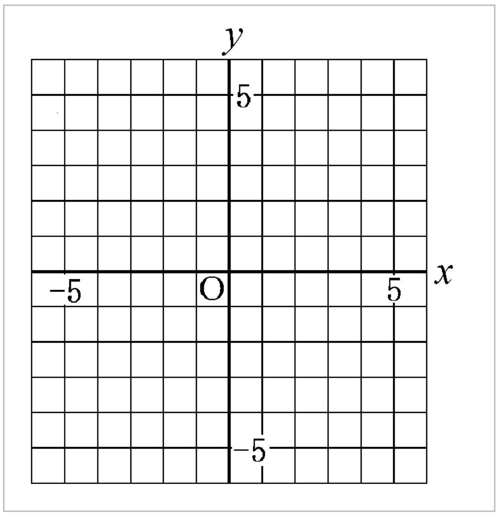
【】方程式とグラフ

[二元一次方程式 $ax+by=c$ のグラフ]

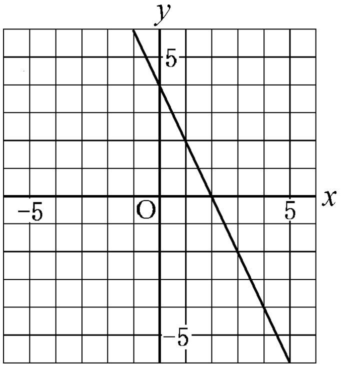
[問題](後期中間)

二元一次方程式 $2x+y=4$ のグラフをかけ。

[解答欄]



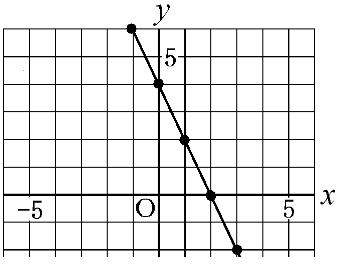
[解答]



[解説]

方程式の解を座標とする点の全体を, その方程式のグラフという。二元一次方程式 $2x+y=4$ の解は無数にあるが, 例えば, 次の表のようになる。

x	-1	0	1	2	3
y	6	4	2	0	-2



これらの $(x,\ y)$ を「・」で表し, その点を結ぶと右の直線になる。

この直線が二元一次方程式 $2x+y=4$ のグラフである。

$2x+y=4$ のグラフをかくには, $2x+y=4$ を y について解いて,

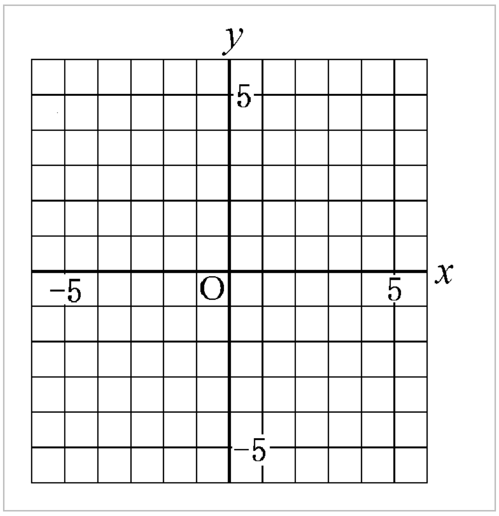
$y=-2x+4$ と変形すればよい。 $y=-2x+4$ は傾きが -2 で切片が 4 の一次関数になる。

[問題](3 学期)

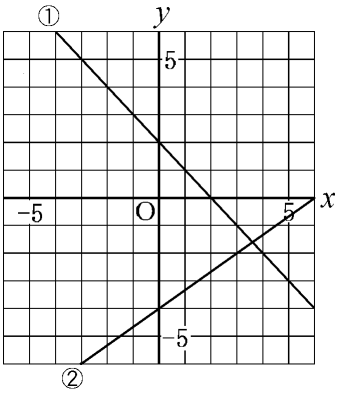
次の二元一次方程式のグラフをかけ。(グラフには番号をつけること)

① $x+y=2$　　② $2x-3y=12$

[解答欄]



[解答]



[解説]

① $x+y=2$ より $y=-x+2$ なので，傾きが－1，切片が 2 の直線になる。

② $2x-3y=12$，$-3y=-2x+12$，$y=\dfrac{2}{3}x-4$

$y=\dfrac{2}{3}x-4$ は傾きが $\dfrac{2}{3}$，切片が－4 の直線になる。

[問題](後期中間)

二元一次方程式$2x-3y=6$について，次の各問いに答えよ。

(1) y軸との交点の座標を求めよ。

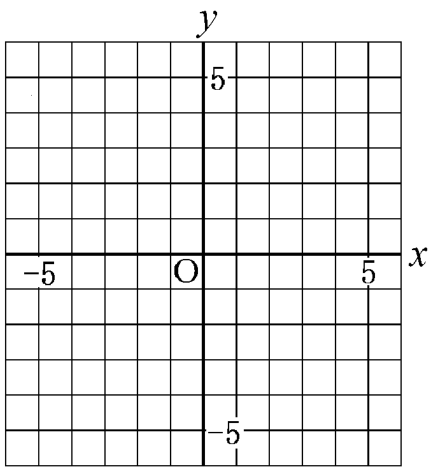
(2) x軸との交点の座標を求めよ。

(3) 方程式$2x-3y=6$のグラフをかけ。

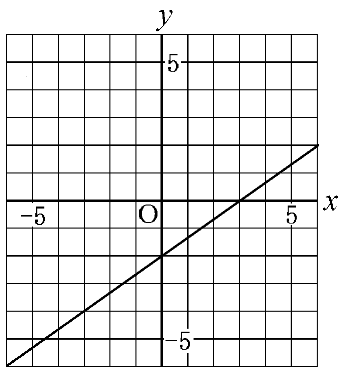
[解答欄]

(1)	(2)

(3)



[解答](1) (0，－2)　(2) (3，0)　(3)



[解説]

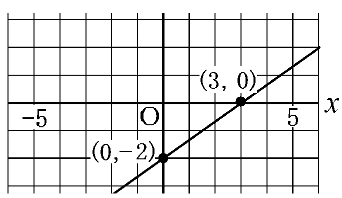
(1) y軸上では$x=0$である。$2x-3y=6$に$x=0$を代入すると，$0-3y=6$, $y=-2$

したがって，y軸との交点の座標は(0，－2)である。

(2) x軸上では$y=0$である。$2x-3y=6$に$y=0$を代入すると，$2x-0=6$, $x=3$

したがって，x軸との交点の座標は(3，0)である。

(3) (1)(2)より，$2x-3y=6$は(0，－2)，(3，0)を通るので，右図のように，この2点を座標軸にとり，直線で結べばよい。

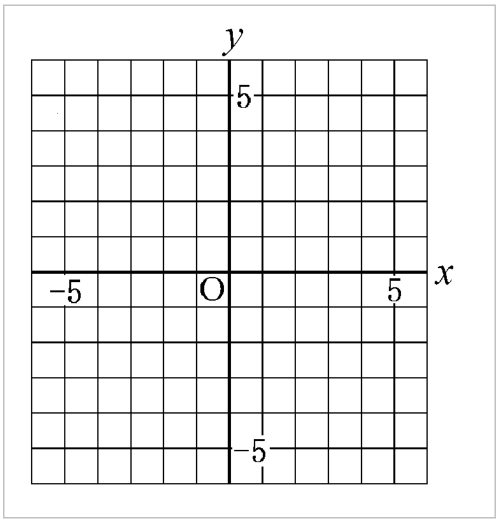


[問題](2 学期中間)

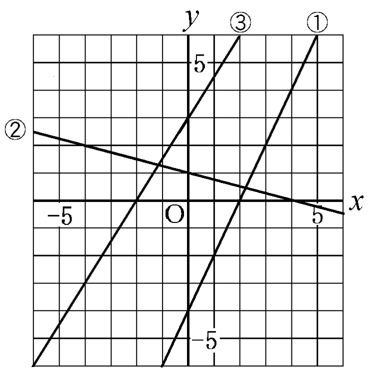
　次の方程式のグラフをかけ。

① $2x-y=4$　　② $x+4y=4$　　③ $3x-2y+6=0$

[解答欄]



[解答]



[解説]

① $2x-y=4$ に $x=0$ を代入すると，$-y=4$，$y=-4$ なので，(0，－4)を通る。

$2x-y=4$ に $y=0$ を代入すると，$2x=4$，$x=2$ なので，(2，0)を通る。

2 点(0，－4)，(2，0)を通る直線をかく。

② $x+4y=4$ に $x=0$ を代入すると，$4y=4$，$y=1$ なので，(0，1)を通る。

$x+4y=4$ に $y=0$ を代入すると，$x=4$ なので，(4，0)を通る。

2 点(0，1)，(4，0)を通る直線をかく。

③ $3x-2y+6=0$ に $x=0$ を代入すると，$-2y+6=0$，$2y=6$，$y=3$ なので，

(0，3)を通る。$3x-2y+6=0$ に $y=0$ を代入すると，$3x+6=0$，$3x=-6$，$x=-2$ なので，

(－2，0)を通る。

2 点(0，3)，(－2，0)を通る直線をかく。

＊ $ax+by=c$ のグラフは，1) x 軸，y 軸との交点を求めて，2 点を結ぶ方法，

2) $y=$～の式に変形してかく方法がある。

[問題](2 学期期末)

　次の各問いに答えよ。

(1)　方程式 $3x-2y=6$ のグラフと x 軸との交点の座標を求めよ。

(2)　方程式 $5x-4y=12$ のグラフと y 軸との交点の座標を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) (2，0)　(2) (0，－3)

[解説]

(1)　$3x-2y=6$ に $y=0$ を代入すると，$3x=6$，$x=2$

よって，x 軸との交点の座標は(2，0)である。

(2)　$5x-4y=12$ に $x=0$ を代入すると，$-4y=12$，$y=-3$

よって，y 軸との交点の座標は(0，－3)である。

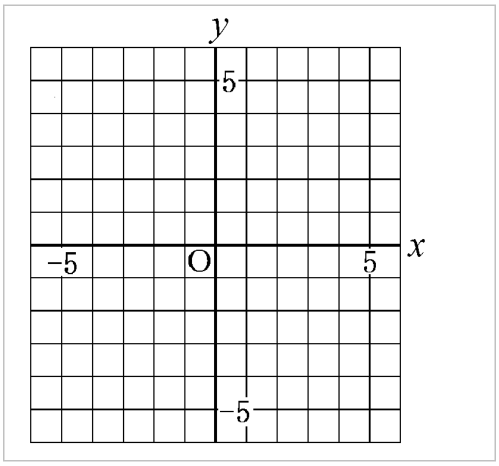
[$y=k$，$x=h$ のグラフ]

[問題](3 学期)

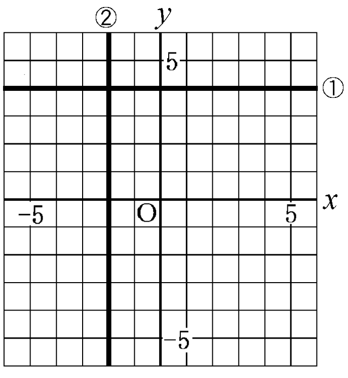
　次の方程式のグラフをかけ。

①　$y=4$　　　　　　　　②　$x=-2$

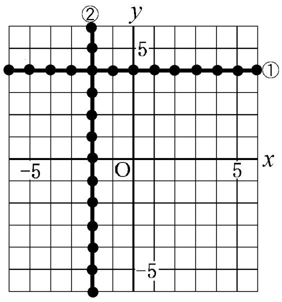
[解答欄]



[解答]



[解説]



① 方程式 $y=4$ で，･･･，(−1，4)，(0，4)，(1，4)，(2，4)，･･･はこの方程式の解である。このように，x がどのような値をとっても，y の値は 4 になる。したがって，方程式 $y=4$ のグラフは，点(0，4)を通り，x 軸に平行な直線になる。

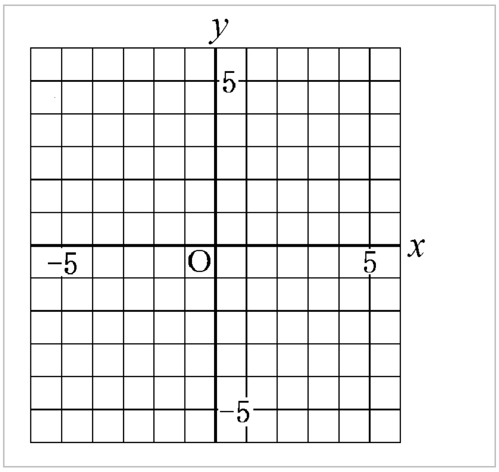
② 方程式 $x=-2$ で，･･･，(−2，−1)，(−2，0)，(−2，1)，(−2，2)，･･･はこの方程式の解である。このように，y がどのような値をとっても，x の値は−2 になる。したがって，方程式 $x=-2$ のグラフは，点(−2，0)を通り，y 軸に平行な直線になる。

[問題](2 学期期末)

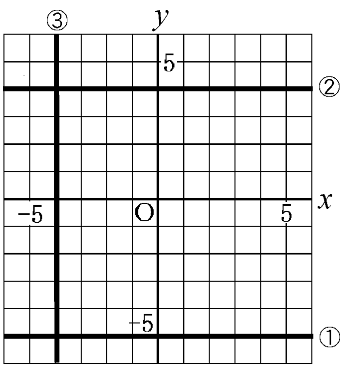
次の方程式のグラフをかけ。

① $y=-5$　　② $2y-8=0$　　③ $2x+8=0$

[解答欄]



[解答]



[解説]

② $2y-8=0$，$2y=8$，$y=4$

③ $2x+8=0$，$2x=-8$，$x=-4$

[問題](2 学期期末)

次の文中の①，②に適語を入れよ。

方程式 $y=k$ のグラフは，点(0，(　①　))を通り， x 軸に(　②　)な直線である。

[解答欄]

①	②

[解答]①　k　②　平行

[問題](後期中間)

次の文中の①～③にあてはまる値や式を答えよ。

・(　①　)のグラフは，点(0，3)を通り， x 軸に平行な直線である。

・ $x=-2$ のグラフは点((　②　)，0)を通り，(　③　)軸に平行な直線である。

[解答欄]

①	②	③

[解答]①　$y=3$　②　-2　③　y

【】連立方程式とグラフ

【】グラフをかいて連立方程式の解を求める

[問題](2 学期中間)

次の各問いに答えよ。

(1) 次の 2 つの二元一次方程式を，それぞれグラフに表せ。(書いたら必ず番号をつけておくこと。)

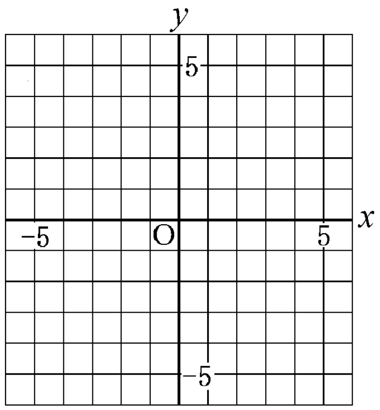
① $x-y=3$　　　② $3x+2y=4$

(2) (1)の①，②の直線の交点の座標を読み取れ。

(3) (1)の①，②を連立方程式として解け。

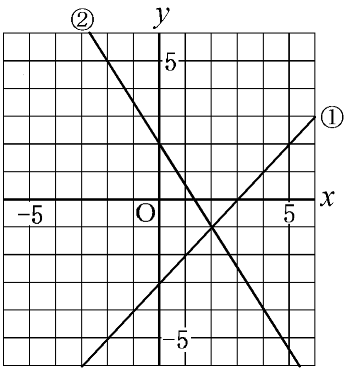
[解答欄]

(1)



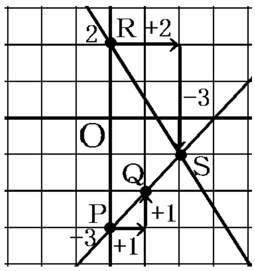
(2)	(3)

[解答](1)



(2) (2，−1)　(3) $x=2,\ y=-1$

[解説]



① $x-y=3$ より $-y=-x+3,\ y=x-3$

切片は−3 なので P(0，−3)を通る。

(傾き)＝$1=\dfrac{1}{1}=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ なので,

(x の増加量)＝1 のとき，(y の増加量)＝1

P から x 方向に＋1，y 方向に＋1 だけすすめた点 Q をとる。PQ を結んだ直線が $y=x-3$ のグラフになる。

② $3x+2y=4$ より，$2y=-3x+4$，$y=-\frac{3}{2}x+2$

切片は 2 なので，R(0，2)を通る。

(傾き)＝$-\frac{3}{2}=\frac{-3}{2}=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ なので，(x の増加量)＝2 のとき，

(y の増加量)＝－3

R から x 方向に＋2，y 方向に－3 だけすすめた点 S をとる。RS を結んだ直線が $y=-\frac{3}{2}x+2$ のグラフになる。

グラフから交点の座標を読むと，$x=2$，$y=-1$　よって，交点の座標は(2，－1)

(注) この交点は①の直線上にあるので $x=2$，$y=-1$ を① $x-y=3$ に代入すると，

(左辺)＝$x-y=2-(-1)=3$＝(右辺)が成り立ち，①の解の 1 つとなる。

同様に，$x=2$，$y=-1$ を② $3x+2y=4$ に代入すると，

(左辺)＝$3x+2y=3\times2+2\times(-1)=6-2=4$＝(右辺)が成り立ち，②の解の 1 つとなる。よって，$x=2$，$y=-1$ は①と②をともに満たし，①，②の連立方程式の解となる。次に，計算で解く。

$$\begin{cases} x-y=3 & \cdots① \\ 3x+2y=4 & \cdots② \end{cases}$$

代入法で解く。①より $x=y+3$ ･･･①’

これを②に代入すると，$3(y+3)+2y=4$，$3y+9+2y=4$，$5y=-5$，$y=-1$

$y=-1$ を①’に代入すると，$x=-1+3=2$，よって $x=2$，$y=-1$

＊この x，y の値は(1)で求めた交点の座標と一致する。

[問題](2 学期中間)

連立方程式$\begin{cases} 2x-5y=-10 & \cdots ① \\ y=2x-6 & \cdots ② \end{cases}$について，次の各問いに答えよ。

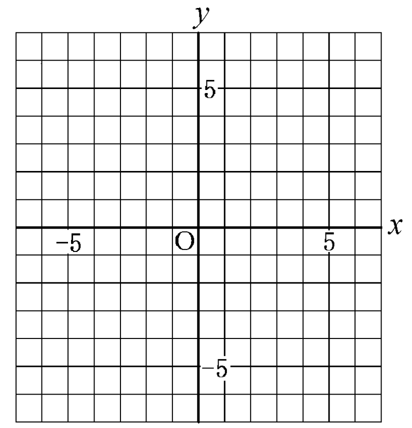
(1) ①のグラフをかけ。

(2) ②のグラフをかけ。

(3) 連立方程式の解を求めよ。

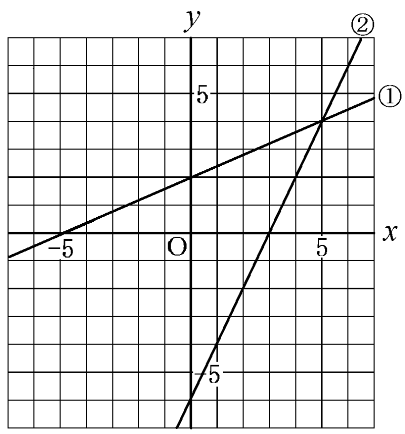
[解答欄]

(1)(2)



(3)

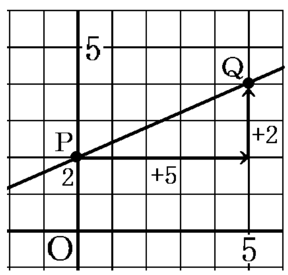
[解答](1)(2)



(3) $x=5,\ y=4$

[解説]

(1) まず y ＝～の形に変形する。



$2x-5y=-10,\ -5y=-2x-10,\ 5y=2x+10,\ y=\dfrac{2}{5}x+2$

$y=\dfrac{2}{5}x+2$ の切片は 2 なので，P(0，2)を通る。

(傾き)＝$\dfrac{2}{5}$＝$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$なので,

(x の増加量)＝5 のとき，(y の増加量)＝2

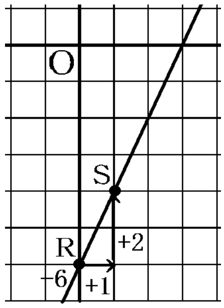
Pからx方向に＋5，y方向に＋2だけすすめた点Qをとる。PQを結んだ直線が$y=\dfrac{2}{5}x+2$のグラフになる。

(2) $y=2x-6$の切片は－6なので，R(0，－6)を通る。

(傾き)＝$2=\dfrac{2}{1}$＝$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$なので，

(xの増加量)＝1のとき，(yの増加量)＝2

Rからx方向に＋1，y方向に＋2だけすすめた点Sをとる。RSを結んだ直線が$y=2x-6$のグラフになる。



(3) 直線①と②の交点の座標は①，②の連立方程式の解と等しくなる。

①と②の交点の座標をグラフから読み取ると，(5，4)

したがって，連立方程式の解は，$x=5$，$y=4$

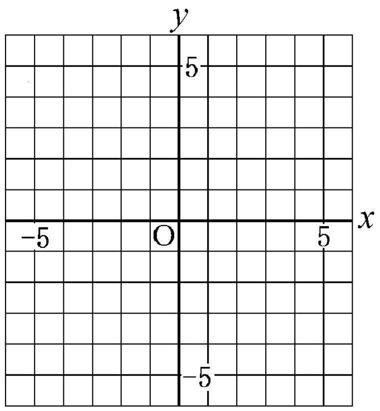
[問題](2学期中間)

　次の連立方程式の解を，グラフを使って求めよ。

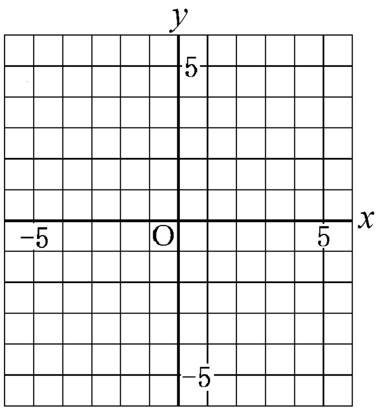
(1) $\begin{cases} y=2x-5 \\ y=3x-8 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x+y=4 \\ x-3y=0 \end{cases}$

[解答欄]

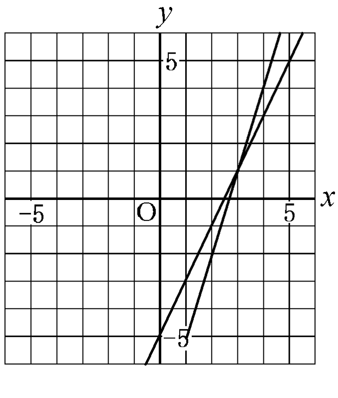
(1)



(2)

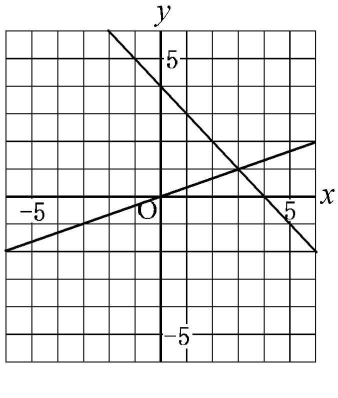


[解答](1)



$x=3$，$y=1$

(2)



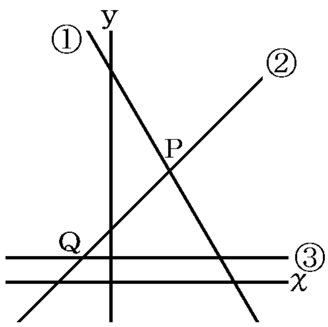
$x=3$，$y=1$

【】交点の座標を求める

[グラフから]

[問題](2 学期中間)

右の図で，①は方程式$2x+y=3$，②は方程式$y=x+1$，③は一次方程式$2y=1$の解のグラフである。



(1) 交点 P の座標を求めよ。

(2) 交点 Q の座標を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\left(\frac{2}{3},\ \frac{5}{3}\right)$ (2) $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$

[解説]

交点の座標は 2 つの直線の式を連立方程式として解いて求める。

(1) $2x+y=3\cdots$①， $y=x+1\cdots$②を連立方程式として解く。

②を①に代入すると， $2x+(x+1)=3,\ 3x=2,\ x=\frac{2}{3}$

$x=\frac{2}{3}$を②に代入すると， $y=\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$

よって交点 P の座標は$\left(\frac{2}{3},\ \frac{5}{3}\right)$

(2) $y=x+1\cdots$②， $2y=1\cdots$③を連立方程式として解く。

③より， $y=\frac{1}{2}$ これを②に代入すると， $\frac{1}{2}=x+1,\ x=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$

よって交点 Q の座標は$\left(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$

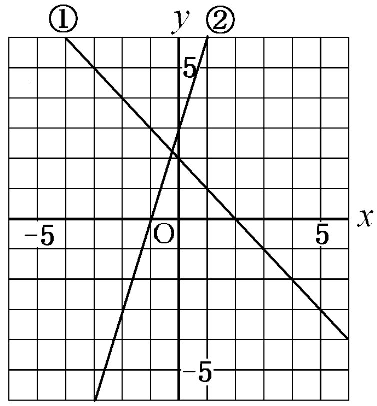
[問題](2 学期期末)

右のグラフについて，次の問いに答えよ。

(1) 右の図で，①の直線の式を求めよ。

(2) 右の図で，②の直線の式を求めよ。

(3) 直線①，②の交点の座標を求めよ。



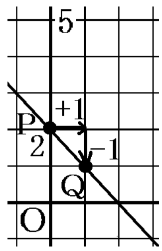
[解答欄]

(1)	(2)	(3)

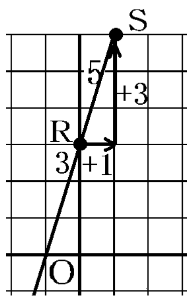
[解答](1) $y=-x+2$　(2) $y=3x+3$　(3) $\left(-\frac{1}{4},\ \frac{9}{4}\right)$

[解説]

(1) $y=ax+b$ で a は傾き，b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。①の直線が y 軸と交わる点の座標は P(0，2)と読み取ることができる。したがって切片 b は 2，x，y ともに整数になる点をグラフから読み取ると右図の点 Q。P から Q で，x は＋1，y は－1 変化する。したがって直線の傾き a は $\frac{-1}{+1}=-1$　ゆえに，求める直線の式は $y=-x+2$ である。



(2) ②の直線が y 軸と交わる点の座標は R(0，3)と読み取ることができる。したがって切片 b は 3，x，y ともに整数になる点をグラフから読み取ると右図の点 S。R から S で，x は＋1，y は＋3 変化する。したがって直線の傾き a は $\frac{+3}{+1}=3$　ゆえに，求める直線の式は $y=3x+3$ である。



(3) 2 直線の交点を求めるためには，2 直線の式を連立方程式として解けばよい。

$\begin{cases} y=-x+2 \cdots ① \\ y=3x+3 \cdots ② \end{cases}$ で②の y を①に代入すると，

$3x+3=-x+2,\ 3x+x=2-3,\ 4x=-1,\ x=-\frac{1}{4}$

$x=-\frac{1}{4}$ を①に代入すると，　$y=-\left(-\frac{1}{4}\right)+2=\frac{1}{4}+2=\frac{9}{4}$

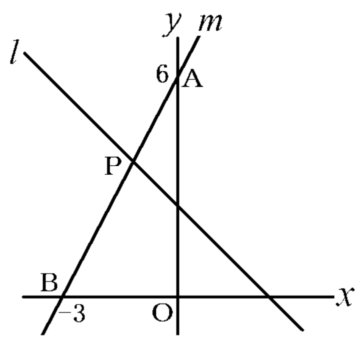
よって，交点の座標は $\left(-\frac{1}{4},\ \frac{9}{4}\right)$

[問題](2 学期期末)

右の図で，直線lは$y=-x+3$のグラフであり，直線mは2点A(0，6)，B(−3，0)を通る直線である。直線lとmの交点をPとするとき，次の各問いに答えよ。

(1) 直線mの式を求めよ。

(2) 点Pの座標を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y=2x+6$ (2) (−1，4)

[解説]

(1) 直線mは2点A(0，6)，B(−3，0)を通るので，

(直線mの傾き)$=\dfrac{6-0}{0-(-3)}=\dfrac{6}{3}=2$

切片は6であるので，mの式は$y=2x+6$である。

(2) 2直線$y=-x+3$・・・①，$y=2x+6$・・・②の交点を求めるためには，2直線の式を連立方程式として解けばよい。

②のyを①に代入すると，

$2x+6=-x+3$，$2x+x=3-6$，$3x=-3$，$x=-1$

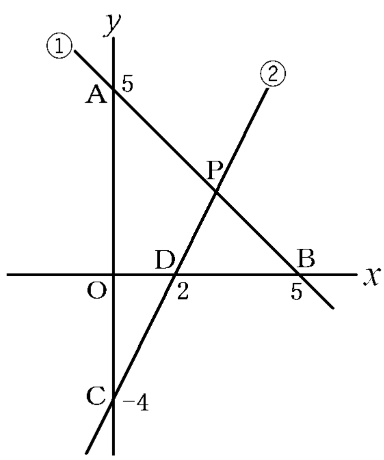
$x=-1$を①の$y=-x+3$に代入すると，

$y=-(-1)+3$，$y=4$

よって，交点Pの座標は(−1，4)である。

[問題](2 学期期末)

右の図のように2つの直線①，②があり，それらの交点をPとするとき，交点Pの座標を求めよ。



[解答欄]

[解答](3，2)

[解説]
直線①はA(0，5)，B(5，0)を通るので，

$$(\text{直線①の傾き})=\frac{0-5}{5-0}=\frac{-5}{5}=-1$$

切片は5であるので，①の式は $y=-x+5$ である。
直線②はC(0，－4)，D(2，0)を通るので，

$$(\text{直線②の傾き})=\frac{0-(-4)}{2-0}=\frac{4}{2}=2$$

切片は－4であるので，②の式は $y=2x-4$ である。
2直線 $y=-x+5\cdots$①，$y=2x-4\cdots$②の交点を求めるためには，2直線の式を連立方程式として解けばよい。
②の y を①に代入すると，
$2x-4=-x+5$，$2x+x=5+4$，$3x=9$，$x=3$
$x=3$ を①の $y=-x+5$ に代入すると，$y=-3+5$，$y=2$
よって，交点Pの座標は(3，2)である。

[3つの直線が1点で交わる]
[問題](後期中間)
　次の3つの方程式のグラフが1点で交わるとき，m の値を求めよ。
　$4x+y=4,\ 2x+y=6,\ mx+y=5$
[解答欄]

[解答] $m=3$
[解説]
まず，$4x+y=4\cdots$①，$2x+y=6\cdots$②の交点を求める。
①－②より，$2x=-2$，$x=-1$
$x=-1$ を①に代入すると，$-4+y=4$，$y=8$
よって，交点の座標は(－1，8)である。
直線 $mx+y=5\cdots$③も交点(－1，8)を通るので，③に $x=-1,\ y=8$ を代入して，
$-m+8=5$，$-m=-3$，$m=3$

[問題](2 学期期末)

3 直線 $4x-5y=3,\ 3x+2y=8,\ 5x-ay=4$ が 1 点で交わるとき, a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=6$

[解説]

まず, $4x-5y=3$・・・①, $3x+2y=8$・・・②の交点を求める。

交点を求めるためには, ①, ②を連立方程式として解けばよい。

①×3 より, $12x-15y=9$・・・①'

②×4 より, $12x+8y=32$・・・②'

②'−①'より, $23y=23$, よって $y=1$

$y=1$ を①に代入すると, $4x-5\times1=3,\ 4x=8,\ x=2$

よって, 交点の座標は(2, 1)

直線 $5x-ay=4$・・・③も交点(2, 1)を通るので, ③に $x=2,\ y=1$ を代入して,

$5\times2-a\times1=4,\ 10-a=4,\ -a=4-10,\ -a=-6,\ a=6$

[その他]

[問題](2 学期中間)

一次関数 $y=2x-7$ のグラフ上で, x 座標と y 座標の値が等しくなる点の座標を求めよ。

[解答欄]

[解答](7, 7)

[解説]

x 座標と y 座標の値が等しい点の座標は(a, a)とおくことができる。

点(a, a)は $y=2x-7$ のグラフ上にあるので,

$y=2x-7$ に $x=a,\ y=a$ を代入すると,

$a=2a-7$, $a-2a=-7$, $-a=-7$, $a=7$

よって, 求める点の座標は(7, 7)である。

＊(別解)

x 座標と y 座標の値が等しくなる点は $y=x$ 上にあるので,

$y=2x-7$・・・①と $y=x$・・・②の交点を, 連立方程式を解いて求めることもできる。

①の y を②に代入すると, $2x-7=x$, $x=7$

$x=7$ を②に代入すると, $y=7$

よって, 求める座標は(7, 7)

[問題](前期期末)

一次関数 $y=\frac{1}{2}x-3$ のグラフ上で，x 座標と y 座標の値が等しくなる点の座標を求めよ。

[解答欄]

[解答](－6，－6)

[解説]

x 座標と y 座標の値が等しい点の座標は$(a,\ a)$とおくことができる。

点$(a,\ a)$は $y=\frac{1}{2}x-3$ のグラフ上にあるので，

$y=\frac{1}{2}x-3$ に $x=a$，$y=a$ を代入すると，$a=\frac{1}{2}a-3$，両辺を 2 倍すると，$2a=a-6$，$a=-6$

よって，求める点の座標は(－6，－6)である。

[問題](2 学期中間)

2 直線 $x+y=5$，$-3x+ay=9$ の交点が$(2,\ m)$のとき，m，a の値を求めよ。

[解答欄]

$m=$	$a=$

[解答] $m=3$　$a=5$

[解説]

$x+y=5$ は交点$(2,\ m)$を通るので，$x+y=5$ に $x=2$，$y=m$ を代入して，

$2+m=5$，$m=5-2=3$

したがって，交点の座標は(2，3)である。

$-3x+ay=9$ は交点(2，3)を通るので，$-3x+ay=9$ に $x=2$，$y=3$ を代入して，

$-3\times2+a\times3=9$，$-6+3a=9$，$3a=9+6$，$3a=15$，$a=5$

[問題](2 学期期末)

$3x-2y=5$ と $ax+y=7$ のグラフが点$(1,\ k)$で交わるとき，k の値を求めよ。また，そのときの a の値を求めよ。

[解答欄]

$k=$	$a=$

[解答] $k=-1$　$a=8$

[解説]

$3x-2y=5$は点$(1,\ k)$を通るので，$3x-2y=5$に$x=1,\ y=k$を代入して，

$3-2k=5$，$-2k=2$，$k=-1$

したがって，交点の座標は(1，－1)である。

$ax+y=7$は交点(1，－1)を通るので，$ax+y=7$に$x=1,\ y=-1$を代入して，

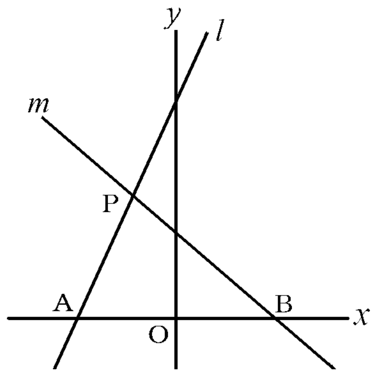
$a-1=7$，$a=8$

【】一次関数のグラフの応用

【】面積を求める

[問題](3 学期)

右図で，直線 l は $y=2x+8$ ，直線 m は $y=-x+5$ である。l と m の交点を P，l と x 軸との交点を A，m と x 軸との交点を B とする。



(1) 点 A の座標を求めよ。

(2) 点 P の座標を求めよ。

(3) △PAB の面積を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) (－4，0)　(2) (－1，6)　(3) 27

[解説]

(1) x 軸との交点の y 座標は 0 なので， $y=2x+8$ に $y=0$ を代入する。

$0=2x+8,\ 2x=-8,\ x=-4$

よって点 A の座標は(－4，0)

(2) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

$$\begin{cases} y=2x+8 \cdots ① \\ y=-x+5 \cdots ② \end{cases}$$

①の y を②に代入すると，

$2x+8=-x+5,\ 3x=-3,\ x=-1$

$x=-1$ を②に代入すると， $y=-(-1)+5=1+5=6$

よって点 P の座標は(－1，6)

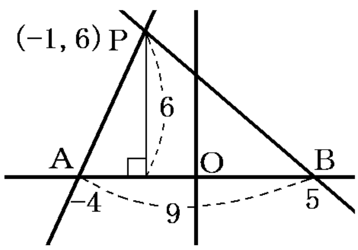
(3) まず，点 B の x 座標を求めておく。

$y=-x+5$ に $y=0$ を代入すると， $0=-x+5,\ x=5$

△PAB で底辺を AB とすると，

(底辺)＝AB＝$5-(-4)=5+4=9$

点 P の y 座標が 6 なので，(高さ)＝6



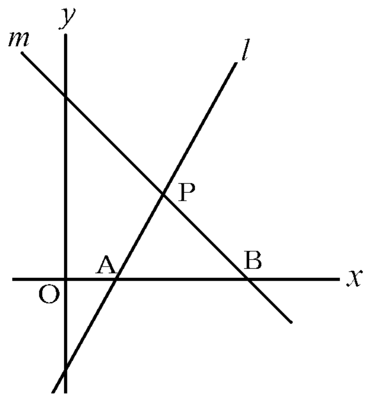
よって，(△PAB の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺)×(高さ)＝$\frac{1}{2}\times 9\times 6=27$

[問題](2 学期中間)

右の図で，直線 l, m はそれぞれ，$-2x+y=-4$，$x+y=8$ のグラフである。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 交点 P の座標を求めよ。

(2) △PAB の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) (4，4)　(2) 12

[解説]

(1) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

$$\begin{cases} -2x+y=-4 & \cdots① \\ x+y=8 & \cdots② \end{cases}$$

①－②より，$-3x=-12$, $x=4$　$x=4$ を②に代入すると，$4+y=8$, $y=4$

連立方程式の解が $x=4$, $y=4$ なので，交点の座標は(4，4)

(2) まず，点 A，B の x 座標を求める。

x 軸との交点の y 座標は 0 なので，

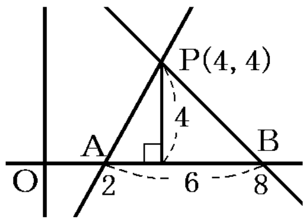
$-2x+y=-4$ に $y=0$ を代入すると，

$-2x+0=-4$, $x=2$

よって，点 A の x 座標は 2

$x+y=8$ に $y=0$ を代入すと，$x+0=8$, $x=8$

よって，点 B の x 座標は 8



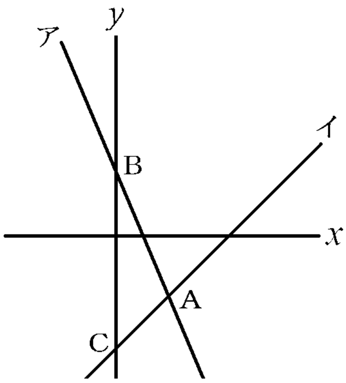
△PAB で底辺を AB とすると，(底辺)＝AB＝$8-2=6$

点 P の y 座標が 4 なので，(高さ)＝4

よって，(△PAB の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺)×(高さ)＝$\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$

[問題](1 学期中間)

右図の直線アの式は $y=-2x+3$ である。直線イは 2 点 $(-3,\ -9)$, $(2,\ -4)$ を通る直線である。



(1) 直線イの式を求めよ。

(2) 2 直線ア，イの交点 A の座標を求めよ。

(3) 直線ア，イが y 軸と交わる点をそれぞれ B，C とする。三角形 ABC の面積を求めよ。ただし，1 目もりを 1cm とする。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $y=x-6$ (2) $(3,\ -3)$ (3) $\dfrac{27}{2}$ cm²

[解説]

(1) 直線イは 2 点を $(-3,\ -9)$, $(2,\ -4)$ を通るので，

(傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{-4-(-9)}{2-(-3)}=\dfrac{-4+9}{2+3}=\dfrac{5}{5}=1$

傾きが 1 なので，この直線の式は $y=x+b$ とおくことができる。

点 $(2,\ -4)$ を通るので，$y=x+b$ に $x=2,\ y=-4$ を代入すると，

$-4=2+b$，$b=-6$ よって，直線イの式は，$y=x-6$ である。

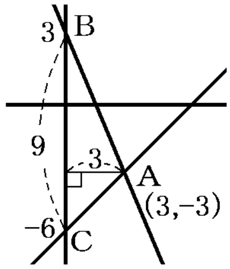
(2) 直線の交点の座標は 2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

$y=x-6$ の y を $y=-2x+3$ に代入すると，

$x-6=-2x+3,\ 3x=9,\ x=3$ $x=3$ を $y=x-6$ に代入すると，$y=3-6=-3$

よって，アとイの交点は $(3,\ -3)$

(3) △ABC の BC を底辺とすると，高さは点 A の x 座標になる。



ア $y=-2x+3$ の y 切片は 3 なので点 B の y 座標は $y=3$

イ $y=x-6$ の y 切片は -6 なので点 B の y 座標は $y=-6$

よって，(底辺 BC の長さ)＝$3-(-6)=9$ (cm)

(2)より点 A の x 座標は 3 なので高さは 3 (cm)

よって，(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times9\times3=\dfrac{27}{2}$ (cm²)

[問題](2 学期中間)

右の図で，直線 l の式は $y=2x-4$ で，直線 m は 2 点 B(8，0)，D(0，8)を通る。次の問いに答えよ。

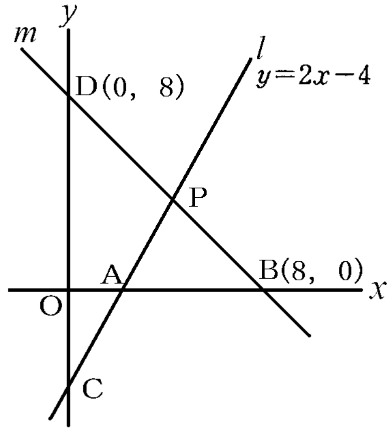
(1) 点 A の座標を求めよ。

(2) 直線 m の式を求めよ。

(3) 点 P の座標を求めよ。

(4) △PAB の面積を求めよ。

(5) 四角形 PAOD の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) (2，0) (2) $y=-x+8$ (3) (4，4) (4) 12 (5) 20

[解説]

(1) x 軸との交点の y 座標は 0 なので，$y=2x-4$ に $y=0$ を代入して，

$0=2x-4,\ 2x=4,\ x=2$ よって点 A の座標は(2，0)

(2) 直線 m は 2 点 B(8，0)，D(0，8)を通るので，

(直線 m の傾き)$=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{0-8}{8-0}=\dfrac{-8}{8}=-1$

また，図より直線 m の切片は 8 である。

よって，直線 m の式は，$y=-x+8$

(3) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

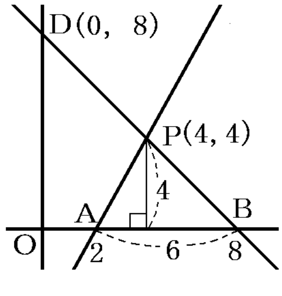
$$\begin{cases} y=2x-4 \cdots① \\ y=-x+8 \cdots② \end{cases}$$

①の y を②に代入すると，

$2x-4=-x+8,\ 3x=12,\ x=4$

$x=4$ を②に代入すると，$y=-4+8=4$

よって点 P の座標は(4，4)



(4) △PAB で底辺を AB とすると，

A(2，0)，B(8，0)なので，(底辺)＝AB＝$8-2=6$

点 P の y 座標が 4 なので，(高さ)＝4

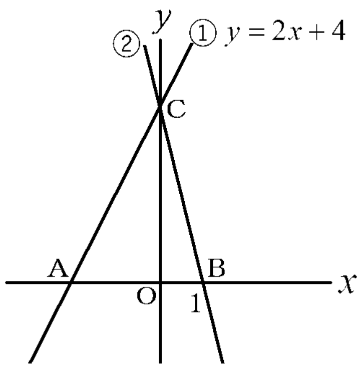
よって，(△PAB の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺)×(高さ)＝$\dfrac{1}{2}\times 6\times 4=12$

(5) (△OBD の面積)＝$\frac{1}{2}$×OB×OD＝$\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$

(四角形 PAOD の面積)＝(△OBD の面積)－(△PAB の面積)＝$32 - 12 = 20$

[問題](後期中間)

右の図のように，2 直線 $y = 2x + 4$ ･･･①，$y = ax + b$ ･･･②があり，この 2 直線は y 軸上で交わっている。x 軸と直線①，直線②との交点をそれぞれ A，B，直線①と直線②の交点を C とする。点 B の座標が(1，0)であるとき，次の各問いに答えよ。



(1) 直線②の式を求めよ。
(2) 点 A の座標を求めよ。
(3) △ABC の面積を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $y = -4x + 4$　(2) (－2，0)　(3) 6

[解説]

(1) 直線①の式は $y = 2x + 4$ なので，切片は 4 である。したがって，点 C の座標は(0，4)である。また，点 B の座標は(1，0)である。

よって，(直線②の傾き)＝$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-4}{1-0} = -4$

切片は 4 なので，直線②の式は $y = -4x + 4$ である。

(2) 点 A の y 座標は 0 なので，$y = 2x + 4$ に $y = 0$ を代入すると，

$0 = 2x + 4$，$2x = -4$，$x = -2$

よって，点 A の座標は(－2，0)である。

(3) △ABC で，AB を底辺とすると，高さは CO になる。

AB＝1－(－2)＝1＋2＝3，CO＝4 なので，

(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}$×AB×CO＝$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

[問題](後期中間)

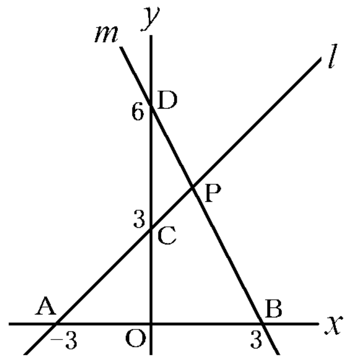
右の図のように，2 点 A(−3，0)と C(0，3)を通る直線 l と，2 点 B(3，0)と D(0，6)を通る直線 m がある。直線 l，m は点 P で交わっている。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 直線 l の式を求めよ。

(2) 直線 m の式を求めよ。

(3) 交点 P の座標を求めよ。

(4) △PAB の面積を求めよ。ただし，1 目もりは 1cm とする。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $y=x+3$ (2) $y=-2x+6$ (3) (1，4) (4) 12cm²

[解説]

(1) 直線 l は 2 点 A(−3，0)と C(0，3)を通るので，

(直線 l の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{3-0}{0-(-3)}=\dfrac{3}{3}=1$

切片は 3 なので，直線 l の式は $y=x+3$ である。

(2) 直線 m は 2 点 B(3，0)と D(0，6)を通るので，

(直線 m の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{0-6}{3-0}=\dfrac{-6}{3}=-2$

切片は 6 なので，直線 m の式は $y=-2x+6$ である。

(3) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

$$\begin{cases} y=x+3 \cdots ① \\ y=-2x+6 \cdots ② \end{cases}$$

①の y を②に代入すると，

$x+3=-2x+6$， $x+2x=6-3$， $3x=3$， $x=1$

$x=1$ を①に代入すると， $y=1+3=4$

よって，交点 P の座標は(1，4)である。

(4) △PAB で，AB を底辺とする。AB＝3−(−3)＝3＋3＝6

高さは点 P の y 座標の 4 になる。

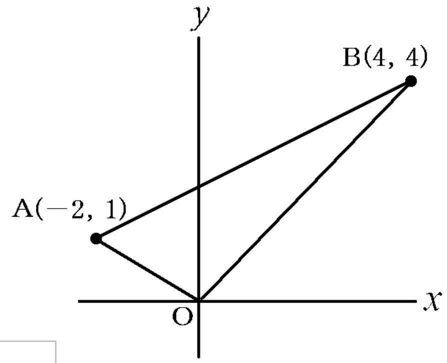
よって，(△PAB の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times6\times4=12$ (cm²)

[問題](後期中間)

右の図について，次の各問いに答えよ。

(1) 直線 AB の式を求めよ。

(2) △OAB の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y=\frac{1}{2}x+2$ (2) 6

[解説]

(1) A(−2，1)，B(4，4)なので，

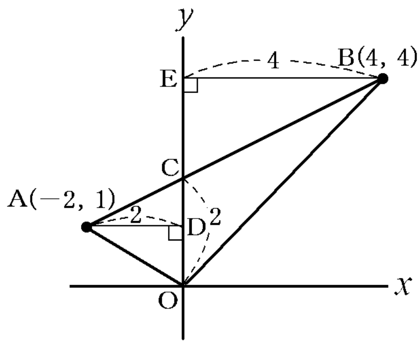
(直線 AB の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-1}{4-(-2)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

傾きが$\frac{1}{2}$なので，この直線の式は$y=\frac{1}{2}x+b$とおくことができる。

点 A(−2，1)を通るので，$y=\frac{1}{2}x+b$に$x=-2$，$y=1$を代入すると，

$1=\frac{1}{2}\times(-2)+b$，$1=-1+b$，$b=2$

よって，直線 AB の式は，$y=\frac{1}{2}x+2$である。



(2) △OAB の OA，OB，AB は，x軸またはy軸に平行ではない。そこで，△OAB を△OCA と△OCB の 2 つに分割して考える。

右図のように，△OCA で CO＝2 を底辺とすると，高さは AD＝2 となる。したがって，

(△OCA の面積)＝$\frac{1}{2}$×CO×AD＝$\frac{1}{2}\times2\times2=2$

同様に，△OCB で CO＝2 を底辺とすると，高さは BE＝4 となる。したがって，

(△OCB の面積)＝$\frac{1}{2}$×CO×BE＝$\frac{1}{2}\times2\times4=4$

よって，(△OAB の面積)＝(△OCA の面積)＋(△OCB の面積)＝2＋4＝6

[問題](2 学期期末)

3 直線 l, m, n が, 右の図のように交わっている。l, m は原点を通る直線である。

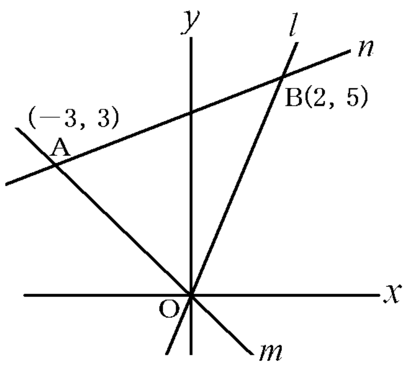
A(－3, 3), B(2, 5)であるとき, 次の各問いに答えよ。

(1) 直線 l の式を求よ。

(2) 直線 m の式を求よ。

(3) 直線 n の式を求よ。

(4) △OAB の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $y=\frac{5}{2}x$ (2) $y=-x$ (3) $y=\frac{2}{5}x+\frac{21}{5}$ (4) $\frac{21}{2}$

[解説]

(1) 直線 l は原点(0, 0)を通るので切片は 0 である。また, B(2, 5)を通るので,

(直線 l の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{5-0}{2-0}=\frac{5}{2}$ である。

よって, 直線 l の式は, $y=\frac{5}{2}x$ である。

(2) 直線 m は原点(0, 0)を通るので切片は 0 である。また, A(－3, 3)を通るので,

(直線 m の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-0}{-3-0}=\frac{3}{-3}=-1$ である。

よって, 直線 m の式は, $y=-x$ である。

(3) 直線 n は 2 点 A(－3, 3), B(2, 5)を通るので,

(直線 n の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{5-3}{2-(-3)}=\frac{2}{5}$

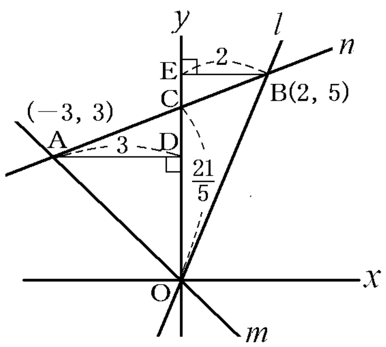
傾きが $\frac{2}{5}$ なので, この直線の式は $y=\frac{2}{5}x+b$ とおくことができる。

点 A(－3, 3)を通るので, $y=\frac{2}{5}x+b$ に $x=-3,\ y=3$ を代入すると,

$3=\frac{2}{5}\times(-3)+b$, $3=-\frac{6}{5}+b$, $b=3+\frac{6}{5}=\frac{21}{5}$

よって, 直線 n の式は, $y=\frac{2}{5}x+\frac{21}{5}$ である。

(4) △OAB を△OCA と△OCB の 2 つに分割して考える。



点 C は直線 n ： $y=\frac{2}{5}x+\frac{21}{5}$ の切片なので，

CO＝$\frac{21}{5}$ である。

右図のように，△OCA で CO＝$\frac{21}{5}$ を底辺とすると，高さは AD＝3 となる。したがって，

(△OCA の面積)＝$\frac{1}{2}$×CO×AD＝$\frac{1}{2}\times\frac{21}{5}\times3=\frac{63}{10}$

同様に，△OCB で CO＝$\frac{21}{5}$ を底辺とすると，高さは BE＝2 となる。したがって，

(△OCB の面積)＝$\frac{1}{2}$×CO×BE＝$\frac{1}{2}\times\frac{21}{5}\times2=\frac{42}{10}$

よって，(△OAB の面積)＝(△OCA の面積)＋(△OCB の面積)＝$\frac{63}{10}+\frac{42}{10}=\frac{105}{10}=\frac{21}{2}$

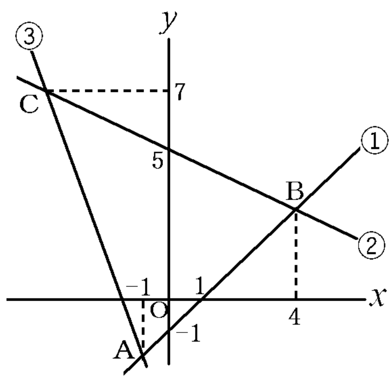
[問題](後期中間)

右の図において，①，②，③は直線を表している。次の各問いに答えよ。

(1) ①の式を求めよ。

(2) ③の式を求めよ。

(3) 3 つの直線で囲まれた△ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $y=x-1$　(2) $y=-3x-5$　(3) 30

[解説]

(1) グラフより，直線①は 2 点(0，−1)，(1，0)を通るので，

(傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-(-1)}{1-0}=\frac{1}{1}=1$で，切片は−1 である。

よって，直線①の式は$y=x-1$である。

(2) 直線③上の 2 点 A，C の座標がわかれば，直線③の式を求めることができる。

点 A は，直線①上の点でもあるので，$x=-1$を，(1)で求めた①の式$y=x-1$に代入すると，

$y=-1-1=-2$になる。よって，点Aの座標は(－1，－2)であることがわかる。・・・<1>
点Cのy座標は7であるが，x座標は与えられていない。直線②の式がわかれば，点Cのx座標を求めることができる。そこで，まず，直線②の式を求める。
グラフより，直線②は点(0，5)を通るので切片は5である。
点Bは直線①上にもあるので，$x=4$を(1)で求めた①の式$y=x-1$に代入すると，
$y=4-1=3$となる。したがって，点Bの座標は(4，3)である。
以上より，直線②は2点(0，5)，(4，3)を通るので，

(傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{3-5}{4-0}=\dfrac{-2}{4}=-\dfrac{1}{2}$で，切片は5である。

よって，直線②の式は，$y=-\dfrac{1}{2}x+5$であることがわかる。

点Cのy座標は7であるので，$y=-\dfrac{1}{2}x+5$に$y=7$を代入すると，

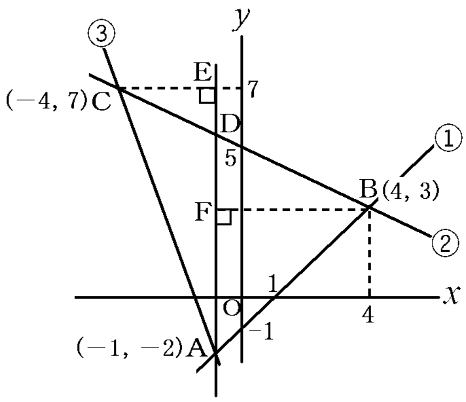
$7=-\dfrac{1}{2}x+5$，$14=-x+10$，$x=10-14$，$x=-4$

よって，点Cの座標は(－4，7)である。・・・<2>
<1>，<2>より，直線③は，2点A(－1，－2)，C(－4，7)を通る。

(傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{-2-7}{-1-(-4)}=\dfrac{-9}{3}=-3$

傾きが－3なので，直線③の式は$y=-3x+b$とおくことができる。
点A(－1，－2)を通るので，$y=-3x+b$に$x=-1$, $y=-2$を代入すると，
$-2=-3\times(-1)+b$，$-2=3+b$，$b=-5$
よって，直線③の式は，$y=-3x-5$

(3) △ABCのAB，BC，CAは，x軸またはy軸に平行ではないので，△ABCを2つの三角形に分割して考える。
y軸で分割しようとすると，三角形と四角形になる。そこで，右図のように，点Aを通ってy軸に平行な直線AEで，△ADBと△ADCの2つの三角形に分ける。



点Dのx座標は－1であるので，直線②$y=-\dfrac{1}{2}x+5$

に$x=-1$を代入すると，

$y=-\dfrac{1}{2}\times(-1)+5=\dfrac{1}{2}+5=\dfrac{11}{2}$　よって，AD＝$\dfrac{11}{2}-(-2)=\dfrac{11}{2}+2=\dfrac{15}{2}$

△ADB で $AD=\frac{15}{2}$ を底辺とすると，高さは $BF=4-(-1)=5$ なので，

(△ADB の面積)$=\frac{1}{2}\times\frac{15}{2}\times 5=\frac{75}{4}$

△ADC で $AD=\frac{15}{2}$ を底辺とすると，高さは $CE=-1-(-4)=3$ なので，

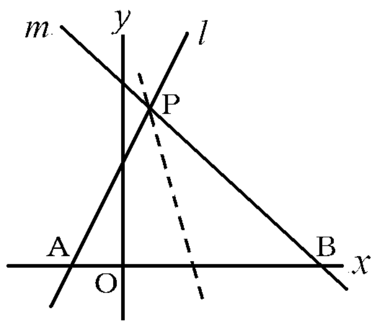
(△ADC の面積)$=\frac{1}{2}\times\frac{15}{2}\times 3=\frac{45}{4}$

よって，(△ABC の面積)＝(△ADB の面積)＋(△ADC の面積)$=\frac{75}{4}+\frac{45}{4}=\frac{120}{4}=30$

【】面積の二等分

[問題](2 学期期末)

直線 l ： $y=2x+4$，傾き－1 の直線 m が図のように点P(2，8)で交わっている。次の各問いに答えよ。



(1) 直線 m の式を求めよ。

(2) △ABP の面積を求めよ。

(3) 点 P を通り，△ABP の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

[解答欄]

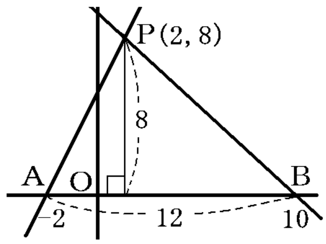
(1)	(2)	(3)

[解答](1) $y=-x+10$　(2) 48　(3) $y=-4x+16$

[解説]

(1) 傾きが－1 なので m の式は $y=-x+b$ とおくことができる。P(2，8)を通るので，$x=2,\ y=8$ を $y=-x+b$ に代入して，$8=-2+b$，$b=10$

よって，直線 m の式は，$y=-x+10$ となる。



(2) 直線 l ： $y=2x+4$ に $y=0$ を代入すると，

$0=2x+4$ で $x=-2$。よって点 A の x 座標は－2

(1)より，直線 m ： $y=-x+10$

$y=-x+10$ に $y=0$ を代入すると，$0=-x+10$，$x=10$

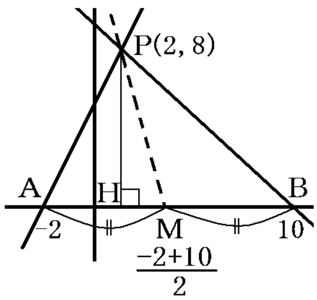
よって，点 B の x 座標は 10。

したがって，AB＝10－(－2)＝12

底辺を AB とすると，高さは点 P の y 座標で 8，よって，(△ABP の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times12\times8=48$

(3) 線分 AB の中点を M とする。

△PAM と△PBM で, それぞれの底辺を AM, BM とすると，AM＝BM で底辺の長さは等しい。高さは図の PH で共通。よって，△PAM と△PBM の面積は等しくなる。



AB の中点 M の x 座標は，$\dfrac{-2+10}{2}=4$

面積を二等分する直線は点 P(2，8)と M(4，0)とを通る。

(直線 PM の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{0-8}{4-2}=\dfrac{-8}{2}=-4$

傾きが－4 なので，直線 PM の式は $y=-4x+b$ とおくことができる。

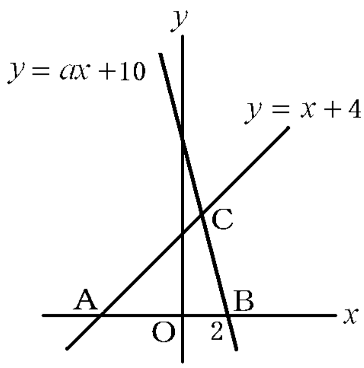
直線 PM は M(4，0)を通るので，$y=-4x+b$ に $x=4,\ y=0$ を代入すると，

$0=-4\times4+b$，$b=16$

よって，△ABP の面積を 2 等分する直線 PM の式は，$y=-4x+16$ である。

[問題](2 学期中間)

右の図のように，直線 $y=x+4$ と直線 $y=ax+10$ がある。この 2 直線と，x 軸との交点をそれぞれ A，B とする。B の座標は(2，0)である。



(1) 直線 $y=ax+10$ の傾き a の値を求めよ。

(2) 直線 $y=x+4$ と直線 $y=ax+10$ の交点 C の座標を求めよ。

(3) 点 C を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $a=-5$　(2) (1，5)　(3) $y=\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}$

[解説]

(1) 直線 $y=ax+10$ は点 B(2，0)を通るので，$y=ax+10$ に $x=2,\ y=0$ を代入して，

$0=2a+10,\ 2a=-10,\ a=-5$

(2) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解けばよい。

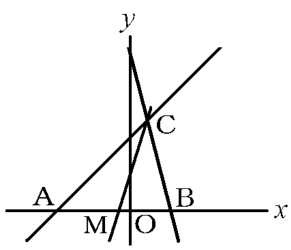
$y=x+4$ を $y=-5x+10$ に代入すると，

$x+4=-5x+10,\ x+5x=10-4,\ 6x=6,\ x=1$

$x=1$ を $y=x+4$ に代入すると，$y=1+4=5$

よって，交点 C の座標は(1，5)

(3) 点 C を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線は，右図のように線分 AB の中点 M を通る。



$y=x+4$ に $y=0$ を代入すると，$0=x+4,\ x=-4$ なので，

直線 $y=x+4$ と x 軸との交点 A の座標は(−4，0)

点 B の座標は(2，0)なので，中点 M の x 座標は，$\frac{-4+2}{2}=-1$

M(−1，0)と C(1，5)を通る直線 MC の式を求める。

(直線 MC の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{5-0}{1-(-1)}=\frac{5}{2}$

傾きが $\frac{5}{2}$ なので，直線 MC の式は $y=\frac{5}{2}x+b$ とおくことができる。

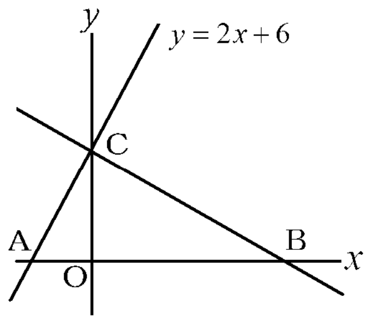
直線 MC は M(−1，0)を通るので，$y=\frac{5}{2}x+b$ に $x=-1,\ y=0$ を代入すると，

$0=\frac{5}{2}\times(-1)+b$， $b=\frac{5}{2}$

よって，△ABC の面積を 2 等分する直線 MC の式は， $y=\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}$ である。

[問題](2 学期中間)

右の図で，点 A, B は，x 軸上，点 C は y 軸上の点である。直線 AC の式が $y=2x+6$ であるとき，次の問いに答えよ。



(1) △AOC の面積を求めよ。

(2) △COB の面積が，△AOC の 3 倍であるとき，直線 CB の式を求めよ。

(3) 直線 CB が(2)の条件を満たすとき，点 C を通り△CAB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 9　(2) $y=-\frac{2}{3}x+6$　(3) $y=-2x+6$

[解説]

(1) 点 A の y 座標は $y=0$ なので， $y=2x+6$ に $y=0$ を代入して，

$0=2x+6,\ 2x=-6,\ x=-3$

よって，点 A の座標は(−3，0)で，OA＝3

点 C の x 座標は $x=0$ なので， $y=2x+6$ に $x=0$ を代入すると， $y=0+6=6$

よって，点 C の座標は(0，6)で，OC＝6

(△AOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OA×OC＝$\frac{1}{2}$×3×6＝9

(2) △COB の底辺を OB とすると高さは CO である。また，△AOC の底辺を OA とすると高さは CO である。したがって，△COB と△AOC は高さが CO で共通なので，2 つの三角形の底辺の長さの比と面積比は等しくなる。

△COB の面積は△AOC の 3 倍であるので，OB＝3OA＝3×3＝9 となり，点 B の座標は(9，0)となる。

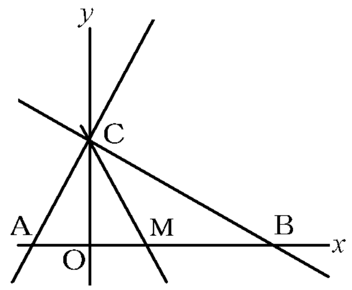
2 点 C(0，6)，B(9，0)を通る直線 CB の式を求める。

(直線 CB の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-6}{9-0}=\frac{-6}{9}=-\frac{2}{3}$

直線 CB は C(0，6)を通るので切片は 6 である。

よって，直線CBの式は，$y=-\frac{2}{3}x+6$となる。

(3) 点Cを通り△CABの面積を2等分する直線は，右図のように線分ABの中点Mを通る。



A(－3，0)，B(9，0)なので，

中点Mのx座標は，$\frac{-3+9}{2}=\frac{6}{2}=3$となる。

2点C(0，6)，M(3，0)を通る直線の式を求める。

(直線MCの傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-6}{3-0}=\frac{-6}{3}=-2$

直線MCはC(0，6)を通るので切片は6である。

よって，△ABCの面積を2等分する直線MCの式は，$y=-2x+6$である。

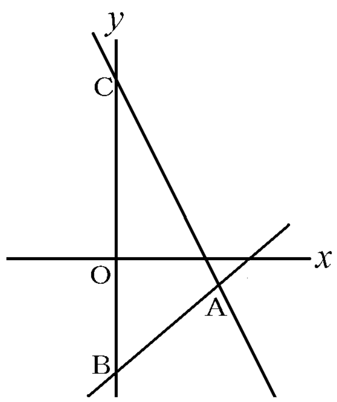
[問題](1学期中間)

右の図のように，2つの直線$y=x-4$，$y=-2x+5$の交点をA，y軸と交わる点をそれぞれB，Cとするとき，次の各問いに答えよ。

(1) 交点Aの座標を求めよ。

(2) △ABCの面積を求めよ。

(3) 点Bを通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めよ。



[解答欄]

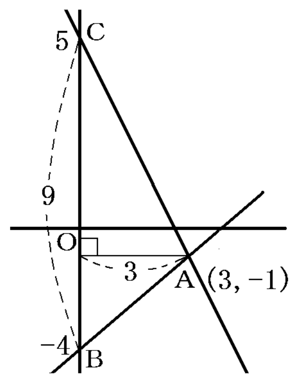
(1)	(2)	(3)

[解答](1) (3，－1)　(2) $\frac{27}{2}$　(3) $y=4x-4$

[解説]

(1) 2直線の交点は，2直線の式を連立方程式として解いて求める。

$$\begin{cases} y=x-4 & \cdots① \\ y=-2x+5 & \cdots② \end{cases}$$



①のyを②に代入すると，

$x-4=-2x+5$，$3x=9$，$x=3$

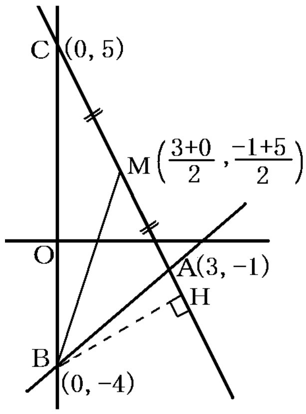
$x=3$を①に代入すると，$y=3-4=-1$

よって，交点Aの座標は(3，－1)となる。

(2) BC を底辺とすると，高さは A 点の x 座標と等しくなる。
点 C の y 座標は $y=-2x+5$ の切片なので， $y=5$
点 B の y 座標は $y=x-4$ の切片なので， $y=-4$
よって，BC＝$5-(-4)=9$，(1)より点 A の座標は
(3，－1)なので高さは3である。よって，

(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}$×BC×(高さ)＝$\frac{1}{2}\times 9\times 3=\frac{27}{2}$

(3) 線分 AC の中点を M とする。
△BAM と△BCM でそれぞれの底辺を AM，CM とすると，
AM＝CM で底辺の長さは等しい。高さは図の BH で共通。
ゆえに△BAM と△BCM の面積は等しくなる。
そこで，まず M の座標を求める。
(1)より A(3，－1)，点 C は $y=-2x+5$ の切片なので
C(0，5)



A(3，－1)，C(0，5)の中点 M は$\left(\frac{3+0}{2}, \frac{-1+5}{2}\right)=\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

＊2 点(x_1, y_1)，(x_2, y_2)の中点の座標は，
$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

点 B は $y=x-4$ の切片なので， y 座標は -4
求める直線も B 点を通るので切片は -4，ゆえに $y=ax-4$ とおくことができる。
この $y=ax-4$ は M$\left(\frac{3}{2}, 2\right)$を通るので， $x=\frac{3}{2}$，$y=2$ を $y=ax-4$ に代入して，

$2=\frac{3}{2}a-4$, $4=3a-8$, $3a=12$， $a=4$

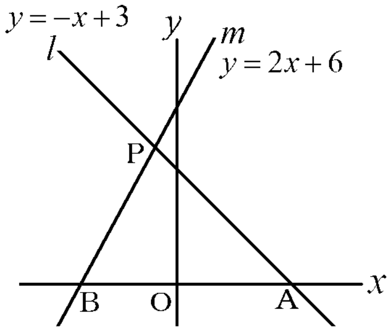
よって求める直線の式は $y=4x-4$

【】その他

[回転体の体積]

[問題](2 学期期末)

右の図で，直線l, mはそれぞれ 1 次関数$y=-x+3$，$y=2x+6$のグラフである。直線l, mの交点を P とし，直線l, mとx軸との交点をそれぞれ A，B とする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 点 A，B，P の座標をそれぞれ求めよ。

(2) △APB の面積を求めよ。

(3) 点 B を通り△APB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

(4) △APB を，x軸を軸として回転させたときにできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

(1)A :	B :	C :
(2)	(3)	(4)

[解答](1)A : (3，0)　B : (−3，0)　P : (−1，4)　(2) 12　(3) $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$　(4) 32π

[解説]

(1) 点 A : $y=-x+3$に$y=0$を代入して，$0=-x+3$，$x=3$　よって，A(3，0)

点 B : $y=2x+6$に$y=0$を代入して，$0=2x+6$，$x=-3$　よって，B (−3，0)

点 P : $y=-x+3$･･･①，$y=2x+6$･･･②を連立方程式として解く。

②のyを①に代入すると，$2x+6=-x+3$，$3x=-3$，$x=-1$

$x=-1$を①に代入すると，$y=-(-1)+3=4$　よって，P(−1，4)

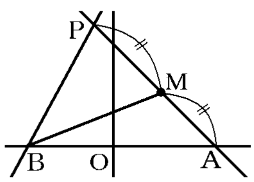
(2) AB を底辺とする。A (3，0)，B (−3，0)なので，AB＝3−(−3)＝6

高さは点 P(−1，4)のy座標の 4 になるので,

(△APB の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺)×(高さ)＝$\frac{1}{2}\times6\times4=12$

(3) 右図のように，AP の中点を M とすると,

直線 BM は△APB の面積を二等分する。



(1)より，A(3，0)，P(−1，4)なので，M$\left(\frac{3-1}{2},\ \frac{0+4}{2}\right)$，M(1，2)

になる。

直線 BM は 2 点 B(−3，0)，M(1，2)を通るので,

(直線 BM の傾き)$=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{2-0}{1-(-3)}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

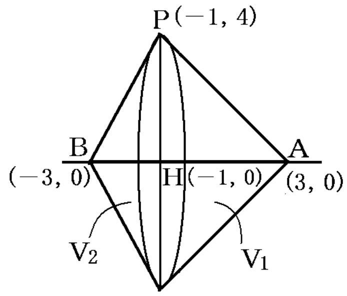
傾きが $\dfrac{1}{2}$ なので，直線 BM の式は $y=\dfrac{1}{2}x+b$ とおくことができる。

直線 BM は B(−3，0)を通るので，$y=\dfrac{1}{2}x+b$ に $x=-3$，$y=0$ を代入すると，

$0=\dfrac{1}{2}\times(-3)+b$，$b=\dfrac{3}{2}$

よって，△APB の面積を 2 等分する直線 BM の式は，$y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$ である。

(4) △APB を，x 軸を軸として回転させたときにできる立体は右図のように，2 つの円錐 V_1 と V_2 を合わせた形になる。



右図より，PH＝4−0＝4

AH＝3−(−1)＝4，BH＝−1−(−3)＝2

V_1 は底面の円の半径が PH＝4 で，高さが AH＝4 の円錐であるので，

(V_1 の体積)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times PH^2\times AH=\dfrac{1}{3}\times\pi\times4^2\times4=\dfrac{64}{3}\pi$

V_2 は底面の円の半径が PH＝4 で，高さが BH＝2 の円錐であるので，

(V_2 の体積)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times PH^2\times BH=\dfrac{1}{3}\times\pi\times4^2\times2=\dfrac{32}{3}\pi$

よって，(V_1 の体積)＋(V_2 の体積)$=\dfrac{64}{3}\pi+\dfrac{32}{3}\pi=\dfrac{96}{3}\pi=32\pi$

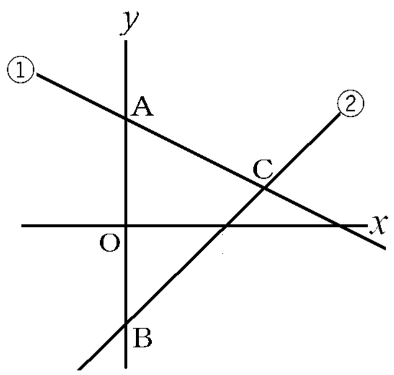
[問題](2 学期中間)

右の図で，直線①，②の式は，それぞれ，

①：$y=-\dfrac{1}{2}x+6$

②：$y=x-6$

で，それぞれの直線と y 軸との交点を A，B とする。また，2 つの直線の交点を C とする。このとき，次の各問いに答えよ。ただし，座標の 1 目もりを 1cm とする。



(1) 点 C の座標を求めよ。

(2) △ABC の面積を求めよ。

(3) △ABC を，y 軸を軸として回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし，円周率を π とする。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) (8，2)　(2) 48cm^2　(3) $256\pi\text{cm}^3$

[解説]

(1) $y=-\dfrac{1}{2}x+6$・・・①，$y=x-6$・・・②を連立方程式として解く。

②の y を①に代入すると，$x-6=-\dfrac{1}{2}x+6$，$2x-12=-x+12$

$2x+x=12+12$，$3x=24$，$x=8$

$x=8$を②に代入すると，$y=8-6=2$

よって，点 C の座標は(8，2)である。

(2) $y=-\dfrac{1}{2}x+6$の切片は 6 なので，点 A の y 座標は 6 である。

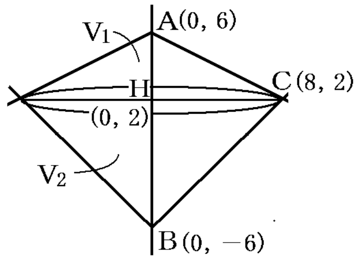
$y=x-6$の切片は－6 なので，点 B の y 座標は－6 である。

よって，AB＝6－(－6)＝12(cm)

△ABC の底辺を AB とすると，高さは点 C の x 座標の 8cm になる。

よって，(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times12\times8=48$($\text{cm}^2$)

(3) △ABC を，y 軸を軸として回転させてできる立体は右図のように，2 つの円錐 V_1 と V_2 を合わせた形になる。



右図より，CH＝8－0＝8(cm)

AH＝6－2＝4(cm)，BH＝2－(－6)＝8(cm)

V_1 は底面の円の半径が CH＝8cm で，

高さが AH＝4cm の円錐であるので，

(V_1 の体積)＝$\dfrac{1}{3}\times\pi\times\text{CH}^2\times\text{AH}=\dfrac{1}{3}\times\pi\times8^2\times4=\dfrac{256}{3}\pi$($\text{cm}^3$)

V_2 は底面の円の半径が CH＝8cm で，高さが BH＝8cm の円錐であるので，

(V_2 の体積)＝$\dfrac{1}{3}\times\pi\times\text{CH}^2\times\text{BH}=\dfrac{1}{3}\times\pi\times8^2\times8=\dfrac{512}{3}\pi$($\text{cm}^3$)

よって，(V_1 の体積)＋(V_2 の体積)＝$\dfrac{256}{3}\pi+\dfrac{512}{3}\pi=\dfrac{768}{3}\pi=256\pi$($\text{cm}^3$)

[等積変形など]

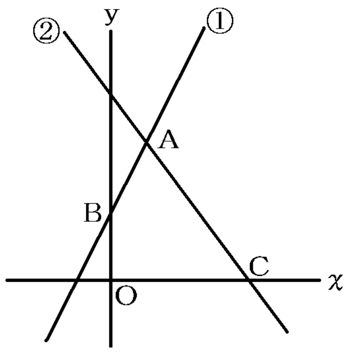
[問題](2 学期中間)

右の図のように，1 次関数

$y=2x+3$・・・①

$y=-x+6$・・・②

のグラフがある。①，②のグラフの交点を A，①のグラフと y 軸との交点を B，②のグラフと x 軸との交点を C とするとき，次の問いに答えよ。



(1) 点 B，C の座標をそれぞれ求めよ。

(2) 点 A の座標を求めよ。

(3) y 軸上に点 P をとって，△ABC と面積が等しくなるように△ABP をつくりたい。このとき，点 P の y 座標の値 p を求めよ。(ただし，$p<3$ である。)

[解答欄]

(1)B：	C：	(2)
(3)		

[解答](1)B：(0，3)　C：(6，0)　(2) (1，5)　(3) $p=-12$

[解説]

(1) 点 B の座標を求めるために，①の $y=2x+3$ に $x=0$ を代入すると，$y=3$

よって，点 B の座標は(0，3)になる。

次に，点 C の座標を求めるために，②の $y=-x+6$ に $y=0$ を代入すると，

$0=-x+6$，$x=6$　よって，点 C の座標は(6，0)になる。

(2) 2 直線の交点を求めるために，2 直線の式 $y=2x+3$・・・①と $y=-x+6$・・・②を連立方程式として解く。

①の y を②に代入すると，

$2x+3=-x+6$，$2x+x=6-3$，$3x=3$，$x=1$

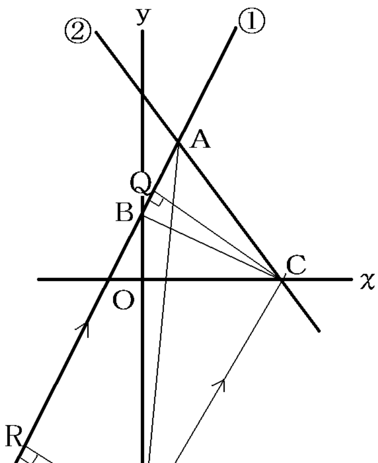
$x=1$を①に代入すると，$y=2\times1+3=5$　よって，交点 A の座標は(1，5)

(3) ＊この問題は，数学 2 年の図形の「等積変形」の考え方を使う。

点 C を通り AB に平行な直線をひくと，この直線と y 軸が交わる点が点 P である。

このとき，△ABC と△ABP は底辺 AB を共有する。△ABC の高さ CQ と△ABP の高さ PR は，AB // CP なので等しくなる。よって，△ABC と△ABP の面積は等しくなる。

点 C を通って①と平行な直線の傾きは①の傾きと等しくな



るので，式は，$y=2x+b$ と表すことができる。これに $C(6,\ 0)$ を代入して，

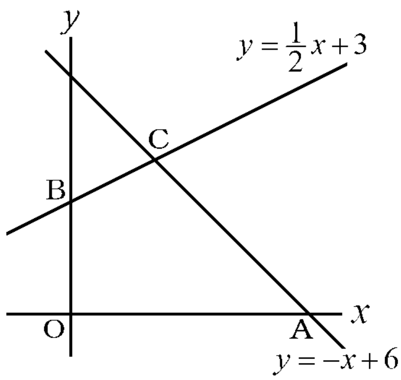
$0=12+b$ で $b=-12$

式は $y=2x-12$

$y=2x-12$ が y 軸と交わる点 P の座標は(0，－12)

よって，$p=-12$

[問題](後期期末)



右の図のように，2 つの直線 $y=-x+6$，$y=\dfrac{1}{2}x+3$ がある。次の各問いに答えよ。

(1) 点 A，C の座標をそれぞれ求めよ。

(2) 四角形 OACB と面積の等しい三角形 OBP をつくりたい。点 P の座標を x 軸上にとるとき，点 P の座標を求めよ。ただし，$x>6$ とする。

[解答欄]

(1)A：	C：	(2)

[解答]A：(6，0)　C：(2，4)　(2) (10，0)

[解説]

(1)A：$y=-x+6$ に $y=0$ を代入すると，$0=-x+6$，$x=6$　よって，A(6，0)

C：$y=-x+6$・・・①，$y=\dfrac{1}{2}x+3$・・・②を連立方程式として解く。

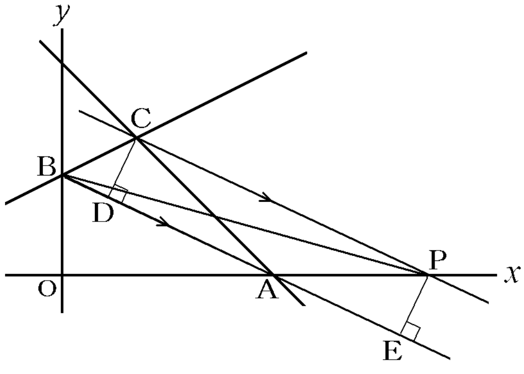
②の y を①に代入すると，$\dfrac{1}{2}x+3=-x+6$，両辺を 2 倍すると，$x+6=-2x+12$，

$x+2x=12-6$，$3x=6$，$x=2$

$x=2$ を①の $y=-x+6$ に代入すると，

$y=-2+6=4$

よって，点 C の座標は(2，4)である。



(2) ＊この問題は，数学 2 年の図形の「等積変形」の考え方を使う。

右図で，BA // CP となるように，直線 CP をひくと，△BAC と△BAP は，底辺 BA が共通で高さ(CD と PE)が等しいので，面積が等しくなる。このとき，

(四角形 OACB)＝(△OAB)＋(△BAC)＝(△OAB)＋(△BAP)＝(△OBP)となる。

そこで，直線 CP の式を求めて，点 P の座標を求める。

点 B は $y=\frac{1}{2}x+3$ の切片であるので B の座標は(0, 3)である。また, (1)より点 A の座標は(6, 0)である。よって，(直線 BA の傾き)$=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-3}{6-0}=\frac{-3}{6}=-\frac{1}{2}$

CP // BA なので，直線 CP の傾きは $-\frac{1}{2}$ である。

したがって，直線 CP の式は $y=-\frac{1}{2}x+b$ とおくことができる。

直線 CP は C(2，4)を通るので，$y=-\frac{1}{2}x+b$ に $x=2$, $y=4$ を代入すると，

$4=-\frac{1}{2}\times 2+b$，$4=-1+b$，$b=5$

よって，直線 CP の式は，$y=-\frac{1}{2}x+5$ であることがわかる。

点 P の y 座標は 0 であるので，$y=-\frac{1}{2}x+5$ に $y=0$ を代入すると，

$0=-\frac{1}{2}x+5$，両辺を 2 倍して，$0=-x+10$，$x=10$

したがって，点 P の座標は(10，0)である。

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※このファイルは，FdData 中間期末数学 2 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 2 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。
※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

【Fd 教材開発】(092) 404－2266