

【】試験問題 F

1 次の各問いに答えなさい。

(1)  $(-3) \times 4 - 2$  を計算しなさい。

(2)  $\sqrt{27} + \sqrt{3}$  を計算しなさい。

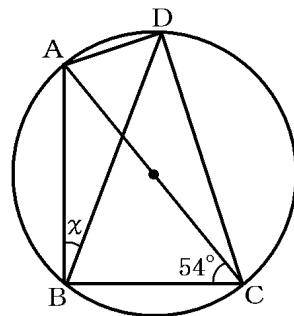
(3)  $(x+3)^2 - (x-1)(x+7)$  を計算しなさい。

(4) 連立方程式  $\begin{cases} 4x+3y=-6 \\ -5x-2y=11 \end{cases}$  を解きなさい。

(5) 次の2次方程式を解き、小さい方の解を求めなさい。

$$(x-1)^2 = 5$$

(6) 右の図で四角形 ABCD は、対角線 AC を直径とする円 O に内接し、 $BD = CD$  です。  $\angle ACB = 54^\circ$  のとき、  $\angle ABD$  の大きさ  $x$  を求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1)  $-14$  (2)  $4\sqrt{3}$  (3)  $16$  (4)  $x = -3, y = 2$  (5)  $x = 1 - \sqrt{5}$  (6)  $18^\circ$

[解説]

(2) \*  $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$  を使って式を簡単な形にしてから同類項を整理する。

$$\sqrt{27} + \sqrt{3} = \sqrt{9 \times 3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

(3) \*  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ,  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$  の公式を使う。

$$\begin{aligned} & (x+3)^2 - (x-1)(x+7) \\ &= x^2 + 6x + 9 - (x^2 + 6x - 7) = x^2 + 6x + 9 - x^2 - 6x + 7 \\ &= 16 \end{aligned}$$

(4) 加減法で解く。  $\begin{cases} 4x+3y=-6 \\ -5x-2y=11 \end{cases}$  の  $y$  の係数を6にあわせるために、上の式を2

倍、下の式を3倍すると、  $\begin{cases} 8x+6y=-12 \\ -15x-6y=33 \end{cases}$  ... となる。 の上の式と下の式を加

えると、  $-7x = 21$  ゆえに、  $x = -3$   $4x+3y = -6$  に  $x = -3$  を代入すると、

$-12 + 3y = -6 \quad 3y = 6 \quad \text{ゆえに, } y = 2 \quad \text{よって } x = -3, y = 2$

(5)  $(x-1)^2 = 5 \quad x-1 = \pm\sqrt{5} \quad \text{ゆえに, } x = 1 \pm \sqrt{5}$

よって, 小さい方の解は  $x = 1 - \sqrt{5}$

(6) AC は直径なので,  $\angle ABC = 90^\circ$  三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので,

$\angle BAC = 180^\circ - 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$

弧 BC の円周角  $\angle BDC$  と  $\angle BAC$  は等しいので,  $\angle BDC = 36^\circ$

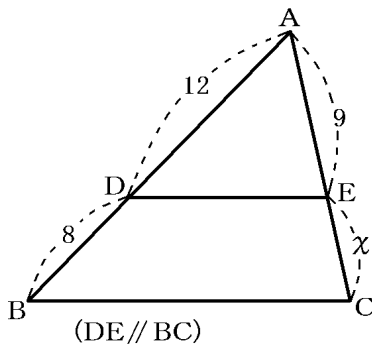
DBC は  $BD = CD$  の二等辺三角形なので,  $\angle DBC = \angle DCB$

よって  $\angle DBC = (180^\circ - 36^\circ) \div 2 = 72^\circ$

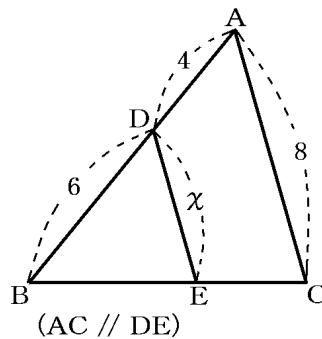
$x = \angle ABC - \angle DBC = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$

2 下の図で  $x$  の値を求めなさい。

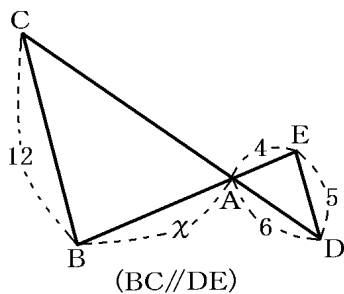
(1)



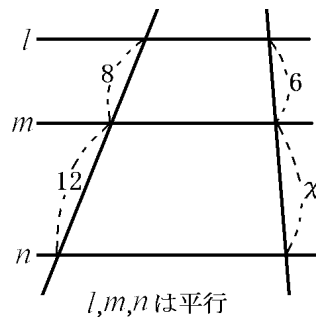
(2)



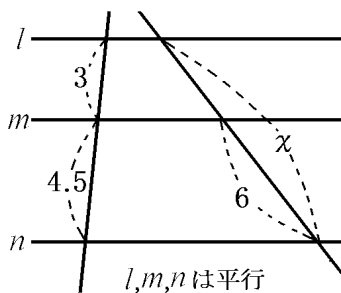
(3)



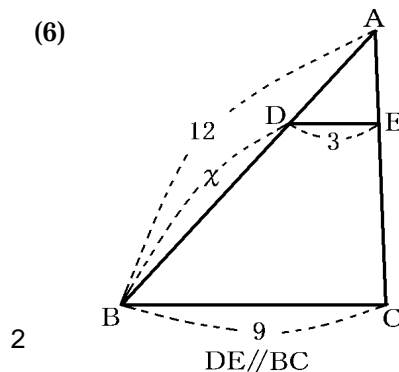
(4)



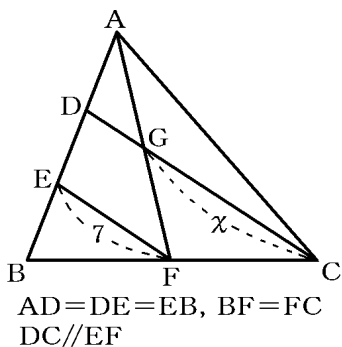
(5)



(6)



(7)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

[解答](1)  $x=6$  (2)  $x=\frac{24}{5}$  (3)  $x=\frac{48}{5}$  (4)  $x=9$  (5)  $x=10$  (6)  $x=8$

(7)  $x=10.5$

[解説]

(1)  $DE \parallel BC$  なので,

$$12:8=9:x$$

外項の積  $12 \times x$  は, 内項の積  $8 \times 9$  に等しいので,

$$12x = 72, x = 72 \div 12 = 6$$

(2)  $AC \parallel DE$  なので,  $DE : AC = BD : BA$

よって,  $x : 8 = 6 : (6 + 4)$

外項の積  $x \times 10$  は, 内項の積  $8 \times 6$  に等しいので,

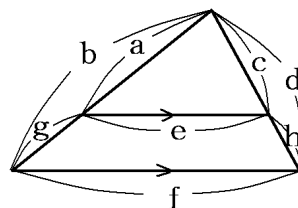
$$10x = 48 \quad \text{ゆえに, } x = \frac{48}{10} = \frac{24}{5}$$

(3)  $BC \parallel DE$  なので,

$$x : 4 = 12 : 5$$

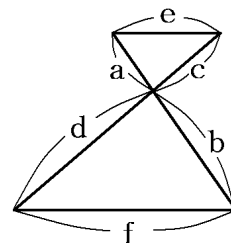
外項の積  $x \times 5$  は, 内項の積  $4 \times 12$  に等しいので,

$$5x = 48 \quad \text{ゆえに } x = \frac{48}{5}$$



$$a : b = c : d = e : f$$

$$a : g = c : h$$



$$a : b = c : d = e : f$$

(4)  $l, m, n$  は平行なので,  $8 : 12 = 6 : x$

外項の積  $8 \times x$  は, 内項の積  $12 \times 6$  に等しいので,

$$8x = 72 \quad \text{ゆえに } x = 9$$

(5)  $l, m, n$  は平行なので,

$$3 : 4.5 = (x - 6) : 6$$

内項の積  $4.5 \times (x - 6)$  は, 外項の積  $3 \times 6$  に等しいので,

$$4.5(x - 6) = 18, \quad x - 6 = 4$$

ゆえに,  $x = 10$

(6)  $DE \parallel BC$  なので,

$$(12 - x) : 12 = 3 : 9$$

外項の積  $(12 - x) \times 9$  は, 内項の積  $12 \times 3$  に等しいので,

$$9(12 - x) = 36, \quad 12 - x = 4, \quad -x = 4 - 12 \quad \text{ゆえに } x = 8$$

(7)  $BCD$  において,  $E$  は  $BD$  の中点,  $F$  は  $BC$  の中点なので中点連結定理より,

$$DC = 2EF = 2 \times 7 = 14 \cdots, \quad EF \parallel DC \cdots$$

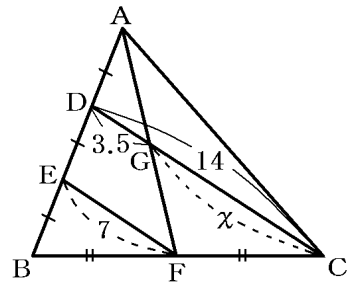
次に,  $AEF$  において,  $D$  は  $AE$  の中点で,

より  $DG \parallel EF$  なので中点連結定理より,

$$DG = \frac{1}{2} EF = \frac{1}{2} \times 7 = 3.5 \cdots$$

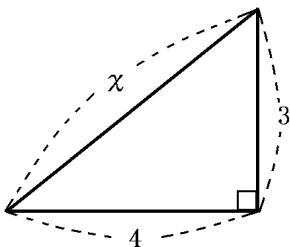
$DC = DG + GC$  なので, , より,

$$14 = 3.5 + x \quad \text{ゆえに, } x = 10.5$$

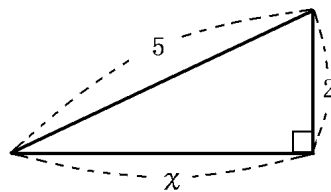


3 下の図で  $x$  の値を求めなさい。

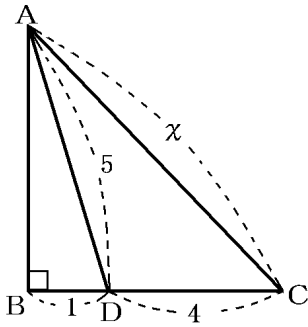
(1)



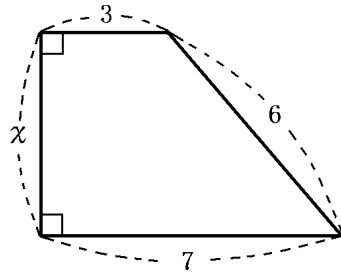
(2)



(3)



(4)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)  $x=5$  (2)  $x=\sqrt{21}$  (3)  $x=7$  (4)  $x=2\sqrt{5}$

[解説]

(1)  $x^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$  ,  $x = 5$

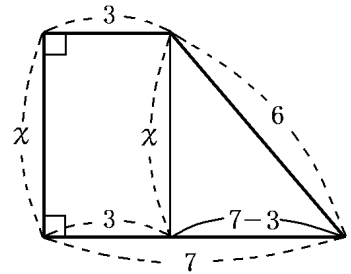
(2)  $x^2 + 2^2 = 5^2$  ,  $x^2 = 25 - 4 = 21$  ,  $x = \sqrt{21}$

(3) ABD で ,  $AB^2 + 1^2 = 5^2$  ,  $AB^2 = 24$

ABC で ,  $AC^2 = AB^2 + BC^2$  ,  $x^2 = 24 + 25 = 49$  ,  $x = 7$

(4) 右図より ,  $x^2 + 4^2 = 6^2$

$x^2 = 36 - 16 = 20$  ,  $x = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

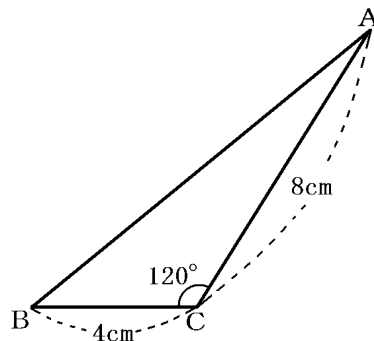
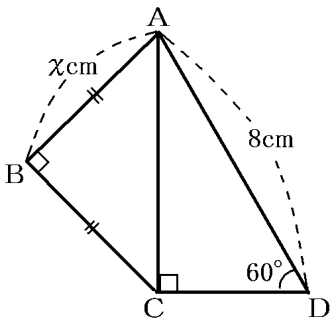


4 次の各問いに答えなさい。

(1) 下の図で  $x$  の値を求めなさい。

(2) 下の図の ABC の面積を求めなさい。

い。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $x = 2\sqrt{6}$  cm (2)  $8\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>

[解説]

ACD は  $30^\circ 60^\circ 90^\circ$  の直角三角形なので、 $AD : CD : AC = 2 : 1 : \sqrt{3}$   
 $AC : AD = \sqrt{3} : 2$  ,  $AC : 8 = \sqrt{3} : 2$  ,  $2AC = 8\sqrt{3}$  ,  $AC = 4\sqrt{3} \dots$

ABC は  $45^\circ 45^\circ 90^\circ$  の直角二等辺三角形なので、 $AB : BC : CA = 1 : 1 : \sqrt{2}$   
ゆえに、 $AB : AC = 1 : \sqrt{2}$   $AB = x$  , より  $AC = 4\sqrt{3}$  を代入すると、

$$x : 4\sqrt{3} = 1 : \sqrt{2} \quad \text{ゆえに、} \sqrt{2}x = 4\sqrt{3} \quad , \quad x = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$$

(2) 右図のように補助線を引く。

ABC で BC を底辺とすると、高さは AD

$\angle ACD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$  なので

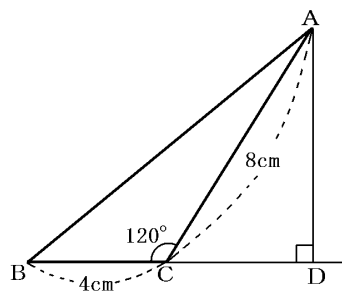
ACD は  $30^\circ 60^\circ 90^\circ$  の直角三角形。

ゆえに、 $AC : CD : AD = 2 : 1 : \sqrt{3}$

$AC : AD = 2 : \sqrt{3}$  ,  $8 : AD = 2 : \sqrt{3}$

$$2AD = 8\sqrt{3} \quad , \quad AD = 4\sqrt{3}$$

$$\text{ゆえに、} (\text{ABC の面積}) = \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



5 次の長さを 3 辺とする三角形のうち、直角三角形であるものをすべて記号で答えなさい。

(ア) 4cm , 5cm , 6cm

(イ) 7cm , 24cm , 25cm

(ウ)  $\sqrt{6}$  cm , 2cm ,  $\sqrt{10}$  cm

(エ) 6m , 8m , 10m

[解答欄]

--

[解答]イ, ウ, エ

[解説]

(1 番長い辺)<sup>2</sup> = (他の 1 辺)<sup>2</sup> + (他の 1 辺)<sup>2</sup> が成り立つとき直角三角形になる。

ア  $6^2 = 36$  ,  $4^2 + 5^2 = 41$  ,  $6^2 \neq 4^2 + 5^2$  なので直角三角形ではない。

イ  $25^2 = 625$ ,  $7^2 + 24^2 = 625$ ,  $25^2 = 7^2 + 24^2$  なので直角三角形である。

ウ  $(\sqrt{10})^2 = 10$ ,  $(\sqrt{6})^2 + 2^2 = 10$ ,  $(\sqrt{10})^2 = (\sqrt{6})^2 + 2^2$  なので直角三角形である。

エ  $10^2 = 100$ ,  $6^2 + 8^2 = 100$ ,  $10^2 = 6^2 + 8^2$  なので直角三角形である。

6 四角形 ABCD の 4 辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ P, Q, R, S とするとき, 四角形 PQRS が平行四辺形であることを次のように証明した。空欄に適切な文字や言葉を書き入れなさい。(同じ記号が入ってもよい)

(証明)

ABD において, 点 P, S は辺 AB, AD の中点なので,

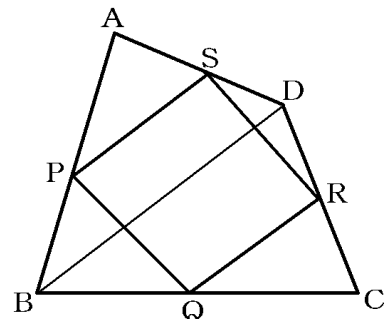
( ア ) 定理より,  $PS = \frac{1}{2}$  ( イ ),  $PS \parallel$  ( ウ )...

同様に, CBD において

$QR = \frac{1}{2}$  ( エ ),  $QR \parallel$  ( オ )...

, より,  $PS =$  ( カ ),  $PS \parallel$  ( キ ) となり

( ク (平行四辺形になる条件) ) ので, 四角形 PQRS は平行四辺形である。



[解答欄]

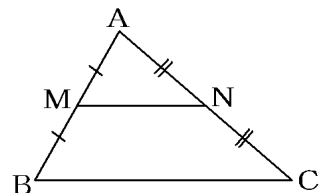
ア	イ	ウ
エ	オ	カ
キ	ク	

[解答]ア 中点連結 イ BD ウ BD エ BD オ BD カ QR キ QR ク 向かい合う 1 組の辺が平行で等しい

[解説]

\* 中点が 2 つあれば, 連結  
中点連結定理を利用

\* 平行四辺形になるための条件



中点連結定理  
M, N が中点のとき  
 $MN \parallel BC$   $MN = \frac{1}{2}BC$

向かい合う 2 組の辺がそれぞれ平行(定義) 向かい合う 2 組の辺がそれぞれ等しい

対角線が互いに他を 2 等分する 1 組の向かい合う辺が平行で等しい

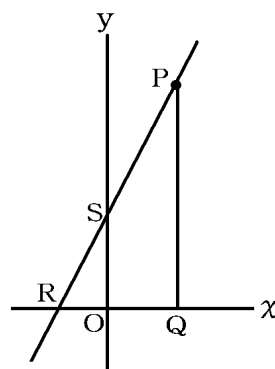
この問題では を使う。

7 右の図のように、直線  $y = 2x + 4$  上の  $y$  軸より右側に点  $P$  をとり、 $P$  から  $x$  軸にひいた垂線を  $PQ$  とする。

直線  $y = 2x + 4$  と  $x$  軸、 $y$  軸との交点をそれぞれ  $R, S$  とする。点  $P$  の  $x$  座標を  $a$  として、

- (1) 点  $P$  の  $y$  座標を  $a$  を使って表しなさい。
- (2) 台形  $SOQP$  の面積が 12 になるとき、次の方程式を完成してそれを解き、 $P$  の座標を求めなさい。

$$(\quad) = 12$$



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $y = 2a + 4$  (2)  $\frac{1}{2}(4 + 2a + 4) \times a$  ,  $P(2, 8)$

[解説]

(1)  $y = 2x + 4$  に  $x = a$  を代入すると、 $y = 2a + 4$

(2)  $SO = 4$  ,  $OP = 2a + 4$  ,  $OQ = a$  なので、

$$(\text{台形 } SOQP \text{ の面積}) = \frac{1}{2}(4 + 2a + 4) \times a = 12$$

$$a^2 + 4a - 12 = 0 , (a - 2)(a + 6) = 0$$

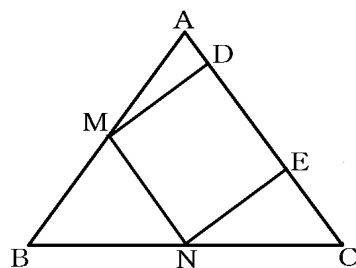
$a > 0$  なので、 $a = 2$

$$y = 2a + 4 = 2 \times 2 + 4 = 8$$

ゆえに、点  $P$  の座標は  $P(2, 8)$

8 右の図のような  $AB = AC = 10\text{cm}$  ,  $BC = 12\text{cm}$  の

$ABC$  において、辺  $AB$  ,  $BC$  の中点をそれぞれ  $M$  ,  $N$  とします。2点  $M$  ,  $N$  から辺  $AC$  にひいた垂線と辺  $AC$  との交点をそれぞれ  $D$  ,  $E$  とします。このとき長方形  $MNED$  の面積を求めなさい。



[解答欄]

[解答]  $24\text{cm}^2$

[解説]

$BAC$  で、 $M$  は  $BA$  の中点で、 $N$  は  $BC$  の中点なので中点連結定理より、

$$MN = \frac{1}{2} AC = 5$$

$CAN$  と  $CNE$  において

$ABC$  は二等辺三角形なので  $AN \perp BC$  ゆえに  $\angle ANC = 90^\circ$

また、仮定より  $\angle NEC = 90^\circ$

ゆえに  $\angle ANC = \angle NEC \dots$

$C$  は共通...

, より2角が等しいので、 $\triangle CAN \sim \triangle CNE$

相似な図形の対応する辺の比は等しいので、

$$NE : AN = NC : AC$$

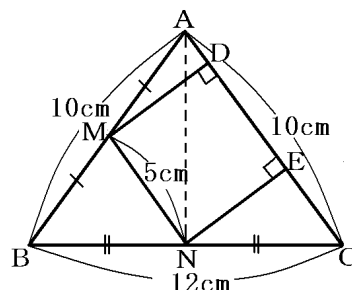
$$NE : AN = 6 : 10 = 3 : 5 \dots$$

ところで、 $\triangle CAN$  は直角三角形なので、三平方の定理より

$$AN^2 + NC^2 = AC^2, AN^2 + 36 = 100, AN^2 = 64, AN = 8$$

$$\text{より } NE : 8 = 3 : 5 \text{ よって } NE = \frac{24}{5}$$

$$\text{ゆえに求める面積は、} NE \times MN = \frac{24}{5} \times 5 = 24 \text{ cm}^2$$



【】試験問題 G

1 次の方程式を解け。

(1)  $(x-2)(x+7)=0$

(2)  $x(2x-5)=0$

(3)  $x^2+10x+25=0$

(4)  $x^2-5x-24=0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)  $x=2, -7$  (2)  $x=0, \frac{5}{2}$  (3)  $x=-5$  (4)  $x=-3, 8$

[解説]

\* (1), (2)  $A \times B = 0$  が成りたつのは  $A = 0$  か  $B = 0$  のとき

(1)  $(x-2)(x+7)=0$  よって  $x-2=0, x+7=0$  ゆえに  $x=2, -7$

(2)  $x(2x-5)=0$  よって  $x=0, 2x-5=0$  ゆえに  $x=0, \frac{5}{2}$

(3) \*  $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$  の公式を使って  $x^2+10x+25=0$  の左辺を因数分解する。  
 $(x+5)^2=0$  よって  $x+5=0$  ゆえに  $x=-5$

(4) かけて  $-24$ , 加えて  $-5$  になる 2 数は  $3, -8$  なので,  $x^2-5x-24=0$  の左辺を因数分解すると,  $(x+3)(x-8)=0$  よって  $x+3=0, x-8=0$   
 ゆえに  $x=-3, 8$

2 2 次方程式  $x^2+ax-14=0$  の解の 1 つが 2 であるとき, 他の解を求めよ。

[解答欄]

[解答]他の解は  $x=-7$

[解説]

$x^2+ax-14=0 \dots$  の解の 1 つが 2 であるので,  $x=2$  を の左辺に代入しても  
 の等式が成り立つ。

$x^2+ax-14=0$  に  $x=2$  を代入すると,  $4+2a-14=0$   $a=5$

$x^2+ax-14=0$  に  $a=5$  を代入すると,  $x^2+5x-14=0$   $(x-2)(x+7)=0$

よって, 他の解は  $x=-7$

3 ある正の整数  $x$  に 4 を加えて 2 乗するところを、誤って  $x$  に 2 を加えて 4 倍してしまったので、もとの答より 53 小さくなった。  $x$  を求めよ。

[解答欄]

--

[解答]

誤って計算した答  $(x+2) \times 4$  は、正しい答  $(x+4)^2$  より 53 小さいので、

$$4(x+2) = (x+4)^2 - 53$$

$$4x+8 = x^2 + 8x+16-53, \quad x^2 + 4x - 45 = 0$$

かけて  $-45$ ，加えて  $4$  になる 2 数は  $9, -5$  なので、 $(x+9)(x-5) = 0$

よって  $x+9=0, x-5=0$  ゆえに  $x = -9, 5$

$x > 0$  なので、 $x = 5 \cdots$  答

4  $y$  は  $x$  の 2 乗に比例し、 $x = 2$  のとき、 $y = 12$  である。

(1)  $y$  を  $x$  の式で表せ。

(2)  $x = -3$  のとき  $y$  の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $y = 3x^2$  (2)  $y = 27$

[解説]

(1)  $y$  が  $x$  の 2 乗に比例するので、 $y = ax^2$  とおく。

$y = ax^2$  に  $x = 2, y = 12$  を代入すると、 $12 = a \times 4$  よって  $a = 3$  ゆえに  $y = 3x^2$

(2)  $y = 3x^2$  に  $x = -3$  を代入すると、 $y = 3 \times (-3)^2 = 27$

5 関数  $y = 2x^2$  について、次の問いに答えよ。

(1)  $x$  の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(2)  $x$  の変域が  $-1 \leq x \leq 3$  のとき、 $y$  の変域を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答]

(1) 8 (2) 0 y 18

[解説]

(1)  $x=1$  のとき  $y=2 \times 1^2 = 2$

$x=3$  のとき  $y=2 \times 3^2 = 18$

$y: 2 \rightarrow 18$  (増加量)  $= 18 - 2 = 16$

$x: 1 \rightarrow 3$  (増加量)  $= 3 - 1 = 2$

ゆえに, (変化の割合)  $= \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{16}{2} = 8$

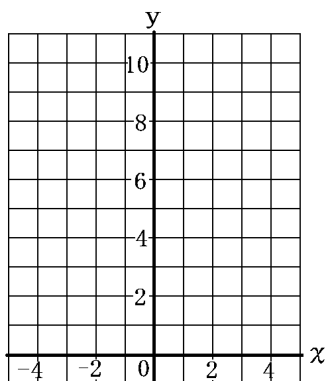
(2)  $x=0$  が  $-1 \leq x \leq 3$  の変域内にあるので,  $x=0, -1, 3$  のときの  $y$  の値を比較する。

$x=0$  のとき  $y=0$ ,  $x=-1$  のとき  $y=2 \times (-1)^2 = 2$ ,  $x=3$  のとき  $y=2 \times 3^2 = 18$   
よって最小値は  $y=0$ , 最大値は  $y=18$

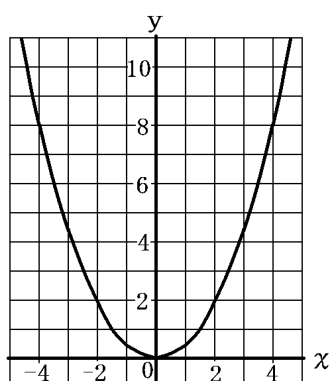
ゆえに, 0 y 18

6  $y$  は  $x$  の 2 乗に比例し,  $x=2$  のとき  $y=2$  である。この関数のグラフをかけ。

[解答欄]



[解答]



[解説]

$y$  が  $x$  の 2 乗に比例するので,  $y = ax^2$  とおく。  $x=2$ ,  $y=2$  を  $y = ax^2$  に代入す

ると,  $2 = a \times 2^2$ ,  $4a = 2$ ,  $a = \frac{1}{2}$  ゆえに, この関数の式は  $y = \frac{1}{2} x^2$

7  $x$  の変域が  $-1 \leq x \leq 2$  のとき,  $y = x^2$  と  $y = ax + b$  ( $a > 0$ ) の  $y$  の変域が一致するのは,  $a = ( \quad )$ ,  $b = ( \quad )$  のときである。

[解答欄]

--	--

[解答]  $\frac{4}{3}$   $\frac{4}{3}$

[解説]

まず,  $y = x^2$  の変域を求める。

$x = 0$  は  $-1 \leq x \leq 2$  の変域内にあるので,  $x = 0, -1, 2$  のときの  $y$  の値を比較して  $y = x^2$  の最大値と最小値を求める。

$x = 0$  のとき  $y = 0$ ,  $x = -1$  のとき  $y = (-1)^2 = 1$ ,  $x = 2$  のとき  $y = 2^2 = 4$

よって  $y = x^2$  の最大値は  $y = 4$ , 最小値は  $y = 0$  ゆえに  $y$  の変域は  $0 \leq y \leq 4 \cdots$

次に,  $y = ax + b$  の変域を求める。

$a > 0$  なので, 直線は右上がりので  $x = -1$  のとき最小値  $y = -a + b$

$x = 2$  のとき最大値  $y = 2a + b$  をとる。

ゆえに  $y$  の変域は  $-a + b \leq y \leq 2a + b \cdots$

と  $y$  の変域が一致するので,  $-a + b = 0 \cdots$ ,  $2a + b = 4 \cdots$

これを  $a, b$  の連立方程式として解く。①より,  $3a = 4$ , ゆえに  $a = \frac{4}{3}$

に  $a = \frac{4}{3}$  を代入すると,  $-\frac{4}{3} + b = 0$  ゆえに  $b = \frac{4}{3}$

8 関数  $y = \frac{1}{x}$  の  $x$  が 1 から 3 まで変わるときの変化の割合は(  $\quad$  )である。

[解答欄]

--

[解答]  $-\frac{1}{3}$

[解説]

$$x = 1 \text{ のとき } y = \frac{1}{1} = 1, \quad x = 3 \text{ のとき } y = \frac{1}{3}$$

$$y : 1 \quad \frac{1}{3} \quad (\text{増加量}) = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$$

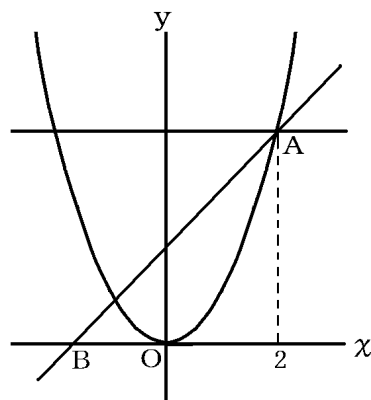
$$x : 1 \quad 3 \quad (\text{増加量}) = 3 - 1 = 2$$

$$\text{ゆえに, (変化の割合)} = \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = (y \text{ の増加量}) \div (x \text{ の増加量}) =$$

$$-\frac{2}{3} \div 2 = -\frac{1}{3}$$

9 右の図のように, 関数  $y = x^2$  とこのグラフ上の点  $A(2, 4)$  が与えられている。また  $x$  座標,  $y$  座標が, とともに整数となるような点を格子点という。

- (1) 点  $A$  を通り  $x$  軸に平行な直線と, この関数のグラフとで囲まれた図形の内部の格子点は何個か。ただし線上の点は内部に含めない。
- (2)  $x$  軸上に点  $B(b, 0)$  をとり, 直線  $AB$  とこの関数のグラフで囲まれた図形の内部の格子点が5個であるとき,  $b$  の値のとり得る範囲を求めよ。ただし, 線上の点は内部に含めない。



[解答欄]

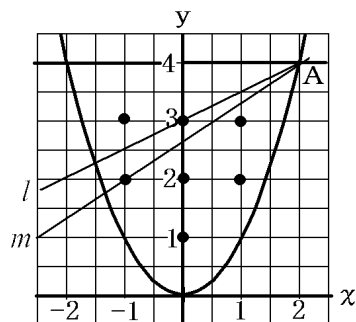
(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) 7個 (2)  $-6 < b < -4$

[解説]

- (1) 右図より7個
- (2) 条件をみたすのは右図の  $l$  と  $m$  の間

$l$  の式は, 図より傾きが  $\frac{1}{2}$  で,  $y$  切片が3なので,



$$y = \frac{1}{2}x + 3 \dots$$

$m$  の式の傾きは図より  $\frac{2}{3}$  ,  $y = \frac{2}{3}x + c$  とおく。  $x = -1$  のとき  $y = 2$  なので ,

$$\text{代入して, } 2 = -\frac{2}{3} + c, \quad c = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\text{ゆえに, } m \text{ の式は } y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3} \dots$$

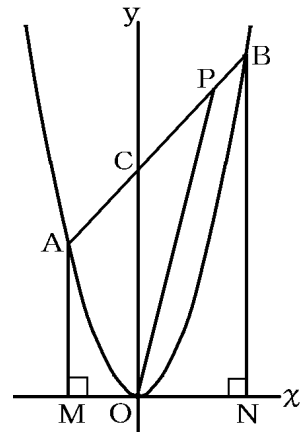
$$\text{に } y = 0 \text{ を代入すると, } 0 = \frac{1}{2}x + 3, \quad 0 = x + 6, \quad x = -6$$

$$\text{に } y = 0 \text{ を代入すると, } 0 = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}, \quad 2x + 8 = 0, \quad x = -4$$

よって  $-6 < b < -4$

10 図のように放物線  $y = ax^2$  上に点  $A(-2, 4)$  , 点  $B(3, 9)$  がある。また ,  $A, B$  から  $x$  軸に下ろした垂線と  $x$  軸の交点をそれぞれ  $M, N$  とするとき次の問いに答えよ。

- (1)  $a$  の値を求めよ。
- (2) 点  $A, B$  を通る直線の方程式を求めよ。
- (3) 線分  $AB$  上に点  $P$  をとる。線分  $OP$  が台形  $AMNB$  の面積を 2 等分するとき , 点  $P$  の座標を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $a = 1$  (2)  $y = x + 6$  (3)  $\left(\frac{25}{12}, \frac{97}{12}\right)$

[解説]

(1)  $y = ax^2$  上に点  $A(-2, 4)$  があるので ,  $x = -2, y = 4$  を  $y = ax^2$  に代入して ,  
 $4 = a \times (-2)^2$  ,  $4a = 4$  ,  $a = 1$

(2) 直線 AB の式を  $y = bx + c$  とおく。

$y = bx + c$  上に点 A(-2, 4)があるので,  $x = -2, y = 4$  を  $y = bx + c$  に代入して,  
 $4 = -2b + c \dots$

また,  $y = bx + c$  上に点 B(3, 9)があるので,  $x = 3, y = 9$  を  $y = bx + c$  に代入して,  
 $9 = 3b + c \dots$

, を  $b, c$  についての連立方程式として解く。

- より,  $5 = 5b, b = 1$  これを に代入すると,  $9 = 3 + c, c = 6$

ゆえに直線 AB の式は  $y = x + 6$

$$(3) (\text{台形 AMNB の面積}) = \frac{1}{2} \times (4 + 9) \times 5 = \frac{65}{2}$$

$$(\text{台形 AMOC の面積}) = \frac{1}{2} \times (4 + 6) \times 2 = 10$$

線分 OP が台形 AMNB の面積を 2 等分するので,

$$(\text{台形 AMOC の面積}) + (\text{ OPC の面積}) = \frac{65}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{したがって, } (\text{ OPC の面積}) = \frac{65}{2} \times \frac{1}{2} - 10 = \frac{25}{4}$$

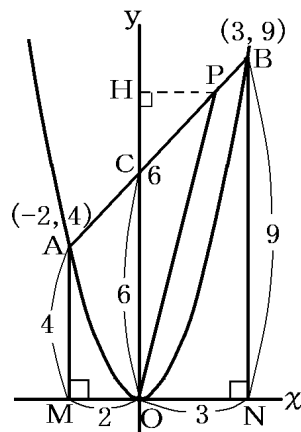
底辺を OC とすると, 右図の PH が高さになる。

$$\text{ゆえに, } (\text{ OPC の面積}) = \frac{1}{2} \times \text{OC} \times \text{PH} = \frac{25}{4}$$

$$\text{OC} = 6 \text{ なので, } \frac{1}{2} \times 6 \times \text{PH} = \frac{25}{4} \quad \text{ゆえに, } \text{PH} = \frac{25}{4} \div 3 = \frac{25}{12}$$

$$\text{よって, 点 P の } x \text{ 座標は } \frac{25}{12} \quad y = x + 6 = \frac{25}{12} + 6 = \frac{97}{12}$$

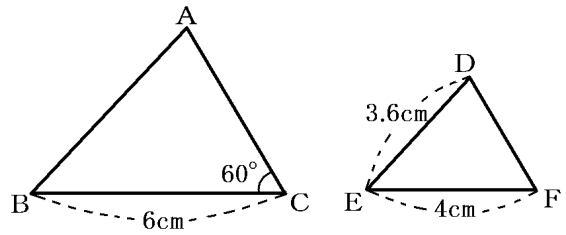
$$\text{ゆえに点 P の座標は } \left( \frac{25}{12}, \frac{97}{12} \right)$$



11 右の図で、 $ABC \sim DEF$  である。

(1)  $F$  の大きさを求めよ。

(2) 辺  $AB$  の長さを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $60^\circ$  (2) 5.4cm

[解説]

(1) 図より、 $A$  と  $D$ 、 $B$  と  $E$ 、 $C$  と  $F$  が対応している。ゆえに  $F = C = 60^\circ$

(2) 辺の対応関係より、 $AB : DE = BC : EF$ 、 $AB : 3.6 = 6 : 4$

外項の積は内項の積に等しいので、 $AB \times 4 = 3.6 \times 6$ 、 $AB = 5.4\text{cm}$

12 次の  $x$  にあてはまる数を求めよ。

(1)  $3 : 4 = x : 8$

(2)  $1.6 : 5.6 = x : 7$

(3)  $\frac{5}{8} : 1\frac{2}{3} = x : 24$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $x = 6$  (2)  $x = 2$  (3)  $x = 9$

[解説]

\*  $a : b = c : d$  ならば、 $bc = ad$  : 内項の積 = 外項の積

(1)  $3 : 4 = x : 8$ 、 $4 \times x = 3 \times 8$ 、 $4x = 24$  ゆえに、 $x = 6$

(2)  $1.6 : 5.6 = x : 7$ 、 $5.6 \times x = 1.6 \times 7$   $x = \frac{1.6 \times 7}{5.6} = \frac{16 \times 7}{56} = 2$

(3)  $\frac{5}{8} : 1\frac{2}{3} = x : 24$ 、 $1\frac{2}{3} \times x = \frac{5}{8} \times 24$ 、 $\frac{5}{3}x = 15$  ゆえに、 $x = 15 \times \frac{3}{5} = 9$

【】試験問題 H

1 次の計算をしなさい。

(1)  $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$

(2)  $\sqrt{75} \times \sqrt{3}$

(3)  $\sqrt{45} - \sqrt{20}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) 6 (2) 15 (3)  $\sqrt{5}$

[解説]

\*  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$  ,  $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$  同じ の傘の中に入れる

\*  $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$  をつかって の中を簡単な数にする( $a^2$  : 4, 9, 16, 25, 36, 49 など)

(1)  $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3} \times \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 3 \times 2 = 6$

(2)  $\sqrt{75} \times \sqrt{3} = \sqrt{25 \times 3} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 5 \times 3 = 15$

\*  $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$  を使って式を簡単な形にしてから同類項を整理する。

(3)  $\sqrt{45} - \sqrt{20} = \sqrt{9 \times 5} - \sqrt{4 \times 5} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$

2  $5\sqrt{x}$   $6$  にあてはまる自然数  $x$  はいくつありますか。

[解答欄]

[解答]12 個

[解説]

$5\sqrt{x}$   $6$  の各辺を 2 乗すると ,  $25x$   $36$

これを満たす自然数  $x$  は 12 個

3  $x = 1 + \sqrt{2}$  のときの  $x^2 - 2x$  の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]1

[解説]

$x^2 - 2x = x(x-2)$  に  $x=1+\sqrt{2}$  を代入すると,

$$(1+\sqrt{2})(1+\sqrt{2}-2) = (1+\sqrt{2})(-1+\sqrt{2}) = (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 2-1=1$$

\* (別解)

$$x=1+\sqrt{2} \text{ より } x-1=\sqrt{2}$$

両辺を 2 乗すると,  $x^2 - 2x + 1 = 2$  ゆえに  $x^2 - 2x = 2 - 1 = 1$

4 次の方程式を解きなさい。

(1)  $3x^2 - 1 = 0$

(2)  $(x+2)^2 - 4 = 0$

(3)  $x^2 - 4x - 12 = 0$

(4)  $x^2 - 4x = 0$

(5)  $x^2 + 5x + 6 = 0$

(6)  $(x+5)(x-2) = (x-2)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1)  $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$  (2)  $x = -4, 0$  (3)  $x = -2, 6$  (4)  $x = 0, 4$

(5)  $x = -3, -2$  (6)  $x = -4, 2$

[解説]

(1) \* 式を変形して  $x^2 = a$ ,  $x = \pm\sqrt{a}$

$$3x^2 - 1 = 0, 3x^2 = 1, x^2 = \frac{1}{3} \text{ ゆえに } x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(2) \* 式を整理して  $(x+b)^2 = a$ ,  $x+b = \pm\sqrt{a}$ ,  $x = -b \pm \sqrt{a}$

$$(x+2)^2 - 4 = 0, (x+2)^2 = 4, x+2 = \pm 2 \quad x+2 = -2 \text{ のとき } x = -4$$

$$x+2 = 2 \text{ のとき } x = 0 \text{ ゆえに } x = -4, 0$$

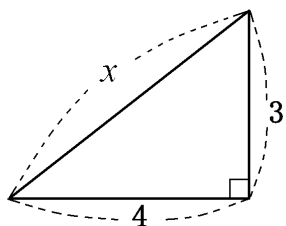
\* (3) ~ (6) 因数分解で  $A \times B = 0$  の形にする。  $A \times B = 0$  が成りたつのは  $A = 0$  か  $B = 0$  のとき。

(3) かけて  $-12$ , 加えて  $-4$  になる 2 数は  $2, -6$  なので,  $x^2 - 4x - 12 = 0$  の左辺を  
因数分解すると,  $(x+2)(x-6) = 0$  よって  $x+2=0, x-6=0$  ゆえに  
 $x = -2, 6$

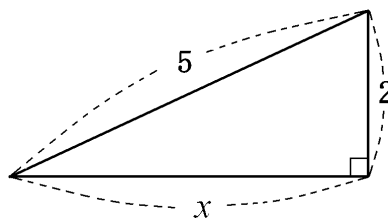
- (4)  $x^2 - 4x = 0$  の左辺について共通因数  $x$  をくくり出すと,  $x(x-4) = 0$   
よって  $x=0, x-4=0$  ゆえに  $x=0, 4$
- (5) かけて6, 加えて5になる2数は3, 2なので,  $x^2 + 5x + 6 = 0$  の左辺を因数分解  
すると,  $(x+3)(x+2) = 0$  よって  $x+3=0, x+2=0$  ゆえに  $x=-3, -2$
- (6) まず,  $(x+5)(x-2) = (x-2)$  の式を整理する。  $x^2 + 3x - 10 = x - 2$   
 $x^2 + 2x - 8 = 0$  かけて-8, 加えて2になる2数は4, -2なので,  
 $(x+4)(x-2) = 0$  よって  $x+4=0, x-2=0$  ゆえに  $x=-4, 2$

5 下の図で  $x$  の値を求めなさい。

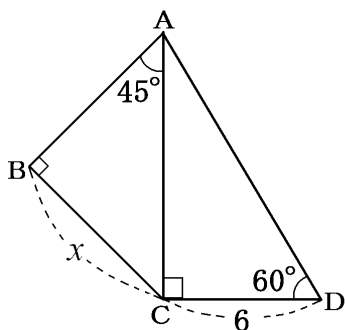
(1)



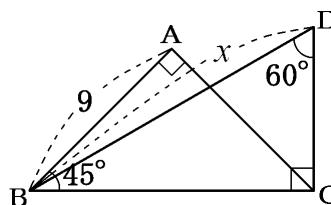
(2)



(3)



(4)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)  $x=5$  (2)  $x=\sqrt{21}$  (3)  $x=3\sqrt{6}$  (4)  $x=6\sqrt{6}$

[解説]

(1)  $x^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ ,  $x=5$

(2)  $x^2 + 2^2 = 5^2$ ,  $x^2 = 21$ ,  $x = \sqrt{21}$

(3) ACD は  $30^\circ 60^\circ 90^\circ$  の直角三角形なので,  $AC : CD = \sqrt{3} : 1$   
 $CD = 6$  なので,  $AC : 6 = \sqrt{3} : 1$ ,  $AC = 6\sqrt{3}$

次に, ABC は  $45^\circ 45^\circ 90^\circ$  の直角二等辺三角形なので,  $BC : AC = 1 : \sqrt{2}$

ゆえに,  $x : 6\sqrt{3} = 1 : \sqrt{2}$ ,  $\sqrt{2}x = 6\sqrt{3}$ ,  $x = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{6}}{2} = 3\sqrt{6}$

(4) ABC は  $45^\circ 45^\circ 90^\circ$  の直角二等辺三角形なので,

$AB : BC = 1 : \sqrt{2}$ ,  $9 : BC = 1 : \sqrt{2}$ ,  $BC = 9\sqrt{2}$

次に, BCD は  $30^\circ 60^\circ 90^\circ$  の直角三角形なので,

$BD : BC = 2 : \sqrt{3}$ ,  $BD : 9\sqrt{2} = 2 : \sqrt{3}$ ,  $\sqrt{3} BD = 18\sqrt{2}$ ,

$BD = \frac{18\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{6}}{3} = 6\sqrt{6}$

6 次の問いに答えなさい。

(1) 1 辺が 4cm の立方体の対角線の長さを求めなさい。

(2) 底面の半径が 3cm, 母線の長さが 4cm の円すいの高さを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $4\sqrt{3}$  cm (2)  $\sqrt{7}$  cm

[解説]

(1) まず, 直角三角形 HFE について,

$HF^2 = HE^2 + EF^2 = 4^2 + 4^2 = 32$

次に, 直角三角形 AFH について,

$AF^2 = AH^2 + HF^2 = 4^2 + 32 = 48$

ゆえに,  $AF = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$  cm

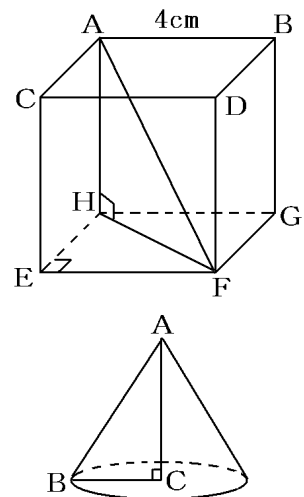
(2) 直角三角形 ABC について,

$AC^2 + BC^2 = AB^2$

$AC^2 + 3^2 = 4^2$

$AC^2 = 16 - 9 = 7$

ゆえに,  $AC = \sqrt{7}$  cm



7 次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形となるのはどれですか。

ア 4cm, 5cm, 6cm      イ  $\sqrt{2}$  cm, 2cm,  $\sqrt{5}$  cm      ウ 6cm, 8cm, 10cm

[解答欄]

[解答]ウ

[解説]

(1 番長い辺)<sup>2</sup> = (他の 1 辺)<sup>2</sup> + (他の 1 辺)<sup>2</sup> が成り立つとき直角三角形になる。

ア  $6^2 = 36$ ,  $5^2 + 4^2 = 41$ ,  $6^2 \neq 5^2 + 4^2$  なので直角三角形ではない。

イ  $(\sqrt{5})^2 = 5$ ,  $2^2 + (\sqrt{2})^2 = 6$ ,  $(\sqrt{5})^2 \neq 2^2 + (\sqrt{2})^2$  なので直角三角形ではない。

ウ  $10^2 = 100$ ,  $6^2 + 8^2 = 100$ ,  $10^2 = 6^2 + 8^2$  なので直角三角形である。

8 次の条件が与えられたとき，四角形 ABCD が平行四辺形になるものには を，平行四辺形になるとはかぎらないものには × をつけなさい。ただし，四角形 ABCD の対角線の交点を O とします。

ア AD // BC, AB = DC      イ AD // BC, AD = BC      ウ AO = OC, AB = DC

エ AO = OC, BO = OD      オ AO = OC, A = C

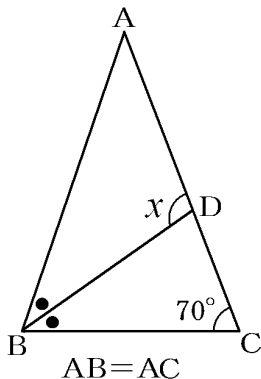
[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
-----	-----	-----	-----	-----

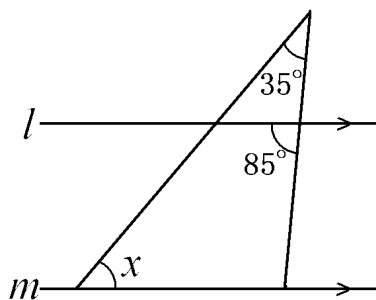
[解答]ア ×    イ      ウ ×    エ      オ ×

9 次の図で  $x$  の大きさを求めなさい。

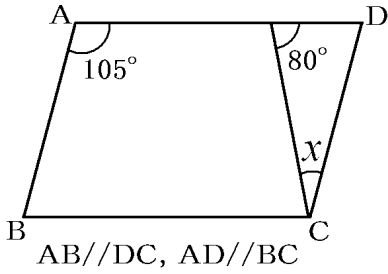
(1)



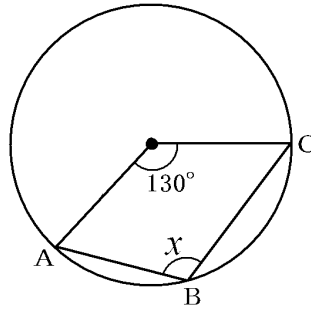
(2)



(3)



(4)



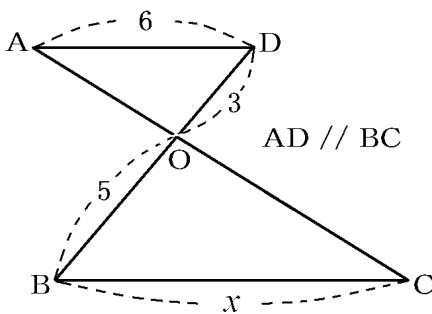
[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

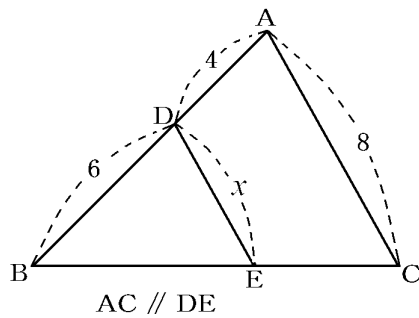
[解答](1) 105° (2) 50° (3) 25° (4) 115°

10 下の図で,  $x$  の値を求めなさい。

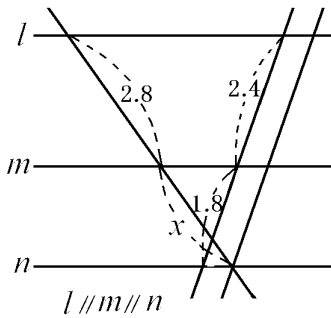
(1)



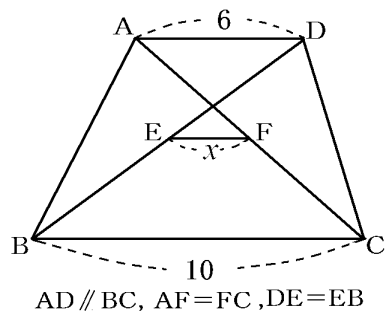
(2)



(3)



(4)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

[解答](1)  $x = 10$  (2)  $x = \frac{24}{5}$  (3)  $x = 2.1$  (4)  $x = 2$

[解説]

(1)  $AD \parallel BC$  なので,

$$x : 6 = 5 : 3$$

外項の積  $x \times 3$  は、内項の積  $6 \times 5$  に等しいので、

$$3x = 30 \quad \text{ゆえに、} x = 10$$

(2)  $AC \parallel DE$  なので、

$$x : 8 = 6 : (6 + 4)$$

外項の積  $x \times 10$  は、内項の積  $8 \times 6$  に等しいので、

$$10x = 48 \quad \text{ゆえに、} x = \frac{48}{10} = \frac{24}{5}$$

(3)  $l \parallel m$  なので、

$$x : 2.8 = 1.8 : 2.4$$

外項の積  $x \times 2.4$  は、内項の積  $2.8 \times 1.8$  に等しいので、

$$2.4x = 2.8 \times 1.8, \quad 240x = 28 \times 18$$

$$\text{ゆえに } x = \frac{28 \times 18}{240} = \frac{21}{10}$$

(4)  $AF : FC = 1 : 1, DE : EB = 1 : 1$  なので、 $EF \parallel BC$

$CAD$  で、 $FG : AD = CF : CA = 1 : 2, FG : 6 = 1 : 2$

外項の積  $FG \times 2$  は、内項の積  $6 \times 1$  と等しいので、

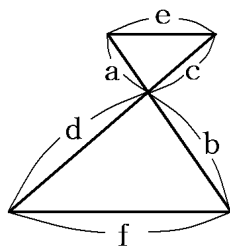
$$FG \times 2 = 6 \quad \text{よって } FG = 3$$

また、 $DBC$  で、 $EG : BC = DE : DB = 1 : 2$

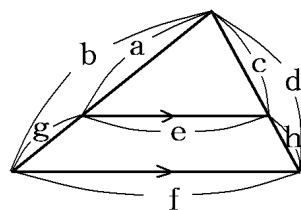
$EG : BC = 1 : 2$  で  $BC = 10$  なので、 $EG : 10 = 1 : 2$

外項の積  $EG \times 2$  は、内項の積  $10 \times 1$  と等しいので、

$$2EG = 10 \quad \text{ゆえに } EG = 5 \quad x = EG - FG = 5 - 3 = 2$$

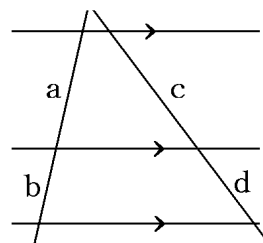


$$a : b = c : d = e : f$$



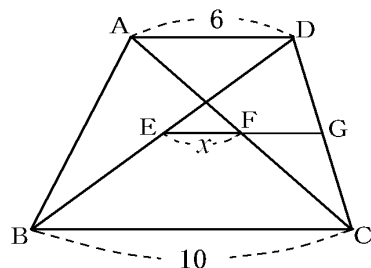
$$a : b = c : d = e : f$$

$$a : g = c : h$$

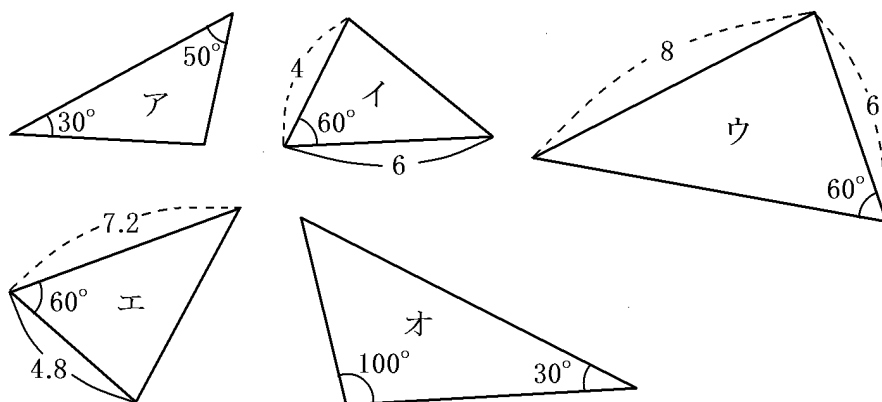


$$a : b = c : d$$

$$(a : c = b : d)$$



11 下の図から ,相似な三角形の組をみつけ ,そのとき使った相似条件をいいなさい。  
(2組あります)



[解答欄]

[解答]アとオ : 2角が等しい , イとエ : 2組の辺の比が等しく , そのはさむ角が等しい

[解説]

三角形の相似条件は , 3組の辺の比が等しい , 2組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しい , 2組の角がそれぞれ等しい の3つ。

オでは  $100^\circ$  と  $30^\circ$  が与えられているが , 残りの角は ,  $180^\circ - (100^\circ + 30^\circ) = 50^\circ$  なので , アと2角が等しくなり , 相似条件を満たす。

イとエは角が  $60^\circ$  で等しく , 辺の比は  $4 : 4.8 = 40 : 48 = 5 : 6$  ,  $6 : 7.2 = 60 : 72 = 5 : 6$  で , 2組の辺の比が等しくなるので相似条件を満たす。

12 ある展覧会の入場料はおとな2人と子ども3人では1800円 , おとな4人と子ども1人では2600円です。おとなと子ども1人の入場料はそれぞれいくらですか。おとな1人の入場料を  $x$  円 , 子ども1人の入場料を  $y$  円として連立方程式を立てて解きなさい。

[解答欄]

--

[解答]

おとな 2 人と子ども 3 人では 1800 円なので、 $2x + 3y = 1800 \cdots$

おとな 4 人と子ども 1 人では 2600 円なので、 $4x + y = 2600 \cdots$

、 の連立方程式を代入法で解く。

より  $y = 2600 - 4x$  これを に代入すると、

$2x + 3(2600 - 4x) = 1800$ ,  $2x + 7800 - 12x = 1800$ ,  $-10x = -6000$  ゆえに、

$x = 600$

$x = 600$  を  $y = 2600 - 4x$  に代入すると、 $y = 2600 - 2400 = 200$

ゆえに、 $x = 600$ ,  $y = 200$

ゆえに、おとな 600 円、子ども 200 円…答

13 1 円、5 円、10 円の硬貨が 1 枚ずつあります。この 3 枚の硬貨を同時に投げるとき、次の問いに答えなさい。ただし、3 枚の硬貨とも、表と裏が出るのは同様に確からしいとします。

- (1) 表と裏の出方は全部で何通りありますか。
- (2) 1 円硬貨だけが裏になる確率を求めなさい。
- (3) 3 枚の硬貨全部が表になる確率を求めなさい。
- (4) どれか 2 枚が裏になる確率を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

[解答](1) 8 通り (2)  $\frac{1}{8}$  (3)  $\frac{1}{8}$  (4)  $\frac{3}{8}$

[解説]

$$* (\text{確率}) = \frac{(\text{そのことがおこる場合の数})}{(\text{全体の場合の数})}$$

(1) 右の図より 8 通り

(2) 1 円硬貨だけが裏なので、5 円と 10 円硬貨は表になる。

1 円が裏，5 円が表，10 円が表になる場合は 1 通り

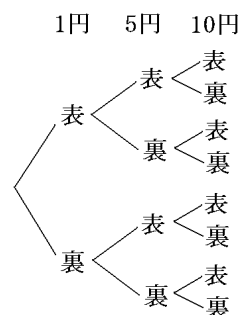
全体の場合の数は(1)より 8 通りなので

$$(\text{確率}) = \frac{1}{8}$$

(3) 3 枚とも表になる場合は 1 通りなので， $(\text{確率}) = \frac{1}{8}$

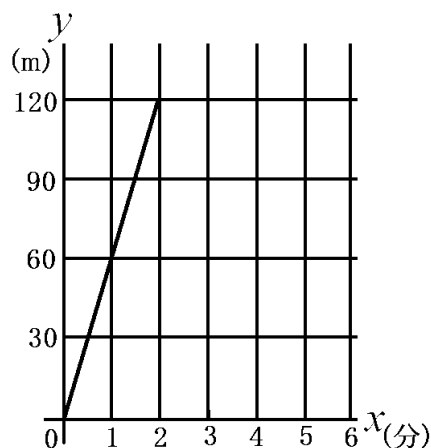
(4) どれか 2 枚が裏になるのは，1 枚が表で 2 枚が裏なので，右図より 3 通り。

$$\text{ゆえに，} (\text{確率}) = \frac{3}{8}$$



14 2つのエレベーターA, B を使っているビルがあります。1階と最上階の間は120mあり，A, Bはその間を途中で止まらずに，それぞれ一定の速さで往復しています。最初，A, Bは1階から同時に上がり始めます。Aは毎分60mの速さで上がり，最上階で30秒停止した後，上りと同じ速さで下ります。また，Bは上り始めてから3分後に最上階につきます。

上り始めてからの時間を  $x$  (分)，1階からエレベーターまでの高さを  $y$  (m) とするとき，次の問いに答えなさい。



(1) 右のグラフは，A が上り始めてから最上階につくまでの  $x$  と  $y$  の関係を表したものです。このグラフについて， $y$  を  $x$  の式で表しなさい。また， $x$  の変域を求めなさい。

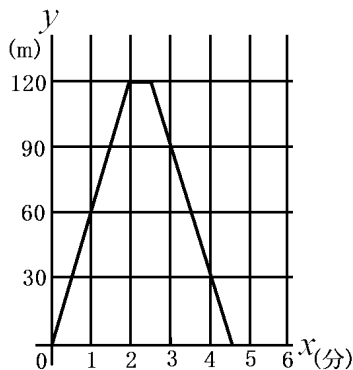
(2) A が最初に最上階に着いたときから 1 階にもどるまでの， $x$  と  $y$  の関係を表すグラフをかき入れなさい。

(3) A, B が上り始めてから，最初に同じ高さになるのは何分後ですか。

[解答欄]

(1)	(3)
-----	-----

[解答](1)  $y = 60x$  ,  $0 \leq x \leq 2$  (2)



(3) 2.7 分後

[解説]

(3) B は上り始めてから 3 分後に  
最上階に着くので、速さは 40m/分  
ゆえに、 $y = 40x \dots$

A の下りの速さは 60 m/分なので

A の下りの式は、 $y = -60x + b$  とおくことができる。

これに、 $x = 2.5$ 、 $y = 120$ を代入すると、 $120 = -60 \times 2.5 + b$ で  $b = 270$

ゆえに、 $y = -60x + 270 \dots$

、を連立方程式として解くと、 $x = 2.7$

【】試験問題 I

1 次の計算をなさい。

(1)  $2 - 8 \div 4$

(2)  $(-3)^2 - 2^3$

(3)  $6ab \div \frac{4}{3}b^2 \times 4a$

(4)  $\frac{2a+b}{3} - \frac{a-b}{4}$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) 0 (2) 1 (3)  $\frac{18a^2}{b}$  (4)  $\frac{5a+7b}{12}$

[解説]

(1)  $2 - 8 \div 4 = 2 - 2 = 0$

(2)  $(-3)^2 - 2^3 = 9 - 8 = 1$

(3)  $6ab \div \frac{4}{3}b^2 \times 4a = 6ab \times \frac{3}{4b^2} \times 4a = \frac{18a^2}{b}$

(4)  $\frac{2a+b}{3} - \frac{a-b}{4} = \frac{4(2a+b)}{12} - \frac{3(a-b)}{12} = \frac{4(2a+b) - 3(a-b)}{12}$   
 $= \frac{8a+4b-3a+3b}{12} = \frac{5a+7b}{12}$

2 次の1次方程式，連立方程式，2次方程式を解きなさい。

(1)  $4x - 3 = -x - 3$

(2)  $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 4x + 3y = 9 \end{cases}$

(3)  $x^2 - 8x + 16 = 0$

(4)  $(x^2 - 2)^2 = (x^2 - 8)^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)  $x=0$  (2)  $x=3, y=-1$  (3)  $x=4$  (4)  $x=\pm\sqrt{5}$

[解説]

(1)  $4x-3=-x-3, 5x=0$  ゆえに  $x=0$

(2) 加減法で解く。  $\begin{cases} 3x-2y=11 \\ 4x+3y=9 \end{cases}$  の  $y$  の係数を6にあわせるために、上の式に3を

かけ下の式に2をかけると、  $\begin{cases} 9x-6y=33 \\ 8x+6y=18 \end{cases}$  この上と下の式を加えると、

$17x=51$  よって  $x=3$   $4x+3y=9$  に  $x=3$  を代入すると、

$12+3y=9, 3y=-3$  ゆえに  $y=-1$

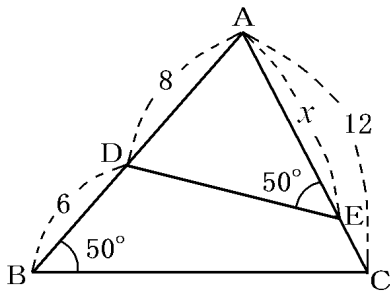
(3)  $x^2-8x+16=0, (x-4)^2=0$  ゆえに  $x=4$

(4) まず、 $(x^2-2)^2=(x^2-8)^2$  を展開して式を整理する。

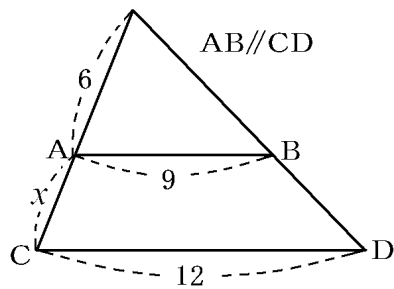
$x^4-4x^2+4=x^4-16x^2+64, 12x^2=60, x^2=5$  ゆえに  $x=\pm\sqrt{5}$

3 次の図形で、 $x$  の値を求めなさい。

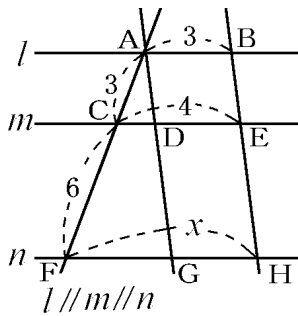
(1)



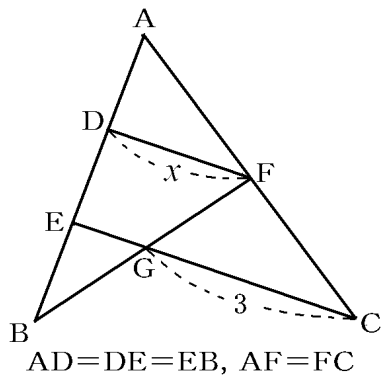
(2)



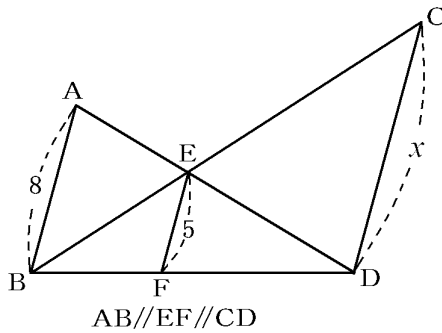
(3)



(4)



(5)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1)  $x = \frac{28}{3}$  (2)  $x = 2$  (3)  $x = 6$  (4)  $x = 2$  (5)  $x = \frac{40}{3}$

[解説]

(1) ADE と ACB において

A は共通,  $\angle AED = \angle ABC$  より 2 角が等しいので,  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$   
 ゆえに  $AE : AB = AD : AC$ ,  $x : 14 = 8 : 12$ , 外項の積  $x \times 12$  は, 内項の積  $14 \times 8$  と

等しいので,  $12x = 14 \times 8$  ゆえに,  $x = \frac{14 \times 8}{12} = \frac{28}{3}$

(2)  $AB \parallel CD$  なので,  $6 : (6 + x) = 9 : 12$ ,  $9(x + 6) = 72$ ,  $x + 6 = 8$ ,  $x = 2$

(3)  $m \parallel n$  なので,  $CD : FG = AC : AF$ ,

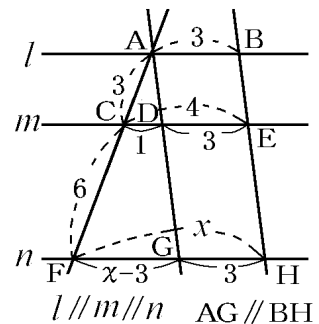
$(4 - 3) : (x - 3) = 3 : 9$   $1 : (x - 3) = 1 : 3$

内項の積  $(x - 3) \times 1$  は, 外項の積  $1 \times 3$  と等しいので,  
 $x - 3 = 3$  ゆえに,  $x = 6$

(4)  $AD = DE$ ,  $AF = FC$  なので  $DF \parallel EC$  (中点連結定理より)

$$EG = \frac{1}{2} DF = \frac{1}{2} x$$

$CE = 2 DF$  なので,  $\frac{1}{2} x + 3 = 2x$ , これを解くと  $x = 2$



(5) DAB で,  $AB \parallel EF$  なので,

$$DF : DB = EF : AB = 5 : 8$$

ゆえに,  $DF : FB = 5 : 3$

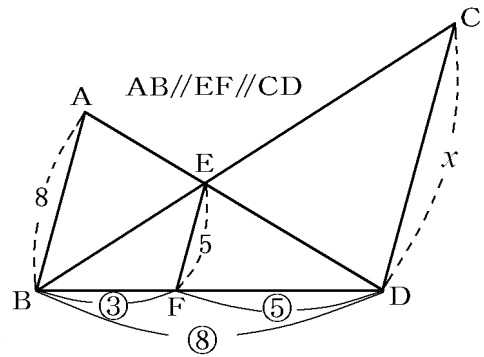
ゆえに  $BF : BD = 3 : 8$

BCD で,  $EF \parallel CD$  なので,

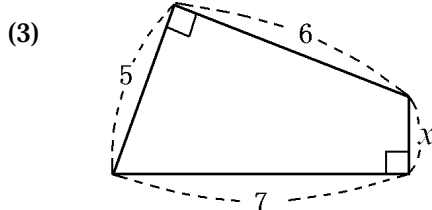
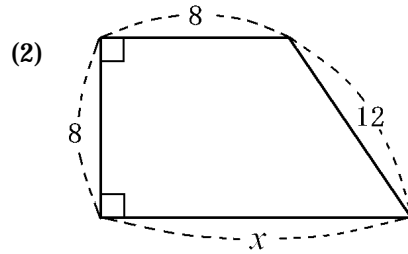
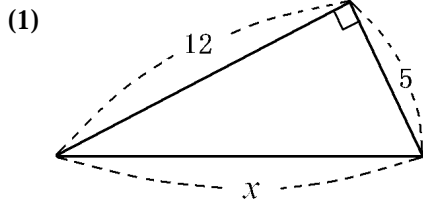
$$EF : CD = BF : BD \quad 5 : x = 3 : 8$$

内項の積  $x \times 3$  は, 外項の積  $5 \times 8$  に等しいので,

$$3x = 40 \quad \text{ゆえに, } x = \frac{40}{3}$$



4 次の図の  $x$  の値を求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $x = 13$  (2)  $x = 4\sqrt{5} + 8$  (3)  $x = 2\sqrt{3}$

[解説]

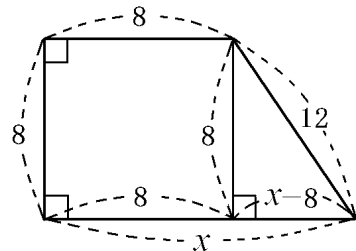
(1)  $x^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$ , ゆえに,  $x = 13$

(2) 右図より

$$(x-8)^2 + 8^2 = 12^2$$

$$(x-8)^2 = 144 - 64 = 80$$

$$x-8 = \pm\sqrt{80}, \quad x = 8 \pm 4\sqrt{5}$$



図より  $x > 8$  ゆえに,  $x = 8 + 4\sqrt{5}$

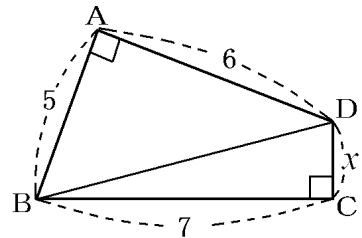
(3) 右図のように, 対角線  $BD$  を引いて考える

$ABD$  で,  $BD^2 = 5^2 + 6^2 = 61$

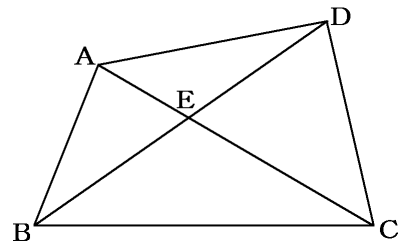
$BCD$  で,  $BD^2 = x^2 + 7^2$

ゆえに,  $x^2 + 7^2 = 61$ ,  $x^2 = 12$

ゆえに,  $x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$



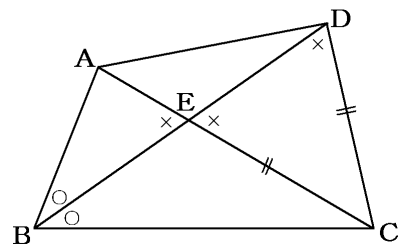
5 右の図の四角形  $ABCD$  において, 対角線  $AC$ ,  $BD$  の交点を  $E$  とする。  $\angle ABE = \angle EBC$ ,  $CD = CE$  が成り立っているとき,  $\triangle ABE \cong \triangle CBD$  であることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle CBD$  において  
 仮定より,  $\angle ABE = \angle CBD$ ・・・  
 対頂角は等しいので,  $\angle AEB = \angle CED$   
 仮定より,  $CD = CE$  なので,  $\triangle CDE$  は二等辺三角形  
 で



$\angle CED = \angle CDE$   
 よって,  $\angle AEB = \angle CDE = \angle CDB$  で,  $\angle AEB = \angle CDB$ ・・・  
 , より 2 角が等しいので

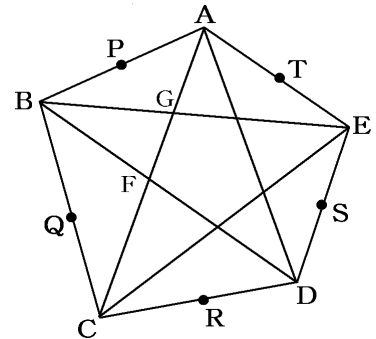
$\triangle ABE \cong \triangle CBD$

[解説]

\*  $CD = CE$   $\triangle CDE$  (二等辺三角形の底角は等しい)

6 右の図は、五角形 ABCDE に 5 本の対角線をひいたものであり、 $\angle ACE = 34^\circ$ 、

$\angle CEB = 42^\circ$ 、 $\angle EBD = 30^\circ$  である。また、点 F は対角線 AC と BD の交点であり、5 点 P, Q, R, S, T は、それぞれ辺 AB, BC, CD, DE, EA の中点である。次の問いに答えなさい。



(1)  $\angle AFD$  の大きさを求めなさい。

(2) 5 本の対角線の長さの和が

$$AC + CE + EB + BD + DA = 36\text{cm}$$

のとき、5 点 P, Q, R, S, T を結んでできる。五角形 PQRST の周りの長さ

$PQ + QR + RS + ST + TP$  を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $106^\circ$  (2) 18cm

[解説]

(1) 三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しい。

CEG に注目すると、

$$\angle AGE = \angle GCE + \angle GEC = 34^\circ + 42^\circ = 76^\circ$$

対頂角は等しいので  $\angle BGF = \angle AGE = 76^\circ$

BFG に注目すると、

$$\angle AFD = \angle FBG + \angle BGF = 30^\circ + 76^\circ = 106^\circ$$

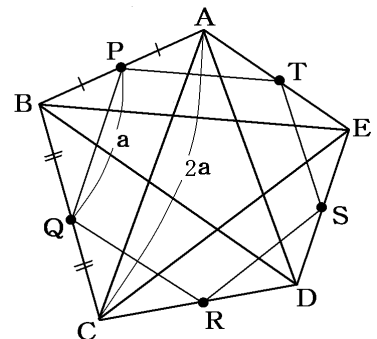
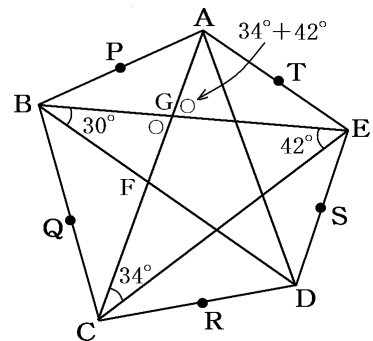
(2) BAC について、P, Q はそれぞれ辺 BA, BC の中点

なので、中点連結定理より  $PQ = \frac{1}{2} AC$

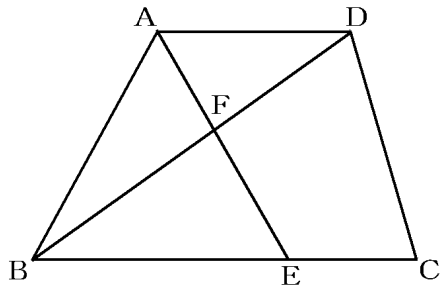
同様に、 $QR = \frac{1}{2} BD$ ,  $RS = \frac{1}{2} CE$ ,  $ST = \frac{1}{2} DA$ ,  $TP = \frac{1}{2} EB$

ゆえに、 $PQ + QR + RS + ST + TP$

$$= \frac{1}{2} (AC + BD + CE + DA + EB) = \frac{1}{2} \times 36 = 18\text{cm}$$



7 右の図で 四角形 ABCD は AD//BC の台形，  
E は辺 BC 上の点で BE=2EC，F は線分 AE と  
DB との交点である。また， ABE は正三角形，  
DEC は DE = DC の二等辺三角形である。



BC = 12cm のとき，次の問いに答えなさい。

- (1) 線分 DE の長さを求めなさい。  
(2) FBE の面積は， DEC の面積の何倍になりますか。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $2\sqrt{13}$  cm (2)  $\frac{8}{7}$  倍

[解説]

(1) A，D から BC に垂線 AP，DQ をおろす。

BE=2EC，BC = 12 なので，BE = 8

ABE は正三角形なので，AB = 8

ABP = 60°

ABP は 30° 60° 90° の直角三角形なので，

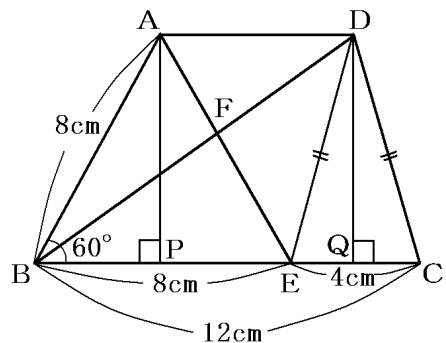
AP : AB =  $\sqrt{3} : 2$

AP : 8 =  $\sqrt{3} : 2$ ，AP × 2 = 8 ×  $\sqrt{3}$ ，AP =  $4\sqrt{3}$

AD // BC なので DQ = AP =  $4\sqrt{3}$

BC = 12，BE = 2EC なので EC = 4

DEC は二等辺三角形なので，EQ =  $\frac{1}{2} \times EC = 2$



直角三角形 DEQ に注目すると， $DE^2 = DQ^2 + EQ^2 = (4\sqrt{3})^2 + 2^2 = 52$

ゆえに  $DE = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$  cm

(2) ( DEC の面積 ) =  $\frac{1}{2} \times EC \times DQ = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

( ABE の面積 ) =  $\frac{1}{2} \times BE \times AP = \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$

ところで、 $AD = PQ = PE + EQ = 4 + 2 = 6 \text{ cm}$

$AD = 6 \text{ cm}$ 、 $BE = 8 \text{ cm}$  なので

$AF : EF = AD : BE = 3 : 4$

FBE と ABE の底辺をそれぞれ、FE、AE とすると、高さは共通で等しいので面積比は底辺の比と等しく、 $4 : (3+4) = 4 : 7$  になる。

$$\text{ゆえに ( FBE の面積) = ( ABE の面積) } \times \frac{4}{7} = 16\sqrt{3} \times \frac{4}{7} = \frac{64\sqrt{3}}{7}$$

$$\text{( FBE の面積) } \div \text{( DEC の面積) } = \frac{64\sqrt{3}}{7} \div 8\sqrt{3} = \frac{8}{7}$$

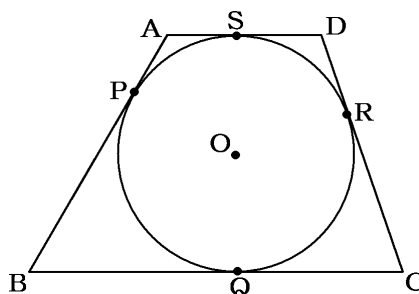
ゆえに FBE の面積は、DEC の面積の  $\frac{8}{7}$  倍になる

8 AD//BC である台形 ABCD に、半径 3cm の

円 O が内接している。円 O と辺 AB、BC、CD、DA との接点をそれぞれ、P、Q、R、S とする。

$OB = CQ = 6 \text{ cm}$  のとき、次の問いに答えなさい。

- (1)  $\angle PBQ$  は何度ですか。
- (2) AB の長さを求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $60^\circ$  (2)  $4\sqrt{3} \text{ cm}$

[解説]

(1) 点 Q は接点なので  $OQ \perp BC$

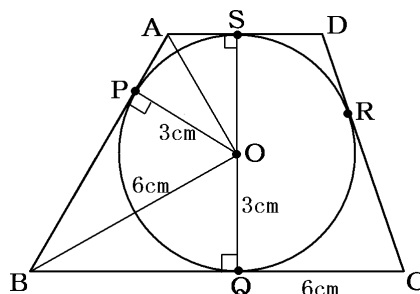
直角三角形 OBQ で、 $OB : OQ = 6 : 3 = 2 : 1$  なので

OBQ は  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  の直角三角形になる。

$\angle OBQ = 30^\circ$

$\angle OBP = \angle OBQ$  なので、 $\angle PBQ = 60^\circ$

(2)  $\triangle OBP$  は  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  の直角三角形なので、



$$PB : PO = \sqrt{3} : 1, PB : 3 = \sqrt{3} : 1, PB = 3\sqrt{3} \dots$$

AD // BC なので

$$\angle BAD = 180^\circ - \angle PBQ = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\angle PAO = \frac{1}{2} \angle BAD = 60^\circ$$

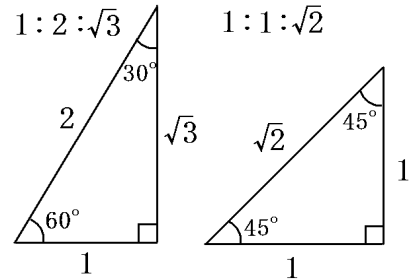
$\angle APO = 90^\circ$  なので,  $\triangle APO$  は  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  の直角三角形になる。

$$\text{ゆえに } AP : PO = 1 : \sqrt{3}$$

$$AP = PO \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \dots$$

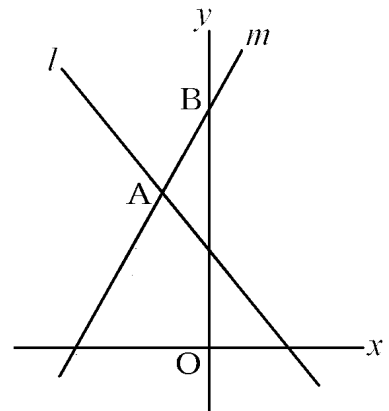
$$\therefore \text{より, } AB = 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

特殊な直角三角形



9 右の図で, 直線  $l$  は方程式  $6x + ay = 18$  のグラフ, 直線  $m$  は方程式  $bx - y = -10$  のグラフである。2 直線  $l, m$  の交点  $A$  の座標が  $(-2, 6)$  のとき, 次の問いに答えなさい。

- (1)  $a, b$  の値を求めなさい。
- (2) 直線  $m$  と  $y$  軸との交点を  $B$  とするとき, 点  $B$  を通り直線  $l$  に平行な直線の式を求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $a = 5, b = 2$  (2)  $y = -\frac{6}{5}x + 10$

10 次の問いに答えなさい。

- (1) 直角三角形 ABC で、斜辺 AB が 14cm で、直角をはさむ 2 辺のうちひとつの辺 BC の長さが 7cm のとき、 $\angle A$  の大きさは何度ですか。
- (2) 1 辺が 6cm の正三角形の面積を求めなさい。
- (3) 座標軸において、2 点 A, B の間の距離が  $5\sqrt{2}$  であり、A の座標が  $(-2, -1)$  のとき B の座標を求めなさい。ただし、B は、 $x$  座標、 $y$  座標とも、自然数である。
- (4) 2 辺の長さが、8cm, 12cm である三角形が直角三角形になるのは、残りの辺の長さが何 cm のときですか。すべて答えなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)  $30^\circ$  (2)  $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$  (3) (3, 4) (4)  $4\sqrt{13} \text{ cm}$ ,  $4\sqrt{5} \text{ cm}$

[解説]

(1) 右図のような直角三角形で、 $14 : 7 = 2 : 1$  なので、

$30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  の三角形になり、 $\angle A = 30^\circ$

(2) 右図で、 $\triangle ABH$  は  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  の直角三角形

になるので、 $AH : BH = \sqrt{3} : 1$

$BH = 3$  なので、 $AH : 3 = \sqrt{3} : 1$  ゆえに、 $AH = 3\sqrt{3}$

( $\triangle ABC$  の面積)  $= \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$

(3) 座標上の 2 点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  の距離は

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$  の式で求めることができる。

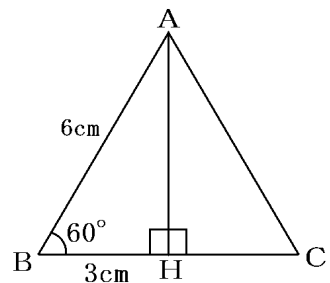
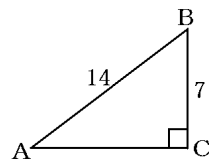
点 A の座標は  $(-2, -1)$ 、点 B の座標を  $(a, b)$  とおくと、

$$AB = \sqrt{(a - (-2))^2 + (b - (-1))^2} = 5\sqrt{2}$$

ゆえに、 $(a + 2)^2 + (b + 1)^2 = 50$

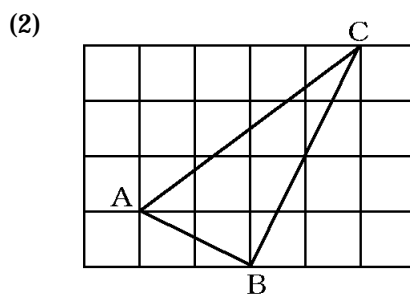
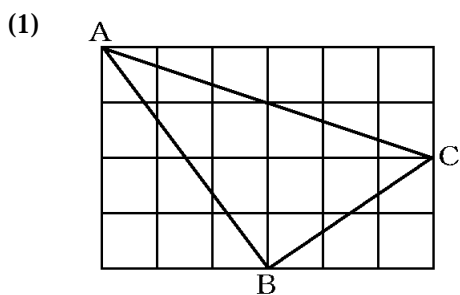
$$(b + 1)^2 = 50 - (a + 2)^2$$

$a, b$  ともに自然数なので、 $(b + 1)^2 = 4$



$a = 1$  のとき,  $(b+1)^2 = 50 - 3^2 = 41$  41は平方数ではないので不適  
 $a = 2$  のとき,  $(b+1)^2 = 50 - 4^2 = 34$  34は平方数ではないので不適  
 $a = 3$  のとき,  $(b+1)^2 = 50 - 5^2 = 25$   $b+1 = 5, b = 4$  適する  
 $a = 4$  のとき,  $(b+1)^2 = 50 - 6^2 = 14$  14は平方数ではないので不適  
 $a = 5$  のとき,  $(b+1)^2 = 50 - 7^2 = 1$   $(b+1)^2 = 4$  4なので不適  
 $a = 6$  のとき,  $(b+1)^2 = 50 - (a+2)^2 < 0$  となり不適  
 ゆえに,  $a = 3, b = 4$

11 下の図のように, 方眼紙に書かれた ABC がある。 ABC は直再三角形といえますか。 , × で答えなさい。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) × (2)

[解説]

(1 番長い辺)<sup>2</sup> = (他の 1 辺)<sup>2</sup> + (他の 1 辺)<sup>2</sup> が成り立つとき直角三角形になる。

(1) 1 番長い辺は AC, 図より  $AC^2 = 2^2 + 6^2 = 40$

$AB^2 = 4^2 + 3^2 = 25$ ,  $BC^2 = 2^2 + 3^2 = 13$  なので  $AB^2 + BC^2 = 38$

ゆえに,  $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$  ゆえに, 直角三角形ではない。

(2) 1 番長い辺は AC, 図より  $AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

$AB^2 = 1^2 + 2^2 = 5$ ,  $BC^2 = 4^2 + 2^2 = 20$  なので  $AB^2 + BC^2 = 25$

ゆえに,  $AC^2 = AB^2 + BC^2$  ゆえに, 直角三角形である。

12  $a^2 + b^2 = c^2$  が成り立つような, 20 までの数  $a, b, c$  の組み合わせを 2 つ答えなさい。ただし,  $a < b$  とする。

[解答欄]

[解答]  $(a, b, c) = (3, 4, 5), (5, 12, 13)$

[解説]

三平方の定理が成り立つ整数の組み合わせでよく出てくるのは,  $(3, 4, 5)$

そのほかに,  $(5, 12, 13), (7, 24, 25)$  などがある。

【】試験問題 J

1 次の問いに答えなさい。

- (1)  $\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{32}$  を計算しなさい。  
 (2)  $x = 3, y = -2$  のとき,  $(-6x^2y + 3x) \div 3x$  の値を求めなさい。  
 (3)  $x = \sqrt{5} + 1$  のとき,  $x^2 - 1$  の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $3\sqrt{2}$  (2) 13 (3)  $5 + 2\sqrt{5}$

[解説]

- (1)  $\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{32} = \sqrt{4 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} + \sqrt{16 \times 2} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$   
 (2)  $(-6x^2y + 3x) \div 3x = (-6x^2y + 3x) \times \frac{1}{3x} = -6x^2y \times \frac{1}{3x} + 3x \times \frac{1}{3x} = -2xy + 1$   
 $-2xy + 1$  に  $x = 3, y = -2$  を代入すると,  $-2 \times 3 \times (-2) + 1 = 12 + 1 = 13$   
 (3)  $x^2 - 1 = (x+1)(x-1) = (\sqrt{5} + 1 + 1)(\sqrt{5} + 1 - 1) = (\sqrt{5} + 2) \times \sqrt{5} = 5 + 2\sqrt{5}$

2 次の二次方程式を解きなさい。

- (1)  $x^2 = 36$  (2)  $x^2 - 5 = 0$   
 (3)  $x^2 + 8x + 12 = 0$  (4)  $3x^2 - 9 = 0$   
 (5)  $x^2 - 2x = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
(5)			

[解答](1)  $x = \pm 6$  (2)  $x = \pm\sqrt{5}$  (3)  $x = -6, -2$  (4)  $x = \pm\sqrt{3}$  (5)  $x = 0, 2$

[解説]

- (2)  $x^2 - 5 = 0, x^2 = 5, x = \pm\sqrt{5}$   
 (3) かけて12, 加えて8になる2数は6, 2なので,  $x^2 + 8x + 12 = 0$  の左辺を因数分解すると,  $(x+6)(x+2) = 0$  よって,  $x+6=0, x+2=0$  ゆえに,  $x = -6, -2$   
 (4)  $3x^2 - 9 = 0$  より  $x^2 - 3 = 0, x^2 = 3, x = \pm\sqrt{3}$   
 (5)  $x^2 - 2x = 0$  の左辺を因数分解すると,  $x(x-2) = 0$   
 よって,  $x = 0, x - 2 = 0$  ゆえに,  $x = 0, 2$

3 関数  $y = ax^2$  で、 $x, y$  の関係が下の表のようになるとき、ア、イにあてはまる数を求め、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	27	12	ア	0	ア	12	27	イ

[解答欄]

ア	イ	
---	---	--

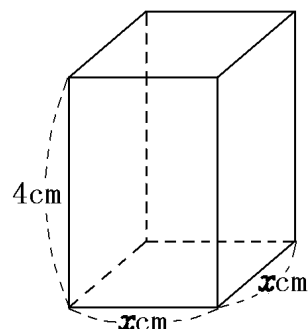
[解答]ア 3 イ 48,  $y = 3x^2$

[解説]

$y = ax^2$  に  $x = 2, y = 12$  を代入すると、 $12 = a \times 4, a = 3$

よって、求める式は  $y = 3x^2$

4 底辺が1辺  $x$  cm の正方形で、高さが 4cm の正四角柱の体積を  $y$   $\text{cm}^3$  とするとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。また、 $x = 5$  のときの  $y$  の値は、 $x = 1$  のときの  $y$  の値の何倍ですか。



[解答欄]

--	--

[解答]  $y = 4x^2$ , 25 倍

[解説]

(四角柱の体積) = (底面積)  $\times$  (高さ) =  $x \times x \times 4$  よって、 $y = 4x^2$

この式より、 $y$  は  $x^2$  に比例するので、 $x$  が 5 倍になると  $y$  は  $5^2 = 25$  倍になる。

5 下のア～エの関数について、次の問いに答えなさい。

ア  $y = x^2$     イ  $y = -3x^2$     ウ  $y = \frac{1}{2}x^2$     エ  $y = -\frac{1}{3}x^2$

- (1) グラフが上に開いた放物線であるものをすべて選び、記号で答えなさい。
- (2) グラフの開きが最も大きいものを選び、記号で答えなさい。
- (3) グラフがウのグラフと  $x$  軸について対称である関数の式を求めなさい。
- (4) グラフが点(3, -27)を通るものを選び、記号で答えなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

[解答](1) ア, ウ (2) エ (3)  $y = -\frac{1}{2}x^2$  (4) イ

[解説]

(1)  $y = ax^2$  で,  $a > 0$  のときグラフは上に開いている。  $a < 0$  のときは下に開いている。

$a > 0$  であるのはアとウ

(2)  $y = ax^2$  の  $a$  の絶対値が小さいほど開き方は大きい。 ア ~ エで  $a$  の絶対値が一番小さいのはエの  $y = -\frac{1}{3}x^2$

(3)  $y = ax^2$  の  $a$  の絶対値が同じで符号が反対の 2 つの放物線は  $x$  軸について対称であるので, ウの  $y = \frac{1}{2}x^2$  と  $x$  軸について対称である関数の式は  $y = -\frac{1}{2}x^2$  である。

(4)  $x = 3$  を式に代入したとき, イは  $y = -3 \times 3^2 = -27$  となるので, イのグラフは点(3, -27)を通る。

6  $y$  が  $x$  の 2 乗に比例していて,  $x = 2$  のとき  $y = 36$  です。次の問いに答えなさい。

- (1)  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。
- (2)  $x = -3$  のとき  $y$  の値を求めなさい。
- (3)  $y = 9$  のときの  $x$  の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $y = 9x^2$  (2)  $y = 81$  (3)  $x = \pm 1$

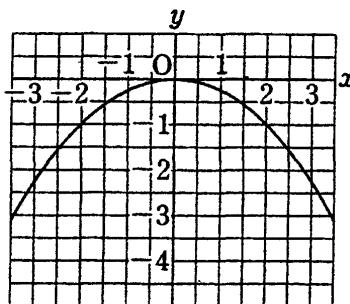
[解説]

(1)  $y$  が  $x$  の 2 乗に比例するので,  $y = ax^2$  とおくことができる。この式に  $x = 2$ ,  $y = 36$  を代入すると,  $36 = a \times 4$ ,  $a = 9$  よって, 求める式は  $y = 9x^2$  となる。

(2)  $y = 9x^2$  に  $x = -3$  を代入すると,  $y = 9 \times (-3)^2 = 81$

(3)  $y = 9x^2$  に  $y = 9$  を代入すると,  $9 = 9x^2$ ,  $x^2 = 1$ ,  $x = \pm 1$

7 右の曲線は  $y = ax^2$  のグラフです。



- (1)  $a$  の値を求めなさい。  
 (2)  $x = 1.5$  のときの  $y$  の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $a = -\frac{1}{4}$  (2)  $y = -\frac{9}{16}$

[解説]

(1) グラフより、この曲線は点(2, -1)を通るので、 $x = 2, y = -1$ を  $y = ax^2$  に代入して、 $-1 = a \times 4, a = -\frac{1}{4}$

(2) (1)よりこの曲線の式は  $y = -\frac{1}{4}x^2$  これに  $x = 1.5 = \frac{3}{2}$  を代入すると、

$$y = -\frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4} \times \frac{9}{4} = -\frac{9}{16}$$

8 次の二次方程式を解きなさい。

- |                            |                                 |
|----------------------------|---------------------------------|
| (1) $3x^2 = 54$            | (2) $x^2 + 6x - 72 = 0$         |
| (3) $x^2 - 12x + 36 = 0$   | (4) $16x^2 - 7 = 0$             |
| (5) $3x^2 = 6x$            | (6) $(x - 3)^2 = 64$            |
| (7) $x^2 - 3x - 40 = 0$    | (8) $(x - 2)(x - 4) = 4x^2 - 1$ |
| (9) $7(x + 10)^2 - 56 = 0$ |                                 |

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1)  $x = \pm 3\sqrt{2}$  (2)  $x = -12, 6$  (3)  $x = 6$  (4)  $x = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$

(5)  $x = 0, 2$  (6)  $x = -5, 11$  (7)  $x = -5, 8$  (8)  $x = -3, 1$

(9)  $x = -10 \pm 2\sqrt{2}$

[解説]

(1)  $3x^2 = 54, x^2 = 18, x = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$

(2) かけて $-72$ , 加えて $6$ になる $2$ 数は $12, -6$ なので,  $x^2 + 6x - 72 = 0$ の左辺を因数分解すると,  $(x+12)(x-6) = 0$  よって,  $x+12=0, x-6=0$  ゆえに,  $x = -12, 6$

(3)  $x^2 - 12x + 36 = 0$ を因数分解すると,  $(x-6)^2 = 0$  よって,  $x-6=0, x=6$

(4)  $16x^2 - 7 = 0, 16x^2 = 7, x^2 = \frac{7}{16}, x = \pm \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$

(5)  $3x^2 = 6x, x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x-2) = 0$  よって,  $x=0, x-2=0$  ゆえに,  $x = 0, 2$

(6)  $(x-3)^2 = 64, x-3 = \pm 8, x = \pm 8 + 3, x = -5, 11$

(7) かけて $-40$ , 加えて $-3$ になる $2$ 数は $5, -8$ なので,  $x^2 - 3x - 40 = 0$ の左辺を因数分解すると,  $(x+5)(x-8) = 0$  よって,  $x+5=0, x-8=0$  ゆえに,  $x = -5, 8$

(8)  $(x-2)(x-4) = 4x^2 - 1$ より,  $x^2 - 6x + 8 - 4x^2 + 1 = 0, -3x^2 - 6x + 9 = 0$   
 $x^2 + 2x - 3 = 0$  かけて $-3$ , 加えて $2$ になる $2$ 数は $3, -1$ なので,  $x^2 + 2x - 3 = 0$   
の左辺を因数分解すると,  $(x+3)(x-1) = 0$  よって,  $x+3=0, x-1=0$   
ゆえに,  $x = -3, 1$

(9)  $7(x+10)^2 - 56 = 0, (x+10)^2 - 8 = 0, (x+10)^2 = 8$  よって,  $x+10 = \pm\sqrt{8}$   
 $x+10 = \pm 2\sqrt{2}, x = -10 \pm 2\sqrt{2}$

9 二次方程式  $x^2 + 8x - 1 = 0$  を  $(x+m)^2 = n$  の形に変形して次のように解きました。( )にあてはまる数を求めなさい。

$$x^2 + 8x - 1 = 0$$

$$x^2 + 8x = 1$$

$$x^2 + 8x + ( \quad )^2 = 1 + ( \quad )^2$$

$$(x+4)^2 = ( \quad )$$

$$x+4 = \pm( \quad )$$

$$x = -4 \pm ( \quad )$$

[解答欄]

--	--	--

[解答] 4      17       $\sqrt{17}$

[解説]

まず,  $x^2 + 8x - 1 = 0$  の定数  $-1$  を右辺に移項して,  $x^2 + 8x = 1$

ここで,  $x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$  の公式を使って, 左辺を( )<sup>2</sup> の形に変形する。

$8x$  の係数  $8$  を  $2$  で割ると  $4$  であるので,  $4^2$  を両辺に加えると,  $x^2 + 8x + 4^2 = 1 + 4^2$  すると左辺は( )<sup>2</sup> の形に変形でき,  $(x+4)^2 = 17$  となる。

よって,  $x+4 = \pm\sqrt{17}$  ゆえに,  $x = -4 \pm \sqrt{17}$

10 二次方程式  $x^2 + 3x - 4a = 0$  の解の1つが  $-8$  であるとき, 他の解を求めなさい。

[解答欄]

--

[解答]  $x = 5$

[解説]

$x^2 + 3x - 4a = 0$  に  $x = -8$  を代入すると,

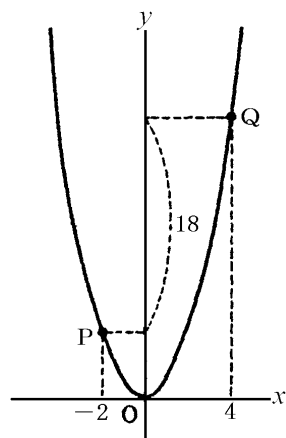
$$64 - 24 - 4a = 0, \quad -4a = -64 + 24, \quad -4a = -40 \quad \text{よって, } a = 10$$

$a = 10$  を  $x^2 + 3x - 4a = 0$  に代入すると,  $x^2 + 3x - 40 = 0$ ,  $(x-5)(x+8) = 0$

$$x-5=0, \quad x+8=0 \quad \text{ゆえに, } x=5, \quad -8$$

したがって, 他の解は  $x = 5$

11 右のグラフは  $y = ax^2$  のグラフです。このグラフは、 $x$  の座標が  $-2$  の点 P と  $x$  座標が  $4$  の点 Q を通り、それぞれの点の  $y$  座標の差は  $18$  です。 $a$  の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答]  $a = \frac{3}{2}$

[解説]

点 P の  $y$  座標は、 $y = a \times (-2)^2 = 4a$

点 Q の  $y$  座標は、 $y = a \times 4^2 = 16a$

P、Q の  $y$  座標の差は  $18$  なので、 $16a - 4a = 18$

$$12a = 18, \quad a = 18 \div 12 = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

12 二次方程式  $x^2 + px + q = 0$  の解が  $3$  と  $7$  のとき  $p$ 、 $q$  の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]  $p = -10, q = 21$

[解説]

$x^2 + px + q = 0$  に  $x = 3$  を代入して、 $9 + 3p + q = 0, 3p + q = -9 \dots$

$x^2 + px + q = 0$  に  $x = 7$  を代入して、 $49 + 7p + q = 0, 7p + q = -49 \dots$

、を連立方程式の加減法で解く。 - より、 $4p = -40, p = -10$

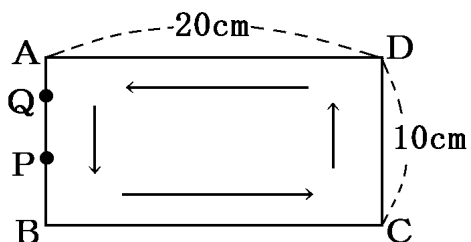
に  $p = -10$  を代入すると、 $-30 + q = -9, q = 21$

(別解)

2 解が  $3$  と  $7$  である二次方程式は、 $(x-3)(x-7) = 0, x^2 - 10x + 21 = 0$

よって、 $p = -10, q = 21$

13 右の図のような長方形 ABCD で点 P は毎秒 5cm, 点 Q は毎秒 2cm の速さで, 頂点 A を同時に出発し, 矢印の向きに長方形の辺上を 1 周します。



P が辺 BC 上に, Q が辺 AB 上にあって,  $QBP = 10\text{cm}^2$  になるのは, 点 P が頂点 A を出発してから何秒後ですか。x 秒後に  $QBP = 10\text{cm}^2$  になるとして, 二次方程式をつくり解きなさい。

[解答欄]

[解答] 3 秒後, 4 秒後

[解説]

x 秒後に右図のような位置にあるとき,

$AQ = 2x$  なので,  $BQ = 10 - 2x$

$AB + BP = 5x$  なので,  $BP = 5x - 10$

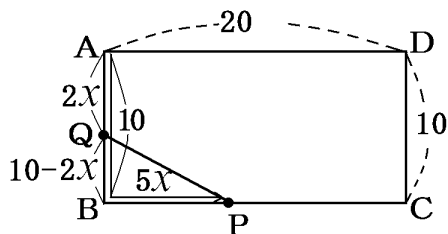
$QBP$  の面積 =  $\frac{1}{2} \times BP \times BQ = 10$  なので,

$$\frac{1}{2} \times (5x - 10) \times (10 - 2x) = 10, \quad \frac{1}{2} (-10x^2 + 70x - 100) = 10$$

$$-5x^2 + 35x - 50 - 10 = 0, \quad -5x^2 + 35x - 60 = 0, \quad x^2 - 7x + 12 = 0$$

左辺を因数分解すると,  $(x - 3)(x - 4) = 0, \quad x = 3, 4$

$x = 3, 4$  とともに条件を満たす。



[印刷 / 他の PDF ファイルについて]

このファイルは、FdData 中間期末数学 3 年(7,200 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word(または一太郎)の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。FdData 中間期末(社会・理科・数学)全分野の PDF ファイル、および製品版の購入方法は <http://www.fdtype.com/dat/> に掲載しております。

下図のような、[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData)]を、Windows のデスクトップ上にインストールすれば、FdData 中間期末・FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1500 ページ)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData(Word 版) 【 <http://www.fdtype.com/lnk/instRunFdDataWDs.exe> 】

RunFdData(一太郎版) 【 <http://www.fdtype.com/lnk/instRunFdDataTAs.exe> 】

ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd 教材開発 : URL <http://www.fdtype.com/dat/> Tel (092) 404-2266】