【】反比例の式

[反比例の式]

[問題](2 学期期末)

面積が 12cm^2 の長方形の縦の長さを x cm，横の長さを y cm とする。

(1) 下の表の(ア)～(ウ)にあてはまる数を求めよ。

x	1	2	3	4	5	6
y	(ア)	6	(イ)	3	2.4	(ウ)

(2) x の値が 2 倍，3 倍，4 倍･･･になると，y の値はどうなるか。(　　)にあてはまる数を答えよ。

y の値は(　　)倍，(　　)倍，(　　)倍･･･になる。

(3) y を x の式で表せ。

(4) 比例定数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) (ア) 12　(イ) 4　(ウ) 2　(2) $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$　(3) $y=\frac{12}{x}$　(4) 12

[解説]

(長方形の面積)＝(縦)×(横)なので，$x\times y=12$，$xy=12$

両辺を x で割ると，$xy\div x=12\div x$，$\frac{xy}{x}=\frac{12}{x}$，$y=\frac{12}{x}$

$y=\frac{a}{x}$ の形のとき y は x に反比例し，a が比例定数になる。よって比例定数は12

(ア) $x=1$ のとき，$y=\frac{12}{x}=\frac{12}{1}=12$　(イ) $x=3$ のとき，$y=\frac{12}{x}=\frac{12}{3}=4$

(ウ) $x=6$ のとき，$y=\frac{12}{x}=\frac{12}{6}=2$

y が x に反比例するとき，x の値が 2，3，4 倍･･･になると，y の値は $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$ 倍･･･になる。

[反比例の式の決定]

[問題](2 学期期末)

　y は x に反比例し，$x=-3$ のとき，$y=6$ である。このとき，y を x の式で表せ。

[解答欄]

[解答] $y=-\dfrac{18}{x}$

[解説]

y は x に反比例するので，$y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる。(a は比例定数)

$y=\dfrac{a}{x}$ に $x=-3$，$y=6$ を代入すると，$6=\dfrac{a}{-3}$　ゆえに $a=-18$

よって，$y=\dfrac{-18}{x}$，$y=-\dfrac{18}{x}$

[問題](2 学期期末)

　y が x に反比例し $x=\dfrac{1}{3}$ のとき，$y=18$ である。y を x の式で表し，$y=-3$ のときの x の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $y=\dfrac{6}{x}$，$x=-2$

[解説]

y が x に反比例するので，$y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる(a は比例定数)。$y=\dfrac{a}{x}$ の両辺に x をかけると，$xy=a$　これに $x=\dfrac{1}{3}$，$y=18$ を代入すると，　$a=\dfrac{1}{3}\times 18=6$

よって，求める式は $y=\dfrac{6}{x}$ で，$xy=6$ とかくこともできる。

$xy=6$ に $y=-3$ を代入すると，$x\times(-3)=6$　よって $x=-2$

[問題](2 学期期末)

y が x に反比例し，$x=3$ のとき $y=-6$ である。次の問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) 比例定数を書け。

(3) $x=6$ のときの y の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $y=-\dfrac{18}{x}$ (2) -18 (3) $y=-3$

[解説]

(1)，(2) y が x に反比例しているので，$y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる。(a は比例定数)

$x=3$，$y=-6$ を $y=\dfrac{a}{x}$ に代入して，$-6=\dfrac{a}{3}$，$a=-6\times3=-18$

よって，$y=\dfrac{-18}{x}$，$y=-\dfrac{18}{x}$ 比例定数 a は -18

(3) $x=6$ を $y=-\dfrac{18}{x}$ に代入すると，$y=-\dfrac{18}{6}=-3$

[問題](3 学期)

次の問いに答えよ。

(1) y が x に比例しているとき，x と y の関係を式に表せ。

① $x=8$ のとき $y=-16$ である。

② $x=6$ のとき $y=3$ である。

(2) y が x に反比例しているとき，x と y の関係を式に表せ。

① $x=7$ のとき $y=-2$ である。

② $x=-16$ のとき $y=-\dfrac{1}{2}$ である。

(3) y は x に比例していて，$x=2$ のとき $y=-3$ である。

① $x=8$ のときの y の値を求めよ。

② $y=6$ のときの x の値を求めよ。

[解答欄]

(1)①	②	(2)①
②	(3)①	②

[解答](1)① $y=-2x$　② $y=\frac{1}{2}x$　(2)① $y=-\frac{14}{x}$　② $y=\frac{8}{x}$　(3)① $y=-12$

② $x=-4$

[解説]

(1) y が x に比例しているとき，$y=ax$ とおくことができる。(a は比例定数)

① $x=8$，$y=-16$ を $y=ax$ に代入すると，$-16=a\times 8,\ a=-2$　ゆえに $y=-2x$

② $x=6$，$y=3$ を $y=ax$ に代入すると，$3=a\times 6,\ a=3\div 6=\frac{1}{2}$　ゆえに $y=\frac{1}{2}x$

(2) y が x に反比例しているとき，$y=\frac{a}{x}$ とおくことができる。(a は比例定数)

$y=\frac{a}{x}$ の両辺に x をかけると，$y\times x=\frac{a}{x}\times x,\ a=xy$

① $x=7$，$y=-2$ を $a=xy$ に代入すると，$a=7\times(-2)=-14$　ゆえに $y=-\frac{14}{x}$

② $x=-16$，$y=-\frac{1}{2}$ を $a=xy$ に代入すると，$a=(-16)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=8$　ゆえに $y=\frac{8}{x}$

(3) y が x に比例しているとき，$y=ax$ とおくことができる。(a は比例定数)

$x=2$，$y=-3$ を $y=ax$ に代入すると，$-3=a\times 2,\ a=-\frac{3}{2}$　ゆえに $y=-\frac{3}{2}x$

① $x=8$ を $y=-\frac{3}{2}x$ に代入すると，$y=-\frac{3}{2}\times 8=-12$

② $y=6$ を $y=-\frac{3}{2}x$ に代入すると，$6=-\frac{3}{2}x,\ x=6\div\left(-\frac{3}{2}\right)=6\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-4$

[問題](3 学期)

次の各問いに答えよ。

(1)　y が x に比例し，$x=2$ のとき $y=10$ である。このとき，次の問いに答えよ。

① y を x の式で表せ。

② $x=-2$ のときの y の値を求めよ。

(2)　y が x に反比例し，$x=-3$ のとき，$y=15$ である。このとき，次の問いに答えよ。

① y を x の式で表せ。

② $x=9$ のときの y の値を求めよ。

[解答欄]

(1)①	②	(2)①	②

[解答](1)① $y=5x$　② $y=-10$　(2)① $y=-\frac{45}{x}$　② $y=-5$

[解説]

(1) y が x に比例しているとき，$y=ax$ とおくことができる。(a は比例定数)

$x=2$，$y=10$ を $y=ax$ に代入すると，$10=a\times 2$, $a=5$　よって $y=5x$

$x=-2$ を $y=5x$ に代入すると，$y=5x=5\times(-2)=-10$

(2) y が x に反比例しているとき，$y=\frac{a}{x}$ とおくことができる。(a は比例定数)

$x=-3$，$y=15$ を $y=\frac{a}{x}$ に代入すると，$15=\frac{a}{-3}$, $a=15\times(-3)=-45$　ゆえに

$y=-\frac{45}{x}$

$x=9$ を $y=-\frac{45}{x}$ に代入すると，$y=-\frac{45}{9}=-5$

[問題](2 学期期末)

次の問いに答えよ。

(1)　y は x に比例し，$x=-3$ のとき，$y=12$ である。y を x の式で表せ。また，$y=20$ のときの x の値を求めよ。

(2)　y は x に反比例し，$x=4$ のとき，$y=-2$ である。y を x の式で表せ。また，$x=-8$ のときの y の値を求めよ。

[解答欄]

(1)		(2)	

[解答](1)　$y=-4x$，　$x=-5$　(2)　$y=-\frac{8}{x}$，　$y=1$

[解説]

(1)　y は x に比例するので，$y=ax$ とおくことができる。この式に $x=-3$，$y=12$ を代入すると，$12=a\times(-3)$, $-3a=12$, $a=12\div(-3)$, $a=-4$　よって，$y=-4x$

$y=-4x$ に $y=20$ を代入すると，$20=-4x$, $x=20\div(-4)$　よって，$x=-5$

(2)　y は x に反比例するので，$y=\frac{a}{x}$ とおくことができる。この式に $x=4$，$y=-2$ を代入すると，$-2=\frac{a}{4}$　両辺に 4 をかけると，$a=-2\times4$, $a=-8$　よって $y=-\frac{8}{x}$

$y=-\frac{8}{x}$ に $x=-8$ を代入すると，$y=-\frac{8}{-8}$　よって $y=1$

[問題](2 学期期末)

次の問いに答えよ。

(1)　y は x に比例し，$x=-3$ のとき，$y=12$ である。y を x の式で表せ。また，$y=-10$ のときの x の値を求めよ。

(2)　y は x に反比例し，$x=4$ のとき，$y=6$ である。y を x の式で表せ。また，x の変域が，$4\leqq x\leqq 8$ のときの y の変域を求めよ。

(3)　点(－3,　5)を通る比例の式を求めよ。

(4)　点(－3,　5)を通る反比例の式を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
(3)	(4)

[解答](1)　$y=-4x$，$x=\frac{5}{2}$　(2)　$y=\frac{24}{x}$，$3\leqq y\leqq 6$　(3)　$y=-\frac{5}{3}x$　(4)　$y=-\frac{15}{x}$

[解説]

(1)　y が x に比例しているとき，$y=ax$ とおくことができる。（a は比例定数）

$x=-3$，$y=12$ を $y=ax$ に代入して，$12=a\times(-3)$，$a=-4$　ゆえに $y=-4x$

$y=-10$ を $y=-4x$ に代入すると，$-10=-4x$，$x=(-10)\div(-4)=\dfrac{5}{2}$

(2)　y が x に反比例しているとき，$y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる。（a は比例定数）

$x=4$，$y=6$ を代入すると，$6=\dfrac{a}{4}$，$a=24$　ゆえに $y=\dfrac{24}{x}$

x の変域が $4\leqq x\leqq 8$ なので，$x=4$ と $x=8$ を $y=\dfrac{24}{x}$ に代入する。

$x=4$ を $y=\dfrac{24}{x}$ に代入すると，$y=\dfrac{24}{4}=6$，$x=8$ を $y=\dfrac{24}{x}$ に代入すると，$y=\dfrac{24}{8}=3$

よって y の変域は，$3\leqq y\leqq 6$

(3)　点(－3，　5)を通る比例の式なので，$y=ax$ に $x=-3$，$y=5$ を代入すると，

$5=a\times(-3)$　ゆえに $a=-\dfrac{5}{3}$ で，$y=-\dfrac{5}{3}x$

(4)　点(－3，　5)を通る反比例の式なので，$y=\dfrac{a}{x}$ に $x=-3$，$y=5$ を代入すると，

$5=\dfrac{a}{-3}$，$a=5\times(-3)=-15$　よって $y=-\dfrac{15}{x}$

[問題](3 学期)

次の問いに答えよ。

(1)　y は x に比例し，$x=6$ のとき $y=9$ である。比例定数を求めよ。

(2)　y は x に反比例し，$x=3$ のとき $y=-4$ である。$x=-2$ のときの y の値を求めよ。

(3)　点 $(-3,\ 5)$ と原点について対称な点の座標を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $\dfrac{3}{2}$　(2) $y=6$　(3) $(3,\ -5)$

[解説]

(1)　y が x に比例しているとき，　$y=ax$ とおくことができる。(a は比例定数)

$x=6$，　$y=9$ を $y=ax$ に代入すると，$9=a\times 6,\ a=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

(2)　y が x に反比例しているとき，　$y=\frac{a}{x}$ とおくことができる。(a は比例定数)

$x=3$，　$y=-4$ を $y=\frac{a}{x}$ に代入すると，$-4=\frac{a}{3},\ a=-4\times 3=-12$

ゆえに $y=-\frac{12}{x}$　この式に $x=-2$ を代入すると，　$y=-\frac{12}{-2}=6$

(3)　＊$(p,\ q)$ と原点について対称な点は $(-p,\ -q)$　(x 座標，　y 座標ともに符号を逆転)

よって，点 $(-3,\ 5)$ と原点について対称な点の座標は $(3,\ -5)$

[問題](3 学期)

　$x=-3$ のとき，　$y=4$ である。このとき次の問いに答えよ。

(1)　y が x に比例するとき，　y を x の式で表せ。

(2)　y が x に反比例するとき，　y を x の式で表せ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$y=-\frac{4}{3}x$　(2)　$y=-\frac{12}{x}$

[解説]

(1)　y が x に比例しているとき，　$y=ax$ とおくことができる。(a は比例定数)

$x=-3$，　$y=4$ を $y=ax$ に代入すると，　$4=a\times(-3),\ a=-\frac{4}{3}$　ゆえに $y=-\frac{4}{3}x$

(2)　y が x に反比例しているとき，　$y=\frac{a}{x}$ とおくことができる。(a は比例定数)

$x=-3$，$y=4$ を $y=\frac{a}{x}$ に代入すると，$4=\frac{a}{-3}$，$a=4\times(-3)=-12$　ゆえに $y=-\frac{12}{x}$

[問題](3 学期)

次の問いに答えよ。

(1)　y は x に比例し，$x=-6$ のとき $y=8$ である。比例定数を求めよ。

(2)　y は x に反比例し，$x=4$ のとき $y=6$ である。$x=-8$ のときの y の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$-\frac{4}{3}$　(2)　$y=-3$

[解説]

(1)　y が x に比例しているとき，$y=ax$ とおくことができる。(a は比例定数)

$x=-6$，$y=8$ を $y=ax$ に代入すると，$8=a\times(-6)$，$a=8\div(-6)=-\frac{4}{3}$

(2)　y が x に反比例しているとき，$y=\frac{a}{x}$ とおくことができる。(a は比例定数)

$x=4$，$y=6$ を $y=\frac{a}{x}$ に代入すると，$6=\frac{a}{4}$，$a=6\times4=24$

よって，$y=\frac{24}{x}$　$x=-8$ をこの式に代入すると，$y=\frac{24}{-8}=-3$

【】反比例の具体例

[水そうの問題]

[問題](3 学期)

　毎分 6l ずつ水を入れると，1 時間でいっぱいになる水そうがある。

(1)　毎分 x l ずつ水をいれるとき，水そうがいっぱいになるまでに y 分かかるとして，y を x の式で表せ。

(2)　(1)の場合，x と y は比例か反比例か答えよ。

(3)　毎分 4l ずつ水を入れると，何分で水そうがいっぱいになるか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　$y=\dfrac{360}{x}$　(2) 反比例　(3) 90 分

[解説]

(1) 毎分 6l ずつ水を入れると，1 時間＝60 分で水そうがいっぱいになるので，

(水そうに入る水の量)＝$6\times60=360\ l$

毎分 x l ずつ水をいれるとき，水そうがいっぱいになるまでに y 分かかるとすると，

$x\times y=360$　両辺を x で割ると，$y=\dfrac{360}{x}$

(2)　$y=\dfrac{a}{x}$ の形になるとき，x と y は反比例する。

(3)　$x=4$ を $y=\dfrac{360}{x}$ に代入すると，$y=\dfrac{360}{4}=90$ (分)

[問題](3 学期)

　24l 入るからの水そうを満水にするのに 1 分間に x l ずつ水を入れるとき，y 分かかるとする。次の問いに答えよ。

(1)　$x=8$ のときの y の値を求めよ。

(2)　y を x の式で表せ。

(3)　x の変域を $4\leqq x\leqq 12$ とするとき，y の変域を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　$y=3$　(2)　$y=\dfrac{24}{x}$　(3)　$2\leqq y\leqq 6$

[解説]

(1) 1 分間に $x=8\,l$ ずつ水を入れると，24÷8＝3 分かかる。ゆえに，$y=3$

(2) (1 分間にいれる水の量)×(満水にするのにかかる時間)＝24 なので，

(満水にするのにかかる時間)＝24÷(1 分間にいれる水の量)　ゆえに，$y=24\div x$，

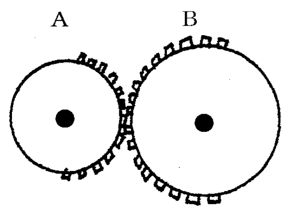
$y=\dfrac{24}{x}$

(3)　$x=4$ を $y=\dfrac{24}{x}$ に代入すると，$y=\dfrac{24}{4}=6$，$x=12$ を $y=\dfrac{24}{x}$ に代入すると，

$y=\dfrac{24}{12}=2$　よって，y の変域は，$2\leqq y\leqq 6$

[歯車の問題]

[問題](3 学期)



A，B2 つの歯車がかみ合っています。A の歯車の歯数は 18 で毎分 50 回転しています。B の歯車の歯数を x，1 分間の回転数を y として，次の問いに答えよ。

歯数 x	10	20	30	40	50
1 分間の回転数 y	90	(ア)	(イ)	22.5	18

(1)　x と y の間の関係を表す次の表について，(ア)，(イ)にあてはまる数を答えよ。

(2)　上の表から x と y の関係は，比例ですか，反比例ですか。言葉で答えよ。

(3)　y を x の式で表せ。

(4)　B の歯数が 60 のとき，B の歯車の 1 分間の回転数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)(ア) 45　(イ) 30　(2) 反比例　(3) $y=\dfrac{900}{x}$　(4) 15

[解説]

歯車Bの歯が1つ進むと，歯車Aの歯も1つ進む。また，(進んだ歯数)＝(歯の数)×(回転数)

(歯車Aの進んだ歯数)＝18×50，(歯車Bの進んだ歯数)＝ $x\times y$

(歯車Bの進んだ歯数)＝(歯車Aの進んだ歯数)なので，

$x\times y=18\times 50,\ xy=900$　両辺を x で割ると，

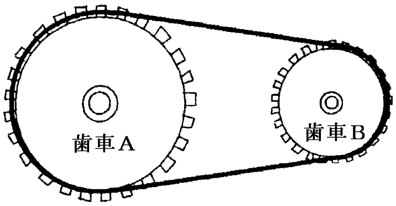
$xy\div x=900\div x,\ \dfrac{xy}{x}=\dfrac{900}{x},\ y=\dfrac{900}{x}$

$x,\ y$ の間に $y=\dfrac{a}{x}$ (a は比例定数)という関係が成り立つとき，y は x に反比例する。

(ア) $x=20$ のとき，$y=\dfrac{900}{x}=\dfrac{900}{20}=45$ (イ) $x=30$ のとき，$y=\dfrac{900}{x}=\dfrac{900}{30}=30$

(4) $x=60$ のとき，$y=\dfrac{900}{x}=\dfrac{900}{60}=15$

[問題](3学期)



右の図のように，歯の数が25である歯車Aを48回転させると，歯の数が x である歯車Bが y 回転する機械がある。次の問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) 歯車Bの歯の数が15で，歯車Aを48回転させると，歯車Bは何回転しますか。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y=\dfrac{1200}{x}$　(2) 80回転

[解説]

(1) 歯車Bの歯が1つ進むと，歯車Aの歯も1つ進む。また，(進んだ歯数)＝(歯の数)×(回転数)

(歯車Bの進んだ歯数)＝(歯車Aの進んだ歯数)

$x \times y = 25 \times 48,\ xy = 1200$　両辺を x で割ると,

$$xy \div x = 1200 \div x,\ \frac{xy}{x} = \frac{1200}{x},\ y = \frac{1200}{x}$$

(2) (Aの歯の数)×(Aの回転数)＝(Bの歯の数)×(Bの回転数)

$$25 \times 48 = 15 \times y,\ y = \frac{25 \times 48}{15} = 80$$ (回転)

[問題](3学期)

歯数36で，1秒間に4回転する歯車Aに歯数48の歯車Bがかみあっている。歯車Bは1秒間に何回転するか。

[解答欄]

[解答]3回転

[解説]

歯車Bは1秒間に x 回転するとする。

歯車Bの歯が1つ進むと，歯車Aの歯も1つ進む。

また，(進んだ歯数)＝(歯の数)×(回転数)

(歯車Bの進んだ歯数)＝(歯車Aの進んだ歯数)なので,

$48 \times x = 36 \times 4,\ x = \frac{36 \times 4}{48} = 3$　よって3回転する。

[速さの問題]

[問題](2学期期末)

60kmの道のりを，時速 x kmの速さの自動車が走るときのかかる時間を y 時間とおくとき， y を x の式で表せ。また，比例定数も求めよ。

[解答欄]

[解答] $y = \frac{60}{x}$，比例定数：60

[解説]

＊変数 x，y が $y=\dfrac{a}{x}$ という式で表されるとき，y は x に反比例するという。a は比例定数という。

(時間)＝(距離)÷(速さ)なので，$y=60\div x$，$y=\dfrac{60}{x}$　比例定数は60

[その他]

[問題](3 学期)

1 時間に 0.4l ずつ使えば，15 時間使える燃料があります。

(1)　この燃料を，1 時間に x l ずつ使うと y 時間使えるとして，y を x の式で表せ。

(2)　この燃料を，1 時間に $\dfrac{1}{4}l$ ずつ使うと何時間使えるか求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$y=\dfrac{6}{x}$　(2) 24 時間

[解説]

(燃料の量)＝(1 時間に使う量)×(燃焼時間)

1 時間に 0.4l ずつ使えば，15 時間使えるので，

(燃料の量)＝(1 時間に使う量)×(燃焼時間)＝0.4×15＝6l・・・①

(1) 1 時間に x l ずつ使うと y 時間使えるので，

(燃料の量)＝(1 時間に使う量)×(燃焼時間)＝ $x\times y=xy$

①より燃料の量は 6l なので，$xy=6$　両辺を x で割ると，

$xy\div x=6\div x$，$\dfrac{xy}{x}=\dfrac{6}{x}$，$y=\dfrac{6}{x}$

(2)　$x=\dfrac{1}{4}$ を $y=\dfrac{6}{x}$ に代入すると，$y=\dfrac{6}{x}=6\div x=6\div\dfrac{1}{4}=6\times 4=24$ (時間)

＊そのまま代入すると，$y=\dfrac{6}{\frac{1}{4}}$ のように分数の中に分数が出てくるので，

$y=\frac{6}{x}=6\div x$ といったん割り算に直して計算する。

[問題](後期期末)

3 人でやると 8 日かかる仕事がある。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) この仕事を 1 人でやるとすると何日かかるか。

(2) この仕事を x 人でやると y 日かかるとして，y を x の式で表せ。

(3) この仕事を 4 人で行うと何日かかるか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 24 日　(2) $y=\frac{24}{x}$　(3) 6 日

[解説]

(1) 3 人でやると 8 日かかる仕事なので，(のべ日数)＝(日数)×(人数)＝8×3＝24

よって，この仕事を 1 人でやると，(日数)×1＝24 なので，(日数)＝24

(2) この仕事を x 人でやると y 日かかるとすると，(日数)×(人数)＝24 より，

$y\times x=24$　両辺を x で割ると，$y=24\div x$，$y=\frac{24}{x}$

(3) $y=\frac{24}{x}$ に，$x=4$ を代入すると，$y=\frac{24}{4}=6$

[反比例・比例・その他]

[問題](2 学期期末)

次の各場合，y を x の式で表せ。また，x と y の関係が比例なら○を，反比例なら△を，どちらでもないなら×をつけよ。

(1) 底辺が x cm，高さが y cm，面積が 12cm^2 の三角形。

(2) 縦の長さが x cm，横の長さが y cm，周囲の長さが 30cm の長方形。

(3) 時速 x km で 5 時間進んだときの距離が y km である。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　$y=\dfrac{24}{x}$，△　(2)　$y=15-x$，×　(3)　$y=5x$，○

[解説]

(1) (三角形の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺)×(高さ) なので，$12=\dfrac{1}{2}\times x\times y$　両辺に2をかけると，

$xy=24$　両辺をxで割ると，$y=24\div x$　よって$y=\dfrac{24}{x}$

$y=\dfrac{a}{x}$という関係式で表される場合，yはxに反比例する。

(2) (長方形の周囲の長さ)＝{(たての長さ)＋(横の長さ)}×2 なので，

$30=2(x+y)$　両辺を2で割ると，$x+y=15$　xを右辺に移項すると$y=15-x$

比例の場合は$y=ax$，反比例の場合は$y=\dfrac{a}{x}$という関係式で表されるので，

$y=15-x$は比例でも反比例でもない。

(3) (進んだ距離)＝(速さ)×(時間) なので，$y=x\times 5$　$y=5x$で比例の関係式になる。

[問題](3 学期)

次のx，yの関係について，yをxの式で表せ。また，式の後ろに，yがxに比例するものには(比)，反比例するものには(反)，比例でも反比例でもないものには(×)を書け。

(1)　毎時x km の速さで 4 時間歩いたときに進んだ道のりをy km とする。

(2)　1 個x円の菓子 4 個を買って，1000 円出したときのおつりをy円とする。

(3)　体積が 100cm^{3}の直方体の縦が 5cm，横がx cm のときの高さをy cm とする。

(4)　40 人のクラスで，男子の人数がx人のときの女子の人数をy人とする。

(5)　18km の道のりを毎時x km の速さで行くときにかかる時間をy時間とする。

(6)　100g あたり 300 円の牛肉をx g 買ったときの代金をy円とする。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1)　$y=4x$（比）　(2)　$y=1000-4x$（×）　(3)　$y=\dfrac{20}{x}$（反）

(4)　$y=40-x$（×）　(5)　$y=\dfrac{18}{x}$（反）　(6)　$y=3x$（比）

[解説]

$y=ax$ は比例，　$y=\dfrac{a}{x}$ は反比例

(1) (距離)＝(速さ)×(時間)なので，　$y=x\times 4$，　$y=4x$　　$y=ax$ の形なので比例。

(2) (代金)＝(1 個の値段)×(個数)＝ $x\times 4=4x$

(おつり)＝1000 －(代金)なので，　$y=1000-4x$　　$y=ax$ でも $y=\dfrac{a}{x}$ の形でもない。

(3) (縦)×(横)×(高さ)＝(体積)なので，　$5\times x\times y=100$，　$5xy=100$　　$xy=20$

両辺を x で割ると，　$xy\div x=20\div x$，　$y=\dfrac{20}{x}$　　$y=\dfrac{a}{x}$ の形なので反比例。

(4) (女子の人数)＝40－(男子の人数)なので，$y=40-x$　$y=ax$ でも $y=\dfrac{a}{x}$ の形でもない。

(5) (時間)＝(距離)÷(速さ)なので，

$y=18\div x$，　$y=\dfrac{18}{x}$　　$y=\dfrac{a}{x}$ の形なので反比例。

(6) 100g あたり 300 円なので，1g あたりは，300÷100＝3 円

よって，　x g の代金は，　$3\times x=3x$ 円

ゆえに，　$y=3x$　　$y=ax$ の形なので比例。

[問題](2 学期期末)

次の x と y の関係を式で表せ。また，その関係が比例ならば A，反比例ならば B，それ以外ならば C で表せ。

(1) 水そうに水を毎分 3l ずつ入れる。x 分後の水の量は y l である。

(2) 長さ 1 m のひもを，x 等分したときの，1 本ひもの長さは y cm である。

(3) 5 ダースの鉛筆を，x 本使った後の残りの本数は y 本である。

(4) 1 辺の長さが x cm である正方形の面積は y cm² である。

(5) 面積が 18cm² である長方形のたての長さが x cm とすると，横の長さは y cm である。

(6) 時速 4km の速さで，x 時間歩くと進んだ距離は y km である。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $y=3x$，A　(2) $y=\dfrac{100}{x}$，B　(3) $y=60-x$，C　(4) $y=x^2$，C

(5) $y=\dfrac{18}{x}$，B　(6) $y=4x$，A

[解説]

$y=ax$ の形で表されるものは比例，$y=\dfrac{a}{x}$ の形で表されるものは反比例である。それ以外は比例でも反比例でもない。

(1) (たまった水の量)＝(1 分間に入れる水の量)×(時間(分)) なので，

$y=3\times x$　よって $y=3x$　$y=ax$ の形で表されているので比例である。

(2) (1 本のひもの長さ)×(切り取るひもの数)＝(全体の長さ)

1m＝100cm であるので，$y\times x=100$

両辺を x で割ると，$y=100\div x$　$y=\dfrac{100}{x}$

これは $y=\dfrac{a}{x}$ の形で表されるので，反比例の式である。

(3) 5 ダースは，$12\times 5=60$ (本)　(残りの本数)＝60 －(使った本数) なので，

$y=60-x$　これは$y=ax$でも$y=\dfrac{a}{x}$でもないので，比例でも反比例でもない。

(4) (正方形の面積)＝(1 辺)^2 なので，$y=x^2$

これは$y=ax$でも$y=\dfrac{a}{x}$でもないので，比例でも反比例でもない。

(5) (長方形の面積)＝(たての長さ)×(横の長さ) なので，$18=xy$，$xy=18$

両辺をxで割ると，$y=18\div x$，$y=\dfrac{18}{x}$

これは$y=\dfrac{a}{x}$の形で表されるので，反比例の式である。

(6) (進んだ距離)＝(速さ)×(時間) なので，$y=4\times x$，$y=4x$

これは$y=ax$の形で表されているので比例である。

[問題](2 学期期末)

　次の(1)～(3)についてyをxの式で表せ。また，比例するものをすべて書け。

(1)　16km の道のりを毎時x km の速さで進むと，y時間かかる。

(2)　32 人のクラスで，x人が欠席したとき，出席したのはy人である。

(3)　縦が 7cm，横がx cm の長方形の面積はy cm^{2}である。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
比例するもの		

[解答](1)　$y=\dfrac{16}{x}$　(2)　$y=32-x$　(3)　$y=7x$　比例するのは(3)

[解説]

$y=ax$の形で表されるものは比例，$y=\dfrac{a}{x}$の形で表されるものは反比例である。

(1) (時間)＝(距離)÷(速さ)なので，$y=16\div x$　よって$y=\dfrac{16}{x}$　これは反比例

(2) (出席した人数)＝(全体の人数)－(欠席した人数) なので，$y=32-x$　これは，比例でも反比例でもない。

(3) (長方形の面積)＝(たての長さ)×(横の長さ) なので，

$y=7\times x$　よって $y=7x$　これは比例

[問題](2 学期期末)

次のそれぞれについて，y が x に比例するものには○，y が x に反比例するものには×を書け。

(1)

x	1	2	3
y	5	10	15

(2)

x	1	2	3
y	12	6	4

(3)

x	1	2	3
y	−9	−18	−27

(4) 縦が 4cm，横が x cm の長方形の面積 y cm²

(5) 面積が 16cm² の長方形の縦が x cm，横が y cm

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) ○　(2) ×　(3) ○　(4) ○　(5) ×

[解説]

(1) $x=1$，$y=5$ を基準にする。

$x=2$ と x が 2 倍になると，y は 10÷5＝2 倍になり，

$x=3$ と x が 3 倍になると，y は 15÷5＝3 倍になっているので，y は x に比例している。

(2) $x=1$，$y=12$ を基準にする。

$x=2$ と x が 2 倍になると，y は 6÷12＝$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ 倍になり，

$x=3$ と x が 3 倍になると，y は 4÷12＝$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ 倍になっているので，y は x に反比例している。

(3) $x=1$，$y=-9$ を基準にする。$x=2$ と x が 2 倍になると，y は－18÷(－9)＝2 倍になり，$x=3$ と x が 3 倍になると，y は－27÷(－9)＝3 倍になっているので，y は x に比例している。

(4) (長方形の面積)＝(縦)×(横)なので，$y=4\times x$，$y=4x$　$y=ax$ (a は比例定数)の形になっているので比例。

(5) (長方形の面積)＝(縦)×(横)なので，$x \times y = 16$，$xy = 16$

両辺を x で割ると，$xy \div x = 16 \div x$，$\frac{xy}{x} = \frac{16}{x}$，$y = \frac{16}{x}$

$y = \frac{a}{x}$ の形になっているので反比例。

[問題](2 学期期末)

次の(1)～(4)で，y が x の関数であるときは○を，関数でないときには×を解答欄に書け。また，関数であるときには y を x の式で表せ。さらに比例もしくは反比例のときには，比例定数も答えよ。

(1) 1 枚 10 円のコピーを x 枚とったときの料金を y 円とする。

(2) 周の長さ 18cm である長方形の縦の長さを x cm，横の長さを y cm とする。

(3) 面積が x cm² である長方形の縦の長さを y cm とする。

(4) 1.5 l のジュースを x 人で等分するときの，1 人分の量を y ml とする。

[解答欄]

(1)	(2)
(3)	(4)

[解答](1) ○，$y = 10x$，10　(2) ○，$y = 9 - x$　(3) ×　(4) ○，$y = \frac{1500}{x}$，1500

[解説]

2 つの変数 x，y があって，x の値を決めるとそれに対応して y の値がただ 1 つ決まるとき，y は x の関数であるという。

(1) コピー枚数(x)が決まると代金(y)が決まるので，y は x の関数である。

(料金)＝(1 枚あたりの料金)×(枚数)なので，$y = 10 \times x$，$y = 10x$

これは比例の式で，比例定数は 10 である。

(2) (縦の長さ)×2＋(横の長さ)×2＝(周の長さ)なので，

$x \times 2 + y \times 2 = 18$，両辺を 2 で割ると，$x + y = 9$

よって，$y = 9 - x$

x が決まると y が決まるので，y は x の関数である。

また， $y = ax$， $y = \dfrac{a}{x}$ の形ではないので，比例や反比例ではない。

(3) 長方形の面積(x)が決まっても，縦の長さ(y)は決まらない。例えば，面積が 12 cm^2 の長方形の場合，縦が 2cm で横が 6cm のものもあれば，縦が 3cm で横が 4cm のものもある。したがって， y は x の関数ではない。

(4) (1 人分の量)＝(ジュースの量)÷(人数)で，人数(x)が決まれば，1 人分の量(y)が決まるので， y は x の関数である。1.5l ＝1500ml なので，

$y = 1500 \div x$， $y = \dfrac{1500}{x}$ となる。この式より， y は x に反比例し，比例定数は 1500 であることがわかる。

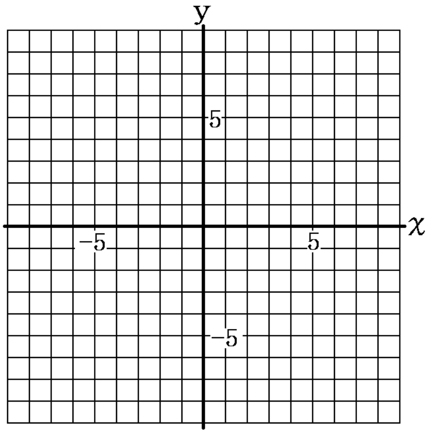
【】反比例のグラフ

[問題](2 学期期末)

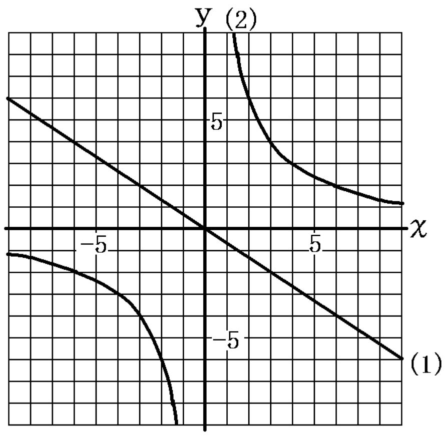
次のグラフを書け。

(1) $y=-\dfrac{2}{3}x$　　　(2) $y=\dfrac{12}{x}$

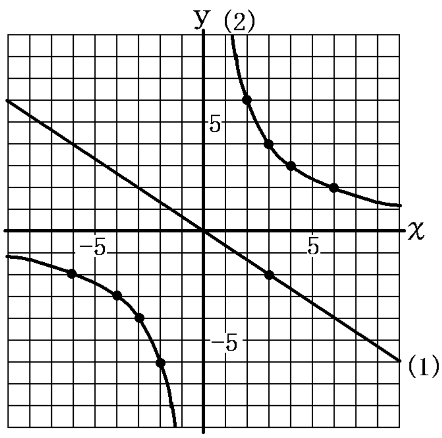
[解答欄]



[解答]



[解説]



(1) $y=ax$ は原点を通る。原点ともう 1 つの点をとって，この 2 点を通る直線を引く。

$x=3$ のとき，$y=-\dfrac{2}{3}\times 3=-2$　よって(3，－2)と原点を通る直線をかく。

$x=1$ などを選ぶと y が分数になり，正確な座標をかくことができない。分数の場合は分母の倍数を x とする。

(2) x，y がともに整数になるような値の組を求め，それらを座標にする点をとり，なめらかな曲線で結ぶ。

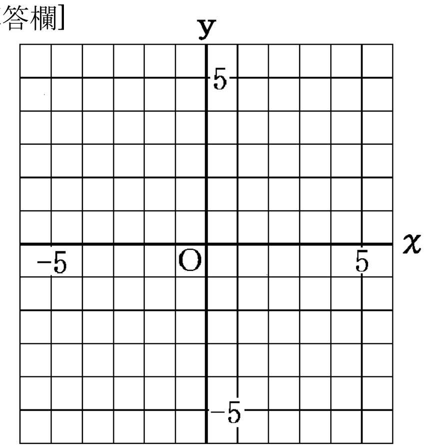
x	－6	－4	－3	－2	－1	1	2	3	4	6
y	－2	－3	－4	－6	－12	12	6	4	3	2

[問題](3 学期)

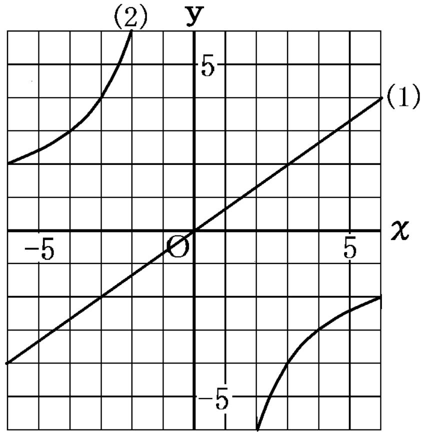
次の(1)，(2)のグラフをそれぞれ書け。

(1)　$y=\dfrac{2}{3}x$　　　(2)　$y=-\dfrac{12}{x}$

[解答欄]



[解答]



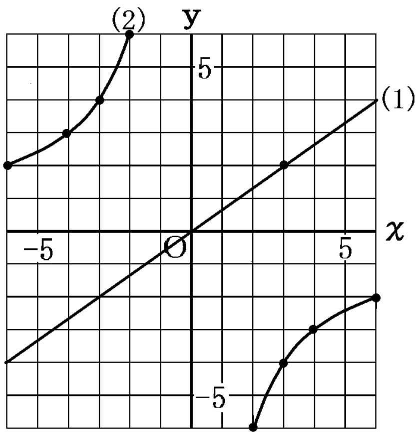
[解説]

(1)　$y=ax$ は原点を通る。原点ともう 1 つの点をとって，この 2 点を通る直線を引く。

$x=3$ のとき，$y=\dfrac{2}{3}\times 3=2$　よって(3，2)と原点を通る直線をかく。

$x=1$ などを選ぶと y が分数になり，正確な座標をかくことができない。分数の場合は分母の倍数を x とする。

(2)　x，y がともに整数になるような値の組を求め，それらを座標にする点をとり，なめらかな曲線で結ぶ。



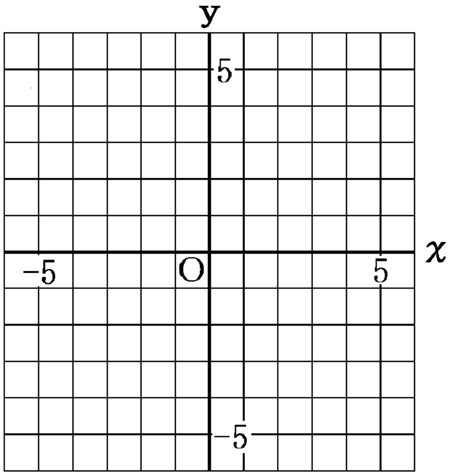
x	−6	−4	−3	−2	−1	−1	−2	−3	−4	−6
y	2	3	4	6	12	12	6	4	3	2

[問題](2 学期期末)

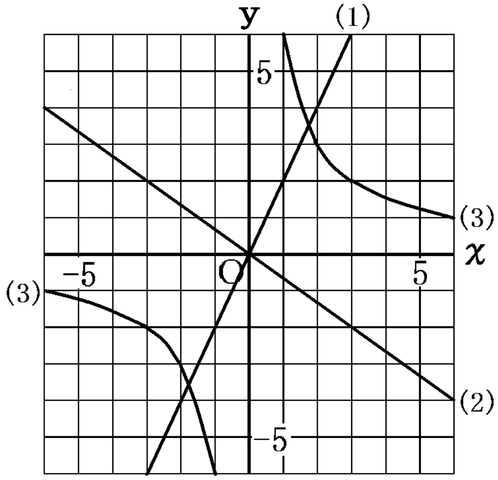
次の(1)～(3)のグラフを書け。

(1) $y = 2x$　　(2) $y = -\frac{2}{3}x$　　(3) $y = \frac{6}{x}$

[解答欄]



[解答]



[解説]

$y = ax$ は原点を通る。原点ともう 1 つの点をとって，この 2 点を通る直線を引く。

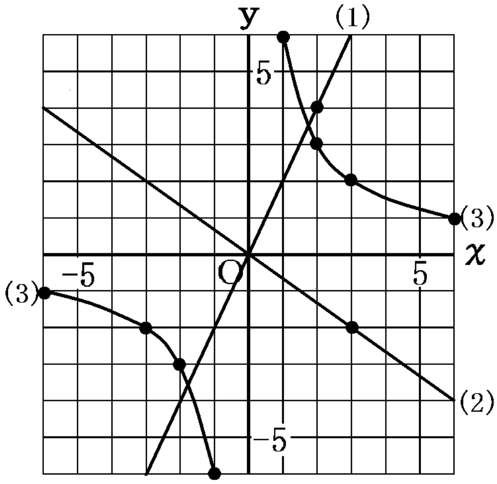
(1) $x = 2$ のとき $y = 2x = 2 \times 2 = 4$

よって(2，4)と原点を通る直線をかく。

(2) $x = 3$ のとき，$y = -\frac{2}{3} \times 3 = -2$

よって(3，－2)と原点を通る直線をかく。

$x = 1$ などを選ぶと y が分数になり，正確な座標をかくことができない。分数の場合は分母の倍数を x とする。



(3) x，y がともに整数になるような値の組を求め，それらを座標にする点をとり，なめらかな曲線で結ぶ。

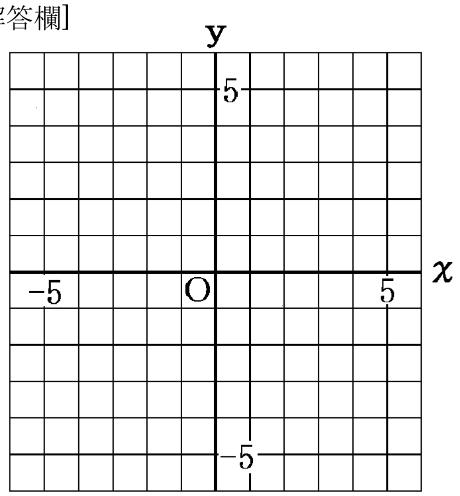
x	－6	－3	－2	－1	1	2	3	6
y	－1	－2	－3	－6	6	3	2	1

[問題](2 学期期末)

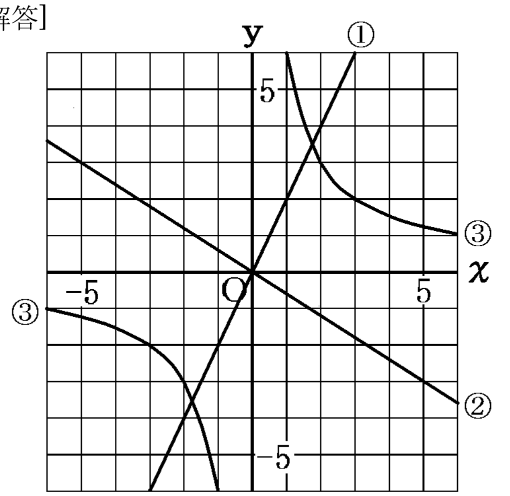
次の①～③グラフを，解答用紙の座標軸に書き込め。

① $y=2x$　　　② $y=-\frac{3}{5}x$　　　③ $y=\frac{6}{x}$

[解答欄]



[解答]



[解説]

$y=ax$ は原点を通る。原点ともう 1 つの点をとって，この 2 点を通る直線を引く。

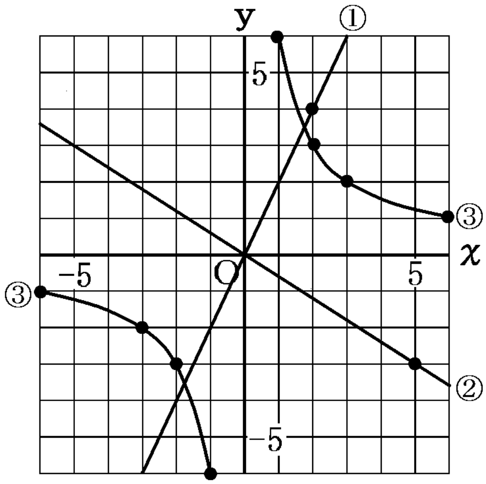
(1) $x=2$ のとき $y=2x=2\times2=4$

よって(2，4)と原点を通る直線をかく。

(2) $x=5$ のとき， $y=-\frac{3}{5}\times5=-3$

よって(5，−3)と原点を通る直線をかく。

$x=1$ などを選ぶと y が分数になり，正確な座標をかくことができない。分数の場合は分母の倍数を x とする。



(3) x，y がともに整数になるような値の組を求め，それらを座標にする点をとり，なめらかな曲線で結ぶ。

x	−6	−3	−2	−1	1	2	3	6
y	−1	−2	−3	−6	6	3	2	1

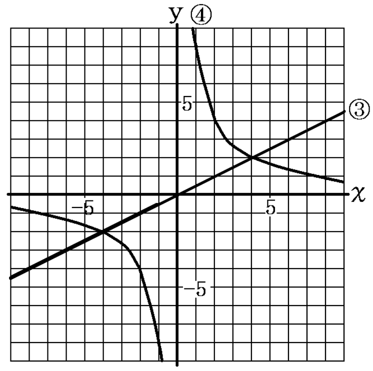
[問題](3 学期)

次の各問いに答えよ。

(1) 次の①，②のグラフを解答用紙にかけ。

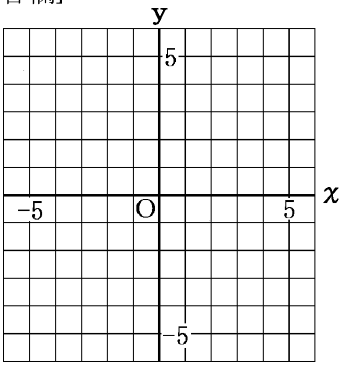
① $y=3x$　　② $y=-\frac{2}{3}x$

(2) 右の図③，④のグラフの式を求めよ。



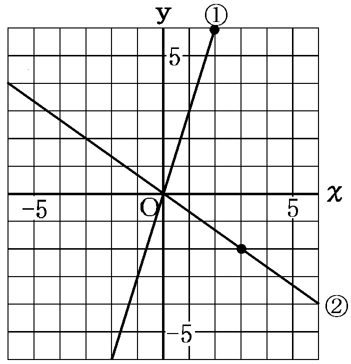
[解答欄]

(1)



(2)③
④

[解答](1)



(2)③ $y=\frac{1}{2}x$　④ $y=\frac{8}{x}$

[解説]

(1) $y=ax$ は原点を通る。原点ともう 1 つの点をとって，この 2 点を通る直線を引く。

① $x=2$ のとき $y=3x=3\times2=6$　よって(2，6)と原点を通る直線をかく。

② $x=3$ のとき $y=-\frac{2}{3}x=-\frac{2}{3}\times3=-2$　よって(3，－2)と原点を通る直線をかく。

$x=1$ などを選ぶと y が分数になり，正確な座標をかくことができない。分数の場合は分母の倍数を x とする。

(2)③は原点を通る直線なので比例のグラフで $y=ax$ とおくことができる。グラフより $x=4$ のとき，$y=2$ なので，これを $y=ax$ に代入。$2=a\times4$, $a=2\div4=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$　よって $y=\frac{1}{2}x$

④は反比例の式なので，$y=\frac{a}{x}$ とおく。グラフより $x=4$ のとき，$y=2$ なので，これを代入して，$2=\frac{a}{4}$　両辺に4をかけると，$a=8$　よって $y=\frac{8}{x}$

[問題](3 学期)

次の各問いに答えよ。

(1) ① $y=\dfrac{2}{3}x$ と② $y=-\dfrac{6}{x}$ のグラフを解答用紙に書け。

(2) 下の表は，関数 $y=\dfrac{a}{x}$ についてのものである。a の値を求めて，ア，イの空欄をうめよ。

x	・・	－2	・・	3	ア	6
y	・・	－6	・・	4	3	イ

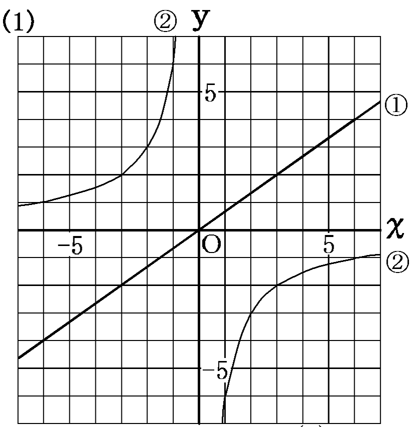
(3) y は x に比例する関数で，$x=-2$ のとき，$y=8$ である。y を x の式で表し，$y=-4$ のときの x の値を求めよ。

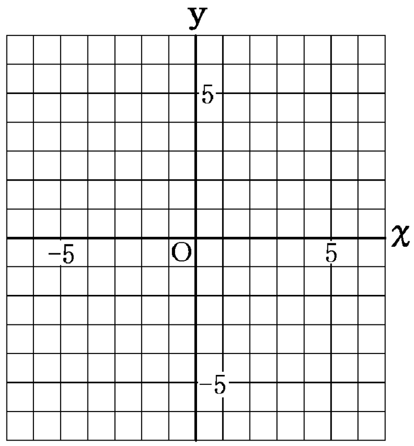
[解答欄]

(2)	(3)

[解答]

(1)





(2) $a=12$，ア 4，イ 2 (3) $y=-4x$， $x=1$

[解説]

(2) 表より $x=3$ のとき $y=4$ なので，これを $y=\dfrac{a}{x}$ に代入する。

$4=\dfrac{a}{3}$，両辺に 3 をかけると，$a=12$ よって $y=\dfrac{12}{x}$

$y=3$ を $y=\dfrac{12}{x}$ に代入すると，$3=\dfrac{12}{x}$，両辺に x をかけると，$3x=12$ よって $x=4$

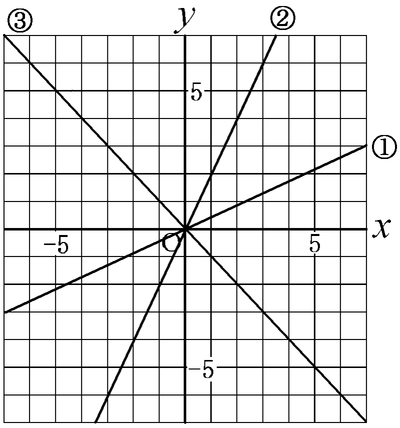
$x=6$ を $y=\dfrac{12}{x}$ に代入すると，$y=\dfrac{12}{6}$　よって $y=2$

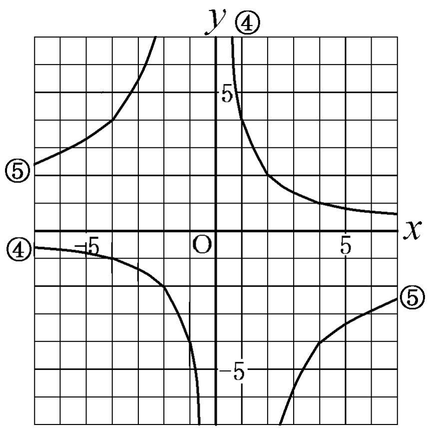
(3) y は x に比例するので，$y=ax$ とおくことができる。この式に $x=-2$，$y=8$ を代入すると，$8=a\times(-2)$　よって $a=-4$　ゆえに $y=-4x$

$y=-4x$ に $y=-4$ を代入すると，$-4=-4x$　よって $x=1$

[問題](2 学期期末)

次の直線，曲線のグラフについて，y を x の式で表せ。





[解答欄]

①	②	③
④	⑤	

[解答]①　$y=\dfrac{3}{7}x$　②　$y=2x$　③　$y=-x$　④　$y=\dfrac{4}{x}$　⑤　$y=-\dfrac{16}{x}$

[解説]

①～③ 原点を通る直線なので比例のグラフで $y=ax$ とおくことができる。

①　$x=7$ のとき $y=3$ なので，$y=ax$ に代入すると，$3=a\times7$, $a=\dfrac{3}{7}$　よって

$y=\dfrac{3}{7}x$

②　$x=3$ のとき $y=6$ なので，$y=ax$ に代入すると，$6=a\times3$, $a=2$　よって $y=2x$

③　$x=5$ のとき $y=-5$ なので，$y=ax$ に代入すると，$-5=a\times5$, $a=-1$　よって

$y=-x$

④～⑤ 反比例のグラフなので $y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる。

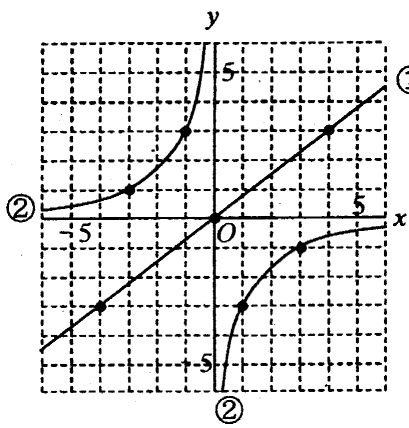
④ $x=4$ のとき $y=1$ なので，$y=\dfrac{a}{x}$ に代入すると，$1=\dfrac{a}{4}$，$a=4$　よって $y=\dfrac{4}{x}$

⑤ $x=4$ のとき $y=-4$ なので，$y=\dfrac{a}{x}$ に代入すると，$-4=\dfrac{a}{4}$，$a=-16$　よって

$y=-\dfrac{16}{x}$

[問題](3 学期)

右の図は，①は比例のグラフで，②は反比例のグラフです。y を x の式で表せ。



[解答欄]

①	
②	

[解答]① $y=\dfrac{3}{4}x$　② $y=-\dfrac{3}{x}$

[解説]

① 比例のグラフなので $y=ax$ とおくことができる。

$x=4$ のとき $y=3$ なので，$y=ax$ に代入すると，$3=a\times 4$，$a=\dfrac{3}{4}$　よって $y=\dfrac{3}{4}x$

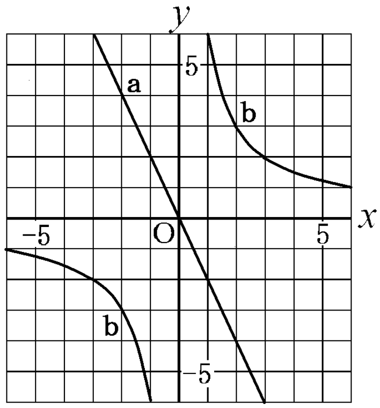
② 反比例のグラフなので $y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる。

$x=3$ のとき $y=-1$ なので $y=\dfrac{a}{x}$ に代入すると，$-1=\dfrac{a}{3}$，$a=-3$　よって $y=-\dfrac{3}{x}$

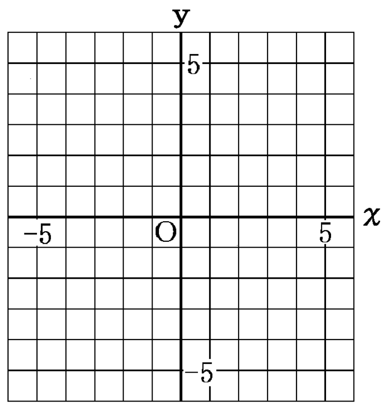
[問題](3 学期)

次の問に答えよ。

(1) 右の図は比例と反比例のグラフです。a，b について， y を x の式で表せ。



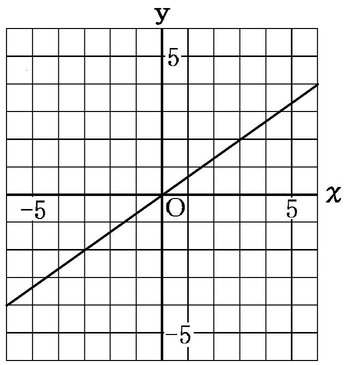
(2) $y=\dfrac{2}{3}x$ のグラフを書け。



[解答欄]

(1)a	b

[解答](1)a： $y=-2x$　b： $y=\dfrac{6}{x}$　(2) 右図



[解説]

(1) a は原点を通る直線なので比例のグラフで， $y=px$ とおくことができる。

a のグラフより，$x=1$ のとき $y=-2$　これを $y=px$ に代入すると，

$-2=p\times1,\ p=-2$　よって，グラフの式は $y=-2x$

b は反比例のグラフなので，その式は $y=\dfrac{q}{x}$ とおくことができる。

b のグラフより， $x=2$ のとき $y=3$　これを $y=\dfrac{q}{x}$ に代入すると，

$3=\dfrac{q}{2}$，$q=3\times2=6$　よって，b のグラフの式は， $y=\dfrac{6}{x}$

(2) $y=ax$ は原点を通る。原点ともう 1 つの点をとって, この 2 点を通る直線を引く。

$y=\dfrac{2}{3}x$ で， $x=3$ のとき， $y=\dfrac{2}{3}\times3=2$

よって(3，2) と原点を通る直線をかく。

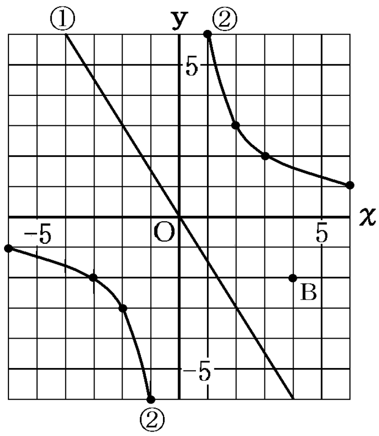
[問題](3 学期)

右の座標軸にかかれた点とグラフについて，次の問いに答えよ。

(1)　点 A(−4，3)を右の図に書き入れよ。

(2)　点 B の座標を求めよ。

(3)　①，②のグラフの式をそれぞれ書け。



[解答欄]

(2)	(3)①	②

[解答](1) 略　(2) (4，−2)　(3)①　$y=-\frac{3}{2}x$　②　$y=\frac{6}{x}$

[解説]

(3)①　比例のグラフなので $y=ax$ とおくことができる。

$x=2$ のとき $y=-3$ なので，$y=ax$ に代入すると，$-3=a\times 2$, $a=-\frac{3}{2}$

よって，$y=-\frac{3}{2}x$

②　反比例のグラフなので $y=\frac{a}{x}$ とおくことができる。

$x=3$ のとき $y=2$ なので，$y=\frac{a}{x}$ に代入すると，$2=\frac{a}{3}$，$a=6$　よって $y=\frac{6}{x}$

[問題](2 学期期末)

点(−3，4)を通る反比例の式を求めよ。

[解答欄]

[解答] $y=-\frac{12}{x}$

[解説]

y が x に反比例するので，$y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる(a は比例定数)。$y=\dfrac{a}{x}$ の両辺に x をかけると，$xy=a$　これに $x=-3,\ y=4$ を代入すると，$a=-3\times4=-12$

よって求める式は，$y=-\dfrac{12}{x}$

[問題](3 学期)

次の(　　)にあてはまることばや式を下の語群のア～タの中から 1 つずつ選び記号で答えよ。

ともなって変わる変数 $x,\ y$ があり，その間の関係が，$y=ax$ (a は定数)で表されるとき，y は x に(　①　)するという。このとき，定数 a を(　②　)という。

変数がとる値の範囲を，その変数の(　③　)という。変数 x のとる値の範囲が 0 以上 8 未満であることを(　④　)と表す。

ともなって変わる変数 $x,\ y$ があり，その間の関係が，$y=$(　⑤　) (a は定数)で表されるとき，y は x に反比例するという。この x と y の関係は(　⑥　)$=a$ とも表される。

比例のグラフは原点を通る(　⑦　)である。また，反比例のグラフは曲線であり，この曲線を(　⑧　)という。

[語群]

ア 座標　イ 比例定数　ウ 原点　エ 直線　オ x 軸　カ 変域

キ 反比例　ク 比例　ケ ax　コ $\dfrac{a}{x}$　サ xy　シ $\dfrac{y}{x}$　ス 双曲線

セ $0\leqq x\leqq 8$　ソ $0<x<8$　タ $0\leqq x<8$

[解答欄]

①	②	③	④
⑤	⑥	⑦	⑧

[解答]① ク　② イ　③ カ　④ タ　⑤ コ　⑥ サ　⑦ エ　⑧ ス

[問題](2 学期期末)

次の問いに答えよ。

(1) 次の空欄にあてはまる言葉を下の[　　]の中から選んで書け。

比例のグラフは，(　①　)を通る(　②　)になる。

反比例のグラフは，(　③　)になる。

[折れ線　原点　双曲線　原点　数直線　直線　点　曲線]

(2) 次の①～④の式で，y が x に比例する式をすべて求めよ。

①　$y=6-x$　　　②　$y=6x$　　　③　$y=-\dfrac{6}{x}$　　　④　$y=\dfrac{x}{6}$

[解答欄]

(1)①	②	③
(2)		

[解答](1)①　原点　②　直線　③　双曲線　(2) ②，④

[解説](2) 式が $y=ax$ という形のとき，y は x に比例する。$y=ax$ という形になっているのは②と④　(④は $y=\dfrac{x}{6}=\dfrac{1}{6}x$)

[問題](3 学期)

x，y の関係が次のような式で表されている。これについて，下の問いに答えよ。

ア　$y=\dfrac{2}{3}x$　　イ　$y=\dfrac{3}{x}$　　ウ　$y=-5x$　　エ　$y=5x$　　オ　$y=-\dfrac{9}{x}$

(1)　y が x に比例しているものをすべて選べ。

(2)　グラフが双曲線になるものをすべて選べ。

(3)　グラフが点(6，4)を通るものをすべて選べ。

(4)　グラフが点(0，0)を通るものをすべて選べ。

(5)　グラフが x 軸で対称になっている 1 組を選べ。

(6)　$x>0$ で，x の値が増加すると y の値が減少するものをすべて選べ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) ア，ウ，エ　(2) イ，オ　(3) ア　(4) ア，ウ，エ　(5) ウとエ　(6) イ，ウ
[解説]
(1) y が x に比例するとき $y=ax$ の形になる。したがってア，ウ，エ

(2) グラフが双曲線になるのは y が x に反比例するときで，式は $y=\dfrac{a}{x}$ の形になる。よってイ，オ

(3) $x=6$ を代入して，$y=4$ になるものを選ぶ。

(4) 比例のグラフ $y=ax$ は $x=0$ のとき $y=0$ になるのでア，ウ，エは(0，0)を通る。反比例のグラフ $y=\dfrac{a}{x}$ で，分数の分母は 0 になることはできないから，$y=\dfrac{a}{x}$ は(0，0)を通らない。

(5) 比例の場合，$y=ax$ と $y=-ax$ は x 軸について対称になる。したがって，ウとエが x 軸について対称になる。反比例の場合も $y=\dfrac{a}{x}$ と $y=-\dfrac{a}{x}$ は x 軸について対称になるが，イとオはこの関係にはなっていない。

(6) 比例の場合，$y=ax$ で $a<0$ のときグラフは右下がりで x の値が増加すると y の値が減少する。したがって，ウはこの条件を満たす。反比例の場合 $y=\dfrac{a}{x}$ で $a>0$ のとき，$x>0$ で，x の値が増加すると y の値が減少する。これを満たすのはイである。

[問題](2 学期期末)

x と y の関係が，① $y=3x$，② $y=-\dfrac{12}{x}$ のとき，x の変域 $-2 \leqq x \leqq 4$ に対する y の変域を求めよ。

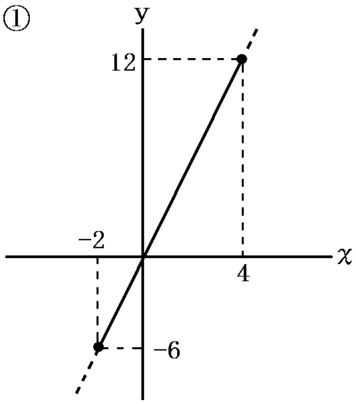
[解答欄]

①	②

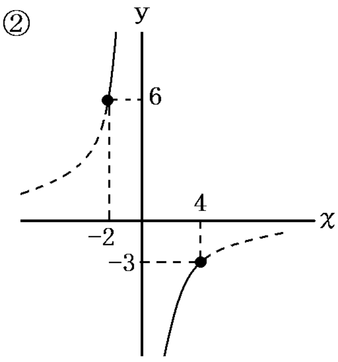
[解答]① $-6 \leqq y \leqq 12$　② $y \leqq -3$，または $y \geqq 6$

[解説]

①



②



上のグラフより①　$-6 \leqq y \leqq 12$　②　$y \leqq -3$，または $y \geqq 6$

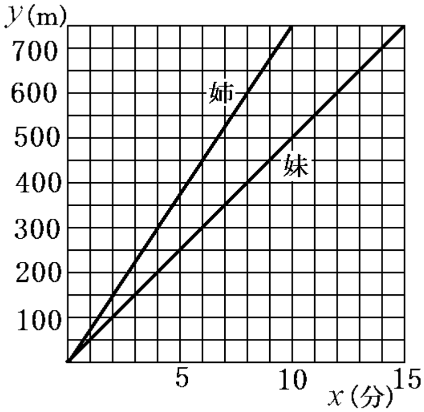
【】比例と反比例の応用

[速さの問題]

[問題](3 学期)

次の問いに答えよ。

姉と妹が同時に家を出発し，家から 750m はなれた学校へ行くのに姉は毎分 75m，妹はある速さで歩いた。右のグラフは，家を出発してから x 分後に家から y m 離れた地点にいることを表したものである。このグラフを利用して，次の問いに答えよ。



(1) 妹が学校に着くのは何分後ですか。

(2) 妹の速さは毎分何 m ですか。

(3) 2 人が 200m はなれるのは，家を出発してから何分後ですか。

(4) 姉が学校に着いたとき，妹は学校まであと何 m のところにいますか。

[解答欄]

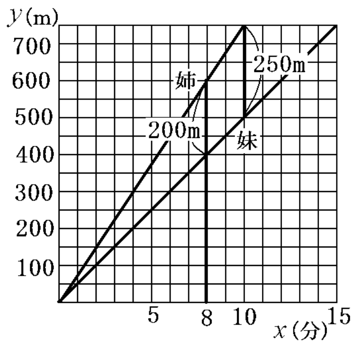
(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) 15 分後　(2) 50m/分　(3) 8 分後　(4) 250m

[解説]

(1) 妹のグラフで $y=750$ になるのは $x=15$ なので，妹は 15 分後に学校に着く。

(2) (速さ)＝(距離)÷(時間)　750m を 15 分で歩いているので，速さは 750÷15＝50 m/分



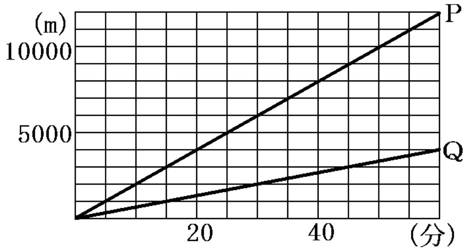
(3) 右のグラフより姉と妹の距離 y の差が 200m になるのは

$x=8$ のときなので，8 分後。

(4) 姉は 10 分後に学校に着く。 $x=10$ のときの姉と妹の距離 y の差グラフより 250m

[問題](3 学期)

学校から A 駅を通る道を行くのに，P は自転車で，Q は歩いて，同時に出発した。右のグラフは，2 人が出発してからの時間と進んだ道のりの関係を示している。次の問いに答えよ。



(1) P の速さは分速(毎分の速さ)何 m かを求めよ。

(2) P が，学校を出発してから x 分間に進んだ道のりを y m とするとき， y を x の式で表せ。

(3) Q は，出発してから 60 分後に A 駅に着いたという。Q が A 駅に着いたのは，P が A 駅を通過してから何分後か。

(4) 2 人が学校を出発してから x 分間に，2 人の離れた距離を y m とするとき，y を x の式で表せ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) 分速 200m　(2) $y=200x$　(3) 40 分後　(4) $y=\frac{400}{3}x$

[解説]

(1) (速さ)＝(距離)÷(時間)　P は 40 分で 8000m 進むので，(速さ)＝8000÷40＝200m/分

(2) (道のり)＝(速さ)×(時間)なので， $y=200\times x$， $y=200x$

(3) Q が A 駅に着いたのは，出発してから 60 分後。Q は 60 分後に 4000m 進んでいるので，駅は学校から 4000m 離れている。グラフより P が 4000m 進んだのは出発してから 20 分後。60－20＝40 なので，Q が A 駅に着いたのは，P が A 駅を通過してから 40 分後である。

(4) (速さ)＝(距離)÷(時間)

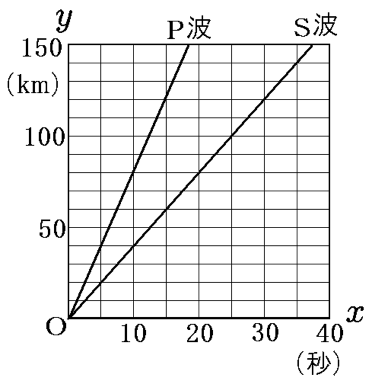
Q は 60 分で 4000m 進むので，(速さ)＝4000÷60＝$\frac{4000}{60}=\frac{200}{3}$

よって x 分では $\frac{200}{3} \times x = \frac{200}{3} x$ m 進む。

2 人の離れた距離を y m とすると， $y = 200x - \frac{200}{3} x = \left(200 - \frac{200}{3}\right) x = \frac{400}{3} x$

[問題](2 学期期末)

地震が発生すると，震源から P 波と S 波という 2 つの波が発生することが知られている。右のグラフは，ある地震で発生した2つの波が地震発生から x 秒後に，震源から y km の地点に伝わったとして， x と y の関係をグラフに表したものである。これについて，次の各問いに答えよ。



(1) P 波，S 波のグラフについて，それぞれ y を x の式で表せ。

(2) 震源から 240km 離れた地点では，P 波と S 波が伝わる時間の差は何秒になると考えられるか。

[解答欄]

(1)P 波：	S 波：	(2)

[解答](1)P 波： $y = 8x$　S 波： $y = 4x$　(2) 30 秒

[解説]

(1) P 波：グラフは原点を通る直線なので， $y = ax$ の式で表すことができる。

グラフより， $x = 10$ のとき $y = 80$ なので， $y = ax$ に代入すると， $80 = a \times 10$

両辺を 10 で割ると， $a = 80 \div 10 = 8$　よって，式は $y = 8x$ となる。

S 波：グラフは原点を通る直線なので， $y = bx$ の式で表すことができる。

グラフより， $x = 20$ のとき $y = 80$ なので， $y = bx$ に代入すると， $80 = b \times 20$

両辺を 20 で割ると， $b = 80 \div 20 = 4$　よって，式は $y = 4x$ となる。

(2) 震源から 240km 離れた地点で P 波，S 波が伝わる時間をそれぞれ計算する。

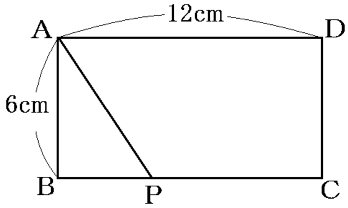
P 波： $y = 8x$ に $y = 240$ を代入すると，$240 = 8x$　よって， $x = 240 \div 8 = 30$

S 波： $y=4x$ に $y=240$ を代入すると，$240=4x$　よって，$x=240\div4=60$

したがって，P 波と S 波が伝わる時間の差は，60－30＝30(秒)である。

[図形上の点の移動]

[問題](後期期末)



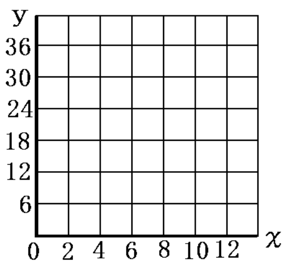
　右の図のような長方形 ABCD の辺 BC 上を点 P が B を出発して C まで進む。点 P が B を出発してから x cm 進んだときの△ABP の面積を y cm² として，次の各問いに答えよ。

(1)　y を x の式で表せ。

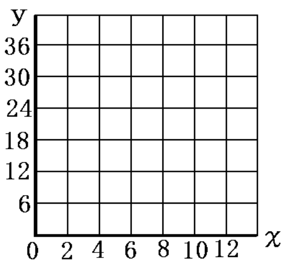
(2)　x, y の変域を，それぞれ不等号を使って表せ。

(3)　x と y の関係をグラフに表せ。

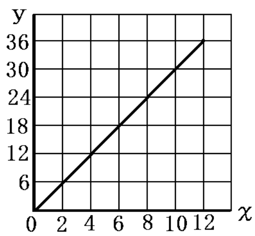
(4)　△ABP の面積が 25cm² になるのは BP が何 cm のときか。



[解答欄]

(1)	(2)	(4)
(3) 		

[解答](1)　$y=3x$　(2)　$0\leqq x\leqq12$，$0\leqq y\leqq36$　(3)



(4)　$\frac{25}{3}$ cm

[解説]

(1) 点 P が B を出発してから x cm 進んだとき，BP＝ x

(△ABP の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×(底辺 BP)×(高さ AB)＝ $\frac{1}{2}\times x\times 6=3x$

よって， $y=3x$

(2) 点 P は B を出発して C まで進む。点 C に到着したとき， x ＝BP＝12

よって， x の変域は $0\leqq x\leqq 12$ となる。

x ＝0 のとき y ＝0　 x ＝12 のとき $y=3x$ ＝3×12＝36

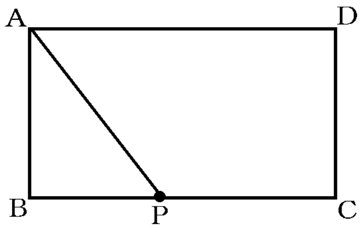
よって， y の変域は $0\leqq y\leqq 36$ となる。

(3) 原点と(12，36)の点を結ぶ。

(4) △ABP の面積が 25cm² になるとき， y ＝25

これを $y=3x$ に代入すると，25＝ $3x$，両辺を 3 でわると， $x=\frac{25}{3}$

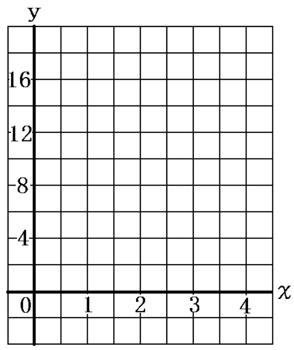
[問題](3 学期)



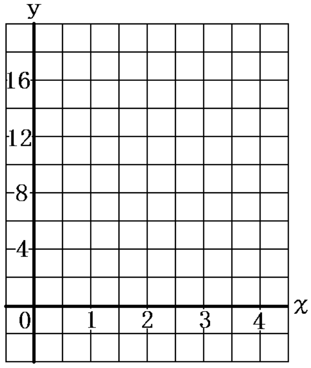
辺 AB が 4cm，辺 BC が 8cm の長方形 ABCD がある。点 P は，辺 BC 上を点 B から点 C まで，毎秒 2cm の速さで動く。点 P が出発してから x 秒後の△ABP の面積を y cm² とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　y を x の式で表せ。また， x の変域を求めよ。

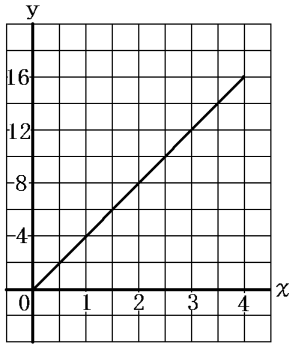
(2)　x と y の関係をグラフに表せ。



[解答欄]

(1)	
(2)	

[解答](1) $y=4x$ $(0 \leqq x \leqq 4)$ (2)



[解説]

(1) 点 P は毎秒 2cm の速さで動くので, x 秒後には, BP＝ $2 \times x = 2x$

(△ABP の面積)＝ $\dfrac{1}{2}$ ×(底辺 BP)×(高さ AB)＝ $\dfrac{1}{2} \times 2x \times 4 = 4x$

よって, $y=4x$

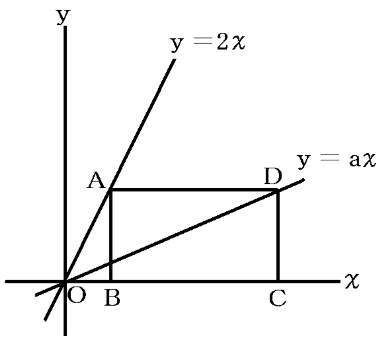
ところで, P は BC 上を動き, 点 C に到着するのは $2x=8$, $x=4$ 秒後なので,

x の変域は, $0 \leqq x \leqq 4$

[グラフ：座標と式など]

[問題](2 学期期末)

右の図で, 2 点 B, C は x 軸上にあり, 長方形 ABCD の辺 AB と BC の長さの比は 2 : 3 である。2 点 O, A を通るグラフを $y=2x$, 2 点 O, D を通るグラフを $y=ax$ とするとき, 次の問いに答えよ。



(1) 点 B の x 座標を b とすると, 点 C の x 座標を b を使って表せ。

(2) a の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $4b$ (2) $a=\dfrac{1}{2}$

[解説]

(1) 点 B の x 座標が b なので，点 A の x 座標も b になる。 $y=2x$ に $x=b$ を代入すると，

$y=2b$　よって点 A の y 座標は $2b$　ゆえに AB＝ $2b$

AB と BC の長さの比は 2：3 であるので，BC＝ $3b$

点 B の x 座標が b で BC＝ $3b$ なので，点 C の x 座標は $b+3b=4b$

(2) 点 D の y 座標は点 A の y 座標と等しく $y=2b$

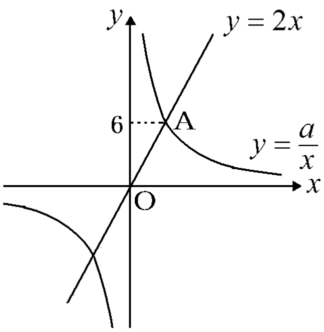
よって点 D の座標は $(4b,\ 2b)$

$y=ax$ に $x=4b,\ y=2b$ を代入すると， $2b=a\times 4b$

両辺を $4b$ で割ると， $a\times 4b\div 4b=2b\div 4b,\ \dfrac{a\times 4b}{4b}=\dfrac{2b}{4b}$， $a=\dfrac{1}{2}$

[問題](後期中間)

右の図のように， $y=2x$ のグラフ上の点 A を通る $y=\dfrac{a}{x}$ がある。点 A の y 座標が 6 のとき，a の値を求めよ。



[解答欄]

[解答] a ＝18

[解説]

点 A は $y=2x$ 上にあって， y 座標が 6 なので，

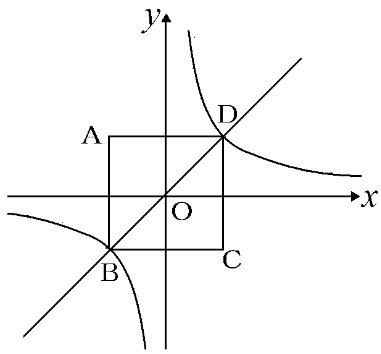
$y=2x$ に y ＝6 を代入して，6＝2 x ，よって， x ＝6÷2＝3

よって，点 A の座標は(3，6)

$y=\dfrac{a}{x}$ は点 A を通るので， $y=\dfrac{a}{x}$ に x ＝3， y ＝6 を代入して， $6=\dfrac{a}{3}$

両辺に 3 をかけると， a ＝6×3＝18

[問題](2 学期期末)



右の図のように，$y=x$ のグラフと $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフが 2 点 B，D で交わっている。線分 BD を対角線とする正方形 ABCD の面積が 36 であるとき，次の各問いに答えよ。

(1) 点 D の座標を求めよ。

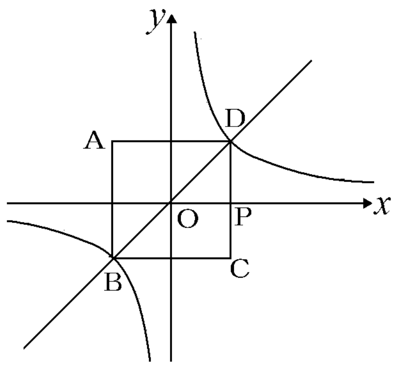
(2) a の値を求めよ

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) (3，3)　(2) $a=9$

[解説]



正方形 ABCD の面積が 36 なので，正方形の 1 辺 AD の長さは 6 である(6×6＝36)。

よって，右図の OP＝6÷2＝3 で，点 D の x 座標は 3 になる。点 D は $y=x$ 上にあるので，

$y=x$ に $x=3$ を代入して，$y=3$ となる。

よって, 点 D の座標は(3, 3)であることがわかる。

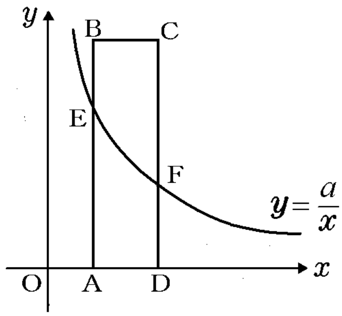
(2) 点 D(3，3)は $y=\dfrac{a}{x}$ 上にもあるので，$x=3$，

$y=3$ を $y=\dfrac{a}{x}$ に代入する。

$3=\dfrac{a}{3}$ 両辺に 3 をかけると $3\times3=a$ が成り立つ。よって，$a=9$ となる。

[問題](2 学期期末)

右の図のように，$y=\frac{a}{x}$ $(a>0)$のグラフと 4 点 A(1，0)，B(1，8)，C(3，8)，D(3，0)を頂点とする四角形 ABCD がある。$y=\frac{a}{x}$ のグラフと線分 AB，CD との交点をそれぞれ E，F とする。四角形 EBCF の面積が四角形 ABCD の面積の $\frac{1}{2}$ となるとき，a の値を求めよ。

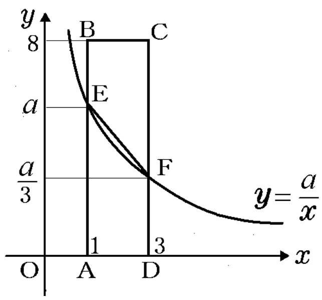


[解答欄]

[解答] $a=6$

[解説]

四角形 AEFD の面積に注目する。



四角形EBCFの面積は四角形ABCDの面積の $\frac{1}{2}$ なので，

四角形 AEFD の面積も四角形 ABCD の面積の $\frac{1}{2}$ である。

四角形 ABCD の面積は，(3－1)×8＝16 であるので，

四角形 AEFD の面積は，$16\times\frac{1}{2}=8$ となる。･･･①

次に，四角形 AEFD の面積を a を使って表そう。

図より，点 E の x 座標は 1 なので，$y=\frac{a}{x}$ に $x=1$ を代入して，$y=a$

また，点 F の x 座標は 3 なので，$y=\frac{a}{x}$ に $x=3$ を代入して，$y=\frac{a}{3}$

四角形 AEFD は AE を下底，DF を上底，AD を高さとする台形なので，

(四角形 AEFD の面積)＝$\frac{1}{2}\times\left(a+\frac{a}{3}\right)\times2=a+\frac{a}{3}=\frac{4}{3}a$

①より，四角形 AEFD の面積は 8 なので，$\frac{4}{3}a=8$，よって，$a=8\div\frac{4}{3}=8\times\frac{3}{4}=6$

[印刷／他のPDFファイルについて]

※ このファイルは，FdData 中間期末数学 1 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 1 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

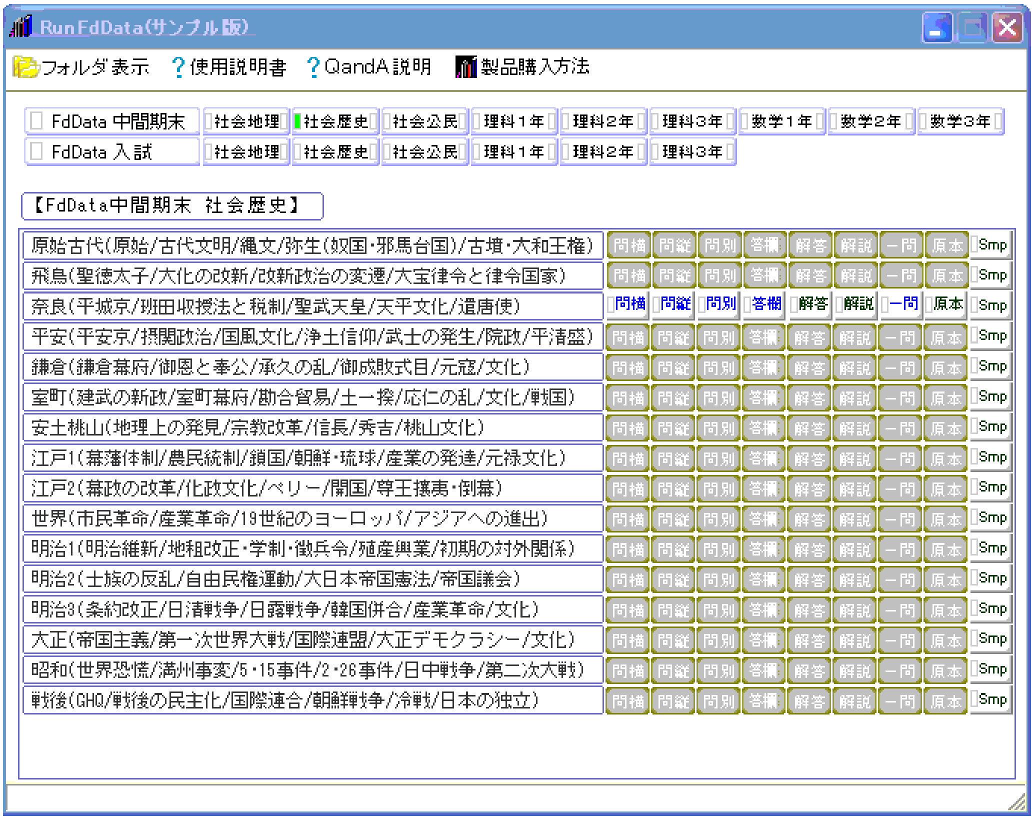
※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば， FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1800 ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【 http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】

※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd 教材開発】(092) 404-2266

http://www.fdtext.com/dat/