

【FdData 中間期末：中学数学 2 年：一次関数と方程式】

[\[方程式とグラフ／グラフをかいて連立方程式の解を求める／交点の座標を求める／面積を求める\(底辺が x 軸上\(y 軸上\)\)／面積を求める\(2 つの三角形に分割\)／面積の二等分／面積\(等積変形\)／その他／FdData 中間期末製品版のご案内\]](#)

[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#) 掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧

※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

数学：[\[数学 1 年\]](#)、[\[数学 2 年\]](#)、[\[数学 3 年\]](#) ([Shift]+左クリック)

理科：[\[理科 1 年\]](#)、[\[理科 2 年\]](#)、[\[理科 3 年\]](#) ([Shift]+左クリック)

社会：[\[社会地理\]](#)、[\[社会歴史\]](#)、[\[社会公民\]](#) ([Shift]+左クリック)

※全内容を掲載しておりますが、印刷はできないように設定しております

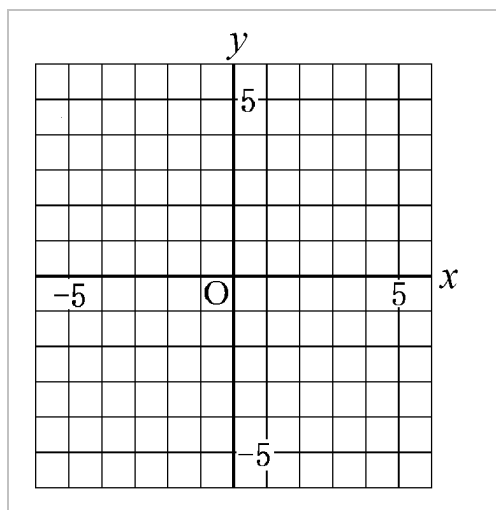
【】 方程式とグラフ

[二元一次方程式 $ax+by=c$ のグラフ]

[問題](後期中間)

二元一次方程式 $2x+y=4$ のグラフをかけ。

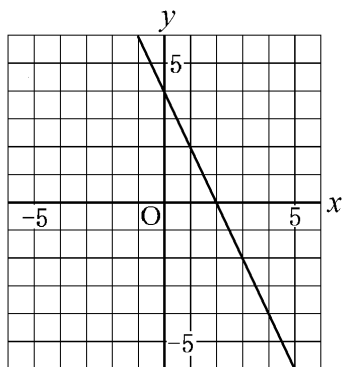
[解答欄]



[ヒント]

グラフをかくには、 $2x+y=4$ を y について解いて、 $y=$ ～の形にする。

[解答]



[解説]

方程式の解を座標とする点の全体を、その方程式のグラフという。
二元一次方程式 $2x + y = 4$ の解は無数にあるが、例えば、次の表のようになる。

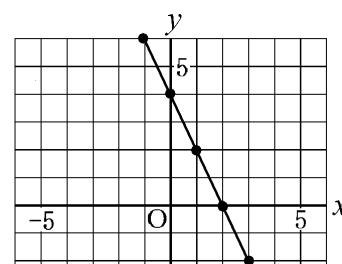
x	-1	0	1	2	3
y	6	4	2	0	-2

これらの (x, y) を「 \bullet 」で表し、その点を結ぶと右の直線になる。

この直線が二元一次方程式 $2x + y = 4$ のグラフである。

$2x + y = 4$ のグラフをかくには、 $2x + y = 4$ を y について解いて、

$y = -2x + 4$ と変形すればよい。 $y = -2x + 4$ は傾きが -2 で切片が 4 の一次関数になる。



[問題](後期中間)

二元一次方程式 $2x - 3y = 6$ について、次の各問いに答えよ。

- (1) y 軸との交点の座標を求めよ。
- (2) x 軸との交点の座標を求めよ。
- (3) 方程式 $2x - 3y = 6$ のグラフをかけ。

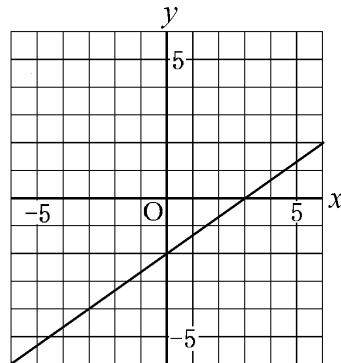
[解答欄]

(1)	(2)
(3)	

[ヒント]

y 軸との交点の座標は $2x-3y=6$ に $x=0$ を代入し、 x 軸との交点の座標は $y=0$ を代入して求める。求めた 2 つの点を直線で結ぶことでグラフをかくことができる。

[解答](1) $(0, -2)$ (2) $(3, 0)$ (3)



[解説]

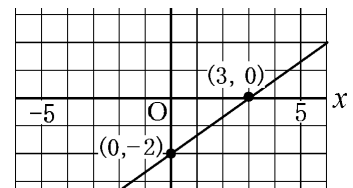
(1) y 軸上では $x=0$ である。 $2x-3y=6$ に $x=0$ を代入すると、 $0-3y=6$ 、 $y=-2$

したがって、 y 軸との交点の座標は $(0, -2)$ である。

(2) x 軸上では $y=0$ である。 $2x-3y=6$ に $y=0$ を代入すると、 $2x-0=6$ 、 $x=3$

したがって、 x 軸との交点の座標は $(3, 0)$ である。

(3) (1)(2)より、 $2x-3y=6$ は $(0, -2)$ 、 $(3, 0)$ を通るので、右図のように、この 2 点を座標軸にとり、直線で結べばよい。

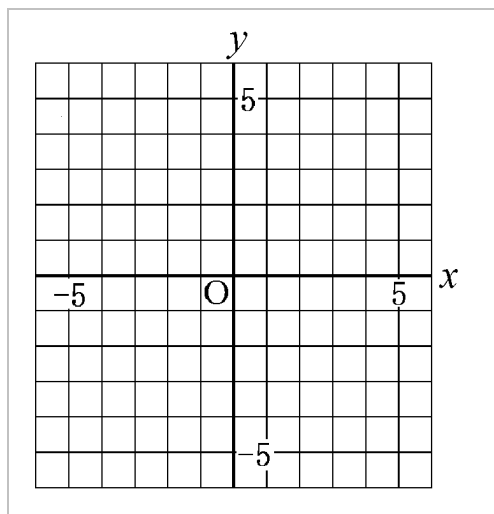


[問題](2 学期中間)

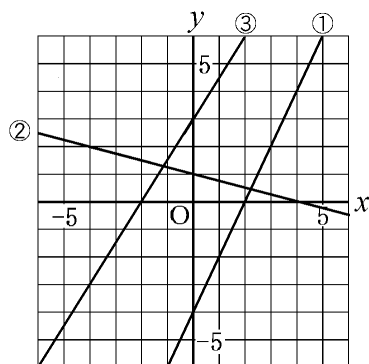
次の方程式のグラフをかけ。

- ① $2x - y = 4$
- ② $x + 4y = 4$
- ③ $3x - 2y + 6 = 0$

[解答欄]



[解答]



[解説]

① $2x - y = 4$ に $x = 0$ を代入すると、 $-y = 4$ 、 $y = -4$ なので、 $(0, -4)$ を通る。

$2x - y = 4$ に $y = 0$ を代入すると、 $2x = 4$ 、 $x = 2$ なので、 $(2, 0)$ を通る。

2点 $(0, -4)$ 、 $(2, 0)$ を通る直線をかく。

② $x + 4y = 4$ に $x = 0$ を代入すると、 $4y = 4$ 、 $y = 1$ なので、 $(0, 1)$ を通る。

$x + 4y = 4$ に $y = 0$ を代入すると、 $x = 4$ なので、 $(4, 0)$ を通る。

2点 $(0, 1)$ 、 $(4, 0)$ を通る直線をかく。

③ $3x - 2y + 6 = 0$ に $x = 0$ を代入すると、 $-2y + 6 = 0$ 、 $2y = 6$ 、 $y = 3$ なので、

$(0, 3)$ を通る。 $3x - 2y + 6 = 0$ に $y = 0$ を代入すると、 $3x + 6 = 0$ 、 $3x = -6$ 、 $x = -2$ なので、

$(-2, 0)$ を通る。2点 $(0, 3)$ 、 $(-2, 0)$ を通る直線をかく。

* $ax + by = c$ のグラフは、1) x 軸、 y 軸との交点を求めて、2点を結ぶ方法、

2) $y = \sim$ の式に変形してかく方法がある。

[$y = k$ 、 $x = h$ のグラフ]

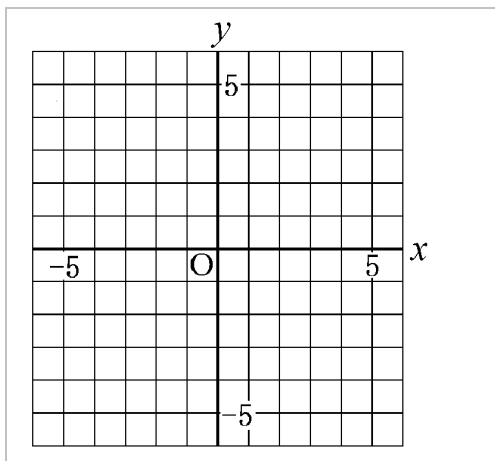
[問題](3学期)

次の方程式のグラフをかけ。

① $y = 4$

② $x = -2$

[解答欄]

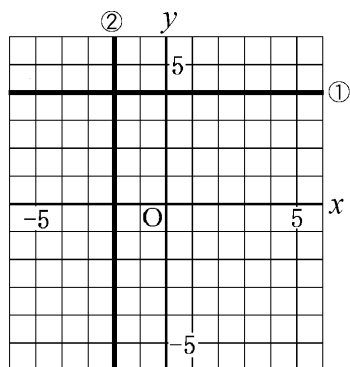


[ヒント]

$y = k$ のグラフは x 軸に平行な直線になる。

$x = h$ のグラフは y 軸に平行な直線になる。

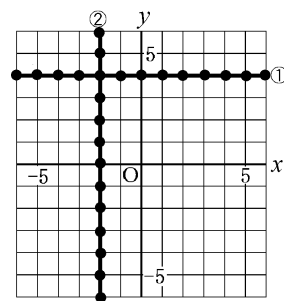
[解答]



[解説]

① 方程式 $y = 4$ で、 $\dots, (-1, 4), (0, 4), (1, 4), (2, 4), \dots$ はこの方程式の解である。このように、 x がどのような値をとっても、 y の値は 4 になる。したがって、方程式 $y = 4$ のグラフは、点 $(0, 4)$ を通り、 x 軸に平行な直線になる。

② 方程式 $x = -2$ で、 $\dots, (-2, -1), (-2, 0), (-2, 1), (-2, 2), \dots$ はこの方程式の解である。このように、 y がどのような値をとっても、 x の値は -2 になる。したがって、方程式 $x = -2$ のグラフは、点 $(-2, 0)$ を通り、 y 軸に平行な直線になる。



[問題](2 学期期末)

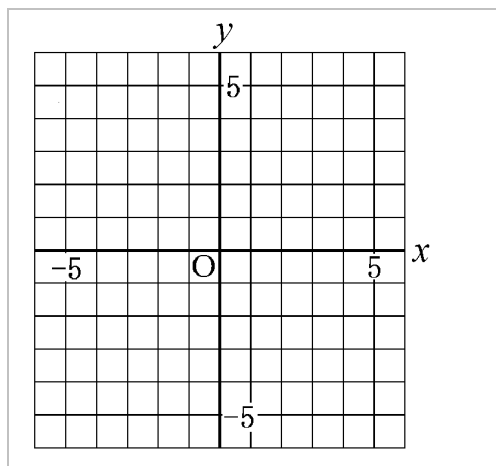
次の方程式のグラフをかけ。

① $y = -5$

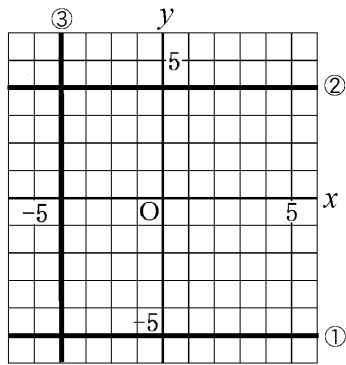
② $2y - 8 = 0$

③ $2x + 8 = 0$

[解答欄]



[解答]



[解説]

② $2y - 8 = 0$, $2y = 8$, $y = 4$

③ $2x + 8 = 0$, $2x = -8$, $x = -4$

[問題](後期中間)

次の文中の①～③にあてはまる値や式を答えよ。

- ・ (①) のグラフは, 点(0, 3)を通り, x 軸に平行な直線である。
- ・ $x = -2$ のグラフは点((②), 0)を通り, (③) 軸に平行な直線である。

[解答欄]

①	②	③
---	---	---

[解答]① $y = 3$ ② -2 ③ y

【】 連立方程式とグラフ

【】 グラフをかいて連立方程式の解を求める

[問題](2学期中間)

次の各問いに答えよ。

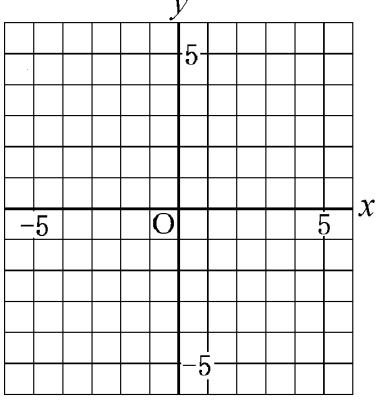
(1) 次の2つの二元一次方程式を、それぞれグラフに表せ。(書いたら必ず番号をつけておくこと。)

① $x - y = 3$ ② $3x + 2y = 4$

(2) (1)の①, ②の直線の交点の座標を読み取れ。

(3) (1)の①, ②を連立方程式として解け。

[解答欄]

<p>(1)</p> 	<p>(2)</p>
<p>(3)</p>	

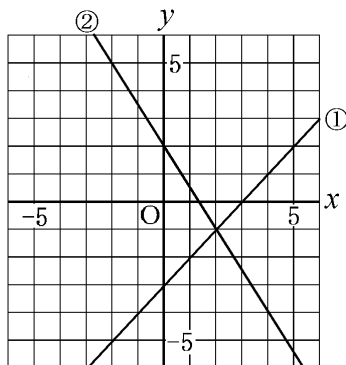
[ヒント]

2直線 $x - y = 3$, $3x + 2y = 4$ のグラフをかき、交点の座標 (x, y) を読み取る。…(A)

連立方程式 $\begin{cases} x - y = 3 \cdots \text{①} \\ 3x + 2y = 4 \cdots \text{②} \end{cases}$ を解いて (x, y) を求める。…(B)

(A)と(B)の (x, y) は一致する。

[解答](1)



(2) (2, -1) (3) $x = 2, y = -1$

【解説】

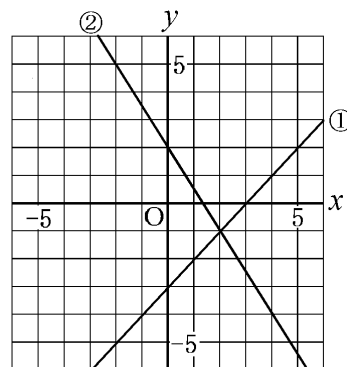
(1)① $x - y = 3$ より $-y = -x + 3$, $y = x - 3$

$y = x - 3$ の傾きは 1 で、切片は -3 なので、そのグラフは右図①のようになる。

② $3x + 2y = 4$ より、 $2y = -3x + 4$, $y = -\frac{3}{2}x + 2$

$y = -\frac{3}{2}x + 2$ の傾きは $-\frac{3}{2}$ で切片は 2 なので、そのグラフは

右図②のようになる。



(2) グラフから交点の座標を読むと、 $x = 2$, $y = -1$ よって、交点の座標は $(2, -1)$

この交点は①の直線上にあるので $x = 2$, $y = -1$ を① $x - y = 3$ に代入すると、

(左辺) $= x - y = 2 - (-1) = 3 =$ (右辺) が成り立ち、①の解の 1 つとなる。

同様に、 $x = 2$, $y = -1$ を② $3x + 2y = 4$ に代入すると、

(左辺) $= 3x + 2y = 3 \times 2 + 2 \times (-1) = 6 - 2 = 4 =$ (右辺) が成り立ち、②の解の 1 つとなる。よって、 $x = 2$, $y = -1$ は①と②をとともに満たし、①、②の連立方程式の解となる。

(3) 次に、計算で解く。

$$\begin{cases} x - y = 3 \cdots \text{①} \\ 3x + 2y = 4 \cdots \text{②} \end{cases}$$

代入法で解く。①より $x = y + 3 \cdots \text{①}'$

これを②に代入すると、

$$3(y + 3) + 2y = 4, 3y + 9 + 2y = 4, 5y = -5, y = -1$$

$y = -1$ を①'に代入すると、 $x = -1 + 3 = 2$,

よって $x = 2$, $y = -1$

*この x , y の値は(1)で求めた交点の座標と一致する。

【問題】(2 学期中間)

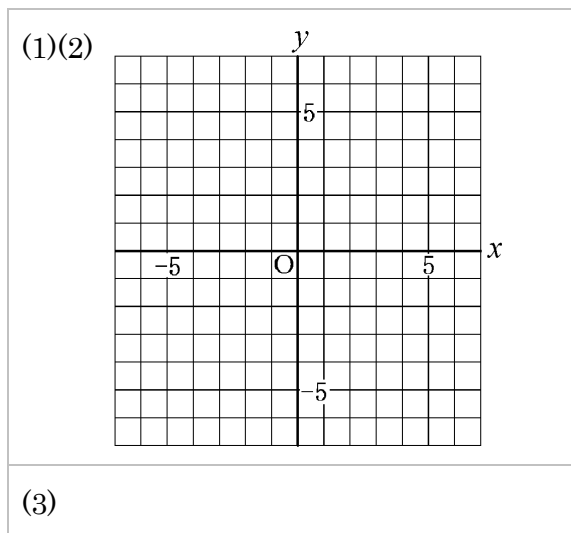
連立方程式 $\begin{cases} 2x - 5y = -10 \cdots \text{①} \\ y = 2x - 6 \cdots \text{②} \end{cases}$ について、次の各問いに答えよ。

(1) ①のグラフをかけ。

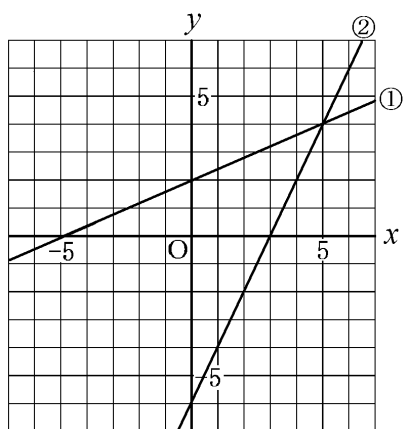
(2) ②のグラフをかけ。

(3) 連立方程式の解をグラフを使って求めよ。

[解答欄]



[解答](1)(2)



(3) $x = 5, y = 4$

[解説]

(1) まず $y = \sim$ の形に変形する。

$$2x - 5y = -10, \quad -5y = -2x - 10, \quad 5y = 2x + 10, \quad y = \frac{2}{5}x + 2$$

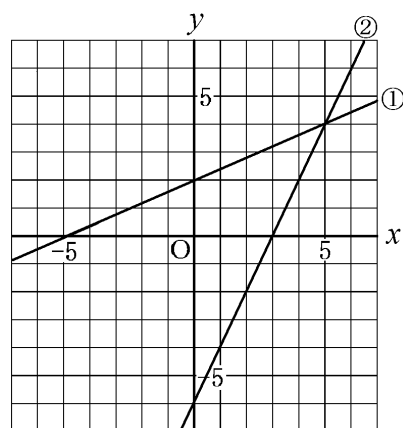
$y = \frac{2}{5}x + 2$ の傾きは $\frac{2}{5}$ で、切片は 2 なので、そのグラフは

右図①のようになる。

(2) $y = 2x - 6$ の傾きは 2 で、切片は -6 なので、そのグラフは右図②のようになる。

(3) 直線①と②の交点の座標は①、②の連立方程式の解と等しくなる。①と②の交点の座標をグラフから読み取ると、(5, 4)

したがって、連立方程式の解は、 $x = 5, y = 4$



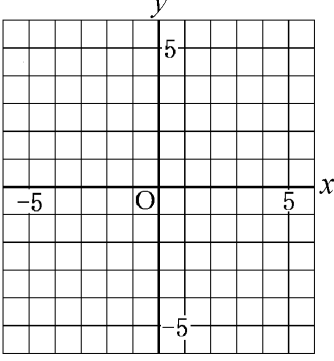
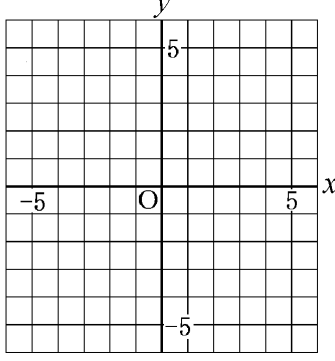
[問題](2 学期期末)

次の連立方程式の解を，グラフを使って求めよ。

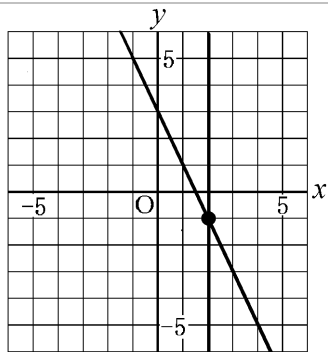
(1)
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 2 = 0 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ y = -3 \end{cases}$$

[解答欄]

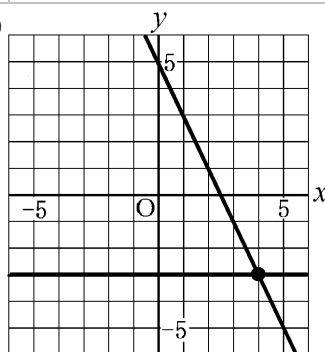
<p>(1)</p>  <p style="text-align: center;">$x = (\quad), y = (\quad)$</p>	<p>(2)</p>  <p style="text-align: center;">$x = (\quad), y = (\quad)$</p>
---	--

[解答](1)



$x = 2, y = -1$

(2)

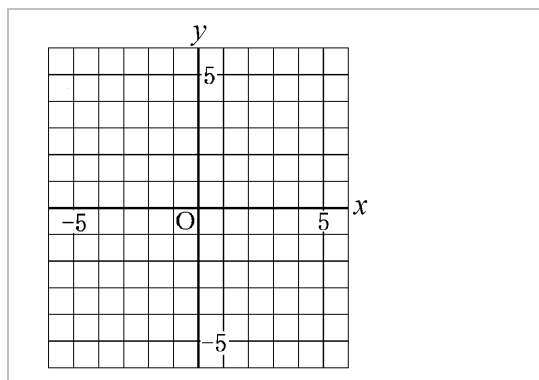


$x = 4, y = -3$

[問題](2 学期期末)

連立方程式
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases}$$
 の解を，グラフをかいて調べよ。ただし，解がない場合は「解なし」とかくこと。

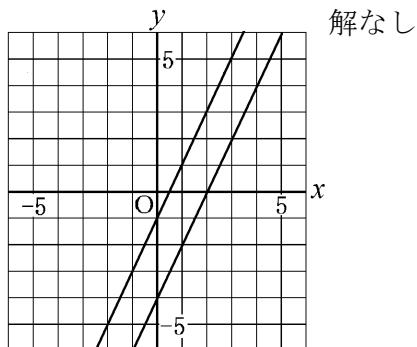
[解答欄]



[ヒント]

2つの直線の交点が連立方程式の解になるが、2直線が平行でかつ重ならない場合は、共通する x, y の値がないため、解はない。

[解答]



[解説]

$2x - y = 1$ を整理すると、 $y = 2x - 1$

$4x - 2y = 8$ を整理すると、 $2y = 4x - 8$ 、 $y = 2x - 4$

$y = 2x - 1$ と $y = 2x - 4$ のグラフは平行であり、交点をもたない。

したがって、この連立方程式に共通する x, y の値がないため、解はない。

[問題](2学期中間)

次の連立方程式には解がない。その理由を、それぞれの式とグラフの関係に着目して説明せよ。

$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ -3x + 6y = 6 \end{cases}$$

[解答欄]

[解答]

2つの式を整理すると、 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 、 $y = \frac{1}{2}x + 1$ と傾きが同じ式になる。

この2つの式のグラフは平行であり、交点をもたない。

したがって、この連立方程式に共通する x, y の値がないため、解はない。

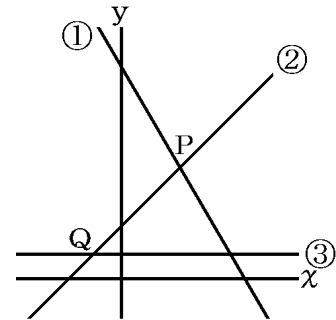
【】 交点の座標を求める

[計算で交点の座標を求める]

[問題](2 学期中間)

右の図で、①は方程式 $2x + y = 3$ 、②は方程式 $y = x + 1$ 、③は一次方程式 $2y = 1$ の解のグラフである。

- (1) 交点 P の座標を求めよ。
- (2) 交点 Q の座標を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

2 つの直線の交点の座標は、2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

[解答](1) $\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$ (2) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

[解説]

2 つの直線の交点の座標は、2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

(1) $2x + y = 3 \cdots \textcircled{1}$ 、 $y = x + 1 \cdots \textcircled{2}$ を連立方程式として解く。

②を①に代入すると、 $2x + (x + 1) = 3$ 、 $3x = 2$ 、 $x = \frac{2}{3}$

$x = \frac{2}{3}$ を②に代入すると、 $y = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$

よって交点 P の座標は $\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$

(2) $y = x + 1 \cdots \textcircled{2}$ 、 $2y = 1 \cdots \textcircled{3}$ を連立方程式として解く。

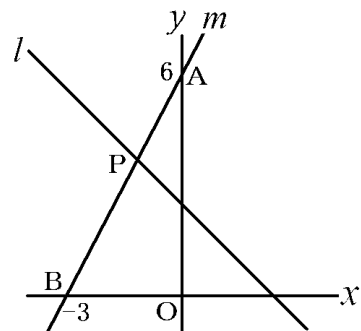
③より、 $y = \frac{1}{2}$

これを②に代入すると、 $\frac{1}{2} = x + 1$ 、 $x = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$

よって交点 Q の座標は $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

[問題](2 学期期末)

右の図で、直線 l は $y = -x + 3$ のグラフであり、直線 m は 2 点 $A(0, 6)$, $B(-3, 0)$ を通る直線である。直線 l と m の交点を P とするとき、次の各問いに答えよ。



- (1) 直線 m の式を求めよ。
- (2) 点 P の座標を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

2 点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) を通る直線の傾きは、(傾き) $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ で求めることができる。

[解答](1) $y = 2x + 6$ (2) $(-1, 4)$

[解説]

(1) 2 点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) を通る直線の傾きは、(傾き) $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ で求めることができる。

直線 m の切片は 6 で、(傾き) $= \frac{6 - 0}{0 - (-3)} = \frac{6}{3} = 2$ なので、 m の式は $y = 2x + 6$ である。

(2) 2 直線 $y = -x + 3 \cdots \textcircled{1}$, $y = 2x + 6 \cdots \textcircled{2}$ の交点を求めるためには、2 直線の式を連立方程式として解けばよい。

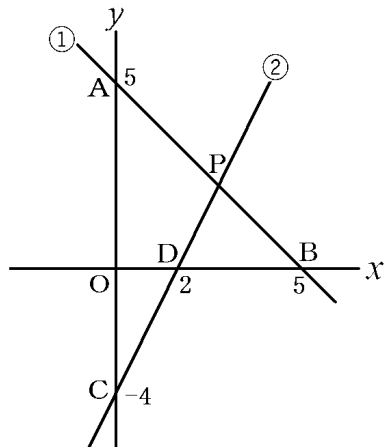
$\textcircled{2}$ の y を $\textcircled{1}$ に代入すると、 $2x + 6 = -x + 3$, $2x + x = 3 - 6$, $3x = -3$, $x = -1$

$x = -1$ を $\textcircled{1}$ の $y = -x + 3$ に代入すると、 $y = -(-1) + 3$, $y = 4$

よって、交点 P の座標は $(-1, 4)$ である。

[問題](2 学期期末)

右の図のように 2 つの直線 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ があり、それらの交点を P とするとき、交点 P の座標を求めよ。



[解答欄]

[解答](3, 2)

[解説]

2点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) を通る直線の傾きは、 $(傾き) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ で求めることができる。

直線①はA(0, 5), B(5, 0)を通るので、

$$(直線①の傾き) = \frac{0-5}{5-0} = \frac{-5}{5} = -1$$

切片は5であるので、①の式は $y = -x + 5$ である。

直線②はC(0, -4), D(2, 0)を通るので、

$$(直線②の傾き) = \frac{0-(-4)}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$$

切片は-4であるので、②の式は $y = 2x - 4$ である。

2直線 $y = -x + 5 \cdots \textcircled{1}$, $y = 2x - 4 \cdots \textcircled{2}$ の交点を求めるためには、2直線の式を連立方程式として解けばよい。

②の y を①に代入すると、 $2x - 4 = -x + 5$, $2x + x = 5 + 4$, $3x = 9$, $x = 3$

$x = 3$ を①の $y = -x + 5$ に代入すると、 $y = -3 + 5$, $y = 2$

よって、交点Pの座標は(3, 2)である。

[3つの直線が1点で交わる]

[問題](後期中間)

次の3つの方程式のグラフが1点で交わる時、 m の値を求めよ。

$$4x + y = 4, 2x + y = 6, mx + y = 5$$

[解答欄]

[ヒント]

まず、 $4x + y = 4$, $2x + y = 6$ の交点を求める。

[解答] $m = 3$

[解説]

まず、 $4x + y = 4 \cdots \textcircled{1}$, $2x + y = 6 \cdots \textcircled{2}$ の交点を求める。

①-②より、 $2x = -2$, $x = -1$

$x = -1$ を①に代入すると、 $-4 + y = 4$, $y = 8$

よって、交点の座標は(-1, 8)である。

直線 $mx + y = 5 \cdots \textcircled{3}$ も交点(-1, 8)を通るので、③に $x = -1$, $y = 8$ を代入して、

$$-m + 8 = 5, -m = -3, m = 3$$

[問題](2 学期期末)

3 直線 $4x - 5y = 3$, $3x + 2y = 8$, $5x - ay = 4$ が 1 点で交わる時、 a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a = 6$

[解説]

まず、 $4x - 5y = 3 \cdots \textcircled{1}$, $3x + 2y = 8 \cdots \textcircled{2}$ の交点を求める。

交点を求めるためには、 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を連立方程式として解けばよい。

$$\textcircled{1} \times 3 \text{ より、} 12x - 15y = 9 \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 4 \text{ より、} 12x + 8y = 32 \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{2}' - \textcircled{1}' \text{ より、} 23y = 23, \text{ よって } y = 1$$

$$y = 1 \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入すると、} 4x - 5 \times 1 = 3, 4x = 8, x = 2$$

よって、交点の座標は $(2, 1)$

直線 $5x - ay = 4 \cdots \textcircled{3}$ も交点 $(2, 1)$ を通るので、 $\textcircled{3}$ に $x = 2, y = 1$ を代入して、

$$5 \times 2 - a \times 1 = 4, 10 - a = 4, -a = 4 - 10, -a = -6, a = 6$$

[その他]

[問題](2 学期中間)

一次関数 $y = 2x - 7$ のグラフ上で、 x 座標と y 座標の値が等しくなる点の座標を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

x 座標と y 座標の値が等しい点の座標は (a, a) とおくことができる。

[解答](7, 7)

[解説]

x 座標と y 座標の値が等しい点の座標は (a, a) とおくことができる。

点 (a, a) は $y = 2x - 7$ のグラフ上にあるので、

$$y = 2x - 7 \text{ に } x = a, y = a \text{ を代入すると、}$$

$$a = 2a - 7, a - 2a = -7, -a = -7, a = 7$$

よって、求める点の座標は $(7, 7)$ である。

* (別解)

x 座標と y 座標の値が等しくなる点は $y = x$ 上にあるので、

$y = 2x - 7 \cdots \textcircled{1}$ と $y = x \cdots \textcircled{2}$ の交点を、連立方程式を解いて求めることもできる。

①の y を②に代入すると, $2x-7=x$, $x=7$

$x=7$ を②に代入すると, $y=7$

よって, 求める座標は(7, 7)

[問題](前期期末)

一次関数 $y = \frac{1}{2}x - 3$ のグラフ上で, x 座標と y 座標の値が等しくなる点の座標を求めよ。

[解答欄]

--

[解答](-6, -6)

[解説]

x 座標と y 座標の値が等しい点の座標は(a , a)とおくことができる。

点(a , a)は $y = \frac{1}{2}x - 3$ のグラフ上にあるので,

$y = \frac{1}{2}x - 3$ に $x = a$, $y = a$ を代入すると, $a = \frac{1}{2}a - 3$, 両辺を 2 倍すると, $2a = a - 6$, $a = -6$

よって, 求める点の座標は(-6, -6)である。

[問題](2 学期中間)

2 直線 $x + y = 5$, $-3x + ay = 9$ の交点が(2, m)のとき, m , a の値を求めよ。

[解答欄]

$m =$	$a =$
-------	-------

[ヒント]

$x = 2$, $y = m$ を $x + y = 5$, $-3x + ay = 9$ にそれぞれ代入する。

[解答] $m = 3$ $a = 5$

[解説]

$x + y = 5$ は交点(2, m)を通るので, $x + y = 5$ に $x = 2$, $y = m$ を代入して,

$$2 + m = 5, m = 5 - 2 = 3$$

したがって, 交点の座標は(2, 3)である。

$-3x + ay = 9$ は交点(2, 3)を通るので, $-3x + ay = 9$ に $x = 2$, $y = 3$ を代入して,

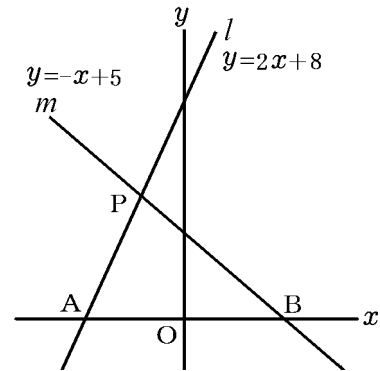
$$-3 \times 2 + a \times 3 = 9, -6 + 3a = 9, 3a = 9 + 6, 3a = 15, a = 5$$

【】 一次関数のグラフと面積など

【】 面積を求める(底辺が x 軸・ y 軸)

[問題](3 学期)

右図で、直線 l は $y=2x+8$ 、直線 m は $y=-x+5$ である。 l と m の交点を P 、 l と x 軸との交点を A 、 m と x 軸との交点を B とする。



- (1) 点 A の座標を求めよ。
- (2) 点 P の座標を求めよ。
- (3) $\triangle PAB$ の面積を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

- (1) 点 A は x 軸上なので、点 A の y 座標は 0 である。
- (2) 2 直線の交点は、2 直線の式を連立方程式として解いて求める。
- (3) A 、 B 、 P の座標がわかれば、 $\triangle PAB$ の面積を求めることができる。
 AB を底辺とすると、高さは点 P の y 座標になる。

[解答](1) $(-4, 0)$ (2) $(-1, 6)$ (3) 27

[解説]

(1) x 軸との交点の y 座標は 0 なので、 $y=2x+8$ に $y=0$ を代入する。

$$0=2x+8, 2x=-8, x=-4 \quad \text{よって点 } A \text{ の座標は } (-4, 0)$$

(2) 2 直線の交点は、2 直線の式 $y=2x+8 \cdots \textcircled{1}$ 、 $y=-x+5 \cdots \textcircled{2}$ を連立方程式として解いて求める。

$$\textcircled{1} \text{ の } y \text{ を } \textcircled{2} \text{ に代入すると、} 2x+8=-x+5, 3x=-3, x=-1$$

$$x=-1 \text{ を } \textcircled{2} \text{ に代入すると、} y=-(-1)+5=1+5=6$$

よって点 P の座標は $(-1, 6)$

(3) まず、点 B の x 座標を求めておく。

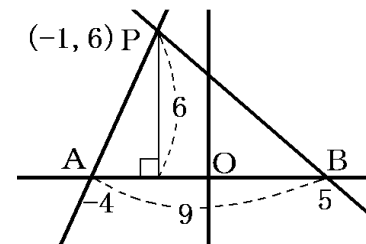
$$y=-x+5 \text{ に } y=0 \text{ を代入すると、} 0=-x+5, x=5$$

$\triangle PAB$ で底辺を AB とすると、

$$(\text{底辺})=AB=5-(-4)=5+4=9$$

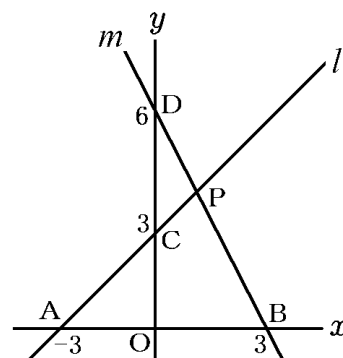
点 P の y 座標が 6 なので、(高さ) $=6$

$$\text{よって、} (\triangle PAB \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times (\text{底辺}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27$$



[問題](後期中間)

右の図のように、2点 $A(-3, 0)$ と $C(0, 3)$ を通る直線 l と、
2点 $B(3, 0)$ と $D(0, 6)$ を通る直線 m がある。直線 l, m は点 P で交わっている。このとき、次の各問いに答えよ。



- (1) 直線 l の式を求めよ。
- (2) 直線 m の式を求めよ。
- (3) 交点 P の座標を求めよ。
- (4) $\triangle PAB$ の面積を求めよ。ただし、1目もりは 1cm とする。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[ヒント]

- (1) 直線 l は、グラフから切片は 3 で、傾きは $\frac{3-0}{0-(-3)} = \frac{3}{3} = 1$ である。
- (2) 直線 m は、グラフから切片は 6 で、傾きは $\frac{0-6}{3-0} = \frac{-6}{3} = -2$ である。
- (3) 2直線の交点は、2直線の式を連立方程式として解いて求める。
- (4) AB を底辺とすると、高さは点 P の y 座標になる。

[解答](1) $y = x + 3$ (2) $y = -2x + 6$ (3) $(1, 4)$ (4) 12cm^2

[解説]

(1) 直線 l は2点 $A(-3, 0)$ と $C(0, 3)$ を通るので、

$$(\text{直線 } l \text{ の傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{0 - (-3)} = \frac{3}{3} = 1$$

切片は 3 なので、直線 l の式は $y = x + 3$ である。

(2) 直線 m は2点 $B(3, 0)$ と $D(0, 6)$ を通るので、

$$(\text{直線 } m \text{ の傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 6}{3 - 0} = \frac{-6}{3} = -2$$

切片は 6 なので、直線 m の式は $y = -2x + 6$ である。

(3) 2直線の交点は、2直線 $y = x + 3 \cdots \textcircled{1}$, $y = -2x + 6 \cdots \textcircled{2}$ を連立方程式として解いて求める。 $\textcircled{1}$ の y を $\textcircled{2}$ に代入すると、

$$x + 3 = -2x + 6, \quad x + 2x = 6 - 3, \quad 3x = 3, \quad x = 1$$

$$x = 1 \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入すると, } y = 1 + 3 = 4$$

よって、交点 P の座標は $(1, 4)$ である。

(4) $\triangle PAB$ で, AB を底辺とする。 $AB=3-(-3)=3+3=6$

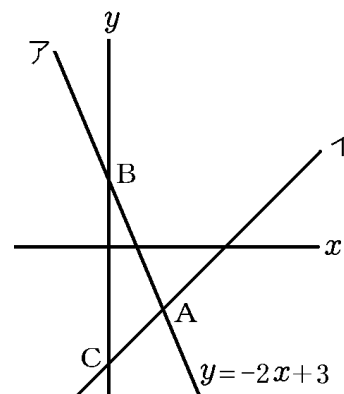
高さは点 P の y 座標の 4 になる。

よって, $(\triangle PAB \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 (\text{cm}^2)$

[問題](1 学期中間)

右図の直線アの式は $y = -2x + 3$ である。直線イは 2 点 $(-3, -9)$, $(2, -4)$ を通る直線である。

- (1) 直線イの式を求めよ。
- (2) 2 直線ア, イの交点 A の座標を求めよ。
- (3) 直線ア, イが y 軸と交わる点をそれぞれ B, C とする。 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
ただし, 1 目もりを 1cm とする。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

- (1) 直線イは 2 点を $(-3, -9)$, $(2, -4)$ を通るので, $(\text{傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - (-9)}{2 - (-3)}$
- (2) 直線の交点の座標は 2 直線ア, イの式を連立方程式として解いて求める。
- (3) まず, ア, イの式から点 B, C の y 座標(切片)を求める $\rightarrow BC$ の長さ
 $\triangle ABC$ の BC を底辺とすると, 高さは点 A の x 座標になる。

[解答](1) $y = x - 6$ (2) $(3, -3)$ (3) $\frac{27}{2} \text{cm}^2$

[解説]

(1) 直線イは 2 点を $(-3, -9)$, $(2, -4)$ を通るので,

$$(\text{傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - (-9)}{2 - (-3)} = \frac{-4 + 9}{2 + 3} = \frac{5}{5} = 1$$

傾きが 1 なので, この直線の式は $y = x + b$ とおく。点 $(2, -4)$ を通るので, $y = x + b$ に $x = 2, y = -4$ を代入すると, $-4 = 2 + b, b = -6$ よって, 直線イの式は, $y = x - 6$ である。

(2) 交点の座標は 2 直線 $y = x - 6 \cdots \textcircled{1}$, $y = -2x + 3 \cdots \textcircled{2}$ の式を連立方程式として解いて求める。

$\textcircled{1}$ の y を $\textcircled{2}$ に代入すると, $x - 6 = -2x + 3, 3x = 9, x = 3$

$x = 3$ を $\textcircled{1}$ に代入すると, $y = 3 - 6 = -3$ よって, アとイの交点は $(3, -3)$ である。

(3) $\triangle ABC$ の BC を底辺とすると、高さは点 A の x 座標になる。

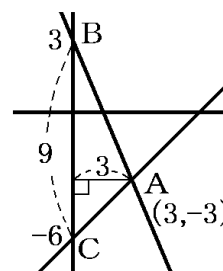
ア $y = -2x + 3$ の y 切片は 3 なので点 B の y 座標は $y = 3$

イ $y = x - 6$ の y 切片は -6 なので点 B の y 座標は $y = -6$

よって、(底辺 BC の長さ) $= 3 - (-6) = 9$ (cm)

(2) より点 A の x 座標は 3 なので高さは 3 (cm)

よって、($\triangle ABC$ の面積) $= \frac{1}{2} \times 9 \times 3 = \frac{27}{2}$ (cm²)



[問題](2 学期中間)

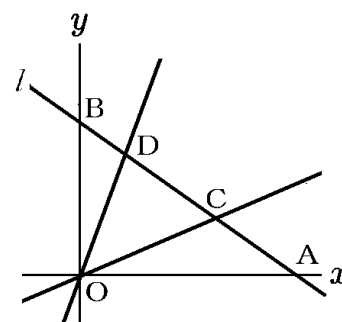
右の図において、 l は 2 点 $A(5, 0)$, $B(0, 5)$ を通る直線を

表す。 l と直線 $y = \frac{1}{2}x$ との交点を C とし、 l と直線 $y = 4x$ と

の交点を D とする。次の各問いに答えよ。

(1) 直線 l の式を求めよ。

(2) $\triangle ODB$ の面積は $\triangle OAC$ の面積の何倍か。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

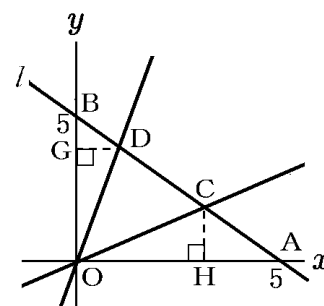
(1) l は 2 点 $A(5, 0)$, $B(0, 5)$ を通るので、

$$(\text{傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 5}{5 - 0} = \frac{-5}{5} = -1, \quad (y \text{ 切片}) = 5$$

(2) $\triangle ODB$ と $\triangle OAC$ の面積をそれぞれ求める。

例えば、 $\triangle ODB$ の底辺を $OB = 5$ とすると、高さは右図の DG になる。

点 D の x 座標を求めれば DG がわかる。



[解答](1) $y = -x + 5$ (2) $\frac{3}{5}$ 倍

[解説]

(1) l は 2 点 $A(5, 0)$, $B(0, 5)$ を通るので、

$$(\text{傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 5}{5 - 0} = \frac{-5}{5} = -1, \quad (y \text{ 切片}) = 5 \text{ なので、}$$

直線の式は、 $y = -x + 5$ である。

(2) $\triangle ODB$ と $\triangle OAC$ の面積をそれぞれ求める。

$\triangle ODB$ の底辺を $OB=5$ とすると、高さは右図の DG になる。

そこで、点 D の x 座標を求める。

点 D は直線 $y=-x+5$ …①と $y=4x$ …②の交点なので、

①、②を連立方程式として解く。②を①に代入すると、

$$4x = -x + 5, \quad 5x = 5, \quad x = 1$$

よって、 $DG=1$

$$\text{したがって、} (\triangle ODB \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times OB \times DG = \frac{1}{2} \times 5 \times 1 = \frac{5}{2}$$

次に、 $\triangle OAC$ の面積を求める。 $\triangle OAC$ の底辺を $OA=5$ とすると、高さは図の CH になる。

そこで、点 C の y 座標を求める。

点 C は直線 $y=-x+5$ と $y=\frac{1}{2}x$ の交点なので、

$$\frac{1}{2}x = -x + 5, \quad x = -2x + 10, \quad 3x = 10, \quad x = \frac{10}{3}$$

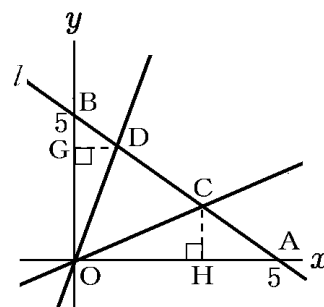
$$x = \frac{10}{3} \text{ を } y = \frac{1}{2}x \text{ に代入すると、} y = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} = \frac{5}{3}$$

よって、 $CH = \frac{5}{3}$

$$\text{したがって、} (\triangle OAC \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times OA \times CH = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{3} = \frac{25}{6}$$

$$(\triangle ODB \text{ の面積}) \div (\triangle OAC \text{ の面積}) = \frac{5}{2} \div \frac{25}{6} = \frac{5}{2} \times \frac{6}{25} = \frac{3}{5}$$

よって、 $\triangle ODB$ の面積は $\triangle OAC$ の面積の $\frac{3}{5}$ 倍である。



【】面積を求める(2つの三角形に分割)

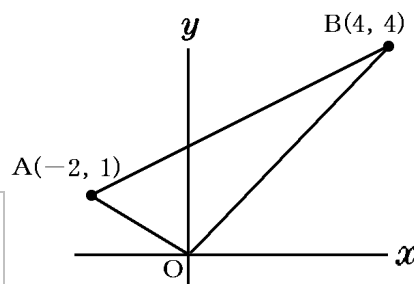
[問題](後期中間)

右の図について、次の各問いに答えよ。

- (1) 直線 AB の式を求めよ。
 (2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----



[ヒント]

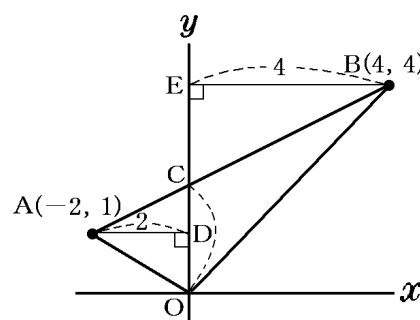
(1) $A(-2, 1), B(4, 4)$ なので、(直線 AB の傾き) $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 1}{4 - (-2)}$

(2) 右図のように、 $\triangle OAB$ を y 軸で 2 つの三角形

($\triangle OCA$ と $\triangle OCB$) に分割する。

OC を共通の底辺とすると、

高さは、それぞれ AD, BE になる。



[解答](1) $y = \frac{1}{2}x + 2$ (2) 6

[解説]

(1) $A(-2, 1), B(4, 4)$ なので、

$$(\text{直線 AB の傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 1}{4 - (-2)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

傾きが $\frac{1}{2}$ なので、この直線の式は $y = \frac{1}{2}x + b$ とおくことができる。

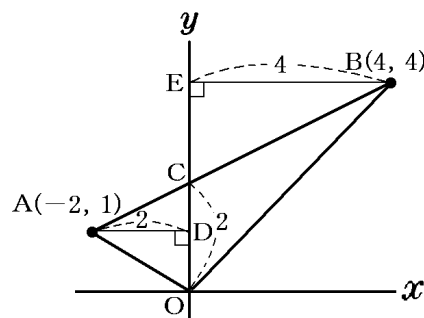
点 $A(-2, 1)$ を通るので、 $y = \frac{1}{2}x + b$ に $x = -2, y = 1$ を代入すると、

$$1 = \frac{1}{2} \times (-2) + b, \quad 1 = -1 + b, \quad b = 2 \quad \text{よって、直線 AB の式は、} y = \frac{1}{2}x + 2 \text{ である。}$$

(2) $\triangle OAB$ の OA, OB, AB は、 x 軸または y 軸に平行ではない。そこで、 $\triangle OAB$ を $\triangle OCA$ と $\triangle OCB$ の 2 つに分割して考える。右図のように、 $\triangle OCA$ で CO を底辺とすると、高さは $AD = 2$ となる。

点 C は直線 $AB: y = \frac{1}{2}x + 2$ の切片 (y 切片) なので、

点 C の y 座標は 2 になる。よって、 $CO = 2$ である。



したがって、 $(\triangle OCA \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times CO \times AD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

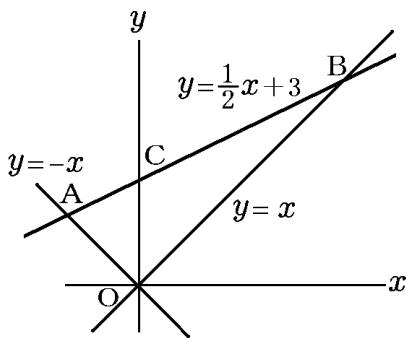
同様に、 $\triangle OCB$ で $CO=2$ を底辺とすると、高さは $BE=4$ となる。

したがって、 $(\triangle OCB \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times CO \times BE = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

よって、 $(\triangle OAB \text{ の面積}) = (\triangle OCA \text{ の面積}) + (\triangle OCB \text{ の面積}) = 2 + 4 = 6$

[問題](2学期中間)

次の図で、3直線 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 、 $y = x$ 、 $y = -x$ で囲まれる $\triangle OAB$ の面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

$\triangle OAB$ を $\triangle OCA$ と $\triangle OCB$ の 2 つに分割して考える。

[解答]12

[解説]

$\triangle OAB$ を $\triangle OCA$ と $\triangle OCB$ の 2 つに分割して考える。

まず、点 A と点 B の座標を求める。

点 A は $y = \frac{1}{2}x + 3 \cdots \textcircled{1}$ と $y = -x \cdots \textcircled{2}$ の交点なので、 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ を連立方程式として解く。

$\textcircled{1}$ を $\textcircled{2}$ に代入すると、 $\frac{1}{2}x + 3 = -x$ 、 $x + 6 = -2x$ 、 $3x = -6$ 、 $x = -2$

$x = -2$ を $\textcircled{2}$ に代入すると、 $y = -(-2) = 2$

よって、点 A の座標は $(-2, 2)$ である。

$y = \frac{1}{2}x + 3$ と $y = x$ の交点 B も同様にして求める。

$$\frac{1}{2}x+3=x, \quad x+6=2x, \quad x=6, \quad y=x=6$$

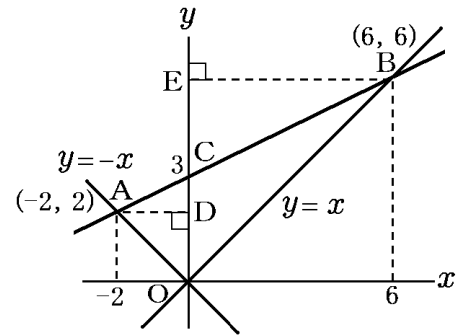
よって、点 B の座標は(6, 6)である。

右図で、

$$(\triangle OCA \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times OC \times AD = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$$

$$(\triangle OCB \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times OC \times BE = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$$

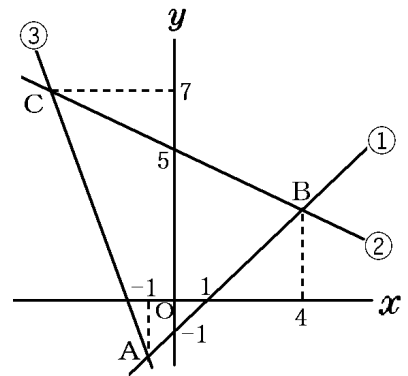
よって、 $(\triangle OAB \text{ の面積}) = (\triangle OCA \text{ の面積}) + (\triangle OCB \text{ の面積}) = 3 + 9 = 12$



[問題](後期中間)

右の図において、①、②、③は直線を表している。次の各問いに答えよ。

- (1) ①の式を求めよ。
- (2) ③の式を求めよ。
- (3) 3つの直線で囲まれた $\triangle ABC$ の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

(1)(2) この問題の直線の式は、①→②→③の順で求めるとうまくいく。

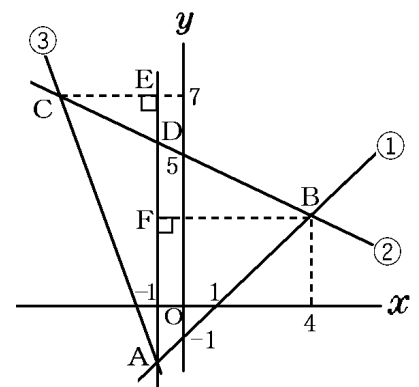
①の式：(0, -1), (1, 0)を通る。

②の式：(0, 5)を通る。点 B の x 座標 4 を①の式に代入する
→点 B の座標

③の式：点 A の x 座標 -1 を①の式に代入する→点 A の座標。

点 C の y 座標 7 を②の式に代入する→点 C の座標

(3) y 軸で分割しようとする、三角形と四角形になる。そこで、右図のように、点 A を通って y 軸に平行な直線 AE で、 $\triangle ADB$ と $\triangle ADC$ の 2 つの三角形に分ける。



[解答](1) $y = x - 1$ (2) $y = -3x - 5$ (3) 30

【解説】

(1) グラフより、直線①は2点(0, -1), (1, 0)を通るので、

$$(\text{傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-1)}{1 - 0} = \frac{1}{1} = 1 \text{ で、切片は } -1 \text{ である。}$$

よって、直線①の式は $y = x - 1$ である。

(2) 直線③上の2点 A, C の座標がわかれば、直線③の式を求めることができる。

点 A は、直線①上の点でもあるので、 $x = -1$ を、(1)で求めた①の式 $y = x - 1$ に代入すると、 $y = -1 - 1 = -2$ になる。よって、点 A の座標は $(-1, -2)$ であることがわかる。・・・<1>

点 C の y 座標は 7 であるが、x 座標は与えられていない。直線②の式がわかれば、点 C の x 座標を求めることができる。そこで、まず、直線②の式を求める。

グラフより、直線②は点(0, 5)を通るので切片は 5 である。

点 B は直線①上にもあるので、 $x = 4$ を(1)で求めた①の式 $y = x - 1$ に代入すると、 $y = 4 - 1 = 3$ となる。したがって、点 B の座標は $(4, 3)$ である。

以上より、直線②は2点(0, 5), (4, 3)を通るので、

$$(\text{傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 5}{4 - 0} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \text{ で、切片は } 5 \text{ である。}$$

よって、直線②の式は、 $y = -\frac{1}{2}x + 5$ であることがわかる。

点 C の y 座標は 7 であるので、 $y = -\frac{1}{2}x + 5$ に $y = 7$ を代入すると、

$$7 = -\frac{1}{2}x + 5, \quad 14 = -x + 10, \quad x = 10 - 14, \quad x = -4$$

よって、点 C の座標は $(-4, 7)$ である。・・・<2>

<1>, <2>より、直線③は、2点 A $(-1, -2)$, C $(-4, 7)$ を通る。

$$(\text{傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 7}{-1 - (-4)} = \frac{-9}{3} = -3$$

傾きが -3 なので、直線③の式は $y = -3x + b$ とおくことができる。

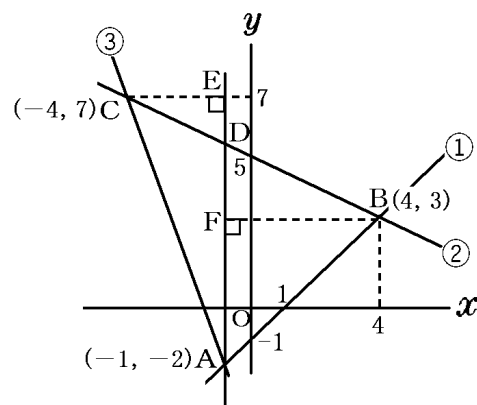
点 A $(-1, -2)$ を通るので、 $y = -3x + b$ に $x = -1, y = -2$ を代入すると、

$$-2 = -3 \times (-1) + b, \quad -2 = 3 + b, \quad b = -5 \quad \text{よって、直線③の式は、} y = -3x - 5$$

(3) $\triangle ABC$ の AB, BC, CA は、x 軸または y 軸に平行ではないので、 $\triangle ABC$ を2つの三角形に分割して考える。

y 軸で分割しようとする、三角形と四角形になる。

そこで、右図のように、点 A を通って y 軸に平行な直



線 AE で、 $\triangle ADB$ と $\triangle ADC$ の 2 つの三角形に分ける。点 D の x 座標は -1 であるので、直

線② $y = -\frac{1}{2}x + 5$ に $x = -1$ を代入すると、

$$y = -\frac{1}{2} \times (-1) + 5 = \frac{1}{2} + 5 = \frac{11}{2} \quad \text{よって、} AD = \frac{11}{2} - (-2) = \frac{11}{2} + 2 = \frac{15}{2}$$

$\triangle ADB$ で $AD = \frac{15}{2}$ を底辺とすると、高さは $BF = 4 - (-1) = 5$ なので、

$$(\triangle ADB \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times 5 = \frac{75}{4}$$

$\triangle ADC$ で $AD = \frac{15}{2}$ を底辺とすると、高さは $CE = -1 - (-4) = 3$ なので、

$$(\triangle ADC \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times 3 = \frac{45}{4}$$

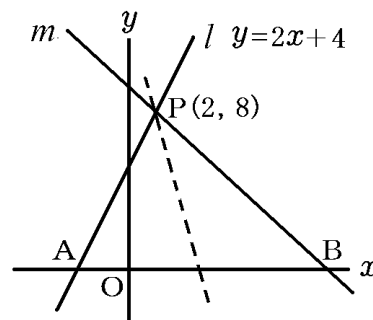
$$\text{よって、} (\triangle ABC \text{ の面積}) = (\triangle ADB \text{ の面積}) + (\triangle ADC \text{ の面積}) = \frac{75}{4} + \frac{45}{4} = \frac{120}{4} = 30$$

【】面積の二等分

[三角形の面積の二等分]

[問題](2 学期期末)

直線 $l: y=2x+4$ 、傾き -1 の直線 m が図のように点 $P(2, 8)$ で交わっている。次の各問いに答えよ。



(1) 直線 m の式を求めよ。

(2) $\triangle ABP$ の面積を求めよ。

(3) 点 P を通り、 $\triangle ABP$ の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

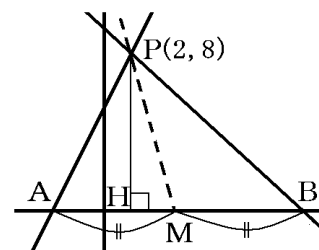
[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

(3) 線分 AB の中点を M とする。

$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ で、それぞれの底辺を AM, BM とすると、 $AM=BM$ で底辺の長さは等しい。高さは図の PH で共通。よって、 $\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ の面積は等しくなる。



[解答](1) $y=-x+10$ (2) 48 (3) $y=-4x+16$

[解説]

(1) 傾きが -1 なので m の式は $y=-x+b$ とおくことができる。 $P(2, 8)$ を通るので、 $x=2, y=8$ を $y=-x+b$ に代入して、 $8=-2+b, b=10$

よって、直線 m の式は、 $y=-x+10$ となる。

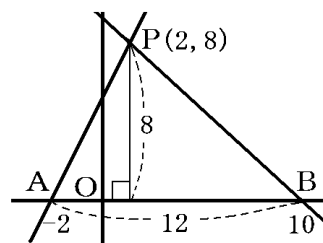
(2) 直線 $l: y=2x+4$ に $y=0$ を代入すると、 $0=2x+4$ で $x=-2$ 。よって点 A の x 座標は -2

(1)より、直線 $m: y=-x+10$

$y=-x+10$ に $y=0$ を代入すると、 $0=-x+10, x=10$

よって、点 B の x 座標は 10 。

したがって、 $AB=10-(-2)=12$

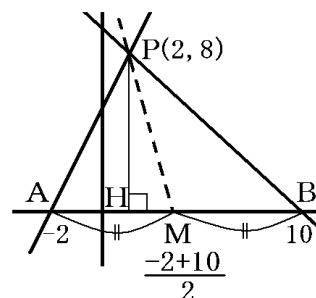


底辺を AB とすると、高さは点 P の y 座標で 8 、よって、 $(\triangle ABP \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$

(3) 線分 AB の中点を M とする。

$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ で、それぞれの底辺を AM, BM とすると、 $AM=BM$ で底辺の長さは等しい。高さは図の PH で共通。よって、 $\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ の面積は等しくなる。

AB の中点 M の x 座標は、 $\frac{-2+10}{2} = 4$



面積を二等分する直線は点 P(2, 8) と M(4, 0) とを通る。

$$(\text{直線 PM の傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 8}{4 - 2} = \frac{-8}{2} = -4$$

傾きが -4 なので、直線 PM の式は $y = -4x + b$ とおくことができる。

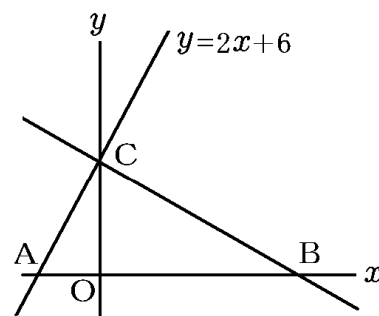
直線 PM は M(4, 0) を通るので、 $y = -4x + b$ に $x = 4, y = 0$ を代入すると、

$$0 = -4 \times 4 + b, \quad b = 16$$

よって、 $\triangle ABP$ の面積を 2 等分する直線 PM の式は、 $y = -4x + 16$ である。

[問題](2 学期中間)

右の図で、点 A, B は、 x 軸上、点 C は y 軸上の点である。直線 AC の式が $y = 2x + 6$ であるとき、次の問いに答えよ。



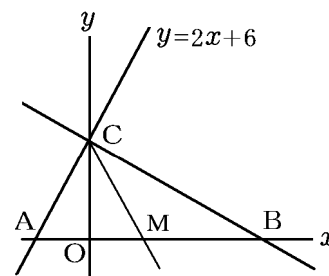
- (1) $\triangle AOC$ の面積を求めよ。
- (2) $\triangle COB$ の面積が、 $\triangle AOC$ の 3 倍であるとき、直線 CB の式を求めよ。
- (3) 直線 CB が(2)の条件を満たすとき、点 C を通り $\triangle CAB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

(2) $\triangle COB$ の底辺を OB とすると高さは CO である。また、 $\triangle AOC$ の底辺を OA とすると高さは CO である。したがって、 $\triangle COB$ と $\triangle AOC$ は高さが CO で共通なので、2 つの三角形の底辺の長さの比と面積比は等しくなる。 $\triangle COB$ の面積は $\triangle AOC$ の 3 倍であるので、 $OB = 3OA$ となる。



(3) 点 C を通り $\triangle CAB$ の面積を 2 等分する直線は、右図のように線分 AB の中点 M を通る。

[解答](1) 9 (2) $y = -\frac{2}{3}x + 6$ (3) $y = -2x + 6$

[解説]

(1) 点 A の y 座標は $y = 0$ なので、 $y = 2x + 6$ に $y = 0$ を代入して、

$$0 = 2x + 6, \quad 2x = -6, \quad x = -3$$

よって、点 A の座標は $(-3, 0)$ で、 $OA = 3$

点 C は $y = 2x + 6$ の切片 (y 切片) なので、点 C の座標は (0, 6) で、 $OC = 6$

したがって、 $(\triangle AOC \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times OA \times OC = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$

(2) $\triangle COB$ の底辺を OB とすると高さは CO である。また、 $\triangle AOC$ の底辺を OA とすると高さは CO である。したがって、 $\triangle COB$ と $\triangle AOC$ は高さが CO で共通なので、2 つの三角形の底辺の長さの比と面積比は等しくなる。 $\triangle COB$ の面積は $\triangle AOC$ の 3 倍であるので、 $OB = 3OA = 3 \times 3 = 9$ となり、点 B の座標は (9, 0) となる。

2 点 C(0, 6), B(9, 0) を通る直線 CB の式を求める。

$$(\text{直線 CB の傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 6}{9 - 0} = \frac{-6}{9} = -\frac{2}{3}$$

直線 CB は C(0, 6) を通るので切片 (y 切片) は 6 である。

よって、直線 CB の式は、 $y = -\frac{2}{3}x + 6$ となる。

(3) 点 C を通り $\triangle CAB$ の面積を 2 等分する直線は、右図のように線分 AB の中点 M を通る。A(-3, 0), B(9, 0) なので、

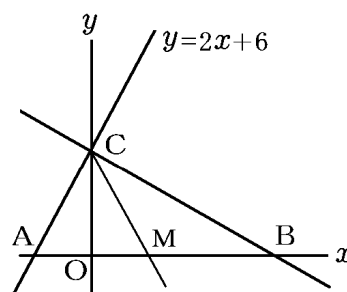
中点 M の x 座標は、 $\frac{-3 + 9}{2} = \frac{6}{2} = 3$ となる。

2 点 C(0, 6), M(3, 0) を通る直線の式を求める。

$$(\text{直線 MC の傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 6}{3 - 0} = \frac{-6}{3} = -2$$

直線 MC は C(0, 6) を通るので切片 (y 切片) は 6 である。

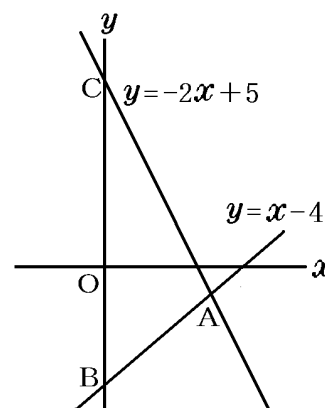
よって、 $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する直線 MC の式は、 $y = -2x + 6$ である。



[問題](1 学期中間)

右の図のように、2 つの直線 $y = x - 4$, $y = -2x + 5$ の交点を A, y 軸と交わる点をそれぞれ B, C とするとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 交点 A の座標を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (3) 点 B を通り、 $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

(1) 2直線の交点は、2直線の式を連立方程式として解いて求める。

(2) BCを底辺とすると、高さは点Aのx座標と等しくなる。

(3) 線分ACの中点をMとする。点Bを通り、 $\triangle ABC$ の面積を2等分する直線はBMになる。

2点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ の中点の座標は、 $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ で求めることができる。

[解答](1) $(3, -1)$ (2) $\frac{27}{2}$ (3) $y = 4x - 4$

[解説]

(1) 2直線の交点は、2直線の式 $y = x - 4 \cdots \textcircled{1}$ 、 $y = -2x + 5 \cdots \textcircled{2}$ を連立方程式として解いて求める。①のyを②に代入すると、

$$x - 4 = -2x + 5, 3x = 9, x = 3$$

$$x = 3 \text{を}\textcircled{1}\text{に代入すると、} y = 3 - 4 = -1$$

よって、交点Aの座標は $(3, -1)$ となる。

(2) BCを底辺とすると、高さはA点のx座標と等しくなる。

点Cのy座標は $y = -2x + 5$ の切片(y切片)なので、 $y = 5$

点Bのy座標は $y = x - 4$ の切片(y切片)なので、 $y = -4$

よって、 $BC = 5 - (-4) = 9$ 、(1)より点Aの座標は

$(3, -1)$ なので高さは3である。よって、

$$(\triangle ABC \text{の面積}) = \frac{1}{2} \times BC \times (\text{高さ}) = \frac{1}{2} \times 9 \times 3 = \frac{27}{2}$$

(3) 線分ACの中点をMとする。

$\triangle BAM$ と $\triangle BCM$ でそれぞれの底辺をAM, CMとすると、

$AM = CM$ で底辺の長さは等しい。高さは図のBHで共通。

ゆえに $\triangle BAM$ と $\triangle BCM$ の面積は等しくなる。

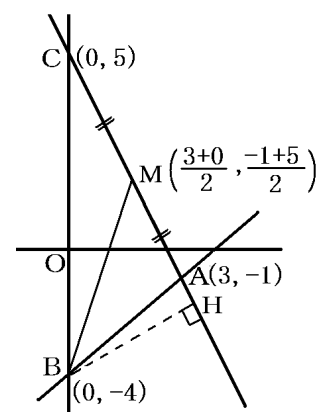
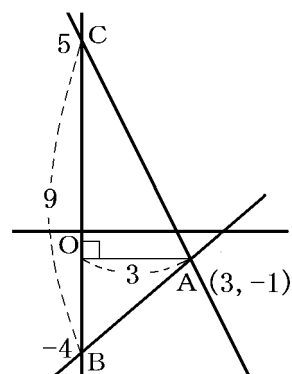
そこで、まずMの座標を求める。

(1)より $A(3, -1)$ 、点Cは $y = -2x + 5$ の切片なので $C(0, 5)$

$$A(3, -1), C(0, 5) \text{の中点} M \text{は} \left(\frac{3+0}{2}, \frac{-1+5}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, 2\right)$$

*2点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ の中点の座標は、 $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

2点 $B(0, -4), M\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ を通る直線BMの式を求める。

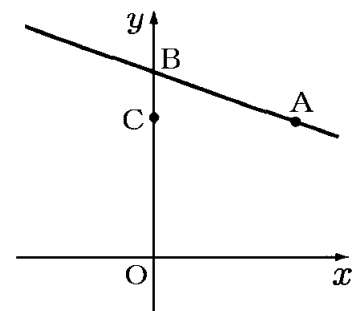


$$(\text{直線 BM の傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-4)}{\frac{3}{2} - 0} = 6 \div \frac{3}{2} = 6 \times \frac{2}{3} = 4$$

点 B の y 座標は -4 なので、直線 BM の切片 (y 切片) は -4 である。
したがって、直線 BM の式は $y = 4x - 4$ になる。

[問題](入試問題)

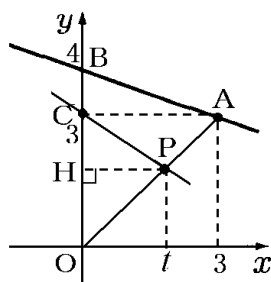
右の図のように、関数 $y = -\frac{1}{3}x + 4$ のグラフ上に点 A(3, 3) があり、このグラフと y 軸との交点を B とする。y 軸上に点 C(0, 3) がある。点 C を通り、 $\triangle ABO$ の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。



(広島県)

[解答欄]

[ヒント]



[解答] $y = -\frac{1}{2}x + 3$

[解説]

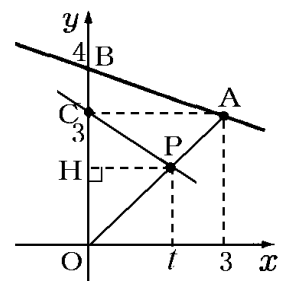
まず、 $\triangle ABO$ の面積を求める。

$y = -\frac{1}{3}x + 4$ の切片 (y 切片) は 4 なので、点 B の y 座標は 4 である。

また、AC は x 軸に平行なので、 $AC \perp BO$ である。

$$(\triangle ABO \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times BO \times AC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

次に、線分 AO 上に、直線 CP が $\triangle ABO$ の面積を 2 等分するような点 P をとる。点 P の x 座標を t とする。



$$(\triangle PCO \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times CO \times PH = \frac{1}{2} \times 3 \times t = \frac{3}{2}t$$

$$(\triangle PCO \text{ の面積}) = (\triangle ABO \text{ の面積}) \times \frac{1}{2} = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

よって、 $\frac{3}{2}t = 3$, $t = 2$

点 P の y 座標を求めるために、直線 OA の式を求める。(OA の傾き) = $\frac{3}{3} = 1$ で、原点を通る

ので、直線 OA の式は $y = x$ である。 $y = x$ に $x = 2$ を代入すると $y = 2$ となる。

よって、点 P の座標は (2, 2) である。点 C の座標は (0, 3) である。

$$(\text{直線 CP の傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 3}{2 - 0} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

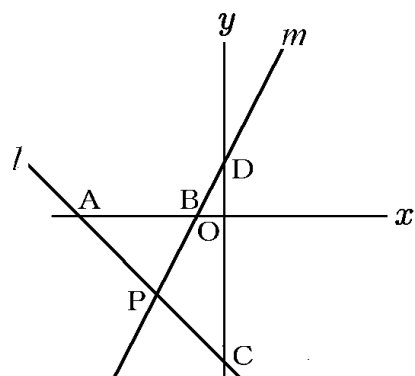
点 C の座標は (0, 3) なので、直線 CP の切片 (y 切片) は 3 である。

したがって、直線 CP の式は $y = -\frac{1}{2}x + 3$ である。

[問題](2 学期中間)

右の図で、直線 l の式は $y = -x - 8$ で、直線 m の式は $y = 2x + 4$ である。次の各問いに答えよ。

- (1) 点 P の座標を求めよ。
- (2) 四角形 PCOB の面積を求めよ。
- (3) 点 P を通り、四角形 PCOB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

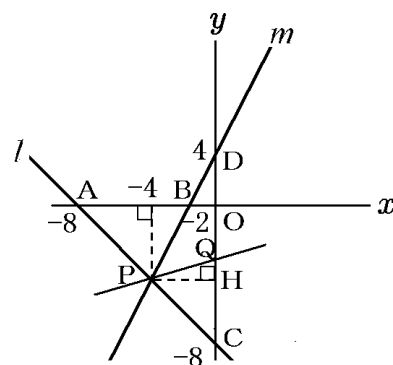
(2) (四角形 PCOB の面積) = (△PCD の面積) - (△DBO の面積)

(3) 右図のように、点 P を通り、四角形 PCOB の面積を 2 等分する直線を PQ とする。

$$(\triangle PCQ \text{ の面積}) = (\text{四角形 PCOB の面積}) \times \frac{1}{2}$$

$$(\triangle PCQ \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times CQ \times PH$$

より、CQ を求める。



[解答](1) $(-4, -4)$ (2) 20 (3) $y = \frac{1}{4}x - 3$

[解説]

(1) 2直線の交点は、2直線 $y = -x - 8 \cdots \textcircled{1}$, $y = 2x + 4 \cdots \textcircled{2}$ の式を連立方程式として解いて求める。②の y を①に代入すると、

$$2x + 4 = -x - 8, \quad 3x = -12, \quad x = -4$$

$$x = -4 \text{ を } y = -x - 8 \text{ に代入すると, } y = 4 - 8 = -4$$

よって、点 P の座標は $(-4, -4)$ である。

(2) (四角形 $PCOB$ の面積) = ($\triangle PCD$ の面積) - ($\triangle DBO$ の面積)

まず、 B の x 座標、 C と D の y 座標を求めておく。

直線 l の式 $y = -x - 8$ より切片 (y 切片) は -8 なので、

C の y 座標は -8 である。

直線 m の式 $y = 2x + 4$ より切片 (y 切片) は 4 なので、 D の y 座標は 4 である。

$y = 2x + 4$ に $y = 0$ を代入すると、 $0 = 2x + 4$,

$$2x = -4, \quad x = -2 \text{ なので点 } B \text{ の } x \text{ 座標は } -2 \text{ である。}$$

右図で、 $\triangle PCD$ の底辺を CD とすると、高さは PH になる。

図より、 $CD = 4 - (-8) = 4 + 8 = 12$, $PH = 4$ なので、

$$(\triangle PCD \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times CD \times PH = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$$

$$\text{次に, } (\triangle DBO \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times BO \times DO = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

よって、(四角形 $PCOB$ の面積) = ($\triangle PCD$ の面積) - ($\triangle DBO$ の面積) = $24 - 4 = 20$

(3) 右図のように、点 P を通り、四角形 $PCOB$ の面積を

2等分する直線を PQ とする。

四角形 $PCOB$ の面積は(2)より 20 なので、

$$(\triangle PCQ \text{ の面積}) = 20 \div 2 = 10$$

$$(\triangle PCQ \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times CQ \times PH = \frac{1}{2} \times CQ \times 4 = 2CQ$$

$$\text{よって, } 2CQ = 10, \quad CQ = 5$$

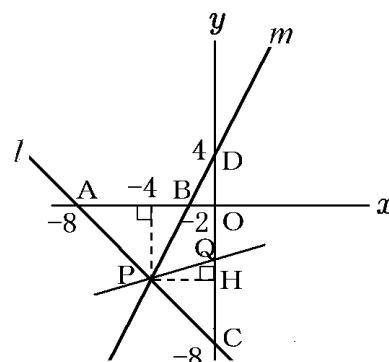
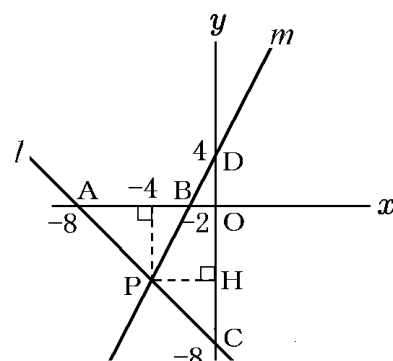
点 C の座標は $(0, -8)$ なので、

点 Q の座標は $(0, -8 + 5)$, $(0, -3)$ になる。

$$(1) \text{より } P(-4, -4) \text{ なので, } (\text{直線 } PQ \text{ の傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - (-3)}{-4 - 0} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

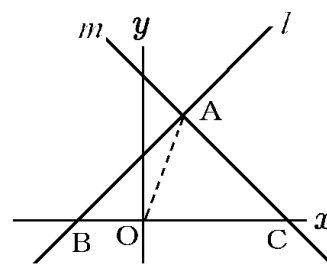
点 Q の座標は $(0, -3)$ なので、直線 PQ の切片 (y 切片) は -3 である。

よって、直線 PQ の式は、 $y = \frac{1}{4}x - 3$ である。



[問題](後期中間)

2 直線 l , m がある。 l の式は $y=x+3$, m の傾きは -1 で、 l と m の交点を $A(2, p)$ とする。また、 l , m と x 軸との交点をそれぞれ B , C とする。次の各問いに答えよ。



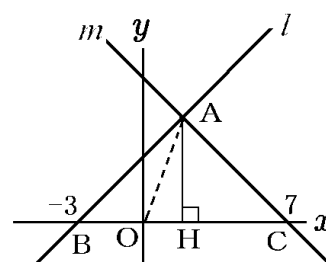
- (1) p の値を求めよ。
- (2) 直線 m の式を求めよ。
- (3) $\triangle AOB$ と $\triangle AOC$ の面積の比を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3) $\triangle AOB : \triangle AOC =$
-----	-----	---------------------------------------

[ヒント]

- (1) 点 $A(2, p)$ は直線 $l : y=x+3$ 上にある。
- (2) 直線 m は、傾きが -1 なので $y=-x+b$ とおくことができる。
- (3) $\triangle AOB$ と $\triangle AOC$ のそれぞれの底辺を BO , CO とすると、高さは共通(右図の AH)になるので、 $\triangle AOB$ と $\triangle AOC$ の面積の比は、底辺の比 $BO : CO$ と等しくなる。



[解答](1) 5 (2) $y=-x+7$ (3) $\triangle AOB : \triangle AOC=3 : 7$

[解説]

(1) 点 $A(2, p)$ は直線 $l : y=x+3$ 上にあるので、 $x=2$, $y=p$ を $y=x+3$ に代入すると、 $p=2+3=5$ が成り立つ。

(2) 直線 m は、傾きが -1 なので $y=-x+b$ とおくことができる。

直線 m は点 $A(2, 5)$ を通るので、 $x=2$, $y=5$ を $y=-x+b$ に代入すると、

$$5 = -2 + b, \quad b = 7$$

よって、直線 m の式は、 $y=-x+7$ である。

(3) $\triangle AOB$ と $\triangle AOC$ のそれぞれの底辺を BO , CO とすると、高さは共通(右図の AH)になるので、 $\triangle AOB$ と $\triangle AOC$ の面積の比は、底辺の比 $BO : CO$ と等しくなる。

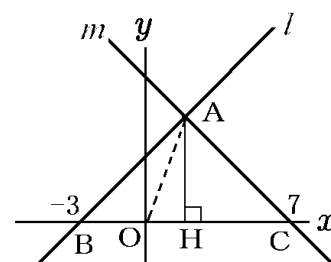
l の式 $y=x+3$ に $y=0$ を代入すると、 $0=x+3$, $x=-3$

なので、 $OB=3$ である。

m の式 $y=-x+7$ に $y=0$ を代入すると、 $0=-x+7$, $x=7$ なので、

$CO=7$ である。

よって、 $\triangle AOB : \triangle AOC = BO : CO = 3 : 7$



【】面積(等積変形)

[問題](2学期中間)

右の図のように、1次関数

$$y = 2x + 3 \cdots \textcircled{1}$$

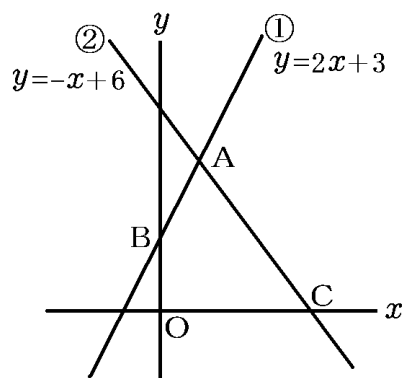
$$y = -x + 6 \cdots \textcircled{2}$$

のグラフがある。①、②のグラフの交点を A、①のグラフと y 軸との交点を B、②のグラフと x 軸との交点を C とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 点 B、C の座標をそれぞれ求めよ。

(2) 点 A の座標を求めよ。

(3) y 軸上に点 P をとって、 $\triangle ABC$ と面積が等しくなるように $\triangle ABP$ をつくりたい。このとき、点 P の y 座標の値 p を求めよ。(ただし、 $p < 3$ である。)



[解答欄]

(1)B :	C :	(2)
(3)		

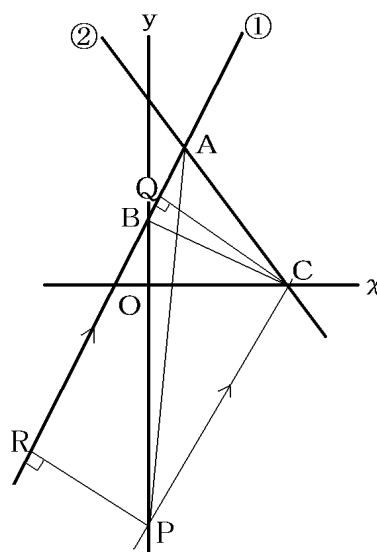
[ヒント]

(3) *この問題は、数学 2 年の図形の「等積変形」の考え方を使う。

点 C を通り AB に平行な直線をひくと、この直線と y 軸が交わる点が点 P である。

このとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle ABP$ は底辺 AB を共有する。 $\triangle ABC$ の高さ CQ と $\triangle ABP$ の高さ PR は、 $AB \parallel CP$ なので等しくなる。よって、 $\triangle ABC$ と $\triangle ABP$ の面積は等しくなる。

点 C を通って①と平行な直線を求め、この直線が y 軸と交わる点を求めればよい。



[解答](1)B : (0, 3) C : (6, 0) (2) (1, 5) (3) $p = -12$

[解説]

(1) 点 B は直線 $y = 2x + 3$ の切片 (y 切片) なので、点 B の座標は (0, 3) である。

次に、点 C の座標を求めるために、②の $y = -x + 6$ に $y = 0$ を代入すると、

$0 = -x + 6$, $x = 6$ よって、点 C の座標は (6, 0) になる。

(2) 2 直線の交点を求めるために、2 直線の式 $y = 2x + 3 \cdots \textcircled{1}$ と $y = -x + 6 \cdots \textcircled{2}$ を連立方程式として解く。

①の y を②に代入すると、 $2x + 3 = -x + 6$, $2x + x = 6 - 3$, $3x = 3$, $x = 1$

$x = 1$ を①に代入すると、 $y = 2 \times 1 + 3 = 5$ よって、交点 A の座標は (1, 5)

(3) *この問題は、数学2年の図形の「等積変形」の考え方を使う。

点Cを通りABに平行な直線をひくと、この直線とy軸が交わる点が点Pである。

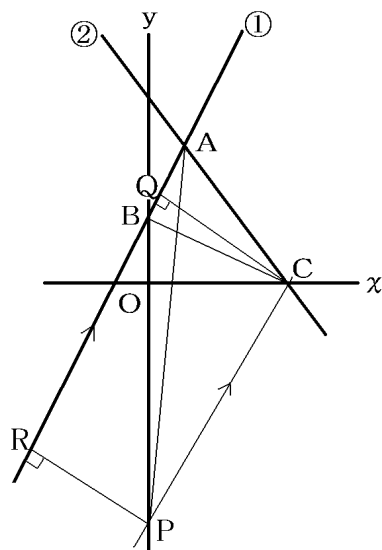
このとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle ABP$ は底辺ABを共有する。 $\triangle ABC$ の高さCQと $\triangle ABP$ の高さPRは、 $AB \parallel CP$ なので等しくなる。よって、 $\triangle ABC$ と $\triangle ABP$ の面積は等しくなる。

点Cを通して①と平行な直線の傾きは①の傾きと等しくなるので、式は、 $y = 2x + b$ と表すことができる。これに $C(6, 0)$ を代入して、

$$0 = 12 + b \text{ で } b = -12, \text{ 式は } y = 2x - 12$$

$y = 2x - 12$ がy軸と交わる点Pの座標は $(0, -12)$

よって、 $p = -12$

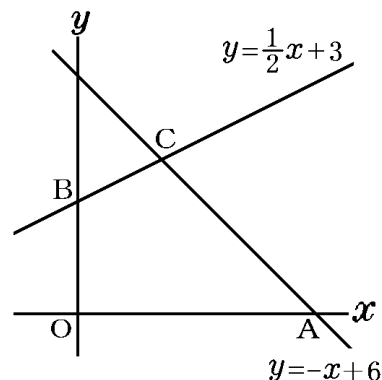


[問題](後期期末)

右の図のように、2つの直線 $y = -x + 6$ 、 $y = \frac{1}{2}x + 3$ がある。

次の各問いに答えよ。

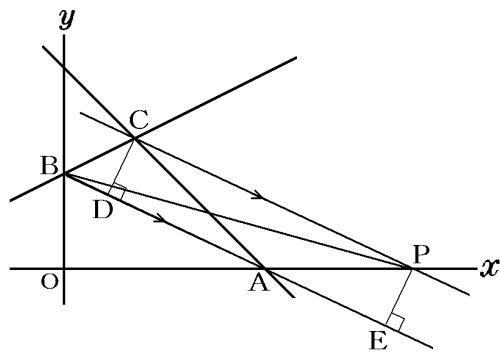
- (1) 点A, Cの座標をそれぞれ求めよ。
- (2) 四角形OACBと面積の等しい三角形OBPをつくりたい。点Pの座標をx軸上にとるとき、点Pの座標を求めよ。ただし、 $x > 6$ とする。



[解答欄]

(1)A :	C :	(2)
--------	-----	-----

[ヒント]



[解答]A : (6, 0) C : (2, 4) (2) (10, 0)

[解説]

(1)A : $y = -x + 6$ に $y = 0$ を代入すると、 $0 = -x + 6$ 、 $x = 6$ よって、 $A(6, 0)$

C : $y = -x + 6 \cdots \textcircled{1}$ 、 $y = \frac{1}{2}x + 3 \cdots \textcircled{2}$ を連立方程式として解く。

②の y を①に代入すると、 $\frac{1}{2}x + 3 = -x + 6$ 、 $x + 6 = -2x + 12$ 、 $x + 2x = 12 - 6$ 、 $3x = 6$ 、 $x = 2$

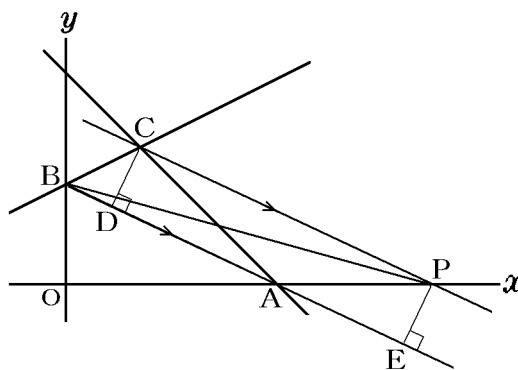
$x = 2$ を①の $y = -x + 6$ に代入すると、

$$y = -2 + 6 = 4$$

よって、点 C の座標は $(2, 4)$ である。

(2) *この問題は、数学 2 年の図形の「等積変形」の考え方をを使う。

右図で、 $BA \parallel CP$ となるように、直線 CP をひくと、 $\triangle BAC$ と $\triangle BAP$ は、底辺 BA が共通で高さ (CD と PE) が等しいので、面積が等しくなる。



このとき、(四角形 $OACB$) = $(\triangle OAB) + (\triangle BAC) = (\triangle OAB) + (\triangle BAP) = (\triangle OBP)$ となる。そこで、直線 CP の式を求めて、点 P の座標を求める。

点 B は $y = \frac{1}{2}x + 3$ の切片であるので B の座標は $(0, 3)$ である。また、(1)より点 A の座標は $(6,$

$0)$ である。よって、(直線 BA の傾き) = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 3}{6 - 0} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$

$CP \parallel BA$ なので、直線 CP の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。

したがって、直線 CP の式は $y = -\frac{1}{2}x + b$ とおくことができる。

直線 CP は $C(2, 4)$ を通るので、 $y = -\frac{1}{2}x + b$ に $x = 2$ 、 $y = 4$ を代入すると、

$$4 = -\frac{1}{2} \times 2 + b, \quad 4 = -1 + b, \quad b = 5$$

よって、直線 CP の式は、 $y = -\frac{1}{2}x + 5$ であることがわかる。

点 P の y 座標は 0 であるので、 $y = -\frac{1}{2}x + 5$ に $y = 0$ を代入すると、

$$0 = -\frac{1}{2}x + 5, \quad \text{両辺を 2 倍して, } 0 = -x + 10, \quad x = 10$$

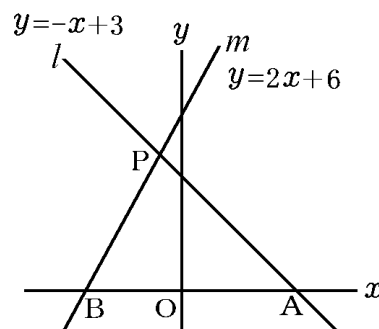
したがって、点 P の座標は $(10, 0)$ である。

【】 その他

[回転体の体積]

[問題](2 学期期末)

右の図で、直線 l, m はそれぞれ 1 次関数 $y = -x + 3$, $y = 2x + 6$ のグラフである。直線 l, m の交点を P とし、直線 l, m と x 軸との交点をそれぞれ A, B とする。このとき、次の各問いに答えよ。



- (1) 点 A, B, P の座標をそれぞれ求めよ。
- (2) $\triangle APB$ の面積を求めよ。
- (3) 点 B を通り $\triangle APB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。
- (4) $\triangle APB$ を、 x 軸を軸として回転させたときにできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

(1)A :	B :	C :
(2)	(3)	(4)

[ヒント]

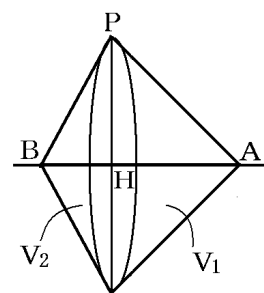
(4) $\triangle APB$ を、 x 軸を軸として回転させたときにできる立体は右図のように、2 つの円錐 V_1 と V_2 を合わせた形になる。

V_1 は底面の円の半径が PH で、高さが AH の円錐であるので、

$$(V_1 \text{ の体積}) = \frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times AH \text{ で計算できる。}$$

同様に、 $(V_2 \text{ の体積}) = \frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times BH$ で計算できる。

PH, AH, BH は、 A, B, P の座標から計算する。



[解答](1) $A : (3, 0)$ $B : (-3, 0)$ $P : (-1, 4)$ (2) 12 (3) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ (4) 32π

[解説]

(1) 点 A : $y = -x + 3$ に $y = 0$ を代入して、 $0 = -x + 3$, $x = 3$ よって、 $A(3, 0)$

点 B : $y = 2x + 6$ に $y = 0$ を代入して、 $0 = 2x + 6$, $x = -3$ よって、 $B(-3, 0)$

点 P : $y = -x + 3 \cdots \textcircled{1}$, $y = 2x + 6 \cdots \textcircled{2}$ を連立方程式として解く。

$\textcircled{2}$ の y を $\textcircled{1}$ に代入すると、 $2x + 6 = -x + 3$, $3x = -3$, $x = -1$

$x = -1$ を $\textcircled{1}$ に代入すると、 $y = -(-1) + 3 = 4$ よって、 $P(-1, 4)$

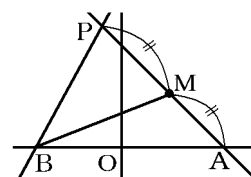
(2) AB を底辺とする。 $A(3, 0)$, $B(-3, 0)$ なので、 $AB = 3 - (-3) = 6$

高さは点 $P(-1, 4)$ の y 座標の 4 になるので、

$$(\triangle APB \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times AB \times (\text{高さ}) = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

(3) 右図のように、AP の中点を M とすると、
直線 BM は $\triangle APB$ の面積を二等分する。

(1) より、 $A(3, 0)$, $P(-1, 4)$ なので、 $M\left(\frac{3-1}{2}, \frac{0+4}{2}\right)$, $M(1, 2)$



になる。

直線 BM は 2 点 $B(-3, 0)$, $M(1, 2)$ を通るので、

$$(\text{直線 BM の傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{1 - (-3)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

傾きが $\frac{1}{2}$ なので、直線 BM の式は $y = \frac{1}{2}x + b$ とおくことができる。

直線 BM は $B(-3, 0)$ を通るので、 $y = \frac{1}{2}x + b$ に $x = -3$, $y = 0$ を代入すると、

$$0 = \frac{1}{2} \times (-3) + b, \quad b = \frac{3}{2}$$

よって、 $\triangle APB$ の面積を 2 等分する直線 BM の式は、 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ である。

(4) $\triangle APB$ を、 x 軸を軸として回転させたときにできる立体は
右図のように、2 つの円錐 V_1 と V_2 を合わせた形になる。

右図より、 $PH = 4 - 0 = 4$

$AH = 3 - (-1) = 4$, $BH = -1 - (-3) = 2$

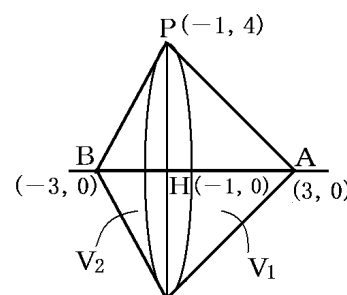
V_1 は底面の円の半径が $PH = 4$ で、高さが $AH = 4$ の円錐である
ので、

$$(V_1 \text{ の体積}) = \frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times AH = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 4 = \frac{64}{3} \pi$$

V_2 は底面の円の半径が $PH = 4$ で、高さが $BH = 2$ の円錐であるので、

$$(V_2 \text{ の体積}) = \frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times BH = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 2 = \frac{32}{3} \pi$$

$$\text{よって、}(V_1 \text{ の体積}) + (V_2 \text{ の体積}) = \frac{64}{3} \pi + \frac{32}{3} \pi = \frac{96}{3} \pi = 32\pi$$



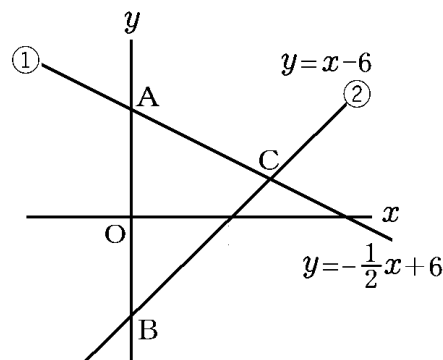
[問題](2学期中間)

右の図で、直線①、②の式は、それぞれ、

① : $y = -\frac{1}{2}x + 6$

② : $y = x - 6$

で、それぞれの直線と y 軸との交点を A, B とする。
 また、2つの直線の交点を C とする。このとき、次の各問いに答えよ。ただし、座標の1目もりを1cm とする。



(1) 点 C の座標を求めよ。

(2) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

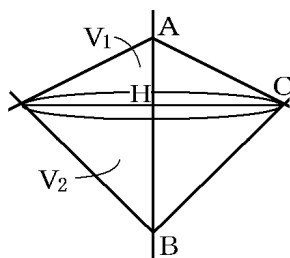
(3) $\triangle ABC$ を、 y 軸を軸として回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率を π とする。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

(3)



[解答](1) (8, 2) (2) 48cm^2 (3) $256\pi\text{cm}^3$

[解説]

(1) $y = -\frac{1}{2}x + 6 \cdots \textcircled{1}$, $y = x - 6 \cdots \textcircled{2}$ を連立方程式として解く。

②の y を①に代入すると、 $x - 6 = -\frac{1}{2}x + 6$, $2x - 12 = -x + 12$

$$2x + x = 12 + 12, 3x = 24, x = 8$$

$$x = 8 \text{ を } \textcircled{2} \text{ に代入すると, } y = 8 - 6 = 2$$

よって、点 C の座標は(8, 2)である。

(2) $y = -\frac{1}{2}x + 6$ の切片(y 切片)は 6 なので、点 A の y 座標は 6 である。

$y = x - 6$ の切片(y 切片)は -6 なので、点 B の y 座標は -6 である。

$$\text{よって, } AB = 6 - (-6) = 12(\text{cm})$$

$\triangle ABC$ の底辺を AB とすると、高さは点 C の x 座標の 8cm になる。

よって、 $(\triangle ABC \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48(\text{cm}^2)$

(3) $\triangle ABC$ を、 y 軸を軸として回転させてできる立体は右図のように、2つの円錐 V_1 と V_2 を合わせた形になる。

右図より、 $CH = 8 - 0 = 8(\text{cm})$

$AH = 6 - 2 = 4(\text{cm})$, $BH = 2 - (-6) = 8(\text{cm})$

V_1 は底面の円の半径が $CH = 8\text{cm}$ で、

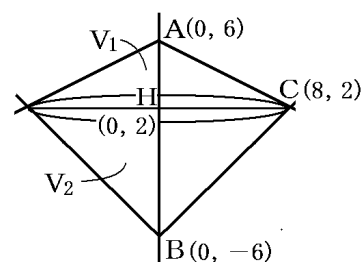
高さが $AH = 4\text{cm}$ の円錐であるので、

$$(V_1 \text{ の体積}) = \frac{1}{3} \times \pi \times CH^2 \times AH = \frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 4 = \frac{256}{3} \pi (\text{cm}^3)$$

V_2 は底面の円の半径が $CH = 8\text{cm}$ で、高さが $BH = 8\text{cm}$ の円錐であるので、

$$(V_2 \text{ の体積}) = \frac{1}{3} \times \pi \times CH^2 \times BH = \frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 8 = \frac{512}{3} \pi (\text{cm}^3)$$

$$\text{よって、}(V_1 \text{ の体積}) + (V_2 \text{ の体積}) = \frac{256}{3} \pi + \frac{512}{3} \pi = \frac{768}{3} \pi = 256\pi (\text{cm}^3)$$



[最短距離]

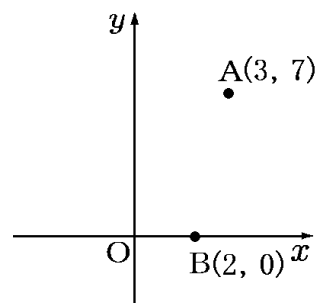
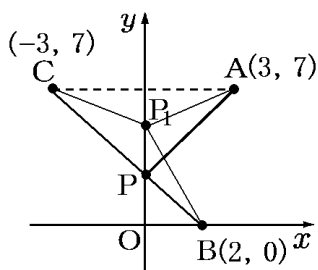
[問題](入試問題)

右の図のように、点 A , B がある。 y 軸上に点 P を、 $PA + PB$ が最も小さくなるようにとる。このときの点 P の y 座標を求めよ。

(福岡県改)

[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\frac{14}{5}$

[解説]

右図のように、 y 軸について点 A と線対称な点 $C(-3, 7)$ をとる。

直線 CB と y 軸が交わる点が求める点 P になる。

その理由は、次のように説明できる。

明らかに、 $AP=CP$ なので、

$$PA+PB=PC+PB=CB$$

P_1 の位置にあるときは、 $P_1A+P_1B=P_1C+P_1B$

$\triangle P_1BC$ で、三角形の 2 辺の和は他の 1 辺より長いので、 $P_1C+P_1B>CB$

$CB=PC+PB$ なので、 $P_1C+P_1B>PC+PB$

よって、 P の位置にあるとき、 $PA+PB$ は最も小さくなる。

そこで点 P の y 座標を求めることにする。

点 $B(2, 0)$ と点 $C(-3, 7)$ を通るので、

$$(\text{直線 } BC \text{ の傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 7}{2 - (-3)} = \frac{-7}{5} = -\frac{7}{5} \text{ である。}$$

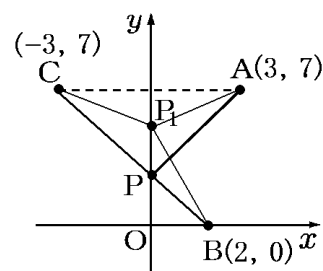
したがって、直線の式は $y = -\frac{7}{5}x + b$ とおくことができる。

点 $B(2, 0)$ を通るので、 $x=2, y=0$ を $y = -\frac{7}{5}x + b$ に代入すると、

$$0 = -\frac{7}{5} \times 2 + b, \quad b = \frac{14}{5}$$

よって、直線 BC の式は $y = -\frac{7}{5}x + \frac{14}{5}$ になる。

点 P は $y = -\frac{7}{5}x + \frac{14}{5}$ の切片(y 切片)なので、点 P の y 座標は $\frac{14}{5}$ である。



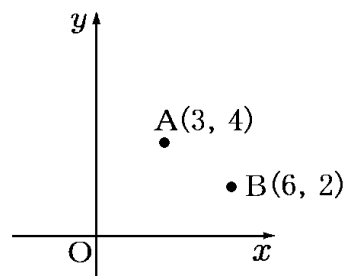
[問題](入試問題)

右の図のように、座標平面上に点 $A(3, 4)$ 、 $B(6, 2)$ がある。

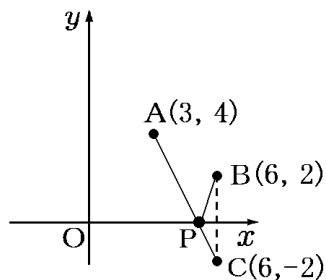
点 P は x 軸上の点である。線分 AP と線分 BP の長さの和が最小となるとき、点 P の座標を求めよ。

(奈良県改)

[解答欄]



[ヒント]



[解答](5, 0)

[解説]

右図のように、 x 軸について点 B と線対称な点 $C(6, -2)$ をとると、直線 AC と x 軸の交点が点 P の座標になる。

そこで、点 $A(3, 4)$ と点 $C(6, -2)$ を通る直線の式を求める。

$$(\text{直線 } AC \text{ の傾き}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 4}{6 - 3} = \frac{-6}{3} = -2$$

よって、直線 AC の式は $y = -2x + b$ とおくことができる。

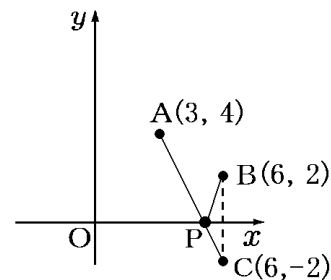
直線 AC は点 $A(3, 4)$ を通るので、 $x = 3, y = 4$ を代入すると、

$$4 = -2 \times 3 + b, \quad 4 = -6 + b, \quad b = 10$$

したがって、直線 AC の式は $y = -2x + 10$ となる。

点 P は x 軸上の点なので、 $y = 0$ を代入すると、 $0 = -2x + 10, 2x = 10, x = 5$

よって、点 P の座標は $(5, 0)$ である。



【FdData 中間期末製品版のご案内】

詳細は、[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#)に掲載 ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

◆印刷・編集

この PDF ファイルは、FdData 中間期末を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 中間期末は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 中間期末の特徴

中間期末試験で成績を上げる秘訣は過去問を数多く解くことです。FdData 中間期末は、実際に全国の中学校で出題された試験問題をワープロデータ(Word 文書)にした過去問集です。各教科(社会・理科・数学)約 1800~2100 ページと豊富な問題を収録しているため、出題傾向の 90%以上を網羅しております。

FdData 中間期末を購入いただいたお客様からは、「市販の問題集とは比べものにならない質の高さですね。子どもが受けた今回の期末試験では、ほとんど同じような問題が出て今までにないような成績をとることができました。」「製品の質の高さと豊富な問題量に感謝します。試験対策として、塾の生徒に FdData の膨大な問題を解かせたところ、成績が大幅に伸び過去最高の得点を取れました。」などの感想をいただいております。

◆サンプル版と製品版の違い

ホームページ上に掲載しておりますサンプルは、印刷はできませんが、製品の全内容を掲載しており、どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。しかし、FdData 中間期末がその本来の力を発揮するのは印刷ができる製品版においてです。印刷した問題を、鉛筆を使って一問一問解き進むことで、大きな学習効果を得ることができます。さらに、製品版は、すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」、編集に適した「問題解答一体形式」、暗記分野で効果を発揮する「一問一答形式」(理科と社会)の 3 形式を含んでいますので、目的に応じて活用することができます。

※[FdData 中間期末の特徴\(QandA 方式\)](#) ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

◆FdData 中間期末製品版(Word 版)の価格(消費税込み)

※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

[数学 1 年](#)、[数学 2 年](#)、[数学 3 年](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

[理科 1 年](#)、[理科 2 年](#)、[理科 3 年](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

[社会地理](#)、[社会歴史](#)、[社会公民](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は、メール(info2@fdtext.com)、または電話(092-811-0960)で承っております。

※[注文→インストール→編集・印刷の流れ](#)、[※注文メール記入例](#) ([Shift]+左クリック)

【Fd 教材開発】 Mail : info2@fdtext.com Tel : 092-811-0960