【】試験問題 A

$\boxed{1}$　次のア～カの関数について，y が $x$ の 2 乗に比例しているものを選び，記号で答えなさい。

ア　$y=3x^2$　　イ　$y=\dfrac{1}{x^2}$　　ウ　$y=-x^2$　　エ　$y=\dfrac{1}{2}x^2$　　オ　$y=3^2x$

カ　$y=-\dfrac{x^2}{2}$

[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答]ア，ウ，エ，カ

[解説]

$y$ が $x$ の 2 乗に比例している 2 次関数は $y=ax^2$ の形

イは $x^2$ が分母にきているので 2 次関数ではない。オは $x$ の指数は 1 なので 1 次関数

$\boxed{2}$　関数　$y=2x^2$ について，次の問いに答えなさい。

(1) 下の表の空欄をうめなさい。

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | | | | | |

(2) $x$ の値が 3 倍になると，$y$ の値は何倍になるか。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1) (左から順に) $0,\ 2,\ 8,\ 18,\ 32$　(2) 9 倍

[解説]

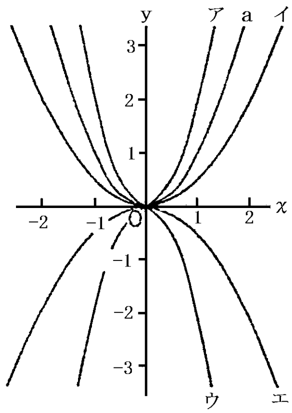
(1) $y=2x^2$ に代入

$x=0,\ y=2\times0^2=0$　$x=1,\ y=2\times1^2=2$　$x=2,\ y=2\times2^2=8\cdots$

(2) 例えば，$x=1$のとき$y=2$　$x$を3倍して$x=3$のとき$y=2\times3^2=18$で，

$y$ の値は9倍になる。一般に，2 乗に比例する関数では，$x$ の値が$2,\ 3,\ 4\cdots$倍になると，$y$ の値は$2^2,\ 3^2,\ 4^2\cdots$倍となる。

$\boxed{3}$　右の図で，$a$ は関数　$y=x^2$ のグラフである。ア～エのグラフの中に, 次の(1), (2)のグラフがある。それはどれか, それぞれ記号で答えなさい。




(1)　$y=\frac{1}{2}x^2$　　　　(2)　$y=-2x^2$

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1)　イ　(2)　ウ

[解説]

＊2 次関数 $y=ax^2$ で

・$a>0$ のときグラフは $x$ 軸より上(図のア，a，イ)

　$a<0$ のときグラフは $x$ 軸より下(図のウ，エ)

・$a$ の絶対値が大きいほど開き方は小さくなる

この問題では a のグラフ：$y=x^2$ を基準にして判断する。

(1)の $y=\frac{1}{2}x^2$ の比例定数は正なのでグラフは $x$ 軸より上。また，比例定数 $\frac{1}{2}$ は $y=x^2$ の比例定数の絶対値より小さいので開き方が大きい。よって(1)のグラフはイ。

(2)　$y=-2x^2$ の比例定数は負なのでグラフは $x$ 軸より下。また，比例定数 $-2$ の絶対値は $y=x^2$ の比例定数の絶対値より大きいので開き方が小さい。よって(2)のグラフはウ。

$\boxed{4}$　次の文の(　　)にあてはまる言葉を入れなさい。

・$y=ax^2$ のグラフを(　①　)という。このグラフは(　②　)について対称で, (　③　)を通る。

・$a<0$ のとき，このグラフは(　④　)から下にあり，(　⑤　)に開いている。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |
| ④ | ⑤ | |

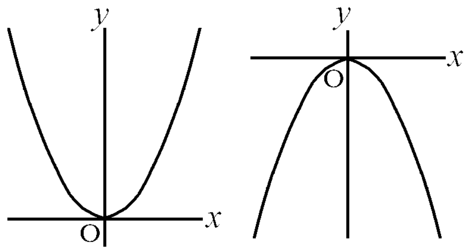
[解答]①　放物線　②　$y$ 軸　③　原点　④　$x$ 軸　⑤　下

$\boxed{5}$　右の $y = ax^2$ のグラフを見て，次の文の(　　)にあてはまる言葉を入れなさい。

関数 $y = ax^2$ について，

・$a > 0$ のとき，$x$ の値を増加させると，$y$ の値は，$x \leqq 0$ で(　①　)し，$x \geqq 0$ で(　②　)する。

・$a < 0$ のとき，$x$ の値を増加させると，$y$ の値は，$x \leqq 0$ で(　③　)し，$x \geqq 0$ で(　④　)する。




$a>0$のとき　　$a<0$のとき

[解答欄]

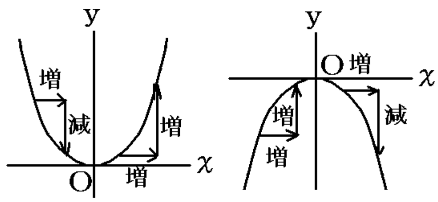
| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |
| ④ | | |

[解答]①　減少　②　増加　③　増加　④　減少

[解説]

グラフが右上がりのとき，$x$ が増加すると $y$ も増加

グラフが右下がりのとき，$x$ が増加すると $y$ は減少




(a>0のとき)　(a<0のとき)

$\boxed{6}$　次の問いに答えなさい。

(1)　関数 $y = ax^2$ のグラフが点(3，－36)を通るとき，$a$ の値を求めなさい。

(2)　$y$ が $x$ の 2 乗の比例し，$x = 4$ のとき，$y = 8$ である。$x = -6$ のときの $y$ の値を求めなさい。

(3)　関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ について，$x$ の変域が次のときの $y$ の変域を求めなさい。

①　$2 \leqq x \leqq 6$　　　②　$-4 \leqq x \leqq 1$

(4)　関数 $y = x^2$ について，次の問いに答えなさい。

①　$x$ の値が $2$ から $5$ まで増加するときの $y$ の増加量を求めなさい。

②　$x$ の値が $-4$ から $-1$ まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(5)　ある斜面をころがりはじめてから $x$ 秒間にころがる距離を $y$ m とすると，$y = 3x^2$ という関係があります。このとき，1秒後から $4$ 秒後までの平均の速さを求めなさい。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3)① |
| ② | (4)① | ② |
| (5) | | |

[解答](1) $a=-4$ (2) $y=18$ (3)① $-18\leqq y\leqq -2$ ② $-8\leqq y\leqq 0$

(4)① $21$ ② $-5$ (5) $15$ m/秒

[解説]

(1) $y=ax^2$ に $x=3, y=-36$ を代入。$-36=a\times 3^2$，$9a=-36$，$a=-4$

(2) $y$ が $x$ の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおくことができる。$x=4$， $y=8$ を代入。

$8=a\times 4^2$，$16a=8$，$a=\dfrac{1}{2}$ よって $y=\dfrac{1}{2}x^2$ この式に $x=-6$ を代入すると，

$y=\dfrac{1}{2}\times(-6)^2=18$

(3)① $x=0$ は $2\leqq x\leqq 6$ の範囲内にないので，$x=2,\ 6$ のときの $y$ の値を比較する。

$x=2$ のとき $y=-\dfrac{1}{2}\times 2^2=-2$， $x=6$ のとき $y=-\dfrac{1}{2}\times 6^2=-18$

よって最小値は $y=-18$，最大値は $y=-2$ ゆえに，$-18\leqq y\leqq -2$

② $x=0$ が $-4\leqq x\leqq 1$ の変域内にあるので， $x=0,\ -4,\ 1$ のときの $y$ の値を比較する。

$x=0$ のとき $y=0$， $x=-4$ のとき $y=-\dfrac{1}{2}\times(-4)^2=-8$，

$x=1$ のとき $y=-\dfrac{1}{2}\times 1^2=-\dfrac{1}{2}$

よって最小値は $y=-8$，最大値は $y=0$ ゆえに，$-8\leqq y\leqq 0$

(4) ① ( $y$ の増加量)$=5^2-2^2=25-4=21$

② $x=-4$ のとき $y=(-4)^2=16$， $x=-1$ のとき $y=(-1)^2=1$

$y$ ：$16\to 1$ (増加量)$=1-16=-15$

$x$ ：$-4\to -1$ (増加量)$=-1-(-4)=3$

ゆえに，(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{-15}{3}=-5$

(5) $x=1$のとき$y=3\times1^2=3$， $x=4$のとき$y=3\times4^2=48$

$y$ ：$3\to48$　(増加量)＝(進んだ距離)＝$48-3=45$ m

$x$ ：$1\to4$　　(増加量)＝(かかった時間)＝$4-1=3$秒

(平均の速さ)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{45}{3}=15$　m/秒

$\boxed{7}$　次の問いに答えなさい。

(1)　$-3+2\times(-4)$を計算しなさい。

(2)　$(x-4)(3x+2)-(x-5)^2$を計算しなさい。

(3)　$3x^2y-3xy-18y$を因数分解しなさい。

(4)　$\dfrac{4}{\sqrt{8}}-\sqrt{2}\left(1-\sqrt{32}\right)$を計算しなさい。

(5)　二次方程式　$x^2-10x-24=0$を解きなさい。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | (5) | |

[解答](1)　$-11$　(2)　$2x^2-33$　(3)　$3y(x-3)(x+2)$　(4)　$8$　(5)　$x=-2,\ 12$

[解説]

(1)　$-3+2\times(-4)=-3-8=-11$

(2)　＊$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$， $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$の公式を使う。

$(x-4)(3x+2)-(x-5)^2=3x^2+2x-12x-8-\left(x^2-10x+25\right)$

$=3x^2-10x-8-x^2+10x-25=2x^2-33$

(3)＊共通因数があるときは，最初に共通因数のくくり出しを行う。

$3x^2y-3xy-18y=3y\left(x^2-x-6\right)$　かけて$-6$，加えて$-1$になる 2 数は$-3,\ 2$　ゆえに，(式)＝$3y(x-3)(x+2)$

(4)　＊分母に√があるときは，分母・分子にそのルートをかけて分母を有理化する。

＊$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$， $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$の公式を使う。

$\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=2\sqrt{2}$ なので，$\dfrac{4}{\sqrt{8}}-\sqrt{2}\left(1-\sqrt{32}\right)=\dfrac{4}{2\sqrt{2}}-\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{32}$

$=\dfrac{4\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\sqrt{2}+\sqrt{64}=\dfrac{4\sqrt{2}}{2\times 2}-\sqrt{2}+8=\sqrt{2}-\sqrt{2}+8=8$

(5) $x^2-10x-24=0$ の左辺を因数分解する。かけて $-24$，加えて $-10$ になる 2 数は $-12,\ 2$ なので，$(x-12)(x+2)=0$　ゆえに，$x-12=0$ または $x+2=0$
ゆえに，$x=12,\ -2$

$\boxed{8}$　次の問いに答えなさい。

(1)　二次方程式　$x^2-2x-15=0$ の負の解が，二次方程式　$x^2+ax-2a+6=0$ の解の 1 つになっている。このとき，$a$ の値を求めなさい。

(2)　$n$ を正の整数とするとき，$x$ についての二次方程式　$x^2-nx+12=0$ の 2 つの解が，どちらも正の整数になったという。このとき，$n$ の値をすべて求めなさい。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1)　$a=3$　(2)　$n=13,\ 8,\ 7$

[解説]

(1) まず二次方程式　$x^2-2x-15=0\cdots$①を解くために左辺を因数分解する。かけて $-15$，加えて $-2$ になる 2 数は $-5,\ 3$ なので，$(x-5)(x+3)=0$　よって $x-5=0$ または $x+3=0$　ゆえに $x=5,\ -3$

このうちの負の解 $x=-3$ は $x^2+ax-2a+6=0\cdots$②の解の 1 つにもなっているので，$x=-3$ を②に代入して，$9-3a-2a+6=0$ が成り立つ。$a$ についての方程式として解くと，$-5a=-15$　ゆえに $a=3$

(2) 二次方程式　$x^2-nx+12=0\cdots$①の 2 つの解を $a,\ b$ とする。$x=a,\ b$ を解とする二次方程式は $(x-a)(x-b)=0$ で，展開すると $x^2+(-a-b)x+ab=0\cdots$②

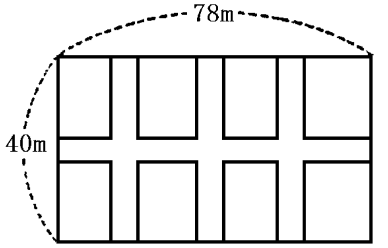
①と②の式はまったく同じものになるはずなので，$x$ の項の係数，定数項も同じになる。よって $-n=-a-b,\ n=a+b\cdots$③　$12=ab\cdots$④ が成り立つ。$a,\ b$ は正の整数なので，かけて $12$ になる組み合わせは，$(1,\ 12),\ (2,\ 6),\ (3,\ 4)$ の 3 通り

$(1,\ 12)$ のとき $n=a+b=1+12=13$，$(2,\ 6)$ のとき $n=a+b=2+6=8$

$(3,\ 4)$ のとき $n=a+b=3+4=7$

ゆえに $n=13,\ 8,\ 7$

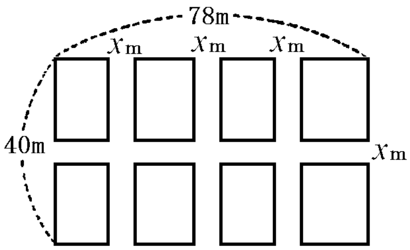
$\boxed{9}$ 縦 40 m，横 78 m の長方形の土地がある。右の図のように，同じ幅の道路を縦３本，横１本つけて，面積が等しい８区画の土地に分け，１区画の土地の面積を 255 m² にした。このとき，道路の幅を求めなさい。

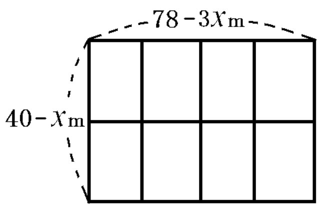



[解答欄]

[解答]

道路の幅を $x$ m とする。




道路部分を切り取って８区画をつなげると，上右図のようになるので，

その面積は $(40-x)\times(78-3x)$ となる。1区画の面積が 255 m² なので，

(面積)＝$(40-x)\times(78-3x)=255\times8$

式を整理すると，$40\times78-120x-78x+3x^2=2040$

$3x^2-198x+3120-2040=0$，$3x^2-198x+1080=0$

$x^2-66x+360=0$ かけて 360，加えて $-66$ になる 2 数は $-6$，$-60$

ゆえに，$(x-6)(x-60)=0$，$x=6$，60 道幅を $x=60$ にはできないので $x=60$ は不適。

ゆえに，$x=6$

よって，道路の幅は 6 m・・・答

＊(別解)

道路の幅を $x$ m とすると，道路部分の面積の合計は，

$x\times78+40\times x\times3-3x^2=-3x^2+198x$

土地の面積は，$40\times78=255\times8+(-3x^2+198x)$ 整理すると，$x^2-66x+360=0$

$(x-6)(x-60)=0$ で $x=6,\ 60$　$x=6$ のみ題意に適する。

よって，道路の幅は 6 m・・・答

$\boxed{10}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=ax^2$ ( $a$ は定数)のグラフ上の 2 点 A, B の $x$ 座標はそれぞれ $-3,\ 6$ で，直線 AB の傾きは $1$ である。このとき，$a$ の値を求めなさい。

(2) 関数 $y=ax^2$ ( $a$ は定数)について，$x$ の値が $1$ から $4$ まで増加するときの変化の割合は，$x$ の値が $0$ から $1$ まで増加するときの変化の割合よりも $3$ 大きくなります。このとき，$a$ の値を求めなさい。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1) $a=\frac{1}{3}$　(2) $a=\frac{3}{4}$

[解説]

(1) $x=-3$ のとき $y=a\times(-3)^2=9a$，$x=6$ のとき $y=a\times6^2=36a$

$y$ ：$9a\to36a$　(増加量)$=36a-9a=27a$

$x$ ：$-3\to6$　(増加量)$=6-(-3)=9$

ゆえに，(変化の割合) $=\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\frac{27a}{9}=3a$

直線 AB の傾きが $1$ であるので，変化の割合は $1$ である。

ゆえに，$3a=1$　よって $a=\frac{1}{3}$

(2) まず，$x$ の値が $1$ から $4$ まで増加するときの変化の割合を求める。

$x=1$ のとき $y=a\times1^2=a$，$x=4$ のとき $y=a\times4^2=16a$

$y$ ：$a\to16a$　(増加量)$=16a-a=15a$

$x$ ：$1\to4$　(増加量)$=4-1=3$

ゆえに，(変化の割合) $=\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\frac{15a}{3}=5a$・・・①

次に，$x$ の値が $0$ から $1$ まで増加するときの変化の割合を求める。

$x=0$のとき$y=0$，$x=1$のとき$y=a\times 1^2=a$

$y$ ：$0\to a$　(増加量)$=a-0=a$

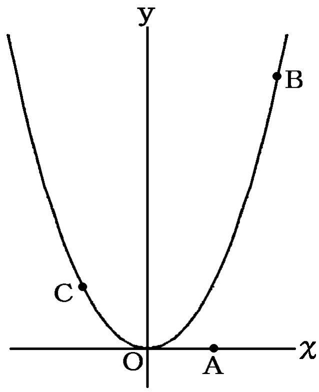
$x$ ：$0\to 1$　(増加量)$=1-0=1$

ゆえに，(変化の割合) $=\dfrac{(\text{y}の増加量)}{(\text{x}の増加量)}=\dfrac{a}{1}=a\cdots$②

条件より①の変化量は②の変化量より3大きいので，

$5a=a+3,\ 4a=3$　ゆえに$a=\dfrac{3}{4}$

$\boxed{11}$　右の図のように，関数 $y=2x^2$ のグラフと，3 点 A，B，C があります。点 A の座標は(1，0)で，点 B，C は放物線上にあり，それぞれの $x$ 座標は 2，－1 です。次の問いに答えなさい。




(1)　直線 BC の式を求めなさい。

(2)　△OBC の面積を求めなさい。

(3)　△ABC の面積を求めなさい。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1)　$y=2x+4$　(2)　6　(3)　9

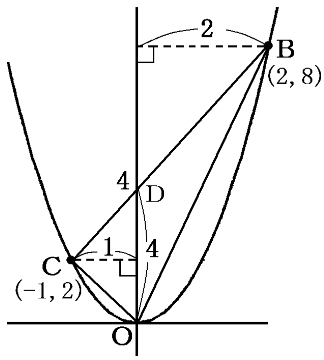
[解説]

(1) 点 B の $x$ 座標は2なので，$y=2x^2$ に入して

$y=2\times 2^2=8$　ゆえに B$(2,\ 8)$

点 C の $x$ 座標は$-1$なので，$y=2x^2$ に入して

$y=2\times(-1)^2=2$　ゆえに C$(-1,\ 2)$




直線 BC の式を $y=ax+b$ とおいて，B$(2,\ 8)$，C$(-1,\ 2)$を代入すると，

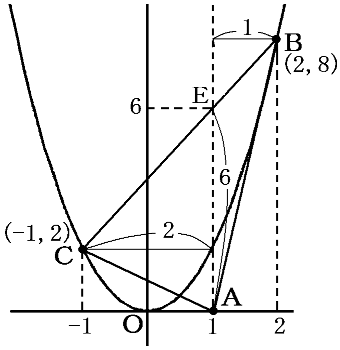
$8=2a+b\cdots$①, $2=-a+b\cdots$②　これを連立方程式として解く。

①－②より，$6=3a,\ a=2$　②に$a=2$を代入すると，$2=-2+b,\ b=4$

ゆえに直線 BC の式は $y=2x+4$

(2) 直線 BC が $y$ 軸と交わる点を D とすると，

$y=2x+4$ より点 D の $y$ 座標は $4$ で OD＝$4$




△OBD の底辺を OD＝$4$ とすると，

点 B の $x$ 座標が $2$ なので，△OBD の高さは $2$

ゆえに(△OBD の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times4\times2=4$

同様に，△OCD の底辺を OD＝$4$ とすると，

点 C の $x$ 座標が $-1$ なので，△OCD の高さは $1$

ゆえに(OCD の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times4\times1=2$　ゆえに(△OBC の面積)＝$4+2=6$

(3) 点 A を通って $y$ 軸に平行な直線を引き，直線 BC との交点を E とする。

$y=2x+4$ に $x=1$ を代入すると $y=6$

ゆえに点 E の $y$ 座標は $6$ で，AE＝$6$

△ABE の底辺を AE＝$6$ とする。点 B の $x$ 座標が $2$，点 A の $x$ 座標は $1$ なので△ABE の高さは $2-1=1$

ゆえに△ABE の面積＝$\dfrac{1}{2}\times6\times1=3$

△ACE の底辺を AE＝$6$ とする。点 C の $x$ 座標が $-1$，点 A の $x$ 座標は $1$ なので△ABE の高さは $1-(-1)=2$

ゆえに(△ACE の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times6\times2=6$　よって△ABC の面積＝$6+3=9$

【】試験問題 B

$\boxed{1}$ 次の(　　)の中にあてはまる言葉や式・文字を入れなさい。

(1) $y$ が $x$ の関数であり，変数 $x$ と $y$ の間に，$a$ を 0 でない定数として $y=ax^2$ という関係が成り立つとき，$y$ は $x$ の 2 乗に比例するといい，この定数 $a$ を(　①　)という。

(2) 関数 $y=ax^2$ のグラフは原点を通り，(　②　)軸について対称で，なめらかな曲線となる。このような曲線を(　③　)という。

(3) 関数 $y=ax^2$ では，その変化の割合は，1 次関数の場合と異なり(　④　)ではない。

(4) 相似な図形で，対応する線分の長さの比，または比の値を(　⑤　)という。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |
| ④ | ⑤ | |

[解答]① 比例定数　② $y$　③ 放物線　④ 一定　⑤ 相似比

[解説]

(1)，(2)＊2 次関数 $y=ax^2$ の性質($a$ は比例定数)

・原点を通る(頂点は原点にある)

・$y$ 軸に対称な放物線になる。($y$ 軸が放物線の軸)

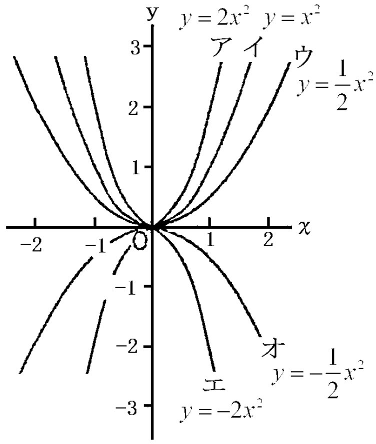
・$a>0$ のときグラフは $x$ 軸より上(図のア，イ，ウ)

　$a<0$ のときグラフは $x$ 軸より下(図のエ，オ)

・$a$ の絶対値が大きいほど開き方は小さくなる

・$y=2x^2$ と $y=-2x^2$ など $a$ の符号が反対のものは

　$x$ 軸について対称




(3) 例えば，1 次関数 $y=3x+5$ の場合，

$x$ が $1\to3$ と 2 増加するとき，$y$ は $8\to14$ と 6 増加する

$x$ が $3\to6$ と 3 増加するとき，$y$ は $14\to23$ と 9 増加する

$y$ の増加量は異なっているが，変化の割合($x$ が 1 増加するときの $y$ の増加量)は

(変化の割合)$=\dfrac{14-8}{3-1}=\dfrac{6}{2}=3$，(変化の割合)$=\dfrac{23-14}{6-3}=\dfrac{9}{3}=3$

と等しくなる。直線の場合の変化の割合は一定で，直線の傾きと等しくなる。

これに対し，2 次関数の場合は一定ではない。

$\boxed{2}$ 次の関数について，問いに答えなさい。

① $y=2x^2$　② $y=-3x^2$　③ $y=-\dfrac{1}{3}x^2$　④ $y=3x^2$

(1) グラフが上に開いているものは，どれですか。

(2) グラフの開き方が，もっとも大きいものはどれですか。

(3) $x$ 軸について対称になっている関数のグラフは，どれとどれですか。

(4) $x<0$ の範囲で，$x$ の値が増加すると，$y$ の値も増加するものはどれですか。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

[解答](1) ①と④　(2) ③　(3) ②と④　(4) ②と③

[解説]

(1) $y=ax^2$ で，$a>0$ のときグラフは上に開いている。$a<0$ のときは下に開いている。

(2) $y=ax^2$ の $a$ の絶対値が小さいほど開き方は大きい。例えば，$y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフは $y=2x^2$ のグラフより開き方は大きい。

(3) 例えば，$y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフと $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ は $x$ 軸について対称。

(4) $x$ の値が増加するとき $y$ の値も増加する場合，グラフは右上がり。

$x<0$ の範囲で右上がりになる放物線は，例えば $y=-\dfrac{1}{2}x^2$，$y=-5x^2$ のように比例定数が負のグラフである。

3　右の図で，△ABC と△DEF が相似であるとき，次の問いに答えなさい。

(1)　辺 AB に対応する辺はどれですか。

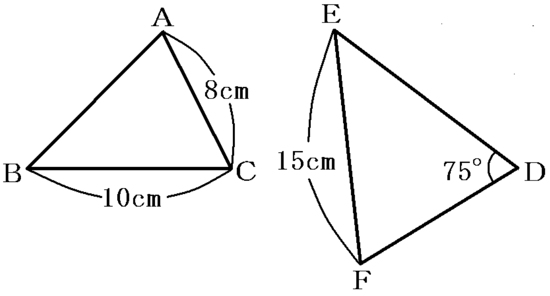
(2)　∠C に対応する角はどれですか。

(3)　△ABC と△DEF が相似であることを記号を使って表しなさい。

(4)　△ABC と△DEF の相似比を書きなさい。

(5)　辺 FD の長さを求めなさい。

(6)　∠A の大きさを求めなさい。




[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | (5) | (6) |

[解答](1) 辺 DE　(2) ∠F　(3) △ABC∽△DEF　(4) 2：3　(5) 12cm　(6) 75°

[解説]

(1)(2) 図から，∠A＝∠D，∠B＝∠E，∠C＝∠F なので A と D，B と E，C と F が対応している。したがって, 辺 AB に対応するのは, 辺 DE。∠C に対応するのは∠F。

(4) 辺 BC と辺 EF が対応しているので，△ABC と△DEF の相似比は 10：15＝2：3

(5) 辺 FD と対応しているのは辺 CA。相似比が 2：3 なので,

CA：FD＝2：3，8：FD＝2：3，内項の積は外項の積に等しいので，2×FD＝8×3

ゆえに，FD＝12cm

(6) ∠A＝∠D＝75°

4　次の各問いに答えなさい。

(1)　次の表の空欄をうめて対応表を完成させなさい。ただし，$y$ は $x$ の 2 乗に比例する。

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | … | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
| $y$ | … | 27 | | | 0 | | 12 | | … |

(2)　(l)の対応表から $x$ と $y$ の関係を式で表しなさい。

(3)　(2)の式の比例定数を答えなさい。

[解答欄]

(1)

| $x$ | … | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | 27 | | | 0 | | 12 | | … |

| | |
|---|---|
| (2) | (3) |

[解答](1) (左から) $12,\ 3,\ 3,\ 27$ (2) $y=3x^2$ (3) $3$

[解説]

(1)～(3) $y$ は $x$ の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおくことができる。

表の $x=2,\ y=12$ を $y=ax^2$ に代入すると，$12=a\times4$　ゆえに，$a=3$

よって比例定数は $3$ で，$y=3x^2$

表の数値は，$y=3x^2$ に $x$ の値を入れて計算すればよい。

$\boxed{5}$　次の各問いに答えなさい。

(1)　次の関数のグラフをかきなさい。

① $y=x^2$　　② $y=-\dfrac{1}{2}x^2$

(2)　$y$ は $x$ の 2 乗に比例し，$x=3$ のとき $y=18$ である。このとき，次の①～③の問いに答えなさい。

① $x,\ y$ の関係を式に表しなさい。

② $x=2$ のときの $y$ の値を求めなさい。

③ $y=72$ のときの $x$ の値を求めなさい。

(3)　関数 $y=4x^2$ について，$x$ の値が $3$ から $5$ まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

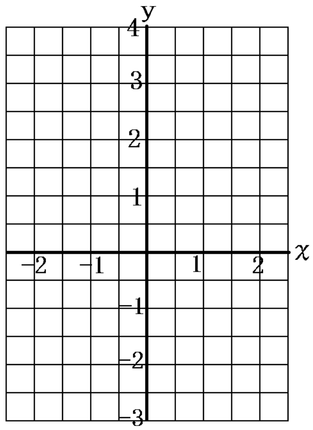
(4)　関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ で，$x$ の変域が $-6\leqq x\leqq3$ のときの $y$ の変域を求めなさい。

(5)　$x$ の値が $a$ から $a+3$ まで増加するとき，2 つの関数 $y=2x^2$ と $y=2x+1$ の変化の割合が等しい。このとき，$a$ の値を求めなさい。

(6)　関数 $y=-2x^2$ について，$x$ の変域が $-3\leqq x\leqq a$ のとき，$y$ の変域が $-32\leqq y\leqq b$ である。$a,\ b$ の値を求めなさい。

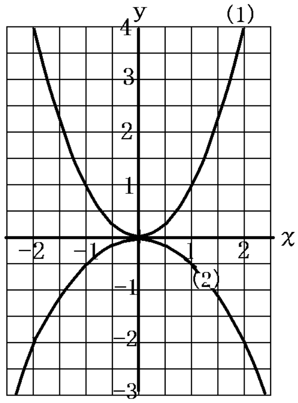
[解答欄]

| | |
|---|---|
| (2)① | ② |
| ③ | (3) |
| (4) | (5) |
| (6) | |




[解答](1) 右図 (2)① $y=2x^2$ ② $y=8$ ③ $x=\pm 6$

(3) 32 (4) $0\leqq y\leqq 18$ (5) $a=-1$ (6) $a=4,\ b=0$




[解説]

(1)① $y$ が $x$ の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおく。

$y=ax^2$ に $x=3$ ， $y=18$ を代入すると， $18=a\times 3^2$ ，

$9a=18,\ a=2$ ゆえに $y=2x^2$

② $x=2$ を $y=2x^2$ に代入すると， $y=2\times 2^2=8$

③ $y=72$ を $y=2x^2$ に代入すると，$72=2x^2$，$x^2=36$ ゆえに $x=\pm 6$

(3) $x=3$ のとき $y=4\times 3^2=36$ ， $x=5$ のとき $y=4\times 5^2=100$

$y$ ： $36\rightarrow 100$ (増加量)＝$100-36=64$

$x$ ： $3\rightarrow 5$ (増加量)＝$5-3=2$

ゆえに，(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{64}{2}=32$

(4) $x=0$ は $-6\leqq x\leqq 3$ の範囲内にあるので， $x=0,\ -6,\ 3$ のときの $y$ の値を比較する。

$x=0$ のとき $y=0$ ， $x=-6$ のとき $y=\dfrac{1}{2}\times(-6)^2=18$ ， $x=3$ のとき $y=\dfrac{1}{2}\times 3^2=\dfrac{9}{2}$

よって最小値は $0$，最大値は $18$ ゆえに，$0\leqq y\leqq 18$

(5) まず， $y=2x^2$ の変化の割合を求める。

$x=a$ のとき $y=2a^2$， $x=a+3$ のとき

$y=2(a+3)^2=2(a^2+6a+9)=2a^2+12a+18$

$y$ ： $2a^2 \to 2a^2+12a+18$　(増加量)$=2a^2+12a+18-2a^2=12a+18$

$x$ ： $a \to a+3$　(増加量)$=a+3-a=3$

ゆえに，(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{12a+18}{3}=4a+6$

1 次関数の変化の割合はつねに傾きに等しいので， $y=2x+1$の変化の割合は$2$

よって， $4a+6=2$， $4a=-4$， $a=-1$

(6) 比例定数が負であるので，最小値$-32$をとるのは$x=-3$か$x=a$のときである。

$x=-3$のときは$y=-2\times(-3)^2=-18$で最小値にはならない。

ゆえに $x=a$ のときに最小値をとる。 $x=a$ のとき $y=-2a^2$ であるので，

$-2a^2=-32$

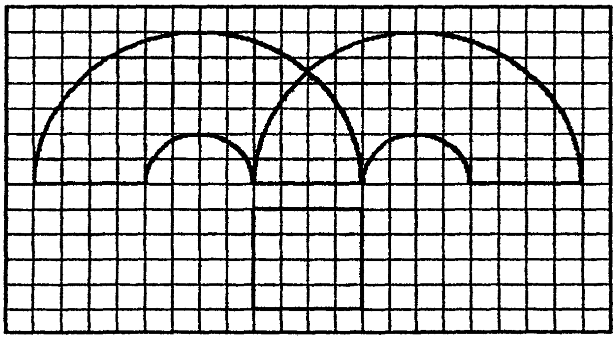
よって$a^2=16$　ゆえに$a=\pm4$

ところで$-3 \leqq x \leqq a$なので$-3 \leqq a$　よって$a=4$

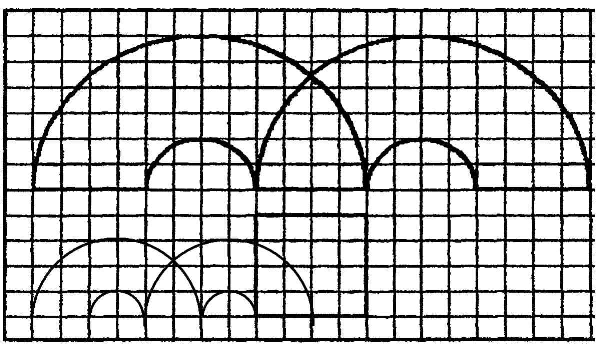
$x$の変域が$-3 \leqq x \leqq 4$になるので， $x=0$のとき最大値$y=0$をとる。

ゆえに$b=0$

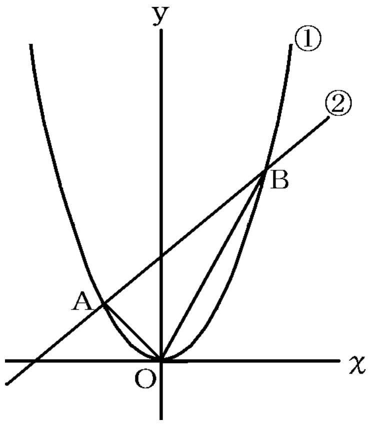
$\boxed{6}$　次の図の$\dfrac{1}{2}$倍の縮図をかきなさい。(定規とコンパスを使うこと)



[解答]



$\boxed{7}$　右の図は，関数 $y=x^2$ …①，$y=x+6$ …② のグラフである。次の各問いに答えなさい。




(1)　交点 A，B の座標を求めなさい。

(2)　△AOB の面積を求めなさい。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1) A$(-2,\ 4)$，B$(3,\ 9)$　(2) 15

[解説]

＊放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=bx+c$ の交点の求め方。

交点においては，$y=ax^2$ の $y$ と $y=bx+c$ の $y$ が同じなので，$ax^2$ と $bx+c$ が等しくなる。よって，$ax^2=bx+c$ が成り立つ。

→2 次方程式を解いて 2 つの $x$ を求める。(交点の 2 つの $x$ 座標)

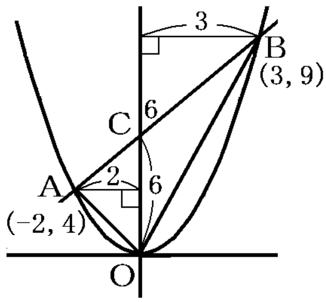
→ $y=ax^2$ (または $y=bx+c$ )に $x$ の値を代入すると，交点の $y$ 座標が求まる。

(1)　$y=x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めるために，

$x^2=x+6$ とおく。

$x^2-x-6=0$，$(x-3)(x+2)=0$，$x=3,\ -2$

$x=3$ のとき $y=3^2=9$，$x=-2$ のとき $y=4$　よって，A$(-2,\ 4)$，B$(3,\ 9)$




(2) 直線 AB と $y$ 軸の交点を C とすると，

$y=x+6$ の $y$ 切片が 6 なので，OC＝6

△AOC の面積は，OC＝6 を底辺とすると高さは点 A の $x$ 座標より 2 なので，$\frac{1}{2}\times6\times2=6$

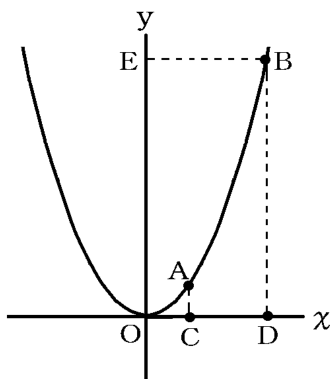
△BOC の面積は，OC＝6 を底辺とすると高さは点 B の $x$ 座標より 3 なので，

$\frac{1}{2}\times6\times3=9$

ゆえに，(△AOB の面積)＝$6+9=15$

$\boxed{8}$　右の図で，2 点 A，B は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点であり，2 点 C，D は $x$ 軸上の点です。また，点 E は $y$ 軸上の点です。

線分 AC，BD がそれぞれ $y$ 軸に平行で，線分 EB が $x$ 軸に平行であるとき，次の問いに答えなさい。(ただし，2 点 C，D の $x$ 座標は正であり，点 D の $x$ 座標は点 C の $x$ 座標より大きいとします。)




(1)　点 D の $x$ 座標が点 C の $x$ 座標の 3 倍であるとき，点 B の $y$ 座標は点 A の $y$ 座標の何倍であるか求めなさい。

(2)　線分 CD の長さが 2, △ABE の面積が 40 であるとき, 点 A の座標を求めなさい。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1)　9倍　(2)　$(3,\ 9)$

[解説]

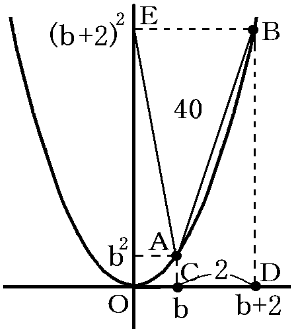
(1) 点 C の $x$ 座標を $a$ とすると，点 B の $x$ 座標は $3a$

このとき点 C の $y$ 座標は $y=a^2$，点 B の $y$ 座標は $y=(3a)^2=9a^2$　よって 9 倍

(2) 点 A の $x$ 座標を $b$ とおくと $y$ 座標は $b^2$，

線分 CD の長さが 2 なので，点 B の $x$ 座標は $b+2$，

$y$ 座標は $(b+2)^2$




△ABE で，底辺を BE とすると，底辺＝$b+2$

高さ＝$(b+2)^2-b^2=4b+4$

よって，面積＝$\frac{1}{2}\times(b+2)\times(4b+4)=40$

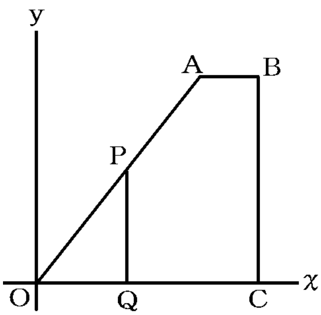
$b^2+3b-18=0$，$(b+6)(b-3)=0$，$b=-6,\ 3$

$b>0$ なので $b=3$

ゆえに点 A の $x$ 座標は $3$，$y$ 座標は $y=x^2$ に $x=3$ を代入して $y=3^2=9$

ゆえに点 A の座標は $(3,\ 9)$

$\boxed{9}$　右の図のように，点 O(0，0)，A(2，3)，B(3，3)，C(3，0)を頂点とする四角形 OABC において，動点 P は辺 OA，AB 上を O から B まで動く。P から $x$ 軸に垂線をひき，$x$ 軸との交点を Q( $x$ ，0)とする。線分 PQ によって分けられた四角形 OABC の 2 つの部分のうち，頂点 O の側にある方の面積を $y$ として，次の問いに答えなさい。

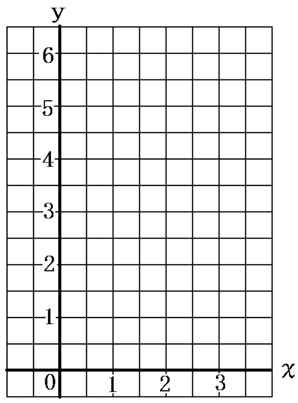



(1)　次の場合について，$y$ を $x$ の式で表しなさい。

　① $0 \leqq x \leqq 2$ のとき

　② $2 \leqq x \leqq 3$ のとき

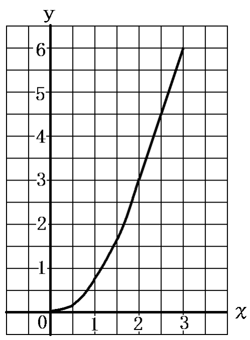
(2)　$x$ と $y$ との関係を表すグラフをかきなさい。




[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1)① | ② |

[解答](1)① $y=\dfrac{3}{4}x^2$　② $y=3x-3$




[解説]

(1)① 直線 OA の式は原点を通るので $y=ax$ とおける。

点 A を通るので $x=2,\ y=3$ を代入して $3=2a$

ゆえに，$a=\dfrac{3}{2}$　ゆえに，OA の式は $y=\dfrac{3}{2}x$

ゆえに，OQ＝ $x$ のとき PQ＝ $\dfrac{3}{2}x$

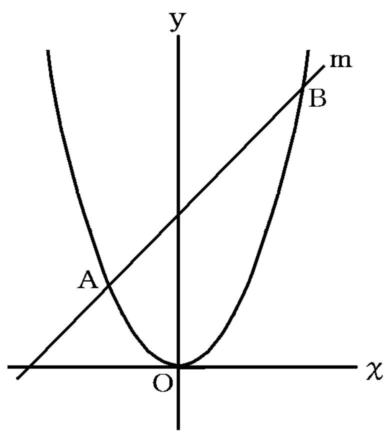
よって面積 $y=\dfrac{1}{2}\times x\times\dfrac{3}{2}x$　$y=\dfrac{3}{4}x^2$

② P が AB 上にあるとき，AP＝ $x-2$ なので

(面積)＝△OAH＋四角形

ゆえに，$y=\dfrac{1}{2}\times2\times3+(x-2)\times3$　$y=3x-3$

$\boxed{10}$　右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 m があり，$y=ax^2$ のグラフと直線 m は，2 点 A(−2, 3)，B($b$，12)で交わっています。ただし，$b>0$ とします。次の各問いに答えなさい。




(1)　$a$，$b$ の値を求めなさい。

(2)　直線 m の式を求めなさい。

(3)　$y=ax^2$ のグラフの A から B までの部分で，$x$ 座標，$y$ 座標がともに整数になる点はいくつありますか。ただし，2 点 A，B も含めて数えるものとします。

(4)　$y=ax^2$ のグラフと直線 AB で囲まれる部分に，$x$ 座標も $y$ 座標もともに整数である点はいくつありますか。ただし，$y=ax^2$ のグラフ上の点および線分 AB 上の点も含めて数えるものとします。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

[解答](1)　$a=\dfrac{3}{4}$，$b=4$　(2)　$y=\dfrac{3}{2}x+6$　(3)　4 個　(4)　31 個

[解説]

(1)　$y=ax^2$ に A(−2，3)を代入すると，$3=a\times(-2)^2$ で，$a=\dfrac{3}{4}$　放物線の式は

$y=\dfrac{3}{4}x^2$

$y=\dfrac{3}{4}x^2$ に B($b$，12)を代入すると，$12=\dfrac{3}{4}b^2$　$b>0$ なので $b=4$

(2)　$y=cx+d$ とおき，A(−2，3)，B(4，12)を代入すると，

$3=-2c+d,\ 12=4c+d$　この連立方程式を解くと $c=\dfrac{3}{2},\ d=6$　よって

$y=\dfrac{3}{2}x+6$

(3) 放物線の AB 間で

$x=0$ のとき $y=0$, $x=\pm1$ のとき $y=\frac{3}{4}$, $x=\pm2$ のとき $y=3$, $x=3$ のとき $y=\frac{27}{4}$

$x=4$ のとき $y=12$

よって A から B までの部分で，$x$ 座標，$y$ 座標がともに整数になる点は 4 個

(4) 条件をみたす点をあげると,

・$x=-2$ のとき $y=3$ で 1 個

・$x=-1$ のとき，$y=\frac{3}{4}\times(-1)^2=\frac{3}{4}=0.75$，$y=\frac{3}{2}\times(-1)+6=4.5$ より

$0.75\leqq y\leqq 4.5$ を満たす $y$ は，$y=1, 2, 3, 4$ で 4 個

・$x=0$ のとき，$y=\frac{3}{4}\times 0^2=0$ m $y=\frac{3}{2}\times 0+6=6$ より,

$0\leqq y\leqq 6$ を満たす $y$ は，0 から 6 までで 7 個

・$x=1$ のとき，$y=\frac{3}{4}\times 1^2=0.75$，$y=\frac{3}{2}\times 1+6=7.5$

$0.75\leqq y\leqq 7.5$ を満たす $y$ は，1 から 7 までで 7 個

・$x=2$ のとき，$y=\frac{3}{4}\times 2^2=3$，$y=\frac{3}{2}\times 2+6=9$

$3\leqq y\leqq 9$ を満たす $y$ は，3 から 9 までで 7 個

・$x=3$ のとき，$y=\frac{3}{4}\times 3^2=\frac{27}{4}=6.75$，$y=\frac{3}{2}\times 3+6=10.5$

$6.75\leqq y\leqq 10.5$ を満たす $y$ は，7 から 10 までで 4 個

・$x=4$ のときは $y=12$ で 1 個　　以上より，合計 31 個

【】試験問題 C

$\boxed{1}$　次の(　　)にあてはまる文字や言葉を答えなさい。

(1)　$y$ が $x$ の関数であるとき，この関数の変化の割合は，次の式で求められる。

$$(\text{変化の割合}) = \frac{(\quad ①\quad)\text{の増加量}}{(\quad ②\quad)\text{の増加量}}$$

(2)　2 つの三角形は，次のどれか 1 つ成り立てば，相似である。

① (　　　　)が等しい。

② (　　　　)がそれぞれ等しい。

③ (　　　　)がそれぞれ等しい。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1)① | ② | (2)① |
| ② | ③ | |

[解答](1)①　$y$　②　$x$　(2)①3 組の辺の比　② 2 組の辺の比とそのはさむ角

③ 2 組の角

[解説]

(2)この 3 つが三角形の相似条件。証明問題などでもっともよく使われるのは，③「2 組の角がそれぞれ等しい。」

$\boxed{2}$　次の各組の図形は相似であるといえますか。いえる場合は○，いえない場合は×で答えなさい。

(1) 2 つの二等辺三角形

(2) 2 つの正三角形

(3) 2 つの直角三角形

(4) 2 つのひし形

(5) 2 つの正五角形

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | (5) | |

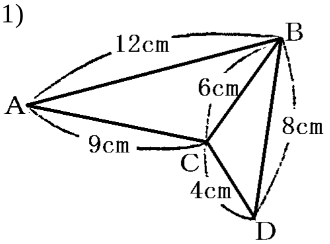
[解答](1) ×　(2) ○　(3) ×　④ ×　⑤ ○

[解説]

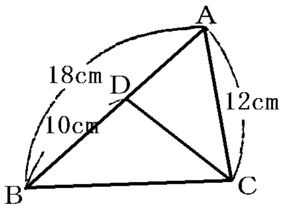
正多角形の場合，対応する角がすべて等しく，対応する辺の比も等しくなるため相似になる。

3　次の(1)～(3)の図の中から，それぞれ相似な三角形をすべて見つけ出しなさい。

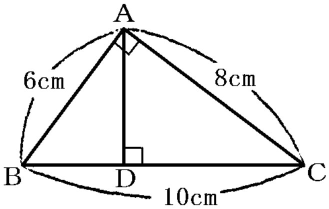
(1)




(2)




(3)




[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1)　△ABC と△BDC　(2)　△ABC と△ACD　(3)　△ABC と△DAC と△DBA

[解説]

(1) △ABC と△BDC で，AB：BD＝12：8＝3：2，AC：BC＝9：6＝3：2

BC：DC＝6：4＝3：2　なので 3 組の辺の比が等しくなり，相似条件を満たす。

(2) △ABC と△ACD で，　A は共通。AB：AC＝18：12＝3：2,

AC：AD＝12：(18－10)＝12：8＝3：2　よって 2 組の辺が等しく，そのはさむ角が等しいので相似条件を満たす。

(3) △ABC と△DAC と△DBA で，　BAC＝　ADC＝　BDA＝90°,

　DBA＝90°－　BAD＝　DAC なので，∠ABC＝∠DAC＝∠DBA

よって 2 角が等しいので相似条件を満たす。

4　次の問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=2x^2$ が直線 $y=8$ と交わる点を A，B とするとき，線分 AB の長さを求めなさい。

(2)　関数 $y=3x^2$ において，$x$ の値が $2$ から $4$ まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(3)　関数 $y=ax^2$ において，$x$ の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，$y$ の変域は $b \leqq y \leqq 8$ です。このとき，$a$，$b$ の値を求めなさい。

(4)　関数 $y=x^2$ で，$x$ の値が $a$ から $a+2$ まで増加するときの変化の割合は $4$ です。このとき，$a$ の値を求めなさい。

(5)　2 つの関数 $y=-3x^2$ と $y=ax+b$ ( $a$，$b$ は定数，$a>0$ )は，$x$ の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，$y$ の変域が同じになります。このとき，$a$，$b$ の値を求めなさい。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | (5) | |

[解答](1) $4$　(2) $18$　(3) $a=2,\ b=0$　(4) $a=1$　(5) $a=4,\ b=-8$

[解説]

(1) $y=2x^2$ に $y=8$ を代入すると $8=2x^2$，$x^2=4$，$x=\pm 2$

ゆえに，(線分 AB の長さ)$=2-\left(-2\right)=4$

(2) $x=2$ のとき $y=3\times 2^2=12$，$x=4$ のとき $y=3\times 4^2=48$

$y$ ：$12\to 48$　(増加量)$=48-12=36$

$x$ ：$2\to 4$　(増加量)$=4-2=2$

ゆえに，(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{36}{2}=18$

(3) $y$ の変域が $b\leqq y\leqq 8$ と正の範囲にあるので，グラフは上に開いており $a>0$

$x=0$ は $-1\leqq x\leqq 2$ の範囲内にあるので，$x=0,\ -1,\ 2$ のときの $y$ の値を比較する。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=-1$ のとき $y=a\times\left(-1\right)^2=a$，$x=2$ のとき $y=a\times 2^2=4a$

$a>0$ なので，最小値は $0$，最大値は $4a$　ゆえに，$0\leqq y\leqq 4a$ ･･･①

$y$ の変域は $b\leqq y\leqq 8$ で，①と同じになるので，$b=0,\ 4a=8$　ゆえに，$a=2,\ b=0$

(4) $x=a$ のとき $y=a^2$，$x=a+2$ のとき $y=\left(a+2\right)^2=a^2+4a+4$

$y$ ：$a^2\to a^2+4a+4$　(増加量)$=a^2+4a+4-a^2=4a+4$

$x$ ：$a\to a+2$　(増加量)$=a+2-a=2$

ゆえに，(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{4a+4}{2}=2a+2$

変化の割合は $4$ なので，$2a+2=4,\ 2a=2,\ a=1$

(5) まず，$y=-3x^2$ の変域を求める。

$x=0$ は $-1\leqq x\leqq 2$ の範囲内にあるので，$x=0,\ -1,\ 2$ のときの $y$ の値を比較する。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=-1$ のとき $y=-3\times\left(-1\right)^2=-3$，$x=2$ のとき $y=-3\times 2^2=-12$

よって最小値は $y=-12$，最大値は $y=0$　ゆえに変域は $-12\leqq y\leqq 0$ ･･･①

次に，$y=ax+b$ の変域を求める。

$a>0$ なので，$x=-1$ のときに最小値 $y=-a+b$，$x=2$ のときに最大値 $y=2a+b$ をとる。ゆえに $y$ の変域は $-a+b \leqq y \leqq 2a+b$ ･･･②

変域①，②が同じなので，

$-a+b=-12$ ･･･①

$2a+b=0$ ･･･②

これを $a,\ b$ の連立方程式として解く。②－①より，$3a=12$　ゆえに $a=4$

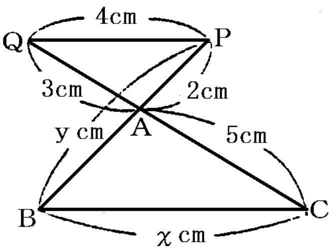
②に $a=4$ を代入すると，$2\times4+b=0$　ゆえに　$b=-8$

よって，$a=4,\ b=-8$

$\boxed{5}$　次の図で，$x$，$y$ の値を求めなさい。

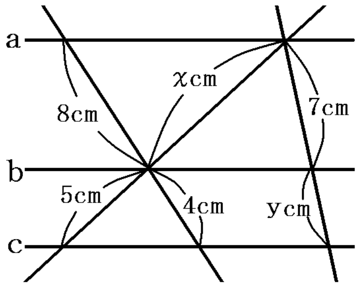
(1)

PQ // BC



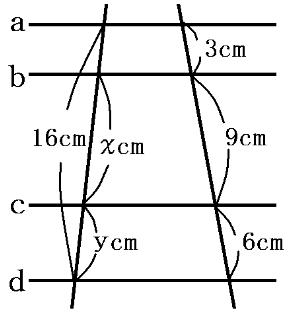

(2)

直線 a，b，c は平行




(3)

直線 a，b，c，d は平行




[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1)　$x=\dfrac{20}{3},\ y=\dfrac{16}{3}$　(2)　$x=10,\ y=\dfrac{7}{2}$　(3)　$x=8,\ y=\dfrac{16}{3}$

[解説]

(1) PQ // BC なので，$x:4=5:3$

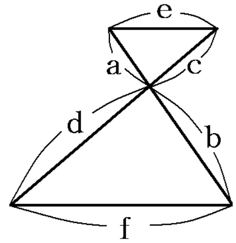
外項の積 $x\times3$ は，内項の積 $4\times5$ に等しいので，

$3x=20$　ゆえに，$x=\dfrac{20}{3}$

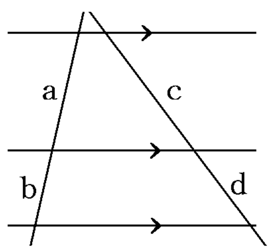
次に，$3:5=2:(y-2)$

外項の積 $3\times(y-2)$ は，内項の積 $5\times2$ に等しいので，

$3(y-2)=10$，$y-2=\dfrac{10}{3}$，$y=\dfrac{10}{3}+2=\dfrac{16}{3}$




a : b ＝ c : d ＝ e : f




a ： b ＝ c ： d
（a ： c ＝ b ： d）

(2) $a, b, c$ は平行なので， $x:5=8:4$

外項の積 $x\times 4$ は，内項の積 $5\times 8$ に等しいので，

$4x=40$　ゆえに， $x=10$

次に， $8:4=7:y$

外項の積 $8\times y$ は，内項の積 $4\times 7$ なので，

$8y=28$　ゆえに， $y=\dfrac{28}{8}=\dfrac{7}{2}$

(3) $a, b, c, d$ は平行なので，

$x:16=9:(3+9+6)$

外項の積 $x\times 18$ は，内項の積 $16\times 9$ に等しいので，

$18x=16\times 9$　ゆえに $x=\dfrac{16\times 9}{18}=8$

次に， $y:16=6:(3+9+6)$

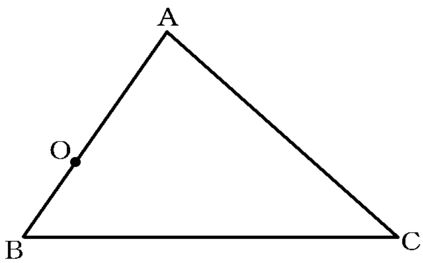
外項の積 $y\times 18$ は，内項の積 $16\times 6$ に等しいので，

$18y=16\times 6$　ゆえに， $y=\dfrac{16\times 6}{18}=\dfrac{16}{3}$

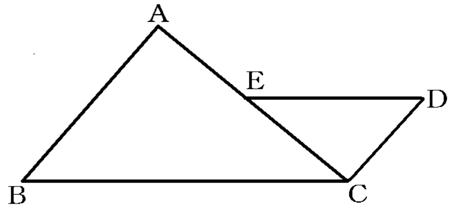
$\boxed{6}$　作図問題

※作図に利用したコンパスおよび定規の補助線が残ってないと得点になりません。

(1) 点Oを相似の中心として△ABC に対する相似比が 2：1 である△A'B'C'を書きなさい。



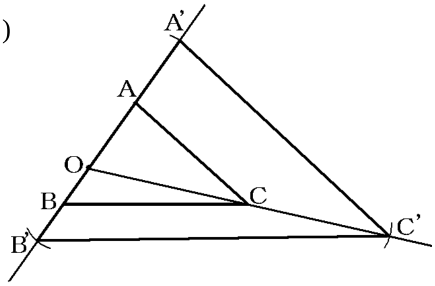

(2)　△ABC∽△CDE です。相似の中心 O を求めなさい。



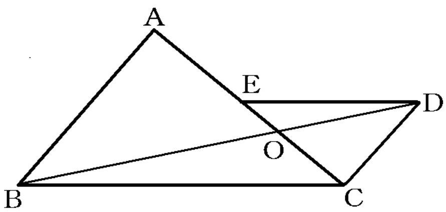
(3)　線分 AB を 1：2 の比に分ける点 P を作図により求めなさい。


[解答]

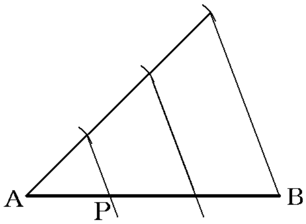
(1)




(2)




(3)



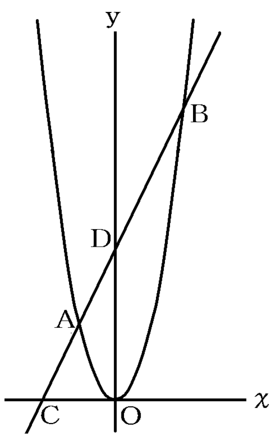

$\boxed{7}$　関数 $y = ax^2$ のグラフの上に 2 点 A，B があります。点 A の座標が(－2，4)であるとき，次の問いに答えなさい。

(1)　$a$ の値を求めなさい。

(2)　点 B の $x$ 座標が 4 のとき，直線 AB の式を求めなさい。

(3)　△OAB の面積を求めなさい。

(4)　B を通り，△OCB の面積を二等分する直線の式を求めなさい。




[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

[解答](1) $a=1$　(2) $y=2x+8$　(3) 24　(4) $y=\frac{8}{3}x+\frac{16}{3}$

[解説]

(1) $y=ax^2$が点(−2，4)を通るので，$y=ax^2$に$x=-2,\ y=4$を代入すると，

$4=a\times(-2)^2$，$4a=4,\ a=1$

(2) 直線 AB の式を$y=bx+c$とおく。

直線 AB が(−2，4)を通るので$x=-2,\ y=4$を$y=bx+c$に代入して

$4=-2b+c$･･･①

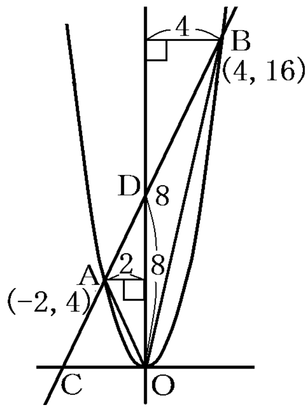
点 B の$x$座標が 4 なので，$y$座標は$y=x^2$に代入して$y=4^2=16$

$x=4,\ y=16$を$y=bx+c$に代入して$16=4b+c$･･･②

①，②を$b,\ c$についての連立方程式として解く。

②−①より，$12=6b,\ b=2$　①に$b=2$を代入すると，$4=-4+c,\ c=8$

よって，$b=2,\ c=8$　ゆえに直線 AB の式は$y=2x+8$




(3) AB の式が$y=2x+8$であることより，点 D の$y$座標は8

△OBD の底辺 OD＝8を底辺とする。

点 B の$x$座標が4であることより高さは4

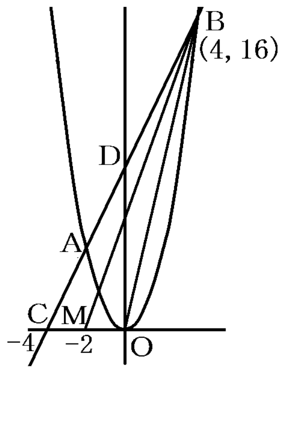
ゆえに(△OBD の面積)＝$\frac{1}{2}\times8\times4=16$

△OAD の底辺 OD＝8を底辺とする。

点 A の$x$座標が−2であることより高さは2

ゆえに(△OAD の面積)＝$\frac{1}{2}\times8\times2=8$

ゆえに(△OAB の面積)＝16＋8＝24




(4) $y=2x+8$に$y=0$を代入すると，$0=2x+8$

$x=-4$　ゆえに C$(-4,\ 0)$

B を通り，△OCB の面積を二等分する直線は OC の中点

M$(-2,\ 0)$を通る

B$(4,\ 16)$，中点 M$(-2,\ 0)$を通る直線の式を$y=dx+e$とおく。

$x=4,\ y=16$を代入すると，$16=4d+e$･･･①

$x=-2,\ y=0$を代入すると，$0=-2d+e$･･･②

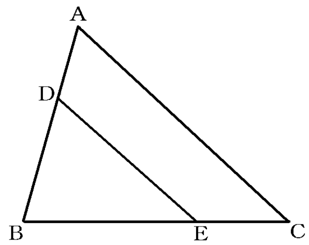
①－②より，$16=6d$，$d=\dfrac{16}{6}=\dfrac{8}{3}$

②に $d=\dfrac{8}{3}$ を代入すると，$0=-\dfrac{16}{3}+e$，$e=\dfrac{16}{3}$

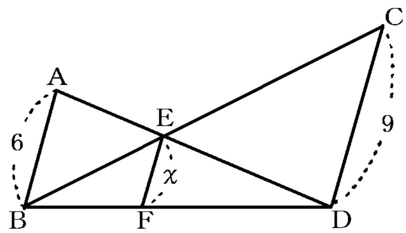
よって，BM は $y=\dfrac{8}{3}x+\dfrac{16}{3}$

$\boxed{8}$　次の問いに答えなさい。

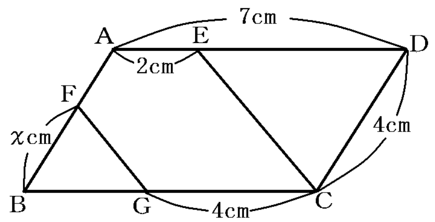
(1) AC // DE，AC＝9cm，DE＝6cn，AD＝2cm のとき，BD の長さを求めなさい。



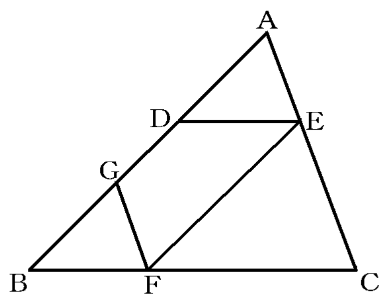

(2) 次の図で AB，CD，EF が平行であるとき，$x$ の値を求めなさい。



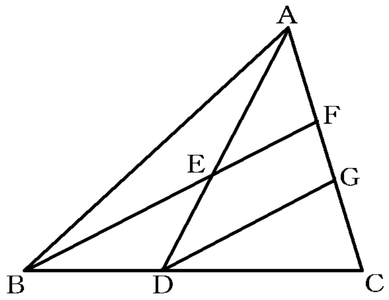

(3) 四角形 ABCD は平行四辺形，EC // FG のとき，$x$ を求めなさい。



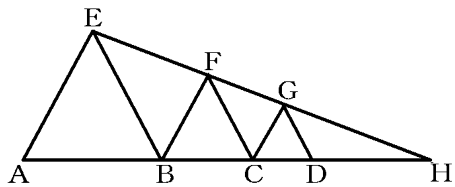

(4) 次の図の△ABC において，AB＝16cm，AD：DB＝3：5，DE // BC，EF // AB，FG // CA です。このとき，EF，DG の長さを求めなさい。



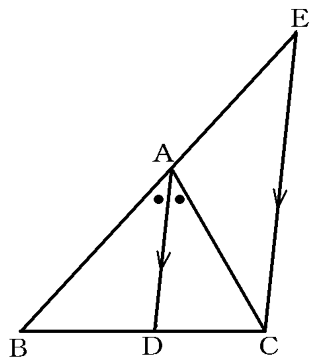
(5) 次の図で，BD：DC＝2：3，AE：ED＝5：3，
BF // DG であるとき, FG∶AC の値を求めなさい。




(6) 次の図で，4 点 A，B，C，D は一直線上にあり, △ABE, △BCF, △CDG はそれぞれ AB, BC，CD を 1 辺とする正三角形です。また，3 点 E，F，G は一直線上にあり，H は直線 AB と直線 EF との交点です。AE＝6cm，AH＝18cm のとき，線分 CG の長さを求めなさい。




(7) △ABC で，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると，AB：AC＝BD：DC である。このことを，点 C を通り，AD に平行な直線を引き，辺 BA の延長との交点を E として証明しなさい。




[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | (5) | (6) |
| (7) | | |

[解答](1) $x=4$ cm　(2) $x=\dfrac{18}{5}$ cm　(3) $x=\dfrac{12}{5}$ cm　(4) EF＝10cm，DG＝4cm

(5) FG：AC＝6：25　(6) CG＝$\dfrac{8}{3}$ cm

(7) AD // EC なので，∠BAD＝∠AEC (同位角)･･･①

∠CAD＝∠ACE (錯角)･･･②

仮定より，∠BAD＝∠CAD なので，

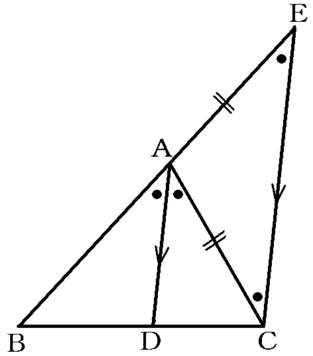
①，②より∠AEC＝∠ACE

よって△ACE は二等辺三角形で AC＝AE･･･③

また，仮定より AD // EC なので，

BA：AE＝BD：DC･･･④

③，④より，AB：AC＝BD：DC




[解説]

(1) AC // DE なので，

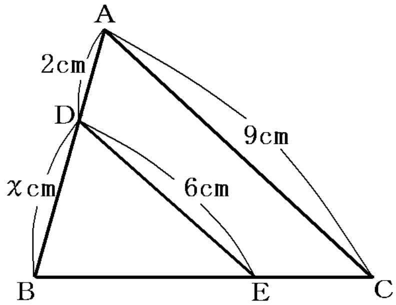
BD：BA＝DE：AC

BD＝$x$ とおくと，$x:(x+2)=6:9$

内項の積$(x+2)\times 6$ は外項の積$x\times 9$ に等しいので，

$6(x+2)=9x,\ 6x+12=9x,\ 3x=12$

ゆえに，$x=4$




(2) △ABE・△ECD で，AB // CD なので，

BE：EC＝AB：DC＝6：9＝2：3

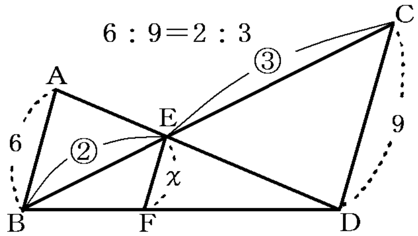
よって，BE：BC＝2：5

△BCD で，EF // CD なので，EF：CD＝BE：BC

$x$ ：9＝2：5

外項の積$x$ ×5 は，内項の積 9×2 に等しいので

$5x=18$　ゆえに$x=\dfrac{18}{5}$

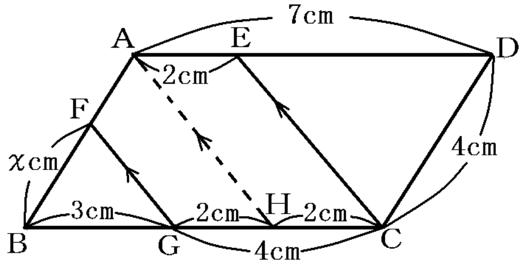



(3) BC上に点Hを AH // FGとなるようにとる。

AE＝HC＝2cm なので GH＝4－2＝2cm

BG＝7－4＝3cm

AH // FG なので，BF：BA＝BG：BH



$x : 4 = 3 : 5$

外項の積 $x \times 5$ は，内項の積 $4 \times 3$ に等しいので，$5x = 12$，$x = \dfrac{12}{5}$

(4) 仮定より DE // BC なので，AE：EC＝AD：DB

仮定より AD：DB＝3：5 なので，

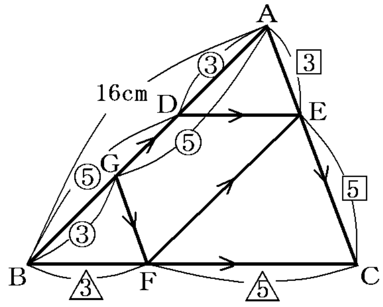
AE：EC＝3：5･･･①

EF // AB なので，EF：AB＝CE：CA,

ゆえに，EF：16＝5：(5＋3)

外項の積 EF×8 は，内項の積 16×5 と等しいので，

8EF＝80　よって EF＝10cm




次に，仮定より AB＝16cm，AD：DB＝3：5 なので，

AD＝$16 \times \dfrac{3}{3+5} = 6$ cm･･･②

仮定より EF // AB なので，BF：FC＝AE：EC

①より AE：EC＝3：5 なので，BF：FC＝3：5

仮定より GF // AC なので，BG：GA＝BF：FC

ゆえに BG：GA＝3：5

AB＝16cm なので，BG＝$16 \times \dfrac{3}{3+5} = 6$ cm･･･③

GD＝AB－AD－BG なので，②，③より，

GD＝16－6－6＝4cm

(5) BF // DG，BD：DC＝2：3 なので FG：GC＝2：3･･･①

EF // DG，AE：ED＝5：3 なので AF：FG＝5：3･･･②

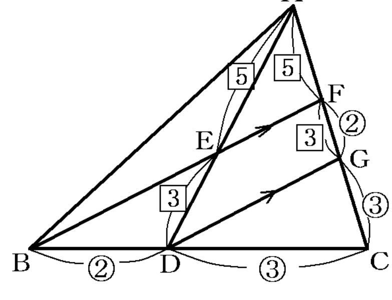
①，②の FG 部分の比を 6 にあわせる。

①より FG：GC＝2：3＝6：9

②より AF：FG＝5：3＝10：6

よって，AF：FG：GC＝10：6：9

ゆえに FG：AC＝6：(10＋6＋9)＝6：25



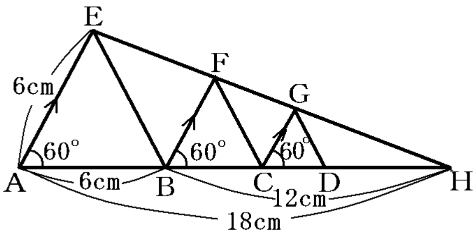
(6) △ABE は正三角形なので AB＝6cm

BH＝18－6＝12cm

EA // FB なので，FB：EA＝HB：HA

よって，FB：6＝12：18

外項の積 FB×18 は，内項の積 6×12 と等しいので，18FB＝72　ゆえに FB＝72÷18＝4cm




次に，GC // FB なので，GC：FB＝HC：HB

GC：4＝(12－4)：12，GC：4＝8：12，GC：4＝2：3

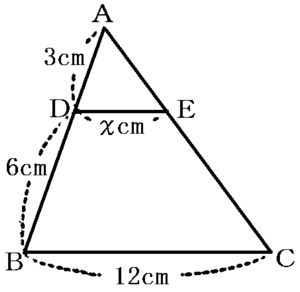
外項の積 GC×3 は，内項の積 4×2 に等しいので，

3GC＝8　ゆえに GC＝$\frac{8}{3}$cm

【】試験問題 D

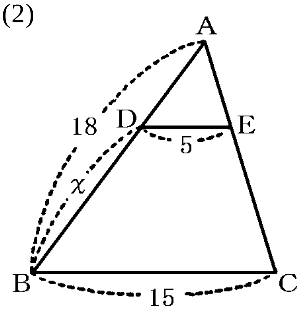
$\boxed{1}$　次のそれぞれの図の $x$ を求めよ。

(1)



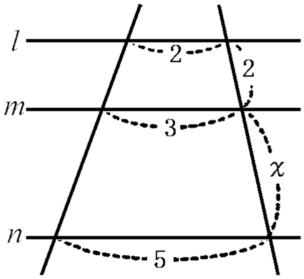

BC // DE

(2)



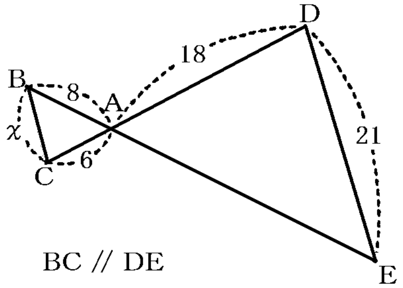

BC // DE

(3)




$l, m, n$ は平行

(4)




BC // DE

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

[解答](1)　$x=4$　(2)　$x=12$　(3)　$x=4$　(4)　$x=7$

[解説]

(1) BC // DE なので，　$x:12=3:(3+6)$, $9x=36$, $x=4$

(2) BC // DE なので，

$(18-x):18=5:15$, $15(18-x)=90$, $18-x=6$,　$x=12$

(3) 右図のように AC // DH となる補助線を引くのがポイント。

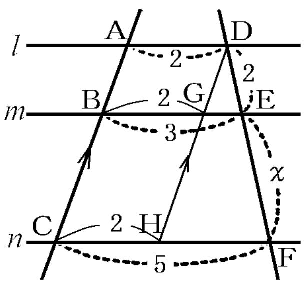
$l$, $m$, $n$ が平行なので三角形の部分に注目すると，

GE：HF＝DE：DF

$(3-2):(5-2)=2:(2+x)$　　$1:3=2:(2+x)$

外項の積 $1\times(2+x)$ は，内項の積 $3\times2$ に等しいので，

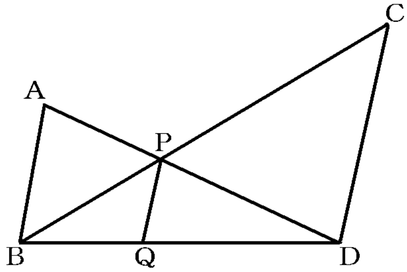
$2+x=6$　ゆえに，$x=4$




$l, m, n$ は平行

(4) BC // DE なので，　$x:21=6:18$, $x:21=1:3$　　$3x=21$, $x=7$

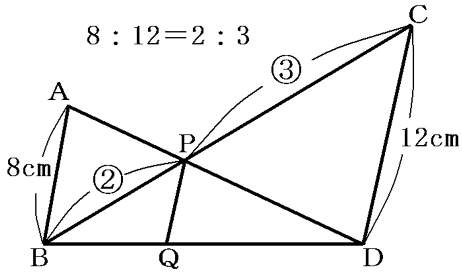
2　右の図で, 点 P は線分 AD と BC の交点であり, 線分 AB，PQ，CD は平行である。AB＝8cm，CD＝12cm のとき，線分 PQ の長さを求めよ。




[解答欄]

[解答] $\frac{24}{5}$ cm

[解説]




△ABP・△PCD で，AB // CD なので，

BP：PC＝AB：CD＝8：12＝2：3

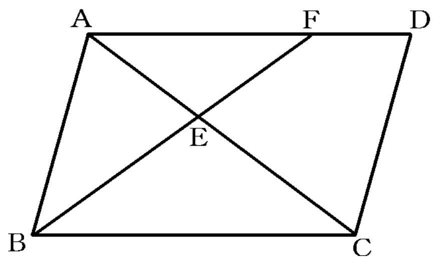
ゆえに，BP：BC＝2：(2＋3)＝2：5

△BCD で，PQ // CD なので，PQ：CD＝BP：BC

よって，PQ：12＝2：5

外項の積 PQ×5 は，内項の積 12×2 に等しいので，5PQ＝24　ゆえに PQ＝$\frac{24}{5}$ cm

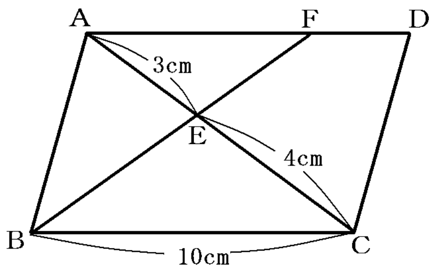
3　右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形である。BC＝10cm，AE＝3cm，EC＝4cm のとき，FD の長さを求めよ。




[解答欄]

[解答]FD＝$\frac{5}{2}$ cm

[解説]




△AFE・△EBC で，AF // BC なので

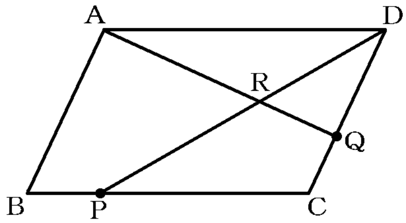
AF：BC＝AE：EC　AF：10＝3：4

外項の積 AF×4 は, 内項の積 10×3 と等しいので,

4AF＝30　ゆえに，AF＝$\frac{15}{2}$

よって，FD＝AD－AF＝$10-\dfrac{15}{2}=\dfrac{5}{2}$cm

$\boxed{4}$　右の図のように，平行四辺形 ABCD の辺 BC を 1∶3 に分ける点を P, 辺 CD を 1∶2 に分ける点を Q, 線分 DP と線分 AQ の交点を R とする。AB＝3cm, BC＝4cm とするとき，AR：RQ を求めよ。

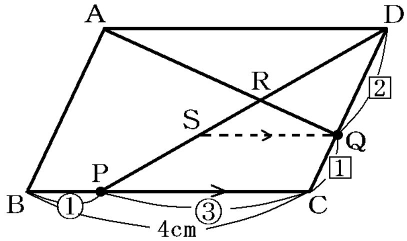



[解答欄]

[解答]2：1

[解説]

Q を通って BC に平行な直線をひき，PD との交点を S とすると，



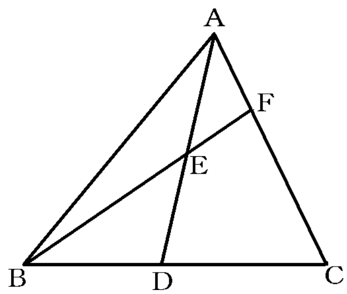

BC＝4cm，BP：PC＝1：3 なので PC＝3cm

SQ：PC＝DQ：DC＝2：(2＋1)＝2：3

ゆえに SQ：3＝2：3，SQ＝2cm

また，AD // SQ なので，AR：RQ＝AD：SQ＝4：2＝2：1

$\boxed{5}$　右の図で，△ABC の中線 AD の中点を E，BE の延長と，AC の交点を F とするとき，$\dfrac{AC}{AF}$の値を求めよ。




[解答欄]

[解答]$\dfrac{AC}{AF}=3$

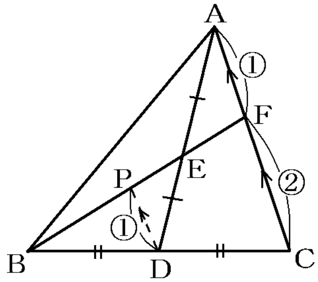
[解説]

D を通って CA に平行な直線をひき BF との交点を P とする。

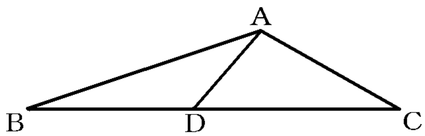
AF // PD，AE：DE＝1：1 なので，AF：PD＝1：1

DP // CF，BD：BC＝1：2 なので，DP：CF＝1：2

ゆえに AF：CF＝1：2　よって $\dfrac{AC}{AF}=\dfrac{3}{1}=3$




6　右の図で，AB＝6cm，BD＝4cm，DC＝5cm，AD＝3cm のとき，AC の長さを求めよ。




[解答欄]

[解答]AC＝$\dfrac{9}{2}$cm

[解説]

△ABC と△DBA において，

AB：DB＝6：4＝3：2，CB：AB＝9：6＝3：2

∠B は共通

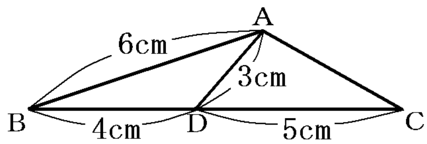
2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しいので

△ABC∽△DBA で，相似比は 3：2

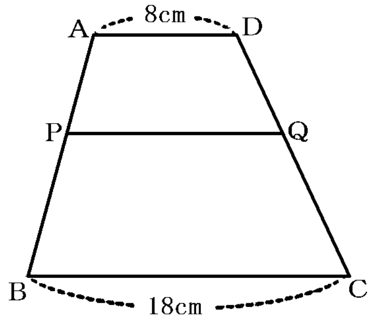
ゆえに，AC：DA＝3：2，AC：3＝3：2

外項の積 AC×2 は，内項の積 3×3 に等しいので，

2AC＝3×3，よって AC＝$\dfrac{9}{2}$cm



7　右の図で，四角形 ABCD は AD // BC の台形である。また，点 P，Q は，それぞれ辺 AB，CD 上の点で，PQ // AD である。AD＝8cm，BC＝18cm，$\dfrac{AP}{AB}=\dfrac{2}{5}$ のとき，PQ の長さを求めよ。




[解答欄]

[解答]12cm

[解説]

A を通って CD に平行な直線を引き，PQ，BC との交点をそれぞれ R，S とすると，

BS＝18－8＝10

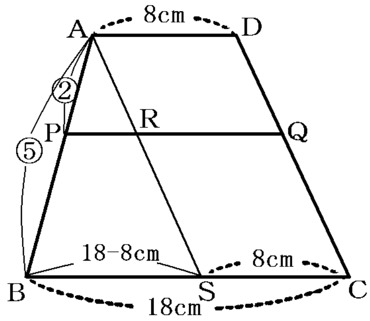
PR // BS なので，PR：BS＝AP：AB

ゆえに PR：10＝2：5

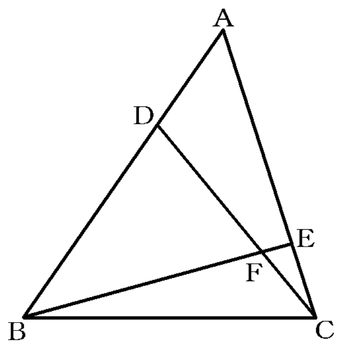
外項の積 PR×5 は，内項の積 10×2 に等しいので，

よって 5PR＝20　ゆえに，PR＝4

また RQ＝8　ゆえに PQ＝PR＋RQ＝4＋8＝12cm




8　右の図のように，△ABC があり，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，AD：DB＝1：2，AE：EC＝3：1 である。点 F は線分 BE と線分 CD との交点である。BE＝12cm であるとき，線分 FE の長さは何 cm か。

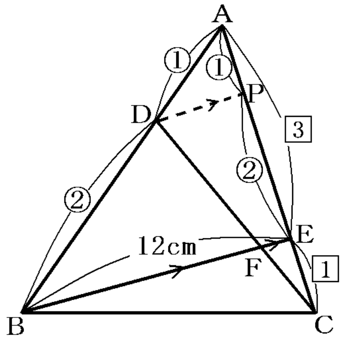



[解答欄]

[解答]$\dfrac{4}{3}$ cm

[解説]

D を通って BE に平行な直線を引き，AC との交点を P とする。




AD：DB＝1：2 なので DP：BE＝AD：AB＝1：3

ゆえに DP：12＝1：3

外項の積 DP×3 は，内項の積 12×1 に等しいので，

3DP＝12　ゆえに DP＝4cm

また，AP：PE＝AD：DB＝1：2･･･①

AE：EC＝3：1･･･②

①，②より AP：PE：EC＝1：2：1

ゆえに CE：CP＝1：3

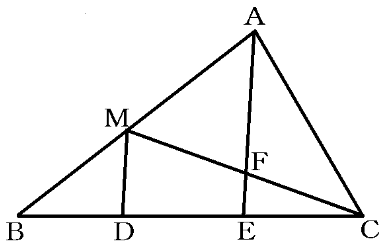
EF // PD なので，EF：PD＝CE：CP

ゆえに EF：4＝1：3

外項の積 EF×3 は，内項の積 4×1 に等しいので，

3EF＝4　ゆえに EF＝$\frac{4}{3}$cm

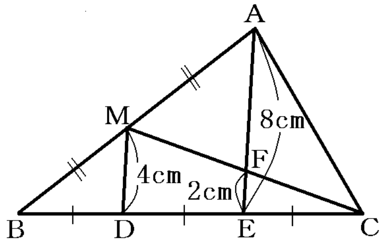
9　△ABC で，右の図のように，辺 AB の中点を M，辺 BC を 3 等分する点を D，E とし，AE と CM の交点を F とする。MD＝4cm であるとき，線分 AF の長さを求めよ。




[解答欄]

[解答]6cm

[解説]




△BAE において，

仮定より，M は BA の中点，D は BE の中点なので

中点連結定理より，

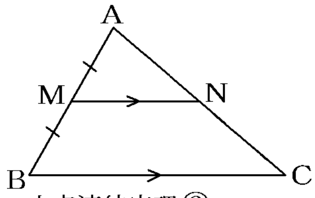
AE＝2MD＝2×4＝8cm，MD // AE

次に，△CDM において，E が CD の中点で，

MD // AE なので中点連結定理より，

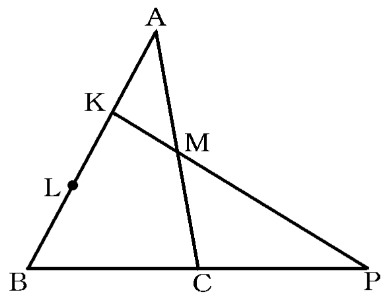
$$EF=\frac{1}{2}MD=\frac{1}{2}\times 4=2$$

ゆえに AF＝AE－EF＝8－2＝6cm




中点連結定理②
Mが中点,MN // BCのとき
AN＝NC，MN＝$\frac{1}{2}$BC

$\boxed{10}$　右の図で，△ABC の辺 AB を 3 等分した点を K，L，辺 AC の中点を M とし，直線 KM，BC の交点を P とする。このとき，KM：MP の値を求めよ。




[解答欄]

[解答]1：3

[解説]

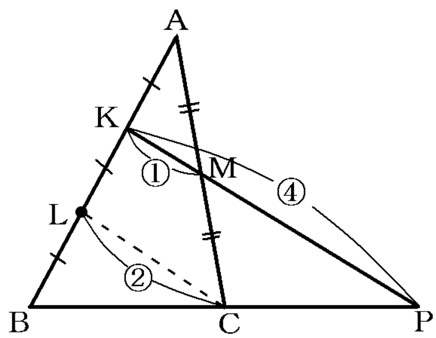
LC をむすぶ。

△ACL において，K は AL の中点，M は AC の中点なので中点連結定理より，LC＝2KM，KM // LC･･･①

△BKP において，L は BK の中点，①より KP // LC なので中点連結定理より，KP＝2LC＝4KM

ゆえに MP＝KP－KM＝4KM－KM＝3KM

ゆえに KM：MP＝KM：3KM＝1：3




$\boxed{11}$　次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形はどれか。

ア　5cm，6cm，8cm

イ　5cm，12cm，13cm

ウ　2cm，$\sqrt{5}$cm，3cm

エ　1.5cm，2.5cm，3.5cm

[解答欄]

[解答]イ，ウ

[解説]

(1 番長い辺)$^2$＝(他の 1 辺)$^2$＋(他の 1 辺)$^2$ が成り立つとき直角三角形になる。

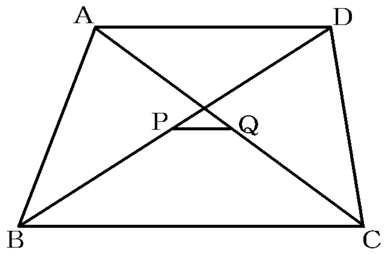
ア　$8^2=64,\ 5^2+6^2=61$，$8^2\neq 5^2+6^2$ なので直角三角形ではない。

イ　$13^2=169,\ 5^2+12^2=169$，$13^2=5^2+12^2$ なので直角三角形である。

ウ　$3^2=9,\ 2^2+\left(\sqrt{5}\right)^2=9$，$3^2=2^2+\left(\sqrt{5}\right)^2$ なので直角三角形である。

エ　$3.5^2=12.25,\ 1.5^2+2.5^2=8.5$，$3.5^2\neq 1.5^2+2.5^2$ なので直角三角形ではない。

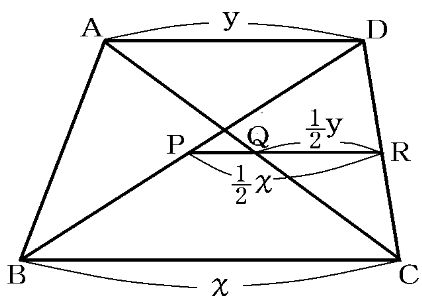
$\boxed{12}$　右の図において，四角形 ABCD は AD // BC, AD＜BC の台形で, 対角線 BD, AC の中点をそれぞれ P, Q とする。BC＝$x$，AD＝$y$ として，PQ の長さを $x$, $y$ を用いた式で表せ。




[解答欄]

[解答]$\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}y$

[解説]




DP：PB＝1：1，AQ：QC＝1：1 なので平行線の性質より，PQ // BC　ゆえに PR // BC，PR // AD

△DBC で，DP：DB＝1：2 なので，PR：BC＝1：2

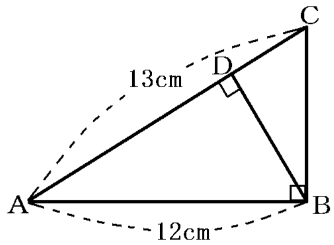
ゆえに PR＝$\dfrac{1}{2}$BC＝$\dfrac{1}{2}x$ ･･･①

また，△CAD で，CQ：CA＝1：2 なので,

QR：AD＝1：2　ゆえに QR＝$\dfrac{1}{2}$AD＝$\dfrac{1}{2}y$ ･･･②

①，②より，PQ＝PR－QR＝$\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}y$

$\boxed{13}$　右の図は, AB＝12cm, AC＝13cm の直角三角形 ABC で，直角の頂点 B から斜辺 AC に垂線 BD をひいたものである。AD の長さを求めよ。




[解答欄]

[解答] $\dfrac{144}{13}$ cm

[解説]

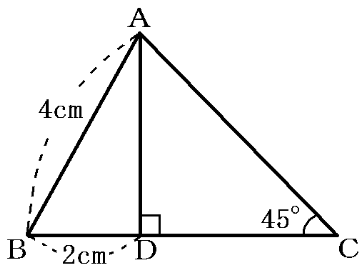
△ABD と△ACB において

∠ADB＝∠ABC＝90°，∠A は共通

2 角が等しいので△ABD∽△ACB

ゆえに，AD：AB＝AB：AC，AD：12＝12：13，13×AD＝12×12　ゆえに，AD＝ $\dfrac{144}{13}$ cm

$\boxed{14}$　右の図の△ABC で，∠ACB＝45°，点 A から辺 BC にひいた垂線を AD とする。AB＝4cm，BD＝2cm とするとき，△ABC の面積を求めよ。




[解答欄]

[解答] $2\sqrt{3}+6$ (cm²)

[解説]

△ABD は直角三角形なので，AD²＋BD²＝AB²,

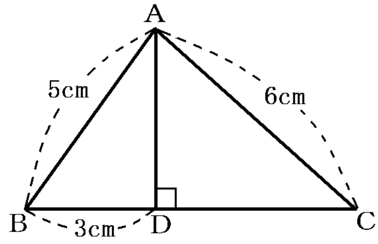
AD²＋4＝16，AD²＝12，AD= $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

∠DAC＝180°－90°－45°＝45° なので

DC＝AD＝ $2\sqrt{3}$

ゆえに(△ABC の面積)＝ $\dfrac{1}{2}$ ×BC×AD＝ $\dfrac{1}{2}\times\left(2+2\sqrt{3}\right)\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{3}+6$ (cm²)

$\boxed{15}$　右の図は△ABC の頂点 A から辺 BC に垂線 AD をひいたものである。このとき，DC の長さを求めよ。




[解答欄]

[解答] $2\sqrt{5}$ cm

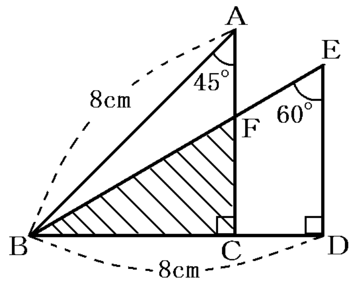
[解説]

直角三角形 ABD で，$AD^2+BD^2=AB^2$，$AD^2+9=25$，$AD^2=16$，

次に，直角三角形 ADC で $AD^2+DC^2=AC^2$，$16+DC^2=36$

ゆえに $DC^2=20$，$DC=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ cm

$\boxed{16}$　右の図のように 1 組の三角定規を重ねて置くとき，重なりの部分の面積を求めよ。




[解答欄]

[解答] $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ $\mathrm{cm}^2$

[解説]

△ABC は 45°45°90°の直角二等辺三角形なので，

$BC:AB=1:\sqrt{2}$，$BC:8=1:\sqrt{2}$，

$BC\times\sqrt{2}=8\times1$，$\sqrt{2}\,BC=8$，

$BC=\dfrac{8}{\sqrt{2}}=\dfrac{8\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$

次に，$\angle FBC=180°-90°-60°=30°$ なので，

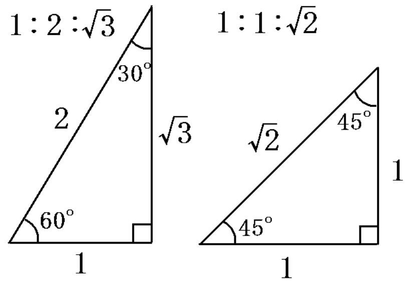
△FBC は 30°60°90°の直角三角形になる。

ゆえに，$FC:BC=1:\sqrt{3}$，$FC:4\sqrt{2}=1:\sqrt{3}$

よって，$FC\times\sqrt{3}=4\sqrt{2}\times1$

$\sqrt{3}\,FC=4\sqrt{2}$，$FC=\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

特殊な直角三角形

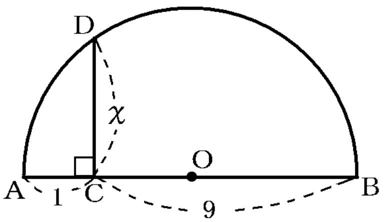


よって(△FBC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×FC＝

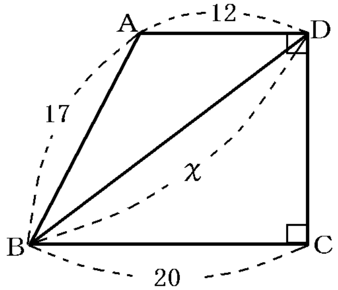
$\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times\dfrac{4\sqrt{6}}{3}=\dfrac{16\sqrt{12}}{6}=\dfrac{32\sqrt{3}}{6}=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ cm$^2$

$\boxed{17}$　次の各問いの $x$ を求めよ。

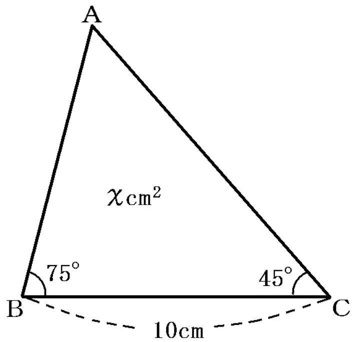
(1)




(2)




(3)




[解答欄]

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|

[解答](1)　$x=3$　(2)　$x=25$　(3)　$x=25+\dfrac{25}{3}\sqrt{3}$

[解説]

(1) OD を結んで，直角三角形 OCD に注目する。

この円の半径は$(1+9)\div 2=5$なので，OD＝5

OC＝$5-1=4$

$CD^2+CO^2=OD^2$，$x^2+4^2=5^2$，$x^2=9$，$x=3$

(2) A から BC に垂線 AH を引く。

BH＝$20-12=8$

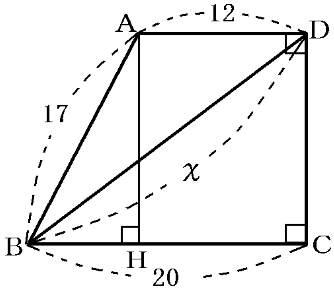
直角三角形 ABH で,

$AH^2+BH^2=AB^2$，$AH^2+8^2=17^2$，$AH^2=225$

次に，直角三角形 BCD で，$CD^2=AH^2=225$

$BC^2+CD^2=BD^2$，$20^2+225=x^2$

$x^2=625=25^2$　ゆえに，$x=25$




(3) B から AC に垂線 BH を引く。

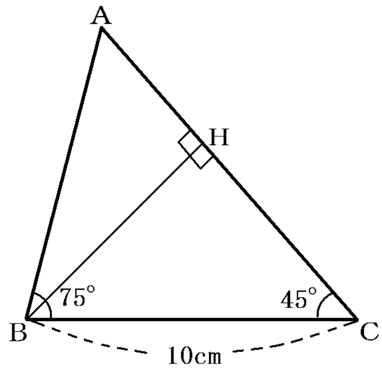
∠CBH＝180°－90°－45°＝45°なので

△BCH は 45°45°90°の直角二等辺三角形である。

ゆえに，CH：CB＝$1:\sqrt{2}$，CH：$10=1:\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$ CH＝10，CH＝$\dfrac{10}{\sqrt{2}}=\dfrac{10\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{10\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$

HB＝CH＝$5\sqrt{2}$ ･･･①




次に△ABH に注目する。

∠ABH＝75°－45°＝30°なので△ABH は 30°60°90°の直角三角形である。

ゆえに，AH：HB＝$1:\sqrt{3}$，AH：$5\sqrt{2}=1:\sqrt{3}$，$\sqrt{3}$ AH＝$5\sqrt{2}$

ゆえに，AH＝$\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$ ･･･②

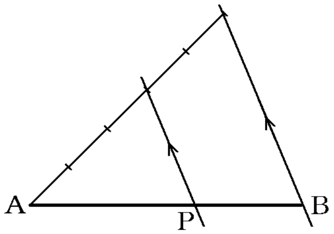
①，②より，

(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AC×HB＝$\dfrac{1}{2}$×(AH＋CH)×HB

$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{5\sqrt{6}}{3}+5\sqrt{2}\right)\times5\sqrt{2}=\frac{25\sqrt{3}}{3}+25\ \mathrm{cm}^2$$

$\boxed{18}$　解答用紙の線分 AB を 3：2 に分ける点 P を作図せよ。

[解答]



【】試験問題 E

$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい。

(1) $y$ は $x$ の 2 乗に比例し，$x=-3$ のとき $y=6$ である。$y$ を $x$ の式で表しなさい。

(2) 関数 $y=-3x^2$ において，$x$ の変域が $-2\leqq x\leqq 1$ のとき，$y$ の変域を求めなさい。

(3) 関数 $y=ax^2$ において， $x$ の値が $1$ から $3$ に増加したときの変化の割合が $6$ であるときの $a$ の値を求めなさい。

(4) 物が自然に落ちるとき，落ちる距離は，落ち始めてからの時間の 2 乗に比例する。ある物体が落ち始めてから 4 秒間に落ちた距離が 80m であるとき，この物体を 500m の所から落下させれば，地上に落ちるまでに何秒かかりますか。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

[解答](1) $y=\frac{2}{3}x^2$ (2) $-12\leqq y\leqq 0$ (3) $a=\frac{3}{2}$ (4) 10 秒

[解説]

(1) $y$ が $x$ の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおく。

$y=ax^2$ に $x=-3$， $y=6$ を代入すると， $6=a\times(-3)^2$， $9a=6,\ a=\frac{2}{3}$

ゆえに $y=\frac{2}{3}x^2$

(3) $x=1$ のとき $y=a\times 1^2=a$， $x=3$ のとき $y=a\times 3^2=9a$

$y$ ： $a\to 9a$ (増加量)$=9a-a=8a$

$x$ ：$1\to 3$ (増加量)$=3-1=2$

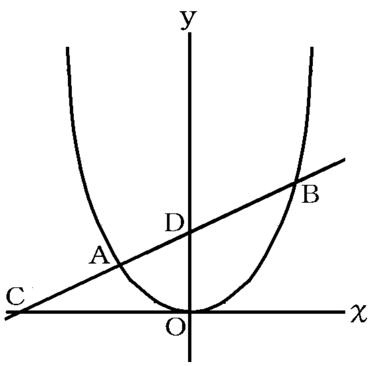
ゆえに，(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{8a}{2}=4a$

変化の割合は $6$ なので， $4a=6$ ゆえに $a=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

(4) 落ちる距離を $y$ m，落ち始めてからの時間を $x$ 秒とすると，

落ちる距離 $y$ は，落ち始めてからの時間 $x$ の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおくことができる。

$4$秒間に落ちた距離が$80$ m であるので，$80=a\times 4^2$　ゆえに$a=5$
よって$y=5x^2$　この式に$y=500$を代入すると，$500=5x^2$，$x^2=100$
$x>0$なので，$x=10$
ゆえに$10$秒かかる。




$\boxed{2}$　次の図のように，放物線$y=ax^2$と直線$y=\frac{1}{3}x+b$がある。放物線と直線の交点を A，B とし，直線と$x$軸，$y$軸の交点をそれぞれ C, D とする。いま，点 A の$x$座　標が−2，点 B の座標が(3，3)であるとき次の問いに答えなさい。

(1)　$a$，$b$の値を求めなさい。

(2)　点 C の座標を求めなさい。

(3)　$y$軸上に点 E(0，7)をとるとき，△ABE と△ACE の面積の比を最も簡単な整数比で表しなさい。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1)　$a=\frac{1}{3}$，$b=2$　(2) (−6，0)　(3) 5：4

[解説]

(1) 点 B(3，3)を通るので，$x=3$, $y=3$を$y=ax^2$に代入すると，$3=a\times 3^2$　ゆえに$a=\frac{1}{3}$

点 B(3，3)を通るので，$x=3$, $y=3$を直線$y=\frac{1}{3}x+b$に代入すると，$3=1+b$　ゆえに$b=2$

(2) 点 C は$x$軸上にあるので，$y$座標は$0$

$y=\frac{1}{3}x+2$に$y=0$を代入すると，$0=\frac{1}{3}x+2$

ゆえに$x=-6$　よって，点 C の座標は(－6，0)

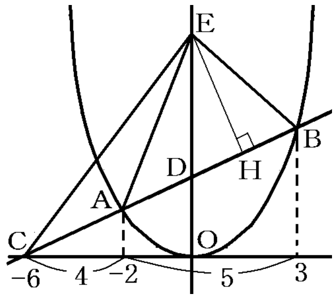
(3) C，A，B の $x$ 座標がそれぞれ－6，－2，3 であることから CA：AB＝4：5

△ABE と△ACE の底辺をそれぞれ AB，AC とすると，

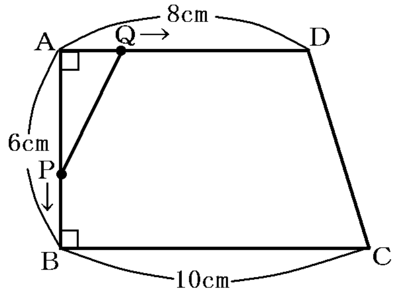
高さ EH は共通になる。

よって底辺の比が面積比となる。

ゆえに△ABE：△ACE＝5：4




3　次の図のような, AD // BC の台形ABCDがあり，AB＝6cm，BC＝10cm，AD＝8cm，∠A＝∠B＝90°である。点 P，Q はそれぞれ点 A を同時に出発して，点 P は辺 AB, BC 上を点 A から点 C まで毎秒 2cm の速さで移動し，点 Q は辺 AD 上を点 A から点 D まで毎秒 1cm の速さで移動する。このとき，次の問いに答えなさい。




(1)　点 P，Q がそれぞれ点 A を同時に出発してから $x$ 秒後の△APQ の面積を $y$ cm²とするとき，次のそれぞれの場合について $y$ を $x$ の式で表し，$x$ の変域も求めなさい。

①　点 P が AB 上にあるとき

②　点 P が BC 上にあるとき

(2)　AP＝PQ となるときの△APQ の面積を求めなさい。ただし，点 P，Q が点 A の位置にあるときは除く。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1)① | ② | (2) |

[解答](1)①　$y=x^2$，$0\leqq x\leqq 3$　②　$y=3x$，$3\leqq x\leqq 8$　(2) 12cm²

[解説]

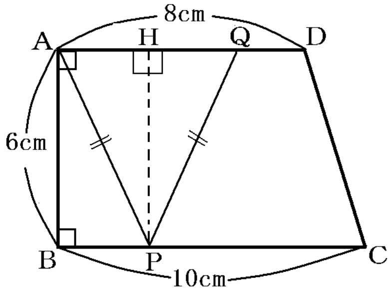
(1)①　点 P が点 B に到着するのは$6\div 2=3$秒後　ゆえに，点 P が AB 上にあるときの $x$ の変域は$0\leqq x\leqq 3$

AP＝$2x$，AQ＝$x$ なので面積は $y=\frac{1}{2}x\times 2x=x^2$

② 点 P が点 C に到着するのは，$(6+10)\div 2=8$ 秒後　ゆえに，点 P が BC 上にあるときの $x$ の変域は $3\leqq x\leqq 8$

AQ＝$x$ cm を底辺とすると，高さは常に 6cm　ゆえに，$y=\frac{1}{2}\times x\times 6=3x$

(2) P が AB 上にあるときは AP＜PQ で AP＝PQ とならない。




P が BC 上にあるとき，AP＝PQ であるので

右図のような状態になる。

図から明らかなように

△APH≡△QPH

ゆえに，BP=AH＝$\frac{1}{2}$AQ

ゆえに，AQ＝2BP

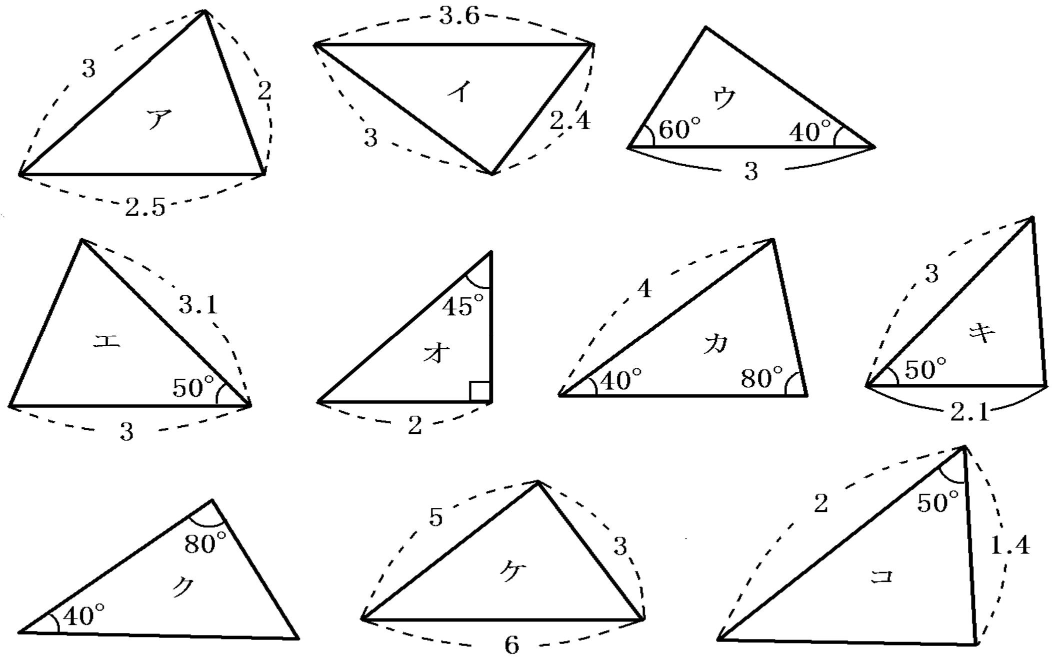
AQ＝$x$ cm

AP＋BP＝$2x$，6＋BP＝$2x$，BP＝$2x-6$

ゆえに，$x=2(2x-6)$　これを解いて $x=4$

ゆえに，$y=3x=3\times 4=12$

4　次の図の中から相似な三角形の組をすべて記号で選びなさい。また，その相似条件をいいなさい。




[解答欄]

[解答]

ア，イ：3 組の辺の比が等しい

ウ，カ，ク：2 組の角がそれぞれ等しい

キ，コ：2 組の辺が等しく，そのはさむ角が等しい

[解説]

三角形の相似条件は，①3 組の辺の比が等しい，② 2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しい，③ 2 組の角がそれぞれ等しい の 3 つ。

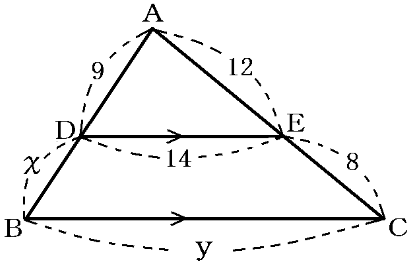
アとイは短い辺からアとイの比を調べると，2：2.4＝20：24＝5：6,

2.5：3＝25：30＝5：6，3：3.6＝30：36＝5：6 で 3 辺の比は 5：6 ですべて等しくなり相似条件を満たす。

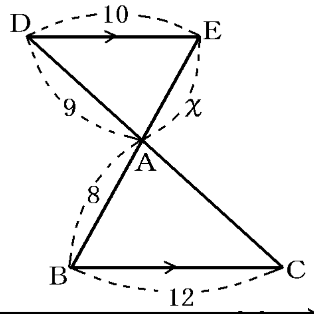
ウ，カ，クは残りの角を計算すると，ウ：180－(60＋40)＝80°，カ：180－(40＋80)＝60°，ク：180－(40＋80)＝60°ですべて，40°60°80°を内角とする三角形である。キ，コは角 50°が等しく，辺の比は 1.4：2.1＝2：3，で，2 組の辺の比が等しくなるので相似条件を満たす。

$\boxed{5}$　次の図で $x$，$y$ の値を求めなさい。

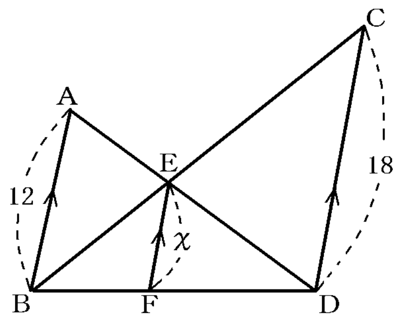
(1)



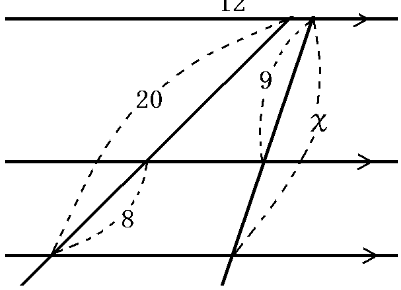

(2)



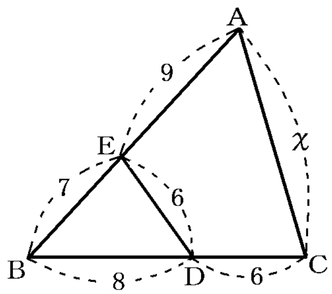

(3)



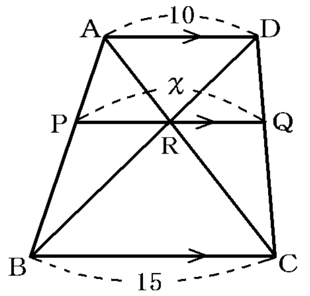

(4)



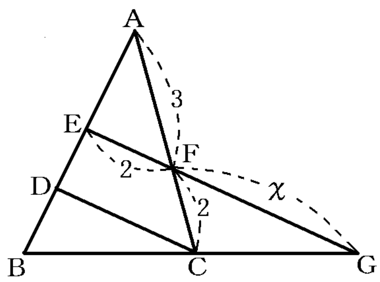

(5)




(6)




(7)




（BC＝CG，DC//EG）

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | (5) | (6) |
| (7) | | |

[解答](1)　$x=6,\ y=\dfrac{70}{3}$　(2)　$x=\dfrac{20}{3}$　(3)　$x=\dfrac{36}{5}$　(4)　$x=15$　(5)　$x=12$

(6)　$x=12$　(7)　$x=\dfrac{14}{3}$　(8)　$x=23°$

[解説]

(1) BC // DE なので，$9:x=12:8$

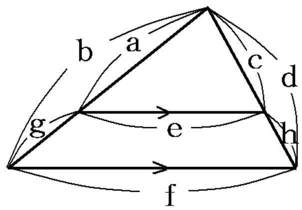
内項の積 $x\times12$ は，外項の積 $9\times8$ に等しいので，

$12x=72$　ゆえに $x=6$

次に，$14:y=12:(12+8)$

内項の積 $y\times12$ は，外項の積 $14\times20$ に等しいので，

$12y=280$　ゆえに $y=\dfrac{280}{12}=\dfrac{70}{3}$




a：b＝c：d＝e：f

a：g＝c：h

(2) BC // DE なので，$x:8=10:12$

外項の積 $x\times12$ は，内項の積 $8\times10$ に等しいので，$12x=80$　ゆえに $x=\dfrac{80}{12}=\dfrac{20}{3}$

(3) AB // CD なので，BE：EC＝$12:18=2:3$

EF // CD なので，$x:18$＝BE：BC＝$2:(2+3)$，$x:18=2:5,\ 5x=36,\ x=\dfrac{36}{5}$

(4) 3 本の直線が平行なので，$x:9=20:(20-8),\ 12x=180,\ x=15$

(5) △BED と△BCA において，

∠B は共通，BE：BC＝7：14＝1：2，BD：BA＝8：16＝1：2

2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しいので，△BED∽△BCA

また相似比は$1:2$

ゆえに DE：AC＝1：2，6： $x$ ＝1：2

内項の積 $x$ ×1 は，外項の積 6×2 に等しいので， $x$ ＝6×2　ゆえに $x$ ＝12

(6) AD // BC なので，DR：RB＝AD：BC＝10：15＝2：3

PR // AD なので，PR：AD＝BR：BD＝3：(3＋2)

ゆえに，PR：10＝3：5

外項の積 PR×5 は，内項の積 10×3 と等しいので，

5PR＝30　ゆえに，PR＝6･･･①

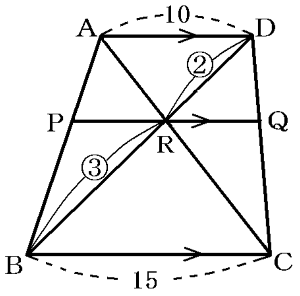
次に，RQ // BC なので，RQ：BC＝DR：DB

RQ：15＝2：(2＋3)

外項の積 RQ×5 は，内項の積 15×2 と等しいので，

5RQ＝30　ゆえに，RQ＝6･･･②

①，②より，$x$＝PR＋RQ＝6＋6＝12




10：15＝2：3

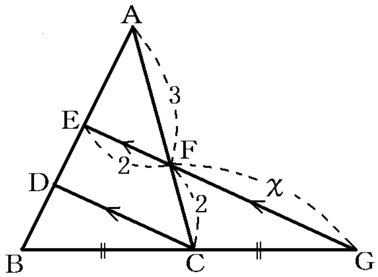
(7) △ADC で，EF // DC なので，

EF：DC＝AF：AC＝3：(3＋2)

ゆえに，2：DC＝3：5

内項の積 DC×3 は，外項の積 2×5 に等しいので

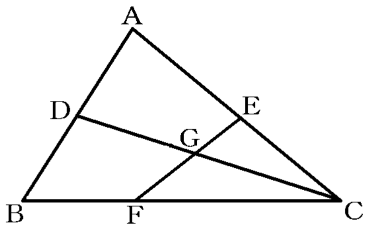
3DC＝10，DC＝$\dfrac{10}{3}$




△BEG において，C は BG の中点，DC // EG なので，中点連結定理より EG＝2DC

EG＝$x+2$ なので，$x+2=2\times\dfrac{10}{3}$，$x=\dfrac{20}{3}-2=\dfrac{14}{3}$

$\boxed{6}$　右の図のように三角形 ABC がある。辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とし，辺 BC を 2：3 に分ける点を F とする。また，線分 CD と線分 EF との交点を G とする。CG＝9cm のとき，線分 GD の長さを求めなさい。



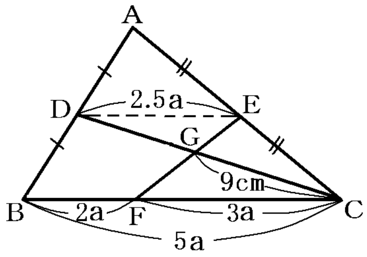

[解答欄]

[解答]GD＝$\dfrac{15}{2}$cm

[解説]

仮定より BF：FC＝2：3 なので，BF＝$2a$，FC＝$3a$ とおくと，BC＝$5a$

次に，DE を結ぶ。




△ABC において，D は AB の中点，E は AC の中点なので中点連結定理より，DE // BC･･･①，DE＝$\frac{1}{2}$BC

BC＝$5a$ なので DE＝$\frac{1}{2}\times 5a = 2.5a$

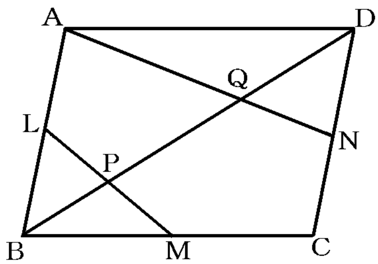
①より DE // FC なので，平行線の性質より，CG：GD＝CF：DE

仮定より CG＝9cm なので，9：GD＝$3a$ ：$2.5a$，9：GD＝6：5

内項の積 GD×6 は，外項の積 9×5 に等しいので，

6GD＝45　ゆえに GD＝$\frac{45}{6}=\frac{15}{2}$cm

$\boxed{7}$　右の図は，平行四辺形 ABCD で，辺 AB，BC，CD の中点を L，M，N とし，LM，AN が対角線 BD と交わる点を P，Q としたものである。いま，BD＝12cm としたとき，線分 PQ の長さを求めなさい。




[解答欄]

[解答]5cm

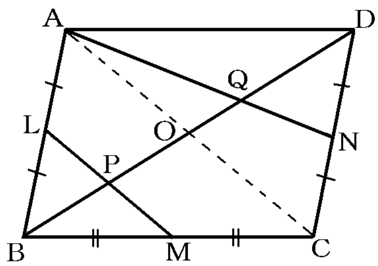
[解説]

N は DC の中点で AB＝DC なので，

AB：DN＝2：1

また, 平行四辺形の向かい合う辺は平行なので AB // DN

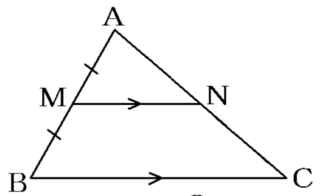
ゆえに，平行線の性質より BQ：QD＝2：1




BD＝12cm なので，QD＝12×$\frac{1}{1+2}$＝4cm･･･①

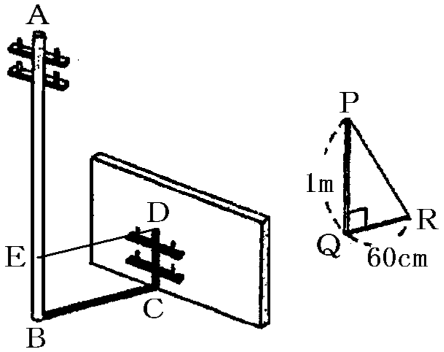
次に，AC をむすび BD との交点を O とする。

△BAC で, L は BA の中点で, M は BC の中点なので,
中点連結定理より，LM // AC･･･②
△BAO で L は BA の中点で, ②より LP // AO なので,
中点連結定理より，BP＝PO
O は BD(＝12cm)の中点なので BO＝12÷2＝6cm
ゆえに，BP＝6÷2＝3cm･･･③
①，③より PQ＝BD－QD－BP＝12－4－3＝5cm



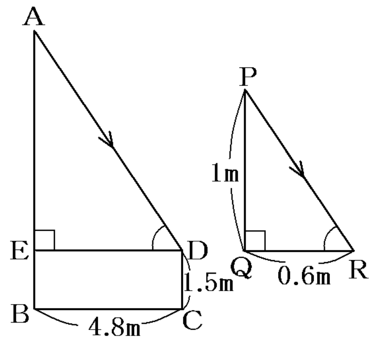

中点連結定理②
M が中点 ,MN // BC のとき
AN＝NC，MN＝$\frac{1}{2}$BC

$\boxed{8}$　右の図のように，1m の棒の影の長さが 60cm である。BC＝4.8m，CD＝1.5m のとき，この電柱の高さを求めなさい。

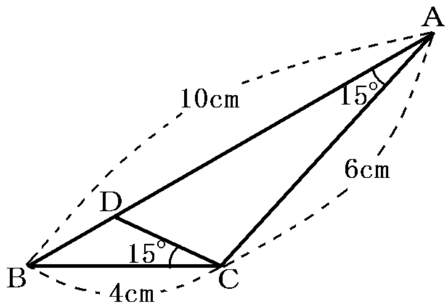



[解答欄]

[解答]9.5m
[解説]
AB 上に点 E をとり，ED // BC となるようにする。
△AED と△PQR において,
∠AED＝∠PQR＝90°，∠ADE＝∠PRQ
2 角が等しいので，△AED∽△PQR
AE：PQ＝DE：RQ，AE：1＝4.8：0.6
外項の積 AE×0.6 は，内項の積 1×4.8 と等しい
AE×0.6＝4.8　ゆえに AE＝4.8÷0.6＝8
よって AB＝AE＋EB＝8＋1.5＝9.5m



$\boxed{9}$ 右の図において，次の問いに答えなさい。




(1) 相似な三角形の組をみつけ，それを証明しなさい。

(2) DA の長さを求めなさい。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答]

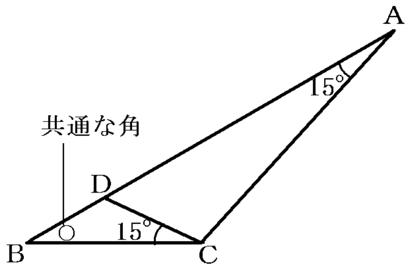
(1) △BCD と△BAC において

仮定より，∠BCD＝∠BAC･･･①

∠B は共通･･･②

①，②より 2 組の角が等しいので

△BCD∽△BAC




(2) (1)より△BCD∽△BAC なので

BD：BC＝BC：BA，BD：4＝4：10，BD：4＝2：5

外項の積 BD×5 は，内項の積 4×2 に等しいので

5BD＝8　BD＝8÷5＝$\dfrac{8}{5}$

ゆえに DA＝$10-\dfrac{8}{5}=\dfrac{42}{5}$ cm･･･答

[解説]

＊相似の証明・計算において重要なのは頂点の対応関係。見た目の角の大きさから 2 つの三角形の頂点の対応関係をつかむ。

△BCD･･･①と，△BAC･･･②で，

①の B，②の B が対応(共通の角)　①の C と②の A が対応(15°)

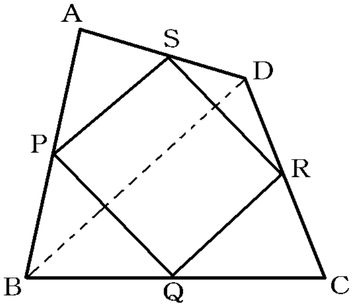
＊三角形の相似の証明問題で，もっともよく使われる相似条件が「2 角が等しい」

与えられた条件から等しいことが分かる角を図に記入，また共通に使われている角があるときには，それにも印をつける。

10　四角形 ABCD で，辺 AB，BC，CD，DA の中点を P，Q，R，S とするとき，
四角形 PQRS が平行四辺形になることを証明しなさい。

[解答欄]

[解答]




△ABD において，

仮定より AP＝PB，AS＝SD なので，中点連結定理より

PS // BD，PS＝$\frac{1}{2}$BD・・・①

同様にして，△CBD において，

QR // BD，QR＝$\frac{1}{2}$BD・・・②

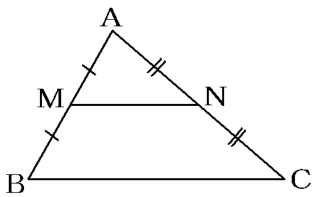
①，②より PS // QR，PS＝QR

ゆえに 1 組の辺が平行で等しいので，四角形 PQRS は平行四辺形である。

[解説]

＊中点が 2 つあれば，連結

→中点連結定理を利用




中点連結定理
M, Nが中点のとき
MN // BC　MN＝$\frac{1}{2}$BC

＊平行四辺形になるための条件

① 向かい合う 2 組の辺がそれぞれ平行(定義)

② 向かい合う 2 組の辺がそれぞれ等しい

③ 対角線が互いに他を 2 等分する

④ 1 組の向かい合う辺が平行で等しい

→この問題では④を使う。

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※　このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,200 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word(または一太郎)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば，FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1500 ページ)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。
RunFdData(Word 版)　【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】
RunFdData(一太郎版)　【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataTAs.exe 】
※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】


【Fd 教材開発：URL http://www.fdtext.com/dat/　Tel (092) 404-2266】