

## 【1】式の値

[問題](1 学期中間)

 $x = 3, y = -2$  のとき、次の式の値を求めなさい。

(1)  $4x - 2$                       (2)  $5x + 2y$                       (3)  $2(x - y) + (x - 3y)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) 10    (2) 11    (3) 19

[解説]

(1)  $4x - 2$  に  $x = 3$  を代入すると、 $4 \times 3 - 2 = 10$

(2)  $5x + 2y$  に  $x = 3, y = -2$  を代入すると、 $5 \times 3 + 2 \times (-2) = 15 - 4 = 11$

(3) 式を整理してから値を代入する。

(式)  $= 2(x - y) + (x - 3y) = 2x - 2y + x - 3y = 2x + x - 2y - 3y = 3x - 5y$

これに  $x = 3, y = -2$  を代入すると、

(式)  $= 3 \times 3 - 5 \times (-2) = 9 + 10 = 19$

[問題](1 学期中間)

次の問いに答えなさい。

(1)  $x = -3, y = 2$  のとき、 $3x - 5y$  の式の値を求めなさい。

(2)  $a = 5, b = -3$  のとき、 $2(3a - 4b) - 4(a - 3b)$  の式の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) -19    (2) -2

[解説]

(1) (式)  $= 3x - 5y = 3 \times (-3) - 5 \times 2 = -9 - 10 = -19$

(2) 式を整理してから値を代入する。

(式)  $= 2(3a - 4b) - 4(a - 3b) = 6a - 8b - 4a + 12b = 6a - 4a - 8b + 12b = 2a + 4b$

これに  $a = 5, b = -3$  を代入すると、

(式)  $= 2a + 4b = 2 \times 5 + 4 \times (-3) = 10 - 12 = -2$

[問題](1 学期中間)

次の問いに答えなさい。

- (1)  $x = 3$ ,  $y = 3$  のとき,  $5x + 2y$  の値を求めなさい。
- (2)  $x = 3$ ,  $y = -2$  のとき,  $3xy^3$  の値を求めなさい。
- (3)  $x = -3$ ,  $y = 4$  のとき,  $4(2x - y) - 3(3x + 2y)$  の値を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) 21 (2) -72 (3) -37

[解説]

(1) (式)  $= 5x + 2y = 5 \times 3 + 2 \times 3 = 15 + 6 = 21$

(2) (式)  $= 3xy^3 = 3 \times 3 \times (-2)^3 = -72$

(3) 式を整理してから値を代入する。

(式)  $= 4(2x - y) - 3(3x + 2y) = 8x - 4y - 9x - 6y = 8x - 9x - 4y - 6y = -x - 10y$

これに  $x = -3$ ,  $y = 4$  を代入すると,

(式)  $= -x - 10y = -(-3) - 10 \times 4 = 3 - 40 = -37$

[問題](1 学期期末)

$x = -1$ ,  $y = 5$  のとき,  $3(2x - 3y) - 4(3x - 2y)$  の式の値を求めよ。

[解答欄]

--

[解答]1

[解説]

式を整理してから値を代入する。

(式)  $= 3(2x - 3y) - 4(3x - 2y) = 6x - 9y - 12x + 8y = 6x - 12x - 9y + 8y = -6x - y$

これに  $x = -1$ ,  $y = 5$  を代入すると, (式)  $= -6 \times (-1) - 5 = 6 - 5 = 1$

[問題](1 学期期末)

$x = 3, y = -2$  のとき,  $2(5x - 3y) - 3(2x + 3y)$  の式の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] 42

[解説]

式を整理してから値を代入する。

$$(式) = 2(5x - 3y) - 3(2x + 3y) = 10x - 6y - 6x - 9y = 10x - 6x - 6y - 9y = 4x - 15y$$

これに  $x = 3, y = -2$  を代入すると,

$$(式) = 4x - 15y = 4 \times 3 - 15 \times (-2) = 12 + 30 = 42$$

[問題](1 学期中間)

$x = -2, y = \frac{1}{3}$  のとき,  $x + 2y - 2(x - 2y)$  の式の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] 4

[解説]

式を整理してから値を代入する。

$$(式) = x + 2y - 2(x - 2y) = x + 2y - 2x + 4y = x - 2x + 2y + 4y = -x + 6y$$

これに  $x = -2, y = \frac{1}{3}$  を代入すると,

$$(式) = -x + 6y = -(-2) + 6 \times \frac{1}{3} = 2 + 2 = 4$$

[問題](1 学期期末)

$x = -0.5, y = -2$  のとき,  $5(4x - 3y) - 4(6x - 4y)$  の式の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] 0

[解説]

まず式を整理する。

$$5(4x - 3y) - 4(6x - 4y) = 20x - 15y - 24x + 16y = 20x - 24x - 15y + 16y = -4x + y$$

この式に  $x = -0.5$ ,  $y = -2$  を代入すると、

$$(式) = -4x + y = -4 \times (-0.5) - 2 = 2 - 2 = 0$$

[問題](1 学期中間)

$x = -2$ ,  $y = 3$  のとき、次の式の値を求めなさい。

$$(1) 3(x + y) - 2(x - 2y) \qquad (2) 12\left(x - \frac{y}{4}\right) - 6\left(5x - \frac{y}{3}\right)$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) 19 (2) 33

[解説]

まず式の整理を行う。

$$(1) 3(x + y) - 2(x - 2y) = 3x + 3y - 2x + 4y = x + 7y$$

これに  $x = -2$ ,  $y = 3$  を代入すると、

$$x + 7y = -2 + 7 \times 3 = -2 + 21 = 19$$

$$(2) 12\left(x - \frac{y}{4}\right) - 6\left(5x - \frac{y}{3}\right) = 12x - 3y - 30x + 2y = -18x - y$$

これに  $x = -2$ ,  $y = 3$  を代入すると、

$$-18x - y = -18 \times (-2) - 3 = 36 - 3 = 33$$

[問題](1 学期中間)

$x = -\frac{1}{3}$ ,  $y = 4$  のとき、次の式の値を求めなさい。

$$(1) (2x + 3y) - (5x - 2y) \qquad (2) 24x^2y \div (-8x)$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) 21 (2) 4

[解説]

式を整理してから値を代入する。

$$(1) \text{ (式)} = (2x + 3y) - (5x - 2y) = 2x + 3y - 5x + 2y = 2x - 5x + 3y + 2y = -3x + 5y$$

これに  $x = -\frac{1}{3}$ ,  $y = 4$  を代入すると,

$$\text{(式)} = -3x + 5y = -3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 5 \times 4 = 1 + 20 = 21$$

$$(2) \text{ (式)} = 24x^2y \div (-8x) = 24x^2y \times \left(\frac{1}{-8x}\right) = \frac{24x^2y}{-8x} = -3xy$$

これに  $x = -\frac{1}{3}$ ,  $y = 4$  を代入すると,

$$\text{(式)} = -3xy = -3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 4 = 4$$

[問題](1 学期期末)

$a = 3$ ,  $b = -2$  のとき, 次の式の値を求めなさい。

$$(1) 18ab \div 6ab^2 \times (-2a)^2 \qquad (2) -3(2a - b) + 2(a + 2b)$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $-54$  (2)  $-26$

[解説]

まず式を整理してから  $a$ ,  $b$  を代入する。

$$(1) 18ab \div 6ab^2 \times (-2a)^2 = 18ab \times \frac{1}{6ab^2} \times 4a^2 = \frac{72a^3b}{6ab^2} = \frac{12a^2}{b}$$

この式に  $a = 3$ ,  $b = -2$  を代入すると,  $\frac{12 \times 9}{-2} = -54$

$$(2) -3(2a - b) + 2(a + 2b) = -6a + 3b + 2a + 4b = -6a + 2a + 3b + 4b = -4a + 7b$$

この式に  $a = 3$ ,  $b = -2$  を代入すると,  $-4 \times 3 + 7 \times (-2) = -12 - 14 = -26$

[問題](1 学期中間)

次の式の値を求めなさい。

(1)  $x = 5$ ,  $y = -8$  のときの,  $-2(x - 3y) - 3(-2x - y)$  の値。

(2)  $x = -2$ ,  $y = 3$  のときの,  $18xy \div 6xy^2 \times (-2x)$  の値。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $-52$  (2)  $4$

[解説]

式を整理してから値を代入する。

(1) (式)  $= -2(x - 3y) - 3(-2x - y) = -2x + 6y + 6x + 3y = -2x + 6x + 6y + 3y = 4x + 9y$

これに  $x = 5$ ,  $y = -8$  を代入すると,

(式)  $= 4x + 9y = 4 \times 5 + 9 \times (-8) = 20 - 72 = -52$

(2) (式)  $= 18xy \div 6xy^2 \times (-2x) = 18xy \times \frac{1}{6xy^2} \times (-2x) = \frac{18xy \times (-2x)}{6xy^2} = -\frac{6x}{y}$

これに  $x = -2$ ,  $y = 3$  を代入すると,

(式)  $= -\frac{6x}{y} = -\frac{6 \times (-2)}{3} = 4$

[問題](1 学期中間)

次の式の値を求めなさい。

(1)  $a = 3$ ,  $b = -2$  のとき,  $a - b$

(2)  $a = 3$ ,  $b = -2$  のとき,  $2(7a + 3b + 1) - 3(3a + 2b - 4)$

(3)  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $y = -4$  のとき,  $2x^2y \div xy \times 3y$

(4)  $x = -\frac{1}{6}$ ,  $y = 4$  のとき,  $(-3xy)^2 \div (-3xy^2) \times 2y^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

[解答](1)  $5$  (2)  $29$  (3)  $12$  (4)  $16$

[解説]

式を整理してから値を代入する。

$$(1) \text{ (式)} = a - b \text{ に } a = 3, b = -2 \text{ を代入すると, (式)} = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5$$

$$(2) \text{ (式)} = 2(7a + 3b + 1) - 3(3a + 2b - 4) = 14a + 6b + 2 - 9a - 6b + 12 \\ = 14a - 9a + 6b - 6b + 2 + 12 = 5a + 14$$

$$\text{これに } a = 3 \text{ を代入すると, (式)} = 5a + 14 = 5 \times 3 + 14 = 15 + 14 = 29$$

$$(3) \text{ (式)} = 2x^2y \div xy \times 3y = 2x^2y \times \frac{1}{xy} \times 3y = \frac{2x^2y \times 3y}{xy} = 6xy$$

$$\text{これに } x = -\frac{1}{2}, y = -4 \text{ を代入すると, (式)} = 6xy = 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-4) = 12$$

$$(4) \text{ (式)} = (-3xy)^2 \div (-3xy^2) \times 2y^2 = (-3xy) \times (-3xy) \times \frac{1}{-3xy^2} \times 2y^2 \\ = \frac{(-3) \times xy \times (-3) \times xy \times 2y^2}{-3xy^2} = -6xy^2$$

$$\text{これに } x = -\frac{1}{6}, y = 4 \text{ を代入すると,}$$

$$\text{(式)} = -6xy^2 = -6 \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times 4^2 = 16$$

[問題](1 学期期末)

$x = -3, y = 2$  のとき, 次の式の値を求めなさい。

$$(1) 4(x + y) - 3(2x + y)$$

$$(2) 36x^2y \div (-12xy) \times 3y$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) 8 (2) 54

[解説]

式を整理してから値を代入する。

$$(1) \text{ (式)} = 4(x + y) - 3(2x + y) = 4x + 4y - 6x - 3y = 4x - 6x + 4y - 3y = -2x + y$$

これに  $x = -3$ ,  $y = 2$  を代入すると,

$$(式) = -2x + y = -2 \times (-3) + 2 = 6 + 2 = 8$$

$$(2) (式) = 36x^2y \div (-12xy) \times 3y = 36x^2y \times \frac{1}{-12xy} \times 3y = \frac{36x^2y \times 3y}{-12xy} = -9xy$$

これに  $x = -3$ ,  $y = 2$  を代入すると,

$$(式) = -9xy = -9 \times (-3) \times 2 = 54$$

[問題](1 学期中間)

$x = 2$ ,  $y = -5$  のとき, 次の式の値を求めなさい。

(1)  $2x + y$

(2)  $15xy^2 \div (-5xy)$

(3)  $\frac{5x+4y}{3} - \frac{2x+3y}{4}$

(4)  $6xy^2 \div (-3xy^2) \times 2xy$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

[解答](1)  $-1$  (2)  $15$  (3)  $-\frac{7}{12}$  (4)  $40$

[解説]

(1) (式)  $= 2x + y = 2 \times 2 - 5 = 4 - 5 = -1$

(2)~(4) 式を整理してから値を代入する。

$$(2) (式) = 15xy^2 \div (-5xy) = 15xy^2 \times \frac{1}{-5xy} = \frac{15xy^2}{-5xy} = -3y$$

これに  $y = -5$  を代入すると,

$$(式) = -3y = -3 \times (-5) = 15$$

$$(3) (式) = \frac{5x+4y}{3} - \frac{2x+3y}{4} = \frac{(5x+4y) \times 4}{3 \times 4} - \frac{(2x+3y) \times 3}{4 \times 3} = \frac{4(5x+4y) - 3(2x+3y)}{12}$$
$$= \frac{20x + 16y - 6x - 9y}{12} = \frac{20x - 6x + 16y - 9y}{12} = \frac{14x + 7y}{12}$$

これに  $x = 2$ ,  $y = -5$  を代入すると,



$$(式) = \frac{14x + 7y}{12} = \frac{14 \times 2 + 7 \times (-5)}{12} = \frac{28 - 35}{12} = -\frac{7}{12}$$

$$(4) (式) = 6xy^2 \div (-3xy^2) \times 2xy = 6xy^2 \times \frac{1}{-3xy^2} \times 2xy = \frac{6xy^2 \times 2xy}{-3xy^2} = -4xy$$

これに  $x = 2$ ,  $y = -5$  を代入すると,

$$(式) = -4xy = -4 \times 2 \times (-5) = 40$$

【】文字式による説明：奇数と偶数

[問題](1 学期期末)

整数  $n$  を使って、奇数を表す式を書きなさい。

[解答欄]

[解答]  $2n+1$

[解説]

例えば、偶数については  $6 = 2 \times 3$ ,  $8 = 2 \times 4$  のように  $2 \times (\text{整数})$  と表すことができる。奇数については、 $7 = 6 + 1 = 2 \times 3 + 1$ ,  $9 = 8 + 1 = 2 \times 4 + 1$  のように  $2 \times (\text{整数}) + 1$  と表すことができる。一般に、整数  $n$  を使って、偶数は  $2n$ 、奇数は  $2n + 1$  と表すことができる。

[問題](1 学期中間)

奇数と偶数の和は奇数になることを証明しなさい。

[解答欄]

[解答]

偶数を  $2n$ 、奇数を  $2m + 1$  とおくと、

$$(\text{奇数と偶数の和}) = 2m + 1 + 2n = 2m + 2n + 1 = 2(m + n) + 1$$

$n, m$  は整数なので  $n + m$  も整数。よって  $2(m + n) + 1$  は奇数で、奇数と偶数の和は奇数となる。

[解説]

・  $n$  を整数とするとき偶数は  $2n$ 、奇数は  $2n + 1$  と表すことができる。この問題で奇数と偶数は別の文字 ( $m, n$  など) を使わなければならない。もし、偶数を  $2n$ 、奇数を  $2n + 1$  などと同じ文字を使って表すと、例えば偶数が  $6$  のとき奇数は  $7$  で連続する偶

数と奇数の場合に限定されてしまい一般的な証明にならないからである。

・ある式が奇数になることを証明するためには、 $2 \times (\text{整式}) + 1$ の形に変形すればよい。

例)  $4n + 6m + 5 = 4n + 6m + 4 + 1 = (2 \times 2n + 2 \times 3m + 2 \times 2) + 1 = 2(2n + 3m + 2) + 1$

[問題](1 学期中間)

偶数と奇数の和は、奇数である。このわけを次のように説明した。( )の中に  
適当な式やことばを入れよ。

[説明]

2つの整数を  $m, n$  とすると、偶数は( ① ), 奇数は( ② )で表される。

和は、( ③ )+(②)=(③)= $2( ④ )+1$

(④)は( ⑤ )だから和は奇数となる。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	

[解答]①  $2m$  ②  $2n + 1$  ③  $2m + 2n + 1$  ④  $m + n$  ⑤ 整数

[解説]

・  $n$  を整数とするとき偶数は  $2n$  , 奇数は  $2n + 1$  と表すことができる。この問題で奇数と偶数は別の文字( $m, n$  など)を使わなければならない。もし、偶数を  $2n$  , 奇数を  $2n + 1$  などと同じ文字を使って表すと、例えば偶数が  $6$  のとき奇数は  $7$  で連続する偶数と奇数の場合に限定されてしまい一般的な証明にならないからである。

・ある式が奇数になることを証明するためには、 $2 \times (\text{整式}) + 1$ の形に変形すればよい。

例)  $4n + 6m + 5 = 4n + 6m + 4 + 1 = (2 \times 2n + 2 \times 3m + 2 \times 2) + 1 = 2(2n + 3m + 2) + 1$

[問題](1 学期中間)

奇数と偶数の和は奇数になります。

例  $5+8=13$

このわけを次のように説明をしましたが、間違いがあります。何が間違っているか説明しなさい。

解)  $n$  を整数とすると、奇数と偶数はそれぞれ

$2n+1$ ,  $2n$  と表される。したがって、奇数と偶数の和は、

$$(2n+1)+2n=2n+2n+1=4n+1=2\times 2n+1$$

$n$  は整数なので  $2n$  は整数。よって、 $2\times 2n+1$  は奇数である。

従って、奇数と偶数の和は奇数になる。

[解答欄]

[解答]

奇数と偶数を  $2n-1$ ,  $2n$  と表してしまうと、連続する奇数と偶数の場合に限定されてしまう。奇数と偶数を、たとえば  $2n+1$ ,  $2m$  と違う文字を使って表さなければならない。

[解説]

正しくは別の文字を使って、次のように証明しなければならない。

偶数を  $2n$ , 奇数を  $2m+1$  とおくと、

$$(\text{奇数と偶数の和})=2m+1+2n=2m+2n+1=2(m+n)+1$$

$n$ ,  $m$  は整数なので  $n+m$  も整数。よって  $2(m+n)+1$  は奇数で、奇数と偶数の和は奇数となる。

[問題](1 学期期末)

2つの奇数の和が偶数になるわけを、文字を使って説明しなさい。

[解答欄]

[解答]

2つの奇数を,  $2m+1$ ,  $2n+1$ とおく。ただし,  $m, n$ は整数とする。

$$(2m+1)+(2n+1)=2m+2n+2=2(n+m+1)$$

$m, n$ は整数なので,  $n+m+1$ も整数で,  $2(m+n+1)$ は2の倍数になる。

よって, 2つの奇数の和は偶数になる。

[解説]・例えば, 偶数については $6=2\times 3$ ,  $8=2\times 4$ のように $2\times(\text{整数})$ と表すことができる。奇数については,  $7=6+1=2\times 3+1$ ,  $9=8+1=2\times 4+1$ のように $2\times(\text{整数})+1$ と表すことができる。一般に, 整数 $n$ を使って, 偶数は $2n$ , 奇数は $2n+1$ と表すことができる。

・ある式が偶数になることを証明するためには,  $2\times(\text{整式})$ の形に変形すればよい。

例)  $4n+6m+2=2\times 2n+2\times 3m+2\times 1=2(2n+3m+1)$

[問題](1 学期期末)

2つの奇数の差は偶数であることを, 文字を使って説明しなさい。

[解答欄]

[解答]

2つの奇数を,  $2n+1$ ,  $2m+1$ とおく。ただし,  $m, n$ は整数とする。

$$(2\text{つの奇数の差})=(2n+1)-(2m+1)=2n-2m=2(n-m)$$

$m, n$ は整数なので,  $n-m$ は整数。

よって $2(n-m)$ は2の倍数で, 偶数になる。ゆえに, 2つの奇数の差は偶数になる。

[解説]

・例えば, 偶数については $6=2\times 3$ ,  $8=2\times 4$ のように $2\times(\text{整数})$ と表すことができる。奇数については,  $7=6+1=2\times 3+1$ ,  $9=8+1=2\times 4+1$ のように $2\times(\text{整数})+1$ と表すことができる。一般に, 整数 $n$ を使って, 偶数は $2n$ , 奇数は $2n+1$ と表すことができる。

・ある式が偶数になることを証明するためには,  $2\times(\text{整式})$ の形に変形すればよい。

例)  $4n+6m+2=2\times 2n+2\times 3m+2\times 1=2(2n+3m+1)$

【】 文字式による説明：連続する整数

[問題](1学期中間)

連続する3つの整数の和は、3の倍数になることを、文字を使って説明しなさい。

[解答欄]

[解答]

連続する3つの整数を $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$ とおくと、

$$(3つの整数の和) = n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1)$$

$n+1$  は整数なので $3(n+1)$ は3の倍数となる。

よって、連続する3つの整数の和は、3の倍数になる。

[解説]

・例えば、連続する3つの整数5, 6, 7は、 $5$ ,  $5+1$ ,  $5+2$ と表すことができる。一般的には、整数 $n$ を使って、 $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$ と表すことができる。真ん中の整数を $n$ とおくと、 $n-1$ ,  $n$ ,  $n+1$ と表すこともできる。

・3の倍数は、 $3 \times 1$ ,  $3 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $3 \times 4 \dots$ のように $3 \times (\text{整数})$ と表すことができる。ある式が3の倍数になることを説明するには、式を $3 \times (\text{整式})$ の形に変形すればよい。

例)  $6n + 9 = 3 \times 2n + 3 \times 3 = 3(2n + 3)$

[問題](1学期中間)

3つ続いた整数の和は3の倍数になります。このわけを、文字を使って説明しなさい。

[解答欄]

[解答]

連続する3つの整数を $n, n+1, n+2$ とおくと、

$$(3\text{つの整数の和}) = n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n+1)$$

$n+1$  は整数なので $3(n+1)$ は3の倍数となる。

よって、連続する3つの整数の和は、3の倍数になる。

[解説]

・例えば、連続する3つの整数5, 6, 7は、5, 5+1, 5+2と表すことができる。一般的には、整数 $n$ を使って、 $n, n+1, n+2$ と表すことができる。真ん中の整数を $n$ とおくと、 $n-1, n, n+1$ と表すこともできる。

・3の倍数は、 $3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 3, 3 \times 4 \dots$ のように $3 \times (\text{整数})$ と表すことができる。ある式が3の倍数になることを説明するには、式を $3 \times (\text{整式})$ の形に変形すればよい。

例)  $6n + 9 = 3 \times 2n + 3 \times 3 = 3(2n + 3)$

[問題](1学期中間)

連続する3つの整数の和が3の倍数となることを証明しなさい。

[解答欄]

[解答]

連続する3つの整数を $n, n+1, n+2$ とおくと、

$$(3\text{つの整数の和}) = n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3 = 3(n+1)$$

$n$ は整数なので $n+1$ も整数。よって $3(n+1)$ は3の倍数となり、

連続する3つの整数の和は3の倍数となる。

[解説]

・例えば、連続する3つの整数5, 6, 7は、5, 5+1, 5+2と表すことができる。一般的には、整数 $n$ を使って、 $n, n+1, n+2$ と表すことができる。真ん中の整数を $n$ とおくと、 $n-1, n, n+1$ と表すこともできる。

・3の倍数は、 $3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 3, 3 \times 4 \dots$ のように $3 \times (\text{整数})$ と表すことができる。  
ある式が3の倍数になることを説明するには、式を $3 \times (\text{整式})$ の形に変形すればよい。  
例)  $6n + 9 = 3 \times 2n + 3 \times 3 = 3(2n + 3)$

[問題](1 学期期末)

連続する3つの整数の和は3の倍数になる。このわけを下のように説明した。[     ]  
にあてはまる式を書きなさい。

(説明)

連続する3つの整数は、 $m$ を整数として、それぞれ

$$m - 1, [ \text{ア} ], m + 1$$

と表されるから。

$$(m - 1) + ([ \text{ア} ]) + (m + 1) \\ = [ \text{イ} ]$$

したがって、連続する3つの整数の和は3の倍数である。

[解答欄]

(ア)	(イ)
-----	-----

[解答](ア)  $m$  (イ)  $3m$

[解説]

・例えば、連続する3つの整数5, 6, 7は、 $5, 5 + 1, 5 + 2$ と表すことができる。一般的には、整数 $n$ を使って、 $n, n + 1, n + 2$ と表すことができる。

この問題のように真ん中の整数を基準にすると、5, 6, 7は $6 - 1, 6, 6 + 1$ と表すことができる。真ん中の整数を $n$ とおくと、 $n - 1, n, n + 1$ と表すことができる。

・3の倍数は、 $3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 3, 3 \times 4 \dots$ のように $3 \times (\text{整数})$ と表すことができる。  
ある式が3の倍数になることを説明するには、式を $3 \times (\text{整式})$ の形に変形すればよい。  
例)  $6n + 9 = 3 \times 2n + 3 \times 3 = 3(2n + 3)$

[問題](1 学期中間)

3つの続いた整数のうち、最大の数の5倍から他の2つの数を引いた数は、3の倍数になります。このわけを、文字を使って説明しなさい。



[解答欄]

--

[解答]

3つの続いた整数を $n, n+1, n+2$ とおく。ただし、 $n$ は整数とする。

(最大の数の5倍から他の2つの数を引いた数) $=5(n+2)-n-(n+1)$

$$=5n+10-n-n-1=3n+9=3(n+3)$$

$n+3$ は整数なので、 $3(n+3)$ は3の倍数となる。

したがって、最大の数の5倍から他の2つの数を引いた数は、3の倍数になる。

[問題](1学期期末)

連続する4つの整数の和は2でわり切れることを、文字を使って次のように説明しました。( )に当てはまるものを入れなさい。

【説明】

4つの整数のうち、最も小さい数を $x$ とすると、  
連続する4つの整数は、

$x, x+1, x+2, ( \text{①} )$ と表すことができる。

このとき連続する4つの整数の和は、

$$x+(x+1)+(x+2)+( \text{②} )$$

$$=4x+6$$

$$=( \text{③} )$$

ここで、( ④ )は( ⑤ )だから、(③)は2でわり切れる。

したがって、連続する4つの整数の和は2でわり切れる。

[解答欄]

①	②	③	④
⑤			

[解答]①  $x+3$  ②  $x+3$  ③  $2(2x+3)$  ④  $2x+3$  ⑤ 整数

[問題](1 学期期末)

「5, 7 のような連続する 2 つの奇数の和は, 必ず 4 の倍数になる。」ことを文字を使って説明しなさい。

[解答欄]

[解答]

連続する 2 つの奇数は,  $2n+1$ ,  $2n+3$  とおくことができる。(  $n$  は整数)

$$(\text{連続する 2 つの奇数の和}) = (2n+1) + (2n+3) = 4n+4 = 4(n+1)$$

$n$  は整数なので  $n+1$  も整数。よって  $4(n+1)$  は 4 の倍数。

したがって, 連続する 2 つの奇数の和は, 必ず 4 の倍数になる。

[解説]

・連続する奇数, 例えば 5, 7 は 5,  $5+2$  と表すことができるので, 小さい奇数を  $2n+1$  とすると, その次の奇数は  $2n+1+2=2n+3$  と表すことができる。

・4 の倍数は,  $4 \times 1$ ,  $4 \times 2$ ,  $4 \times 3 \dots$  のように  $4 \times (\text{整数})$  と表すことができる。ある式が 4 の倍数になることを説明するには, 式を  $4 \times (\text{整式})$  の形に変形すればよい。

$$\text{例) } 4n+8 = 4 \times n + 4 \times 2 = 4(n+2)$$

[問題](1 学期期末)

「5, 7」のような連続する 2 つの奇数の和は, 4 の倍数であることを次のように説明しました。( ) に適する式を書きなさい。

【説明】

$n$  を整数とすると, 連続する 2 つの奇数は小さい方から,

$2n+1$ , ( ① ) と表される。その和は,

$$(2n+1) + ( \text{②} ) = ( \text{③} ) = 4( \text{④} )$$

( ⑤ ) は整数だから ( ⑥ ) は 4 の倍数である。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥

[解答]①  $2n+3$  ②  $2n+3$  ③  $4n+4$  ④  $n+1$  ⑤  $n+1$  ⑥  $4(n+1)$

[解説]

・連続する奇数, 例えば5, 7は5,  $5+2$ と表すことができるので, 小さい奇数を $2n+1$ とすると, その次の奇数は $2n+1+2=2n+3$ と表すことができる。

・4の倍数は,  $4\times 1, 4\times 2, 4\times 3\cdots$ のように $4\times(\text{整数})$ と表すことができる。ある式が4の倍数になることを説明するには, 式を $4\times(\text{整式})$ の形に変形すればよい。

例)  $4n+8=4\times n+4\times 2=4(n+2)$

[問題](1学期中間)

連続する3つの偶数の和は6の倍数になる。そのわけを, 文字を使って説明しなさい。

[解答欄]

[解答]

$n$ を整数とすると, 連続する3つの偶数は $2n, 2n+2, 2n+4$ とおくことができる。

(連続する3つの偶数の和) $=2n+(2n+2)+(2n+4)=6n+6=6(n+1)$

$n+1$ は整数なので,  $6(n+1)$ は6の倍数となる。

したがって, 連続する3つの偶数の和は6の倍数になる。

[解説]

偶数は $2\times(\text{整数})$ なので,  $n$ を整数とすると $2n$ とおくことができる。

連続する3つの偶数は, 例えば,  $4, 4+2, 4+4$ なので,

$2n, 2n+2, 2n+4$ とおくことができる。

[問題](前期中間)

「連続する3つの奇数の和は、真ん中の奇数の3倍と等しい」が成り立つことを説明したい。次の各問いに答えよ。

- (1) 連続する3つの奇数を、整数 $n$ を使った式で表せ。
- (2) (1)を使って、連続する3つの奇数の和は、真ん中の奇数の3倍と等しいことを説明せよ。

[解答欄]

(1)
(2)

[解答](1)  $2n-1, 2n+1, 2n+3$

(2) (連続する3つの奇数の和) =  $(2n-1) + (2n+1) + (2n+3) = 6n+3$

(真ん中の奇数の3倍) =  $(2n+1) \times 3 = 6n+3$

よって、連続する3つの奇数の和は、真ん中の奇数の3倍と等しい。

[解説]

$n$ を整数とすると偶数は $2n$ ，奇数は $2n+1$ と表すことができる。

連続する奇数，例えば5, 7, 9は真ん中の数7を基準にすると， $7-2, 7, 7+2$ と表すことができる。真ん中の奇数を $2n+1$ とおくと，連続する3つの奇数は， $2n+1-2=2n-1, 2n+1, 2n+1+2=2n+3$ とおくことができる。

[問題](前期期末)

連続する3つの奇数の和は3の倍数であることを，文字を利用して説明せよ。

[解答欄]

--

[解答]

連続する3つの奇数を、 $2n-1$ 、 $2n+1$ 、 $2n+3$ とおく。ただし、 $n$ は整数である。

$$(\text{連続する3つの奇数の和}) = (2n-1) + (2n+1) + (2n+3) = 6n+3 = 3(2n+1)$$

$2n+1$ は整数なので、 $3(2n+1)$ は3の倍数になる。

したがって、連続する3つの奇数の和は3の倍数である。

[問題](1学期中間)

連続する3つの奇数の和は、6で割ると3余ることを次のように説明した。( )  
にあてはまる式を入れなさい。

連続する3つの奇数のうち、真ん中の数を、整数 $n$ を使って $2n+1$ とする。

このとき、他の2つの奇数は、(ア)、 $2n+3$ と表される。この3つの数の和は  
(ア) +  $(2n+1)$  +  $(2n+3)$  = (イ)

よって、連続する3つの奇数の和は、6で割ると3余る。

[解答欄]

ア	イ
---	---

[解答]ア  $2n-1$  イ  $6n+3$

[解説]

・ $n$ を整数とすると偶数は $2n$ 、奇数は $2n+1$ と表すことができる。

連続する奇数、例えば5, 7, 9は真ん中の数7を基準にすると、 $7-2$ 、7、 $7+2$ と表すことができる。真ん中の奇数を $2n+1$ とおくと、連続する3つの奇数は、 $2n+1-2=2n-1$ 、 $2n+1$ 、 $2n+1+2=2n+3$ とおくことができる。

・6でわると3余る数は $9=6\times 1+3$ 、 $15=6\times 2+3$ 、 $21=6\times 3+3\cdots$ であるから、 $6\times(\text{整数})+3$ の形で表すことができる。

(連続する3つの奇数の和) =  $(2n-1) + (2n+1) + (2n+3) = 6n+3$ で、 $n$ は整数なので6で割ると3余ることがわかる。

【】文字式による説明：2けた(3けた)の整数

[問題](1学期中間)

次のことがらを文字を使った式で表しなさい。

- (1) 十の位を  $a$ ，一の位を  $b$  としたときの2けたの整数。  
(2) 3けたの自然数を，百の位の数字を  $a$ ，十の位の数字を  $b$ ，一の位の数字を  $c$  と  
して， $a, b, c$  を使って表しなさい。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $10a + b$  (2)  $100a + 10b + c$

[解説]

- (1) 例えば， $56 = 50 + 6 = 10 \times 5 + 6$  十の位が  $a$ ，一の位が  $b$  の2けたの整数は  
 $10 \times a + b = 10a + b$  と表すことができる。  
(2) 例えば， $572 = 100 \times 5 + 10 \times 7 + 2$  百の位が  $a$ ，十の位が  $b$ ，一の位が  $c$  である  
3けたの整数は， $100 \times a + 10 \times b + c = 100a + 10b + c$  と表すことができる。

[問題](1学期中間)

一の位が0でない2けたの正の整数がある。この整数の十の位の数と一の位の数を入れかえた整数と，もとの整数の和は，11の倍数になっている。このことを文字を使って説明しなさい。

[解答欄]

[解答]

この2けたの整数の十の位の数字を  $a$ ，一の位の数字を  $b$  とおくと，この数は  $10a + b$  と表すことができる。(ただし， $a, b$  は整数とする)  
十の位と一の位の数字を置きかえた数は， $10b + a$  と表すことができる。  
したがって，これらの2数の和は  $(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b = 11(a + b)$  となる。  
 $a, b$  は整数なので  $a + b$  も整数となり， $11(a + b)$  は11の倍数となる。

したがって、この2けたの整数と、その整数の十の位と一の位を入れ替えた数との和は、11の倍数となる。

[解説]

・例えば、 $56 = 50 + 6 = 10 \times 5 + 6$  十の位が  $a$ 、一の位が  $b$  の2けたの整数は  $10 \times a + b = 10a + b$  と表すことができる。

・11の倍数は、 $11 \times 1, 11 \times 2, 11 \times 3 \dots$  のように、 $11 \times (\text{整数})$  の形で表すことができる。

ある式が11の倍数になることを証明するためには、 $11 \times (\text{整式})$  の形に式を変形すればよい。

例)  $11n + 11m + 22 = 11(n + m + 2)$

[問題](1学期中間)

2けたの正の整数がある。この整数の十の位の数と一の位の数を入れかえた2けたの整数をつくる。このとき、もとの整数と入れかえた整数の和は、11の倍数であることを次のように説明した。( )の中に適当な式やことばを入れよ。

[説明]

もとの数の十の位を  $a$ 、一の位を  $b$  とすると、もとの整数は( ① ), 入れかえた整数は( ② )で表される。和は、( ① )+( ② )=( ③ )= $11( ④ )$ となる。( ④ )は( ⑤ )だから、和は11の倍数である。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	

[解答]①  $10a + b$  ②  $10b + a$  ③  $11a + 11b$  ④  $a + b$  ⑤ 整数

[解説]

・例えば、 $56 = 50 + 6 = 10 \times 5 + 6$  十の位が  $a$ 、一の位が  $b$  の2けたの整数は  $10 \times a + b = 10a + b$  と表すことができる。

・11の倍数は、 $11 \times 1, 11 \times 2, 11 \times 3 \dots$  のように、 $11 \times (\text{整数})$  の形で表すことができる。

ある式が11の倍数になることを証明するためには、 $11 \times (\text{整式})$  の形に式を変形すればよい。

例)  $11n + 11m + 22 = 11(n + m + 2)$

[問題](1 学期期末)

一の位が 0 でない 2 けたの自然数を  $A$ 、 $A$  の十の位と一の位を入れかえてできる自然数を  $B$  とする。次の問いに答えなさい。

(1)  $A$  の十の位の数を  $x$ 、一の位の数を  $y$  として、 $A$ 、 $B$  を式で表しなさい。

(2)  $A+B$  はどんな数の倍数になりますか。

[解答欄]

(1) $A$	$B$	(2)
---------	-----	-----

[解答](1)  $A = 10x + y$ ,  $B = 10y + x$

(2)  $A + B = (10x + y) + (10y + x) = 11x + 11y = 11(x + y)$

$x$ ,  $y$  は整数なので  $x + y$  も整数。よって  $A + B = 11(x + y)$  は 11 の倍数・・・答

[解説]

・例えば、 $56 = 50 + 6 = 10 \times 5 + 6$  十の位が  $x$ 、一の位が  $y$  の 2 けたの整数は  $10 \times x + y = 10x + y$  と表すことができる。

・11 の倍数は、 $11 \times 1$ ,  $11 \times 2$ ,  $11 \times 3 \dots$  のように、 $11 \times (\text{整数})$  の形で表すことができる。

[問題](前期中間)

2 けたの自然数から、その数の十の位の数と一の位の数を引くと、いつもある整数の倍数になる。このような倍数の中で最も大きいものを答えよ。

[解答欄]

[解答]9

[解説]

この 2 けたの整数の十の位の数字を  $a$ 、一の位の数字を  $b$  とおくと、この数は  $10a + b$  と表すことができる。(ただし、 $a$ ,  $b$  は整数とする)

2 けたの自然数  $10a + b$  から、その数の十の位の数  $a$  と一の位の数  $b$  を引くと、

$10a + b - a - b = 9a$  となる

$a$  は整数なので、 $9a = 9 \times (\text{整数})$  は 3 や 9 で割り切れるので 3 や 9 の倍数である。

このうち、最も大きいのは 9 である。



[問題](1 学期期末)

52, 73 のように、一の位の数が十の位の数より小さい 2 けたの自然数があります。この自然数の一の位と十の位を入れかえた数をつくり、はじめの数からひくとき、その結果についてどんなことがいえるかを考えました。次の文章の空らん①～⑧をうめなさい。

はじめの数を 52, 73 として考える。一の位と十の位を入れかえた数を、はじめの数からひくと、

$$52 - (\text{①}) = (\text{②}), \quad 73 - (\text{③}) = (\text{④})$$

となり、(⑤)の倍数となることが予想される。このことを文字を使って説明する。はじめの数の十の位を  $x$ 、一の位を  $y$  とすると、はじめの数は(⑥)、入れかえた数は(⑦)と表される。

$$(\text{⑥}) - (\text{⑦}) = 9 \times (\text{⑧})$$

となり、(⑧)は自然数だから、(⑤)の倍数である。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥
⑦	⑧	

[解答]① 25 ② 27 ③ 37 ④ 36 ⑤ 9 ⑥  $10x + y$  ⑦  $10y + x$  ⑧  $x - y$

[解説]

・例えば、 $56 = 50 + 6 = 10 \times 5 + 6$  十の位が  $x$ 、一の位が  $y$  の 2 けたの整数は  $10 \times x + y = 10x + y$  と表すことができる。

・一の位と十の位を入れかえた数は、十の位が  $y$ 、一の位が  $x$  なので  $10y + x$  となる。

$$(\text{2 つの数の差}) = 10x + y - (10y + x) = 10x + y - 10y - x = 9x - 9y = 9(x - y)$$

$9 \times (\text{整数})$  は 9 の倍数

[問題](1 学期中間)

一の位の数が 0 でない 3 けたの正の整数がある。この整数の百の位の数と一の位の数を入れかえた 3 けたの整数をつくる。「もとの 3 けたの整数から、入れかえた 3 けたの整数を引いた数は、99 で割り切れる。」このことを説明しなさい。

[解答欄]

[解答]

もとの3けたの整数の百の位の数をもとに  $a$ 、十の位の数をもとに  $b$ 、一の位の数をもとに  $c$  とすると、

$$(\text{もとの整数}) = 100a + 10b + c \quad (\text{入れかえた整数}) = 100c + 10b + a$$

$$(\text{もとの整数}) - (\text{入れかえた整数}) = (100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 99a - 99c = 99 \times (a - c)$$

$a - c$  は整数なので  $99 \times (a - c)$  は  $99$  の倍数となり、

もとの3けたの整数から、入れかえた3けたの整数を引いた数は、 $99$  で割り切れる

[解説]

・例えば、 $576 = 100 \times 5 + 10 \times 7 + 6$  百の位の数をもとに  $a$ 、十の位の数をもとに  $b$ 、一の位の数をもとに  $c$  とすると、3けたの整数は  $100 \times a + 10 \times b + c = 100a + 10b + c$  と表すことができる。

・ $99$  の倍数は、 $99 \times 1, 99 \times 2, 99 \times 3 \dots$  のように、 $99 \times (\text{整数})$  の形で表すことができる。

ある式が  $99$  の倍数になることを証明するためには、 $99 \times (\text{整式})$  の形に式を変形すればよい。例)  $99a - 99c = 99(a - c)$

[問題](1 学期中間)

一の位が  $0$  でない3けたの自然数がある。その3けたの数と、その数字を逆にならべてできる整数との差は、 $99$  で割り切れるわけを説明したい。次の( )の中にあてはまる式を入れなさい。

(説明) 百、十、一の位がそれぞれ、 $x, y, z$  である3けたの整数は( ① )、

その数字を逆に並べてできる整数は( ② )と表される。(ただし、 $x, y, z$  は自然数)

$$( \text{ ① } ) - ( \text{ ② } ) = ( \text{ ③ } ) = 99 \times ( \text{ ④ } )$$

$x, z$  は自然数なので( ④ )も自然数。

$\therefore 99$  の倍数になり、 $99$  で割り切れる。

[解答欄]

①	②	③
④		

[解答]①  $100x+10y+z$  ②  $100z+10y+x$  ③  $99x-99z$  ④  $x-z$

[解説]

・例えば、 $576 = 100 \times 5 + 10 \times 7 + 6$  百の位の数を  $x$ ，十の位の数を  $y$ ，一の位の数を  $z$  とすると，3 けたの整数は  $100 \times x + 10 \times y + z = 100x + 10y + z$  と表すことができる。

・99の倍数は， $99 \times 1, 99 \times 2, 99 \times 3 \cdots$  のように， $99 \times (\text{整数})$  の形で表すことができる。

ある式が99の倍数になることを証明するためには， $99 \times (\text{整式})$  の形に式を変形すればよい。

例)  $99a - 99c = 99(a - c)$

[問題](1 学期期末)

十の位の数と一の位の数の和が3の倍数である2けたの整数は3の倍数である。このわけを説明しなさい。

[解答欄]

[解答]

十の位の数を  $m$ ，一の位の数を  $n$  とする。(ただし， $m, n$  は整数)

$$\text{この2けたの数} = 10m + n = 9m + m + n = 9m + (m + n)$$

条件より， $m + n$  は3の倍数で， $9m$  も3の倍数

3の倍数どうしの和は3の倍数になる。

したがって，この2けたの整数は3の倍数になる。

[解説]

例えば,  $56 = 50 + 6 = 10 \times 5 + 6$  十の位が  $m$ , 一の位が  $n$  の 2 けたの整数は  $10 \times m + n = 10m + n$  と表すことができる。

[問題](1 学期中間)

1 けたの自然数  $a, b, c$  を書いたカードが 3 枚ある。この 3 枚のカードを  $[a b c]$  と並べた場合は、百の位が  $a$ , 十の位が  $b$ , 一の位が  $c$  の 3 けたの整数を表すものとする。

いま,  $[a b c], [b c a], [c a b]$  の 3 けたの整数を 3 個つくる。この 3 個の整数の和が 1221 になるとき,  $a + b + c$  の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]11

[解説]

百の位が  $a$ , 十の位が  $b$ , 一の位が  $c$  の 3 けたの整数を  $[a b c]$  とすると,  $[a b c] = 100a + 10b + c$  となる。

同様にして,

$$[b c a] = 100b + 10c + a$$

$$[c a b] = 100c + 10a + b$$

よって,  $[a b c] + [b c a] + [c a b]$

$$= (100a + 10b + c) + (100b + 10c + a) + (100c + 10a + b) = 1221$$

$$111a + 111b + 111c = 1221, 111(a + b + c) = 1221$$

よって,  $a + b + c = 1221 \div 111 = 11$

【】 文字式による説明：商と余り

[問題](1 学期中間)

2つの自然数 $a, b$ がある。 $a$ を5で割ると商が $m$ で余りが3である。 $b$ を5で割ると商が $n$ で余りが4である。 $a+b$ を5で割ったときの商と余りを求めなさい。

[解答欄]

商	余り
---	----

[解答]商： $m+n+1$  余り：2

[解説]

例えば23を5で割ったときの商は4で余りは3であるが、これを式で表すと、 $23 \div 5 = 4 \cdots 3$  この場合、 $23 = 5 \times 4 + 3$ の関係が成り立つ。

「 $a$ を5で割ると商が $m$ で余りが3である」を式で表すと、 $a \div 5 = m \cdots 3$ なので、 $a = 5 \times m + 3 \cdots \textcircled{1}$ が成り立つ。

「 $b$ を5で割ると商が $n$ で余りが4である」を式で表すと、 $b \div 5 = n \cdots 4$ なので、 $b = 5 \times n + 4 \cdots \textcircled{2}$ が成り立つ。

①, ②より、

$$a + b = 5m + 3 + 5n + 4 = 5m + 5n + 7$$

この式をさらに、 $a + b = 5m + 5n + 5 + 2 = 5(m + n + 1) + 2$ と変形することができる。よって、 $(a + b) \div 5 = m + n + 1 \cdots 2$

この式から、 $a + b$ を5で割ったときの商は $m + n + 1$ , 余りは2になることがわかる。

[問題](1 学期中間)

2つの整数 $A, B$ がある。 $A$ を5で割ると商が $m$ で余りが4,  $B$ は5で割ると、商が $n$ で余りは2である。 $A+B$ を5で割ったときの商と余りを求めなさい。

[解答欄]

--

[解答]商は $m+n+1$ , 余りは1

[解説]

例えば23を5で割ったときの商は4で余りは3であるが、これを式で表すと、 $23 \div 5 = 4 \cdots 3$  この場合、 $23 = 5 \times 4 + 3$ の関係が成り立つ。

「 $A$  を  $5$  で割ると商が  $m$  で余りが  $4$ 」を式で表すと、 $A \div 5 = m \cdots 4$  なので、 $A = 5 \times m + 4 \cdots$ ①が成り立つ。

「 $B$  を  $5$  で割ると、商が  $n$  で余りは  $2$ 」を式で表すと、 $B \div 5 = n \cdots 2$  なので、 $B = 5 \times n + 2 \cdots$ ②が成り立つ。

①, ②より,

$$A + B = 5m + 4 + 5n + 2 = 5m + 5n + 6$$

この式をさらに、 $A + B = 5m + 5n + 5 + 1 = 5(m + n + 1) + 1$ と変形することができる。

$$\text{よって、} (A + B) \div 5 = m + n + 1 \cdots 1$$

この式から、 $A + B$  を  $5$  で割ったときの商は  $m + n + 1$ , 余りは  $1$  になることがわかる。

[問題](1 学期期末)

$5$  でわると  $3$  余る整数と、 $5$  でわると  $4$  余る整数との和を、 $5$  で割ると余りはいつもある数になるという。このことを次のように説明した。ア, イ, ウにあてはまる式や数を入れて、説明を完成させなさい。

(説明)

$5$  でわると  $3$  余る整数を  $5m + 3$ ,  $5$  でわると  $4$  余る整数を  $5n + 4$  と表す。ただし,  $m, n$  は整数とする。

$$\begin{aligned} & (5m + 3) + (5n + 4) \\ & = [ \quad \text{ア} \quad ] \\ & = 5([ \quad \text{イ} \quad ]) + [ \quad \text{ウ} \quad ] \end{aligned}$$

ここで,  $[ \quad \text{イ} \quad ]$  は整数だから,

$5([ \quad \text{イ} \quad ]) + [ \quad \text{ウ} \quad ]$  は  $5$  で割ると  $[ \quad \text{ウ} \quad ]$  余る数になる。

したがって,  $5$  でわると  $3$  余る整数と,  $5$  でわると  $4$  余る整数との和を,  $5$  で割ると余りはいつも  $[ \quad \text{ウ} \quad ]$  になる。

[解答欄]

ア	イ	ウ
---	---	---

[解答]ア  $5m + 5n + 7$  イ  $m + n + 1$  ウ  $2$

[解説]

例えば 23 を 5 で割ったときの商は 4 で余りは 3 であるが、これを式で表すと、

$23 \div 5 = 4 \cdots 3$  この場合、 $23 = 5 \times 4 + 3$  の関係が成り立つ。

5 でわると 3 余る整数を  $A$ 、割ったときの商を  $m$  とおくと、

$$A \div 5 = m \cdots 3 \text{ なので、 } A = 5m + 3$$

同様にして、5 でわると 4 余る整数を  $B = 5n + 4$  とおくことができる。

$$A + B = 5m + 3 + 5n + 4 = 5m + 5n + 7$$

この式をさらに、 $A + B = 5m + 5n + 5 + 2 = 5(m + n + 1) + 2$  と変形することができる。

よって、 $(A + B) \div 5 = m + n + 1 \cdots 2$

この式から、 $A + B$  を 5 で割ったときの商は  $m + n + 1$ 、余りは 2 になることがわかる。

[問題](1 学期期末)

2 つの自然数  $A$ 、 $B$  がある。 $A$  を 2 でわると、商が  $m$  で余りが 1 である。 $B$  を 3 でわると、商が  $n$  で余りが  $m$  である。このとき次の問いに答えなさい。

- (1)  $A$  を  $m$  を使って表しなさい。
- (2)  $B$  を  $m$ 、 $n$  を使って表しなさい。
- (3)  $A + B$  を 3 でわったときの商と余りを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)商 :
余り :		

[解答](1)  $A = 2m + 1$  (2)  $B = 3n + m$  (3)商 :  $n + m$  余り : 1

[解説]

(1)(2) 例えば 23 を 5 でわったときの商は 4 で余りは 3 であるが、これを式で表すと、

$23 \div 5 = 4 \cdots 3$  この場合、 $23 = 5 \times 4 + 3$  の関係が成り立つ。このことから、

(割られる数)  $\div$  (割る数) = (商)  $\cdots$  (余り) なら、(割られる数) = (割る数)  $\times$  (商) + (余り) が成り立つことがわかる。

「 $A$  を 2 でわると、商が  $m$  で余りが 1 である」を式で表すと、 $A \div 2 = m \cdots 1$  なので、 $A = 2m + 1$  が成り立つ。

「 $B$  を 3 でわると、商が  $n$  で余りが  $m$  である」を式で表すと、 $B \div 3 = n \cdots m$  なので、 $B = 3n + m$  が成り立つ。

$$(3) A+B = (2m+1) + (3n+m) = 3n+3m+1 = 3(n+m)+1$$

(割られる数)=(割る数) $\times$ (商)+(余り)なので、

$A+B$  を 3 でわると、商は  $n+m$ 、余りは 1 となる。

[問題](前期期末)

8 で割ったとき 3 余る整数と、8 で割ったとき 5 余る整数の和は、8 の倍数である。  
このことを説明しなさい。

[解答欄]

[解答]

8 で割ったとき 3 余る整数を  $8m+3$ 、8 で割ったとき 5 余る整数を  $8n+5$  と表す。(ただし  $m, n$  は整数とする)

$$(8m+3) + (8n+5) = 8m+8n+8 = 8(m+n+1)$$

$m+n+1$  は整数なので、 $8(m+n+1)$  は 8 の倍数になる。

したがって、8 で割ったとき 3 余る整数と、8 で割ったとき 5 余る整数の和は、8 の倍数である。

[問題](1 学期中間)

ある自然数  $x$  を 6 で割ると商が  $y$  で余りが 5 である。また、その商  $y$  を 8 で割ると商が  $z$  で余りが 4 である。このとき、 $x$  を 24 で割ったときの余りを求めよ。

[解答欄]

[解答]5



[解説]

例えば 23 を 5 でわったときの商は 4 で余りは 3 であるが、これを式で表すと、

$23 \div 5 = 4 \cdots 3$  この場合、 $23 = 5 \times 4 + 3$  の関係が成り立つ。

(割られる数)  $\div$  (割る数) = (商)  $\cdots$  (余り) なら、(割られる数) = (割る数)  $\times$  (商) + (余り) が成り立つことがわかる。

「ある自然数  $x$  を 6 で割ると商が  $y$  で余りが 5 である」を式で表すと、 $x \div 6 = y \cdots 5$  なので、 $x = 6y + 5 \cdots ①$  が成り立つ。

「 $y$  を 8 で割ると商が  $z$  で余りが 4 である」を式で表すと、 $y \div 8 = z \cdots 4$  なので、 $y = 8z + 4 \cdots ②$  が成り立つ。

□を□に代入すると、 $x = 6(8z + 4) + 5 = 48z + 24 + 5 \cdots ③$

$x \div 24 = (\text{商}) \cdots (\text{余り})$  より、 $x = 24 \times (\text{商}) + (\text{余り}) \cdots ④$

③を④の形に変形すると、 $x = 48z + 24 + 5 = 24(2z + 1) + 5$

この式より、 $x$  を 24 で割ったときの商は  $2z + 1$ 、余りは 5 であることがわかる。

【】文字式による説明：その他

[問題](1学期期末)

右のカレンダーで縦に並んだ3つの数の和は、その真ん中の数の3倍になります。このことが、どの縦の3数についてもいえることを、文字を使って説明しなさい。

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

[解答欄]

[解答]

縦に並んだ3つの数は、 $n$ 、 $n+7$ 、 $n+14$ と表すことができる。

(3つの数の和) $=n+(n+7)+(n+14)=3n+21$ なので、

(真ん中の数の3倍) $=3(n+7)=3n+21$

よって、3つの数の和は真ん中の数の3倍と等しくなる。

[解説]

縦に並んだ3つの数は、例えば、 $2$ 、 $9=2+7$ 、 $16=2+14$ のように7ずつ増加する。

したがって、一番上の数を $n$ とすると、 $n$ とすると、縦に並んだ3つの数は、 $n$ 、 $n+7$ 、 $n+14$ と表すことができる。

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

[問題](前期中間)

右は、ある月のカレンダーである。図のように十字形に囲んだとき、5つの数の和は、真ん中の数の5倍になる。このことを、真ん中の整数を $n$ として、説明せよ。

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

[解答欄]

--

[解答]

真ん中の数を  $n$  とすると、その右にある数は  $n+1$ 、左にある数は  $n-1$ 、  
下にある数は  $n+7$ 、上にある数は  $n-7$  と表すことができる。

$$\text{したがって、(5つの数の和)} = n + (n+1) + (n-1) + (n+7) + (n-7) = 5n$$

$n$  は整数なので、 $5n$  は  $5$  の倍数になる。

よって、 $5$  つの数の和は  $5$  の倍数になる。

[問題](1 学期中間)

下の図は、自然数を  $5$  列に規則直しく並べたものです。このとき、次の問いに答えよ。

	1 列目	2 列目	3 列目	4 列目	5 列目
1 段目	1	2	3	4	5
2 段目	6	7	8	9	10
3 段目	11	12	13	14	15
4 段目	16	17	18	19	20
...					

- (1) 10 段目の 2 列を答えなさい。
- (2) この数の並びの中で、 $\begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 8 \\ \hline 12 & 13 \\ \hline \end{array}$  のような位置関係にある 4 つの数の和は、どの場所でも、ある何かの数の倍数になる。何の倍数か。
- (3) (2) のことを、4 つの数の中で左上の数を  $n$  として説明しなさい。

[解答欄]

(1)	(2)
(3)	

[解答](1) 47 (2) 4 の倍数

(3) 左上の数を  $n$  とすると、右上の数は  $n+1$ 、左下の数は  $n+5$ 、右下の数は  $n+6$  と表すことができる。

$$(4 \text{ つの数の和}) = n + (n+1) + (n+5) + (n+6) = 4n + 12 = 4(n+3)$$

よって、4 つの数の和は 4 の倍数になる。

[解説]

(1) 2 列目の数は、2, 7, 12, 17 と 5 ずつ増加しており、

(1 段目) =  $2+5 \times 0$ , (2 段目) =  $2+5 \times 1$ , (3 段目) =  $2+5 \times 2$ , ... とする。

したがって、(10 段目) =  $2+5 \times 9 = 47$  とする。

(2) 

7	8
12	13

 の位置関係にある 4 つの数の場合、 $8=7+1$ ,  $12=7+5$ ,  $13=7+5+1$

の関係が成り立つ。左上の数を  $n$  とすると、右上の数は  $n+1$ 、左下の数は  $n+5$ 、右下の数は  $n+6$  と表すことができる。

[問題](1 学期期末)

右の表は、200 以下のすべての自然数を順序よく並べたものである。

この表の中で、

10	11
18	

 のように 


 で、3 つの数を囲む。

このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 囲まれる 3 つの数のうち、もっとも小さい数を  $n$  とし、この 3 つの数の和が 3 の倍数になることを説明しなさい。

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
169	170	171	172	173	174	175	176
177	178	179	180	181	182	183	184
185	186	187	188	189	190	191	192
193	194	195	196	197	198	199	200

(2) 囲まれる 3 つの数の和が 9 の倍数になるような囲み方は何通りあるか。

[解答欄]

(1)

(2)

[解答]

(1) もっとも小さい数を  $n$  (整数) とすると、右側の数は  $n+1$ 、下側の数は  $n+8$  と表すことができる。したがって、

$$(3 \text{ つの数の和}) = n + (n+1) + (n+8) = 3n+9 = 3(n+3)$$

$n+3$  は整数なので、 $3(n+3)$  は 3 の倍数になる。


よって、この 3 つの数の和は 3 の倍数になる。

(2) 63 通り

[解説]

(1)  $11=10+1$  のように横の行は 1 ずつ増え、 $18=10+8$  のように縦の列は 8 ずつ増えている。したがって、もっとも小さい数を  $n$  とすると、右側の数は  $n+1$ 、下側の数は  $n+8$  と表すことができる。

(2) 3 つの数の和  $3(n+3)$  が 9 の倍数になるのは、 $n+3$  が 3 の倍数になるときである。

これを満たす  $n$  は、3, 6, 9 $\cdots$  と 3 の倍数である。また、 $n$  は  で囲まれる 3

つの数の左上なので、191 以下である。 $191 \div 3 = 63 \cdots 2$  なので、

$n$  は、 $3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 3, \cdots, 3 \times 63$  の 63 個である。

【】 等式の変形

[問題](1 学期期末)

次の等式を  $x$  について解きなさい。

(1)  $x + y = 5$

(2)  $3x - y = 5$

(3)  $-2x + y = 4$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $x = -y + 5$  (2)  $x = \frac{y+5}{3}$  (3)  $x = \frac{y-4}{2}$

[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=~の形に変形していく。

(1)  $x + y = 5$ ,  $y$  を右辺に移項して,  $x = -y + 5$

(2)  $3x - y = 5$ ,  $-y$  を右辺に移項して  $3x = y + 5$ , 両辺を3で割ると,  $x = \frac{y+5}{3}$

(3)  $-2x + y = 4$ ,  $y$  を右辺に移項して  $-2x = -y + 4$ , 両辺を  $-2$  でわると,

$x = \frac{-y+4}{-2}$ , 分母と分子に  $-1$  をかけて,  $x = \frac{y-4}{2}$

[問題](1 学期中間)

次の等式を [ ] の中の文字について解きなさい。

(1)  $x - 2y = 8$  [ $x$ ]

(2)  $x - 2y = 8$  [ $y$ ]

(3)  $a = \frac{x+y}{2}$  [ $x$ ]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $x = 2y + 8$  (2)  $y = \frac{x-8}{2}$  (3)  $x = 2a - y$

[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1)  $x - 2y = 8$ ,  $-2y$  を右辺に移項して  $x = 2y + 8$

(2)  $x - 2y = 8$ ,  $x$  を右辺に移項して  $-2y = -x + 8$ , 両辺を  $-2$  でわると,

$$y = \frac{-x + 8}{-2}, \text{ 分母と分子に } -1 \text{ をかけて, } y = \frac{x - 8}{2}$$

(3)  $a = \frac{x + y}{2}$ , 右辺と左辺を入れ替えて  $\frac{x + y}{2} = a$ , 両辺を  $2$  倍して,  $x + y = 2a$ ,

$y$  を右辺に移項して,  $x = 2a - y$

[問題](2 学期中間)

次の等式を[ ]内の文字について解きなさい。

(1)  $3a + 4b = c$  [  $b$  ]

(2)  $m = \frac{x - y}{2}$  [  $y$  ]

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $b = \frac{-3a + c}{4}$  (2)  $y = x - 2m$

[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1)  $3a + 4b = c$ ,  $3a$  を右辺に移項して  $4b = -3a + c$ , 両辺を  $4$  でわると,

$$b = \frac{-3a + c}{4}$$

(2)  $m = \frac{x - y}{2}$ , 両辺を入れ替えて  $\frac{x - y}{2} = m$ , 両辺に  $2$  をかけると  $x - y = 2m$ ,

$x$  を右辺に移項して  $-y = -x + 2m$ , 両辺に  $-1$  をかけると,  $y = x - 2m$

[問題](1 学期期末)

次の式を[ ]の中の文字について解きなさい。

$$(1) y = 15 - 3x \quad [x] \qquad (2) S = \frac{a+b}{2} \quad [a]$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $x = -\frac{y}{3} + 5$  (2)  $a = 2S - b$

[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1)  $y = 15 - 3x$  の両辺を入れかえて、 $15 - 3x = y$

15 を右辺に移項すると、 $-3x = y - 15$  両辺を  $-3$  で割ると、 $x = (y - 15) \div (-3)$

よって、 $x = -\frac{y}{3} + 5$

(2)  $S = \frac{a+b}{2}$  の両辺を入れかえて、 $\frac{a+b}{2} = S$  両辺を 2 倍すると、 $a+b = 2S$

$b$  を右辺に移項すると、 $a = 2S - b$

[問題](1 学期中間)

次の等式を[ ]内の文字について解きなさい。

$$(1) x + 3y = 6 \quad [y] \qquad (2) S = \frac{1}{2}(a+b)h \quad [h]$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $y = \frac{-x+6}{3}$  (2)  $h = \frac{2S}{a+b}$



[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

$$(1) x+3y=6, x \text{ を右辺に移項して } 3y=-x+6, \text{ 両辺を } 3 \text{ でわると } y=\frac{-x+6}{3}$$

$$(2) S=\frac{1}{2}(a+b)h, \text{ 両辺を入れ替えると } \frac{1}{2}(a+b)h=S, \text{ 両辺に } 2 \text{ をかけると}$$

$$(a+b)h=2S, \text{ 両辺を } a+b \text{ でわると } h=\frac{2S}{a+b}$$

[問題](1 学期期末)

次の等式を[ ]の中の文字について解きなさい。

$$(1) 8x+2y=6 \quad [y]$$

$$(2) S=\frac{1}{2}(a+b)h \quad [b]$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

$$[\text{解答}](1) y=-4x+3 \quad (2) b=\frac{2S}{h}-a$$

[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

$$(1) 8x+2y=6, 8x \text{ を右辺に移項して } 2y=-8x+6, \text{ 両辺を } 2 \text{ でわると } y=-4x+3$$

$$(2) S=\frac{1}{2}(a+b)h, \text{ 両辺を入れ替えて } \frac{1}{2}(a+b)h=S, \text{ 両辺に } 2 \text{ をかけて}$$

$$(a+b)h=2S,$$

$$\text{両辺を } h \text{ でわると } a+b=\frac{2S}{h}, a \text{ を右辺に移項すると } b=\frac{2S}{h}-a$$



(2)  $5(a-3b)=c$  , 両辺を 5 でわると  $a-3b=\frac{c}{5}$  ,  $-3b$  を右辺に移項すると

$$a=3b+\frac{c}{5}$$

(3)  $S=\frac{xy}{2}$  , 両辺を入れ替えて  $\frac{xy}{2}=S$  , 両辺に 2 をかけると  $xy=2S$  , 両辺を  $y$  で

わると  $x=\frac{2S}{y}$

[問題](1 学期期末)

等式  $S=\frac{1}{2}ab$  を  $a$  について解きなさい。

[解答欄]

[解答]  $a=\frac{2S}{b}$

[解説]

$S=\frac{1}{2}ab$  「 $a$  について解きなさい」とあるので,  $a$  を一次方程式の  $x$  のように考え,

残りの文字  $S$ ,  $b$  を数字のように考えて式を変形する。

まず, 両辺を 2 倍して,  $2S=ab$ ,  $ab=2S$

両辺を  $b$  で割ると,  $ab\div b=2S\div b$ ,  $a=\frac{2S}{b}$

[問題](1 学期中間)

次の等式を[ ]内の文字について解け。

(1)  $x + 2y = 10$  [y]

(2)  $c = 2a + b$  [a]

(3)  $S = 2\pi rh$  [h]

(4)  $a = 2(b - c)$  [c]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

[解答](1)  $y = \frac{-x+10}{2}$  (2)  $a = \frac{c-b}{2}$  (3)  $h = \frac{S}{2\pi r}$  (4)  $c = -\frac{a}{2} + b$

[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1)  $x + 2y = 10$  ,  $x$  を右辺に移項すると  $2y = -x + 10$  , 両辺を 2 でわると

$$y = \frac{-x+10}{2}$$

(2)  $c = 2a + b$  , 両辺を入れ替えて  $2a + b = c$  ,  $b$  を右辺へ移項すると  $2a = c - b$  ,

両辺を 2 でわると  $a = \frac{c-b}{2}$

(3)  $S = 2\pi rh$  , 両辺を入れ替えて  $2\pi rh = S$  , 両辺を  $2\pi r$  でわると  $h = \frac{S}{2\pi r}$

(4)  $a = 2(b - c)$  , 両辺を入れ替えて  $2(b - c) = a$  , 両辺を 2 でわると  $b - c = \frac{a}{2}$  ,

$b$  を右辺に移項すると  $-c = \frac{a}{2} - b$  , 両辺に  $-1$  をかけると  $c = -\frac{a}{2} + b$

[問題](1 学期中間)

次の等式を[ ]の中の文字について解きなさい。

(1)  $2x + 3y = -6$  [y]

(2)  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$  [h]

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $y = \frac{-2x-6}{3}$  (2)  $h = \frac{3V}{\pi r^2}$

[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1)  $2x+3y=-6$  ,  $2x$  を右辺に移項すると  $3y=-2x-6$  , 両辺を  $3$  でわると

$$y = \frac{-2x-6}{3}$$

(2)  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$  , 両辺を入れ替えると  $\frac{1}{3}\pi r^2 h = V$  , 両辺に  $3$  をかけると  $\pi r^2 h = 3V$  ,

両辺を  $\pi r^2$  でわると  $h = \frac{3V}{\pi r^2}$

[問題](1 学期中間)

次の等式を [ ] 内の文字について解きなさい。

(1)  $5x + y = 10$  [  $x$  ]

(2)  $l = 2(a + b)$  [  $a$  ]

(3)  $V = \frac{1}{3}a^2 h$  [  $h$  ]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $x = \frac{-y+10}{5}$  (2)  $a = \frac{l}{2} - b$  (3)  $h = \frac{3V}{a^2}$

[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=～の形に変形していく。

(1)  $5x+y=10$  ,  $y$  を右辺に移項すると  $5x=-y+10$  , 両辺を  $5$  でわると

$$x = \frac{-y+10}{5}$$

(2)  $l = 2(a + b)$ , 両辺を入れ替えて  $2(a + b) = l$ , 両辺を 2 でわると  $a + b = \frac{l}{2}$ ,  $b$  を

右辺に移項すると  $a = \frac{l}{2} - b$

(3)  $V = \frac{1}{3}a^2h$ , 両辺を入れ替えて  $\frac{1}{3}a^2h = V$ , 両辺に 3 をかけると  $a^2h = 3V$ ,

両辺を  $a^2$  でわると  $h = \frac{3V}{a^2}$

[問題](1 学期中間)

次の等式を [ ] 中の文字について解きなさい。

(1)  $4x + 3y = 5$  [ $x$ ]

(2)  $2x - 3y + 1 = 0$  [ $y$ ]

(3)  $V = \frac{1}{3}a^2h$  [ $h$ ]

(4)  $y = \frac{x+1}{3}$  [ $x$ ]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)  $x = \frac{-3y+5}{4}$  (2)  $y = \frac{2x+1}{3}$  (3)  $h = \frac{3V}{a^2}$  (4)  $x = 3y - 1$

[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)=~の形に変形していく。

(1)  $4x + 3y = 5$ ,  $3y$  を右辺に移項して  $4x = -3y + 5$ , 両辺を 4 でわると

$$x = \frac{-3y+5}{4}$$

(2)  $2x - 3y + 1 = 0$ ,  $2x + 1$  を右辺に移項して  $-3y = -2x - 1$ , 両辺を  $-3$  でわると

$$y = \frac{-2x-1}{-3}, \text{ 右辺の分母と分子に } -1 \text{ をかけると } y = \frac{2x+1}{3}$$

(3)  $V = \frac{1}{3}a^2h$ , 両辺を入れ替えて  $\frac{1}{3}a^2h = V$ , 両辺に 3 をかけると  $a^2h = 3V$ ,

両辺を  $a^2$  でわると  $h = \frac{3V}{a^2}$

(4)  $y = \frac{x+1}{3}$ , 両辺を入れ替えて  $\frac{x+1}{3} = y$ , 両辺に 3 をかけると  $x+1 = 3y$ ,

1 を右辺に移項すると  $x = 3y - 1$

[問題](1 学期中間)

次の等式を[ ]の中の文字について解きなさい。

(1)  $4x + 5y = 6$  [ $x$ ]

(2)  $3(a - 2b) = c$  [ $a$ ]

(3)  $S = \frac{lr}{2}$  [ $r$ ]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $x = \frac{-5y+6}{4}$  (2)  $a = \frac{c}{3} + 2b$  (3)  $r = \frac{2S}{l}$

[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字)= $\sim$ の形に変形していく。

(1)  $4x + 5y = 6$ ,  $5y$  を右辺に移項して  $4x = -5y + 6$ , 両辺を 4 でわると

$$x = \frac{-5y+6}{4}$$

(2)  $3(a - 2b) = c$ , 両辺を 3 でわると  $a - 2b = \frac{c}{3}$ ,  $-2b$  を右辺に移項して

$$a = \frac{c}{3} + 2b$$

(3)  $S = \frac{lr}{2}$ , 両辺を入れ替えて  $\frac{lr}{2} = S$ , 両辺に 2 をかけて  $lr = 2S$ , 両辺を  $l$  でわる

と  $r = \frac{2S}{l}$

[問題](1 学期中間)

次の式を[ ]の中の文字について解け。

(1)  $3x = y$  [x]

(2)  $2x + 3y = 12$  [y]

(3)  $S = \frac{1}{2}ah$  [h]

(4)  $S = \pi r^2 h$  [h]

(5)  $S = \frac{1}{2}(a+b)h$  [a]

(6)  $c = \frac{2a+b}{3}$  [b]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1)  $x = \frac{y}{3}$  (2)  $y = \frac{-2x+12}{3}$  (3)  $h = \frac{2S}{a}$  (4)  $h = \frac{S}{\pi r^2}$

(5)  $a = \frac{2S}{h} - b$  (6)  $b = 3c - 2a$

[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で(解く文字)=～の形に変形していく。

(1)  $3x = y$ ，両辺を3でわると  $x = \frac{y}{3}$

(2)  $2x + 3y = 12$ ， $2x$  を右辺に移項して  $3y = -2x + 12$ ，両辺を3でわると  
 $y = \frac{-2x+12}{3}$

(3)  $S = \frac{1}{2}ah$ ，両辺を入れ替えて  $\frac{1}{2}ah = S$ ，両辺に2をかけて  $ah = 2S$ ，両辺を  $a$  でわると  $h = \frac{2S}{a}$

(4)  $S = \pi r^2 h$ ，両辺を入れ替えて  $\pi r^2 h = S$ ，両辺を  $\pi r^2$  でわると  $h = \frac{S}{\pi r^2}$

(5)  $S = \frac{1}{2}(a+b)h$ ，両辺を入れ替えて  $\frac{1}{2}(a+b)h = S$ ，両辺に2をかけると  
 $(a+b)h = 2S$ ，





(4)  $S = 2(ab + bc)$ , 両辺を入れ替えて  $2(ab + bc) = S$ , 両辺を 2 でわると

$$ab + bc = \frac{S}{2},$$

$bc$  を右辺へ移項して  $ab = \frac{S}{2} - bc$ , 両辺に  $\frac{1}{b}$  をかけると  $ab \times \frac{1}{b} = \left(\frac{S}{2} - bc\right) \times \frac{1}{b}$ ,

$$a = \frac{S}{2} \times \frac{1}{b} - bc \times \frac{1}{b}, \quad a = \frac{S}{2b} - c$$

[問題](1 学期中間)

次の等式を[ ]の中の文字について解きなさい。

(1)  $x + y = 2a$  [a]

(2)  $y = \frac{2}{x}$  [x]

(3)  $S = \frac{h}{2}(a + b)$  [b]

(4)  $(x - 3): 2 = y : 4$  [x]

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)  $a = \frac{x + y}{2}$  (2)  $x = \frac{2}{y}$  (3)  $b = \frac{2S}{h} - a$  (4)  $x = \frac{y}{2} + 3$

[解説]

解く文字を  $x$  のように考え、方程式を解く要領で、(解く文字) = ~ の形に変形していく。

(1)  $x + y = 2a$  の右辺と左辺を入れ替えて、 $2a = x + y$

両辺を 2 で割ると、 $a = \frac{x + y}{2}$

(2)  $y = \frac{2}{x}$  の両辺に  $x$  をかけると、 $xy = 2$  両辺を  $y$  で割ると、 $xy \div y = 2 \div y$ ,

$$x = \frac{2}{y}$$

(3)  $S = \frac{h}{2}(a+b)$  の右辺と左辺を入れ替えて,  $\frac{h}{2}(a+b) = S$

両辺を  $\frac{h}{2}$  で割ると,  $\frac{h}{2}(a+b) \div \frac{h}{2} = S \div \frac{h}{2}$ ,  $a+b = S \times \frac{2}{h}$ ,  $a+b = \frac{2S}{h}$

$a$  を右辺へ移項すると,  $b = \frac{2S}{h} - a$

(4) 比  $a : b = c : d$  において, 外項の積( $a \times d$ )は内項の積( $b \times c$ )に等しく,  $ad = bc$  が成り立つ。  $(x-3) : 2 = y : 4$  で,  $(x-3) \times 4 = 2 \times y$ ,  $4x - 12 = 2y - 12$  を右辺に移項すると,  $4x = 2y + 12$

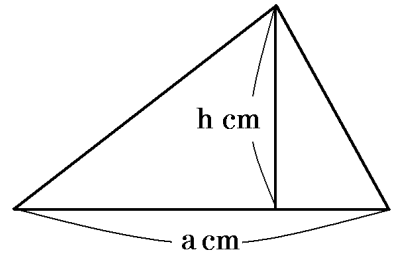
両辺を 4 で割ると,  $x = (2y + 12) \div 4$ ,  $x = 2y \div 4 + 12 \div 4$ ,  $x = \frac{y}{2} + 3$

【】 文字式の図形への利用

[問題](1 学期中間)

底辺が  $a$  cm, 高さが  $h$  cm の三角形の面積を  $S$  cm<sup>2</sup> とする。このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 面積を求める式をつくりなさい。
- (2) (1)の式を  $a$  について解きなさい。
- (3) (2)の式を使って, 高さ 5cm, 面積 20cm<sup>2</sup> の三角形の底辺の長さを求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $S = \frac{ah}{2}$  (2)  $a = \frac{2S}{h}$  (3) 8cm

[解説]

(1) (三角形の面積) =  $\frac{1}{2} \times$ (底辺) $\times$ (高さ) なので,  $S = \frac{1}{2} \times a \times h$ ,  $S = \frac{ah}{2}$

(2)  $a$  を  $x$  のように考え, 方程式を解く要領で,  $a = \sim$  の形に変形していく。

$S = \frac{ah}{2}$ , 両辺を入れ替えて  $\frac{ah}{2} = S$ , 両辺に 2 をかけると  $ah = 2S$ , 両辺を  $h$  でわ

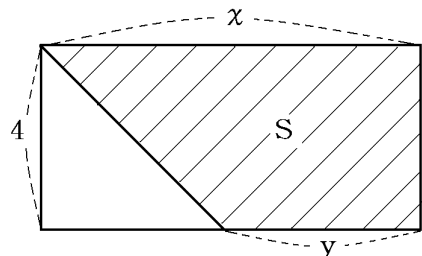
ると  $a = \frac{2S}{h}$

(3)  $a = \frac{2S}{h}$  に  $h = 5$ ,  $S = 20$  を代入すると,  $a = \frac{2 \times 20}{5} = 8$  よって底辺は 8 cm

[問題](1 学期期末)

右の図の長方形で, 中にある台形の部分の面積を  $S$  としたとき, 次の問いに答えなさい。

- (1)  $S$  を  $x$ ,  $y$  を用いて表しなさい。
- (2) ①でつくった式を  $y$  について解きなさい。
- (3)  $S = 15$ ,  $x = 2$  のとき,  $y$  の値を求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $S = 2(x + y)$  (2)  $y = \frac{S - 2x}{2}$  (3)  $y = \frac{11}{2}$

[解説]

(1) (台形の面積)  $= \frac{1}{2} \times \{(上底) + (下底)\} \times (高さ)$

図より, (上底)  $= y$ , (下底)  $= x$ , (高さ)  $= 4$

ゆえに,  $S = \frac{1}{2} \times (y + x) \times 4 = 2(x + y)$

(2)  $y$  を  $x$  のように考え, 方程式を解く要領で,  $y = \sim$  の形に変形していく。

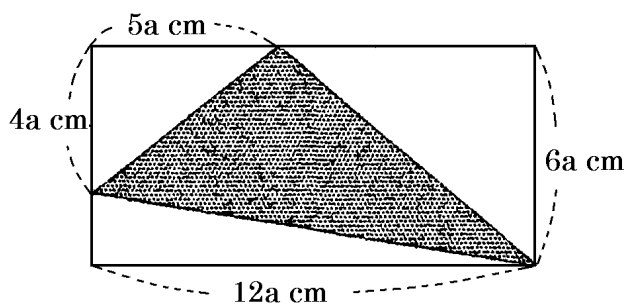
$S = 2(x + y)$ , 両辺を入れ替えて  $2(x + y) = S$ ,  $2x + 2y = S$ ,  $2x$  を右辺に移項し

て  $2y = S - 2x$ , 両辺を 2 で割ると  $y = \frac{S - 2x}{2}$

(3)  $y = \frac{S - 2x}{2}$  に  $S = 15$ ,  $x = 2$  を代入すると,  $y = \frac{15 - 2 \times 2}{2} = \frac{11}{2}$

[問題](1 学期中間)

下の図で, 影を付けた部分の面積を求めなさい。



[解答欄]

[解答]  $29a^2 \text{ cm}^2$

[解説]

$$(\text{長方形 } ABCD \text{ の面積}) = 6a \times 12a = 72a^2$$

$$(\text{三角形①の面積}) = \frac{1}{2} \times 5a \times 4a = 10a^2$$

$$BQ = 6a - 4a = 2a \text{ なので}$$

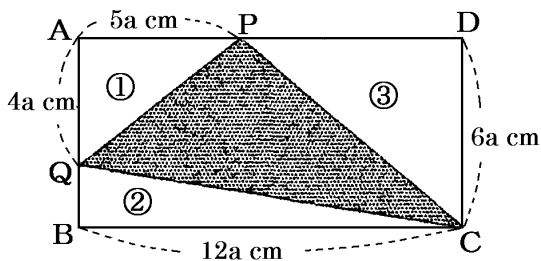
$$(\text{三角形②の面積}) = \frac{1}{2} \times 12a \times 2a = 12a^2$$

$$PD = 12a - 5a = 7a \text{ なので}$$

$$(\text{三角形③の面積}) = \frac{1}{2} \times 7a \times 6a = 21a^2$$

(影を付けた部分の面積) = (長方形  $ABCD$  の面積) - (①の面積) - (②の面積) - (③の面積)

$$= 72a^2 - 10a^2 - 12a^2 - 21a^2 = 29a^2 \text{ cm}^2$$



[問題](1 学期中間)

右の図の長方形  $ABCD$  は、横の長さが  $10a \text{ cm}$ 、縦の長さが  $6b \text{ cm}$  である。 $E$  は  $BD$  の中点、 $F$  は  $CD$  を  $2:3$  に分けた点である。 $\triangle AEF$  の面積を求めなさい。

[解答欄]

[解答]  $21ab \text{ cm}^2$

[解説]

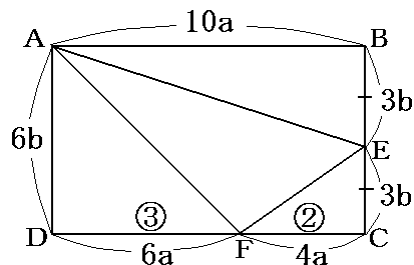
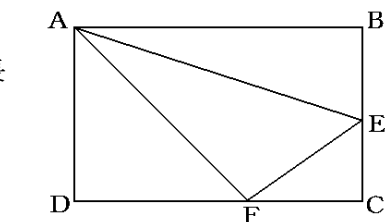
$F$  は  $CD$  を  $2:3$  に分けた点であるので、

$$DF = 10a \times \frac{3}{5} = 6a, \quad CF = 10a \times \frac{2}{5} = 4a,$$

また、 $E$  は  $BD$  の中点なので、 $CE = BE = 3b$

$$(\text{長方形 } ABCD \text{ の面積}) = 6b \times 10a = 60ab$$

$$(\triangle ABE \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times 10a \times 3b = 15ab,$$



$$(\triangle ADF \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times 6a \times 6b = 18ab$$

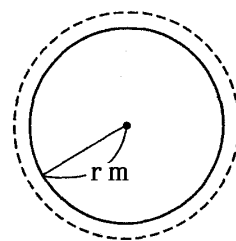
$$(\triangle CEF \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times 4a \times 3b = 6ab$$

$$\begin{aligned} (\triangle AEF \text{ の面積}) &= (\text{長方形 } ABCD) - \{(\triangle ABE) + (\triangle ADF) + (\triangle CEF)\} \\ &= 60ab - (15ab + 18ab + 6ab) = 21ab \text{ (cm}^2\text{)} \cdots \text{答} \end{aligned}$$

[問題](前期期末)

半径  $r$  m の円形の池のまわりから 2m はなして、さくを作った。

- (1) さくの全長は何 m か。
- (2) さくの全長は、池のまわりの長さとはどれだけ差があるか。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $2\pi r + 4\pi$  (m) (2)  $4\pi$  m

[解説]

(1) さくの半径は  $r + 2$  (m) なので、(さくの円周)  $= 2\pi(r + 2) = 2\pi r + 4\pi$  (m) である。

(2) (さくの円周)  $-$  (池の円周)  $= 2\pi r + 4\pi - 2\pi r = 4\pi$  (m)

[問題](1 学期中間)

半径が  $r$ 、中心角が  $a^\circ$  のおうぎ形 AOB と、半径が  $4r$ 、中心角が  $\frac{1}{2}a^\circ$  のおうぎ形 CO'Q があります。おうぎ形 CO'Q の面積はおうぎ形 AOB の面積の何倍になりますか。

[解答欄]

[解答] 8 倍

[解説]

$$(\text{おうぎ形の面積}) = \pi \times (\text{半径})^2 \times \frac{(\text{中心角})}{360^\circ}$$

$$(\text{おうぎ形 AOB の面積}) = \pi \times r^2 \times \frac{a}{360} = \frac{\pi r^2 a}{360}$$

$$(\text{おうぎ形 CO'Q の面積}) = \pi \times (4r)^2 \times \frac{\frac{1}{2}a}{360} = \pi \times 16r^2 \times \frac{1}{2}a \times \frac{1}{360} = \frac{\pi r^2 a}{45}$$

$$\begin{aligned} (\text{おうぎ形 CO'Q の面積}) \div (\text{おうぎ形 AOB の面積}) &= \frac{\pi r^2 a}{45} \div \frac{\pi r^2 a}{360} = \frac{\pi r^2 a}{45} \times \frac{360}{\pi r^2 a} \\ &= \frac{360}{45} = 8 \text{ 倍} \end{aligned}$$

[問題](1 学期期末)

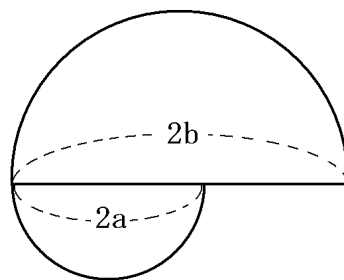
直径が  $2a$ ,  $2b$  の半円を右の図のように組み合わせた図形で、2つの半円に囲まれた部分の面積を  $S$  を  $a$ ,  $b$  を使って表しなさい。

[解答欄]

$$[\text{解答}] S = \frac{\pi}{2}(a^2 + b^2)$$

[解説]

$$S = \pi a^2 \div 2 + \pi b^2 \div 2 = \frac{\pi}{2}(a^2 + b^2)$$



[問題](1 学期期末)

底辺  $a$  cm, 高さ  $3b$  cm の三角形がある。この三角形の底辺を 3 倍に、高さを半分にした三角形の面積は、もとの三角形の面積の何倍になりますか。

[解答欄]



[解答]  $\frac{3}{2}$  倍

[解説]

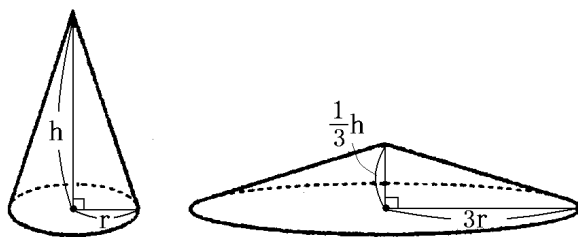
$$(\text{もとの三角形の面積}) = \frac{1}{2} \times a \times 3b = \frac{3}{2}ab,$$

$$(\text{変形した三角形}) = \frac{1}{2} \times 3a \times \frac{3b}{4} = \frac{9}{4}ab$$

$$\frac{9}{4}ab \div \frac{3}{2}ab = \frac{9ab}{4} \div \frac{3ab}{2} = \frac{9ab}{4} \times \frac{2}{3ab} = \frac{3}{2} (\text{倍})$$

[問題](前期中間)

底面の半径が  $r$ 、高さが  $h$  の円錐がある。この円錐の底面の半径を 3 倍、高さを  $\frac{1}{3}$  倍にしたときの体積はもとの円錐の体積の何倍になるか求めなさい。



[解答欄]

[解答] 3 倍

[解説]

$$(\text{底面の半径が } r, \text{ 高さが } h \text{ の円錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$(\text{底面の半径が } 3r, \text{ 高さが } \frac{1}{3}h \text{ の円錐の体積}) = \frac{1}{3} \pi (3r)^2 \times \frac{1}{3}h = \frac{1}{3} \pi \times 9r^2 \times \frac{1}{3}h$$

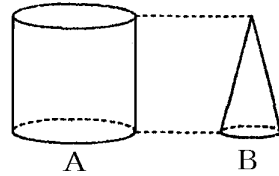
$$= \pi r^2 h$$

$$\pi r^2 h \div \frac{1}{3} \pi r^2 h = 3 \quad \text{よって、底面の半径を 3 倍、高さを } \frac{1}{3} \text{ 倍にしたときの体積はも}$$

との円錐の体積の 3 倍になる。

[問題](1 学期中間)

右の図において、円柱 A と円錐 B は高さが等しく、A の底面の半径は B の底面の半径の 2 倍である。A の体積は B の体積の何倍になるか。



[解答欄]

[解答]12 倍

[解説]

円錐 B の底面の半径を  $r$ 、高さを  $h$  とすると、

$$(\text{円錐 B の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

円柱 A の底面の半径は  $r$  の 2 倍なので  $2r$ 、高さは  $h$  である。

$$(\text{円柱 A の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \pi (2r)^2 h = 4\pi r^2 h$$

$$\text{よって、} (\text{円柱 A の体積}) \div (\text{円錐 B の体積}) = 4\pi r^2 h \div \frac{1}{3} \pi r^2 h = 4 \div \frac{1}{3} = 12$$

したがって、A の体積は B の体積の 12 倍になる。

【】 その他

[問題](1 学期期末)

次の  $x$  の値を求めなさい。

(1)  $12 : x = 3 : 4$

(2)  $2 : 1 = (x + 1) : 2$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $x = 16$  (2)  $x = 3$

[解説]

比  $a : b = c : d$  において、外項の積( $a \times d$ )は内項の積( $b \times c$ )に等しく、 $ad = bc$  が成り立つ。

(1)  $12 : x = 3 : 4$  で、(内項の積)=(外項の積)なので、 $x \times 3 = 12 \times 4$ ,  $3x = 48$

両辺を 3 で割ると、 $x = 48 \div 3$ ,  $x = 16$

(2)  $2 : 1 = (x + 1) : 2$  で、(内項の積)=(外項の積)なので、

$1 \times (x + 1) = 2 \times 2$ ,  $x + 1 = 4$

1 を右辺に移項すると、 $x = 4 - 1$ ,  $x = 3$

[問題](1 学期中間)

次の( )にあてはまる式を答えなさい。

( ) +  $(x + 2y) = 3x - y$

[解答欄]

--

[解答]  $2x - 3y$

[解説]

( ) の部分を  $A$  とおき、残りの  $x$ ,  $y$  の項を数字のように考え、 $A$  の一次方程式として解く。

$A + (x + 2y) = 3x - y$

$(x + 2y)$  を右辺に移項すると、

$A = 3x - y - (x + 2y) = 3x - y - x - 2y = 3x - x - y - 2y = 2x - 3y$

[問題](1 学期中間)

次の( )にあてはまる式を答えなさい。

$$( \quad ) \times \frac{2}{3}ab = 4a^3b^2$$

[解答欄]

[解答]  $6a^2b$

[解説]

( )の部分を  $A$  とおき、残りの  $x$ ,  $y$  の項を数字のように考え、 $A$  の一次方程式として解く。

$$A \times \frac{2}{3}ab = 4a^3b^2$$

$$\text{両辺を } \frac{2}{3}ab \text{ で割ると, } A = 4a^3b^2 \div \frac{2}{3}ab = 4a^3b^2 \times \frac{3}{2ab} = \frac{4a^3b^2 \times 3}{2ab} = 6a^2b$$

[問題](1 学期中間)

$6a^2b^2 \div [ \quad ] = 4ab$  について [ ]の中に入る式を求めなさい。

[解答欄]

[解答]  $\frac{3}{2}ab$

[解説]

$6a^2b^2 \div [ \quad ] = 4ab$  の [ ]の部分を  $A$  とおき、 $A$  を一次方程式の  $x$ 、 $A$  以外の文字  $a$ ,  $b$  を数字のように考えて式を変形する。

$$6a^2b^2 \div A = 4ab, \quad \frac{6a^2b^2}{A} = 4ab$$

$$\text{両辺に } A \text{ をかけると, } \frac{6a^2b^2}{A} \times A = 4ab \times A, \quad 6a^2b^2 = 4ab \times A$$

$$\text{両辺に } \frac{1}{4ab} \text{ をかけると, } 4ab \times A \times \frac{1}{4ab} = 6a^2b^2 \times \frac{1}{4ab} \quad A = \frac{6a^2b^2}{4ab} = \frac{3}{2}ab$$

[印刷/他のPDFファイルについて]

※ このファイルは、FdData 中間期末数学 2年(7,800円)の一部をPDF形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版のFdData 中間期末数学 2年はWordの文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

※FdData 中間期末(社会・理科・数学)全分野のPDFファイル、および製品版の購入方法は<http://www.fdtex.com/dat/>に掲載しております。

下図のような、[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を、Windowsのデスクトップ上にインストールすれば、FdData 中間期末・FdData 入試の全PDFファイル(各教科約1800ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【<http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe>】

※ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd教材開発】(092) 404-2266

<http://www.fdtex.com/dat/>