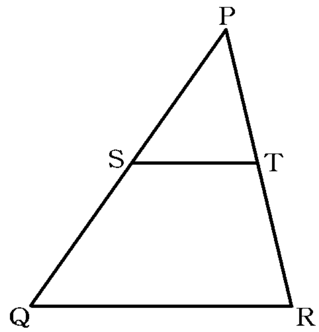
【】試験問題 A



$\boxed{1}$ 右図について，次の①～④の(　　)にあてはまるものを下の語群より選び，記号で答えなさい。

ST // QR のとき，PS：(　①　)＝(　②　)：QR

ST // QR のとき，PS：SQ＝PT：(　③　)

ST // QR で，PS＝9cm，PT＝7cm，SQ＝12cm，QR＝14cm のとき，ST＝(　④　)cm となる。

[語群]

(ア) PT　(イ) SQ　(ウ) ST　(エ) PQ　(オ) QR　(カ) PR　(キ) TR　(ク) 6　(ケ) 7

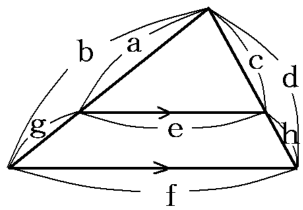
(コ) 10.5　(サ)11.5

[解答欄]

①	②	③	④

[解答]①(エ)　②(ウ)　③(キ)　④(ク)

[解説]



a：b＝c：d＝e：f

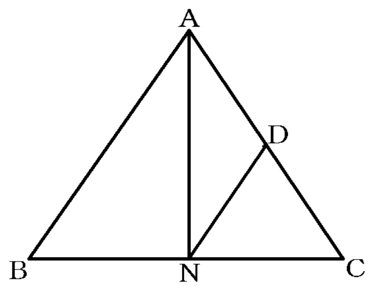
a：g＝c：h

④ ST：QR＝PS：PQ なので，

ST：14＝9：(9＋12)，ST：14＝3：7

外項の積 ST×7 は，内項の積 14×3 と等しいので，

7ST＝14×3　ゆえに ST＝6cm



$\boxed{2}$ 二等辺三角形 ABC の頂角 A の二等分線と底辺 BC との交点を N，辺 AC の中点を D とします。このとき，△DAN が二等辺三角形であることを次のように証明しました。次の(　　)にあてはまるものを書きなさい。ただし，(ア)，(イ)には言葉，(ウ)，(エ)には文字を使った式を書くこと。

[証明]

ANは二等辺三角形の頂角の二等分線だから,

NはBCの(　(ア)　)。

また,DはACの中点である。

よって,(　(イ)　)定理より,DN＝(　(ウ)　)…①

また,AD＝$\frac{1}{2}$AC…②　　AB＝AC…③

①,②,③より,DN＝(　(エ)　)

よって,△DANは二等辺三角形である。

[解答欄]

(ア)	(イ)	(ウ)
(エ)		

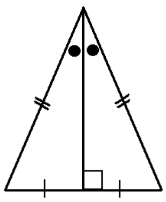
[解答](ア) 中点　(イ) 中点連結　(ウ) $\frac{1}{2}$AB　(エ) DA

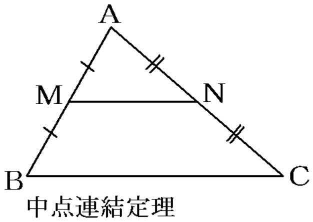
[解説]

＊中点が2つあれば,連結

→中点連結定理を利用

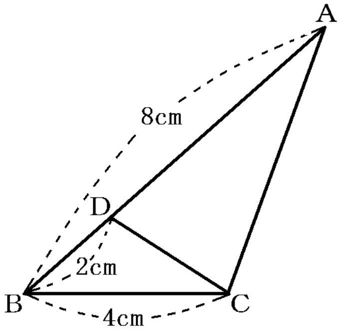
＊二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直二等分する。





3　右の図で,相似な三角形を記号∽を使って表しなさい。また,そのとき使った相似条件をいいなさい。

[解答欄]



[解答]

△ABC∽△CBD

2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しい

[解説]

＊相似の証明・計算において重要なのは頂点の対応関係。見た目の角の大きさから 2 つの三角形の頂点の対応関係をつかむ。

△ABC･･･①と，△CBD･･･②で，①の A，②の C が対応 (一番小さい角)

①の B，②の B が対応 (共通の角)　①の C と②の D (一番大きい角)

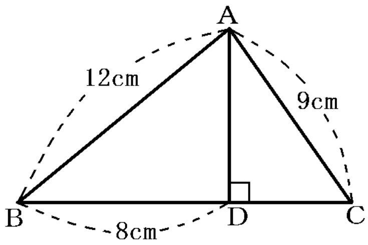
△ABC と△CBD で，∠B は共通。

AB：CB＝8：4＝2：1

CB：DB＝4：2＝2：1

2 組の辺の比が等しく，そのはさむ角が等しいので，△ABC∽△CBD

4　右の図のような，∠A＝90゜の△ABC において，A から辺 BC に垂線 AD をひく。このとき，AD の長さを求めよ。



[解答欄]

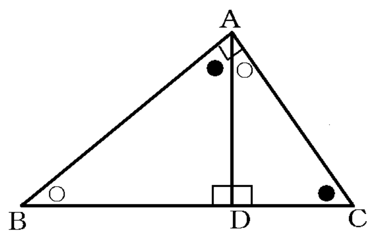
[解答]AD＝6cm

[解説]

＊直角三角形の角を〇と●を使って調べる。

(●＋〇＝90゜)

∠B＝〇→∠BAD＝●→∠DAC＝〇→∠C＝●



直角三角形で1つの角が●なら
他方の角は〇（●＋〇＝90°）

△ABC と△DBA において，

∠BAC＝∠BDA＝90゜，∠B は共通

2 角が等しいので，△ABC∽△DBA

ゆえに AB：DB＝AC：DA

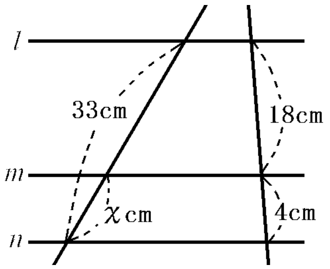
12：8＝9：DA

外項の積 DA×12 は，内項の積 8×9 に等しいので

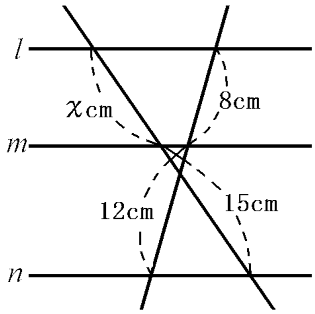
DA×12＝8×9，DA＝72÷12＝6　ゆえに AD＝6 cm

5　下の図で l, m, n が平行のとき， x の値を求めよ。

(1)



(2)

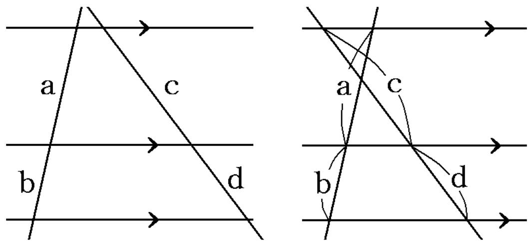


[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$x=6$　(2)　$x=10$

[解説]



a ： b ＝ c ： d
（a ： c ＝ b ： d）

(1)　l, m, n が平行なので，

$(33-x):x=18:4$

内項の積 $x\times18$ は，外項の積 $(33-x)\times4$

に等しいので，

$18x=4(33-x)$，$18x=132-4x$

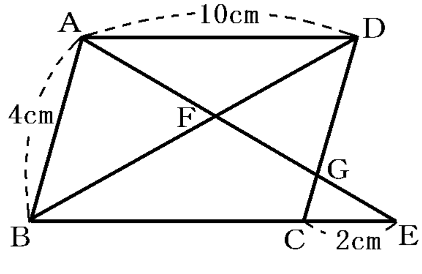
$22x=132$　ゆえに $x=6$

(2)　l, m, n が平行なので， $x:15=8:12$

外項の積 $x\times12$ は，内項の積 15×8 に等しいので，

$12x=15\times8$，$12x=120$　ゆえに $x=10$

6　右の図のような平行四辺形 ABCD がある。BC の延長上に CE＝2cm となる点 E をとり，AE と BD, CD との交点をそれぞれ F，G とする。



(1)　線分 DG の長さを求めよ。

(2)　BF＝12cm のとき，FD の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

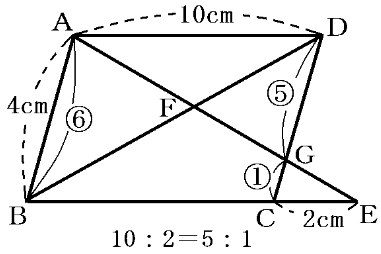
[解答](1)　$\dfrac{10}{3}$ cm　(2)　10 cm

[解説]

(1) AD // CE，AD：CE＝10：2＝5：1 なので，

DG：GC＝5：1

ゆえに DG＝DC× $\frac{5}{6}$ ＝4× $\frac{5}{6}$ ＝ $\frac{10}{3}$ cm



(2) AB：DG＝DC：DG＝(5＋1)：5＝6：5

AB // DG なので，BF：FD＝AB：DG

ゆえに，12：FD＝6：5

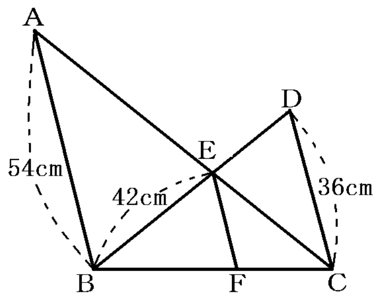
内項の積 FD×6 は，外項の積 12×5 と等しいので，

6FD＝60　ゆえに FD＝60÷6＝10cm

7 　右の図について，AB，EF はどちらも CD と平行である。

(1)　ED の長さを求めよ。

(2)　EF の長さを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 28 cm　(2) $\frac{108}{5}$ cm

[解説]

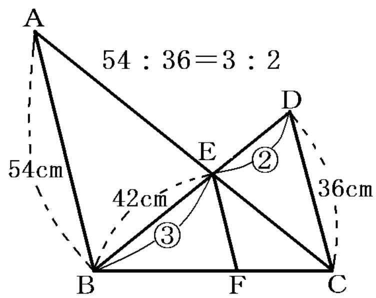
(1) △ABE・△EDC で，AB // CD なので，

BE：ED＝AB：CD，42：ED＝54：36

42：ED＝3：2

内項の積 ED×3 は，外項の積 42×2 に等しいので，

3ED＝84　ゆえに，ED＝84÷3＝28



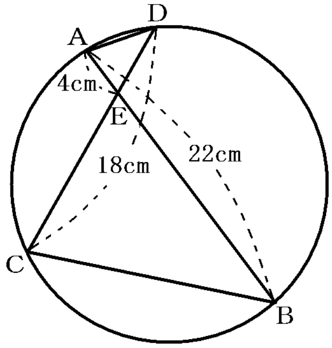
(2) (1)より，BE：ED＝3：2 なので

BE：BD＝3：(3＋2)＝3：5

△BDC で，EF // DC なので，EF：CD＝BE：BD　ゆえに EF：36＝3：5

外項の積 EF×5 は，内項の積 36×3 に等しいので，5EF＝108　ゆえに EF＝ $\frac{108}{5}$ cm

$\boxed{8}$　右の図で，弦 AB と CD の交点を E とする。このとき，DE の長さを求めよ。ただし，DE＜EC とする。



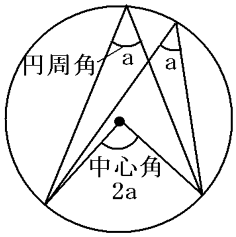
[解答欄]

[解答] 6 cm

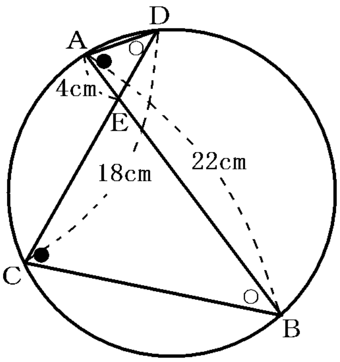
[解説]

＊円周角の定理

　同じ弧の円周角は等しい



△ADE と△CBE において，



円周角の定理より，

∠ADE＝∠CBE，∠DAE＝∠BCE

2 角が等しいので，△ADE∽△CBE

DE：BE＝AE：CE

DE＝x とおくと，CE＝18－x

x：18＝4：(18－x)　外項の積 $x\times(18-x)$ は，内項の積 18×4 と等しいので

$x(18-x)=18\times4$

$18x-x^2=72$，$x^2-18x+72=0$，$(x-6)(x-12)=0$　ゆえに $x=6,\ 12$

DE＜EC なので $x=6$

ゆえに DE＝6 cm

$\boxed{9}$　次の問いに答えよ。

(1)　2 次方程式 $x^2-26x-120=0$ の解のうち，大きい方の解を a，小さい方の解を b とするとき，$a-2b$ の値を求めよ。

(2)　2 次方程式 $3x^2-39x+36=0$ の解のうち，大きい方の解が 2 次方程式 $x^2-5x-a=0$ の解であるとき a の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　38　(2)　$a=84$

[解説]

(1)　$x^2-26x-120=0$，$(x-30)(x+4)=0$，　$x=30,\ -4$

よって $a=30,\ b=-4$　ゆえに $a-2b=30+8=38$

(2)　$3x^2-39x+36=0$，　$x^2-13x+12=0$，$(x-1)(x-12)=0$，　$x=1,\ 12$

$x=12$ を $x^2-5x-a=0$ に代入すると，$144-60-a=0$　ゆえに $a=84$

$\boxed{10}$　次の問いに答えなさい。

(1)　a を自然数とするとき，$\sqrt{100-2a}$ が自然数となる a は全部でいくつあるか。

(2)　$a=1+\sqrt{\dfrac{2}{3}}$，$b=1-\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ のとき，$a^2+5ab+b^2$ の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 4 個　(2) 5

[解説]

(1) $\sqrt{100-2a}$ が自然数となるためには $100-2a$ がある整数の 2 乗になることが必要。

$100-2a<100$，$100-2a=2(50-a)$ なので $100-2a$ は偶数

これを満たすのは，$100-2a=2^2,\ 4^2,\ 6^2,\ 8^2$ のとき。

$100-2a=2^2$ のとき，$-2a=4-100,\ -2a=-96,\ a=48$

$100-2a=4^2$ のとき，$-2a=16-100,\ -2a=-84,\ a=42$

$100-2a=6^2$ のとき，$-2a=36-100,\ -2a=-64,\ a=32$

$100-2a=8^2$ のとき，$-2a=64-100,\ -2a=-36,\ a=18$

ゆえに，$a=48,\ 42,\ 32,\ 18$ の 4 個

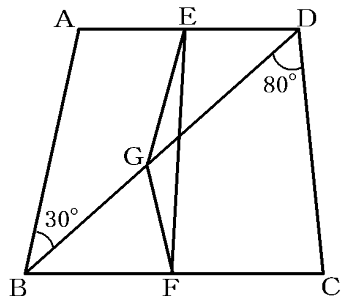
(2)　$a^2+2ab+b^2$ なら $(a+b)^2$ と因数分解して代入するが，$a^2+5ab+b^2$ は因数分解できない。そこで，$5ab$ を $2ab$ と $3ab$ に分ける

$$a^2+5ab+b^2=(a^2+2ab+b^2)+3ab=(a+b)^2+3ab$$

$a+b=2$，$ab=\left(1+\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)\left(1-\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)=1-\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}$ なので，

$$(a+b)^2+3ab=2^2+3\times\frac{1}{3}=4+1=5$$

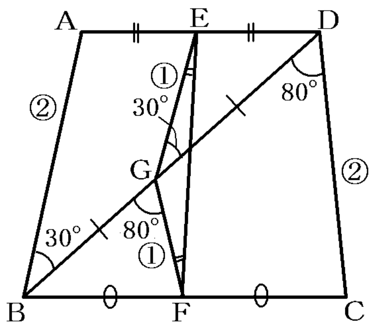
11　右の図の四角形 ABCD において，AB＝CD であり，線分 AD，BC，BD の中点をそれぞれ E，F，G とする。このとき∠GFE の大きさを求めよ。



[解答欄]

[解答]25 °

[解説]



△DAB において，E は DA の中点，G は DB の中点なので中点連結定理より，EG // AB，EG＝$\frac{1}{2}$AB

同様に，△BCD において，GF // CD，GF＝$\frac{1}{2}$CD

仮定より AB＝CD なので，EG＝GF　ゆえに△EFG は二等辺三角形になる。

∠EGD＝∠ABG＝30 ° (平行線の同位角は等しい)

同様に∠BGF＝∠BDC＝80 °

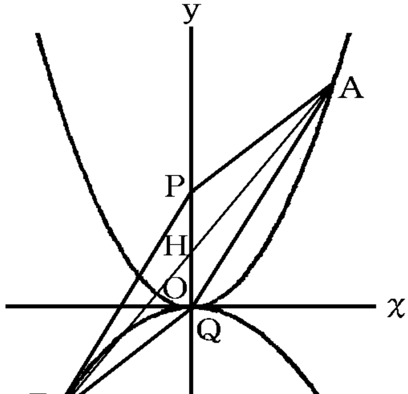
よって∠DGF＝180 ° －80 ° ＝100 °

ゆえに∠EGF＝30 ° ＋100 ° ＝130 °

△EFG は二等辺三角形なので∠GFE＝$\frac{180°-130°}{2}$＝25 °

12　右の図のように，関数　$y=ax^2\ (a>0)$のグラフ上に点 A(8，32)があり，関数$y=-\frac{1}{4}x^2$のグラフ上に点 B がある。また，y 軸上に 2 点 P，Q があり，点 P の y 座標は点 Q の y 座標より大きい。四角形 APBQ は，面積 136 の平行四辺形である。このとき，次の問いに答えよ。

注意：点 Q は y 軸上にあるが，原点ではない。



(1)　a の値を求めよ。

(2)　直線 AB の方程式を求めよ。

(3)　点 P の座標を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　$a=\dfrac{1}{2}$　(2)　$y=3x+8$　(3)　$\left(0,\ \dfrac{33}{2}\right)$

[解説]

(1)　$y=ax^2\ (a>0)$ 上に点 A(8，32)があるので，$x=8,\ y=32$ を $y=ax^2$ に代入して，$32=a\times 8^2$，$a=\dfrac{1}{2}$

(2) 線分 AB と PQ の交点を H とする。P，Q がともに y 軸上にあるので，H は y 軸上にあり，その x 座標は 0 である。平行四辺形の対角線の交点 H は線分 AB の中点になる。

点 B の x 座標を t とおき，x 座標に注目すると，$\dfrac{t+8}{2}=0$　ゆえに，$t=-8$

$y=-\dfrac{1}{4}x^2$ に $x=-8$ を代入すると，$y=-\dfrac{1}{4}\times(-8)^2=-16$　よって B(－8，－16)

次に，直線 AB の式を $y=bx+c$ とおく。

点 A(8，32)は $y=bx+c$ 上にあるので，$x=8,\ y=32$ を代入して $32=8b+c$ ･･･①

また，点 B(－8，－16)も $y=bx+c$ 上にあるので，$x=-8,\ y=-16$ を代入して，

$-16=-8b+c$ ･･･②　①，②を $b,\ c$ についての連立方程式として解くと，

$b=3,\ c=8$

ゆえに，直線の式は $y=3x+8$

(3) △APQ の面積は平行四辺形 APBQ の半分なので $136\div 2=68$ である。

点 A の座標が(8，32)なので，PQ を△APQ の底辺としたときの高さは 8 である。

よって(△APQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×PQ×8＝68　ゆえに，PQ＝17

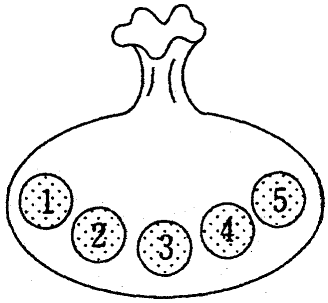
ところで，直線 AB の y 軸との交点を H とすると，直線 AB の式 $y=3x+8$ より，

H の y 座標は 8

$HP=\frac{1}{2}PQ=\frac{17}{2}$　ゆえに，P の y 座標は $\frac{17}{2}+8=\frac{33}{2}$

ゆえに，点 P の座標は $\left(0,\ \frac{33}{2}\right)$

$\boxed{13}$　右の図のように，数字 1，2，3，4，5 が 1 つずつ書いてある 5 個の球が袋に入っている。次の問いに答えよ。



(1)　袋の中の 5 個の球をよくかきまぜて，同時に 2 個の球を取り出すとき，書かれている数のうち，大きい方を a，小さい方を b とする。$a-b=2$ となる確率を求めよ。

(2)　袋の中の 5 個の球をよくかきまぜて，同時に 2 個の球を取り出すとき，書かれている数の和が偶数となる確率を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\frac{3}{10}$　(2) $\frac{2}{5}$

[解説]

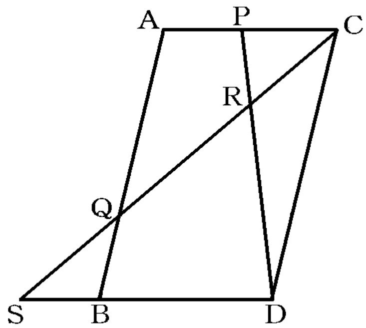
(1) 5 個から 2 個取り出す場合の数は，5×4÷2＝10 通り

$a-b=2$ となるのは，(1，3)，(2，4)，(3，5)の 3 通り

(2) 数の和が偶数となるのは，偶数＋偶数と奇数＋奇数

偶数＋偶数は 1 通りで，奇数＋奇数は 3 通り

$\boxed{14}$　右図の平行四辺形 ABDC において，辺 AC 上に AP：PC＝1：1, 辺 AB 上に AQ：QB＝2：1 となる点 P, Q をとり，線分 DP と CQ の交点を R，DB の延長と CQ の延長の交点を S とする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1)　線分比 CQ：QS を最も簡単な整数の比で表せ。

(2)　線分比 PR：RD を最も簡単な整数の比で表せ。

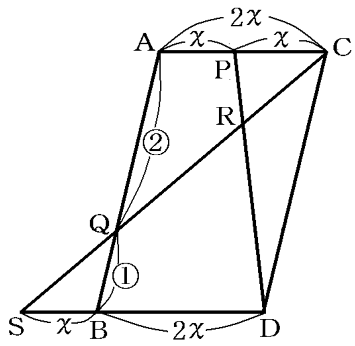
(3)　線分比 CR：RQ を最も簡単な整数の比で表せ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 2：1　(2) 1：3　(3) 3：5

[解説]



(1) AC // SB，AQ：QB＝2：1 なので，CQ：QS＝2：1

(2) CP＝x とおくと，AP：PC＝1：1 なので BD＝AC＝$2x$

AC // SB, AQ：QB＝2：1 なので, SB＝$\dfrac{1}{2}$AC＝$\dfrac{1}{2}\times 2x = x$

SD＝SB＋BD＝$x+2x=3x$

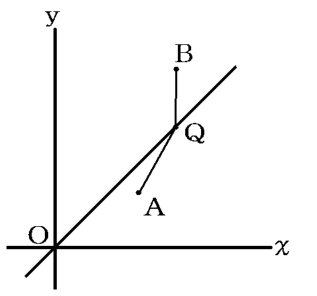
PC // SD なので，PR：RD＝PC：SD＝$x:3x=1:3$

(3) CS＝a とおくと，(1)より CQ＝$\dfrac{2}{3}a$，QS＝$\dfrac{1}{3}a$

(2)より PR：RD＝1：3 なので，CR：RS＝1：3　ゆえに CR＝$\dfrac{1}{4}a$，RS＝$\dfrac{3}{4}a$

RQ＝RS－QS＝$\dfrac{3}{4}a-\dfrac{1}{3}a=\dfrac{5}{12}a$　ゆえに CR：RQ＝$\dfrac{1}{4}a$ ： $\dfrac{5}{12}a$ ＝3：5

$\boxed{15}$　座標平面上に直線 $y=x$ と，2 点 A(5，4)，B(7，10) が与えられている。また，点 Q はこの直線上を動くものとする。AQ＋BQ が最小になるときの点 Q の座標を求めよ。



[解答欄]

[解答]$\left(\dfrac{11}{2},\ \dfrac{11}{2}\right)$

[解説]

AQ＋BQ が最小になるのは A，Q，B が 1 直線上に並びとき

$y=ax+b$ とおいて，A(5，4)，B(7，10)を代入すると

$4=5a+b,\ 10=7a+b$　これを解くと，$a=3,\ b=-11$

ゆえに，直線 AB の式は $y=3x-11$　これと $y=x$ を連立方程式として解くと，

$x=\dfrac{11}{2},\ y=\dfrac{11}{2}$　よって点 Q の座標は $\left(\dfrac{11}{2},\ \dfrac{11}{2}\right)$

【】試験問題 B

$\boxed{1}$ 次の各問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=-x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq a$ とき，y の変域が $-16 \leqq y \leqq b$ である。$a,\ b$ の値を求めなさい。

(2) 関数 $y=ax^2$ において，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は 2 である。a の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $a=4,\ b=0$ (2) $a=\dfrac{1}{2}$

[解説]

(1) 比例定数が負であるので，最小値 -16 をとるのは $x=-3$ か $x=a$ のときである。

$x=-3$ のときは $y=-(-3)^2=-9$ で最小値にはならない。

ゆえに $x=a$ のときに最小値をとる。$x=a$ のとき $y=-a^2$ であるので，$-a^2=-16$，

$a=\pm 4$

ところで $-3 \leqq x \leqq a$ なので $-3 \leqq a$ よって $a=4$

x の変域が $-3 \leqq x \leqq 4$ なので，$x=0$ のとき最大値 $y=0$ をとる。

ゆえに $b=0$

(2) $x=1$ のとき $y=a\times 1^2=a$，$x=3$ のとき $y=a\times 3^2=9a$

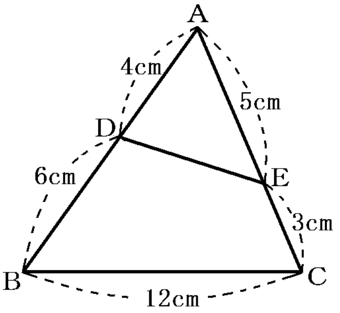
y ： $a \to 9a$ (増加量)$=9a-a=8a$

x ：$1 \to 3$ (増加量)$=3-1=2$

ゆえに，(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{8a}{2}=4a$

変化の割合は 2 なので，$4a=2$ ゆえに $a=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

$\boxed{2}$　図の三角形において，DE の長さを求めなさい。



[解答欄]

[解答]6cm

[解説]

△ADE と△ACB において，

AD：AC＝4：8＝1：2

AE：AB＝5：10＝1：2

∠A は共通

2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しいので

△ADE∽△ACB，相似比は 1：2

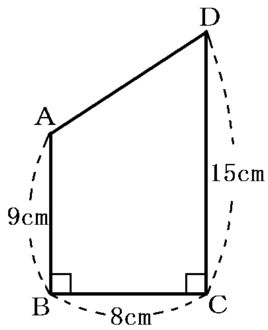
ゆえに DE：CB＝1：2，DE：12＝1：2

外項の積 DE×2 は，内項の積 12×1 に等しいので

2DE＝12　ゆえに DE＝6cm

$\boxed{3}$　図は，AB＝9cm，BC＝8cm，CD＝15cm，

∠B＝∠C＝90°の台形である。辺 AD の長さを求めなさい。



[解答欄]

[解答]10cm

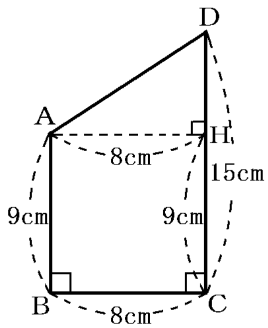
[解説]

右図のように，補助線 AH を引く。

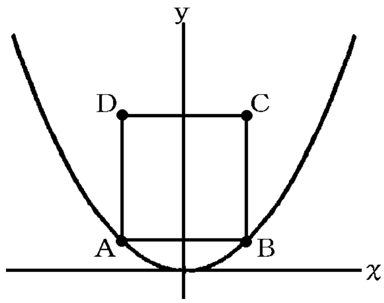
△ADH で，

$AD^2=AH^2+DH^2=8^2+(15-9)^2=64+36=100$

ゆえに AD＝$\sqrt{100}=10$cm



$\boxed{4}$　図で，A，B は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点で四角形 ABCD は正方形である。辺 AB が x 軸に平行で，点 C の y 座標が 5 のとき，点 B の座標を求めなさい。

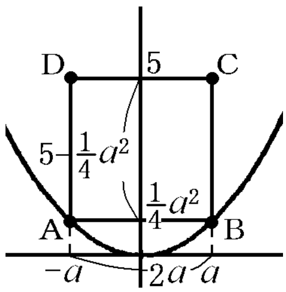


[解答欄]

[解答]B(2，1)

[解説]

点 B の x 座標を a とすると B$\left(a,\ \frac{1}{4}a^2\right)$



点Cの y 座標が5なので，BC=$5-\frac{1}{4}a^2$

また，点 B の x 座標は a なので，AB＝$2a$

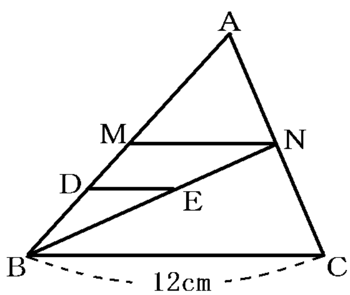
四角形 ABCD は正方形なので，$2a=5-\frac{1}{4}a^2$

$8a=20-a^2$，　$a^2+8a-20=0$，$(a-2)(a+10)=0$

ゆえに $a=2,\ -10$　$a>0$ なので $a=2$

$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=a=2$ を代入すると，$y=1$　ゆえに B(2，1)

$\boxed{5}$　図で，M，N はそれぞれ△ABC の辺 AB，AC の中点，D，E はそれぞれ線分 MB，NB の中点である。BC＝12cm のとき，線分 DE の長さを求めなさい。



[解答欄]

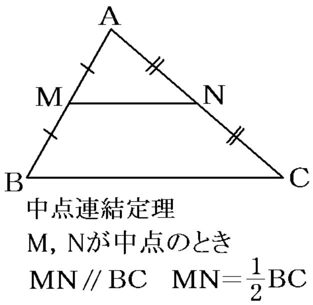
[解答]3cm

[解説]

△ABC において，M，N は辺 AB，AC の中点なので

中点連結定理より，

MN＝$\frac{1}{2}$BC＝$\frac{1}{2}\times 12=6$ cm

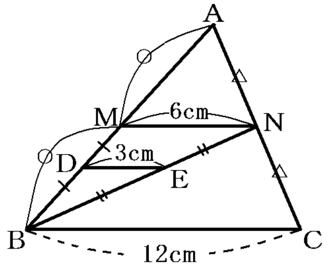


次に，△BMN において，

D，E はそれぞれ線分 BM，BN の中点であるので

中点連結定理より，

DE＝$\frac{1}{2}$MN＝$\frac{1}{2}\times 6=3$cm



$\boxed{6}$　次の各問いに答えなさい。

(1)　xy^2-4x　を因数分解しなさい。

(2)　$\left(\sqrt{7}-1\right)^2+\dfrac{14}{\sqrt{7}}$　を計算しなさい。

(3)　2 次方程式　$x^2-8x+7=0$　を解きなさい。

(4)　$\dfrac{5x-2y}{4}-\dfrac{2x-y}{6}$　を計算しなさい。

(5)　2 つのさいころを同時に投げるとき，出る目の数の積が 1 けたの整数になる確率を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1)　$x(y+2)(y-2)$　(2)　8　(3)　$x=1,\ 7$　(4)　$\dfrac{11x-4y}{12}$　(5)　$\dfrac{17}{36}$

[解説]

(1)　共通因数 x をくくりだすと，$xy^2-4x=x\left(y^2-4\right)$　次に，$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

の公式より，$x\left(y^2-2^2\right)=x(y+2)(y-2)$

(2) $\left(\sqrt{7}-1\right)^2+\dfrac{14}{\sqrt{7}}=\left(\sqrt{7}\right)^2-2\sqrt{7}+1+\dfrac{14\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=7-2\sqrt{7}+1+\dfrac{14\sqrt{7}}{7}=8-2\sqrt{7}+2\sqrt{7}=8$

(3) かけて 7，加えて -8 になる 2 数は $-1,\ -7$ なので，$x^2-8x+7=0$ の左辺を因数分解すると，$(x-1)(x-7)=0$　ゆえに，$x-1=0,\ x-7=0$

ゆえに，$x=1,\ 7$

(4) $\dfrac{5x-2y}{4}-\dfrac{2x-y}{6}=\dfrac{3(5x-2y)}{12}-\dfrac{2(2x-y)}{12}=\dfrac{3(5x-2y)-2(2x-y)}{12}$

$=\dfrac{15x-6y-4x+2y}{12}=\dfrac{11x-4y}{12}$

(5) 確率の計算では同じ種類のさいころでも区別して考える。2 つのさいころを A，B とする。A，B ともに 1～6 の 6 通りの目の出方があるので，

(全体の場合の数)＝$6\times6=36$

出る目の数の積が 1 けたの整数になるのは，

A が 1 のときは B は 1～6 なので，6 通り

A が 2 のときは B は 1～4 なので，4 通り

A が 3 のときは B は 1～3 なので，3 通り

A が 4 のときは B は 1～2 なので，2 通り

A が 5 のときは B は 1 のみなので，1 通り

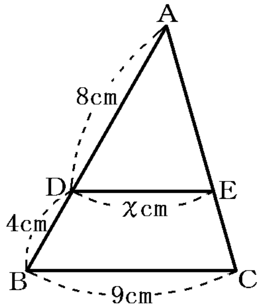
A が 6 のときは B は 1 のみなので，1 通り

で合計 17 通り

(確率)＝$\dfrac{\text{(そのことがおこる場合の数)}}{\text{(全体の場合の数)}}$ なので，(確率)＝$\dfrac{17}{36}$

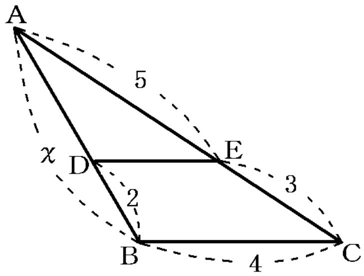
$\boxed{7}$　次の x の値をそれぞれ求めなさい。

(1)



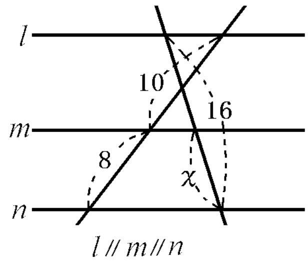
ＤＥ//ＢＣ

(2)

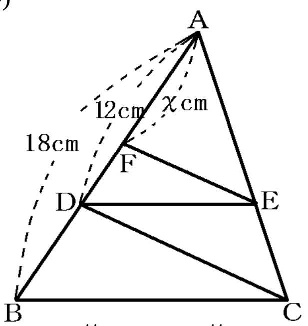


ＤＥ//ＢＣ

(3)

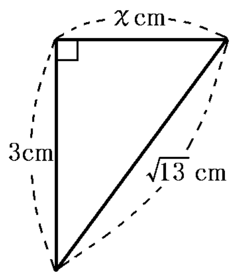


(4)

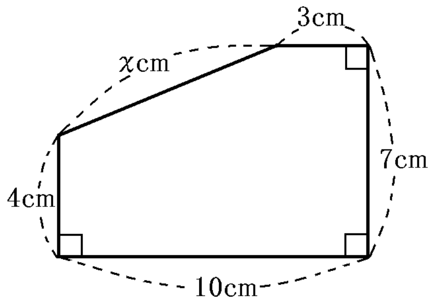


BC//DE, DC//FE

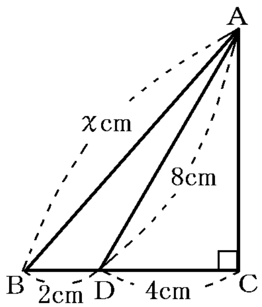
(5)



(6)



(7)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

[解答](1)　$x=6$　(2)　$x=\dfrac{16}{3}$　(3)　$x=\dfrac{64}{9}$　(4)　$x=8$　(5)　$x=2$　(6)　$x=\sqrt{58}$

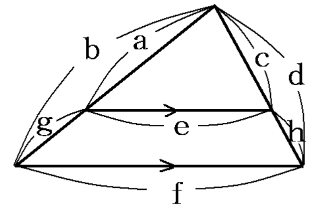
(7)　$x=2\sqrt{21}$

[解説]

(1) DE // BC なので，$x:9=8:(8+4)$

外項の積 $x\times12$ は，内項の積 9×8 に等しいので,

$12x=72$，ゆえに $x=6$



$a:b=c:d=e:f$

$a:g=c:h$

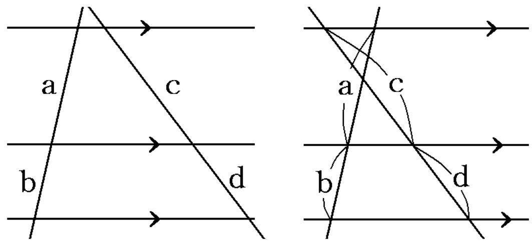
(2) DE // BC なので，AD：DB＝AE：EC

よって，$(x-2):2=5:3$

外項の積 $(x-2)\times3$ は，内項の積 2×5 に等しいので

$3(x-2)=10,\ x-2=\dfrac{10}{3},\ x=\dfrac{10}{3}+2$

ゆえに，$x=\dfrac{16}{3}$



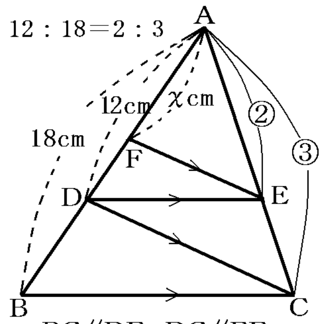
a ： b ＝ c ： d

（a ： c ＝ b ： d）

(3) $l\,//\,m\,//\,n$ なので，$10:8=(16-x):x$

外項の積 $10\times x$ は, 内項の積 $8\times(16-x)$ と等しいので，$10x=8(16-x)$

$10x=128-8x,\ 18x=128$　ゆえに $x=\dfrac{128}{18}=\dfrac{64}{9}$



BC//DE, DC//FE

(4) DE // BC なので，AE：AC＝AD：AB＝12：18＝2：3

FE // DC なので，AF：AD＝AE：AC

ゆえに，x ：12＝2：3

外項の積 x ×3 は，内項の積 12×2 と等しいので,

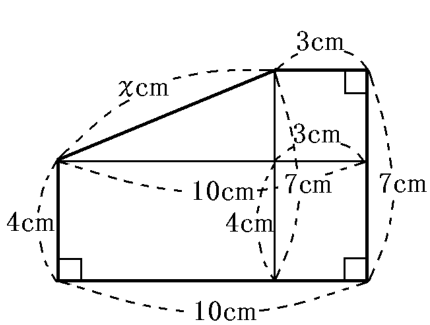
3 x ＝24　ゆえに x ＝8

(5) $x^2+3^2=\left(\sqrt{13}\right)^2$，$x^2=4,\ x=2$

(6) 右図より

$x^2=(10-3)^2+(7-4)^2=58$

ゆえに，$x=\sqrt{58}$



(7) 直角三角形 ADC で,

AC²＋$4^2=8^2$，AC²＝48

次に，直角三角形 ABC で,

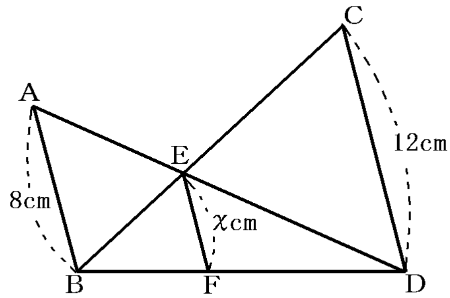
AB² ＝ BC² ＋ AC²，$x^2=(2+4)^2+48=84$,

$x=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$

$\boxed{8}$　次の図で，AB // CD // EF である。

(1)　BF：FD を求めなさい。

(2)　EF の長さを求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 2：3　(2) $\dfrac{24}{5}$ cm

[解説]

(1) △ABE・△ECD で，AB // CD なので平行線の性質より，BE：EC＝AB：CD＝8：12＝2：3

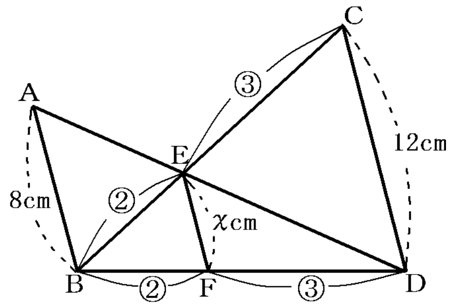
△BCD で，EF // CD なので平行線の性質より，

BF：FD＝BE：EC＝2：3

(2) △BCD で，EF // CD なので平行線の性質より，

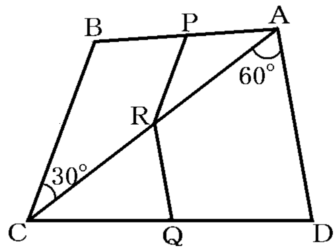
EF：CD＝BF：BD＝2：5

ゆえに x ：12＝2：5



外項の積 $x\times5$ は，内項の積 12×2 に等しいので，$5x=24$　ゆえに，$x=\dfrac{24}{5}$

$\boxed{9}$　四角形 ABCD で，辺 AB，CD，対角線 AC の中点をそれぞれ P，Q，R とする。∠BCA＝30°，∠CAD＝60°のとき，∠PRQ の大きさを求めなさい。

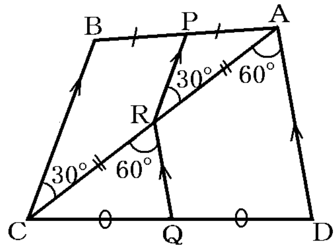


[解答欄]

[解答]150°

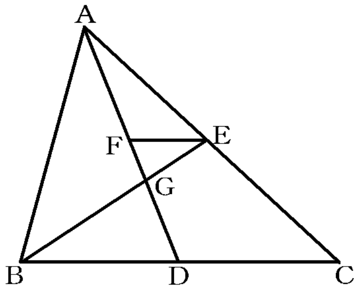
[解説]

△ABC において，P は AB の中点，R は AC の中点なので中点連結定理より，PR // BC



平行線の錯角は等しいので，∠ARP＝∠ACB＝30°･･･①
同様に，△CAD において，中点連結定理より RQ // AD
平行線の錯角は等しいので，∠CRQ＝∠CAD＝60°
∠ARQ＝180°－∠CRQ＝180°－60°＝120°･･･②
①，②より∠PRQ＝∠ARP＋∠ARQ＝30°＋120°＝150°

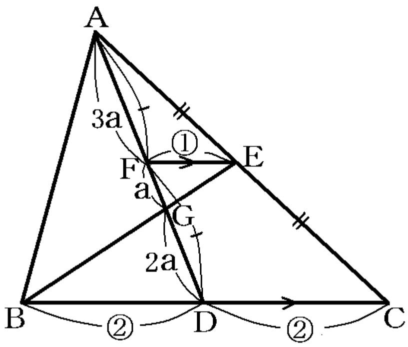
$\boxed{10}$　図で, 点 D, E はそれぞれ辺 BC, CA の中点である。
また，AD の中点を F，AD と BE との交点を G とする。
(1)　FE：DC を求めなさい。
(2)　AG：GD を求めなさい。



[解答欄]

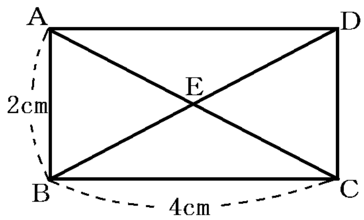
(1)	(2)

[解答](1) 1：2　(2) 2：1
[解説]



(1) △ADC で E は AC の中点，F は AD の中点なので
中点連結定理より，FE // DC，FE：DC＝1：2
(2) (1)より FE：DC＝1：2,
DC＝BD なので，FE：BD＝1：2
(1)より FE // BD なので,
FG：GD＝FE：BD＝1：2
ゆえに FG＝a とおくと，GD＝$2a$
AF＝FD＝FG＋GD＝$a+2a=3a$
ゆえに AG＝AF＋FG＝$3a+a=4a$
ゆえに AG：GD＝$4a:2a=2:1$

$\boxed{11}$　図の長方形 ABCD で，対角線の交点を E とするとき，AE の長さを求めなさい。



[解答欄]

[解答] $\sqrt{5}$ cm

[解説]

$AC^2 = 2^2 + 4^2 = 20$　ゆえに $AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

E は AC の中点なので，$AE = AC \div 2 = \sqrt{5}$ cm

【】試験問題 C

$\boxed{1}$ 次の計算をしなさい。

(1) $7\sqrt{5}-\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{27}+2\sqrt{12}-\dfrac{24}{\sqrt{3}}$

(3) $\left(\sqrt{5}+2\right)^2-4\left(\sqrt{5}+2\right)$

(4) $\left(2\sqrt{8}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{18}\right)^2$

(5) $\left(5x+7\right)\left(7x-5\right)$

(6) $\left(x-\dfrac{1}{2}y\right)^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $6\sqrt{5}$　(2) $-\sqrt{3}$　(3) 1　(4) $\dfrac{7-2\sqrt{6}}{3}$　(5) $35x^2+24x-35$

(6) $x^2-xy+\dfrac{1}{4}y^2$

[解説]

(1) ＊$a\sqrt{2}+b\sqrt{2}=\left(a+b\right)\sqrt{2}$：文字式と同じように同類項はまとめることができる。

$$7\sqrt{5}-\sqrt{5}=\left(7-1\right)\sqrt{5}=6\sqrt{5}$$

(2) ＊分母の有理化や$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$を使って式を簡単な形にしてから同類項を整理する。

$\sqrt{27}=\sqrt{9\times3}=3\sqrt{3}$　,　$2\sqrt{12}=2\sqrt{4\times3}=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$　,

$\dfrac{24}{\sqrt{3}}=\dfrac{24\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{24\sqrt{3}}{3}=8\sqrt{3}$

$$\sqrt{27}+2\sqrt{12}-\frac{24}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}+4\sqrt{3}-8\sqrt{3}=\left(3+4-8\right)\sqrt{3}=-\sqrt{3}$$

(3) ＊$\left(a+b\right)^2=a^2+2ab+b^2$の公式を使う。

$\left(\sqrt{5}+2\right)^2-4\left(\sqrt{5}+2\right)=\left(\sqrt{5}\right)^2+4\sqrt{5}+4-4\sqrt{5}-8=5+4\sqrt{5}+4-4\sqrt{5}-8$

$=1$

(4) まず( )内を整理する。 $2\sqrt{8}=2\sqrt{4\times2}=2\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$,

$$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sqrt{18}=\sqrt{9\times2}=3\sqrt{2}$$

$$\left(2\sqrt{8}-\frac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{18}\right)^2=\left(4\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}-3\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$=\left(\sqrt{2}\right)^2-2\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2=2-\frac{2\sqrt{6}}{3}+\frac{3}{9}=\frac{6}{3}+\frac{1}{3}-\frac{2\sqrt{6}}{3}=\frac{7-2\sqrt{6}}{3}$$

(5) ＊$a(b+c)=ab+ac$, $(a+b)c=ac+bc$ の公式を使う。

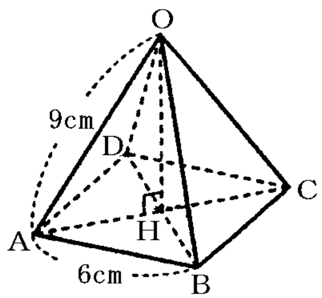
$(5x+7)(7x-5)=5x\times7x+5x\times(-5)+7\times7x+7\times(-5)=35x^2-25x+49x-35$

$=35x^2+24x-35$

(6) ＊$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

$$\left(x-\frac{1}{2}y\right)^2=x^2-2\times x\times\frac{1}{2}y+\left(\frac{1}{2}y\right)^2=x^2-xy+\frac{1}{4}y^2$$

$\boxed{2}$ 右の図のように底面が 1 辺 6cm の正方形で，他の辺が 9cm の正四角すいがある。次の問に答えなさい。



(1) 高さ OH の長さを求めなさい。

(2) 体積を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $3\sqrt{7}$ cm (2) $36\sqrt{7}$ cm^3

[解説]

(1) まず，直角三角形 ABC について，

$AC^2=AB^2+BC^2=6^2+6^2=72$，$AC=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

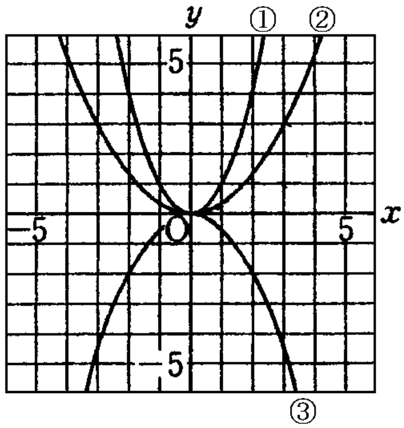
H は AC の中点なので，$AH=6\sqrt{2}\div2=3\sqrt{2}$

次に直角三角形 OAH について，$OH^2+AH^2=OA^2$，$OH^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2=9^2$

ゆえに，OH^2＝$81-18=63$，ゆえに，OH＝$\sqrt{63}=3\sqrt{7}$ cm

(2) (体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(底面積)×(高さ)＝$\dfrac{1}{3}\times 6^2\times 3\sqrt{7}=36\sqrt{7}$ cm^3

$\boxed{3}$ 次の問いに答えなさい。



(1) 右の図の①～③のグラフの中で，$y=\dfrac{1}{3}x^2$ のグラフはどれか，番号で答えなさい。

(2) 関数 $y=-2x^2$ のグラフを書きなさい。

[解答欄]

(1)

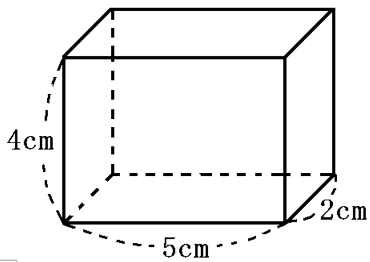
[解答](1) ② (2) 略

[解説]

(1) 例えば，$x=3$ のとき $y=\dfrac{1}{3}\times 3^2=3$ なので，$y=\dfrac{1}{3}x^2$ は点$(3,\ 3)$を通る。

点$(3,\ 3)$を通るのグラフは②である。

$\boxed{4}$



(1) 1 辺の長さが 6cm の正三角形の面積を求めなさい。

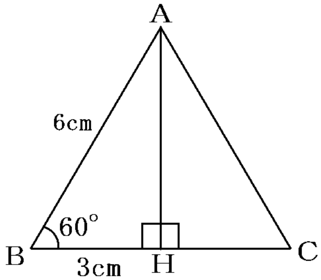
(2) 右図のような直方体の対角線の長さを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $9\sqrt{3}$ cm^2 (2) $3\sqrt{5}$ cm

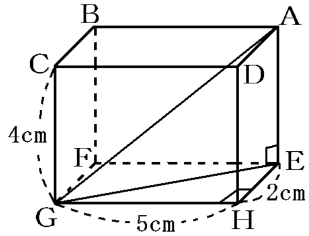
[解説]



(1) 右図で，△ABH は 30°60°90°の直角三角形になるので，AH：BH＝$\sqrt{3}:1$

BH＝3なので，AH：$3=\sqrt{3}:1$　ゆえに，AH＝$3\sqrt{3}$

(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×AH＝$\dfrac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}$ cm²



(2) まず，直角三角形 EGH について，

EG²＝GH²＋EH²＝$5^2+2^2=29$

次に，直角三角形 AEG について，

AG²＝AE²＋EG²＝$4^2+29=45$

ゆえに，AG＝$\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ cm

$\boxed{5}$ 次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $(x+1)^2-7=0$

(2) $x(x+2)=4x+3$

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x=-1\pm\sqrt{7}$　(2) $x=-1,\ 3$

[解説]

(1) ＊式を整理して$(x+b)^2=a$，$x+b=\pm\sqrt{a}$，$x=-b\pm\sqrt{a}$

$(x+1)^2-7=0$，$(x+1)^2=7$　$x+1=\pm\sqrt{7}$　ゆえに$x=-1\pm\sqrt{7}$

(2) まず式を整理する。$x(x+2)=4x+3$，$x^2+2x=4x+3$，$x^2-2x-3=0$

かけて-3，加えて-2になる 2 数は$1,\ -3$なので，$(x+1)(x-3)=0$

よって$x+1=0,\ x-3=0$　ゆえに$x=-1,\ 3$

$\boxed{6}$ 次の式を因数分解しなさい。

(1) $3x^2+15x-18$

(2) ab^2-4a

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$3(x-1)(x+6)$　(2)　$a(b+2)(b-2)$

[解説]

(1)　共通因数があるときは最初に共通因数をくくり出す。

$3x^2+15x-18=3(x^2+5x-6)$　かけて-6, 加えて5になる 2 数は$-1,\ 6$なので,

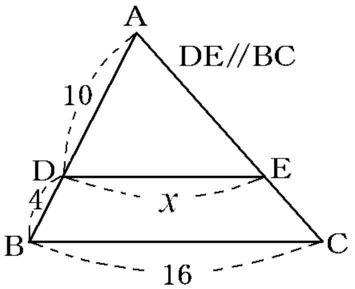
(式)$=3(x-1)(x+6)$

(2)　$ab^2-4a=a(b^2-4)$　$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$の公式より,

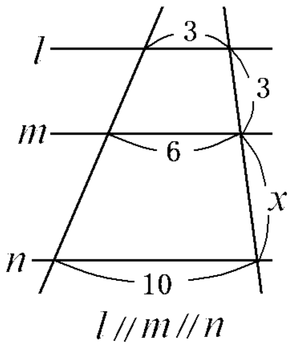
$a(b^2-4)=a(b^2-2^2)=a(b+2)(b-2)$

$\boxed{7}$　下の図のxの値を求めなさい。

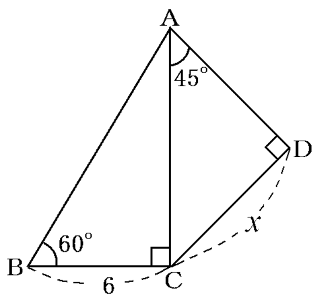
(1)



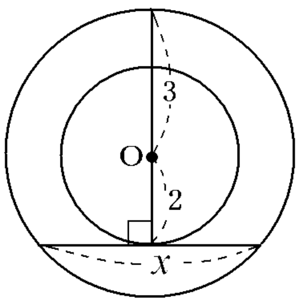
(2)



(3)



(4)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)

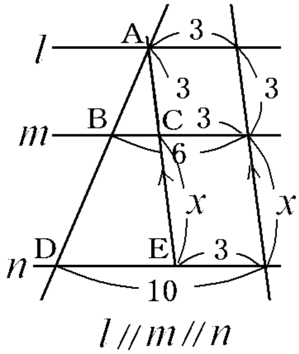
[解答](1)　$x=\dfrac{80}{7}$　(2)　$x=4$　(3)　$x=3\sqrt{6}$　(4)　$x=2\sqrt{5}$

[解説]

(1) DE // BC なので， $x:16=10:(10+4)$

$14x=160$， $x=\dfrac{160}{14}=\dfrac{80}{7}$

(2) 右図のように補助線 AE を引くのがポイント



l, m, n が平行なので三角形の部分に注目すると，

AC：AE＝BC：DE,

$3:(3+x)=(6-3):(10-3)$

$3:(3+x)=3:7$， $3+x=7$， $x=4$

(3) △ABC は 30°60°90°の直角三角形なので，

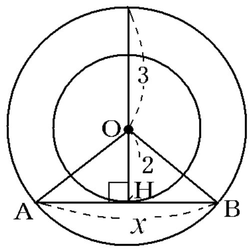
BC：AC＝$1:\sqrt{3}$， 6 ：AC＝$1:\sqrt{3}$， AC＝$6\sqrt{3}$

次に，△ACD は 45°45°90°の直角二等辺三角形なので，

AC：CD＝$\sqrt{2}:1$， $6\sqrt{3}$ ： $x=\sqrt{2}:1$， $\sqrt{2}x=6\sqrt{3}$

ゆえに， $x=\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{6}}{2}=3\sqrt{6}$

(4) 右図の直角三角形 OAH に注目する。



△OAB は二等辺三角形で OH⊥AB なので H は AB の中点

ゆえに，AH＝$\dfrac{1}{2}x$ OA は半径なので OA＝3

AH^2＋OH^2＝OA^2, $\left(\dfrac{1}{2}x\right)^2+2^2=3^2$， $x^2=20$， $x=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\boxed{8}$ 車がブレーキをかけて，きき始めてから止まるまでに進む距離を制動距離という。制動距離は，およそ車の速さの 2 乗に比例する。車が時速 50 km で走っているときの制動距離を 20 m として，次の問に答えなさい。

(1) 時速 x km のときの制動距離を y m として， y を x の式で表しなさい。

(2) 制動距離が 60 m のとき，車の速さは時速何 km と考えられますか。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$y=\frac{1}{125}x^2$　(2)　時速$50\sqrt{3}$ km

[解説]

(1)　制動距離が車の速さの 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

$y=ax^2$ に $x=50,\ y=20$ を代入すると，$20=a\times 50^2$　ゆえに，$a=\frac{20}{2500}=\frac{1}{125}$

ゆえに，$y=\frac{1}{125}x^2$

(2)　$y=60$ を $y=\frac{1}{125}x^2$ に代入すると，$60=\frac{1}{125}x^2$　ゆえに，$x^2=60\times 125$

$x>0$ なので，$x=\sqrt{60\times 125}=\sqrt{12\times 5\times 5^3}=25\sqrt{12}=50\sqrt{3}$ (km/時)

$\boxed{9}$　関数 $y=ax^2$ について，x の変域が$-2\leqq x\leqq 4$ のとき，y の変域は $-8\leqq y\leqq 0$ となる。このとき a の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a=-\frac{1}{2}$

[解説]

y の変域が $-8\leqq y\leqq 0$ で負の範囲にあるので，比例定数 a は負の値をとる。

$x=0$ は$-2\leqq x\leqq 4$ の変域内にあるので，まず，$x=0,\ -2,\ 4$ のときの y の値を比較して最大値と最小値を求める。

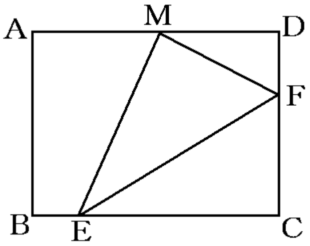
$x=0$ のとき $y=a\times 0^2=0$，$x=-2$ のとき $y=a\times(-2)^2=4a$

$x=4$ のとき $y=a\times 4^2=16a$

$a<0$ なので最小値は$16a$，最大値は0　ゆえに，$16a\leqq y\leqq 0$

y の変域は $-8\leqq y\leqq 0$ と与えられているので，$16a=-8$　ゆえに，$a=-\frac{1}{2}$

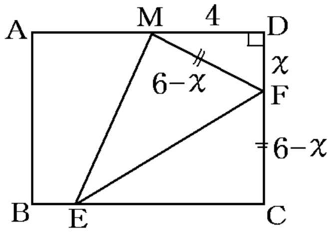
$\boxed{10}$ AB＝6cm，BC＝8cm の長方形 ABCD を右の図のように，頂点 C が辺 AD の中点 M と重なるように折る。このとき，DF の長さを求めなさい。



[解答欄]

[解答] $\frac{5}{3}$ cm

[解説]



DF＝x cm とおくと，FC=$6-x$

EF を折り目として FC が FM に重なるので

MF＝FC，ゆえに，MF＝$6-x$

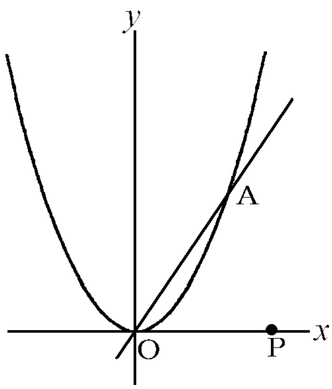
M は AD の中点なので MD＝$8 \div 2 = 4$

△FDM は直角三角形なので，三平方の定理より

$FD^2 + DM^2 = FM^2$

ゆえに，$x^2 + 16 = (6-x)^2$，$x^2 + 16 = x^2 - 12x + 36$，$12x = 20$，$x = \frac{5}{3}$

$\boxed{11}$ 右の図のように，関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフと，関数 $y = ax$ のグラフが，原点Oと点 A で交わっている。点 A の x 座標は 6 とする。また，x 軸上を動く点 P をとり，△OAP をつくる。このとき，次の問に答えなさい。



(1) 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ において，x が 2 から 6 まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

(2) a の値を求めなさい。

(3) △OAP が二等辺三角形となるような点 P の位置は全部で何通りありますか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　2　(2)　$a=\dfrac{3}{2}$　(3) 4 通り

[解説]

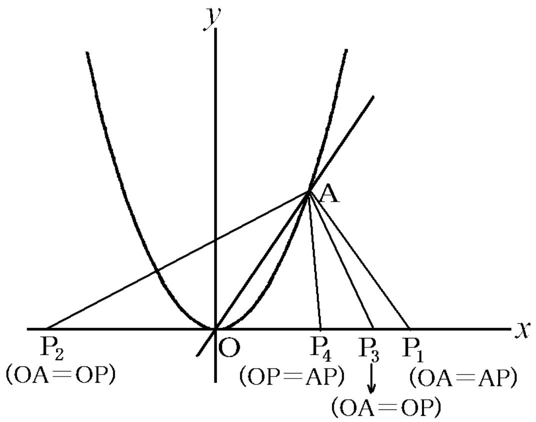
(1) (変化の割合)$=\dfrac{\frac{1}{4}\times 6^2-\frac{1}{4}\times 2^2}{6-2}=\dfrac{9-1}{4}=2$

(2) 点 A の x 座標は 6 なので，$x=6$ を $y=\dfrac{1}{4}x^2$ に代入する。$y=\dfrac{1}{4}\times 6^2=9$

点 A は $y=ax$ 上にもあるので，$x=6$，$y=9$ を $y=ax$ に代入して，

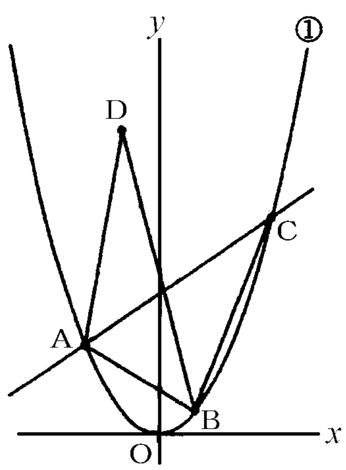
$9=6a$，$a=\dfrac{3}{2}$

(3) 下図のように 4 通りある。



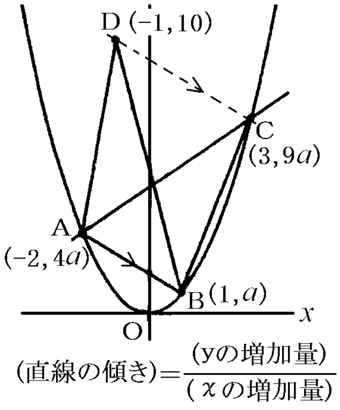
$\boxed{12}$ 右の図で，曲線①は関数 $y=ax^2$ である。曲線①上に 3 点 A，B，C をそれぞれ x 座標が，－2，1，3 となるようにとる。ただし，a＞0 とする。点 D の座標が(－1，10)のとき，△ABC と△ABD の面積が等しくなるように a の値を求めなさい。

[解答欄]



[解答] $a=\dfrac{10}{13}$

[解説]



△ABC と△ABD の底辺を AB とすると，面積が等しくなることから，AB を共通の底辺としたとき，この 2 つの三角形の高さは等しい。

よって AB // DC で, 直線 AB と直線 DC の傾きは等しい。

点 A(-2，$4a$)，点 B(1，a)，点 C(3，$9a$)，

点 D(－1，10)なので,

(AB の傾き)＝$\dfrac{a-4a}{1-(-2)}=-a$

(DC の傾き)＝$\dfrac{9a-10}{3-(-1)}=\dfrac{9a-10}{4}$

直線 AB と直線 DC の傾きは等しいので,

$-a=\dfrac{9a-10}{4}$，$-4a=9a-10$，$-13a=-10$

ゆえに，$a=\dfrac{10}{13}$

【】試験問題 D

$\boxed{1}$ 次の計算をせよ。

(1) $3-(-4)$

(2) $-2-4\times(5-6)$

(3) $-\frac{3}{4}+\frac{4}{5}$

(4) $52a^2b^3\div(-4ab^2)$

(5) $\frac{x+2}{7}-\frac{1-x}{3}$

(6) $-\sqrt{72}+\frac{10}{\sqrt{2}}$

(7) $(x-7)(x-1)-(x-4)^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

[解答](1) 7　(2) 2　(3) $\frac{1}{20}$　(4) $-13ab$　(5) $\frac{10x-1}{21}$　(6) $-\sqrt{2}$　(7) -9

[解説]

(1) $3-(-4)=3+4=7$

(2) $-2-4\times(5-6)=-2-4\times(-1)=-2+4=2$

(3) $-\frac{3}{4}+\frac{4}{5}=\frac{-15}{20}+\frac{16}{20}=\frac{1}{20}$

(4) $52a^2b^3\div(-4ab^2)=-\frac{52a^2b^3}{4ab^2}=-13ab$

(5) $\frac{x+2}{7}-\frac{1-x}{3}=\frac{3(x+2)}{21}-\frac{7(1-x)}{21}=\frac{3(x+2)-7(1-x)}{21}=\frac{3x+6-7+7x}{21}=\frac{10x-1}{21}$

(6) ＊$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ をつかって√の中を簡単な数にする　＊分母に√があるときは，分母・分子にその√をかけて，分母を有理化する。

$$\sqrt{72}=\sqrt{36\times2}=6\sqrt{2},\quad \frac{10}{\sqrt{2}}=\frac{10\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{10\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$$

$$-\sqrt{72}+\frac{10}{\sqrt{2}}=-6\sqrt{2}+5\sqrt{2}=-\sqrt{2}$$

(7) ＊$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使う。

$(x-7)(x-1)-(x-4)^2=$

$x^2-8x+7-(x^2-8x+16)=x^2-8x+7-x^2+8x-16$

$=-9$

$\boxed{2}$

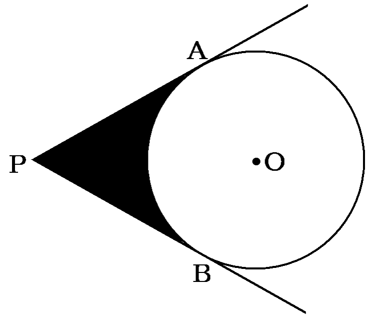
(1) $ax^2+axy-20ay^2$ を因数分解せよ。

(2) 2 次方程式 $x^2+8x=2$ を解け。

(3) 連立方程式 $\begin{cases} 4x+5y=11-3(x+2y) \\ x+3y+7=0 \end{cases}$ を解け。

(4) 関数 $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ について，x の変域が$-4 \leqq x < 8$ であるときの，y の変域を求めよ。

(5) 右の図で，円Oの半径は 1cm，∠APB＝60°であるとき，影をつけた部分の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) $a(x-4y)(x+5y)$ (2) $x=-4\pm3\sqrt{2}$ (3) $x=11,\ y=-6$

(4) $-16<y\leqq0$ (5) $\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}$ (cm²)

[解説]

(1) $ax^2+axy-20ay^2=a(x^2+xy-20y^2)=a(x-4y)(x+5y)$

(2) $x^2+8x-2=0$ としても因数分解ができない。そこで，式を整理して $(x+b)^2=a$ の形に変形して解く。

$x^2+8x=2$ の左辺を$(\quad)^2$ の形にするためには，4 ($8\div2=4$)の 2 乗を加える。

$x^2+8x+16=2+16$，$(x+4)^2=18$ ゆえに，$x+4=\pm\sqrt{18}$，$x+4=\pm3\sqrt{2}$

ゆえに，$x=-4\pm3\sqrt{2}$

(3) まず，$\begin{cases} 4x+5y=11-3(x+2y) \\ x+3y+7=0 \end{cases}$ の式を整理すると，$\begin{cases} 7x+11y=11 \\ x+3y=-7 \end{cases}$ ･･･①

この連立方程式を代入法で解く。①の $x+3y=-7$ より $x=-7-3y$

①の $7x+11y=11$ に $x=-7-3y$ を代入すると，

$7(-7-3y)+11y=11,\ -49-21y+11y=11$，$-10y=60$　ゆえに，$y=-6$

$y=-6$ を $x=-7-3y$ に代入すると，$x=-7+18=11$

ゆえに，$x=11,\ y=-6$

(4) $x=0$ は$-4 \leqq x < 8$ の範囲内にあるので，$x=0,\ -4,\ 8$ を $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ に代入

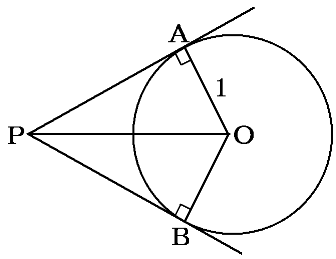
$x=0$ のとき $y=0$，$x=-4$ のとき $y=-\dfrac{1}{4}\times(-4)^2=-4$，

$x=8$ のとき $y=-\dfrac{1}{4}\times 8^2=16$　ゆえに，$-16<y \leqq 0$

(5) ∠APB＝60°で OP は∠APB を二等分するので，

∠APO＝30°

ゆえに，△APO は 30°60°90°の直角二等辺三角形なので，



OA：AP＝$1:\sqrt{3}$，OA＝1 なので AP＝$\sqrt{3}$

ゆえに，(△OAP の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

同様に(△OBP の面積)＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

よって，(四角形 OAPB の面積)＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ ･･･①

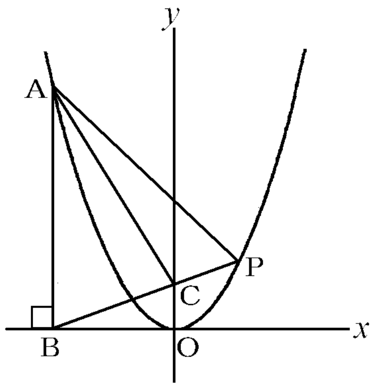
次に，扇形 OAB について，

∠AOP＝∠BOP＝60°なので，中心角∠AOB＝120°

ゆえに，(扇形 OAB の面積)＝$\pi\times 1^2\times\dfrac{120}{360}=\dfrac{\pi}{3}$ ･･･②

①，②より，(影をつけた部分の面積)＝$\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}$ (cm²)

$\boxed{3}$ 右の図で, A は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点で, 線分 AB は x 軸に垂直である。また, P は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあって $x>0$ の範囲を動く点であり，C は直線 PB と y 軸との交点である。点 A の x 座標が -4 のとき，次の問いに答えよ。



(1) 点 P の x 座標が 2 であるとき直線 PA の式を求めよ。

(2) △PAB が，PA＝PB の二等辺三角形になるとき，点 P の座標を求めよ。

(3) △ABC の面積が△ACP の面積の 2 倍になるとき，点 B を通り，△ABP の面積を二等分する直線の式を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $y=-x+4$　(2) ($2\sqrt{2}$ ， 4)　(3) $y=\frac{5}{3}x+\frac{20}{3}$

[解説]

(1) 直線 AP の式を $y=ax+b$ とおく。

点 A の x 座標が -4 なので，点 A の y 座標は $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入して

$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$　$y=ax+b$ に $x=-4,\ y=8$ を代入して $8=-4a+b$ ･･･①

点 P の x 座標が 2 なので，点 P の y 座標は $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=2$ を代入して

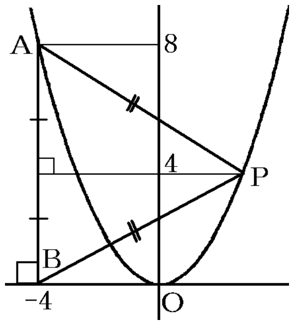
$y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$　$y=ax+b$ に $x=2,\ y=2$ を代入して $2=2a+b$ ･･･②

①，②を連立方程式として解く。

②－①より，$-6=6a,\ a=-1$　これを②に代入すると，$2=-2+b,\ b=4$

ゆえに $a=-1,\ b=4$　よって直線 AP の式は，$y=-x+4$

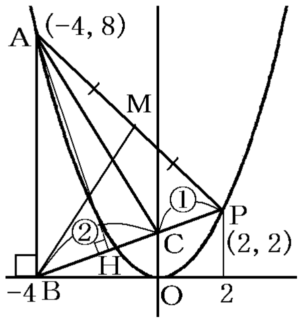
(2) △PAB が，PA＝PB の二等辺三角形であることから，点 P の y 座標は点 A と点 B の y 座標の中点となる。点 A の y 座標は(1)より 8 なので，点 P の y 座標は $y=\dfrac{8+0}{2}=4$



$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $y=4$ を代入すると $4=\dfrac{1}{2}x^2$， $x^2=8$， $x>0$ なので $x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

ゆえに点 P の座標は($2\sqrt{2}$， 4)

(3) △ABC の底辺を BC，△ACP の底辺を CP とすると，高さはともに図の AH。高さが同じなので底辺の長さの比が面積比と等しくなる。



△ABC の面積が△ACP の面積の 2 倍になるので，

BC：CP＝2：1 となる。

よって，点 B の x 座標が -4 なので，点 P の x 座標は 2，点 P の y 座標は $y=\dfrac{1}{2}\times 2^2=2$　ゆえに点 P の座標は(2， 2)

となる。(1)より点 A の座標は(-4， 8)　点 B を通り，△ABP の面積を 2 等分する直線は AP の中点 M$\left(\dfrac{-4+2}{2},\ \dfrac{8+2}{2}\right)$＝(-1， 5)を通る。

直線 BM の式を $y=cx+d$ とおく。

点 M を通るので， $x=-1,\ y=5$ を代入して， $5=-c+d$ ･･･③

点 B を通るので， $x=-4,\ y=0$ を代入して， $0=-4c+d$ ･･･④

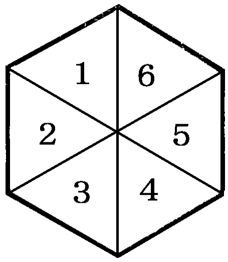
③，④を連立方程式として解く。

③－④より，$5=3c,\ c=\dfrac{5}{3}$　これを③に代入すると，$5=-\dfrac{5}{3}+d$，$d=5+\dfrac{5}{3}=\dfrac{20}{3}$

ゆえに， $c=\dfrac{5}{3}$， $d=\dfrac{20}{3}$

よって，求める直線の式は， $y=\dfrac{5}{3}x+\dfrac{20}{3}$

$\boxed{4}$ 右のように，正六角形を 6 つの合同な三角形に分けた図形があり，それぞれの三角形には 1 から 6 までの数字が書かれている。いま，大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げて，出た目によって，次のように三角形を塗りつぶすものとする。



① 出た目の数が異なるとき, 出た目の数と同じ数字の三角形を塗りつぶす。

② 出た目の数が等しいとき, 出た目の数と同じ数字の三角形およびその三角形の両隣りの三角形を塗りつぷす。

大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき，次の問いに答えよ。

(1) 数字 1 と数字 2 の三角形，数字 5 と数字 6 の三角形の組合せのように，塗りつぶされた図形がひし形になる確率を求めよ。

(2) 数字 1 の三角形が塗りつぶされない確率を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\dfrac{1}{3}$ (2) $\dfrac{23}{36}$

[解説]

(1) 目の出方は全部で 6×6＝36 通り

塗りつぶされた図形がひし形になるのは，数字がとなりあう場合のみである。

たとえば，大のさいころの目が１のときは小のさいころの目は 2 か 6 の 2 通り

よって，このことがおこる場合の数は 2×6＝12 通り

よって，求める確率は$\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

(2) でた目の数が異なるとき，1 が塗りつぶされないのは，5×4＝20 通り

でた目が同じとき，1 が塗りつぶされないのは，3，4，5 の 3 通り

よって，求める確率は$\dfrac{23}{36}$

$\boxed{5}$ 右の図 1 のような，横の長さが縦の長さの 4 倍の長方形の厚紙を使い，影をつけた部分を切り取って，図 2 のようなふたのついた直方体の箱をつくる。このとき，次の各問いに答えよ。

図 1

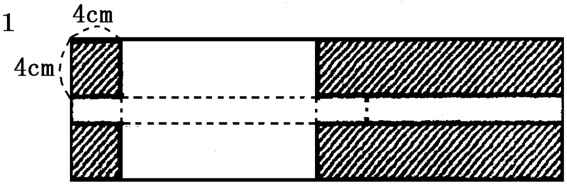
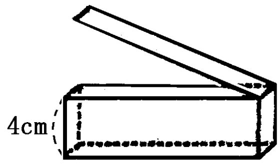


図 2



(1) もとの厚紙の縦の長さが, 12cm であるとき，出来上がった直方体の体積を求めよ。

(2) 出来上がった直方体の体積が，128 cm^3 になるときのもとの厚紙の縦の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

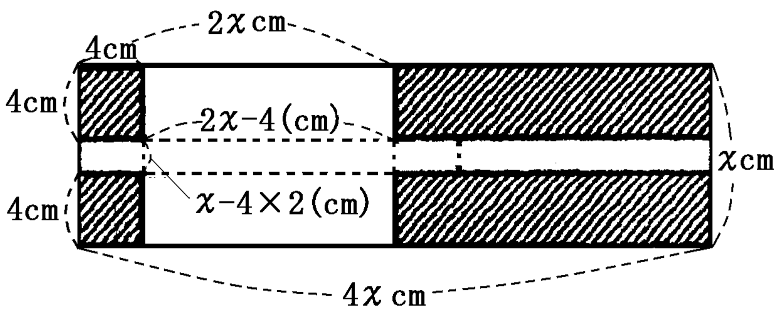
[解答](1) 320 cm^3 (2) 10 cm

[解説]

(1) 底面の長方形の縦は $12-4\times2=4$，底面の横は $(12\times4-4\times2)\div2=20$

ゆえに直方体の体積は， $4\times20\times4=320$ cm^3

(2) 縦の長さを x cm とすると，この立体の底面の縦は $x-4\times2=x-8$ (cm)



底面の横は $2x-4$ (cm)

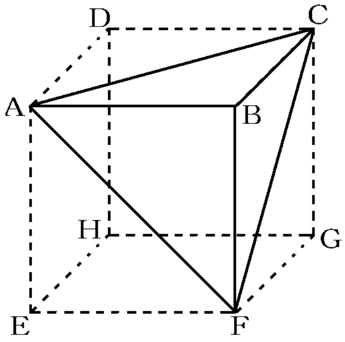
よって，(体積)=(縦)×(横)×(高さ)= $(x-8)\times(2x-4)\times4=128$

$(x-8)\times2(x-2)\times4=128$，両辺を 8 でわると， $(x-8)(x-2)=16$

$x^2-10x+16=16$, $x^2-10x=0$, $x(x-10)=0$

よって $x=0$, $x-10=0$ ゆえに $x=0$, 10 $x>0$ なので $x=10$

$\boxed{6}$ 右の図は, 1 辺の長さが 6cm の立方体 ABCD－EFGH で，A，B，C，F を頂点とする三角すいについて考えたものである。これについて，次の各問いに答えよ。



(1) この立体の体積を求めよ。

(2) 頂点 B から，面 ACF におろした垂線の長さ，すなわち面 ACF を底面としたときの点 B の高さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

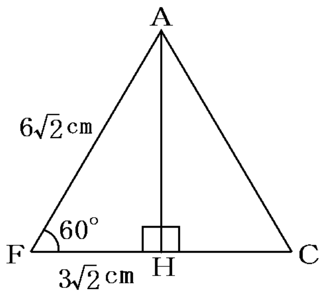
[解答](1) 36cm³ (2) $2\sqrt{3}$ cm

[解説]

(1) (すいの体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(底面積)×(高さ)

△ABC を底面とすると，(体積)＝$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times6\times6\times6=36$cm³

(2) まず，正三角形 AFC の面積を計算する。



△ABF で AF²＝AB²＋BF²＝$6^2+6^2=72$

ゆえに，AF＝$\sqrt{72}=6\sqrt{2}$，AC，CF の長さも $6\sqrt{2}$

右図の△AFH は 30°60°90°の直角三角形なので

AH：FH＝$\sqrt{3}:1$，FH＝$3\sqrt{2}$ なので

AH＝$\sqrt{3}$×FH＝$\sqrt{3}\times3\sqrt{2}=3\sqrt{6}$

ゆえに，(△ACF の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×FC×AH＝$\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times3\sqrt{6}=18\sqrt{3}$

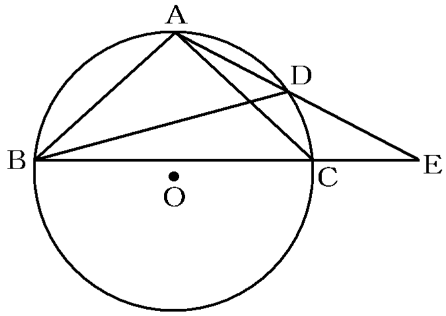
点 B の高さを x cm とすると，A，B，C，F を頂点とする三角すいの体積について

(体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(△ACF の面積)×(高さ x)＝36

$\dfrac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times x=36$ ， $6\sqrt{3}x=36$, $\sqrt{3}x=6$, $x=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=\dfrac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

ゆえに，高さは $2\sqrt{3}$ cm

7 右の図のように，△ABC が円 O に内接していて，AB＝AC＝4cm，BC= 6cm である。弧 AC 上に点 D をとり，弦 AD と辺 DC をそれぞれ延長してその交点を E とし， AD＝DE となるようにした。このとき, 次の各問いに答えよ。

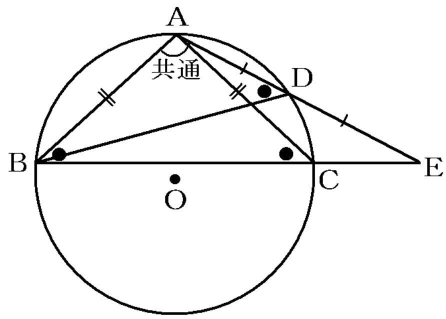


(1) △ABD と△AEB は相似であることを証明せよ。

(2) 線分 AD の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答]



(1) △ABD と△AEB において,

∠BAD＝∠EAB(共通)･･･①

同じ弧の円周角は等しいので，∠ADB＝∠ACB

AB＝AC なので△ABC は二等辺三角形で,

∠ACB＝∠ABE

ゆえに∠ADB＝∠ABE･･･②

①，②より 2 角が等しいので，△ABD∽△AEB

(2) AD：AB＝AB：AE

仮定より，AE＝2AD なので AD：4＝4：2AD

外項の積 AD×2AD は，内項の積 4×4 と等しいので,

$2AD^2=16$，$AD^2=8$　よって $AD=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ cm･･･答

【】試験問題 E

$\boxed{1}$ 次の計算をしなさい。

(1) $-8+4\times 2^2$　　(2) $\sqrt{72}\times\dfrac{5}{\sqrt{2}}$

(3) $x-3-\dfrac{x-5}{3}$　　(4) $(x-5)^2-(2x-1)(2x+1)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)

[解答](1) 8　(2) 30　(3) $\dfrac{2x-4}{3}$　(4) $-3x^2-10x+26$

[解説]

(2) $\sqrt{72}\times\dfrac{5}{\sqrt{2}}=5\times\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}=5\sqrt{\dfrac{72}{2}}=5\sqrt{36}=5\times 6=30$

(3) $x-3-\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{3(x-3)}{3}-\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{3(x-3)-(x-5)}{3}=\dfrac{3x-9-x+5}{3}=\dfrac{2x-4}{3}$

(4) $(x-5)^2-(2x-1)(2x+1)=x^2-10x+25-(4x^2-1)=x^2-10x+25-4x^2+1$
$=-3x^2-10x+26$

$\boxed{2}$ 次の方程式を解きなさい。

(1) $5x-3=9x-11$　　(2) $\begin{cases}3x+4y=4\\2x-y=10\end{cases}$

(3) $x^2-9x-36=0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $x=2$　(2) $x=4,\ \ y=-2$　(3) $x=-3,\ 12$

[解説]

(1) $5x-3=9x-11,\ 5x-9x=-11+3,\ -4x=-8,\ \ x=(-8)\div(-4)=2$

(2) 代入法で解く(加減法でも可)。$2x-y=10$ より，$y=2x-10$

これを$3x+4y=4$に代入すると，$3x+4(2x-10)=4,\ 3x+8x-40=4$
$11x=44,\ x=4$　$x=4$を$y=2x-10$に代入すると，$y=8-10=-2$
(3) かけて-36，加えて-9になる 2 数は，$3,\ -12$なので，$x^2-9x-36=0$の左辺を因数分解すると，$(x+3)(x-12)=0$　よって，$x+3=0,\ x-12=0$
ゆえに，$x=-3,\ 12$

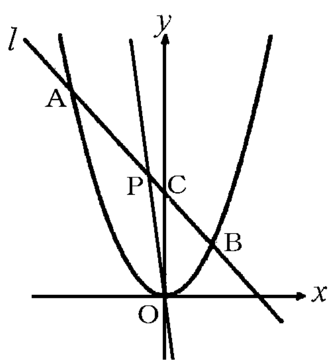
$\boxed{3}$ 216 にできるだけ小さい自然数をかけて，ある自然数aの 2 乗になるようにしたい。aの値を求めなさい。
[解答欄]

[解答]36
[解説]
＊整数を 2 乗した数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=(2^2\times3)^2=2^4\times3^2$で指数$4,\ 2$はいずれも偶数

$216=2^3\times3^3$ なので，指数を偶数にするためには 2×3 をかければよい。
2×3 をかけると，$2^3\times3^3\times2\times3=2^4\times3^4=(2^2\times3^2)^2=36^2$

$\boxed{4}$ 右図のように，放物線$y=ax^2$･･･①と直線lが 2 点 A(－4，8)，B(2，2)で交わっているとき，次の問いに答えなさい。



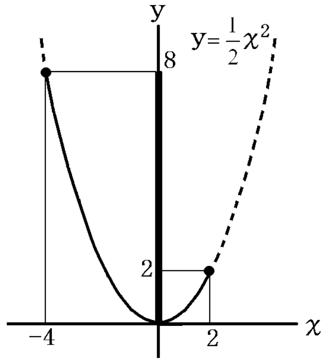
(1) aの値を求めなさい。
(2) 関数①の$-4\leqq x\leqq 2$のときのyの変域を求めなさい。
(3) 直線lの式を求めなさい。
(4) △AOB の面積を求めなさい。
(5) 線分 AB 上に点 P をとり，直線 OP が△AOB の面積を 2 等分するとき，直線 OP の式を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) $a=\dfrac{1}{2}$　(2) $0\leqq y\leqq 8$　(3) $y=-x+4$　(4) 12　(5) $y=-5x$

[解説]



(1) $y=ax^2$ に $x=2,\ y=2$ を代入すると，$2=4a$ で $a=\dfrac{1}{2}$

(2) 右図より，$x=0$ のとき最小値 $y=0$，$x=-4$ のとき最大値 $y=\dfrac{1}{2}\times(-4)^2=8$ をとるので，y の変域は，$0\leqq y\leqq 8$

(3) 直線 l の式を $y=bx+c$ とおいて，A(−4，8)，B(2，2)の値を代入すると，$8=-4b+c$，$-4b+c=8$・・・①

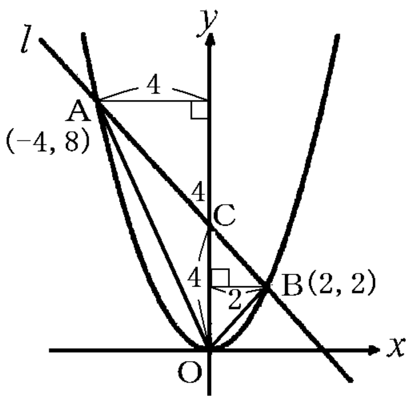
$2=2b+c$，$2b+c=2$・・・②

これを連立方程式の加減法で解く。

①−②より，$-6b=6$，$b=-1$

$b=-1$ を②に代入すると，$-2+c=2$，$c=4$

よって，直線 l の式は $y=-x+4$ となる。

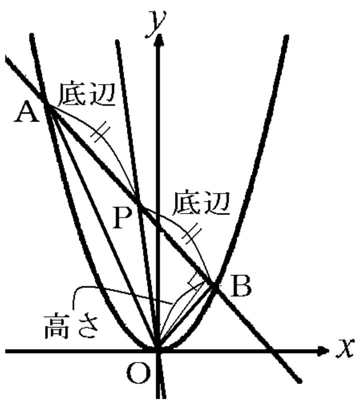


(4) $y=-x+4$ の y 切片は 4 なので OC＝4

△AOC＝$\dfrac{1}{2}\times4\times4=8$，△BOC＝$\dfrac{1}{2}\times4\times2=4$

∴△AOB＝$8+4=12$

(5) 直線 OP が△AOB の面積を 2 等分するので P は線分 AB の中点になる。



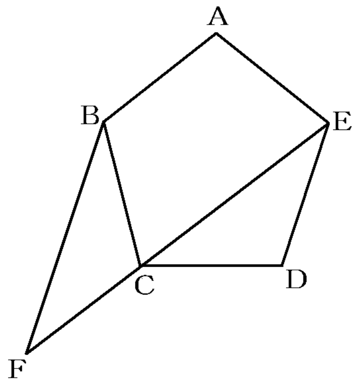
$\therefore \mathrm{P}\left(\dfrac{-4+2}{2},\dfrac{8+2}{2}\right)=(-1,\ 5)$

OP は原点を通る直線なので，$y=dx$ とおくことができる。

この式に $x=-1$，$y=5$ を代入すると，$5=-d$，$d=-5$

よって OP の式は $y=-5x$

$\boxed{5}$ 右の図のような正五角形 ABCDE がある。点 B を通り，辺 ED に平行な直線を引き，その直線と線分 EC の延長との交点を F とする。次の問いに答えなさい。



(1) ∠CDE の大きさを求めなさい。

(2) △BFC≡△CED であることを証明しなさい。

[解答欄]

(1)
(2)

[解答](1) 108°

(2) ∠CDE＝108°，CD＝ED なので∠DCE＝∠DEC＝(180°−108°)÷2＝36°

∠BCE＝∠BCD−∠DCE＝108°−36°＝72°

∠BCF＝180°−∠BCE＝180°−72°＝108°

次に，BF // ED なので∠BFC＝∠DEC＝36°

∴∠CBF＝180°−∠BCF−∠BFC＝180°−108°−36°＝36°

以上より，∠BCF＝∠EDC･･･①，∠CBF＝∠DEC･･･②

△BFC と△CED において，

ABCDE は正五角形なので，BC＝DE･･･③

①，②，③より 1 辺とその両端の角が等しいので，

△BFC≡△CED

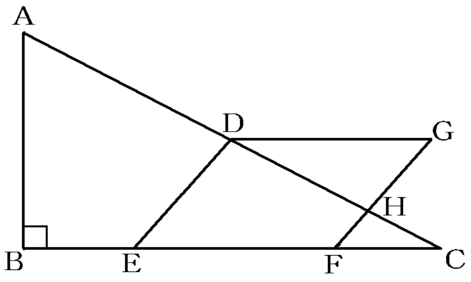
[解説]

(1) 多角形の外角の和は 360° なので，正五角形の 1 つの外角の大きさは，

360°÷5＝72°

よって，正五角形の 1 つの内角の大きさは，180°−72°＝108°

$\boxed{6}$ 右の図で△ABC は，∠ABC＝90°の直角三角形，D は辺 AC の中点，E，F は辺 BC 上の点で， BE＝$\frac{1}{2}$EF＝FC の関係が成り立っている。また, 四角形 DEFG は平行四辺形であり，H は AC と GF の交点である。



AB＝2cm，BC＝4cm のとき次の問いに答えなさい。

(1) 線分 DE の長さを求めなさい。

(2) 四角形 ABED の面積は，△DHG の面積の何倍ですか。

[解答欄]

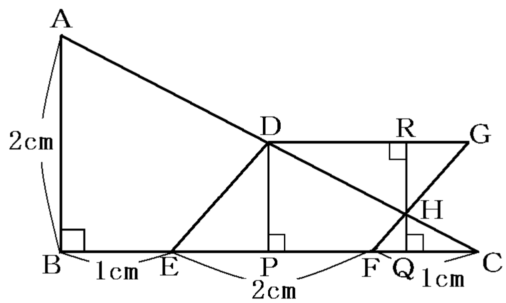
(1)	(2)

[解答](1) $\sqrt{2}$ cm　(2) $\frac{15}{4}$倍

[解説]

(1) D から BC に垂線 DP をひく。

D は AC の中点で，AB // DP なので中点連結定理より， DP＝$\frac{1}{2}$AB＝1cm



また，P は BC の中点で，BC＝4cm，BE＝1cm なので，EP＝1cm

∴DE＝$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ cm

(2) まず△DHG の面積を求める。

DG＝EF＝2cm

△DHG と△CHF は相似で，相似比は DG：CF＝2：1 なので RH：QH＝2：1

RQ＝DP＝1cm なので，RH＝$\frac{2}{3}$RQ＝$\frac{2}{3}$cm

∴△DHG＝$\frac{1}{2}$×DG×RH＝$\frac{1}{2}\times 2\times\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$cm²

次に，△ABC＝$\frac{1}{2}\times 4\times 2=4$cm²

$\triangle$DEC$=\dfrac{1}{2}\times$EC$\times$DP$=\dfrac{1}{2}\times 3\times 1=\dfrac{3}{2}$cm^2

∴四角形 ABED$=4-\dfrac{3}{2}=\dfrac{5}{2}$ cm^2

$\dfrac{5}{2}\div\dfrac{2}{3}=\dfrac{15}{4}$なので四角形 ABED は△DHG の$\dfrac{15}{4}$倍

$\boxed{7}$ たかし君が利用しているインターネットの 1 ケ月の利用料金は，利用時間によって次のようになっている。

・利用時間が 240 分以内は基本料金だけ

・利用時間が 240 分を超えた場合は，超えた時間 1 分につき 6 円を基本料金に加算する。

・利用時間は，1 分単位とし，1 分未満は切り上げる。

このとき，次の問いに答えなさい。ただし消費税は考えないものとする。

(1) たかし君の 2 月の利用時間は，308 分で，料金は 1208 円だった。基本料金を求めなさい。

(2) 利用時間を x 分，そのときの料金を y 円として，y を x の式で表しなさい。ただし，$x>240$ とする。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 800 円　(2) $y=6x-640$

[解説]

(1) 基本料金を a 円とすると，2 月の料金について次の式が成り立つ。

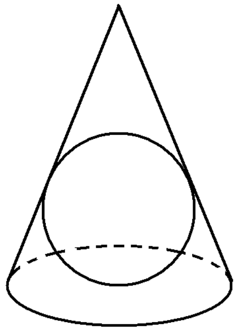
$a+6\times(308-240)=1208$，$a+408=1208$，$a=1208-408=800$

よって，基本料金は 800 円

(2) $y=800+6\times(x-240)$

$y=6x-640$

$\boxed{8}$ 右の図のように，円すいの中に球がすきまのない状態で入っている。円すいの底面の半径は 3cm，母線の長さは 9cm である。次の問いに答えなさい。



(1) 円すいの体積を求めなさい。

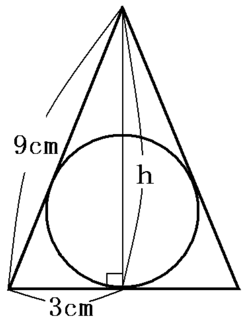
(2) 円すいの中に入っている球の半径を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $18\sqrt{2}\pi$ cm³　(2) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ cm

[解説]



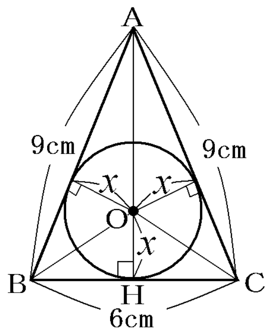
(1) 高さを h とすると三平方の定理より，

$$h^2 = 9^2 - 3^2 = 81 - 9 = 72$$

よって，$h = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

(すいの体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(底面積)×(高さ)＝$\dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6\sqrt{2}$

＝$18\sqrt{2}\pi$ (cm³)



(2) 球の半径を x cm とする。

△ABC の面積に注目すると，

(△OBC の面積)+(△OAB の面積)+(△OAC の面積)＝(△ABC の面積)なので，

$$\frac{1}{2} \times 6 \times x + \frac{1}{2} \times 9 \times x + \frac{1}{2} \times 9 \times x = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{2}$$

$12x = 18\sqrt{2}$，$x = \dfrac{18\sqrt{2}}{12} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

よって球の半径は，$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ cm

【】試験問題 F

$\boxed{1}$ 次の 2 点間の距離を求めなさい。

(1) (1, 1), (4, 5)　　(2) (－2, 3), (1, 5)

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 5　(2) $\sqrt{13}$

[解説]

座標上の 2 点 A$\left(x_1, y_1\right)$, B$\left(x_2, y_2\right)$の距離は

(2 点間の距離)＝$\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}$ の式で求めることができる。

(1) (2 点間の距離)＝$\sqrt{(4-1)^2+(5-1)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

(2) (2 点間の距離)＝$\sqrt{(1-(-2))^2+(5-3)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

$\boxed{2}$ 次の関数について，下の問いに答えなさい。

ア　$y=x$　　イ　$y=-2x+1$　　ウ　$y=\dfrac{x}{2}$　　エ　$y=\dfrac{2}{x}$　　オ　$y=x^2$

カ　$y=-2x^2$　　キ　$y=-\dfrac{1}{2}x^2$

(1)　グラフが直線になるものをすべてあげなさい。

(2)　グラフが下に開いた放物線になるものをすべてあげなさい。

(3)　$x<0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値が減少するものをすべてあげなさい。

(4)　グラフが原点を通らないものをすべてあげなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)

[解答](1)ア，イ，ウ　(2) カ，キ　(3) イ，エ，オ　(4) イ，エ

[解説]

(1) 直線のグラフの式は $y=ax+b$ である。 $y=ax+b$ の形をしているのはア，イ，ウ。

(2) 放物線のグラフの式は $y=ax^2$ で，$a>0$ のとき上に開いており，$a<0$ のとき下に開いている。したがって，下に開いた放物線になるものは，カ，キ。

(3) 直線のグラフ $y=ax+b$ の場合， $a<0$ なら x の値が増加すると， y の値が減少する。これを満たすのは，ア，イ，ウのうちイである。

放物線のグラフ $y=ax^2$ で $a>0$ の場合，$x<0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値が減少する。この条件を満たすものはオである。

エは反比例のグラフで $x<0$ の範囲で， x の値が増加すると， y の値は減少するので条件にあてはまる。

(4) ア，ウ，オ，カ，キは $x=0$ のとき $y=0$ なので原点を通る。イ，エは原点を通らない。

$\boxed{3}$ 次の関数について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) $y=3x-\dfrac{1}{2}$　　(2) $y=\dfrac{8}{x}$

(3) $y=2x^2$　　(4) $y=-\dfrac{1}{3}x^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)

[解答](1) 3　(2) -1　(3) 12　(4) -2

[解説]

(1) $x=2$ のとき $y=3\times2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{11}{2}$， $x=4$ のとき $y=3\times4-\dfrac{1}{2}=\dfrac{23}{2}$

よって，(x の増加量)$=4-2=2$ で，(y の増加量)$=\dfrac{23}{2}-\dfrac{11}{2}=6$

ゆえに，(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{6}{2}=3$

＊1 次関数 $y=ax+b$ で a は変化の割合を表すので，計算せずに，(変化の割合)＝3 とだすこともできる。

(2) $x=2$ のとき $y=\dfrac{8}{2}=4$， $x=4$ のとき $y=\dfrac{8}{4}=2$

よって，(x の増加量)＝$4-2=2$ で，(y の増加量)＝$2-4=-2$

ゆえに，(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{-2}{2}=-1$

(3) $x=2$ のとき $y=2\times2^2=8$， $x=4$ のとき $y=2\times4^2=32$

よって，(x の増加量)＝$4-2=2$ で，(y の増加量)＝$32-8=24$

ゆえに，(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{24}{2}=12$

(4) $x=2$ のとき $y=-\dfrac{1}{3}\times2^2=-\dfrac{4}{3}$， $x=4$ のとき $y=-\dfrac{1}{3}\times4^2=-\dfrac{16}{3}$

よって，(x の増加量)＝$4-2=2$ で，(y の増加量)＝$-\dfrac{16}{3}-\left(-\dfrac{4}{3}\right)=-4$

ゆえに，(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{-4}{2}=-2$

$\boxed{4}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=4x^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq2$ のときの y の変域を求めなさい。

(2) 関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-\dfrac{1}{5}\leqq x\leqq\dfrac{1}{4}$ のときの y の変域が $0\leqq y\leqq1$ であるとき，a の値を求めなさい。

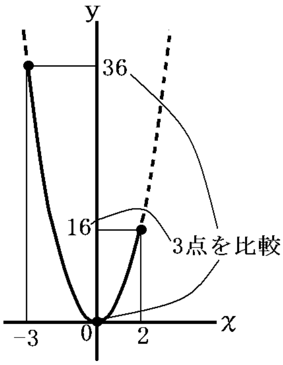
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $0\leqq y\leqq36$ (2) $a=16$

[解説](1)　$x=0$ が x の変域内にあるときは 3 点を比較

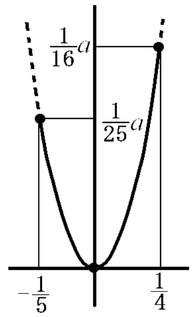
$x=0,\ -3,\ 2$ のときの y の値を比較する。
$x=0$ のとき $y=0$
$x=-3$ のとき $y=4\times(-3)^2=36$
$x=2$ のとき $y=4\times2^2=16$
よって最小値は $y=0$，最大値は $y=36$
ゆえに $0\leqq y\leqq36$



(2) 右図のように，y の値が最大になるのは，$x=\dfrac{1}{4}$ のとき

で，そのときの y の値は $y=a\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{1}{16}a$

y の変域が $0\leqq y\leqq1$ なので，$\dfrac{1}{16}a=1$　よって $a=16$



$\boxed{5}$ 次の問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=ax^2$ について，x が 2 から 4 まで増加したときの y の増加量は 24 であった。a の値を求めなさい。

(2)　関数 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ について，x が a から $a+2$ まで増加したときの変化の割合は 6 であった。a の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$a=2$　(2)　$a=-7$

[解説]

(1)　$x=2$ のとき $y=a\times2^2=4a$，$x=4$ のとき $y=a\times4^2=16a$
したがって，(y の増加量)＝$16a-4a=24,\ 12a=24,\ a=2$

(2)　$x=a$ のとき $y=-\dfrac{1}{2}a^2$，$x=a+2$ のとき $y=-\dfrac{1}{2}(a+2)^2$

(x の増加量)＝$4-2=2$ で，

(yの増加量)$=-\dfrac{1}{2}(a+2)^2-\left(-\dfrac{1}{2}a^2\right)=-\dfrac{1}{2}a^2-2a-2+\dfrac{1}{2}a^2=-2a-2$

よって，(変化の割合)$=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{-2a-2}{2}=-a-1$

ゆえに$-a-1=6$，$-a=7$，$a=-7$

$\boxed{6}$ yはxの 2 乗に比例し，$x=3$のとき，$y=3$である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　yをxの式で表しなさい。

(2)　$x=2$のときのyの値を求めなさい。

(3)　$y=\dfrac{1}{3}$のときのxの値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　$y=\dfrac{1}{3}x^2$　(2)　$y=\dfrac{4}{3}$　(3)　$x=\pm1$

[解説]

(1)　yはxの 2 乗に比例するので，$y=ax^2$とおくことができる。

$x=3$，$y=3$を$y=ax^2$に代入すると，$3=a\times3^2$，$9a=3$，$a=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

よって，$y=\dfrac{1}{3}x^2$

(2)　$y=\dfrac{1}{3}x^2$に$x=2$を代入すると，$y=\dfrac{1}{3}\times2^2=\dfrac{4}{3}$

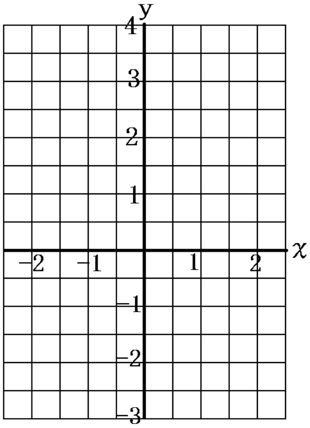
(3)　$y=\dfrac{1}{3}x^2$に$y=\dfrac{1}{3}$を代入すると，$\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}x^2$，$x^2=1$，$x=\pm1$

$\boxed{7}$ 次の関数のグラフをかきなさい。

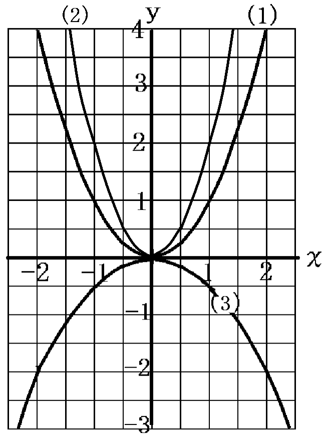
(1) $y = x^2$

(2) $y = 2x^2$

(3) $y = -\dfrac{1}{2}x^2$

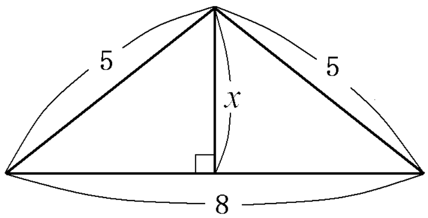


[解答]

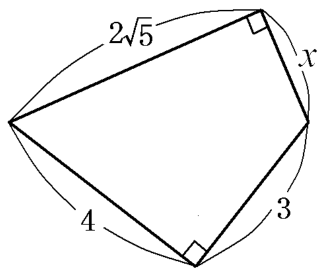


$\boxed{8}$ 次の図で，x の値を求めなさい。

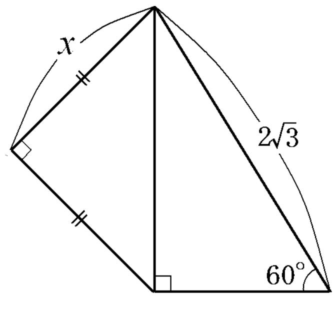
(1)



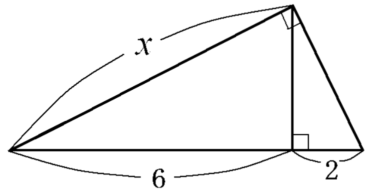
(2)



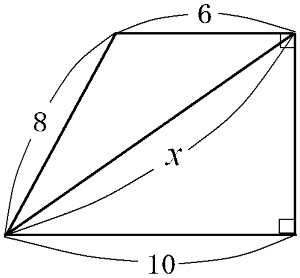
(3)



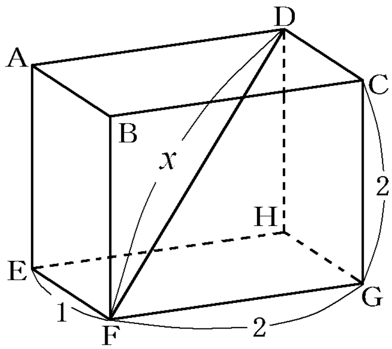
(4)



(5)



(6)



（ABCD-EFGHは直方体）

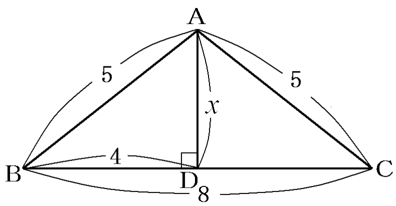
[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $x=3$ (2) $x=\sqrt{5}$ (3) $x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ (4) $x=4\sqrt{3}$ (5) $x=2\sqrt{37}$

(6) $x=3$

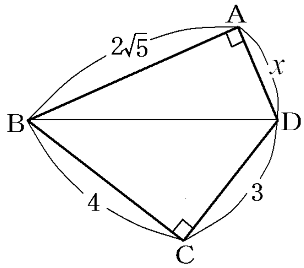
[解説]



(1) △ABD は直角三角形なので，

三平方の定理より，

$x^2+4^2=5^2$，$x^2+16=25$，$x^2=9$，$x=3$



(2) △BCD は直角三角形なので，三平方の定理より，

BD²$=4^2+3^2=16+9=25$　よって，BD＝5

次に，△ABD も直角三角形なので，

三平方の定理より，

$x^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=$BD²，$x^2+20=25$，$x^2=5$，$x=\sqrt{5}$

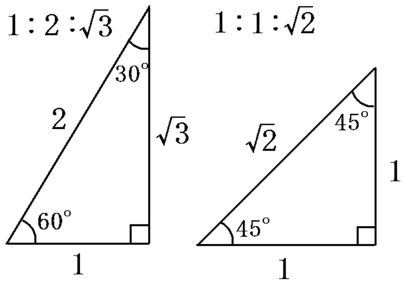
(3) △ACD は 90°60°30°の直角三角形なので，

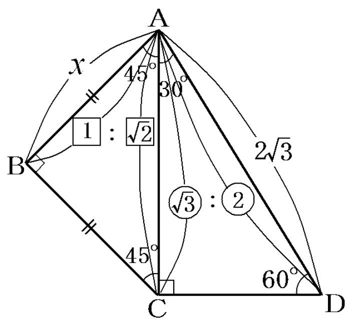
AC ： AD ＝ $\sqrt{3}$ ： 2

AD＝$2\sqrt{3}$ なので，

AC：$2\sqrt{3}=\sqrt{3}$ ： 2

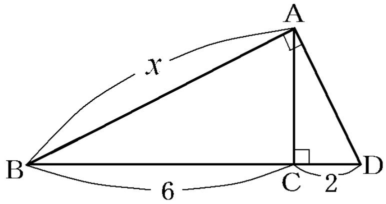
特殊な直角三角形



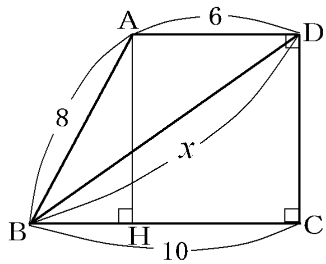


比で，外項の積 AC×２と内項の積$2\sqrt{3}\times\sqrt{3}=6$
は等しいので，AC×２＝６　よって，AC＝３
次に，△ABC は 90゜45゜45゜の直角二等辺三角形なので，
AB：AC＝１：$\sqrt{2}$，$x:3=1:\sqrt{2}$
外項の積$x\times\sqrt{2}$は内項の積3×1に等しいので，
$\sqrt{2}x=3,\ x=\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

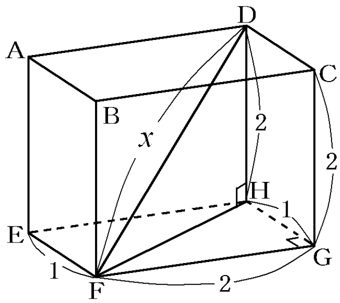
(4) △ABC は直角三角形なので，三平方の定理より，
AC²＝$x^2-6^2=x^2-36$ ･･･①
△ABD も直角三角形なので，
AD²＝$8^2-x^2=64-x^2$ ･･･②
次に，△ACD も直角三角形なので，AD²＝AC²＋CD²，
①，②より，$64-x^2=x^2-36+2^2$
$-2x^2=-36+4-64,\ -2x^2=-96,\ x^2=48$　よって，$x=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$



(5) △ABH で BH＝$10-6=4$
三平方の定理より，AH²＝AB²－BH²＝$64-16=48$
よって，CD²＝AH²＝48
次に，△BCD で三平方の定理より，
x^2＝BC²＋CD²＝$100+48=148$　$x=\sqrt{148}=2\sqrt{37}$



(6) △FGH で三平方の定理より，
FH²＝FG²＋GH²＝$4+1=5$
次に，△DFH で三平方の定理より，
x^2＝FH²＋DH²＝$5+4=9$　よって，$x=3$

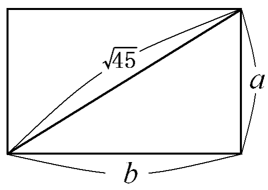


$\boxed{9}$ 対角線の長さが $\sqrt{45}$ cm になるような長方形について，縦と横の長さの組み合わせを 1 つあげなさい。

[解答欄]

[解答]縦 3cm，横 6cm

[解説]



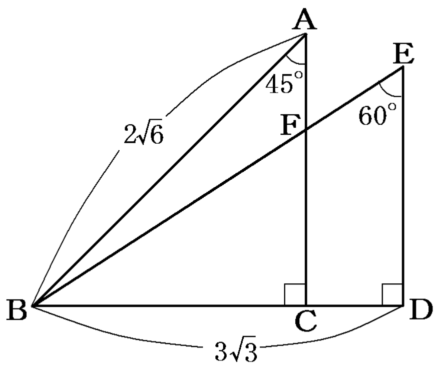
長方形の縦と横の長さを a，b とすると，三平方の定理より，

$a^2+b^2=45$，$b^2=45-a^2$，$b=\sqrt{45-a^2}$

例えば，$a=3$ とすると，$b=\sqrt{45-3^2}=\sqrt{36}=6$

$a=4$ とすると，$b=\sqrt{45-4^2}=\sqrt{29}$　＊解答は何通りもある

$\boxed{10}$ 次の図のように 1 組の三角定規を重ねて置くとき，次の問いに答えなさい。



(1) AF の長さを求めなさい。

(2) 四角形 CDEF の面積を求めなさい。

[解答欄]

(1)
(2)

[解答](1) $2\sqrt{3}-2$　(2) $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

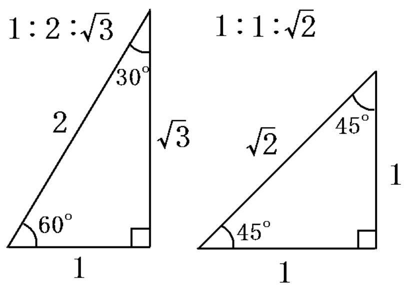
[解説]

(1) △ABC は 90 ° 45 ° 45 ° の直角三角形なので，

AC：AB＝$1:\sqrt{2}$，AC：$2\sqrt{6}=1:\sqrt{2}$

比の外項の積 AC×$\sqrt{2}$ と内項の積 $2\sqrt{6}\times1$

特殊な直角三角形



は等しいので，AC× $\sqrt{2} = 2\sqrt{6} \times 1$

よって，AC＝ $2\sqrt{6} \div \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$ …①

次に，△BCF は 90°60°30°の直角三角形なので，CF：BC＝1：$\sqrt{3}$

BC＝AC＝ $2\sqrt{3}$ なので，CF：$2\sqrt{3} = 1 : \sqrt{3}$

外項の積 CF× $\sqrt{3}$ は内項の積 $2\sqrt{3} \times 1$ に等しいので,

CF× $\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \times 1$，CF＝ $2\sqrt{3} \div \sqrt{3} = 2$ …②

①，②より，AF＝AC－CF＝ $2\sqrt{3} - 2$

(2) (四角形 CDEF の面積)＝(△BDE の面積)－(△BCF の面積)

△BDE は 90°60°30°の直角三角形なので，ED：BD＝1：$\sqrt{3}$

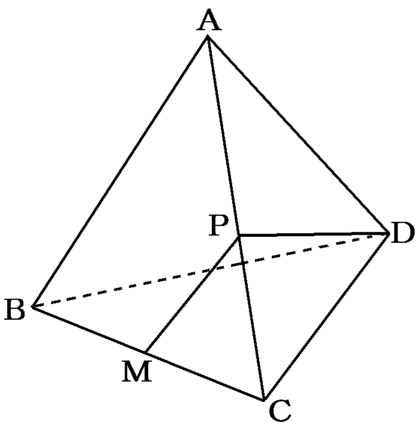
ED：$3\sqrt{3} = 1 : \sqrt{3}$，ED× $\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \times 1$，ED＝ $3\sqrt{3} \div \sqrt{3} = 3$

よって，(△BDE の面積)＝ $\dfrac{1}{2}$ ×BD×ED＝ $\dfrac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 3 = \dfrac{9\sqrt{3}}{2}$

また，(△BCF の面積)＝ $\dfrac{1}{2}$ ×BC×CF＝ $\dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$

よって，(四角形 CDEF の面積)＝ $\dfrac{9\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} = \dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

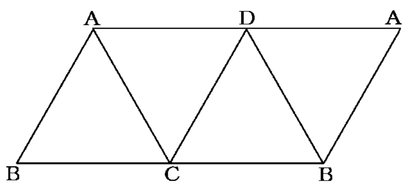
$\boxed{11}$ 右の図のような, 1 辺が 4cm の正四面体がある。

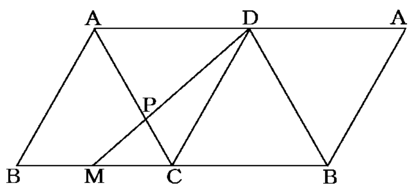


辺 BC の中点 M から AC 上の点 P を通って頂点 D まで線分で結んだとき，MP+PD の長さがもっとも短くなるときの様子を, 解答欄の展開図にかきいれなさい。また，その長さを求めなさい。

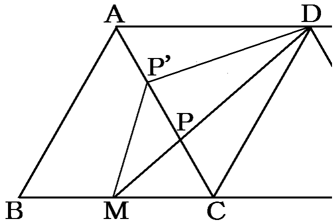
[解答欄]

[解答] $2\sqrt{7}$ cm





[解説]



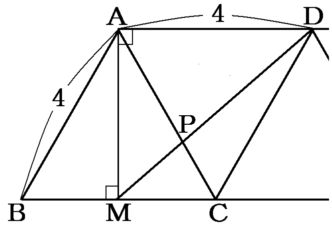
MP+PD の長さがもっとも短くなるときの P は MD を直線で結んだときに AC と交わる点である。

もし P が交点以外の P'の位置にあるときは,

三角形の 2 辺の長さの和は他の 1 辺より大きいので,

MD＜MP'＋P'D　よって，MP+PD＜MP'＋P'D

となる。したがって, P の位置にあるときが最も短くなる。



つぎに，MP+PD の長さについて考える。

M は BC の中点なので，AM⊥BC，BM＝2

三平方の定理より,

$AM^2 = AB^2 - BM^2 = 16 - 4 = 12$

また，△ADM で，三平方の定理より,

$DM^2 = AM^2 + AD^2 = 12 + 16 = 28$

よって，MP+PD＝DM＝$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ (cm)

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,200 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word(または一太郎)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば，FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1500 ページ)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。
RunFdData(Word 版) 【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】
RunFdData(一太郎版) 【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataTAs.exe 】
※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】