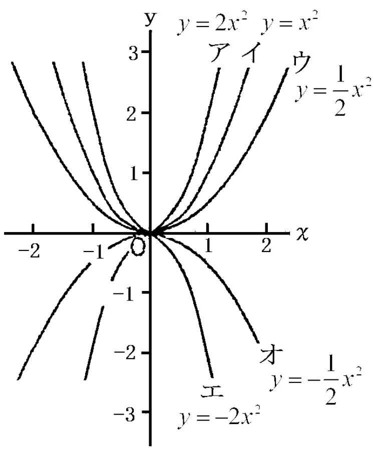
・関数 $y=ax^2$ では，(　⑩　)は一定ではない。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥
⑦	⑧	⑨
⑩		

[解答]① 二次方程式　② y 軸　③ 放物線　④ y 軸　⑤ 原点　⑥ 下　⑦ 下に開いている　⑧ 減少　⑨ 増加　⑩ 変化の割合

[解説]



①～⑦ 2 次関数 $y=ax^2$ の性質(a は比例定数)

・原点を通る(頂点は原点にある)

・y 軸に対称な放物線になる。(y 軸が放物線の軸)

・$a>0$ のときグラフは x 軸より上(図のア，イ，ウ)

$a<0$ のときグラフは x 軸より下(図のエ，オ)

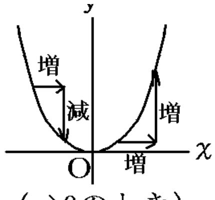
・a の絶対値が大きいほど開き方は小さくなる

・$y=2x^2$ と $y=-2x^2$ など a の符号が反対のものは x 軸について対称

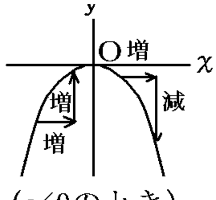
⑧～⑩

・グラフが右上がりのとき x が増加すると y も増加

・グラフが右下がりのとき x が増加すると y は減少



(a>0のとき)



(a<0のとき)

$\boxed{2}$　次の問いに答えなさい。

(1)　$-3-(-2^2)$を計算しなさい。

(2)　$(7-3a)(3a+7)$を展開しなさい。

(3)　$(x-4)^2-(x-5)(x-3)$を簡単にしなさい。

(4)　$25x^2-30x+9$を因数分解しなさい。

(5)　$36x^2-4y^2$を因数分解しなさい。

(6)　$\sqrt{8}-\sqrt{12}-\sqrt{32}+\sqrt{48}$を計算しなさい。

(7)　$(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+1)$を計算しなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

[解答](1) 1　(2) $-9a^2+49$　(3) 1　(4) $(5x-3)^2$　(5) $4(3x+y)(3x-y)$

(6) $-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$　(7) $2\sqrt{2}$

[解説]

(1) $-3-(-2^2)=-3-(-4)=-3+4=1$

(2) $(7-3a)(3a+7)=(7-3a)(7+3a)$　$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$の公式を使うと，

(式)$=7^2-(3a)^2=49-9a^2=-9a^2+49$

(3) ＊$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$の公式を使う。

$(x-4)^2-(x-5)(x-3)=x^2-8x+16-(x^2-8x+15)=x^2-8x+16-x^2+8x-15$

$=1$

(4) 両端の項が$25x^2=(5x)^2$，$9=3^2$と両方とも 2 乗の形になっていることから

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$の公式を使うことに気づく。

$25x^2-30x+9=(5x)^2-2\times5x\times3+3^2=(5x-3)^2$

(5) まず最初に共通因数の 4 をくくり出し，次に$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使う。

$36x^2-4y^2=4(9x^2-y^2)=4((3x)^2-y^2)=4(3x+y)(3x-y)$

＊$36x^2-4y^2=(6x+2y)(6x-2y)$では不十分，

$6x+2y=2(3x+y)$，$6x-2y=2(3x-y)$なので

$36x^2-4y^2=(6x+2y)(6x-2y)=2(3x+y)\times2(3x-y)=4(3x+y)(3x-y)$

まで計算しておかないと正解にはならない。

(6) ＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ を使って式を簡単な形にしてから同類項を整理する。

$$\sqrt{8}-\sqrt{12}-\sqrt{32}+\sqrt{48}=\sqrt{4\times 2}-\sqrt{4\times 3}-\sqrt{16\times 2}+\sqrt{16\times 3}$$
$$=2\sqrt{2}-2\sqrt{3}-4\sqrt{2}+4\sqrt{3}=(2-4)\sqrt{2}+(-2+4)\sqrt{3}=-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$$

(7) $\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+1\right)=\sqrt{6}\times\sqrt{3}+\sqrt{6}\times 1-\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{2}\times 1$

$=\sqrt{18}+\sqrt{6}-\sqrt{6}-\sqrt{2}=\sqrt{9\times 2}-\sqrt{2}=3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

(別解) $\sqrt{6}-\sqrt{2}=\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$ に気づくと，計算が楽

$$\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+1\right)=\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)=\sqrt{2}(3-1)=2\sqrt{2}$$

$\boxed{3}$　次の問いに答えなさい。

(1)　$5x^2=60$ を解きなさい。

(2)　$(x-3)^2=4$ を解きなさい。

(3)　$x^2+4x+1=0$ を解きなさい。

(4)　$x^2-3x-28=0$ を解きなさい。

(5)　$14x-49=x^2$ を解きなさい。

(6)　$2(x-3)(x+2)=x(x+3)-12$ を解きなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1)　$x=\pm 2\sqrt{3}$　(2)　$x=5,\ 1$　(3)　$x=-2\pm\sqrt{3}$　(4)　$x=-4,\ 7$

(5)　$x=7$　(6)　$x=0,\ 5$

[解説]

(1) ＊式を変形して $x^2=a$，　$x=\pm\sqrt{a}$

$5x^2=60$，　$x^2=12$　ゆえに $x=\pm\sqrt{12}=\pm\sqrt{4\times 3}=\pm 2\sqrt{3}$

(2) $(x-3)^2=4$ より $x-3=\pm 2$　　$x-3=2$ のとき $x=5$，　$x-3=-2$ のとき $x=1$

(3) 因数分解することができないので，式を $(x+b)^2=a$ の形に変形して解く。

まず，　$x^2+4x+1=0$ の定数項1を右辺に移項して，　$x^2+4x=-1$・・・①

左辺を $(x+b)^2$ の形に変形する。$x^2+4x=x^2+2\times x\times 2$ なので $2^2=4$ を①の両辺に

加える。

$x^2+4x+4=-1+4$,

$(x+2)^2=3$　よって $x+2=\pm\sqrt{3}$，ゆえに $x=-2\pm\sqrt{3}$

(4) かけて -28，加えて -3 になる 2 数は $4,\ -7$ なので，$x^2-3x-28=0$ の左辺を因数分解して $(x+4)(x-7)=0$　よって $x+4=0,\ x-7=0$　ゆえに $x=-4,\ 7$

(5) $14x-49=x^2$，$x^2-14x+49=0$　＊$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使って

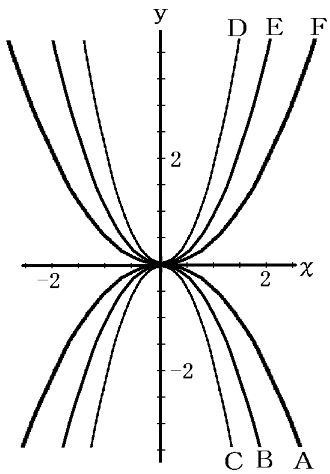
$(x-7)^2=0$　よって $x-7=0$　ゆえに $x=7$

(6) $2(x-3)(x+2)=x(x+3)-12$，$2(x^2-x-6)=x^2+3x-12$

$2x^2-2x-12-x^2-3x+12=0,\ x^2-5x=0$

$x(x-5)=0$　よって $x=0,\ x-5=0$　ゆえに $x=0,\ 5$

$\boxed{4}$　次の問いに答えなさい。



(1)　関数 $y=x^2$ のグラフをかきなさい。

(2)　関数 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフは右図のA～Fのどれですか。

(3)　関数 $y=\dfrac{1}{3}x^2\left(-3\leqq x\leqq 2\right)$ の y の変域を求めなさい。

(4)　関数 $y=-2x^2\left(-3\leqq x\leqq -1\right)$ の y の変域を求めなさい。

(5)　関数 $y=2x^2$ について，x の値が -4 から -2 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

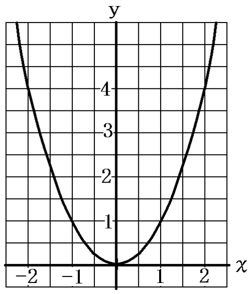
(6)　関数 $y=-\dfrac{3}{2}x^2$ について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(7)　ボールが斜面をころがり始めてからの時間を x 秒，その間にころがった距離を y m とすると，x と y との間には，$y=2x^2$ という関係がある。この運動について，3秒から5秒までの平均の速さを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

[解答](1)



(2) A　(3) $0 \leqq y \leqq 3$　(4) $-18 \leqq y \leqq -2$

(5) -12　(6) -9　(7) 16 m/秒

[解説]

(2) $y = -\frac{1}{2}x^2$ が通る適当な点を計算して判断する。$x = 2$ のとき $y = -\frac{1}{2} \times 2^2 = -2$

よって $(2, -2)$ を通る。$(2, -2)$ を通っているのはグラフ A

(3) $x = 0$ は $-3 \leqq x \leqq 2$ の範囲内にあるので，$x = 0, -3, 2$ のときの y の値を比較する。

$x = 0$ のとき $y = 0$，$x = -3$ のとき $y = \frac{1}{3} \times (-3)^2 = 3$，$x = 2$ のとき $y = \frac{1}{3} \times 2^2 = \frac{4}{3}$

よって最小値は $y = 0$，最大値は $y = -3$　ゆえに $0 \leqq y \leqq 3$

(4) $x = 0$ は $-3 \leqq x \leqq -1$ の範囲内にないので，$x = -3, -1$ のときの y の値を比較する。

$x = -3$ のとき $y = -2 \times (-3)^2 = -18$，$x = -1$ のとき $y = -2 \times (-1)^2 = -2$

よって最小値は $y = -18$，最大値は $y = -2$　ゆえに $-18 \leqq y \leqq -2$

(5) $x = -4$ のとき $y = 2 \times (-4)^2 = 32$，$x = -2$ のとき $y = 2 \times (-2)^2 = 8$

y ： $32 \rightarrow 8$　(増加量)＝$8 - 32 = -24$

x ： $-4 \rightarrow -2$　(増加量)＝$-2 - (-4) = 2$

ゆえに，(変化の割合) $= \dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})} = \dfrac{-24}{2} = -12$

(6)　$x=2$ のとき $y=-\dfrac{3}{2}\times 2^2=-6$，　$x=4$ のとき $y=-\dfrac{3}{2}\times 4^2=-24$

y ：$-6\to-24$　(増加量)＝$-24-(-6)=-18$

x ：　$2\to 4$　　(増加量)＝$4-2=2$

ゆえに，(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{-18}{2}=-9$

(7)　$x=3$ のとき $y=2\times 3^2=18$，　$x=5$ のとき $y=2\times 5^2=50$

y ：$18\to 50$　(増加量)＝(進んだ距離)＝$50-18=32$ m

x ：　$3\to 5$　　(増加量)＝(かかった時間)＝$5-3=2$ 秒

(平均の速さ)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{32}{2}=16$ m/秒

$\boxed{5}$　右の図のように, 関数 $y=ax^2$ のグラフ上に, 点 A, B がある。点 A の座標が $(-4,\ 8)$, 点 B の x 座標が 2 であるとき，次の問いに答えなさい。

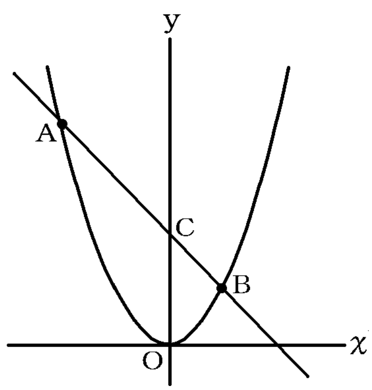
(1)　a の値を求めなさい。

(2)　点 B の y 座標を求めなさい。

(3)　直線 AB の式を求めなさい。

(4)　△OAB の面積を求めなさい。

(5)　点 O を通り，△OAB の面積を二等分する直線の式を求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1)　$a=\dfrac{1}{2}$　(2)　$y=2$　(3)　$y=-x+4$　(4)　12　(5)　$y=-5x$

[解説]

＊このタイプの問題の第一の主題は△AOB の面積である。

・3 点 A，B，C の座標が求まれば，面積が求まる。

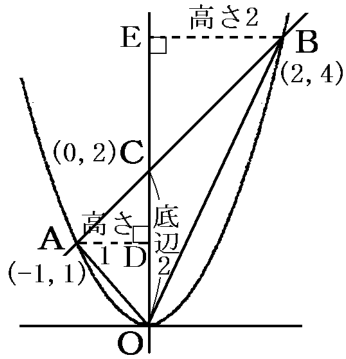
・△AOC：底辺 OC←点 C の y 座標

　　　　高さ AD←点 A の x 座標

・△BOC：底辺 OC←点 C の y 座標

　　　　高さ BE←点 B の x 座標

・与えられた条件から 3 点 A，B，C の座標を求めるとき
　放物線の式，直線の式を求めることが必要になる。



(1)　$y=ax^2$ が $(-4,\ 8)$ を通るので，$x=4,\ y=8$ を代入して，$8=16a$ で $a=\dfrac{1}{2}$

(2)　(1) より，放物線の式は $y=\dfrac{1}{2}x^2$　点 B の x 座標が 2 なので，y 座標は

$y=\dfrac{1}{2}\times 2^2=2$

＊直線の式を求めるためには，直線の式を $y=bx+c$ とおいて，2 点の $x,\ y$ の値を代入して連立方程式として解く。

(3)　直線の式を $y=bx+c$ とおくと，点 A$(-4,\ 8)$ を通るので，$x=-4,\ y=8$ を代入して，$8=-4b+c$ ･･･①

また点 B$(2,\ 2)$ を通るので，$x=2,\ y=2$ を代入して，$2=2b+c$ ･･･②

①，②を連立方程式として解く。

②−①より，$-6=6b,\ b=-1$　②に $b=-1$ を代入すると，$2=2\times(-1)+c,\ c=4$

ゆえに $b=-1,\ c=4$　よって直線の式は $y=-x+4$

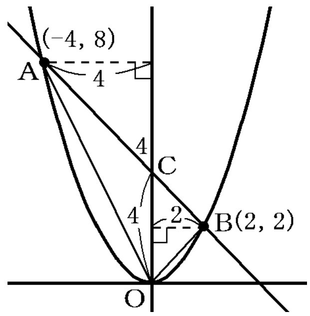
(4)　直線 AB が y 軸と交わる点を C とすると，

点Cの y 座標は $y=-x+4$ の y 切片 4

△OCA の底辺を OC とすると，底辺＝OC＝4 で

点 A の座標が $(-4,\ 8)$ なので，高さ＝4

よって，△OCA の面積＝$\dfrac{1}{2}\times 4\times 4=8$



同様にして，点 B の x 座標は 2 なので，△OCB の面積 $=\dfrac{1}{2}\times4\times2=4$

ゆえに△AOB の面積は $8+4=12$

＊このタイプの問題の第二の主題は，△AOB の面積を 2 等分する直線 OM の式を求めること。

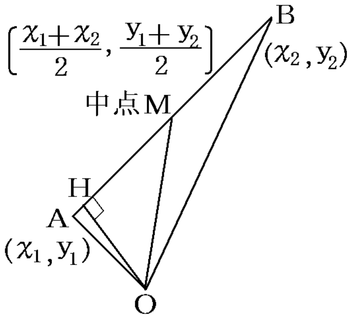
・M が AB の中点であるとき OM は△OAB の面積を 2 等分。

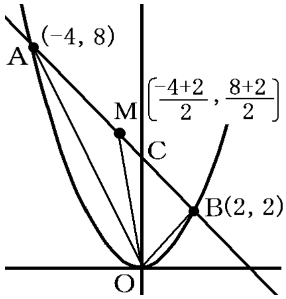
△OAM で AM を底辺とすると，高さは OH

△OBM で BM を底辺とすると，高さは OH

高さが共通なので，AM＝BM なら面積が等しい。

・中点の求め方：2 つの座標の平均をとる。





(5) 線分 AB の中点を M とすると，直線 OM は三角形 OAB の面積を二等分する。

中点 M の座標の x 座標は点 A，B のそれぞれの x 座標の平均，

中点 M の座標の y 座標は点 A, B のそれぞれの y 座標の平均。

A$(-4,\ 8)$，B$(2,\ 2)$ なので， M$\left(\dfrac{-4+2}{2},\ \dfrac{8+2}{2}\right)$，すなわち M$(-1,\ 5)$

OM は原点を通る直線なので， $y=dx$ とおくことができる。

$x=-1,\ y=5$ を $y=dx$ に代入すると， $5=-d$ ゆえに $d=-5$

よって OM の式は $y=-5x$

$\boxed{6}$ 連続する 3 つの自然数がある。まん中の数の 2 乗は，残りの 2 数の和よりも 8 大きい。この連続する 3 つの整数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

3 つの自然数を $x,\ x+1,\ x+2$ とおく。

まん中の数の 2 乗 $(x+1)^2$ は，残りの 2 数の和 $x+(x+2)$ よりも 8 大きいので，

$(x+1)^2 = x+(x+2)+8$

$x^2+2x+1=2x+10,\ x^2=9$　ゆえに $x=\pm 3$

$x>0$ なので $x=3$

よって 3 つの自然数は，$3,\ 4,\ 5$・・・答

[解説]

＊例えば，連続する 3 つの整数 $5,\ 6,\ 7$ は，$5,\ 5+1,\ 5+2$ と表すことができる。一番小さい数を x とすると，連続する 3 つの整数は $x,\ x+1,\ x+2$ と表すことができる。

＊「A は B より 8 大きい」は，A＝B＋8,「A は B より 8 小さい」は，A＝B－8 と機械的に等式に直すことができる。

【】試験問題 I

$\boxed{1}$　次の①～⑥は，関数 $y=ax^2$ 上のグラフについて特徴を述べたものである。次の(　　)にあてはまる適当なことばや記号を入れなさい。

・(　①　)を通り，(　②　)に関して対称である。

・ a (　③　) 0 のとき，曲線は上に開いている。

・ a の(　④　)が大きいほどグラフの開き方が小さくなる。

・ $y=ax^2$ のグラフと $y=-ax^2$ のグラフは，(　⑤　)について対称である。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	

[解答]①　原点　②　y 軸　③　＞　④　絶対値　⑤　x 軸

[解説]

＊2 次関数 $y=ax^2$ の性質(a は比例定数)

・原点を通る(頂点は原点にある)

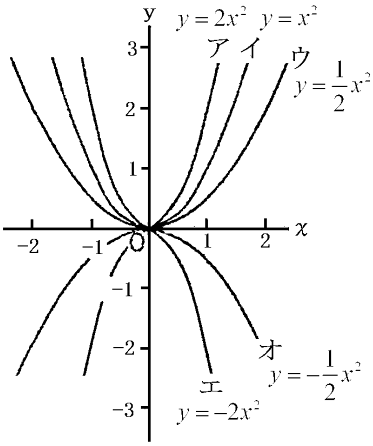
・ y 軸に対称な放物線になる。(y 軸が放物線の軸)

・ $a>0$ のときグラフは x 軸より上(図のア，イ，ウ)

　$a<0$ のときグラフは x 軸より下(図のエ，オ)

・ a の絶対値が大きいほど開き方は小さくなる

・ $y=2x^2$ と $y=-2x^2$ など a の符号が反対のものは x 軸について対称



$\boxed{2}$ 次の問題について, (　　)の中にあてはまるもっとも簡単な数または式を解答欄に記入しなさい。

　ある正方形の縦を4 cm 短くし，横を3 cm 長くした長方形をつくったら，面積が60 cm^2 になった。もとの正方形の1辺の長さを求めなさい。

＜解＞

はじめの正方形の1辺の長さを x cm とし，それぞれの長さを x を用いて表すと,

縦の長さは(　①　)cm，横の長さは(　②　)cm となる。

これらの方程式をたてると，(　　③　　)＝60

この方程式を解くと， x ＝(　④　)，(　⑤　)　x は正の数だから， x ＝(　⑥　)

これは問題に合う。

よって，はじめの正方形の1辺の長さは(　⑦　)cm になる。

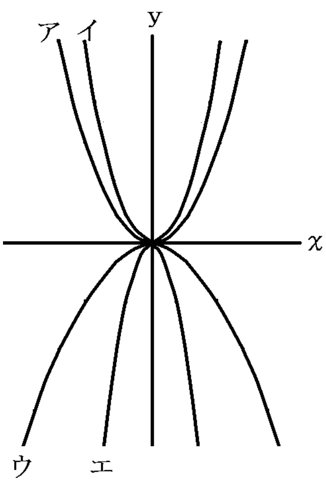
[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥
⑦		

[解答]①　$x-4$　②　$x+3$　③　$(x-4)(x+3)$　④　-8　⑤　9　⑥　9　⑦　9

$\boxed{3}$ 右の図のア～エのグラフのうち，次の関数の式にあてはまるものを選び，記号で答えなさい。ただし，アは $y=x^2$ のグラフである。

　①　$y=2x^2$　　②　$y=-3x^2$



[解答欄]

①	②

[解答]①　イ　②　エ

[解説]

① $y=2x^2$ の比例定数は正なのでグラフは x 軸より上。したがってグラフはイ。

② $y=-3x^2$の比例定数は負なのでグラフはx軸より下。また$y=-3x^2$の比例定数-3の絶対値は$y=x^2$の比例定数1の絶対値より大きいので開き方は$y=x^2$のグラフより小さい。よってグラフはエ。

$\boxed{4}$ 関数$y=-2x^2$において，xの値が次のように変わるときの変化の割合をそれぞれ求めなさい。

(1) 1から3　　(2) -3から-1　　(3) -2から2

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) -8　(2) 8　(3) 0

[解説]

(1) $x=1$のとき$y=-2\times1^2=-2$，$x=3$のとき$y=-2\times3^2=-18$

y：$-2\to-18$　(増加量)$=-18-(-2)=-16$

x：$1\to3$　(増加量)$=3-1=2$

ゆえに，(変化の割合)$=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{-16}{2}=-8$

＊(参考)

2 乗に比例する関数の変化の割合の簡単な計算方法

$y=ax^2$でxがpからqに変化するとき，

(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}=\dfrac{a(q^2-p^2)}{q-p}=\dfrac{a(q+p)(q-p)}{q-p}=a(q+p)$

これを使うと，(変化の割合)$=a(p+q)=-2\times(1+3)=-8$

(2)，(3)はこの簡単な計算方法を使ってみる。

(2) (変化の割合)$=a(p+q)=-2\times(-3-1)=8$

(3) (変化の割合)$=a(p+q)=-2\times(-2+2)=0$

＊(1)～(3)でわかるように，$y=ax^2$の場合，変化の割合は一定ではない。

$\boxed{5}$　次の(1)～(3)にあてはまる関数を下のア～カからすべて記号で選びなさい。(4)については変域を求めなさい。

ア　$y=2x^2$　　イ　$y=-2x^2$　　ウ　$y=-x^2$　　エ　$y=-3x+2$

オ　$y=2x+5$　　カ　$y=x^2$

(1)　$x>0$のとき，xの値が増加すると，yの値が減少するのは，どれか。

(2)　$x=0$のとき，y の値が最小になるのは，どれか。

(3)　変化の割合が一定であるものは，どれか。

(4)　イの関数について，xの変域が$-3\leqq x\leqq 2$のときのyの変域を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) イ，ウ，エ，　(2) ア，カ　(3) エ，オ　(4) $-18\leqq y\leqq 0$

[解説]

(1) エ，オは 1 次関数で，このうちxの値が増加すると，yの値が減少するのは傾きが負であるエである。アイウカは 2 乗に比例する関数で，このうち，$x>0$のときxの値が増加するとyの値が減少するのは比例定数が負のイ，ウである。

(2) $x=0$のときyの値が最小になるのは，比例定数が正の 2 乗に比例する関数ア，カの場合である。

(3) 2 乗に比例する関数では変化の割合は一定ではない。1 次関数の場合，変化の割合は常に傾きと等しく一定の値をとる。ゆえに，変化の割合が一定であるのはエ，オ。

(4) $x=0$は$-3\leqq x\leqq 2$の範囲内にあるので，$x=0,\ -3,\ 2$のときのyの値を比較する。

$x=0$のとき$y=0$，$x=-3$のとき$y=-2\times(-3)^2=-18$，

$x=2$のとき$y=-2\times 2^2=-8$

よって最小値は-18，最大値は0　ゆえに，$-18\leqq y\leqq 0$

$\boxed{6}$　次の問いに答えなさい。

(1)　2 次方程式 $(x+a)^2=9$ の解の 1 つが 2 であるとき，a の値を求めなさい。

(2)　関数 $y=ax^2$ において，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域が $b \leqq y \leqq 18$ である。a，b の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$a=-5,\ 1$　(2)　$a=2,\ b=0$

[解説]

(1)　$(x+a)^2=9$ に $x=2$ を代入すると，$(2+a)^2=9$，$a+2=\pm 3$，$a=-5, 1$

(2)　y の変域が $b \leqq y \leqq 18$ と正の範囲にあるので，グラフは上に開いており $a>0$

$x=0$ は $-2 \leqq x \leqq 3$ の範囲内にあるので，$x=0, -2, 3$ のときの y の値を比較する。

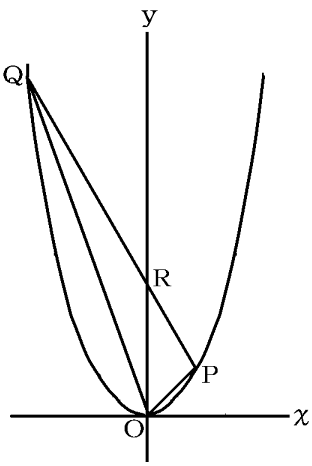
$x=0$ のとき $y=0$，$x=-2$ のとき $y=a\times(-2)^2=4a$，$x=3$ のとき $y=a\times 3^2=9a$

$a>0$ なので，最小値は 0，最大値は $9a$　ゆえに，$0 \leqq y \leqq 9a$ ･･･①

y の変域は $b \leqq y \leqq 18$ で，①と同じになるので，$b=0$，$9a=18$

ゆえに，$a=2$，$b=0$

$\boxed{7}$　右の図で，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に，2 点 P(1，1)，Q(−3，9)がある。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　a の値を求めなさい。

(2)　2 点 P，Q を通る直線の式を求めなさい。

(3)　OPQ の面積を求めなさい。ただし，1 目盛りを 1cm とする。

(4)　原点を通り△OPQ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $a=1$　(2) $y=-2x+3$　(3) 6 cm²　(4) $y=-5x$

[解説]

(1) $y=ax^2$ は点 P(1, 1)を通るので，$y=ax^2$ に $x=1$, $y=1$ を代入して

$1=a\times1^2$，$a=1$

(2) 2 点 P，Q を通る直線の式を $y=bx+c$ とおく。

点 P(1, 1)を通るので $x=1$, $y=1$ を $y=bx+c$ に代入して $1=b+c$ ･･･①

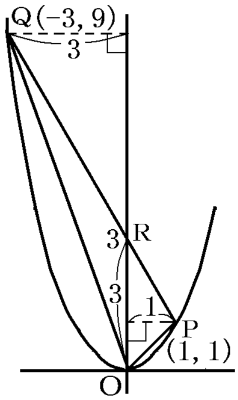
点 Q(－3, 9) を通るので $x=-3$, $y=9$ を $y=bx+c$ に代入して $9=-3b+c$ ･･･②

①，②を b, c についての連立方程式として解く。

①－②より，$-8=4b$, $b=-2$　①に $b=-2$ を代入して $1=-2+c$, $c=3$

ゆえに $b=-2$, $c=3$　よって，P，Q を通る直線の式は $y=-2x+3$

(3) $y=-2x+3$ の y 切片は 3 なので OR＝3



△OPR の底辺を OR＝3 とする。点 P の x 座標は 1 なので, △OPR の高さは 1　ゆえに(△OPR の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times3\times1=\dfrac{3}{2}$

△OQR の底辺を OR＝3 とする。点 Q の x 座標は -3 なので，△OQR の高さは 3

ゆえに(△OQR の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times3\times3=\dfrac{9}{2}$

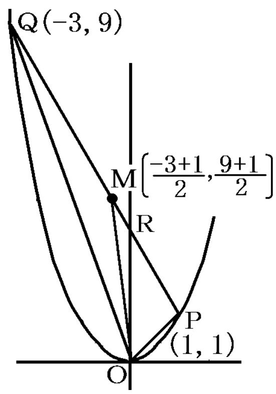
よって(△OPQ の面積)＝$\dfrac{3}{2}+\dfrac{9}{2}=\dfrac{12}{2}=6$ cm²

(4) 線分 PQ の中点を M とすると，

直線 OM は△OPQ の面積を 2 等分する。

P(1, 1)，Q(－3, 9)なので，

中点 M は $\left(\dfrac{-3+1}{2},\ \dfrac{9+1}{2}\right)=\left(-1,\ 5\right)$



OM は原点を通る直線なので $y=dx$ とおくことができる。

$y=dx$ は点 M$\left(-1,\ 5\right)$を通るので，$x=-1$, $y=5$ を代入して，

$5=-d$，$d=-5$　ゆえに OM の式は $y=-5x$

$\boxed{8}$　次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $3x^2=48$　　(2) $2x^2-24=0$

(3) $(x-1)^2-9=0$　　(4) $(x+3)^2-8=0$

(5) $x^2+4x=0$　　(6) $x^2+7x+6=0$

(7) $x^2-8x+15=0$　　(8) $x^2-18x+81=0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $x=\pm4$　(2) $x=\pm2\sqrt{3}$　(3) $x=-2,\ 4$　(4) $x=-3\pm2\sqrt{2}$

(5) $x=0,\ -4$　(6) $x=-6,\ -1$　(7) $x=3,\ 5$　(8) $x=9$

[解説]

＊(1), (2) 式を変形して $x^2=a$，$x=\pm\sqrt{a}$

(1) $3x^2=48$，$x^2=16$，$x=\pm4$

(2) $2x^2-24=0$，$2x^2=24$, $x^2=12$，$x=\pm\sqrt{12}=\pm\sqrt{4\times3}=\pm2\sqrt{3}$

＊(3), (4) 式を整理して $(x+b)^2=a$，$x+b=\pm\sqrt{a}$，$x=-b\pm\sqrt{a}$

(3) $(x-1)^2-9=0$，$(x-1)^2=9$，$x-1=\pm3$　$x-1=-3$ のとき $x=-2$，
$x-1=3$ のとき $x=4$

(4) $(x+3)^2-8=0$，$(x+3)^2=8$，$x+3=\pm\sqrt{8}=\pm2\sqrt{2}$，$x=-3\pm2\sqrt{2}$

＊(5)～(8) 因数分解で $A\times B=0$ の形にする。$A\times B=0$ より $A=0$ か $B=0$

(5) $x^2+4x=0$ の左辺を共通因数 x でくくると，$x(x+4)=0$ なので，
$x=0,\ x+4=0$　ゆえに，$x=0,\ -4$

(6) かけて 6，加えて 7 になる 2 数は $6,\ 1$ なので，$x^2+7x+6=0$ の左辺を因数分解して，$(x+6)(x+1)=0$，よって $x+6=0,\ x+1=0$，ゆえに，$x=-6,\ -1$

(7) かけて 15，加えて -8 になる 2 数は $-3,\ -5$ なので，$x^2-8x+15=0$ の左辺を因数分解すると，$(x-3)(x-5)=0$　よって $x-3=0,\ x-5=0$
ゆえに，$x=3,\ 5$

(8)＊ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使って $x^2-18x+81=0$ の左辺を因数分解すると，$(x-9)^2=0$　よって $x-9=0$　ゆえに $x=9$

【】試験問題 J

$\boxed{1}$　次の計算をしなさい。(10)は因数分解を，(11)(12)は方程式を解きなさい。

(1) $12-6\div 3$

(2) $5\times(-2)^2-(-3^2)$

(3) $3(2x-1)-(3x+1)$

(4) $4(2a-3)-2(-5a+6)$

(5) $\dfrac{3x+y}{4}-\dfrac{x-y}{3}$

(6) $24x^3y\div 6x^2y^2\times(-2xy^2)$

(7) $\sqrt{6}\div\sqrt{2}-\sqrt{12}$

(8) $\sqrt{2}(\sqrt{6}-2)+\sqrt{8}-\sqrt{3}$

(9) $(x+3)(x-2)-(x-1)^2$

(10) $2x^2-12x+10$

(11) $3(x-5)=1-x$

(12) $\begin{cases} 2x-3y=-27 \\ 7x+6y=21 \end{cases}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)

[解答](1) 10　(2) 29　(3) $3x-4$　(4) $18a-24$　(5) $\dfrac{5x+7y}{12}$　(6) $-8x^2y$

(7) $-\sqrt{3}$　(8) $\sqrt{3}$　(9) $3x-7$　(10) $2(x-1)(x-5)$　(11) $x=4$

(12) $x=-3,\ \ y=7$

[解説]

(1) $12-6\div 3=12-2=10$

(2) $5\times(-2)^2-(-3^2)=5\times 4-(-9)=20+9=29$

(3) $3(2x-1)-(3x+1)=6x-3-3x-1=3x-4$

(4) $4(2a-3)-2(-5a+6)=8a-12+10a-12=18a-24$

(5) $\dfrac{3x+y}{4}-\dfrac{x-y}{3}=\dfrac{3(3x+y)}{12}-\dfrac{4(x-y)}{12}=\dfrac{3(3x+y)-4(x-y)}{12}=\dfrac{9x+3y-4x+4y}{12}$

$=\dfrac{5x+7y}{12}$

(6) $24x^3y\div 6x^2y^2\times(-2xy^2)=24x^3y\times\dfrac{1}{6x^2y^2}\times(-2xy^2)=-8x^2y$

＊(7), (8) $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$， $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{a\div b}$， $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

＊$a\sqrt{2}+b\sqrt{2}=(a+b)\sqrt{2}$ ：文字式と同じように同類項はまとめることができる。

(7) $\sqrt{6}\div\sqrt{2}-\sqrt{12}=\sqrt{6\div 2}-\sqrt{4\times 3}=\sqrt{3}-2\sqrt{3}=(1-2)\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

(8) $\sqrt{2}(\sqrt{6}-2)+\sqrt{8}-\sqrt{3}=\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\sqrt{2}\times(-2)+\sqrt{4\times 2}-\sqrt{3}=\sqrt{12}-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$=\sqrt{4\times 3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$

(9) ＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$， $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

$(x+3)(x-2)-(x-1)^2=x^2+x-6-(x^2-2x+1)=x^2+x-6-x^2+2x-1$

$=3x-7$

(10) まず共通因数の 2 をくくり出すと，$2x^2-12x+10=2(x^2-6x+5)$ かけて 5，加えて -6 になる 2 数は -1, -5 ゆえに，(式)$=2(x-1)(x-5)$

(11) $3(x-5)=1-x$， $3x-15=1-x$, $4x=16$ ゆえに， $x=4$

(12) $\begin{cases}2x-3y=-27\\7x+6y=21\end{cases}$ 加減法で解く。上の式の両辺を 2 倍して y の係数をそろえる。

$\begin{cases}4x-6y=-54\\7x+6y=21\end{cases}$ 上の式と下の式を加えると，$11x=-33$ ゆえに， $x=-3$

$2x-3y=-27$ に $x=-3$ を代入すると，$-6-3y=-27$, $-3y=-21$

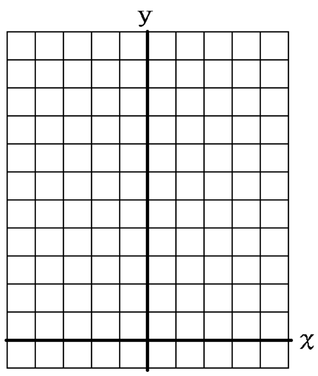
ゆえに， $y=7$ ゆえに， $x=-3$, $y=7$

$\boxed{2}$ 次の関数のグラフを書きなさい。

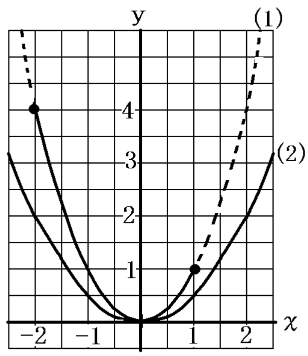
(1) $y=x^2$ $(-2\leqq x\leqq 1)$

(2) $y=\dfrac{1}{2}x^2$

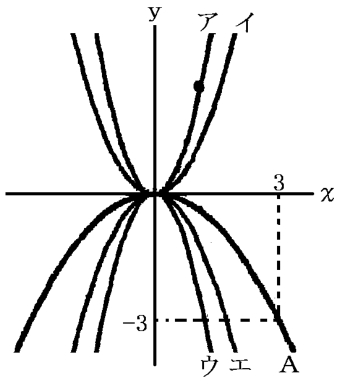
[解答欄]



[解答]



$\boxed{3}$　図は，5 つの関数のグラフを，同じ座標軸を使ってかいたものです。



(1)　A は関数 $y=ax^2$ のグラフである。a の値を求めなさい。

(2)　ア～エは，次の 4 つの関数

$y=x^2$，$y=-x^2$，$y=2x^2$，$y=-2x^2$

のいずれかのグラフです。$y=2x^2$ のグラフはどれか。ア～エの記号で答えなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $a=-\dfrac{1}{3}$　(2) ア

[解説]

(1) $y=ax^2$ に $x=3$, $y=-3$ を代入すると，$-3=a\times3^2$，$9a=-3$，$a=-\dfrac{1}{3}$

(2) $y=x^2$ と $y=2x^2$ のグラフは比例定数が正なので x 軸より上にある。また，比例定数の絶対値が大きいほどグラフの開き方は小さくなるので，アが $y=2x^2$ のグラフである。

$\boxed{4}$　次の各問いにあてはまる関数は，下の①～⑤のどれですか。

(1)　グラフが(－2，－4)を通るもの。

(2)　$y=-\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフと x 軸について対称なもの。

(3)　x が 0 から 4 まで，増加したとき変化の割合が一番大きいもの。

①　$y=2x^2$　②　$y=\dfrac{1}{2}x^2$　③　$y=-x^2$　④　$y=x^2$　⑤　$y=2x-3$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) ③　(2) ②　(3) ①

[解説]

(1) $x=-2$ を①～⑤にそれぞれ代入すると, ① $y=8$, ② $y=2$, ③ $y=-4$, ④ $y=4$

⑤ $y=-7$　よって(－2，－4)を通るのは③

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフと x 軸について対称なグラフは比例定数の符号が逆になる。

(3) ⑤は 1 次関数で変化の割合は直線の傾き 2 と等しい。

①～④は 2 乗に比例する関数で，それぞれ変化の割合を計算すればよいが，ここで 2 乗に比例する関数の変化の割合の簡単な計算方法を紹介しておく。

$y=ax^2$ で x が p から q に変化するとき，

(変化の割合) $=\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$

$$=\frac{aq^2-ap^2}{q-p}=\frac{a(q^2-p^2)}{q-p}=\frac{a(q+p)(q-p)}{q-p}=a(q+p)$$

これを使って①～④の変化の割合を計算すると,

① $2\times(0+4)=8$，② $\frac{1}{2}\times(0+4)=2$，③ $-1\times(0+4)=-4$，④ $1\times(0+4)=4$

以上より変化の割合が一番大きいものは①

$\boxed{5}$　次の関数について，y の変域を求めなさい。

(1)　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-2<x\leqq 4$ のときの y の変域。

(2)　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $2\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域。

(3)　関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 4$ のときの y の変域。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $0\leqq y\leqq 8$　(2) $4\leqq y\leqq 9$　(3) $-8\leqq y\leqq 0$

[解説]

(1) $x=0$ は $-2<x\leqq 4$ の変域の中。よって，$x=0,\ -2,\ 4$ のときの y の値を求める。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=-2$ のとき $y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$，$x=4$ のとき $y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$。

よって y の最小値は $y=0$，最大値は $y=8$　ゆえに $0\leqq y\leqq 8$

(2) $x=0$ は $2\leqq x\leqq 3$ の変域内にはない。よって，$x=2,\ 3$ のときの y の値を求める。

$x=2$ のとき $y=2^2=4$，$x=3$ のとき $y=3^2=9$

よって y の最小値は $y=4$，最大値は $y=9$　ゆえに $4\leqq y\leqq 9$

(3) $x=0$ は $-1\leqq x\leqq 4$ の変域の中。よって，$x=0,\ -1,\ 4$ のときの y の値を求める。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=-1$ のとき $y=-\frac{1}{2}\times(-1)^2=-\frac{1}{2}$，

$x=4$ のとき $y=-\frac{1}{2}\times 4^2=-8$

よって，最小値は $y=-8$，最大値は $y=0$　ゆえに $-8\leqq y\leqq 0$

$\boxed{6}$　次に問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=x^2$ で，x の値が－3 から－1 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2)　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(3)　関数 $y=2x^2$ について，x が－3 から 1 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(4)　関数 $y=ax^2$ で，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 12 になった。このとき，a の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) -4　(2) 2　(3) -4　(4) $a=3$

[解説]

＊2 乗に比例する関数の変化の割合の簡単な計算方法

$y=ax^2$ で x が p から q に変化するとき,

$$(\text{変化の割合}) = \frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$$

$$= \frac{aq^2-ap^2}{q-p} = \frac{a\left(q^2-p^2\right)}{q-p} = \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p} = a(q+p)$$

(1) (変化の割合)$=1\times(-3-1)=-4$

(2) (変化の割合)$=\frac{1}{2}\times(1+3)=2$

(3) (変化の割合)$=2\times(-3+1)=-4$

(4) $x=1$ のとき $y=a\times1^2=a$, $x=3$ のとき $y=a\times3^2=9a$

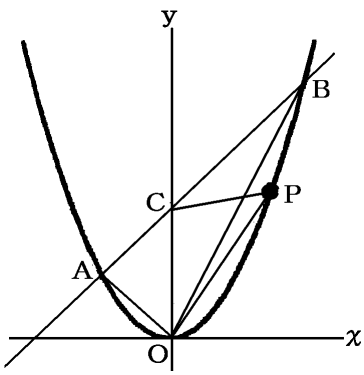
y ： $a\to9a$　(増加量)$=9a-a=8a$

x ：$1\to3$　(増加量)$=3-1=2$

ゆえに，(変化の割合) $=\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\frac{8a}{2}=4a$

変化の割合は12なので， $4a=12$　ゆえに， $a=3$

$\boxed{7}$　図の曲線は, 関数 $y=ax^2$ のグラフであり, 点 A, B は曲線上の点で，点 A の座標は(－2，2)，点 B の x 座標は 4 である。また，点 C は直線 AB と y 軸との交点で，点 P は放物線上を原点 O から点 B まで動く点である。



(1)　関数 $y=ax^2$ について， a の値を求めなさい。

(2)　直線 AB の式を求めなさい。

(3)　三角形 OAB の面積を求めなさい。

(4)　三角形 OCP の面積が三角形 OAB の面積の $\frac{1}{2}$ になるとき，点 P の座標を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)　$a=\dfrac{1}{2}$　(2)　$y=x+4$　(3)　12　(4)　$\left(3,\ \dfrac{9}{2}\right)$

[解説]

(1)　点 A(−2，2)は $y=ax^2$ 上にあるので，$x=-2,\ y=2$ を代入して，

$2=a\times(-2)^2$，$4a=2$　ゆえに $a=\dfrac{1}{2}$

(2)　直線 AB の式を $y=bx+c$ とおく。

点 B の x 座標は 4 なので，y 座標は $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に代入して，$y=\dfrac{1}{2}\times4^2=8$

$y=bx+c$ は点 B を通るので，$x=4,\ y=8$ を代入して $8=4b+c$ ･･･①

また，$y=bx+c$ は点 A を通るので，

$x=-2,\ y=2$ を代入して $2=-2b+c$ ･･･②

①，②を $b,\ c$ についての連立方程式として解く。

①−②より $6=6b,\ b=1$　これを①に代入すると，$8=4+c,\ c=4$

よって $b=1,\ c=4$　ゆえに直線 AB の式は $y=x+4$

(3)　直線 AB の式が $y=x+4$ なので，点 C の y 座標は 4 で OC＝4

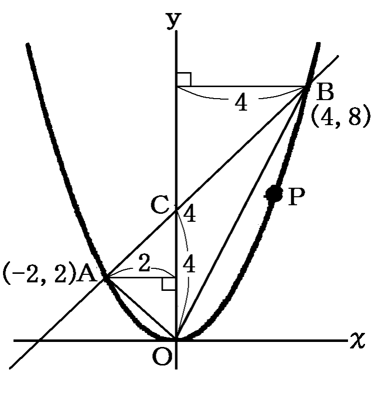
△OBC で OC＝4 を底辺とすると, 点 B の x 座標が 4 であることから△OBC の高さは 4

ゆえに(△OBC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times4\times4=8$

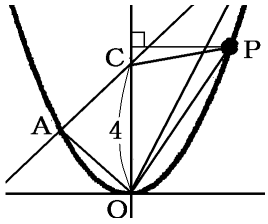
△OAC で OC＝4 を底辺とすると, 点 A の x 座標が −2 であることから△OAC の高さは 2

ゆえに(△OAC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times4\times2=4$

よって△OAB の面積は，$8+4=12$



(4) △OPC の面積は△OAB の面積の$\frac{1}{2}$なので$12\times\frac{1}{2}=6$。



底辺 OC＝4なので△OPC の高さは3

よって点 P のx座標は3

$y=\frac{1}{2}x^2$に$x=3$を代入すると，$y=\frac{1}{2}\times3^2=\frac{9}{2}$　ゆえに

点 P の座標は$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

8　2 次方程式$x^2+ax-4=0$の解の 1 つは-1である。このとき，aの値ともう 1 つの解を求めなさい。

[解答欄]

[解答]$a=-3$，他の解は$x=4$

[解説]

$x^2+ax-4=0$ ･･･①の解の 1 つが$x=-1$であるので，$x=-1$を①の左辺に代入しても①の等式が成り立つ。$x^2+ax-4=0$に$x=-1$を代入すると，$1-a-4=0$　ゆえに$a=-3$　$a=-3$を$x^2+ax-4=0$に代入すると，$x^2-3x-4=0$

かけて-4，加えて-3になる 2 数は$-4,\ 1$なので，$(x-4)(x+1)=0$

よって$x-4=0,\ x+1=0$　ゆえに$x=4,\ -1$

以上より$a=-3$，他の解は$x=4$

9　ある正の数に 5 を加え，これにもとの数をかけると 24 になる。もとの数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

正の数を x とすると，$(x+5)\times x=24$，$x^2+5x-24=0$

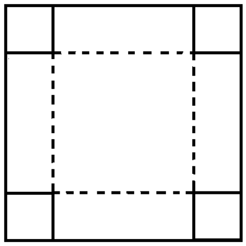
かけて -24，加えて 5 になる 2 数は $-3,\ 8$ なので，$(x-3)(x+8)=0$

よって $x-3=0,\ x+8=0$　ゆえに $x=3,\ -8$

$x>0$ なので，$x=3$

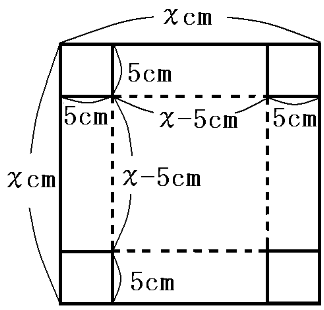
よって，もとの数は 3・・・答

$\boxed{10}$　正方形の紙がある。右の図のように，この 4 すみから 1 辺が $5\,\text{cm}$ の正方形を切り取り，直方体の容器をつくると，容積が $720\,\text{cm}^3$ になった。もとの正方形の紙の 1 辺の長さは何 cm か。方程式をつくって求めなさい。



[解答欄]

[解答]



もとの正方形の紙の 1 辺の長さを $x\,\text{cm}$ とすると，

底辺の正方形の 1 辺の長さは $x-10\,\text{cm}$ なので

(容積)＝(底面積)×(高さ)＝$(x-10)^2\times 5=720$

$(x-10)^2=144$，$x-10=\pm 12$

$x-10=-12$ のとき $x=-2$

$x-10=12$ のとき $x=22$

$x>10$ なので，$x=22$

もとの正方形の 1 辺の長さは $22\,\text{cm}$・・・答

【】試験問題 K

$\boxed{1}$　次の計算をしなさい。

(1) $-42 \div (-7)$　　(2) $2ab \div (-ab) \times ab^2$

(3) $(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-1)-\sqrt{20}$　　(4) $(x+3)^2-(x-4)(x+4)$

(5) $\dfrac{1}{4}(3x-5)-\dfrac{1}{6}(x+4)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) 6　(2) $-2ab^2$　(3) 2　(4) $6x+25$　(5) $\dfrac{7x-23}{12}$

[解説]

(2) $2ab \div (-ab) \times ab^2 = -2 \times ab^2 = -2ab^2$

(3) ＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ の公式を使う。＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ を使って式を簡単な形にする。

$$(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-1)-\sqrt{20}=(\sqrt{5})^2+2\sqrt{5}-3-\sqrt{4\times5}=5+2\sqrt{5}-3-2\sqrt{5}=2$$

(4) ＊$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使う。

$$(x+3)^2-(x-4)(x+4)=x^2+6x+9-(x^2-16)=x^2+6x+9-x^2+16=6x+25$$

(5) $\dfrac{1}{4}(3x-5)-\dfrac{1}{6}(x+4)=\dfrac{3(3x-5)}{12}-\dfrac{2(x+4)}{12}=\dfrac{3(3x-5)-2(x+4)}{12}$

$$=\frac{9x-15-2x-8}{12}=\frac{7x-23}{12}$$

$\boxed{2}$ 連立方程式$\begin{cases} 3x-4y=-11 \\ 5x+6y=7 \end{cases}$ を解きなさい。

[解答欄]

[解答]$\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

[解説]

加減法で解く。$\begin{cases} 3x-4y=-11 \\ 5x+6y=7 \end{cases}$ の y を消去するために，y の係数を 12 にあわせる。

上の式の両辺を 3 倍，下の式の両辺を 2 倍すると，$\begin{cases} 9x-12y=-33 \\ 10x+12y=14 \end{cases}$ ･･･①

①の上と下の式をたすと，$19x=-19$　ゆえに，$x=-1$

$5x+6y=7$ に $x=-1$ を代入すると，$-5+6y=7$，$6y=12$　ゆえに，$y=2$

ゆえに，$\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

$\boxed{3}$ 次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $x^2+2x-15=0$

(2) $x^2-5x=0$

(3) $(2x-1)(x-7)=0$

(4) $3x^2-12=0$

(5) $(x-3)^2=4$

(6) $(x-2)^2=12$

(7) $(x+1)^2+3x=-x-8$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

[解答](1) $x=-5,\ 3$　(2) $x=0,\ 5$　(3) $x=\frac{1}{2},\ 7$　(4) $x=\pm 2$　(5) $x=1,\ 5$

(6) $x=2\pm 2\sqrt{3}$　(7) $x=-3$

[解説]

＊(1)〜(3) 因数分解で $A\times B=0$ の形にする。$A\times B=0$ より $A=0$ か $B=0$

(1) かけて -15，加えて 2 になる 2 数は $5,\ -3$ なので，$x^2+2x-15=0$ の左辺を因数分解して $(x+5)(x-3)=0$　よって $x+5=0,\ x-3=0$　ゆえに $x=-5,\ 3$

(2) 共通因数の x でくくると，$x^2-5x=0$ は $x(x-5)=0$ と因数分解できる。よって $x=0,\ x-5=0$　ゆえに $x=0,\ 5$

(3) $(2x-1)(x-7)=0$ より $2x-1=0,\ x-7=0$　ゆえに $x=\dfrac{1}{2},\ 7$

(4) ＊式を変形して $x^2=a$　$x=\pm\sqrt{a}$

$3x^2-12=0$，$3x^2=12,\ x^2=4$　ゆえに $x=\pm2$

＊(5)，(6) 式を整理して $(x+b)^2=a$，$x+b=\pm\sqrt{a}$，$x=-b\pm\sqrt{a}$

(5) $(x-3)^2=4$ より $x-3=\pm2$　よって $x-3=-2$ のとき $x=1$，$x-3=2$ のとき $x=5$　ゆえに $x=1,\ 5$

(6) $(x-2)^2=12$ より $x-2=\pm\sqrt{12}=\pm2\sqrt{3}$　ゆえに $x=2\pm2\sqrt{3}$

(7) まず式を整理する。$(x+1)^2+3x=-x-8$，$x^2+2x+1+3x+x+8=0$

$x^2+6x+9=0$　よって $(x+3)^2=0$　ゆえに $x=-3$

$\boxed{4}$　2 次方程式 $x^2+2x-a=0$ の 1 つの解が -3 であるとき，a の値を求めなさい。また，もう 1 つの解を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a=3$，他の解は $x=1$

[解説]

$x^2+2x-a=0$ ･･･①の解の 1 つが -3 であるので，$x=-3$ を①の左辺に代入しても①の等式が成り立つ。$x^2+2x-a=0$ に $x=-3$ を代入すると，$9-6-a=0$　ゆえに $a=3$　$x^2+2x-a=0$ に $a=3$ を代入すると $x^2+2x-3=0$

かけて -3，加えて 2 になる 2 数は $-1,\ 3$ なので，$(x-1)(x+3)=0$

よって $x-1=0,\ x+3=0$　ゆえに $x=-3,\ 1$

以上より $a=3$，他の解は $x=1$

$\boxed{5}$　3，4，5 のように連続する 3 つの自然数があります。大きい方の 2 つの数の積は 3 つの数の和の 5 倍になります。これらの 3 つの自然数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

3 つの自然数を $x,\ x+1,\ x+2$ とおく。

大きい方の 2 つの数の積 $(x+1)(x+2)$ は，3 つの数の和 $x+(x+1)+(x+2)$ の 5 倍になるので，$(x+1)(x+2)=(x+x+1+x+2)\times 5$

$x^2+3x+2=15x+15$

$x^2-12x-13=0$　かけて -13，加えて -12 になる 2 数は $1,\ -13$ なので，

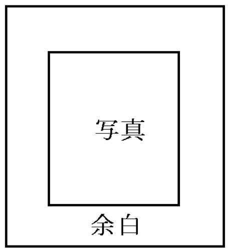
$(x+1)(x-13)=0$　よって $x+1=0,\ x-13=0$　ゆえに $x=-1,\ 13$

x は自然数なので，$x=13$　よって 3 数は，$13,\ 14,\ 15$・・・答

[解説]

＊例えば，連続する 3 つの整数 $5,\ 6,\ 7$ は，$5,\ 5+1,\ 5+2$ と表すことができる。一番小さい数を x とすると，連続する 3 つの整数は $x,\ x+1,\ x+2$ と表すことができる。

$\boxed{6}$　右の図のように，写真立ての中に縦，横の長さがそれぞれ 10 cm，6 cm の写真を余白の縦，横の幅が同じになるように入れ，写真立ての面積が写真の面積の $\dfrac{7}{3}$ になるようにする。写真立ての余白の幅を何 cm にすればよいか求めなさい。



[解答欄]

[解答]

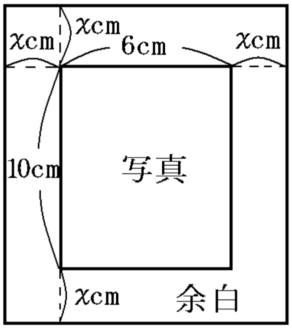
写真立ての余白の幅を x cm とすると，

写真立ての縦は $10+2x$ (cm)，横は $6+2x$ (cm)

(写真立ての面積)$=(10+2x)(6+2x)=(2x+10)(2x+6)$

(写真の面積)$=10\times 6=60$ で，

写真立ての面積が写真の面積の $\dfrac{7}{3}$ なので，



$(2x+10)(2x+6)=60\times\dfrac{7}{3}$，$(2x)^2+16\times 2x+60=140$

$4x^2+32x-80=0$，$x^2+8x-20=0$

かけて -20，加えて 8 になる 2 数は $-2,\ 10$ なので，$(x-2)(x+10)=0$

よって $x-2=0,\ x+10=0$　ゆえに $x=2,\ -10$

$x>0$ なので $x=2$　ゆえに，余白の幅は 2 cm・・・答

$\boxed{7}$　時速 x km で走っている自動車がブレーキをかけてから止まるまでに進む距離 y m とすると，y は x の 2 乗に比例する。時速 40km で走っている自動車がブレーキをかけてから止まるまでに進む距離が 10m であるとき，y を x の式で表しなさい。

[解答欄]

[解答] $y=\dfrac{1}{160}x^2$

[解説]

y は x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

$x=40,\ y=10$ を代入すると，$10=a\times 40^2$　ゆえに，$a=\dfrac{1}{160}$　ゆえに，

$y=\dfrac{1}{160}x^2$

$\boxed{8}$　次の①～⑧の関数のうちで，下の(1)～(4)にあてはまるものを，それぞれすべてあげ，記号で答えなさい。

① $y=-2x$　② $y=\frac{1}{2}x$　③ $y=\frac{3}{x}$　④ $y=-x+3$

⑤ $y=-3x^2$　⑥ $y=2x+3$　⑦ $y=-\frac{1}{2}x^2$　⑧ $y=3x^2$

(1)　グラフが放物線になる。

(2)　x が 1 から 3 まで増加するとき，y の値も増加する。

(3)　$x<0$ で x の値が増加するとき，y の値も増加する。

(4)　y 軸について対称。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)

[解答](1) ⑤，⑦，⑧　(2) ②，⑥，⑧　(3) ②，⑤，⑥，⑦　(4) ⑤，⑦，⑧

[解説]

(1) グラフが放物線になる曲線の式は $y=ax^2$，この形をしているのは⑤，⑦，⑧

(2) 直線(①，②，④，⑥)の場合，グラフの傾きが正である②と⑥が条件を満たす。放物線の場合，x が正の範囲で増加するのは比例定数が正のとき。ゆえに⑧が条件を満たす。

③は反比例のグラフだが，$x>0$ の範囲では減少するので不適。ゆえに②，⑥，⑧

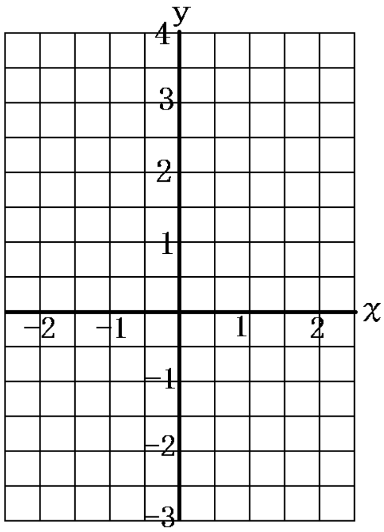
(4) y 軸について対称なのは放物線。ゆえに⑤，⑦，⑧

$\boxed{9}$ 次の式のグラフを書きなさい。

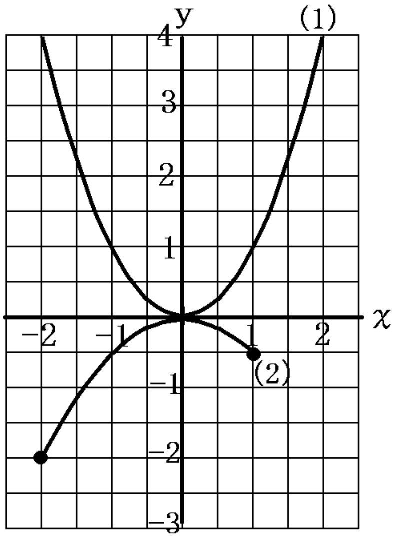
(1) $y = x^2$

(2) $y = -\dfrac{1}{2}x^2 \ \left(-2 \leqq x \leqq 1\right)$

[解答欄]



[解答]



$\boxed{10}$ 次の問いに答えなさい。

(1) x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ のとき，関数 $y = 2x^2$ の y の変域を求めなさい。

(2) y が x の 2 乗に比例し，x の値が1から3まで増加するときの変化の割合が2であるような関数の式を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $0 \leqq y \leqq 18$ (2) $y = \dfrac{1}{2}x^2$

[解説]

(1) $x = 0$ が $-3 \leqq x \leqq 1$ の変域内にあるので，$x = 0, -3, 1$ のときの y の値を比較する。

$x = 0$ のとき $y = 0$，$x = -3$ のとき $y = 2 \times (-3)^2 = 18$，$x = 1$ のとき $y = 2 \times 1^2 = 2$

よって最小値は $y = 0$，最大値は $y = 18$

ゆえに，$0 \leqq y \leqq 18$

(2) 求める関数の式を $y = ax^2$ とおくと，

$x = 1$のとき $y = a \times 1^2 = a$， $x = 3$のとき $y = a \times 3^2 = 9a$

y ：$a \to 9a$ (増加量)＝$9a - a = 8a$

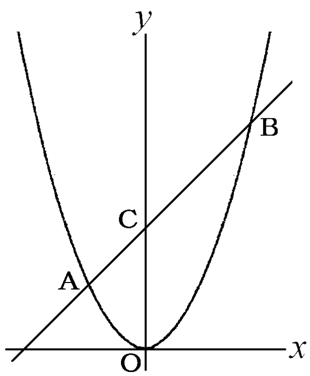
x ：$1 \to 3$ (増加量)＝$3 - 1 = 2$

ゆえに，(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})} = \dfrac{8a}{2} = 4a$

変化の割合は2なので， $4a = 2$ ゆえに $a = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

ゆえに求める式は $y = \dfrac{1}{2}x^2$

$\boxed{11}$ 右の図は，放物線 $y = ax^2$ と放物線上の 2 点 A，B を通る直線のグラフです。A(－2，2)で，B の x 座標が 4 のとき，次の問いに答えなさい。



(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線 AB を表す式を求めなさい。

(3) 座標軸の 1 目もりを 1cm として，△AOB の面積を求めなさい。

(4) 原点 O を通り，△AOB の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $a = \dfrac{1}{2}$ (2) $y = x + 4$ (3) 12 cm² (4) $y = 5x$

[解説]

(1) $y = ax^2$ が A(－2，2)を通るので， $x = -2$, $y = 2$ を $y = ax^2$ に代入すると，

$2 = 4a$ なので $a = \dfrac{1}{2}$

(2) まず，点 B の座標を求める必要がある。

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=4$ を代入すると $y=\dfrac{1}{2}\times 4^2=8$，よって点 B の座標は B(4，8)

直線 AB の式を $y=bx+c$ とおく。

A(−2，2)を通るので， $y=bx+c$ に $x=-2,\ =2$ を代入して， $2=-2b+c$ ･･･①

B(4，8)を通るので， $y=bx+c$ に $x=4,\ y=8$ を代入して，$8=4b+c$ ･･･②

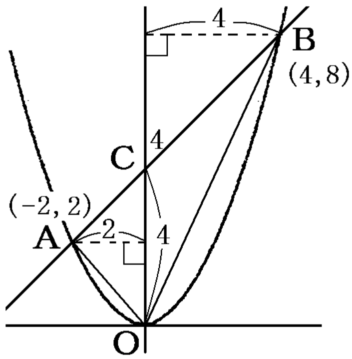
①，②を $b,\ c$ についての連立方程式として解く。

②−①より，$6=6b$，$b=1$　②に $b=1$ を代入すると，$8=4+c$，$c=4$

ゆえに，$b=1,\ c=4$

よって直線 AB の式は $y=x+4$

(3) 直線 AB と y 軸の交点を C とする。



点Cの y 座標は $y=x+4$ の y 切片なので４

△AOC で CO＝４を底辺とすると，

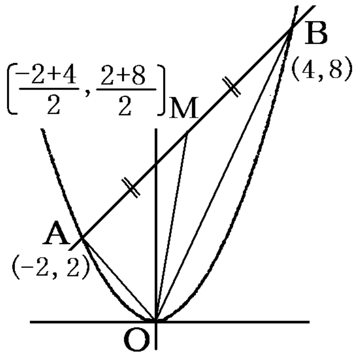
高さは点 A の x 座標が -2 であることから２

(△AOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times 4\times 2=4$

同様に，(△BOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times 4\times 4=8$

よって△AOB の面積は $4+8=12$ cm²

(4) 原点 O を通り，△AOB の面積を 2 等分する直線は AB の中点を通る。



点 A(−2，2)，B(4，8)の中点の座標は

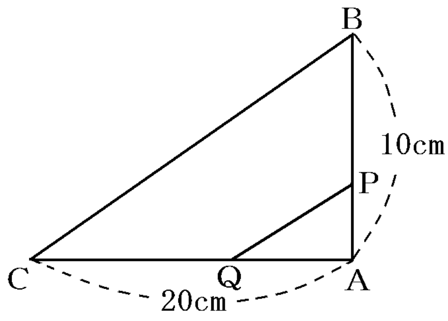
$$\left(\frac{-2+4}{2},\ \frac{2+8}{2}\right)=(1,\ 5)$$

求める直線は原点を通るので $y=dx$ とおくことができる。

$y=dx$ に $x=1,\ y=5$ を代入すると，$5=d\times 1$，$d=5$

よって求める直線の式は $y=5x$

$\boxed{12}$　右の図のような直角三角形 ABC がある。点 P は辺 AB 上を毎秒 1cm の速さで，A から B まで動き，点 Q は辺 AC 上を毎秒 2cm の速さで，A から C まで動く。P，Q が同時に A を出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。



(1)　y を x の式で表しなさい。また，x の変域も求めなさい。

(2)　△APQ の面積が 12cm^2 になるのは，P，Q が出発してから何秒後か。

[解答欄]

(1)		(2)

[解答](1)　$y = x^2$，　$0 \leqq x \leqq 10$　(2)　$2\sqrt{3}$ 秒後

[解説]

(1)　x 秒後には，AP＝x cm，AQ＝$2x$ cm

よって $y = \dfrac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$

P が B 点に達するのは 10 秒後，Q が C 点に達するのも 10 秒後

よって x の変域は，$0 \leqq x \leqq 10$

(2)　$y = x^2$ に $y = 12$ を代入すると，$12 = x^2$

$x \geqq 0$ なので $x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$　よって $2\sqrt{3}$ 秒後

【】試験問題 L

$\boxed{1}$ 次の計算をしなさい。

(1) $(-3)^2-2\times(-4)$　　(2) $2(3m+n)-3(2m-n)$

(3) $\dfrac{x+y}{4}-\dfrac{x-y}{3}$　　(4) $(3-a)(-3-a)$

(5) $\left(4-\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{5}-2\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+2\sqrt{3}\right)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
(5)			

[解答](1) 17　(2) $5n$　(3) $\dfrac{-x+7y}{12}$　(4) a^2-9　(5) $25-8\sqrt{2}$

[解説]

(1) $(-3)^2-2\times(-4)=9-(-8)=9+8=17$

(2) $2(3m+n)-3(2m-n)=6m+2n-6m+3n=5n$

(3) $\dfrac{x+y}{4}-\dfrac{x-y}{3}=\dfrac{(x+y)\times 3}{4\times 3}-\dfrac{(x-y)\times 4}{3\times 4}=\dfrac{3(x+y)-4(x-y)}{12}=\dfrac{3x+3y-4x+4y}{12}$

$=\dfrac{-x+7y}{12}$

(4) $(3-a)(-3-a)=(-a+3)(-a-3)=(-a)^2-3^2=a^2-9$

(5) $\left(4-\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{5}-2\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+2\sqrt{3}\right)=4^2-2\times 4\times\sqrt{2}+2-\left\{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2\right\}$

$=16-8\sqrt{2}+2-(5-12)=16-8\sqrt{2}+2+7=25-8\sqrt{2}$

$\boxed{2}$ 次の方程式を解きなさい。

(1) $\dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{x-1}{2}=1$　　(2) $\begin{cases} 3x+4y=7 \\ x+3y=3(x+6) \end{cases}$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x=5$　(2) $x=-3,\ \ y=4$

[解説]

(1) まず，$\dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{x-1}{2}=1$の両辺に6をかけて分母をはらう。

$\dfrac{2x-1}{3}\times 6-\dfrac{x-1}{2}\times 6=1\times 6,\ \ 2(2x-1)-3(x-1)=6,\ \ 4x-2-3x+3=6$

$4x-3x=6+2-3,\ \ x=5$

(2) $\begin{cases} 3x+4y=7 & \cdots ① \\ x+3y=3(x+6) & \cdots ② \end{cases}$

②の式を整理すると，$x+3y=3x+18,\ -2x+3y=18 \cdots$②'

加減法で解く。yを消去するために，①×3－②'×4

$$\begin{array}{rrl} & 9x+12y & =21 \\ -) & -8x+12y & =72 \\ \hline & 17x & =-51 \end{array}$$

よって $x=-51\div 17=-3$

①に$x=-3$を代入すると，$3\times(-3)+4y=7,\ -9+4y=7,\ 4y=16,\ y=4$

$\boxed{3}$ 次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $x^2+3x+2=0$

(2) $a^2-4a+4=0$

(3) $3y^2-21y+36=0$

(4) $x^2=2x+15$

(5) $6x^2=-24x$

(6) $9x^2=7$

(7) $(x-3)^2=4$

(8) $(x+2)^2=5x+6$

(9) $x^2+6x-7=0$

(10) $2(x-1)^2=(x+5)(x-2)+6$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
(5)	(6)	(7)	(8)
(9)	(10)		

[解答](1) $x=-1,\ -2$ (2) $a=2$ (3) $y=3,\ 4$ (4) $x=-3,\ 5$ (5) $x=-4,\ 0$

(6) $x=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{3}$ (7) $x=1,\ 5$ (8) $x=-1,\ 2$ (9) $x=-7,\ 1$ (10) $x=1,\ 6$

[解説]

＊因数分解で $A\times B=0$ の形にする。$A\times B=0$ が成りたつのは $A=0$ か $B=0$ のとき。

(1) かけて 2, 加えて 3 になる 2 数は $1,\ 2$ なので，$x^2+3x+2=0$ の左辺を因数分解すると，$(x+1)(x+2)=0$　よって，$x+1=0,\ x+2=0$　ゆえに，$x=-1,\ -2$

(2) $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使って $a^2-4a+4=0$ の左辺を因数分解すると，

$(a-2)^2=0$　よって，$a-2=0$　ゆえに，$a=2$

(3) $3y^2-21y+36=0$ の両辺を 3 で割ると，$y^2-7y+12=0$

かけて 12，加えて -7 になる 2 数は $-3,\ -4$ なので，$y^2-7y+12=0$ の左辺を因数分解すると，$(y-3)(y-4)=0$　よって，$y-3=0,\ y-4=0$　ゆえに，$y=3,\ 4$

(4) $x^2=2x+15$ の右辺を左辺に移項すると，$x^2-2x-15=0$

かけて -15, 加えて -2 になる 2 数は $-5,\ 3$ なので，$x^2-2x-15=0$ の左辺を因数分解すると，$(x-5)(x+3)=0$　よって，$x-5=0,\ x+3=0$　ゆえに，$x=5,\ -3$

(5) $6x^2=-24x$ より，$6x^2+24x=0,\ x^2+4x=0,\ x(x+4)=0$

よって，$x=0,\ x+4=0$　ゆえに，$x=0,\ -4$

＊(6), (7)：式を変形して $x^2=a$，$x=\pm\sqrt{a}$

(6) $9x^2=7$ より，$x^2=\dfrac{7}{9}$，$x=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{9}}=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

(7) $(x-3)^2=4$ より，$x-3=\pm2$　よって，$x=\pm2+3,\ x=5,\ 1$

(8) $(x+2)^2=5x+6$ より，$x^2+4x+4-5x-6=0,\ x^2-x-2=0$

かけて -2，加えて -1 になる 2 数は $1,\ -2$ なので，$x^2-x-2=0$ の左辺を因数分解すると，$(x+1)(x-2)=0$　よって，$x+1=0,\ x-2=0$　ゆえに，$x=-1,\ 2$

(9) かけて -7, 加えて 6 になる 2 数は $7,\ -1$ なので，$x^2+6x-7=0$ の左辺を因数分解すると，$(x+7)(x-1)=0$　よって，$x+7=0,\ x-1=0$　ゆえに，$x=-7,\ 1$

(10) $2(x-1)^2=(x+5)(x-2)+6$ より，$2x^2-4x+2=x^2+3x-10+6$

$x^2-7x+6=0$　かけて 6，加えて -7 になる 2 数は $-1,\ -6$ なので,

$x^2-7x+6=0$ の左辺を因数分解すると，$(x-1)(x-6)=0$

よって，$x-1=0,\ x-6=0$　ゆえに，$x=1,\ 6$

$\boxed{4}$　次の方程式のうち，2 次方程式はどれか，すべて答えなさい。

①　$x^2 = 4$　　②　$x + 3 = 2x - 5$　　③　$9x^2 = (3x+1)^2$　　④　$2x^2 - 5x = 6$

[解答欄]

[解答]①，④

[解説]

①と④は 2 次方程式。②は 1 次方程式。

③は整理すると，$9x^2 = 9x^2 + 6x + 1 = 0$，$6x + 1 = 0$ なので 1 次方程式になる。

$\boxed{5}$　2 次方程式 $x^2 + ax + 6 = 0$ の 2 つの解が負の整数であるとき，a の値をすべて求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a = 5$，7

[解説]

かけて 6 になる 2 整数の組み合わせは，(1, 6)，(－1,－6)，(2, 3)，(－2,－3)

よって，考えられる式は，

$(x-1)(x-6)=0$，$(x+1)(x+6)=0$，$(x-2)(x-3)=0$，$(x+2)(x+3)=0$

このうち，2 つの解が負になるのは，$(x+1)(x+6)=0$ と $(x+2)(x+3)=0$

$(x+1)(x+6)=0$ の左辺を展開すると，$x^2+7x+6=0$　よって，$a=7$

$(x+2)(x+3)=0$ の左辺を展開すると，$x^2+5x+6=0$　よって，$a=5$

ゆえに，$a = 5$，7

$\boxed{6}$　等式 $(\sqrt{3}a+b)^2-(\sqrt{3}b-a)^2+(b-\sqrt{3}a)^2-(a+\sqrt{3}b)^2=36-(2b+a)(2b-a)$ を満たす正の数 a の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a = 2\sqrt{3}$

[解説]

まず，等式を整理すると，

$$\left(\sqrt{3}a+b\right)^2-\left(\sqrt{3}b-a\right)^2+\left(b-\sqrt{3}a\right)^2-\left(a+\sqrt{3}b\right)^2=36-(2b+a)(2b-a)$$

$$3a^2+2\sqrt{3}ab+b^2-\left(3b^2-2\sqrt{3}ab+a^2\right)+\left(b^2-2\sqrt{3}ab+3a^2\right)-\left(a^2+2\sqrt{3}ab+3b^2\right)$$

$$=36-\left(4b^2-a^2\right)$$

$$3a^2+2\sqrt{3}ab+b^2-3b^2+2\sqrt{3}ab-a^2+b^2-2\sqrt{3}ab+3a^2-a^2-2\sqrt{3}ab-3b^2=36-4b^2+a^2$$

$4a^2-4b^2=36-4b^2+a^2$　よって，$3a^2=36$，$a^2=12$

$a>0$ なので，　$a=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\boxed{7}$　ある自然数を 2 乗しなければならないのに，誤って 2 倍したため，計算の結果が 99 だけ小さくなった。このとき，ある自然数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]11

[解説]

ある自然数を x とする。

条件より，x の 2 倍は x の 2 乗より 99 小さいので，$2x=x^2-99$

$x^2-2x-99=0$，$(x-11)(x+9)=0$

x は自然数で $x>0$ なので，$x=11$　これは条件にあてはまる。

$\boxed{8}$　次の問いに答えなさい。

(1)　次の関数のうち，y が x の 2 乗に比例するものはどれか答え，比例定数をいいなさい。

ア　$y=-2x$　　イ　$y=\dfrac{3}{x^2}$　　ウ　$y=\dfrac{x}{2}$　　エ　$y=\dfrac{x^2}{5}$

(2)　円の半径がもとの長さの 6 倍になると，面積はもとの面積の何倍になりますか。

(3)　y は x の 2 乗に比例し，x ＝2 のとき，y ＝－5 である。y を x の式で表しなさい。また，x ＝－4 のときの y の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) エ，$\dfrac{1}{5}$　(2) 36 倍　(3) $y=-\dfrac{5}{4}x^2$，$y=-20$

[解説]

(1) y が x の 2 乗に比例している 2 次関数は $y=ax^2$ の形

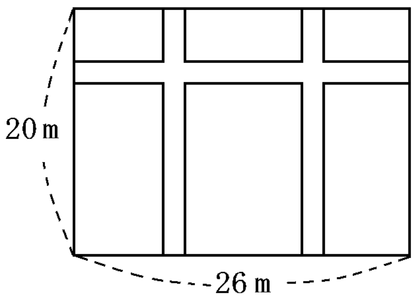
イは x^2 が分母にきているので 2 次関数ではない。アとウは x の指数は 1 なので 1 次関数

(2) (円の面積)＝π×(半径)^2 なので，円の面積は半径の 2 乗に比例する。したがって，半径が 6 倍になると，面積は 6^2 倍になる。

(3) y は x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおくことができる。x ＝2，y ＝－5 を代入すると，$-5=a\times 2^2$，$4a=-5$, $a=-\dfrac{5}{4}$　よって式は $y=-\dfrac{5}{4}x^2$ となる。

$y=-\dfrac{5}{4}x^2$ に $x=-4$ を代入すると，$y=-\dfrac{5}{4}\times(-4)^2=-20$

$\boxed{9}$　縦 20m，横 26m の長方形の土地に，図のように同じ幅の道をつけたところ，残りの土地の面積が 396m^2 になった。道幅を x m として次の問いに答えなさい。



(1)　方程式を作りなさい。

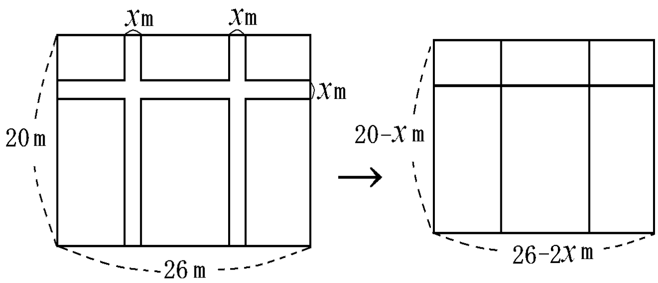
(2)　(1)の方程式を解いて，道路の幅を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $(20-x)(26-2x)=396$　(2) 2m

[解説]



道路の部分を切り取って，残りの土地をつなげると，たて $20-x$ (m)，横 $26-2x$ (m)の長方形になる。よって

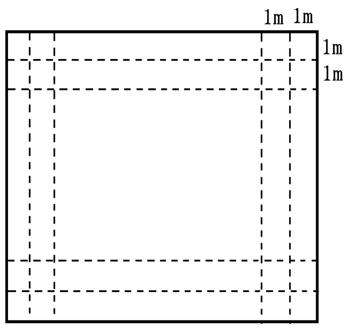
$(20-x)(26-2x)=396$

$520-40x-26x+2x^2=396$

$2x^2-66x+124=0$，$x^2-33x+62=0$

$(x-2)(x-31)=0$ $\therefore x=2,\ 31$ 明らかに $x=31$ は不適 $x=2$ は問題にあてはまる。

$\boxed{10}$ 縦，横に 1m 間隔に花を植え，横が縦より 2m 長い長方形の花だんをつくったところ，花を 143 本使った。花だんの縦の長さを求めなさい。ただし，長方形の周辺部にも花を植えるものとする。また，縦の長さは整数とする。

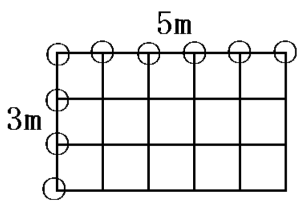


[解答欄]

[解答]10m

[解説]

例えば，たて 3m，横 5m の花壇の場合，右図のように，



横 1 列に植える花は，5＋1＝6 本で，

たて 1 列に植える花は，3＋1＝4 本である。

花だんの縦の長さを x m とすると，横の長さは $x+2$ (m)である。

横に 1m 間隔で花を植えるので，横 1 列に植える花は $x+3$ (本)になる。

縦の長さが x m なので，縦に $x+1$ (列)になる。

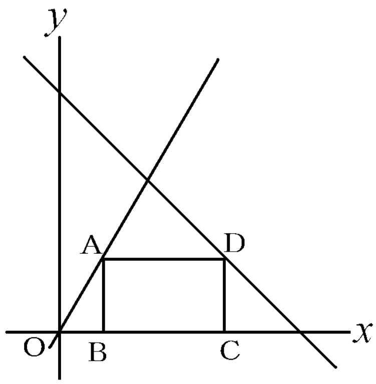
よって，花の総数は，$(x+3)(x+1)=143$

$x^2+4x+3-143=0$，$x^2+4x-140=0$

$\therefore (x+14)(x-10)=0$

$x>0$ なので，$x=10$　これは問題にあてはまる。
よって，縦の長さは 10m となる。

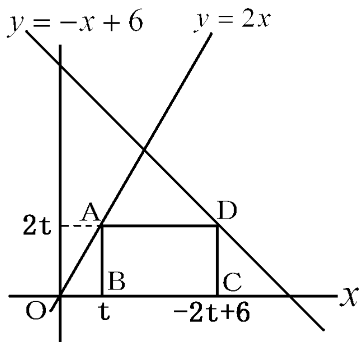
$\boxed{11}$　右の図で，四角形 ABCD は長方形で，辺 BC は x 軸上にあり，頂点 A，D はそれぞれ直線 $y=2x$，$y=-x+6$ 上にある。長方形 ABCD の面積が 6 となるときの点 A の座標を求めなさい。



[解答欄]

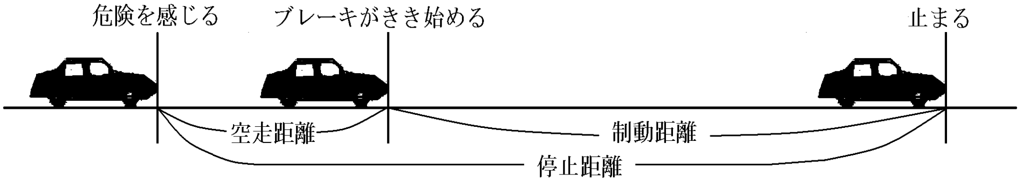
[解答](1，2)

[解説]



点 A の x 座標を t とおくと，点 A の y 座標は
$y=2x$ に代入して，$y=2t$
よって点 D の y 座標も $y=2t$
$y=-x+6$ に $y=2t$ を代入すると，
$2t=-x+6$，$\therefore x=-2t+6$
点 D の x 座標は $x=-2t+6$
よって BC の長さは $-2t+6-t=-3t+6$
また，AB の長さは $2t$
よって，長方形 ABCD の面積は，BC×AB＝6 なので，$(-3t+6)\times 2t=6$
$-6t^2+12t=6,\ -6t^2+12t-6=0,\ t^2-2t+1=0$
よって，$(t-1)^2=0$　ゆえに，$t=1$
よって点 A の x 座標は 1，点 A の y 座標は $y=2t=2\times 1=2$
ゆえに，点 A の座標は(1，2)となる。

$\boxed{12}$ 運転者が危険を感じてからブレーキをふみ，ブレーキが実際にきき始めるまでに進む距離を空走距離といい，ブレーキがきき始めてから自動車が止まるまでに進む距離を制動距離という。



空走距離は, 自動車の速さに比例し, 制動距離は, 自動車の速さの 2 乗に比例する。今, 時速 30km で走る自動車の制動距離が 8m でした。この自動車の速さを時速 x km, そのときの制動距離を y m として，次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 制動距離を 40m にするには，時速をどれだけにすればよいですか。小数第 1 位を四捨五入して整数で求めなさい。ただし，$\sqrt{3}=1.73$，$\sqrt{5}=2.24$ とする。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y=\dfrac{2}{225}x^2$ (2) 時速 67km

[解説]

(1) 制動距離は, 自動車の速さの 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおくことができる。

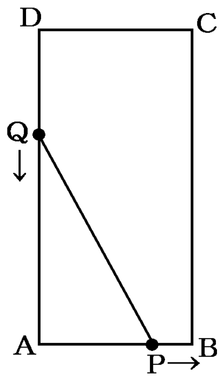
$x=30$，$y=8$ を代入すると，$8=a\times900$ ゆえに，$a=\dfrac{2}{225}$，$y=\dfrac{2}{225}x^2$

(2) 制動距離が 40m なので，$y=40$

これを $y=\dfrac{2}{225}x^2$ に代入すると，$40=\dfrac{2}{225}x^2$，$x^2=4500$

$x>0$ なので，$x=30\sqrt{5}=67.2$

$\boxed{13}$　AB＝15cm，BC＝30cm の長方形 ABCD がある。右の図のように，P は AB 上を毎秒 3cm の速さで A から B まで動く。また，Q は毎秒 2cm の速さで D から A まで動く。P，Q が出発して x 秒後にできる△DPQ の面積を y cm² とするとき, 次の問いに答えなさい。



(1)　y を x の式で表しなさい。

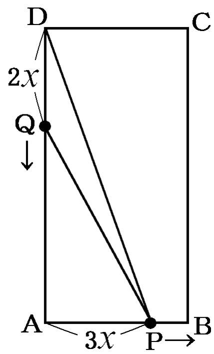
(2)　△DPQ の面積が長方形 ABCD の面積の $\frac{1}{6}$ になるのは，P が出発してから何秒後ですか。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$y=3x^2$　(2) 5 秒後

[解説]



(1)　x 秒後には，DQ＝$2x$ cm，AP＝$3x$ cm なので，

(△DPQ の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺 DQ)×(高さ PA)

$y=\frac{1}{2}\times 2x\times 3x=3x^2$

(2)　長方形の面積は 30×15＝450cm² なので，

$y=450\times\frac{1}{6}=75$　cm²

よって，$y=3x^2$ に $y=75$ を代入すると，

$75=3x^2$，$x^2=75\div 3$，$x^2=25$

$x>0$ なので $x=5$　これは条件を満たす。

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,200 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word(または一太郎)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば，FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1500 ページ)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。
RunFdData(Word 版) 【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】
RunFdData(一太郎版) 【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataTAs.exe 】
※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】

【Fd 教材開発：URL http://www.fdtext.com/dat/ Tel (092) 404-2266】