【】係数の決定①

[問題](2 学期期末)

連立方程式$\begin{cases} ax+by=11 \\ bx-ay=-2 \end{cases}$の解が$x=3,\ y=-4$になるという。$a,\ b$の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

$\begin{cases} ax+by=11 \\ bx-ay=-2 \end{cases}$に$x=3,\ y=-4$を代入すると，$\begin{cases} 3a-4b=11 \\ 3b+4a=-2 \end{cases}$　これを$a,\ b$の連立方程式として解く。

$$\begin{cases} 3a-4b=11 \cdots ① \\ 4a+3b=-2 \cdots ② \end{cases}$$

加減法で解く(代入法は不適当)。bの係数を12にそろえるために①×３，②×４

$$\begin{cases} 9a-12b=33 \cdots ①' \\ 16a+12b=-8 \cdots ②' \end{cases}$$

bを消去するために①'＋②'

$$\begin{array}{rrl} & 9a-12b & =33 \\ +) & 16a+12b & =-8 \\ \hline & 25a & =25 \end{array}$$

ゆえに$a=25\div 25=1$

$a=1$を②に代入すると，$4\times 1+3b=-2,\ 3b=-6,\ b=-2$

よって，$a=1,\ b=-2$ ･･･答

[解説]

例えば，連立方程式$\begin{cases} 3x+2y=23 \cdots ① \\ 5x+2y=29 \cdots ② \end{cases}$の解は$x=3,\ y=7$であるので，

①，②の式に$x=3,\ y=7$を代入して(左辺)＝(右辺)がなりたつ。

①に$x=3,\ y=7$を代入すると，(左辺)＝$3\times3+2\times7=23$＝(右辺)がなりたつ。

②に$x=3,\ y=7$を代入すると，(左辺)＝$5\times3+2\times7=29$＝(右辺)がなりたつ。

これは，係数に$a,\ b$等の文字が使われている場合も同様である。この問題についていえば，

連立方程式$\begin{cases} ax+by=11 \cdots ③ \\ bx-ay=-2 \cdots ④ \end{cases}$の解が$x=3,\ y=-4$であるので，③，④の式に$x=3,\ y=-4$を代入しても(左辺)＝(右辺)がなりたつ。

③に$x=3,\ y=-4$を代入すると，$a\times3+b\times(-4)=11,\ 3a-4b=11 \cdots ⑤$

④に$x=3,\ y=-4$を代入すると，$b\times3-a\times(-4)=-2,\ 3b+4a=-2 \cdots ⑥$

がそれぞれなりたつ。

⑤，⑥を同時に満たす$a,\ b$を求めるためには，⑤，⑥を$a,\ b$についての連立方程式として解けばよい。

[問題](1学期期末)

連立方程式$\begin{cases} ax-2by=-5 \\ bx+ay=8 \end{cases}$の解が$(x,\ y)=(1,\ 2)$であるとき，$a,\ b$の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

$\begin{cases} ax-2by=-5 \\ bx+ay=8 \end{cases}$ に $x=1,\ y=2$ を代入すると，$\begin{cases} a-4b=-5 \cdots ① \\ b+2a=8 \quad \cdots ② \end{cases}$

これを $a,\ b$ についての連立方程式として代入法で解く。

①より，$a=4b-5 \cdots$①'

①'を②に代入すると，

$b+2(4b-5)=8,\ b+8b-10=8,\ 9b=18,\ b=2$

$b=2$ を①'に代入すると，$a=4\times2-5=3$

よって，$a=3,\ b=2 \cdots$答

[問題](2 学期中間)

連立方程式 $\begin{cases} ax-2by=-5 \\ bx+ay=8 \end{cases}$ の解が $x=1,\ y=2$ のとき，$a,\ b$ の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

$\begin{cases} ax-2by=-5 \\ bx+ay=8 \end{cases}$ に $x=1,\ y=2$ を代入すると，$\begin{cases} a-4b=-5 \cdots ① \\ b+2a=8 \quad \cdots ② \end{cases}$

これを $a,\ b$ についての連立方程式として代入法で解く。

①より $a=4b-5 \cdots$①'

①'を②に代入すると，$b+2(4b-5)=8,\ b+8b-10=8,\ 9b=18,\ b=2$

$b=2$ を①'に代入すると，$a=4\times2-5=3$

よって，$a=3,\ b=2 \cdots$答

[問題](2 学期中間)

$x,\ y$の二元一次連立方程式$\begin{cases} ax+by=-11 \\ bx+ay=10 \end{cases}$の解が$(x,\ y)=(-1,\ 2)$であるとき，

$a,\ b$の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

$\begin{cases} ax+by=-11 \\ bx+ay=10 \end{cases}$に$x=-1,\ \ y=2$を代入すると，$\begin{cases} -a+2b=-11 \cdots ① \\ -b+2a=10 \quad \cdots ② \end{cases}$

これを$a,\ b$についての連立方程式として代入法で解く。

①より，$-a=-2b-11,\ a=2b+11 \cdots ①'$

①’を②に代入すると，

$-b+2(2b+11)=10,\ -b+4b+22=10,\ 3b=-12,\ b=-4$

$b=-4$を①’に代入すると，$a=2\times(-4)+11=3$

よって，$a=3,\ b=-4 \cdots$答

[問題](1 学期中間)

連立方程式 $\begin{cases} ax-by=-10 \\ bx+ay=5 \end{cases}$ の解が $x=2,\ y=1$ であるとき，$a,\ b$ の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

$\begin{cases} ax-by=-10 \\ bx+ay=5 \end{cases}$ に $x=2,\ y=1$ を代入すると，$\begin{cases} 2a-b=-10 & \cdots① \\ 2b+a=5 & \cdots② \end{cases}$

これを $a,\ b$ についての連立方程式として代入法で解く。

②より $a=-2b+5 \cdots ②'$

②'を①に代入すると，

$2(-2b+5)-b=-10,\ -4b+10-b=-10,\ -5b=-20,\ b=4$

$b=4$ を②'に代入すると，$a=-2\times4+5=-3$

よって，$a=-3,\ b=4 \cdots$ 答

[問題](1 学期期末)

x と y についての連立方程式 $\begin{cases} ax+4y=17 \\ 2x+by=-4 \end{cases}$ の解が $x=3,\ y=2$ である。$a,\ b$ の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

$x=3,\ y=2$ を連立方程式 $\begin{cases} ax+4y=17 \\ 2x+by=-4 \end{cases}$ に代入すると，$\begin{cases} 3a+8=17 & \cdots① \\ 6+2b=-4 & \cdots② \end{cases}$

①より，$3a=9,\ a=3$

②より，$2b=-10,\ b=-5$

よって，$a=3,\ b=-5 \cdots$答

【】係数の決定②

[問題](2 学期中間)

連立方程式 $\begin{cases} 3x+y=a \\ 5x-y=4a \end{cases}$ の解のうち，x の値は 5 です。このとき y の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

$\begin{cases} 3x+y=a \\ 5x-y=4a \end{cases}$ に $x=5$ を代入すると，$\begin{cases} 15+y=a \cdots ① \\ 25-y=4a \cdots ② \end{cases}$

これを，y，a についての連立方程式として解く。

①＋②より，

$15+y+25-y=a+4a$，$40=5a$，$a=8$

①に $a=8$ を代入すると，$15+y=8$，$y=8-15=-7$

よって，$y=-7$ ･･･答

[問題](1 学期期末)

2 組の連立方程式

$$\begin{cases} 4x+7y=1 \\ ax-by=10 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x-2y=12 \\ bx+ay=5 \end{cases}$$

が同じ解をもつとき，次の問いに答えなさい。

(1)　解を求めなさい。

(2)　a，b の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

⑴ 同じ解をもつので，x, y は，$4x+7y=1$，$5x-2y=12$ をともに満たす。これを連立方程式として解く。

$$\begin{cases} 4x+7y=1 & \cdots ① \\ 5x-2y=12 & \cdots ② \end{cases}$$

加減法で解く(代入法は不適当)。y の係数の絶対値を14にそろえるために①×2，②×7

$$\begin{cases} 8x+14y=2 & \cdots ①' \\ 35x-14y=84 & \cdots ②' \end{cases}$$

y を消去するために①'+②'

$43x=86,\ x=2$

$x=2$ を②に代入すると，$5\times 2-2y=12,\ 10-2y=12,\ -2y=2,\ y=-1$

よって，$x=2,\ y=-1$ ･･･答

⑵ $ax-by=10$，$bx+ay=5$ の x, y は $x=2,\ y=-1$ なので，代入して

$$\begin{cases} 2a+b=10 & \cdots ③ \\ 2b-a=5 & \cdots ④ \end{cases}$$

これを a, b についての連立方程式として代入法で解く。

③より，$b=-2a+10$ ･･･③'

③'を④に代入すると，$2(-2a+10)-a=5,\ -4a+20-a=5,\ -5a=-15,\ a=3$

$a=3$ を③'に代入すると，$b=-2\times 3+10=4$

よって，$a=3,\ b=4$ ･･･答

[問題](1 学期期末)

2 つの連立方程式 $\begin{cases} 4x-3y=17 \\ ax-2by=20 \end{cases}$, $\begin{cases} 2ax+by=-5 \\ 2x+5y=-11 \end{cases}$ は同じ解をもつという。

このとき, a, b の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

同じ解をもつので, x, y は, $4x-3y=17$, $2x+5y=-11$ をともに満たす。これを連立方程式として解く。

$\begin{cases} 4x-3y=17 & \cdots① \\ 2x+5y=-11 & \cdots② \end{cases}$

加減法で解く(代入法は不適当)。x の係数の絶対値を 4 にそろえるために②× 2

$\begin{cases} 4x-3y=17 & \cdots① \\ 4x+10y=-22 & \cdots②' \end{cases}$

x を消去するために, ①−②'

$-13y=39$, $y=-3$

$y=-3$ を②に代入すると, $2x+5\times(-3)=-11$, $2x-15=-11$, $2x=4$, $x=2$

よって, $x=2$, $y=-3$

次に,

$ax-2by=20$, $2ax+by=-5$ の x, y は $x=2$, $y=-3$ なので, 代入して

$\begin{cases} 2a+6b=20 & \cdots③ \\ 4a-3b=-5 & \cdots④ \end{cases}$

これを a, b の連立方程式として加減法で解く。

b の係数の絶対値を 6 にそろえるために④× 2

$$\begin{cases} 2a+6b=20 & \cdots③ \\ 8a-6b=-10 & \cdots④' \end{cases}$$

b を消去するために③＋④'

$10a=10,\ a=1$

$a=1$ を③に代入すると，$2+6b=20,\ 6b=18,\ b=3$

よって，$a=1,\ b=3$・・・答

[問題](1 学期期末)

連立方程式 $\begin{cases} 3x+2y=4 \\ ax+4y=a+5 \end{cases}$ の解が $4x-3y=11$ を満たすとき，a の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

この連立方程式の解 $x,\ y$ は $3x+2y=4$ と $4x-3y=11$ をともに満たす。そこで，まず

連立方程式 $\begin{cases} 3x+2y=4 & \cdots① \\ 4x-3y=11 & \cdots② \end{cases}$ を解く。

加減法で解く(代入法は不適当)。x の係数の絶対値を 6 にそろえるために①×3，②×2

$$\begin{cases} 9x+6y=12 & \cdots①' \\ 8x-6y=22 & \cdots②' \end{cases}$$

y を消去するために①'＋②'

$17x=34,\ x=2$

$x=2$ を①に代入すると，$3\times 2+2y=4,\ 6+2y=4,\ 2y=-2,\ y=-1$

よって，$x=2,\ y=-1$

この $x,\ y$ を $ax+4y=a+5$ に代入すると，$2a-4=a+5$

よって，$a=9$・・・答

[問題](2 学期期末)

連立方程式 $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx-7y=13 \end{cases}$ を P さんは正しく解いて, 解は $x=4,\ y=-3$ になった。Q さんは c を書き間違えたために，解は $x=-1,\ y=1$ になった。$a,\ b,\ c$ の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

$\begin{cases} ax+by=1 \\ cx-7y=13 \end{cases}$ の正しい解は，$x=4,\ y=-3$ なので，これを代入して，

$\begin{cases} 4a-3b=1 & \cdots ① \\ 4c+21=13 & \cdots ② \end{cases}$

②より，$4c=13-21,\ 4c=-8,\ c=-2$

Q さんは c を書き間違えたが，$a,\ b$ は間違っていないので，$x=-1,\ y=1$ は $ax+by=1$ の式を満たすはずである。$ax+by=1$ に $x=-1,\ y=1$ を代入すると，

$-a+b=1$・・・③

①，③を $a,\ b$ についての連立方程式として解く。

③より，$b=1+a$　これを①に代入すると，

$4a-3\times(1+a)=1,\ 4a-3-3a=1,\ a=4$

したがって，$b=1+a=1+4=5$

以上より，$a=4,\ b=5,\ c=-2$

【】数の問題

[問題](2 学期期末)

　大小 2 つの数がある。小さい方の数の 2 倍に大きい方の数を加えると 81 になる。また, 大きい方の数の 2 倍から小さい方の数の 3 倍をひくと 1 になる。このとき, 大, 小 2 つの数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

大きい方の数を x，小さい方の数を y とする。

小さい方の数 y の 2 倍に大きい方の数 x を加えると 81 になるので,

$2y+x=81$・・・①

大きい方の数 x の 2 倍から小さい方の数 y の 3 倍をひくと 1 になるので,

$2x-3y=1$・・・②

①，②を代入法で解く(加減法でも可)。

①より， $x=81-2y$・・・①'

①'を②に代入すると，

$2(81-2y)-3y=1,\ 162-4y-3y=1,\ -7y=-161,\ \ y=23$

$y=23$ を①'に代入すると， $x=81-2\times 23=35$

ゆえに， $x=35,\ y=23$

この解は問題にあっている。

よって，大きい方の数は 35，小さい方の数は 23・・・答

[問題](3 学期)

兄と弟は貯金をいくらかしている。兄が 5000 円貯金をすると，兄の貯金が弟の貯金の 3 倍になる。逆に弟が 5000 円貯金すると弟の貯金が兄の貯金の 2 倍になる。現在の兄と弟の貯金額をそれぞれ求めなさい。

[解答欄]

[解答]

現在の兄の貯金額を x 円，弟の貯金額を y 円とする。

兄が 5000 円貯金をすると, 兄の貯金が弟の貯金の 3 倍になるので, $x+5000=3y$ ･･･①

弟が 5000 円貯金すると弟の貯金が兄の貯金の 2 倍になるので， $y+5000=2x$ ･･･②

①，②を代入法で解く(加減法でも可)。

②より $y=2x-5000$ ･･･②'

②'を①に代入すると，

$x+5000=3(2x-5000)$, $x+5000=6x-15000$, $-5x=-20000$, $x=4000$

$x=4000$ を②'に代入すると， $y=2\times 4000-5000=3000$

ゆえに， $x=4000$, $y=3000$

この解は問題にあっている。

よって兄の貯金は 4000 円，弟の貯金は 3000 円である。･･･答

[問題](2 学期期末)

兄弟で貯金をしています。いま，2 人がともに 500 円貯金すると，兄の貯金額は弟の 3 倍になるそうです。また，弟だけが 1000 円貯金すると，弟の貯金額は兄の半分になるそうです。兄の現在の貯金額を x 円，弟の現在の貯金額を y 円として，連立方程式をつくり，答えを求めなさい。

[解答欄]

[解答]

2 人がともに 500 円貯金すると，兄の貯金額は $x+500$ (円)となり，弟の貯金額 $y+500$ (円)の 3 倍になるので， $x+500=3(y+500)$ ･･･①が成り立つ。

弟だけが 1000 円貯金すると，弟の貯金額は $y+1000$ (円)となり，兄の貯金額 x 円の半分になるので， $y+1000=\frac{1}{2}x$ ･･･②が成り立つ。

②の両辺を 2 倍すると， $x=2y+2000$ ･･･②'

これを①に代入すると，

$2y+2000+500=3(y+500)$, $2y+2500=3y+1500$, $2y-3y=1500-2500$

$-y=-1000$, $y=1000$

$y=1000$ を②'に代入すると，

$x=2\times1000+2000=4000$

この解は問題にあっている。

よって，兄の現在の貯金高は 4000 円，弟の現在の貯金高は 1000 円である。･･･答

[問題](2 学期期末)

現在，まさや君の父親の年齢は，まさや君の年齢の 3 倍より 1 歳年上です。13 年後には,父親の年齢はまさや君の年齢の 2 倍になります。現在の父親とまさや君の年齢は,それぞれ何歳ですか。

[解答欄]

[解答]

現在の父親の年齢を x 歳，まさや君の年齢を y 歳とする。

現在，まさや君の父親の年齢は，まさや君の年齢の 3 倍より 1 歳年上なので,

$x = 3y + 1$ ･･･①

13 年後の父親の年齢 $x + 13$(歳)は，13 年後のまさや君の年齢 $y + 13$(歳)の 2 倍になるので,

$x + 13 = 2(y + 13)$ ･･･②

①を②に代入すると，

$3y + 1 + 13 = 2(y + 13)$, $3y + 14 = 2y + 26$, $3y - 2y = 26 - 14$, $y = 12$

$y = 12$ を①に代入すると， $x = 3 \times 12 + 1 = 37$

この解は問題にあっている。

よって，現在の父親は 37 歳，まさや君の年齢は 12 歳である。･･･答

【】2 けた(3 けた)の自然数

[問題](1 学期期末)

　2 けたの自然数があります。この数の十の位の数字と一の位の数字の和は 10 になります。また，十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる数は，もとの数より 18 大きくなります。もとの自然数を連立方程式を用いて求めなさい。

[解答欄]

[解答]

十の位の数字を x，一の位の数字を y とする。

数字の和は 10 なので， $x+y=10$ ･･･①

もとの数は $10x+y$，十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる数は $10y+x$

入れかえてできる数はもとの数より 18 大きいので，

(いれかえてできる数)＝(もとの数)＋18

$(10y+x)=(10x+y)+18$ ･･･②

連立方程式①，②を代入法で解く(加減法でも可)。

①より $y=10-x$ ･･･①'

②より，$10y+x=10x+y+18,\ -9x+9y=18,\ -x+y=2$ ･･･②'

①'を②'に代入すると，$-x+(10-x)=2,\ -2x=-8,\ x=4$

$x=4$ を①'に代入すると， $y=10-4=6$

ゆえに， $x=4,\ y=6$　この解は問題にあっている。

よって，もとの自然数は 46 となる。･･･答

[解説]

・2 けたの自然数の表しかた

　例）58 ：十の位が 5，一の位が 8 なので， $58=50+8=10\times5+8$

十の位が x，一の位が y の数 A：A＝$10x+y$

A の十の位と一の位を入れ替えた数 B：B＝$10y+x$

・数の大小の表しかた：文章を機械的に式に直す。

例）56 は 30 より 26 大きい→$56=30+26$

A は B より 5 大きい→A＝B＋5

A は B より 5 小さい→A＝B－5

[問題](2 学期期末)

2 けたの自然数がある。十の位の数と一の位の数の和は 9 で，十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は，もとの数よりも 27 大きくなるという。もとの自然数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

もとの数の十の位の数を x，一の位の数を y とする。

十の位の数と一の位の数の和は 9 なので，$x+y=9$ ･･･①

もとの数は $10x+y$，十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は $10y+x$

入れかえてできる数は，もとの数よりも 27 大きくなるので，

(いれかえてできる数)＝(もとの数)＋27

$(10y+x)=(10x+y)+27$ ･･･②

連立方程式①，②を代入法で解く(加減法でも可)。

①より，$y=9-x$ ･･･①'

②より，$-9x+9y=27$，$-x+y=3$ ･･･②'

①'を②'に代入すると，$-x+(9-x)=3$, $-2x=-6$, $x=3$

$x=3$ を①'に代入すると，$y=9-3=6$

ゆえに，$x=3$, $y=6$

この解は問題にあっている。

よって，もとの自然数は 36

[解説]

・2 けたの自然数の表しかた

例）58 ：十の位が 5，一の位が 8 なので，$58=50+8=10\times5+8$

十の位が x，一の位が y の数 A：A＝$10x+y$

A の十の位と一の位を入れ替えた数 B：B＝$10y+x$

・数の大小の表しかた：文章を機械的に式に直す。

例）56 は 30 より 26 大きい→$56=30+26$

A は B より 5 大きい→A＝B＋5

A は B より 5 小さい→A＝B－5

[問題](2 学期中間)

2 けたの正の整数がある。この整数は，各位の数の和の 5 倍よりも 3 小さい。また十の位と一の位を入れかえてできる 2 けたの整数は，もとの整数よりも 18 大きくなる。もとの整数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

もとの整数の十の位を x，一の位を y とすると，この整数は $10x+y$ と表すことができる。

この整数は，各位の数の和の 5 倍よりも 3 小さいので，

(この整数)＝(各位の数の和)×5－3

$10x+y=(x+y)\times 5-3$ ･･･①

十の位と一の位を入れかえてできる 2 けたの整数は $10y+x$ で，$10y+x$ がもとの整数よりも 18 大きいので，

(入れかえてできる 2 けたの整数)＝(もとの整数)＋18

$10y+x=10x+y+18$ ･･･②

①より，$10x+y=5x+5y-3,\ 5x-4y=-3$ ･･･①'

②より，$-9x+9y=18,\ -x+y=2,\ y=x+2$ ･･･②'

①'，②'を代入法で解く(加減法でも可)。

②'を①'に代入すると，

$5x-4(x+2)=-3,\ 5x-4x-8=-3,\ x=5$

$x=5$ を②'に代入すると，$y=5+2=7$

ゆえに，$x=5,\ y=7$

この解は問題にあっている。

よって，もとの整数は 57･･･答

[解説]

・2 けたの自然数の表しかた

　例）58 ：十の位が 5，一の位が 8 なので，$58=50+8=10\times 5+8$

　十の位が x，一の位が y の数 A：A＝$10x+y$

　A の十の位と一の位を入れ替えた数 B：B＝$10y+x$

・数の大小の表しかた：文章を機械的に式に直す。

　例）56 は 30 より 26 大きい→$56=30+26$

　A は B より 5 大きい→A＝B＋5

　A は B より 5 小さい→A＝B－5

[問題](1 学期期末)

2 けたの自然数がある。この数の十の位の数の 5 倍から一の位の数をひいたら 2 になる。また，十の位と一の位を入れ替えてできる数は，もとの数の 3 倍より 2 小さくなる。もとの自然数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

もとの数の十の位を x，一の位を y とする。

十の位の数 x の 5 倍から一の位の数 y をひいたら 2 になるので，$5x-y=2$ ･･･①

もとの数は $10x+y$，十の位と一の位を入れ替えてできる数は $10y+x$

入れ替えてできる数は，もとの数の 3 倍より 2 小さくなるので，

(入れ替えてできる数)＝(もとの数)×3－2

$10y+x=3(10x+y)-2$ ･･･②

①より，$-y=-5x+2$，$y=5x-2$ ･･･①'

②より，$10y+x=30x+3y-2$，$-29x+7y=-2$ ･･･②'

①'，②'を代入法で解く(加減法でも可)。

①'を②'に代入すると，

$-29x+7(5x-2)=-2$，$-29x+35x-14=-2$，$6x=12$，$x=2$

$x=2$ を①'に代入すると，$y=5\times2-2=8$

ゆえに，$x=2$，$y=8$

この解は問題にあっている。

よって，もとの数は 28･･･答

[解説]

・2 けたの自然数の表しかた

例）58 ：十の位が5，一の位が8なので，$58=50+8=10\times5+8$

十の位が x，一の位が y の数 A：A＝$10x+y$

A の十の位と一の位を入れ替えた数 B：B＝$10y+x$

・数の大小の表しかた：文章を機械的に式に直す。

例）56は30より26大きい→$56=30+26$

A は B より５大きい→A＝B＋５　　A は B より５小さい→A＝B－５

[問題](2 学期中間)

2 けたの自然数がある。この自然数の十の位の数は一の位の数より 4 小さい。また，十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は，もとの数の 2 倍より 1 小さい。この 2 けたの自然数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

十の位の数学を x，一の位の数字を y とする。

十の位の数 x は一の位の数 y より 4 小さいので，$x=y-4\cdots$①

この自然数は$10x+y$で，十の位の数と一の位の数を入れかえてできる自然数は

$10y+x$である。

十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数$10y+x$は，もとの数$10x+y$の 2 倍より 1 小さいので，$10y+x=(10x+y)\times2-1$

$10y+x=20x+2y-1,\ 10y+x-20x-2y=-1,\ -19x+8y=-1\cdots$②

①を②に代入すると，

$-19(y-4)+8y=-1,\ -19y+76+8y=-1,\ -11y=-77,\ y=(-77)\div(-11)$

よって，$y=7$　これを①に代入すると，$x=7-4=3$

この解は問題にあっている。よって，求める自然数は37である。･･･答

[解説]

・2けたの自然数の表しかた

例）58：十の位が5，一の位が8なので，$58=50+8=10\times5+8$

十の位がx，一の位がyの数A：A＝$10x+y$

Aの十の位と一の位を入れ替えた数B：B＝$10y+x$

・数の大小の表しかた：文章を機械的に式に直す。

例）56は30より26大きい→$56=30+26$

AはBより5大きい→A＝B＋5　　AはBより5小さい→A＝B－5

【】割合①：定価

[問題](2 学期期末)

　ある店で，シャツとパンツを 1 組買った。定価どおりだと，合計金額は 4500 円だったが，シャツは定価の 20%引き，パンツは定価の 15%引きだったので，合計金額は 3700 円になった。シャツとパンツそれぞれの定価を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

シャツの定価を x 円，パンツの定価を y 円とする。

定価どおりだと，合計金額は 4500 円なので，

$x+y=4500 \cdots$①

シャツは定価の 20%引きなので，買値は $x\times(1-0.2)=0.8x$ (円)

パンツは定価の 15%引きなので，買値は $y\times(1-0.15)=0.85y$ (円)

買値の合計は 3700 円なので，

$0.8x+0.85y=3700$

両辺を 20 倍すると，$16x+17y=74000 \cdots$②

①より， $y=4500-x \cdots$①'

①'を②に代入すると，$16x+17(4500-x)=74000$

$16x+76500-17x=74000,\ 16x-17x=74000-76500,\ -x=-2500$

よって， $x=2500$

$x=2500$ を①'に代入すると， $y=4500-2500=2000$

この解は問題にあっている。

ゆえに，シャツの定価は 2500 円，パンツの定価は 2000 円となる。･･･答

[問題](2 学期中間)

　サッカーボールとソフトボールを 1 個ずつ買いました。定価の合計は 4000 円でしたが, サッカーボールは定価の 80%で, ソフトボールは定価の 60%で売っていたので, 代金の合計は 3000 円でした。サッカーボールとソフトボールの定価はそれぞれいくらですか。

[解答欄]

[解答]

サッカーボールの定価を x 円，ソフトボールの定価を y 円とする。

定価の合計は 4000 円なので， $x+y=4000$ ・・・①

サッカーボールの買値は，定価の 80%なので， $x\times 0.8=0.8x$ (円)

ソフトボールの買値は，定価の 60%なので， $y\times 0.6=0.6y$ (円)

買値の合計は 3000 円なので， $0.8x+0.6y=3000$

両辺を 5 倍すると， $4x+3y=15000$ ・・・②

①より， $y=4000-x$ ・・・①'

①'を②に代入すると， $4x+3(4000-x)=15000,\ 4x+12000-3x=15000$

$4x-3x=15000-12000,\ x=3000$

$x=3000$ を①'に代入すると， $y=4000-3000=1000$

この解は問題にあっている。

よって, サッカーボールの定価は 3000 円, ソフトボールの定価は 1000 円である。・・・答

【】割合②：人数の増減

[問題](2 学期中間)

次の問題を連立方程式をつくって解きなさい。

ある中学校のテニス部の昨年の部員数は，男女あわせて 40 人でした。今年は昨年と比べて，男子は 20%増え，女子は 10%減ったので，男女あわせて 39 人になった。

今年の男子と女子の部員数をそれぞれ求めなさい。

[解答欄]

[解答]

昨年の男子の人数を x 人，女子の人数を y 人とする。

昨年の部員数は，男女あわせて 40 人だったので， $x+y=40$ ･･･①

今年は男子は 20%増えたので，(今年の男子数)＝(昨年の男子数)＋(増加した男子数)

(今年の男子数)＝ $x+x\times\dfrac{20}{100}=x+0.2x=1.2x$ 人

女子は 10%減ったので，(今年の女子数)＝(昨年の女子数)－(減少した女子数)

(今年の女子数)＝ $y-y\times\dfrac{10}{100}=y-0.1y=0.9y$ 人

今年の人数は 39 人なので，$1.2x+0.9y=39$ ･･･②

①，②を代入法で解く(加減法でも可)。

①より， $y=40-x$ ･･･①’

②より，$12x+9y=390$，$4x+3y=130$ ･･･②’

①’を②’に代入すると，

$4x+3(40-x)=130$，$4x+120-3x=130$，$x=10$

$x=10$ を①’に代入すると， $y=40-10=30$

ゆえに，$x=10$，$y=30$

この解は問題にあっている。

よって，今年の男子は，$10\times1.2=12$ 人，女子は$30\times0.9=27$ 人･･･答

[解説]

・連立方程式では，通常求めるものを x，y とおくが，このタイプの人数の増減の問題では昨年の人数を x，y とおく。(今年の人数を x，y とおくと，式を立てるのがわかりにくく，かつ計算も非常に面倒になる)

・次のように表を使って考えることもできる。

	男子	女子	合計
昨年	x 人	y 人	40 人
	20％，$0.2x$ 人増加	10％，$0.1y$ 人減少	
今年	$1.2x$ 人	$0.9y$ 人	39 人

・最後に計算の結果求めた x，y の値を一応，吟味する。

・x，y から今年の人数を計算する。

[問題](2 学期期末)

　ある町の図書館では，7 月と 8 月について，中学生と高校生の利用者数を調査しました。7 月は中学生と高校生合わせて 580 人が利用していました。8 月は，7 月より中学生が 20%増え，高校生が 10%減ったので，中学生が高校生より 3 人多く利用していました。7 月の中学生の人数，高校生の人数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

7 月の中学生の利用者数を x 人，高校生の利用者数を y 人とする。

7 月は中学生と高校生合わせて 580 人が利用したので， $x+y=580$ ･･･①

8 月は 7 月より中学生が 20%増えたので, 中学生の利用者数は $x\times(1+0.2)=1.2x$（人）

高校生は 10%減ったので， $y\times(1-0.1)=0.9y$（人）

8 月の中学生の利用者数は，8 月の高校生の利用者数より 3 人多いので,

$1.2x=0.9y+3$， $12x-9y=30$, $4x-3y=10$ ･･･②

①より， $y=580-x$ ･･･①'

①'を②に代入すると， $4x-3(580-x)=10$, $4x-1740+3x=10$

$4x+3x=10+1740$, $7x=1750$, $x=1750\div7=250$

$x=250$ を①'に代入すると， $y=580-250=330$ 　これは問題に当てはまる。

よって，7 月の中学生の利用者数は 250 人，高校生の利用者数は 330 人である。･･･答

[問題](2 学期期末)

　ある中学校の合唱部の去年の部員は，男女合わせて 32 人であった。今年は，去年より男子部員は 25%，女子部員は 15%それぞれ増加し，増加した人数は男女とも同じであった。去年の男子部員を x 人，去年の女子部員を y 人として次の問いに答えなさい。

(1)　去年の部員の人数の関係から方程式をつくりなさい。

(2)　今年，増加した人数の関係から方程式をつくりなさい。

(3)　(1)，(2)を連立方程式として解き，今年の男子部員と女子部員の人数を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x+y=32$ 　(2) $0.25x=0.15y$ 　(3) 男子：15 人，女子：23 人

[解説]

(1) 去年の部員は，男女合わせて 32 人であったので,

(去年の男子部員数)＋(去年の女子部員数)＝32 で，$x+y=32$

(2) 男子 x 人の 25%は $0.25x$ 人，女子 y 人の 15%は $0.15y$ 人。増加した人数が等しいことから，$0.25x=0.15y$

(3) 連立方程式 $\begin{cases} x+y=32 & \cdots① \\ 0.25x=0.15y & \cdots② \end{cases}$ を代入法で解く(加減法も可)。

①より，$y=32-x\cdots①'$　これを②に代入すると，$0.25x=0.15(32-x)$

両辺を 100 倍すると，

$25x=15(32-x),\ 5x=3(32-x),\ 5x=96-3x,\ 5x+3x=96$

$8x=96,\ x=12$　$x=12$ を①'に代入すると，$y=32-12=20$

$0.25x=0.25\times12=3$ なので，男女 3 人ずつ増加。

従って，男子は 12＋3＝15 人，女子は 20＋3＝23 人　この解は問題にあっている。

[問題](3 学期)

　はやとさんは毎週，スチール缶とアルミ缶を集めるリサイクル活動をしています。先週は, スチール缶とアルミ缶をあわせて 40kg 回収しました。今週は先週に比べて, スチール缶が 10%減り，アルミ缶が 20%増えたので，全体で 45kg 回収できました。先週のスチール缶とアルミ缶の回収量はそれぞれ何 kg だったでしょうか。

[解答欄]

[解答]

先週のスチール缶の回収量を x kg，アルミ缶の回収量を y kg とする。

先週は，スチール缶とアルミ缶をあわせて 40kg 回収したので,

$x+y=40\cdots①$

今週は先週に比べて，スチール缶は 10%減なので， $x\times\left(1-0.1\right)=0.9x$ (kg)

アルミ缶は 20%増えたので， $y\times\left(1+0.2\right)=1.2y$ (kg)

今週は，スチール缶とアルミ缶をあわせて 45kg 回収したので，

$0.9x+1.2y=45,\ 9x+12y=450,\ 3x+4y=150$ ･･･②

①より， $y=40-x$ ･･･①'

①'を②に代入すると，

$3x+4\left(40-x\right)=150,\ 3x+160-4x=150,\ 3x-4x=150-160,\ -x=-10$

よって， $x=10$

$x=10$ を①'に代入すると， $y=40-10=30$

この解は問題にあっている。

ゆえに，先週のスチール缶の回収量は 10kg，アルミ缶の回収量は 30kg である。･･･答

【】割合③：濃度の問題

[問題](1 学期期末)

5%の食塩水と 10%の食塩水をまぜて 8%の食塩水を 200g つくりたい。5%と 10%の食塩水はそれぞれ何 g まぜればよいですか。

[解答欄]

[解答]

5%の食塩水を x g と 10%の食塩水を y g とする。

200g の食塩水をつくるので，$x+y=200$ ･･･①

5%の食塩水 x g の中にある食塩は，$x\times\frac{5}{100}$ g,

10%の食塩水 y g の中にある食塩は，$y\times\frac{10}{100}$ g である。

また，8%の食塩水 200g の中にある食塩は，$200\times\frac{8}{100}$ g

混ぜる前後で，食塩の量は変わらないので，

$\frac{5x}{100}+\frac{10y}{100}=\frac{1600}{100}$ ･･･②

①，②を代入法で解く(加減法でも可)。

①より，$y=200-x$ ･･･①'

②の両辺を 100 倍して，$5x+10y=1600$, $x+2y=320$ ･･･②'

①'を②'に代入すると，

$x+2(200-x)=320$, $x+400-2x=320$, $-x=-80$, $x=80$

$x=80$ を①'に代入すると，$y=200-80=120$

ゆえに，　$x=80$，$y=120$

この解は問題にあっている。

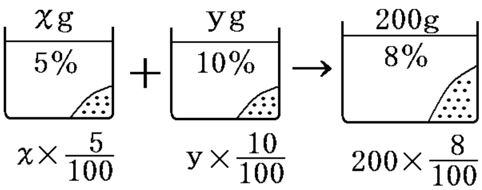
よって，5%の食塩水は 80g，10%の食塩水は 120g･･･答

[解説]

・まず求めるものを x，y とおく。

「5%と 10%の食塩水はそれぞれ何 g まぜればよいですか。」とあるので，
5%の食塩水を x g と 10%の食塩水を y g とする。

・食塩水の問題では，混ぜる前後の食塩水の量と食塩の量に注目して式を立てる。



食塩水については，(5%の食塩水の量)＋(10%の食塩水の量)＝(8%の食塩水の量)なので，

$x+y=200$

・食塩は，(食塩の量) = (食塩水の量) $\times\dfrac{(濃度\%)}{100}$ で求める。

例えば, 10%の食塩水 200g の中に含まれる食塩の量は，$200\times\dfrac{10}{100}=20$ g である。

混ぜる前後の食塩の量は同じなので，

(5%の食塩水の食塩の量)＋(10%の食塩水の食塩の量)＝(8%の食塩水の食塩の量)

$$x\times\frac{5}{100}+y\times\frac{10}{100}=200\times\frac{8}{100}$$

・最後に計算の結果求めた x，y の値を吟味する。計算間違え等がなくて，出てきた答えが負の数になったとしたら,「解なし」が正解になる。中学数学では，このような「解なし」の問題はほとんど出題されないため, 通常は,「この解は問題にあっている。」と書いておけばよい。

[問題](1 学期期末)

果汁 50%のジュースと果汁 10%のジュースを混ぜて，果汁 40%のジュースを 1kg 作ります。それぞれ何 g 必要ですか。

[解答欄]

[解答]

果汁 50%のジュースを x g，果汁 10%のジュースを y g とする。

あわせて 1kg＝1000g なので，$x+y=1000$ ･･･①

果汁 50%のジュース x g の中の果汁の量は，$x\times\frac{50}{100}$ g

果汁 10%のジュース y g の中の果汁の量は，$y\times\frac{10}{100}$ g

果汁 40%のジュース 1000g の中の果汁の量は，$1000\times\frac{40}{100}$ g

混ぜる前と後の果汁の量は同じなので，

$x\times\frac{50}{100}+y\times\frac{10}{100}=1000\times\frac{40}{100}$ ･･･②

①，②を代入法で解く(加減法でも可)。

①より，$y=1000-x$ ･･･①'

②の両辺を 100 倍して，$50x+10y=40000$，$5x+y=4000$ ･･･②'

①'を②'に代入すると，$5x+(1000-x)=4000$，$4x=3000$，$x=750$

$x=750$ を①'に代入すると，$y=1000-750=250$

ゆえに，$x=750$，$y=250$　この解は問題にあっている。

よって，果汁 50%のジュースは 750g，果汁 10%のジュースは 250g である。･･･答

【】割合④：その他

[問題](1 学期期末)

姉はもっていたお金の 80%を，妹はもっていたお金の 70%を，それぞれ出しあって，5300 円の品物を買いました。2 人の残ったお金をくらべたら，妹の方が 100 円多くなっていました。2 人がはじめにもっていたお金は，それぞれいくらですか。姉のもっていたお金を x 円，妹のもっていたお金を y 円として連立方程式をつくり答えを求めなさい。

[解答欄]

[解答]

姉のお金の 80%と妹のお金の 70%の合計が 5300 円なので，

$0.8x+0.7y=5300$ ･･･①

姉の残ったお金は $0.2x$ 円，妹の残ったお金は $0.3y$ 円で，

妹の方が 100 円多いので

$0.3y=0.2x+100$ ･･･②

①，②を整理すると，

$$\begin{cases} 8x+7y=53000 & \cdots ①' \\ -2x+3y=1000 & \cdots ②' \end{cases}$$

加減法で解く(代入法は不適当)。x の係数の絶対値を 8 にそろえるために②'× 4

$$\begin{cases} 8x+7y=53000 & \cdots ①' \\ -8x+12y=4000 & \cdots ②'' \end{cases}$$

x を消去するために①'＋②'

$19y=57000$，$y=3000$

$y=3000$ を②'に代入すると，$-2x+3\times 3000=1000$，$-2x=-8000$，$x=4000$

ゆえに，$x=4000$，$y=3000$

この解は問題にあっている。

よって，姉のもっていたお金は 4000 円，妹のもっていたお金は 3000 円。･･･答

[問題](1 学期期末)

　バスケットボールの試合で，A さんは 3 点シュートと 2 点シュートを合わせて 35 回シュートをしました。そのうち成功したのは 3 点シュートが 20%，2 点シュートが 40%で，A さんがあげた得点の合計は 26 得点でした。A さんは，3 点シュート，2 点シュートをそれぞれ何回成功させたのでしょうか。

[解答欄]

[解答]

3 点シュートを x 回，2 点シュートを y 回行ったとする。

合わせて 35 回シュートを行ったので，$x+y=35$ ･･･①

得点は 26 点なので，$3\times0.2x+2\times0.4y=26$ ･･･②

①，②を代入法で解く(加減法でも可)。

①より，$y=35-x$ ･･･①'

②より，$0.6x+0.8y=26$，$3x+4y=130$ ･･･②'

①'を②'に代入すると，

$3x+4(35-x)=130$，$3x+140-4x=130$，$-x=-10$，$x=10$

$x=10$ を①'に代入すると，$y=35-10=25$

ゆえに，$x=10$，$y=25$

この解は問題にあっている。

3 点シュートの成功回数は$10\times0.2=2$回，

2 点シュートの成功回数は$25\times0.4=10$回・・・答

[問題](2 学期期末)

ある店では，パンとドーナツを合わせて 350 個作りました。そのうち，パンは 90%，ドーナツは 80%売れ，合わせて 300 個売れました。パンとドーナツをそれぞれ何個作ったでしょうか。

[解答欄]

[解答]

パンをx個，ドーナツをy個作ったとする。

合わせて 350 個作ったので，$x+y=350$・・・①

パンx個の 90%は$0.9x$，ドーナツy個の 80%は$0.8y$で，合わせて 300 個売れたので，

$0.9x+0.8y=300$・・・②　連立方程式①，②を代入法で解く。

①より$y=350-x$・・・①’　これを②に代入すると，$0.9x+0.8(350-x)=300$

両辺を 10 倍すると，$9x+8(350-x)=3000,\ 9x+2800-8x=3000, x=200$

$x=200$を①’に代入すると，$y=350-200=150$

よって，$x=200,\ y=150$

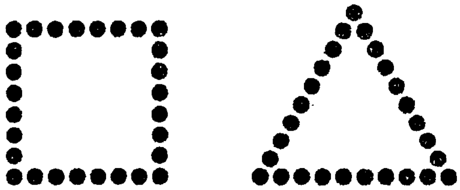
この解は問題にあっている。

ゆえに，パンを 200 個，ドーナツを 150 個作った。・・・答

【】その他

[問題](2 学期中間)

碁石を右の図のように並べて，正方形と正三角形をつくります。いま，98 個の碁石を A, B2 つのグループに分け, A のグループの碁石で 1 つの正方形を，B のグループの碁石で 1 つの正三角形をそれぞれつくったら，どちらのグループも余りなく並べることができました。このとき，正方形の 1 辺の碁石の数は，正三角形の 1 辺の碁石の数の 3 倍でした。この場合の正方形と正三角形の 1 辺の碁石の数を求めなさい。



[解答欄]

[解答]

正方形の 1 辺の碁石の数を x 個，正三角形の 1 辺の碁石の数を y 個とする。

正方形の 1 辺の碁石の数 x は，正三角形の 1 辺の碁石の数 y の 3 倍なので,

$x=3y$ ･･･①

正方形の碁石の総数は $(x-1)\times 4=4x-4$，正三角形の碁石の総数は

$(y-1)\times 3=3y-3$

碁石の合計は 98 個なので,

$4x-4+3y-3=98$, $4x+3y=105$ ･･･②

①を②に代入すると， $4\times 3y+3y=105$, $15y=105$, $y=105\div 15$, $y=7$

$y=7$ を①に代入すると， $x=3\times 7$, $x=21$

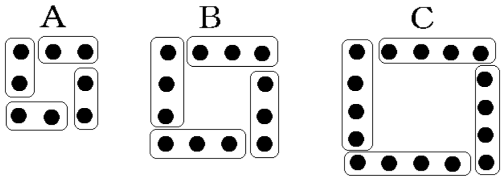
この解は問題にあっている。

よって，正方形の 1 辺の碁石の数は 21 個，正三角形の 1 辺の碁石の数は 7 個。･･･答

[解説]

右図のAのように1辺に3個の碁石を並べる場合，碁石の総数は，(3−1)×4 (個)

Bのように1辺に4個の碁石を並べる場合，碁石の総数は，(4−1)×4 (個)



Cのように1辺に5個の碁石を並べる場合，碁石の総数は，(5−1)×4 (個)

したがって，1辺にx個の碁石を並べる場合，碁石の総数は，(x −1)×4 (個)

正三角形の場合も同様で，1辺にy個の碁石を並べる場合，碁石の総数は，(y −1)×3 (個)となる。

[印刷／他の PDF ファイルについて]

※ このファイルは，FdData 中間期末数学 2 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 2 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

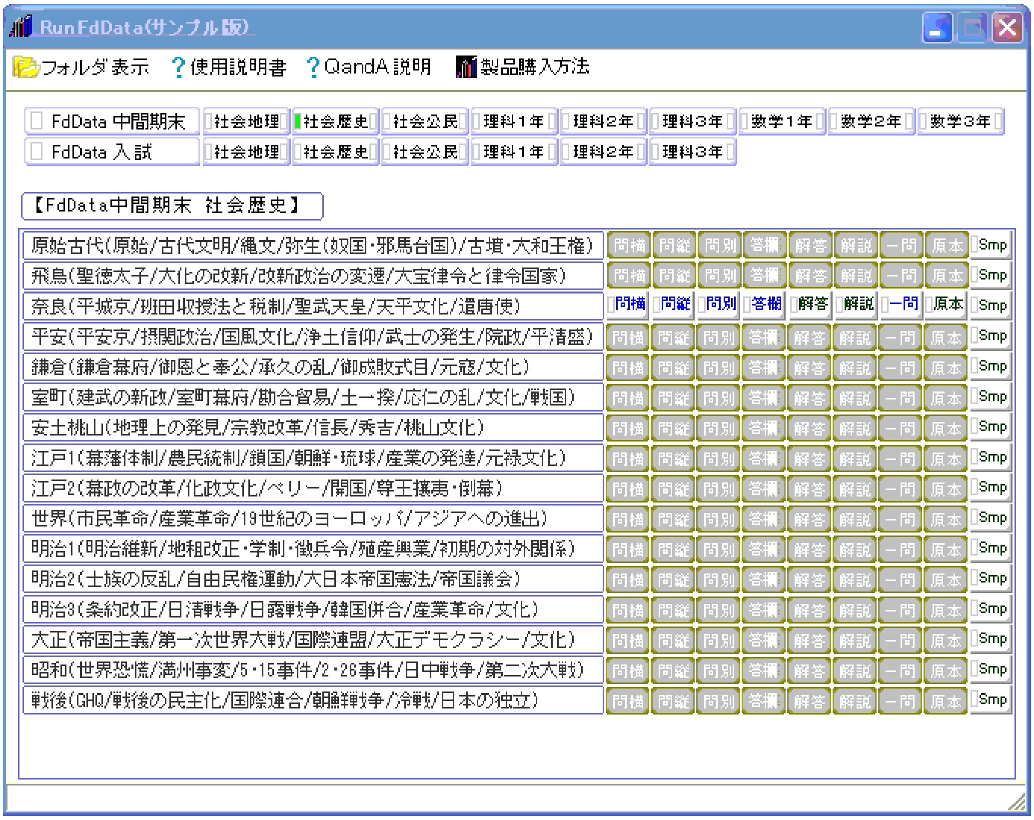
※FdData中間期末(社会･理科･数学)全分野のPDFファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば， FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1800 ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【 http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】

※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd教材開発】(092) 404-2266
http://www.fdtext.com/dat/