

【】 文字式による説明

【】 2 けた(3 けた)の整数

[問題](1 学期中間)

2 けたの自然数を、十の位の数字を a 、一の位の数字を b として、 a, b を使って表せ。

[解答欄]

[解答] $10a + b$

[解説]

例えば、2 けたの整数 56 は、 $56 = 50 + 6 = 10 \times 5 + 6$ と表すことができる。

十の位が a 、一の位が b の 2 けたの整数は、 $10 \times a + b = 10a + b$ と表すことができる。同様にして、百の位が a 、十の位が b 、一の位が c である 3 けたの整数は、 $100 \times a + 10 \times b + c = 100a + 10b + c$ と表すことができる。

[問題](1 学期中間)

3 けたの自然数を、百の位の数字を a 、十の位の数字を b 、一の位の数字を c として、 a, b, c を使って表せ。

[解答欄]

[解答] $100a + 10b + c$

[問題](1 学期期末)

十の位の数が x 、一の位の数が y である 2 けたの正の整数について、次の各問いに答えよ。

- (1) この正の整数を、 x, y を使った式で表せ。
- (2) この正の整数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる 2 けたの正の数を、 x, y を使った式で表せ。ただし、もとの数の一の位は 0 ではないものとする。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $10x + y$ (2) $10y + x$

[解説]

十の位の数 x ，一の位の数 y である 2 けたの正の整数は， $10 \times x + y = 10x + y$
この正の整数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数は，十の位の数 y ，一の位の数 x なので， $10 \times y + x = 10y + x$ になる。

[問題](1 学期中間)

2 けたの正の整数がある。この整数の十の位の数と一の位の数を入れかえた 2 けたの整数をつくる。このとき，もとの整数と入れかえた整数の和は，11 の倍数であることを次のように説明した。() の中に適当な式やことばを入れよ。

[説明]

もとの数の十の位を a ，一の位を b とすると，もとの整数は(①)，入れかえた整数は(②)で表される。和は，(①)+(②)=(③)=11(④)となる。(④)は(⑤)だから，和は 11 の倍数である。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	

[解答]① $10a + b$ ② $10b + a$ ③ $11a + 11b$ ④ $a + b$ ⑤ 整数

[解説]

・例えば， $56 = 50 + 6 = 10 \times 5 + 6$ 十の位が a ，一の位が b の 2 けたの整数は $10 \times a + b = 10a + b$ と表すことができる。

・11 の倍数は， $11 \times 1, 11 \times 2, 11 \times 3 \cdots$ のように， $11 \times (\text{整数})$ の形で表すことができる。ある式が 11 の倍数になることを証明するためには， $11 \times (\text{整式})$ の形に式を変形すればよい。例) $11n + 11m + 22 = 11(n + m + 2)$

[問題](1 学期中間)

一の位が 0 でない 2 けたの正の整数がある。この整数の十の位の数と一の位の数を入れかえた整数と，もとの整数の和は，11 の倍数になる。このことを，文字を使って説明せよ。

[解答欄]

--

[解答]

もとの整数の十の位の数字を a ，一の位の数字を b とおくと，

もとの数は $10a + b$ と表すことができる。

十の位と一の位の数字を入れかえた数は， $10b + a$ と表すことができる。

このとき，これらの2数の和は，

$$(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b = 11(a + b) \text{ となる。}$$

$a + b$ は整数なので， $11(a + b)$ は11の倍数となる。

したがって，2けたの整数と，その整数の十の位と一の位を入れかえた数との和は，11の倍数となる。

[問題](前期中間)

十の位の数が一の位の数より大きく，一の位の数が0でない2けたの自然数がある。この自然数から，その数の一の位の数字と十の位の数字を入れかえた数をひいた数は9の倍数になる。このわけを，次のように説明した。文中の①～④にあてはまる式を答えよ。

十の位を a ，一の位を b とすると，はじめの数は(①)，入れかえた数は(②)と表される。したがって，それらの差は，

$$\text{①} - \text{②} = (\text{③}) = 9 \times (\text{④})$$

と表される。(④)は整数だから， $9 \times (\text{④})$ は9の倍数である。

したがって，2けたの自然数から，その数の一の位の数字と十の位の数字を入れかえた数をひいた数は，9の倍数になる。

[解答欄]

①	②	③
④		

[解答]① $10a+b$ ② $10b+a$ ③ $9a-9b$ ④ $a-b$

[問題](前期中間)

2 けたの自然数から、その数の十の位の数と一の位の数を引くと、9 の倍数になる。このことを、文字を使って説明せよ。

[解答欄]

[解答]

この 2 けたの整数の十の位の数字を a 、一の位の数字を b とおくと、この数は $10a+b$ と表すことができる。

2 けたの自然数 $10a+b$ から、その数の十の位の数 a と一の位の数 b を引くと、

$10a+b-a-b=9a$ となる。 a は整数なので、 $9a$ は 9 の倍数になる。

したがって、2 けたの自然数から、その数の十の位の数と一の位の数を引くと、9 の倍数になる。

[問題](1 学期中間)

一の位の数が 0 でない 3 けたの正の整数がある。この整数の百の位の数と一の位の数を入れかえた 3 けたの整数をつくる。「もとの 3 けたの整数から、入れかえた 3 けたの整数を引いた数は、99 で割り切れる。」このことを説明せよ。

[解答欄]

[解答]

もとの3けたの整数の百の位の数 a 、十の位の数 b 、一の位の数 c とすると、

$$(\text{もとの整数}) = 100a + 10b + c$$

$$(\text{入れかえた整数}) = 100c + 10b + a$$

$$\begin{aligned}(\text{もとの整数}) - (\text{入れかえた整数}) &= (100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 99a - 99c \\ &= 99 \times (a - c)\end{aligned}$$

$a - c$ は整数なので $99 \times (a - c)$ は99の倍数となる。

したがって、もとの3けたの整数から、入れかえた3けたの整数を引いた数は、99で割り切れる。

[問題](1学期期末)

3けたの自然数がある。462や143のように、百の位の数と一の位の数との和が十の位の数と等しいとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 百の位の数 x 、一の位の数 y として、この3けたの自然数を、文字を使って表せ。
- (2) Aさんは、この3けたの自然数が11の倍数であることを説明するために、(1)の式を、 $11 \times (\quad)$ の形に変形した。 (\quad) にあてはまる式を答えよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $100x + 10(x + y) + y$ ($110x + 11y$ でも可) (2) $10x + y$

[解説]

(1) 百の位の数 x 、一の位の数 y とすると、十の位数は $x + y$ になるので、この3けた自然数は、 $100 \times x + 10 \times (x + y) + y = 100x + 10(x + y) + y$ となる。

$$\begin{aligned}(2) \quad 100x + 10(x + y) + y &= 100x + 10x + 10y + y = 110x + 11y \\ &= 11(10x + y)\end{aligned}$$

$10x + y$ は整数なので、 $11(10x + y)$ は11の倍数になる。

[問題](1 学期中間)

3 けたの正の整数から，その数の各位の数の和をひくと，9 の倍数になることを次のように証明した。文中の①～④にあてはまる数や式を入れよ。

[証明]

3 けたの正の整数の百の位の数を a ，十の位の数を b ，一の位の数を c とすると，この整数は(①)と表される。また，この整数の各位の数の和は(②)と表される。

この 3 けたの正の整数から，その数の各位の数の和をひくと，

(①)−(②)=(③)=9×(④)となる。

(④)は整数なので，9×(④)は 9 の倍数になる。

したがって，3 けたの正の整数から，その数の各位の数の和をひくと，9 の倍数になる。

[解答欄]

①	②	③
④		

[解答]① $100a+10b+c$ ② $a+b+c$ ③ $99a+9b$ ④ $11a+b$

[問題](1 学期中間)

1 けたの自然数 a ， b ， c を書いたカードが 3 枚ある。この 3 枚のカードを $[a b c]$ と並べた場合は，百の位が a ，十の位が b ，一の位が c の 3 けたの整数を表すものとする。

いま， $[a b c]$ ， $[b c a]$ ， $[c a b]$ の 3 けたの整数を 3 個つくる。この 3 個の整数の和が 1221 になるとき， $a+b+c$ の値を求めよ。

[解答欄]

[解答]11

[解説]

百の位が a ，十の位が b ，一の位が c の 3 けたの整数を $[a b c]$ とすると， $[a b c]=100a+10b+c$ となる。

同様にして,

$$[b c a] = 100b + 10c + a$$

$$[c a b] = 100c + 10a + b$$

よって, $[a b c] + [b c a] + [c a b]$

$$= (100a + 10b + c) + (100b + 10c + a) + (100c + 10a + b) = 1221$$

$$111a + 111b + 111c = 1221, 111(a + b + c) = 1221$$

よって, $a + b + c = 1221 \div 111 = 11$

【1】 奇数と偶数

[問題](1 学期期末)

整数 n を使って，奇数を表す式を書け。

[解答欄]

[解答] $2n+1$ ($2n-1$ などでも可)

[解説]

例えば，偶数については $6=2\times 3$ ， $8=2\times 4$ のように $2\times(\text{整数})$ と表すことができる。奇数については， $7=6+1=2\times 3+1$ ， $9=8+1=2\times 4+1$ のように $2\times(\text{整数})+1$ と表すことができる。一般に，整数 n を使って，偶数は $2n$ ，奇数は $2n+1$ と表すことができる。

[問題](1 学期期末)

n を整数とするとき，必ず奇数になるものを，次のア～オからすべて選べ。

ア $4n+1$ イ $8n$ ウ $2n-2$ エ $4n+3$ オ $6n-1$

[解答欄]

[解答] ア，エ，オ

[解説]

偶数： $2\times(\text{整数})$ ，奇数： $2\times(\text{整数})+1$

ア： $4n+1=2\times 2n+1$ なので奇数

イ： $8n=2\times 4n$ なので偶数

ウ： $2n-2=2\times(n-1)$ なので偶数

エ： $4n+3=4n+2+1=2\times(2n+1)+1$ なので奇数

オ： $6n-1=6n-2+1=2\times(3n-1)+1$ なので奇数

[問題](1学期中間)

偶数と奇数の和は、奇数である。このわけを次のように説明した。()の中に適当な式やことばを入れよ。

[説明]

2つの整数を m , n とすると、偶数は m を使って(①), 奇数は n を使って(②)で表される。和は、(①)+(②)=(③)= $2(④)+1$
(④)は(⑤)だから和は奇数となる。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	

[解答]① $2m$ ② $2n+1$ ③ $2m+2n+1$ ④ $m+n$ ⑤ 整数

[解説]

・ n を整数とするとき偶数は $2n$, 奇数は $2n+1$ と表すことができる。奇数と偶数は別の文字(m , n など)を使わなければならない。もし、偶数を $2n$, 奇数を $2n+1$ などと同じ文字を使って表すと、例えば偶数が6のとき奇数は7で連続する偶数と奇数の場合に限定されてしまい一般的な証明にならないからである。

・ ある式が奇数になることを証明するためには、 $2 \times (\text{整式}) + 1$ の形に変形すればよい。

[問題](1学期中間)

奇数と偶数の和は奇数になることを証明せよ。

[解答欄]

[解答]

偶数を $2n$ ，奇数を $2m+1$ とおくと，

$$(\text{奇数と偶数の和}) = 2m+1+2n = 2m+2n+1 = 2(m+n)+1$$

$m+n$ は整数なので， $2(m+n)+1$ は奇数になる。

したがって，奇数と偶数の和は奇数となる。

[問題](1 学期期末)

2 つの奇数の和が偶数になるわけを，文字を使って説明せよ。

[解答欄]

[解答]

2 つの奇数を， $2m+1$ ， $2n+1$ とおく。ただし， m ， n は整数とする。

$$(\text{2 つの奇数の和}) = (2m+1) + (2n+1) = 2m+2n+2 = 2(m+n+1)$$

$n+m+1$ は整数なので， $2(m+n+1)$ は偶数になる。

よって，2 つの奇数の和は偶数になる。

[問題](1 学期期末)

2 つの奇数の差は偶数であることを，文字を使って説明せよ。

[解答欄]

[解答]

2つの奇数を, $2n+1$, $2m+1$ とおく。ただし, m , n は整数とする。

$$(2 \text{ つの奇数の差}) = (2n+1) - (2m+1) = 2n - 2m = 2(n-m)$$

$n-m$ は整数は整数なので, $2(n-m)$ は偶数になる。

よって, 2つの奇数の差は偶数になる。

【】 連続する整数

[問題](前期中間)

連続する3つの整数を、次の①、②のそれぞれの場合について書き表せ。

- ① 一番小さい整数を n とするとき。
- ② 真ん中の整数を n とするとき。

[解答欄]

①	②
---	---

[解答]① $n, n+1, n+2$ ② $n-1, n, n+1$

[解説]

例えば、連続する3つの整数5, 6, 7は、 $5, 5+1, 5+2$ と表すことができる。

一般的には、整数 n を使って、 $n, n+1, n+2$ と表すことができる。

真ん中の整数を基準にすると、5, 6, 7は $6-1, 6, 6+1$ と表すことができる。

真ん中の整数を n とおくと、 $n-1, n, n+1$ と表すことができる。

[問題](1学期期末)

連続する3つの整数の和は3の倍数になる。このわけを次のように説明した。文中の①、②にあてはまる式を書け。

(説明)

連続する3つの整数は、 n を整数として、それぞれ

$$n, (\text{①}), n+2$$

と表されるから。

$$n + (\text{①}) + n+2$$

$$= (\text{②})$$

$$= 3 \times (\text{③})$$

(③)は整数なので、 $3 \times (③)$ は3の倍数になる。

したがって、連続する3つの整数の和は3の倍数になる。

[解答欄]

①	②	③
---	---	---

[解答]① $n+1$ ② $3n+3$ ③ $n+1$

[解説]

3 の倍数は、 3×1 , 3×2 , 3×3 , $3 \times 4 \cdots$ のように $3 \times (\text{整数})$ と表すことができる。
ある式が 3 の倍数になることを説明するには、式を $3 \times (\text{整式})$ の形に変形すればよい。

[問題](1 学期中間)

連続する 3 つの整数の和は、3 の倍数になることを、文字を使って説明せよ。
ただし、真ん中の整数を n とすること。

[解答欄]

[解答]

連続する 3 つの整数を、 $n-1$, n , $n+1$ とおくと、
 $(3 \text{ つの整数の和}) = (n-1) + n + (n+1) = n-1 + n + n+1 = 3n$
 n は整数なので $3n$ は 3 の倍数となる。
したがって、連続する 3 つの整数の和は、3 の倍数になる。

[問題](前期中間)

連続する 4 つの整数の和が 2 の倍数になることを、文字を使って説明せよ。

[解答欄]

[解答]

連続する4つの整数を $n, n+1, n+2, n+3$ とおく。ただし、 n は整数とする。

$$(4 \text{ つの整数の和}) = n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 4n+6 = 2(2n+3)$$

$2n+3$ は整数なので、 $2(2n+3)$ は2の倍数になる。

したがって、連続する4つの整数の和は2の倍数になる。

[問題](1学期中間)

連続する5つの整数の和は5の倍数になる。連続する5つの整数のうち、中央の整数を n として、このわけを説明せよ。

[解答欄]

[解答]

連続する5つの整数は、 $n-2, n-1, n, n+1, n+2$ と表すことができる。

$$(5 \text{ つの整数の和}) = (n-2) + (n-1) + n + (n+1) + (n+2) = 5n$$

n は整数なので、 $5n$ は5の倍数になる。

したがって、連続する5つの整数の和は5の倍数になる。

【】 連続する奇数(偶数)

[問題](1 学期期末)

「5, 7」のような連続する 2 つの奇数の和は 4 の倍数になることを、次のように説明した。()に適する式を書け。

[説明]

n を整数とすると、連続する 2 つの奇数は小さい方から、

$2n+1$, (①)と表される。その和は、

$$(2n+1) + (①) = (②) = 4(③)$$

(③)は整数だから、(②)は 4 の倍数になる。

[解答欄]

①	②	③
---	---	---

[解答]① $2n+3$ ② $4n+4$ ③ $n+1$

[解説]

・連続する奇数、例えば 5, 7 は $5, 5+2$ と表すことができるので、小さい奇数を $2n+1$ とすると、その次の奇数は $2n+1+2=2n+3$ と表すことができる。

・4 の倍数は、 $4 \times 1, 4 \times 2, 4 \times 3 \dots$ のように $4 \times (\text{整数})$ と表すことができる。ある式が 4 の倍数になることを説明するには、式を $4 \times (\text{整式})$ の形に変形すればよい。

[問題](1 学期期末)

「5, 7 のような連続する 2 つの奇数の和は、必ず 4 の倍数になる。」ことを、文字を使って説明せよ。

[解答欄]

--

[解答]

連続する2つの奇数は、 $2n+1$, $2n+3$ とおくことができる。 $(n$ は整数)

$$(\text{連続する2つの奇数の和}) = (2n+1) + (2n+3) = 4n+4 = 4(n+1)$$

$n+1$ は整数なので、 $4(n+1)$ は4の倍数になる。

したがって、連続する2つの奇数の和は、必ず4の倍数になる。

(別解)

連続する2つの奇数は、 $2n-1$, $2n+1$ とおくことができる。 $(n$ は整数)

$$(\text{連続する2つの奇数の和}) = (2n-1) + (2n+1) = 4n$$

n は整数なので、 $4n$ は4の倍数になる。

したがって、連続する2つの奇数の和は、必ず4の倍数になる。

[問題](前期期末)

連続する3つの奇数の和は3の倍数になることを、文字を利用して説明せよ。

[解答欄]

[解答]

n を整数とすると、連続する3つの奇数は、 $2n+1$, $2n+3$, $2n+5$ とおくことができる。

$$(\text{連続する3つの奇数の和}) = (2n+1) + (2n+3) + (2n+5) = 6n+9 = 3(2n+3)$$

$2n+3$ は整数なので、 $3(2n+3)$ は3の倍数になる。

したがって、連続する3つの奇数の和は3の倍数になる。

[問題](1学期中間)

連続する3つの偶数の和は6の倍数になる。そのわけを、文字を使って説明せよ。

[解答欄]

[解答]

n を整数とすると、連続する3つの偶数は $2n, 2n+2, 2n+4$ とおくことができる。

$$(\text{連続する3つの偶数の和}) = 2n + (2n+2) + (2n+4) = 6n+6 = 6(n+1)$$

$n+1$ は整数なので、 $6(n+1)$ は6の倍数になる。

したがって、連続する3つの偶数の和は6の倍数になる。

(別解)

n を整数とすると、連続する3つの偶数は $2n-2, 2n, 2n+2$ とおくことができる。

$$(\text{連続する3つの偶数の和}) = (2n-2) + 2n + (2n+2) = 6n$$

n は整数なので、 $6n$ は6の倍数となる。

したがって、連続する3つの偶数の和は6の倍数になる。

[問題](前期中間)

連続する3つの奇数の和は、真ん中の奇数の3倍と等しくなることを、文字を使って説明せよ。

[解答欄]

[解答]

n を整数とすると、連続する 3 つの奇数は、 $2n+1$, $2n+3$, $2n+5$ とおくことができる。

$$(\text{連続する 3 つの奇数の和}) = (2n+1) + (2n+3) + (2n+5) = 6n+9$$

$$(\text{真ん中の奇数の 3 倍}) = (2n+3) \times 3 = 6n+9$$

よって、連続する 3 つの奇数の和は、真ん中の奇数の 3 倍と等しくなる。

【】 カレンダーなど

[問題](1 学期期末)

右のカレンダーで縦に並んだ3つの数の和は、その真ん中の数の3倍になる。このことが、どの縦の3数についてもいえることを、文字を使って説明せよ。

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

[解答欄]

[解答]

縦に並んだ3つの数は、 n 、 $n+7$ 、 $n+14$ と表すことができる。

$$(3 \text{ つの数の和}) = n + (n+7) + (n+14) = 3n + 21$$

$$(真ん中の数の3倍) = 3(n+7) = 3n + 21$$

よって、3つの数の和は真ん中の数の3倍と等しくなる。

[解説]

縦に並んだ3つの数は、例えば、 2 、 $9=2+7$ 、 $16=2+14$ のように7ずつ増加する。

したがって、一番上の数を n とすると、縦に並んだ3つの数は、 n 、 $n+7$ 、 $n+14$ と表すことができる。

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

【問題】(前期中間)

右は、ある月のカレンダーである。図のように十字形に囲んだとき、5つの数の和は、真ん中の数の5倍になる。このことを、真ん中の整数を n として、説明せよ。

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

【解答欄】

【解答】

真ん中の数を n とすると、その右にある数は $n+1$ 、左にある数は $n-1$ 、下にある数は $n+7$ 、上にある数は $n-7$ と表すことができる。

したがって、(5つの数の和) $=n+(n+1)+(n-1)+(n+7)+(n-7)=5n$

n は整数なので、 $5n$ は5の倍数になる。

よって、5つの数の和は5の倍数になる。

【問題】(1学期中間)

次の図は、自然数を5列に規則直しく並べたものである。このとき、後の各問いに答えよ。

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目
1段目	1	2	3	4	5
2段目	6	7	8	9	10
3段目	11	12	13	14	15
4段目	16	17	18	19	20
...					

(1) 10段目の2列の数を答えよ。

(2) この数の並びの中で、 $\begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 8 \\ \hline 12 & 13 \\ \hline \end{array}$ のような位置関係にある4つの数の和は、どの場所でも、ある何かの数の倍数になる。何の倍数か。

(3) (2)のことを、4つの数の中で左上の数を n として説明せよ。

[解答欄]

(1)	(2)	
(3)		

[解答](1) 47 (2) 4の倍数

(3) 左上の数を n とすると、右上の数は $n+1$ 、左下の数は $n+5$ 、右下の数は $n+6$ と表すことができる。

$$(4\text{つの数の和}) = n + (n+1) + (n+5) + (n+6) = 4n + 12 = 4(n+3)$$

$n+3$ は整数なので、 $4(n+3)$ は4の倍数になる。

よって、4つの数の和は4の倍数になる。

[解説]

(1) 2列目の数は、2, 7, 12, 17と5ずつ増加しており、

(1段目) $=2+5\times 0$, (2段目) $=2+5\times 1$, (3段目) $=2+5\times 2$, \dots となる。

したがって、(10段目) $=2+5\times 9=47$ となる。

(2) $\begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 8 \\ \hline 12 & 13 \\ \hline \end{array}$ の位置関係にある4つの数の場合、 $8=7+1$, $12=7+5$, $13=7+5+1$

の関係が成り立つ。左上の数を n とすると、右上の数は $n+1$ 、左下の数は $n+5$ 、右下の数は $n+6$ と表すことができる。

[問題](1 学期期末)

右の表は、200 以下のすべての自然数を順序よく並べたものである。

この表の中で、

10	11
18	

のように

3つの数を囲む。囲まれる3つの数のうち、もっとも小さい数を n として、この3つの数の和が3の倍数になることを説明せよ。

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
169	170	171	172	173	174	175	176
177	178	179	180	181	182	183	184
185	186	187	188	189	190	191	192
193	194	195	196	197	198	199	200

[解答欄]

[解答]

もっとも小さい数を n (整数) とすると、右側の数は $n+1$ 、下側の数は $n+8$ と表すことができる。したがって、

$$(3 \text{ つの数の和}) = n + (n+1) + (n+8) = 3n+9 = 3(n+3)$$

$n+3$ は整数なので、 $3(n+3)$ は3の倍数になる。

よって、この3つの数の和は3の倍数になる。

[解説]

$11=10+1$ のように横の行は1ずつ増え、 $18=10+8$ のように縦の列は8ずつ増えている。したがって、もっとも小さい数を n とすると、右側の数は $n+1$ 、下側の数は $n+8$ と表すことができる。

【1】 商と余り

[問題](1 学期期末)

2つの自然数 A , B がある。 A を 2 でわると、商が m で余りが 1 である。 B を 3 でわると、商が n で余りが m である。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) A を m を使って表せ。
- (2) B を m , n を使って表せ。
- (3) $A+B$ を 3 でわったときの商と余りを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)商 :
余り :		

[解答](1) $A = 2m + 1$ (2) $B = 3n + m$ (3)商 : $n + m$ 余り : 1

[解説]

(1)(2) 例えば 23 を 5 でわったときの商は 4 で余りは 3 であるが、これを式で表すと、 $23 \div 5 = 4 \cdots 3$ この場合、 $23 = 5 \times 4 + 3$ の関係が成り立つ。このことから、(割られる数) \div (割る数) = (商) \cdots (余り) なら、(割られる数) = (割る数) \times (商) + (余り) が成り立つことがわかる。

「 A を 2 でわると、商が m で余りが 1 である」を式で表すと、 $A \div 2 = m \cdots 1$ なので、 $A = 2m + 1$ が成り立つ。

「 B を 3 でわると、商が n で余りが m である」を式で表すと、 $B \div 3 = n \cdots m$ なので、 $B = 3n + m$ が成り立つ。

$$(3) A+B = (2m+1) + (3n+m) = 3n+3m+1 = 3(n+m)+1$$

(割られる数) = (割る数) \times (商) + (余り) なので、

$A+B$ を 3 でわると、商は $n+m$ 、余りは 1 となる。

[問題](1 学期中間)

2つの自然数 a , b がある。 a を 5 で割ると商が m で余りが 3 である。 b を 5 で割ると商が n で余りが 4 である。 $a+b$ を 5 で割ったときの商と余りを求めよ。

[解答欄]

商 :	余り :
-----	------

[解答]商 : $m+n+1$ 余り : 2

[解説]

「 a を 5 で割ると商が m で余りが 3 である」を式で表すと、 $a \div 5 = m \cdots 3$ なので、 $a = 5 \times m + 3 \cdots$ ① が成り立つ。

「 b を 5 で割ると商が n で余りが 4 である」を式で表すと、 $b \div 5 = n \cdots 4$ なので、 $b = 5 \times n + 4 \cdots$ ② が成り立つ。

①, ②より,

$$a + b = 5m + 3 + 5n + 4 = 5m + 5n + 7$$

この式をさらに、 $a + b = 5m + 5n + 5 + 2 = 5(m + n + 1) + 2$ と変形する。

よって、 $(a + b) \div 5 = m + n + 1 \cdots 2$

この式から、 $a + b$ を 5 で割ったときの商は $m + n + 1$ 、余りは 2 になることがわかる。

【】 等式の変形

[問題](1 学期期末)

次の等式を x について解け。

(1) $x + y = 5$

(2) $3x - y = 5$

(3) $-2x + y = 4$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = -y + 5$ (2) $x = \frac{y+5}{3}$ (3) $x = \frac{y-4}{2}$

[解説]

解く文字を x のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1) $x + y = 5$, y を右辺に移項して, $x = -y + 5$

(2) $3x - y = 5$, $-y$ を右辺に移項して $3x = y + 5$, 両辺を 3 で割ると, $x = \frac{y+5}{3}$

(3) $-2x + y = 4$, y を右辺に移項して $-2x = -y + 4$, 両辺を -2 でわると,

$x = \frac{-y+4}{-2}$, 分母と分子に -1 をかけて, $x = \frac{y-4}{2}$

[問題](1 学期中間)

次の等式を [] 中の文字について解け。

(1) $x - 2y = 8$ [x]

(2) $x - 2y = 8$ [y]

(3) $a = \frac{x+y}{2}$ [x]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = 2y + 8$ (2) $y = \frac{x-8}{2}$ (3) $x = 2a - y$

[解説]

解く文字を x のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1) $x - 2y = 8$, $-2y$ を右辺に移項して $x = 2y + 8$

(2) $x - 2y = 8$, x を右辺に移項して $-2y = -x + 8$, 両辺を -2 でわると,

$$y = \frac{-x+8}{-2}, \text{ 分母と分子に } -1 \text{ をかけて, } y = \frac{x-8}{2}$$

(3) $a = \frac{x+y}{2}$, 右辺と左辺を入れかえて $\frac{x+y}{2} = a$, 両辺を 2 倍して $x+y = 2a$,

y を右辺に移項して, $x = 2a - y$

[問題](2学期中間)

次の等式を[]内の文字について解け。

(1) $3a + 4b = c$ [b]

(2) $m = \frac{x-y}{2}$ [y]

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $b = \frac{-3a+c}{4}$ (2) $y = x - 2m$

[解説]

解く文字を x のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1) $3a + 4b = c$, $3a$ を右辺に移項して $4b = -3a + c$, 両辺を 4 でわると,

$$b = \frac{-3a+c}{4}$$

(2) $m = \frac{x-y}{2}$, 両辺を入れかえて $\frac{x-y}{2} = m$, 両辺に 2 をかけると $x - y = 2m$,

x を右辺に移項して $-y = -x + 2m$, 両辺に -1 をかけると, $y = x - 2m$

[問題](1 学期期末)

次の式を[]の中の中の文字について解け。

(1) $y = 15 - 3x$ [x]

(2) $S = \frac{a+b}{2}$ [a]

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $x = -\frac{y}{3} + 5$ (2) $a = 2S - b$

[解説]

解く文字を x のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1) $y = 15 - 3x$ の両辺を入れかえて、 $15 - 3x = y$

15を右辺に移項すると、 $-3x = y - 15$ 両辺を -3 で割ると、 $x = (y - 15) \div (-3)$

よって、 $x = -\frac{y}{3} + 5$

(2) $S = \frac{a+b}{2}$ の両辺を入れかえて、 $\frac{a+b}{2} = S$ 両辺を2倍すると、 $a+b = 2S$

b を右辺に移項すると、 $a = 2S - b$

[問題](1 学期中間)

次の等式を[]内の文字について解け。

(1) $x + 3y = 6$ [y]

(2) $S = \frac{1}{2}(a+b)h$ [h]

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $y = \frac{-x+6}{3}$ (2) $h = \frac{2S}{a+b}$

[解説]

解く文字を x のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

$$(1) \quad x + 3y = 6, \quad x \text{ を右辺に移項して } 3y = -x + 6, \quad \text{両辺を } 3 \text{ でわると } y = \frac{-x + 6}{3}$$

$$(2) \quad S = \frac{1}{2}(a + b)h, \quad \text{両辺を入れ替えると } \frac{1}{2}(a + b)h = S, \quad \text{両辺に } 2 \text{ をかけると}$$

$$(a + b)h = 2S, \quad \text{両辺を } a + b \text{ でわると } h = \frac{2S}{a + b}$$

[問題](1 学期期末)

次の等式を[]の中の文字について解け。

$$(1) \quad -4x + 3y = 6 \quad [y] \qquad (2) \quad 5(a - 3b) = c \quad [a]$$

$$(3) \quad S = \frac{xy}{2} \quad [x]$$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

$$[\text{解答}](1) \quad y = \frac{4x + 6}{3} \quad (2) \quad a = 3b + \frac{c}{5} \quad (3) \quad x = \frac{2S}{y}$$

[解説]

解く文字を x のように考え、方程式を解く要領で(解く文字)=～の形に変形していく。

$$(1) \quad -4x + 3y = 6, \quad -4x \text{ を右辺に移項すると } 3y = 4x + 6, \quad \text{両辺を } 3 \text{ でわると}$$

$$y = \frac{4x + 6}{3}$$

$$(2) \quad 5(a - 3b) = c, \quad \text{両辺を } 5 \text{ でわると } a - 3b = \frac{c}{5}, \quad -3b \text{ を右辺に移項すると}$$

$$a = 3b + \frac{c}{5}$$

(3) $S = \frac{xy}{2}$, 両辺を入れ替えて $\frac{xy}{2} = S$, 両辺に 2 をかけると $xy = 2S$, 両辺を y で

わると $x = \frac{2S}{y}$

[問題](1 学期中間)

次の等式を[]内の文字について解け。

(1) $5x + y = 10$ [x]

(2) $l = 2(a + b)$ [a]

(3) $V = \frac{1}{3}a^2h$ [h]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = \frac{-y+10}{5}$ (2) $a = \frac{l}{2} - b$ (3) $h = \frac{3V}{a^2}$

[解説]

解く文字を x のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1) $5x + y = 10$, y を右辺に移項すると $5x = -y + 10$, 両辺を 5 でわると

$$x = \frac{-y+10}{5}$$

(2) $l = 2(a + b)$, 両辺を入れ替えて $2(a + b) = l$, 両辺を 2 でわると $a + b = \frac{l}{2}$, b

を右辺に移項すると $a = \frac{l}{2} - b$

(3) $V = \frac{1}{3}a^2h$, 両辺を入れ替えて $\frac{1}{3}a^2h = V$, 両辺に 3 をかけると $a^2h = 3V$,

両辺を a^2 でわると $h = \frac{3V}{a^2}$

[問題](1 学期中間)

次の等式を[]の中の文字について解け。

(1) $4x+3y=5$ [x]

(2) $2x-3y+1=0$ [y]

(3) $V=\frac{1}{3}a^2h$ [h]

(4) $y=\frac{x+1}{3}$ [x]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $x=\frac{-3y+5}{4}$ (2) $y=\frac{2x+1}{3}$ (3) $h=\frac{3V}{a^2}$ (4) $x=3y-1$

[解説]

解く文字を x のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1) $4x+3y=5$, $3y$ を右辺に移項して $4x=-3y+5$, 両辺を 4 でわると

$$x=\frac{-3y+5}{4}$$

(2) $2x-3y+1=0$, $2x+1$ を右辺に移項して $-3y=-2x-1$, 両辺を -3 でわると

$$y=\frac{-2x-1}{-3}, \text{ 右辺の分母と分子に } -1 \text{ をかけると } y=\frac{2x+1}{3}$$

(3) $V=\frac{1}{3}a^2h$, 両辺を入れ替えて $\frac{1}{3}a^2h=V$, 両辺に 3 をかけると $a^2h=3V$,

両辺を a^2 でわると $h=\frac{3V}{a^2}$

(4) $y=\frac{x+1}{3}$, 両辺を入れ替えて $\frac{x+1}{3}=y$, 両辺に 3 をかけると $x+1=3y$,

1 を右辺に移項すると $x=3y-1$

[問題](1 学期中間)

次の等式を[]の中の文字について解け。

(1) $4x + 5y = 6$ [x]

(2) $3(a - 2b) = c$ [a]

(3) $S = \frac{lr}{2}$ [r]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = \frac{-5y + 6}{4}$ (2) $a = \frac{c}{3} + 2b$ (3) $r = \frac{2S}{l}$

[解説]

解く文字を x のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1) $4x + 5y = 6$, $5y$ を右辺に移項して $4x = -5y + 6$, 両辺を 4 でわると

$$x = \frac{-5y + 6}{4}$$

(2) $3(a - 2b) = c$, 両辺を 3 でわると $a - 2b = \frac{c}{3}$, $-2b$ を右辺に移項して

$$a = \frac{c}{3} + 2b$$

(3) $S = \frac{lr}{2}$, 両辺を入れ替えて $\frac{lr}{2} = S$, 両辺に 2 をかけて $lr = 2S$, 両辺を l でわる

$$\text{と } r = \frac{2S}{l}$$

[問題](1 学期中間)

次の式を[]の中の文字について解け。

(1) $3x = y$ [x]

(2) $2x + 3y = 12$ [y]

(3) $S = \frac{1}{2}ah$ [h]

(4) $S = \pi r^2 h$ [h]

(5) $S = \frac{1}{2}(a+b)h$ [a]

(6) $c = \frac{2a+b}{3}$ [b]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $x = \frac{y}{3}$ (2) $y = \frac{-2x+12}{3}$ (3) $h = \frac{2S}{a}$ (4) $h = \frac{S}{\pi r^2}$

(5) $a = \frac{2S}{h} - b$ (6) $b = 3c - 2a$

[解説]

解く文字を x のように考え、方程式を解く要領で(解く文字)=～の形に変形していく。

(1) $3x = y$ ，両辺を3でわると $x = \frac{y}{3}$

(2) $2x + 3y = 12$ ， $2x$ を右辺に移項して $3y = -2x + 12$ ，両辺を3でわると
 $y = \frac{-2x+12}{3}$

(3) $S = \frac{1}{2}ah$ ，両辺を入れ替えて $\frac{1}{2}ah = S$ ，両辺に2をかけて $ah = 2S$ ，両辺を a でわると $h = \frac{2S}{a}$

(4) $S = \pi r^2 h$ ，両辺を入れ替えて $\pi r^2 h = S$ ，両辺を πr^2 でわると $h = \frac{S}{\pi r^2}$

(5) $S = \frac{1}{2}(a+b)h$ ，両辺を入れ替えて $\frac{1}{2}(a+b)h = S$ ，両辺に2をかけると

$$(a+b)h = 2S,$$

両辺を h でわると $a+b = \frac{2S}{h}$, b を右辺に移項すると $a = \frac{2S}{h} - b$

$$(6) \quad c = \frac{2a+b}{3}, \text{ 両辺を入れ替えて } \frac{2a+b}{3} = c, \quad 2a+b = 3c, \quad b = 3c - 2a$$

[問題](1 学期中間)

次の等式を[]内の文字について解け。

$$(1) \quad a - b = c \quad [b] \qquad (2) \quad V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \quad [h]$$

$$(3) \quad S = \frac{(a+b)h}{2} \quad [a] \qquad (4) \quad S = 2(ab + bc) \quad [a]$$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

$$[解答](1) \quad b = a - c \quad (2) \quad h = \frac{3V}{\pi r^2} \quad (3) \quad a = \frac{2S}{h} - b \quad (4) \quad a = \frac{S}{2b} - c$$

[解説]

解く文字を x のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

$$(1) \quad a - b = c, \quad a \text{ を右辺に移項して } -b = -a + c, \quad \text{両辺に } -1 \text{ をかけると } b = a - c$$

$$(2) \quad V = \frac{1}{3}\pi r^2 h, \quad \text{両辺を入れ替えて } \frac{1}{3}\pi r^2 h = V, \quad \text{両辺に } 3 \text{ をかけると } \pi r^2 h = 3V,$$

$$\text{両辺を } \pi r^2 \text{ でわると } h = \frac{3V}{\pi r^2}$$

$$(3) \quad S = \frac{(a+b)h}{2}, \quad \text{両辺を入れ替えて } \frac{(a+b)h}{2} = S, \quad \text{両辺に } 2 \text{ をかけると}$$

$$(a+b)h = 2S,$$

両辺を h でわると $a + b = \frac{2S}{h}$, b を右辺に移項して $a = \frac{2S}{h} - b$

(4) $S = 2(ab + bc)$, 両辺を入れ替えて $2(ab + bc) = S$, 両辺を 2 でわると

$$ab + bc = \frac{S}{2},$$

bc を右辺へ移項して $ab = \frac{S}{2} - bc$, 両辺に $\frac{1}{b}$ をかけると $ab \times \frac{1}{b} = \left(\frac{S}{2} - bc\right) \times \frac{1}{b}$,

$$a = \frac{S}{2} \times \frac{1}{b} - bc \times \frac{1}{b}, \quad a = \frac{S}{2b} - c$$

[問題](1 学期中間)

次の等式を [] 中の文字について解け。

(1) $x + y = 2a$ [a]

(2) $y = \frac{2}{x}$ [x]

(3) $S = \frac{h}{2}(a + b)$ [b]

(4) $(x - 3): 2 = y : 4$ [x]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $a = \frac{x + y}{2}$ (2) $x = \frac{2}{y}$ (3) $b = \frac{2S}{h} - a$ (4) $x = \frac{y}{2} + 3$

[解説]

解く文字を x のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字) = ~ の形に変形していく。

(1) $x + y = 2a$ の右辺と左辺を入れ替えて、 $2a = x + y$

両辺を 2 で割ると、 $a = \frac{x + y}{2}$

(2) $y = \frac{2}{x}$ の両辺に x をかけると、 $xy = 2$ 両辺を y で割ると、

$$xy \div y = 2 \div y, \quad x = \frac{2}{y}$$

(3) $S = \frac{h}{2}(a+b)$ の右辺と左辺を入れ替えて、 $\frac{h}{2}(a+b) = S$

両辺を $\frac{h}{2}$ で割ると、 $\frac{h}{2}(a+b) \div \frac{h}{2} = S \div \frac{h}{2}$, $a+b = S \times \frac{2}{h}$, $a+b = \frac{2S}{h}$

a を右辺へ移項すると、 $b = \frac{2S}{h} - a$

(4) 比 $a : b = c : d$ において、外項の積($a \times d$)は内項の積($b \times c$)に等しく、

$ad = bc$ が成り立つ。 $(x-3) : 2 = y : 4$ で、 $(x-3) \times 4 = 2 \times y$, $4x - 12 = 2y$

-12 を右辺に移項すると、 $4x = 2y + 12$

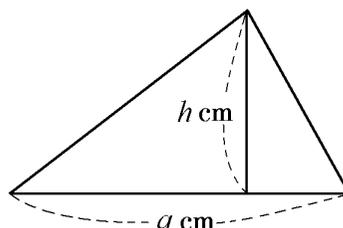
両辺を 4 で割ると、 $x = (2y + 12) \div 4$, $x = 2y \div 4 + 12 \div 4$, $x = \frac{y}{2} + 3$

【】 文字式の図形への利用

[問題](1 学期中間)

底辺が a cm, 高さが h cm の三角形の面積を S cm² とする。このとき次の各問いに答えよ。

- (1) 面積を求める式をつくれ。
- (2) (1)の式を a について解け。
- (3) (2)の式を使って, 高さ 5cm, 面積 20cm² の三角形の底辺の長さを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $S = \frac{ah}{2}$ (2) $a = \frac{2S}{h}$ (3) 8cm

[解説]

(1) (三角形の面積) = $\frac{1}{2} \times (\text{底辺}) \times (\text{高さ})$ なので, $S = \frac{1}{2} \times a \times h$, $S = \frac{ah}{2}$

(2) a を x のように考え, 方程式を解く要領で, $a = \sim$ の形に変形していく。

$S = \frac{ah}{2}$, 両辺を入れかえて $\frac{ah}{2} = S$, 両辺に 2 をかけると $ah = 2S$, 両辺を h でわ

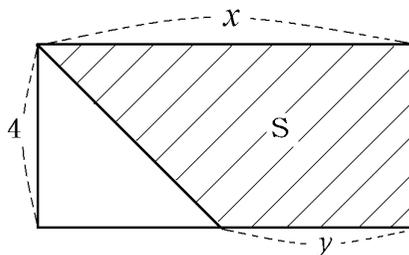
ると $a = \frac{2S}{h}$

(3) $a = \frac{2S}{h}$ に $h = 5$, $S = 20$ を代入すると, $a = \frac{2 \times 20}{5} = 8$ よって底辺は 8cm

[問題](1 学期期末)

右の図の長方形で, 中にある台形の部分の面積を S としたとき, 次の各問いに答えよ。

- (1) S を x , y を用いて表せ。
- (2) ①でつくった式を y について解け。
- (3) $S = 15$, $x = 2$ のとき, y の値を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $S = 2(x + y)$ (2) $y = \frac{S - 2x}{2}$ (3) $y = \frac{11}{2}$

[解説]

(1) (台形の面積) = $\frac{1}{2} \times \{(上底) + (下底)\} \times (高さ)$

図より, (上底) = y , (下底) = x , (高さ) = 4

ゆえに, $S = \frac{1}{2} \times (y + x) \times 4 = 2(x + y)$

(2) y を x のように考え, 方程式を解く要領で, $y = \sim$ の形に変形していく。

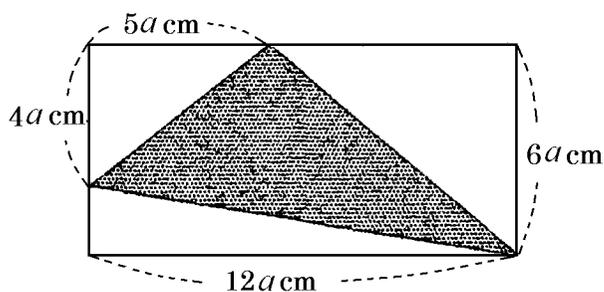
$S = 2(x + y)$, 両辺を入れかえて $2(x + y) = S$, $2x + 2y = S$, $2x$ を右辺に移項し

て $2y = S - 2x$, 両辺を 2 で割ると $y = \frac{S - 2x}{2}$

(3) $y = \frac{S - 2x}{2}$ に $S = 15$, $x = 2$ を代入すると, $y = \frac{15 - 2 \times 2}{2} = \frac{11}{2}$

[問題](1 学期中間)

次の図で, 影を付けた部分の面積を求めよ。



[解答欄]

[解答] $29a^2 \text{ cm}^2$

[解説]

$$(\text{長方形 } ABCD \text{ の面積}) = 6a \times 12a = 72a^2 (\text{cm}^2)$$

$$(\text{三角形①の面積}) = \frac{1}{2} \times 5a \times 4a = 10a^2 (\text{cm}^2)$$

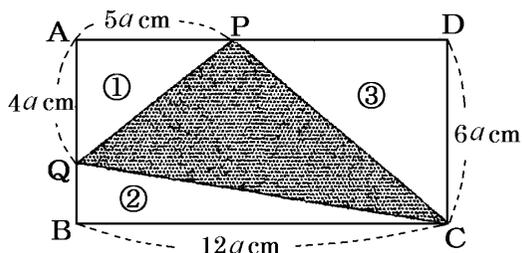
$BQ = 6a - 4a = 2a (\text{cm})$ なので、

$$(\text{三角形②の面積}) = \frac{1}{2} \times 12a \times 2a = 12a^2 (\text{cm}^2)$$

$PD = 12a - 5a = 7a (\text{cm})$ なので、

$$(\text{三角形③の面積}) = \frac{1}{2} \times 7a \times 6a = 21a^2 (\text{cm}^2)$$

$$\begin{aligned} (\text{影の部分の面積}) &= (\text{長方形 } ABCD \text{ の面積}) - (\text{①の面積}) - (\text{②の面積}) - (\text{③の面積}) \\ &= 72a^2 - 10a^2 - 12a^2 - 21a^2 = 29a^2 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$



[問題](1 学期中間)

右の図の長方形 $ABCD$ は、横の長さが $10a \text{ cm}$ 、縦の長さが $6b \text{ cm}$ である。 E は BD の中点、 F は CD を $2 : 3$ に分けた点である。 $\triangle AEF$ の面積を求めよ。

[解答欄]

[解答] $21ab \text{ cm}^2$

[解説]

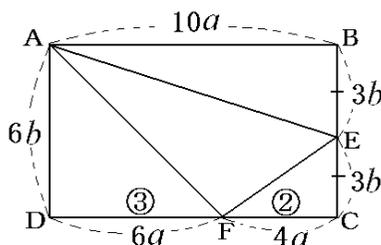
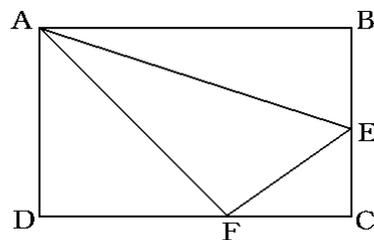
F は CD を $2 : 3$ に分けた点であるので、

$$DF = 10a \times \frac{3}{5} = 6a (\text{cm}), \quad CF = 10a \times \frac{2}{5} = 4a (\text{cm})$$

また、 E は BD の中点なので、 $CE = BE = 3b (\text{cm})$

$$(\text{長方形 } ABCD \text{ の面積}) = 6b \times 10a = 60ab (\text{cm}^2)$$

$$(\triangle ABE \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times 10a \times 3b = 15ab (\text{cm}^2)$$



$$(\triangle ADF \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times 6a \times 6b = 18ab \text{ (cm}^2\text{)}$$

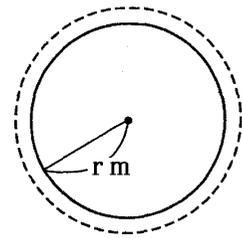
$$(\triangle CEF \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times 4a \times 3b = 6ab \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\begin{aligned} (\triangle AEF \text{ の面積}) &= (\text{長方形 } ABCD) - \{(\triangle ABE) + (\triangle ADF) + (\triangle CEF)\} \\ &= 60ab - (15ab + 18ab + 6ab) = 21ab \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

[問題](前期期末)

半径 r m の円形の池のまわりから 2m はなして、さくを作った。

- (1) さくの全長は何 m か。
- (2) さくの全長は、池のまわりの長さとはどれだけ差があるか。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $2\pi r + 4\pi$ (m) (2) 4π m

[解説]

- (1) さくの半径は $r + 2$ (m) なので、(さくの円周) $= 2\pi(r + 2) = 2\pi r + 4\pi$ (m) である。
- (2) (さくの円周) $-$ (池の円周) $= 2\pi r + 4\pi - 2\pi r = 4\pi$ (m)

[問題](1 学期中間)

半径が r ，中心角が a° のおうぎ形 AOB と，半径が $4r$ ，中心角が $\frac{1}{2}a^\circ$ のおうぎ形 CO'Q がある。おうぎ形 CO'Q の面積はおうぎ形 AOB の面積の何倍になるか。

[解答欄]

[解答]8 倍

[解説]

$$(\text{おうぎ形の面積}) = \pi \times (\text{半径})^2 \times \frac{(\text{中心角})}{360^\circ}$$

$$(\text{おうぎ形 AOB の面積}) = \pi \times r^2 \times \frac{a}{360} = \frac{\pi r^2 a}{360}$$

$$(\text{おうぎ形 CO'Q の面積}) = \pi \times (4r)^2 \times \frac{\frac{1}{2}a}{360} = \pi \times 16r^2 \times \frac{1}{2}a \times \frac{1}{360} = \frac{\pi r^2 a}{45}$$

$$\begin{aligned} (\text{おうぎ形 CO'Q の面積}) \div (\text{おうぎ形 AOB の面積}) &= \frac{\pi r^2 a}{45} \div \frac{\pi r^2 a}{360} = \frac{\pi r^2 a}{45} \times \frac{360}{\pi r^2 a} \\ &= \frac{360}{45} = 8 \text{ 倍} \end{aligned}$$

[問題](1 学期期末)

直径が $2a$, $2b$ の半円を右の図のように組み合わせた図形で、2 つの半円に囲まれた部分の面積を S を a , b を使って表せ。

[解答欄]

[解答] $S = \frac{\pi a^2}{2} + \frac{\pi b^2}{2}$

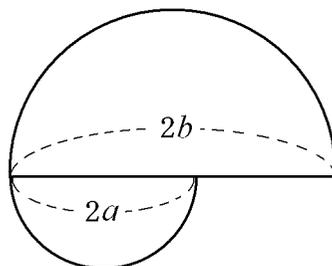
[解説]

$$S = \pi a^2 \div 2 + \pi b^2 \div 2 = \frac{\pi a^2}{2} + \frac{\pi b^2}{2}$$

[問題](1 学期期末)

底辺 a cm, 高さ $3b$ cm の三角形がある。この三角形の底辺を 3 倍に、高さを半分にした三角形の面積は、もとの三角形の面積の何倍になるか。

[解答欄]



[解答] $\frac{3}{2}$ 倍

[解説]

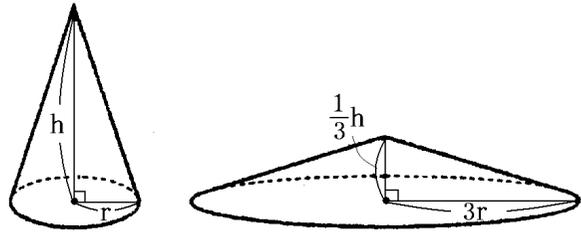
$$(\text{もとの三角形の面積}) = \frac{1}{2} \times a \times 3b = \frac{3}{2} ab \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\text{変形した三角形}) = \frac{1}{2} \times 3a \times \frac{3b}{2} = \frac{9}{4} ab \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\frac{9}{4} ab \div \frac{3}{2} ab = \frac{9ab}{4} \div \frac{3ab}{2} = \frac{9ab}{4} \times \frac{2}{3ab} = \frac{3}{2} \text{ (倍)}$$

[問題](前期中間)

底面の半径が r 、高さが h の円錐がある。この円錐の底面の半径を 3 倍、高さを $\frac{1}{3}$ 倍にしたときの体積はもとの円錐の体積の何倍になるか求めよ。



[解答欄]

[解答] 3 倍

[解説]

$$(\text{底面の半径が } r, \text{ 高さが } h \text{ の円錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$(\text{底面の半径が } 3r, \text{ 高さが } \frac{1}{3} h \text{ の円錐の体積}) = \frac{1}{3} \pi (3r)^2 \times \frac{1}{3} h = \frac{1}{3} \pi \times 9r^2 \times \frac{1}{3} h$$

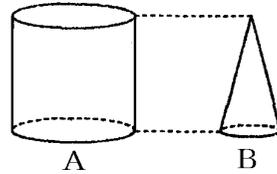
$$= \pi r^2 h$$

$$\pi r^2 h \div \frac{1}{3} \pi r^2 h = 3 \quad \text{よって、底面の半径を 3 倍、高さを } \frac{1}{3} \text{ 倍にしたときの体積はも}$$

との円錐の体積の 3 倍になる。

[問題](1 学期中間)

右の図において、円柱 A と円錐 B は高さが等しく、A の底面の半径は B の底面の半径の 2 倍である。A の体積は B の体積の何倍になるか。



[解答欄]

[解答]12 倍

[解説]

円錐 B の底面の半径を r 、高さを h とすると、

$$(\text{円錐 B の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

円柱 A の底面の半径は r の 2 倍なので $2r$ 、高さは h である。

$$(\text{円柱 A の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \pi (2r)^2 h = 4\pi r^2 h$$

$$\text{よって、} (\text{円柱 A の体積}) \div (\text{円錐 B の体積}) = 4\pi r^2 h \div \frac{1}{3} \pi r^2 h = 4 \div \frac{1}{3} = 12$$

したがって、A の体積は B の体積の 12 倍になる。

[印刷/他のPDFファイルについて]

※ このファイルは、FdData 中間期末数学 2 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 2 年は Word の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

※FdData中間期末(社会・理科・数学)全分野のPDFファイル、および製品版の購入方法は <http://www.fdtype.com/dat/> に掲載しております。

下図のような、[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を、Windows のデスクトップ上にインストールすれば、 FdData 中間期末・FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1800 ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【 <http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe> 】

※ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd教材開発】(092) 404-2266

<http://www.fdtype.com/dat/>