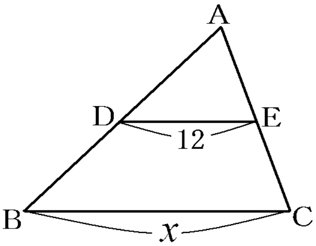
【】試験問題 I

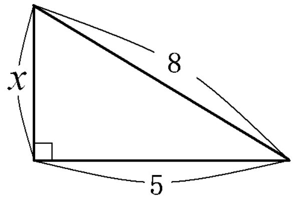
$\boxed{1}$ 下の図で，x の値を求めなさい。

(1)

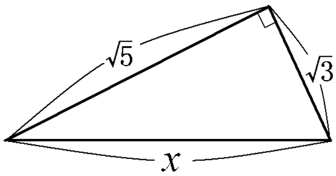


[AD＝DB，AE＝EC]

(2)



(3)



[解答欄]

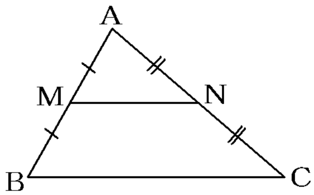
(1)	(2)	(3)

[解答](1) $x=24$　(2) $x=\sqrt{39}$　(3) $x=\sqrt{2}$

[解説]

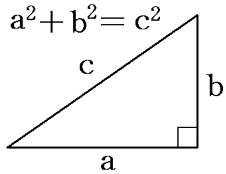
(1) D は AB の中点，E は AC の中点なので，中点連結定理より，

BC＝DE×2＝12×2＝24



中点連結定理
M，Nが中点のとき
MN // BC　MN＝$\frac{1}{2}$BC

三平方の定理
$a^2+b^2=c^2$



(2) この三角形は直角三角形なので，三平方の定理より，

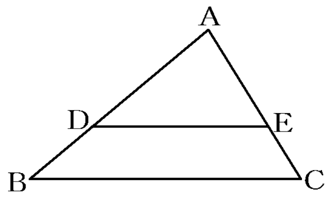
$x^2+5^2=8^2$，$x^2=64-25=39$

よって，$x=\sqrt{39}$

(3) この三角形は直角三角形なので，三平方の定理より，

$x^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2=8$，よって，$x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\boxed{2}$ 下の文は三角形と比の定理である。[　　]にあてはまるものを答えなさい。



(1) AD：AB＝[　　]：[　　]＝[　　]：[　　]

(2) AD：DB＝[　　]：[　　]

[解答欄]

(1)		(2)

[解答](1) AD：AB＝[AE]：[AC]＝[DE]：[BC](2) [AE]：[EC]

$\boxed{3}$ 次の各問いに答えなさい。

(1)　関数 $y=3x^2$ で, x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2)　関数 $y=-2x^2$ で，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 15　(2) $-18 \leqq y \leqq 0$

[解説]

(1)　$x=1$ のとき $y=3\times1^2=3$，$x=4$ のとき $y=3\times4^2=48$ なので,

$$(\text{変化の割合})=\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\frac{48-3}{4-1}=\frac{45}{3}=15$$

(2)　$x=0$ が x の変域内にあるときは 3 点を比較

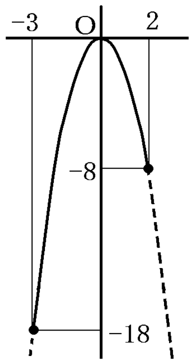
$x=0$ のとき，$y=0$

$x=-3$ のとき，$y=-2\times(-3)^2=-18$

$x=2$ のとき，$y=-2\times2^2=-8$

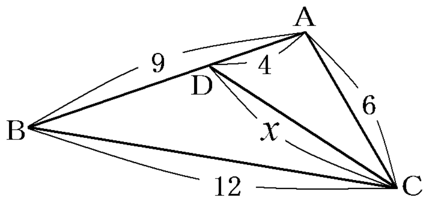
よって，y の変域は

$-18 \leqq y \leqq 0$

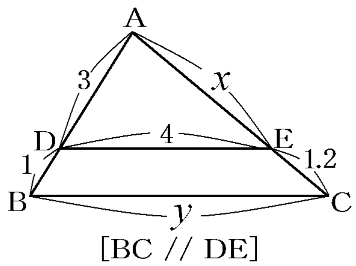


$\boxed{4}$ 下の図で， x， y の値を求めなさい。

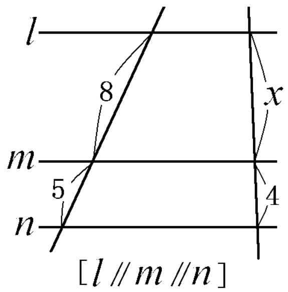
(1)



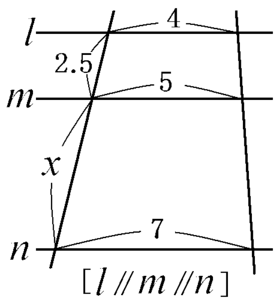
(2)



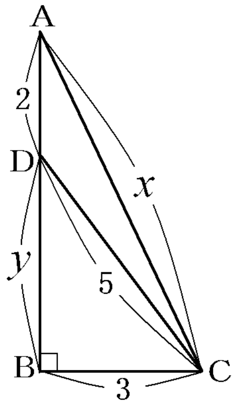
(3)



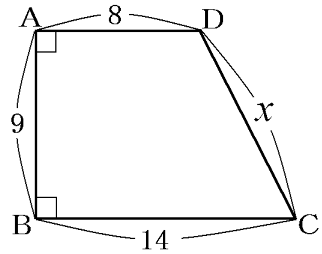
(4)



(5)



(6)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1)　$x=8$　(2)　$x=3.6$,　$y=\frac{16}{3}$　(3)　$x=6.4$　(4)　$x=5$

(5)　$x=3\sqrt{5}$,　$y=4$　(6)　$x=3\sqrt{13}$

[解説]

(1) △ADC と△ACB において,

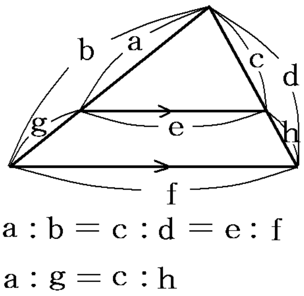
∠A は共通・・・①

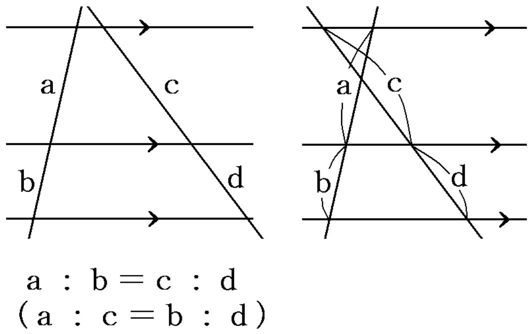
AD：AC＝4：6＝2：3，AC：AB＝6：9＝2：3 なので，AD：AC＝AC：AB・・・②

①，②より 2 組の辺の比とその間の角が等しいので，△ADC∽△ACB

相似比は 2：3 なので，x：12＝2：3

外項の積は内項の積に等しいので，x×3＝12×2，x＝8





(2) BC // DE なので，3：1＝x：1.2

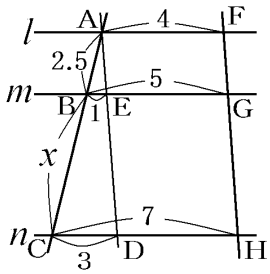
内項の積は外項の積に等しいので，1×x＝3×1.2，よって，x＝3.6

BC // DE なので，4：y＝3：(3＋1)，4：y＝3：4

内項の積は外項の積に等しいので，y×3＝4×4，よって，y＝16÷3＝$\frac{16}{3}$

(3) 平行線の性質より，8：5＝x：4

内項の積は外項の積に等しいので, 5×x＝8×4，x＝32÷5＝6.4



(4) 右図のように，FH に平行になるように直線 AD をひくと，

四角形 AEGF，四角形 EDHG はともに平行四辺形になるので,

EG＝DH＝AF＝4　よって，BE＝1，CD＝3

BE // CD なので，AB：AC＝BE：CD

よって，2.5：(2.5＋x)＝1：3

内項の積は外項の積に等しいので，2.5＋x＝2.5×3　よって，x＝7.5−2.5＝5

(5) △BCD は直角三角形なので，三平方の定理より，$y^2+3^2=5^2$，$y^2=25-9=16$

よって，y＝4

△ABC は直角三角形なので，三平方の定理より,

$x^2=(2+y)^2+3^2$

$y=4$ を代入すると，$x^2=6^2+3^2=36+9=45$　よって，$x=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

(6) 右図のように，D から BC に垂線 DH を引くと，

四角形 ABHD は長方形になるので，

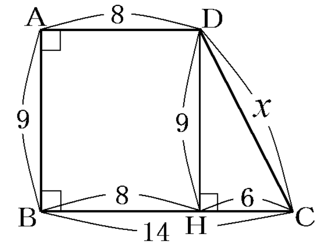
DH＝AB＝9，BH＝AD＝8

CH＝BC－BH＝14－8＝6

△CDH は直角三角形なので，三平方の定理より，

$x^2=9^2+6^2=81+36=117$

よって，$x=\sqrt{117}=3\sqrt{13}$

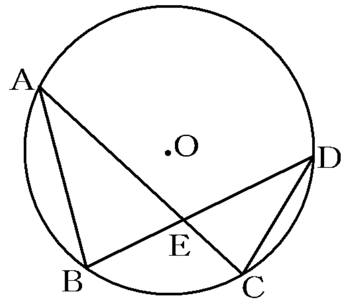


5 右の図のように円周上に 4 点 A，B，C，D があり，

AC と BD との交点を E とする。このとき，

△AEB∽△DEC

であることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

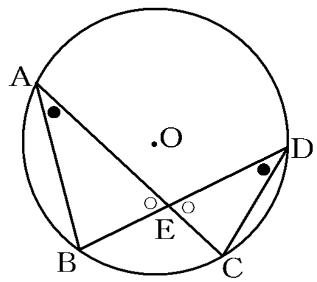
△AEB と△DEC において，

同じ弧 BC の円周角は等しいので，∠BAE＝∠CDE･･･①

対頂角は等しいので，∠AEB＝∠DEC･･･②

①，②より 2 角が等しいので，

△AEB∽△DEC



$\boxed{6}$ 2次方程式 $x^2+ax-7=0$ の解が−1と b であるとき，a，b の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a=-6,\ b=7$

[解説]

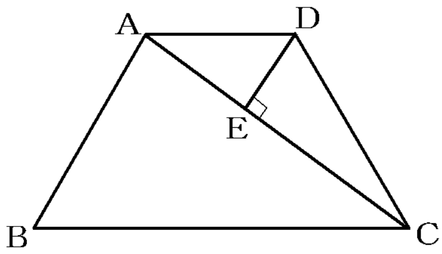
$x=-1$ を $x^2+ax-7=0$ に代入すると，$1-a-7=0,\ a=-6$

$a=-6$ を $x^2+ax-7=0$ に代入すると，$x^2-6x-7=0,\ (x+1)(x-7)=0$

$x+1=0,\ x-7=0$　ゆえに $x=-1,\ 7$

よって，$b=7$

$\boxed{7}$ 右の図で，四角形ABCDはAD // BCであり，AB＝DC＝6cm，AD＝4cm，BC＝10cmである。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) ACの長さを求めなさい。

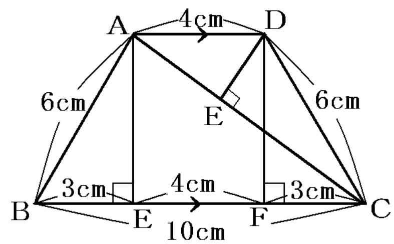
(2) 頂点DからACに垂線DEをひくとき，DEの長さを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $2\sqrt{19}$ cm　(2) $\dfrac{6\sqrt{57}}{19}$ cm

[解説]



(1) AからBCに垂線AEを，DからBCに垂線DFを引くと，四角形AEFDは長方形になるので，

EF＝AD＝4cmとなる。

また，△ABE≡△DCFなので，BE＝CF

よって，BE＝CF＝(10−4)÷2＝3cm

△ABEは直角三角形なので，三平方の定理より，

AE²＋3²＝6²，AE²＝36−9＝27，AE＝$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ cm

次に，△ACEも直角三角形なので，三平方の定理より，

$AC^2 = AE^2 + CE^2 = 27 + (3+4)^2 = 27 + 49 = 76$

よって，$AC = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$ cm

(2) △ACD の面積に注目する。

AD を底辺とすると，高さは EA と等しくなるので，

$(\triangle ACD \text{の面積}) = \dfrac{1}{2} \times (\text{底辺}) \times (\text{高さ}) = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ cm²・・・①

AC を△ACD の底辺と考えると，高さは DE となる。

$(\triangle ACD \text{の面積}) = \dfrac{1}{2} \times AC \times DE = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{19} \times DE$・・・②

①，②より，$\dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{19} \times DE = 6\sqrt{3}$

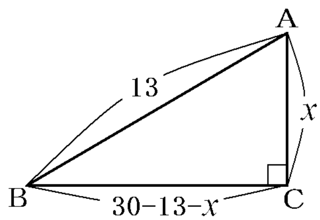
$\sqrt{19} \times DE = 6\sqrt{3}$，$DE = 6\sqrt{3} \div \sqrt{19} = \dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{19}} = \dfrac{6\sqrt{3} \times \sqrt{19}}{\sqrt{19} \times \sqrt{19}} = \dfrac{6\sqrt{57}}{19}$ cm

$\boxed{8}$ 周の長さが 30cm で，斜辺の長さが 13cm の直角三角形がある。この直角三角形の残りの 2 辺の長さを求めなさい。(2 辺のうち 1 辺の長さを x cm として，方程式をたて，解きなさい。)

[解答欄]

[解答]5cm と 12cm

[解説]



右の図のような直角三角形で，斜辺 AB＝13cm，AC＝x cm とすると，周の長さが 30cm なので，

BC＝30－13－x ＝17－x cm となる。

三平方の定理より，

$x^2 + (17-x)^2 = 13^2$，$x^2 + x^2 - 34x + 17^2 = 13^2$，$2x^2 - 34x + 289 - 169 = 0$

$2x^2 - 34x + 120 = 0$，$x^2 - 17x + 60 = 0$，$(x-5)(x-12) = 0$　よって，$x = 5, 12$

$x = 5$ のとき $17 - x = 12$，$x = 12$ のとき $17 - 12 = 5$　これは問題にあてはまる。

よって，2 辺の長さは 5cm と 12cm

【】試験問題 J

$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 直角三角形の直角をはさむ 2 辺をa, b, 斜辺の長さをcとすると, a, b, cの間にはどんな関係が成り立ちますか。式で答えなさい。

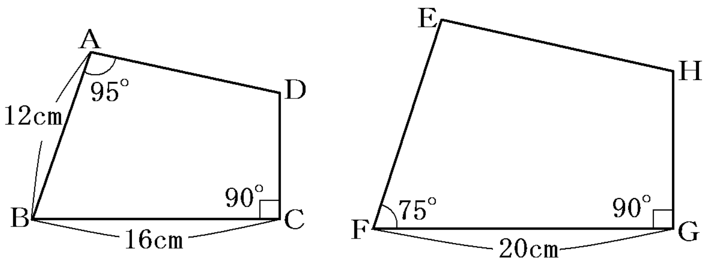
(2) (1)の定理の名前を 2 通りで答えなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $a^2+b^2=c^2$ (2) 三平方の定理, ピタゴラスの定理

$\boxed{2}$ 下の図の 2 つの四角形は相似である。次の問いに答えなさい。



(1) 次の角の大きさを求めなさい。

① ∠B　　② ∠E

(2) 四角形 ABCD と四角形 EFGH の相似比を求めなさい。

(3) 辺 EF の長さを求めなきい。

[解答欄]

(1)①	②	(2)	(3)

[解答](1)① 75° ② 95° (2) 4：5 (3) 15cm

[解説]

(1) 相似な 2 つの図形の対応する角は等しいので, ∠B＝∠F＝75°, ∠E＝∠A＝95°

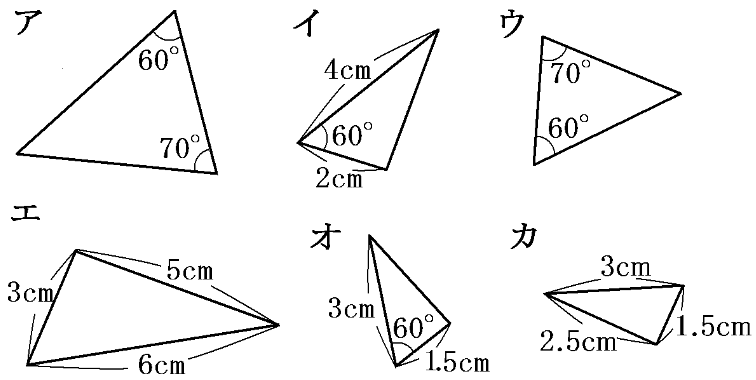
(2) 対応する辺の比をとる。BC：FG＝16：20＝4：5

(3) 相似な 2 つの図形の対応する辺の比は等しいので,

AB：EF＝BC：FG, 12：EF＝16：20, 12：EF＝4：5

内項の積は外項の積に等しいので, EF×4＝12×5, EF＝60÷4＝15cm

3 下の図の中から相似な三角形の組を選び記号で答えなさい。また，そのときに用いた相似条件を答えなさい。



[解答欄]

[解答]アとウ：2 組の角がそれぞれ等しい，イとオ：2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しい，エとカ：3 組の辺の比が等しい

[解説]

三角形の相似条件は，① 3 組の辺の比が等しい，② 2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しい，③ 2 組の角がそれぞれ等しい の 3 つ。

4 次の文は，三角形と線分の比についての定理である。( )をうめなさい。

△ABC で，辺 AB，AC 上の点を，それぞれ P，Q とする。

(1) PQ // BC ならば，

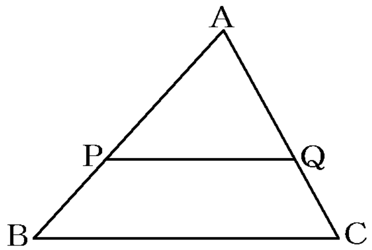
AP：AB＝AQ：(ア)＝PQ：(イ)

(2) AP：PB＝AQ：QC ならば，

PQ // (ウ)

(3) 点 P，Q が，それぞれ辺 AB，AC の中点ならば，

PQ // (エ)，PQ＝(オ)×BC

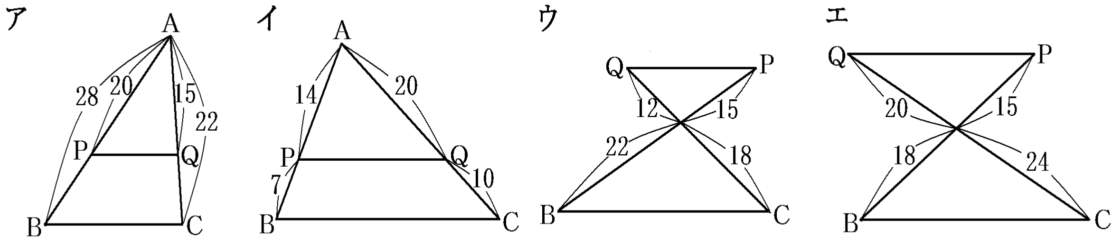


[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

[解答]ア　AC　イ　BC　ウ　BC　エ　BC　オ　$\dfrac{1}{2}$

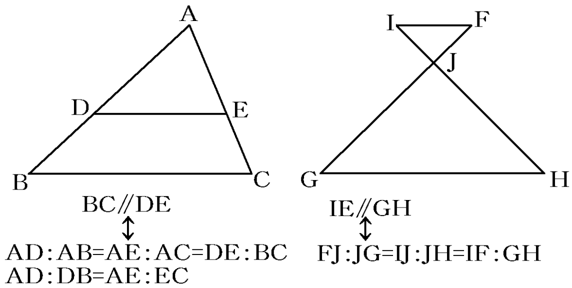
$\boxed{5}$　下の図で，PQ // BC が成り立つものはどれか。記号で答えなさい。



[解答欄]

[解答]イ，エ

[解説]



ア：20：28≠15：22　イ：14：7＝20：10　ウ：12：18≠15：22　エ：15：18＝20：24

6 次のア～カで，2つの図形が常に相似であるものはどれか。記号で答えなさい。

ア　2つの長方形　　イ　2つの正三角形

ウ　2つの正方形　　エ　2つの直角二等辺三角形

オ　2つのひし形　　カ　2つの直角三角形

[解答欄]

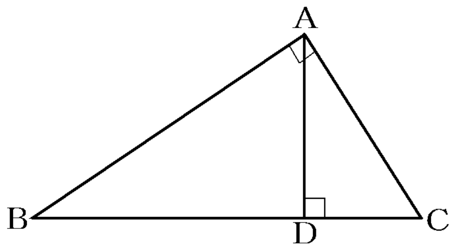
[解答]イ，ウ，エ

7 右の図で，∠BAC＝∠ADC＝90°とする。

次の問いに答えなさい。

(1) △ABCと相似な三角形をすべていいなさい。

(2) AB＝6cm，BC＝8cmとして，BDの長さを求めなさい。

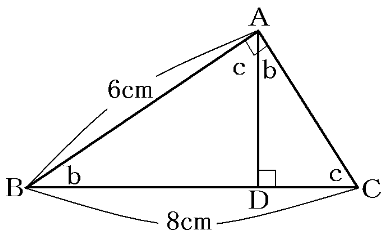


[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) △DBA，△DAC　(2) $\frac{9}{2}$cm

[解説]



(1) 右図のように，∠B＝b，∠C＝cとすると，

∠B＋∠C＝90°なのでb＋c＝90°

△ABDで∠ADB＝90°なので，∠ABD＋∠BAD＝90°

よって，b＋∠BAD＝90°，∠BAD＝90°－b

ゆえに，∠BAD＝c

△ACDで同様にして，∠CAD＝b

△ABCと△DBAと△DACは，それぞれbとcを内角にもつので，2角が等しく，互いに相似である。

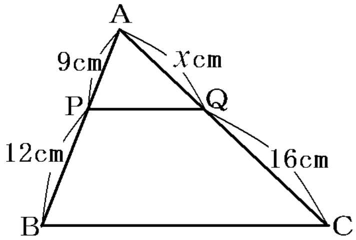
(2) (1)より△ABC∽△DBAで，相似な図形の対応する辺の比は等しいので，

BC：AB＝AB：BD，8：6＝6：BD

外項の積は内項の積に等しいので，8×BD＝6×6，BD＝6×6÷8＝$\frac{36}{8}$＝$\frac{9}{2}$cm

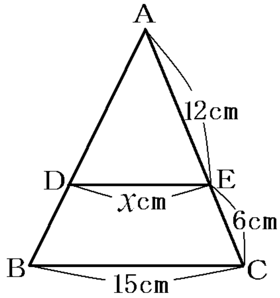
$\boxed{8}$ 下の図で x の値を求めなさい。

(1)



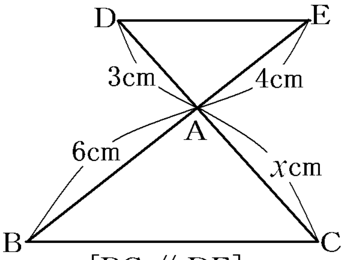
[PQ // BC]

(2)



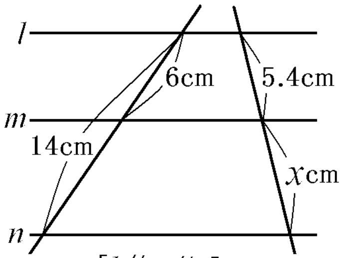
[BC // DE]

(3)



[BC // DE]

(4)



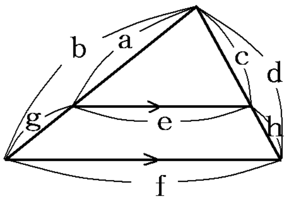
[l // m // n]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)

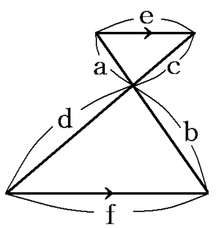
[解答](1) $x=12$ (2) $x=10$ (3) $x=\dfrac{9}{2}$ (4) $x=7.2$

[解説]

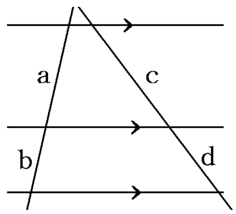


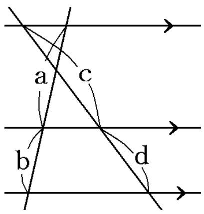
a : b ＝ c : d ＝ e : f

a : g ＝ c : h



a : b ＝ c : d ＝ e : f





a ： b ＝ c ： d
（a ： c ＝ b ： d）

(1) x ：16＝9：12

外項の積は内項の積に等しいので， $x\times12=16\times9$， $x=16\times9\div12=12$

(2) x ：15＝12：(12＋6)， x ：15＝12：18， x ：15＝2：3

外項の積は内項の積に等しいので， $x\times3=15\times2$， $x=30\div3=10$

(3) 3： x ＝4：6，3： x ＝2：3

内項の積は外項の積に等しいので，$x\times2=3\times3$，$x=9\div2=\dfrac{9}{2}$

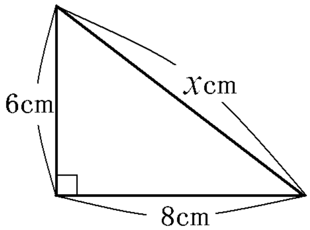
(4) 5.4：x＝6：(14－6)，5.4：x＝3：4

内項の積は外項の積に等しいので，$x\times3=5.4\times4$

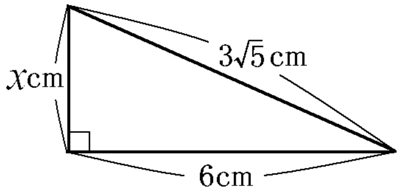
$x=5.4\times4\div3=7.2$

9 下の図で x の値を求めなさい。

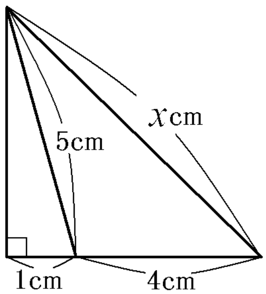
(1)



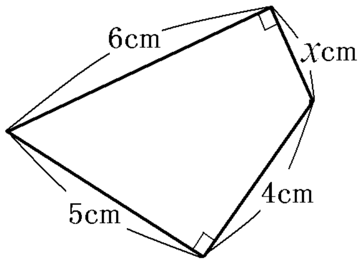
(2)



(3)



(4)



[解答欄]

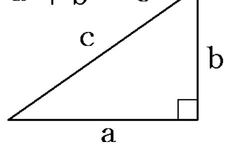
(1)	(2)	(3)	(4)

[解答](1) $x=10$　(2) $x=3$　(3) $x=7$　(4) $x=\sqrt{5}$

[解説]

三平方の定理

$a^2+b^2=c^2$

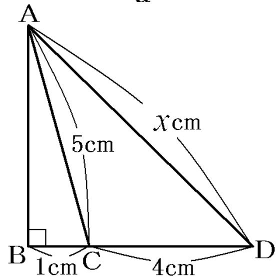


(1) 三平方の定理より，

$x^2=6^2+8^2=36+64=100$　よって，$x=10$

(2) $x^2+6^2=\left(3\sqrt{5}\right)^2$，$x^2=45-36=9$　よって，$x=3$

(3) 右図の△ABC で，三平方の定理より，



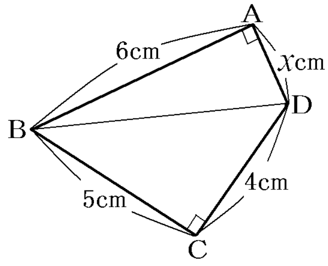
$AB^2+1^2=5^2$，$AB^2=25-1=24$

△ABD で，三平方の定理より，

$x^2=AB^2+BD^2=24+25=49$

よって，$x=7$

(4) 右図の△BCD で，三平方の定理より，



$BD^2=5^2+4^2=25+16=41$

△ABD で，三平方の定理より，

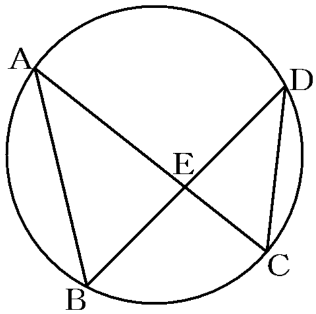
$x^2+AB^2=BD^2$

$x^2+36=41$，$x^2=41-36=5$

よって，$x=\sqrt{5}$

$\boxed{10}$ 右の図のように円Oの周上に 4 点 A，B，C，D があり，AC と BD との交点を E とする。

このとき，△AEB∽△DEC であることを次のように証明した。(　　)をうめなさい。



[証明]

△AEB と△DEC で，

同じ弧に対する(　ア　)は等しいので，

　∠BAE＝∠(　イ　)

また，対頂角は等しいので

　∠AEB＝∠(　ウ　)

(　　エ　　)がそれぞれ等しいので，

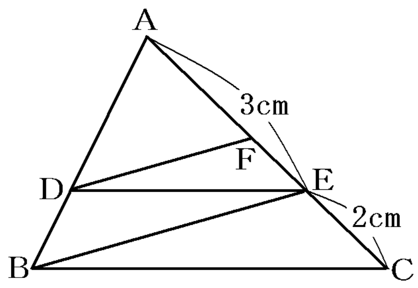
　△AEB∽△DEC

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

[解答]ア　円周角　イ　CDE　ウ　DEC　エ　2 角

$\boxed{11}$ 右の図は，△ABC において，BC // DE，BE // DF になるように辺 AB 上に点 D，辺 AC 上に点 E，F をそれぞれとったものである。AE＝3cm，EC＝2cm のとき，次の問いに答えなさい。



(1)　AF：FE を求めなさい。

(2)　AF の長さを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 3：2　(2) $\frac{9}{5}$ cm

[解説]

(1) DE // BC なので，AD：DB＝AE：EC なので，AD：DB＝3：2

また，DF // BE なので，AF：FE＝AD：DB

よって，AF：FE＝3：2

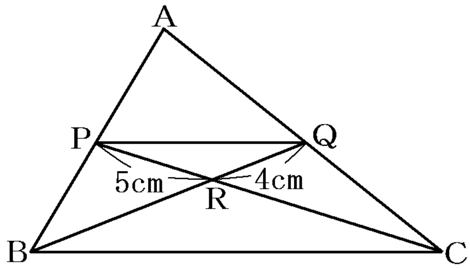
(2) AF：FE＝3：2 より，AF：AE＝3：5

AF＝x cm とすると，x：3＝3：5

外項の積は内項の積に等しいので，

$x \times 5 = 3 \times 3$，$x = 9 \div 5$　よって，$x = \frac{9}{5}$

$\boxed{12}$ 右の図で，2 点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC の中点であり，点 R は 2 つの線分 BQ と CP との交点である。PR＝5m，QR＝4cm のとき，BR の長さを求めなさい。



[解答欄]

[解答]8cm

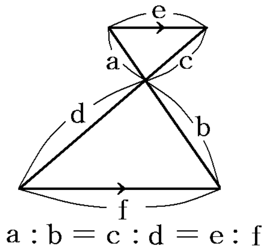
[解説]

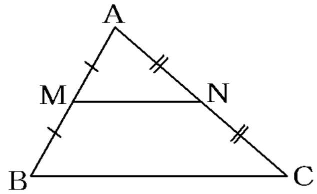
2 点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC の中点なので，中点連結定理より，

PQ // BC，PQ：BC＝1：2

PQ // BC なので平行線の性質より，

QR：BR＝PQ：BC



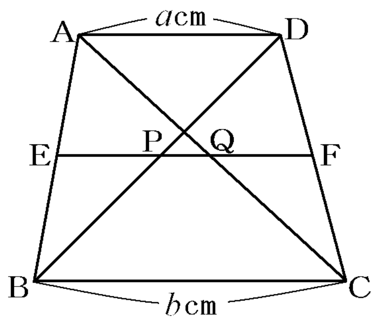


よって，QR：BR＝1：2 で，QR＝4 なので，

4：BR＝1：2　内項の積は外項の積に等しいので，BR×1＝4×2

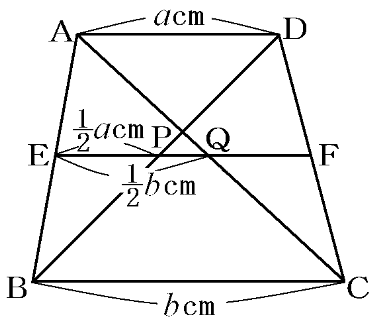
よって，BR＝8cm

$\boxed{13}$ 右の図は，AD // BC の台形 ABCD で，辺 AB，CD の中点を E，F とし，EF と BD，AC との交点をそれぞれ P，Q とする。このとき，PQ の長さを a, b で表しなさい。ただし，$a<b$ とする。



[解答欄]

[解答]$\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}a$ (cm)



[解説]

E，F は，それぞれ辺 AB，CD の中点なので，

EF は AD と BC に平行である。

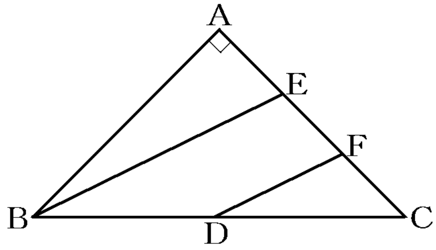
△BAD で，E は BA の中点で，EP // AD なので，

EP＝$\frac{1}{2}$AD＝$\frac{1}{2}a$

△ABC で，同様にして，EQ＝$\frac{1}{2}b$

よって，PQ＝EQ－EP＝$\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}a$ (cm)

$\boxed{14}$ 右の図で，△ABC は∠A＝90°の直角二等辺三角形で，D は辺 BC の中点である。また，E，F は辺 AC 上の点で，AE＝EF＝FC である。
AB＝6cm のとき，線分 DF の長さを求めなさい。



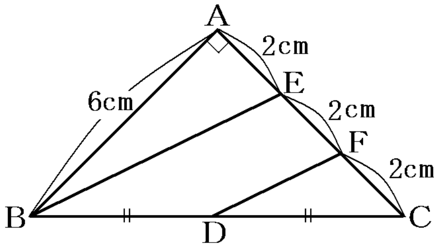
[解答欄]

[解答] $\sqrt{10}$ cm

[解説]

AC＝AB＝6cm で，AE＝EF＝FC なので，

AE＝EF＝FC＝2cm



△ABE は直角三角形なので，三平方の定理より，

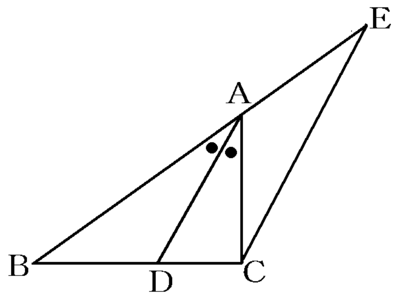
$BE^2＝AB^2＋AE^2＝36＋4＝40$

よって，BE＝$\sqrt{40}=2\sqrt{10}$ cm

次に，△CBE で D は CB の中点で，F は CE の中点なので，中点連結定理より，

DF＝$\dfrac{1}{2}$BE　よって，DF＝$\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{10}=\sqrt{10}$ cm

$\boxed{15}$ 右の図のように，∠C＝90°の直角三角形 ABC の∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とする。また，点 C を通り，AD に平行な直線と辺 BA の延長との交点を E とする。AC＝3cm，AB＝5cm のとき，次の問いに答えなさい。



(1)　AE の長さを求めなさい。

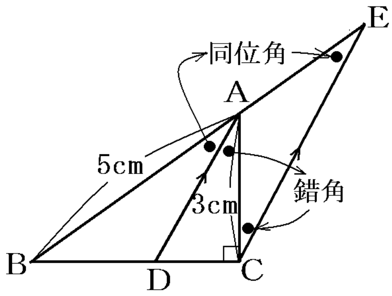
(2)　BD の長さを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 3cm　(2) $\dfrac{5}{2}$ cm

[解説]



(1) 仮定より，AD // EC

平行線の同位角は等しいので，∠BAD＝∠AEC

平行線の錯角は等しいので，∠DAC＝∠ACE

∠BAD＝∠DAC なので，∠AEC＝∠ACE

よって，△ACE は二等辺三角形となり，

AE＝AC＝3cm

(2) △ABC は直角三角形なので，三平方の定理より，

$BC^2+CA^2=AB^2$，$BC^2+9=25$，$BC^2=25-9=16$，BC＝4cm

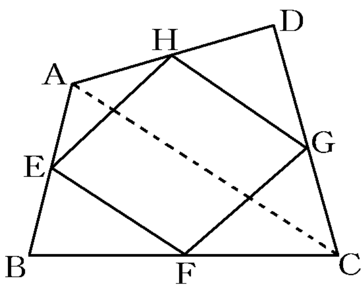
AD // EC なので，平行線の性質より，BD：DC＝BA：AE

よって，BD：DC＝5：3

BC＝4cm なので，

$BD=4\times\dfrac{5}{5+3}=\dfrac{5}{2}$ cm

$\boxed{16}$ 四角形 ABCD の辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ E，F，G，H とする。このとき，四角形 EFGH は平行四辺形であることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

△DAC で，H は DA の中点で，G は DC の中点なので，中点連結定理より，

HG // AC･･･①，HG＝$\frac{1}{2}$AC･･･②

同様に，△BAC で，E は BA の中点で，F は BC の中点なので，中点連結定理より，

EF // AC･･･③，EF＝$\frac{1}{2}$AC･･･④

①，③より，HG // EF

②，④より，HG＝EF

よって，四角形 EFGH で，1 組の向かい合う辺が平行で等しいので，

四角形 EFGH は平行四辺形になる。

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,200 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word(または一太郎)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば，FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1500 ページ)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。
RunFdData(Word 版)　【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】
RunFdData(一太郎版)　【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataTAs.exe 】
※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】

【Fd 教材開発：URL http://www.fdtext.com/dat/　Tel (092) 404-2266】