【】一次関数の利用：料金

[問題](2 学期中間)

ガス料金は，使用量に比例した金額と一定金額との和で表される。使用量が 55m³ のとき，料金は 5500 円，使用量が 70m³ のとき，料金は 6850 円であった。次の問いに答えなさい。

(1) 使用量が x m³のときの料金が y 円だったとして，x, y の関係を式に表しなさい。

(2) ガスを 60m³ 使用したときの料金を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y=90x+550$ (2) 5950 円

[解説]

(1) 使用量が 55m³ から 70m³ に 15m³ 増えると，料金は 6850－5500＝1350 円増える。1350÷15＝90 なのでガス 1m³ あたり 90 円の料金がかかる。したがって，x m³ のときの比例部分の料金は $90x$ 円となる。一定金額を b 円とすると，料金の合計は，$y=90x+b$ となる。使用量が 55m³ のとき，料金は 5500 円なので，$x=55,\ y=5500$ を代入すると，$5500=90\times55+b$。これを解いて $b=550$。よって，$y=90x+550$

＊ $y=ax+b$ とおいて，$(x,\ y)=(55,\ 5500),\ (70,\ 6850)$ を代入して，a，b の連立方程式を解く方法もある。

(2) $y=90x+550$ に $x=60$ を代入すると，$y=5950$

[問題](2 学期期末)

1 個 60 円のみかんを x 個買って，70 円のかごにつめてもらったら代金の合計が y 円になった。次の問いに答えなさい。

(1) y は x の 1 次関数であるといえるか。

(2) y を x の式で表しなさい。

(3) みかんを 5 個買ったときの代金の合計を求めなさい。

(4) 代金の合計が 850 円になるときのみかんの個数を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)

[解答](1) いえる　(2)　$y=60x+70$　(3) 370 円　(4) 13 個

[解説]

(1)(2) (代金の合計)＝(みかんの単価)×(みかんの個数)＋(かごの代金)なので，

$y=60\times x+70,\ y=60x+70$　この式より，y は x の 1 次関数であるといえる。

(3)　$y=60x+70$ に $x=5$ を代入すると，$y=60\times5+70=370$

(4)　$y=60x+70$ に $y=850$ を代入すると，$850=60x+70,\ 6x+7=85$

$6x=85-7,\ 6x=78,\ x=78\div6=13$

[問題](2 学期中間)

あるインターネット会社の利用料金は，利用した回数に比例した金額と基本料金の和になっている。ある人が 8 月にインターネットを 50 回利用したら料金は 4000 円であった。9 月に 80 回利用したら料金は 4900 円であった。

(1)　基本料金はいくらか。

(2)　この人が 1 ヵ月に，インターネットを 100 回利用したら料金はいくらになるか。

(3)　ある月の料金が 6250 円であった。この月は何回利用したことになるか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 2500 円　(2) 5500 円　(3) 125 回

[解説]

(1) 1 回の料金を a 円，基本料金を b 円とし，ある月に x 回利用したときの料金を y 円とする。(料金 y)＝(基本料金 b)＋(1 回の料金 a)×(回数 x) なので，$y=ax+b$ が成り立つ。

50 回利用したときの料金が 4000 円なので，$x=50$，$y=4000$ を $y=ax+b$ に代入すると，$4000=a\times50+b,\ 50a+b=4000\cdots$①

80 回利用したときの料金が 4900 円なので，$x=80,\ y=4900$ を $y=ax+b$ に代入すると，$4900=a\times80+b,\ 80a+b=4900\cdots$②　が成り立つ。

①，②を連立方程式として解く。②－①より，$30a=900,\ a=30$

$a=30$ を①に代入すると，$50\times30+b=4000,\ 1500+b=4000,\ b=2500$

よって基本料金は 2500 円　x，y の関係式は，$y=30x+2500$

⑵ $y=30x+2500$ に $x=100$ を代入すると，$y=5500$　よって 5500 円

⑶ $y=30x+2500$ に $y=6250$ を代入すると，

$6250=30x+2500$，$30x=3750$，$x=125$　よって 125 回

[問題](2 学期期末)

A 社の携帯電話の料金と B 社の携帯電話の料金は次のようになっています。1 ケ月に何分利用すると，A 社の方が安くなりますか。

ただし，(1 ヶ月の使用料)＝(月額基本料金)＋(1 分ごとの使用料金)×(通話時間)です。

	月額基本料金	1 分ごとの使用料金
A 社	2000 円	80 円
B 社	1000 円	100 円

[解答欄]

[解答]50 分より多いとき

[解説]

通話時間を x 分，1 ヶ月の使用料を y 円とすると，

A 社の場合は，$y=80x+2000$

B 社の場合は，$y=100x+1000$

$x=0$ のとき A 社の方が y が大きい。1 分ごとの使用料金は B 社の方が高いので，x が増加するほど，A 社と B 社の y の差は縮まっていく。

A 社と B 社の使用料が等しくなるとき，

$100x+1000=80x+2000$，$100x-80x=2000-1000$，$20x=1000$

$x=1000\div20=50$

よって，50 分より多くなると，A 社の方が安くなる。

[問題](2 学期中間)

鈴木さんの中学校では，文化祭のプログラムを印刷屋に注文することにした。101 枚から 1000 枚までの範囲では，費用と枚数の関係は一次関数になっていて，200 枚注文すれば 3000 円，400 枚注文すれば 4000 円である。x 枚注文したときの費用を y 円として，次の問いに答えなさい。

(1) 枚数が 101 枚から 1000 枚までの範囲にあるとき，x，y の関係を式に表しなさい。

(2) 750 枚注文したときの費用はいくらか。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y=5x+2000$　(2) 5750 円

[解説]

(1) y は x の一次関数なので $y=ax+b$ とおくことができる。

200 枚で 3000 円なので， $x=200,\ y=3000$ を $y=ax+b$ に代入して，

$3000=a\times200+b,\ 200a+b=3000\cdots$①

400 枚で 4000 円なので， $x=400,\ y=4000$ を $y=ax+b$ に代入して，

$4000=a\times400+b,\ 400a+b=4000\cdots$②

①，②を連立方程式として解く。②−①より，

$200a=1000,\ a=5$

$a=5$ を①に代入すると， $200\times5+b=3000,\ 1000+b=3000,\ b=2000$

よって， $y=5x+2000$

(2) $y=5x+2000$ に $x=750$ を代入すると，

$y=5\times750+2000=3750+2000=5750$

よって 5750 円

【】一次関数の利用：水そう

[問題](2 学期中間)

深さ 50cm の直方体の形をした水そうに一定の割合で水を入れたとき，入れ初めてからの時間と水の深さとの関係は次の表のようになりました。このとき次の問いに答えなさい。

時間(分)	0	1	2	3	4	5	6
長さ(cm)	5	9	13	17	21		

(1) 水を入れ始める前，この水そうに入っていた水の深さは何 cm ですか。

(2) 5 分後，6 分後の水の深さは何 cm ですか。

(3) 水を入れ始めてから x 分後の水の深さを y cm として，y を x の式で表しなさい。

(4) この水そうにこのまま水を入れていくと，9 分後には水の深さは何 cm になると考えられますか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) 5cm (2) 5 分後：25cm，6 分後：29cm (3) $y=4x+5$ (4) 41cm

[解説]

(1) 時間が 0 分のときの長さが 5cm なので，水を入れ始める前，この水そうに入っていた水の深さは 5cm である。

(2) 表より 1 分間に 4cm 深くなる。

よって，5 分後には 21＋4＝25cm，6 分後には 25＋4＝29cm

(3) 1 分間に 4cm 深くなるので，x 分では $4\times x$ cm 深くなる。最初は 5cm なので，x 分後の深さは $y=4x+5$

(4) $y=4x+5$ に $x=9$ を代入すると，$y=4\times9+5=41$ なので 41cm

[問題](2 学期中間)

30L 入っている水そうから，毎分 2L の割合で水をぬき，水そうを空にします。水をぬき始めてから x 分後の水そうの水の量を y L として，問いに答えなさい。

(1) 7 分後の水の量は何 L になっていますか。

(2) 水の量が 12L になるのは何分後ですか。

(3) ① y を x の式で表しなさい。②また，そのときの x と y の変域を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)①
②		

[解答](1) 16L　(2) 9 分後　(3)①　$y=-2x+30$　②　$0 \leqq x \leqq 15$，$0 \leqq y \leqq 30$

[解説]

(1) 7 分間で，2(L)×7(分)＝14(L)の水が排出されるので，水の量は，30－14＝16(L)になる。

(2) 水の量が 12L になるのは，30－12＝18(L)の水が排出されたときである。毎分 2L の割合で水をぬくので，18(L)÷2(L)＝9(分)

(3) 毎分 2L の割合で水をぬくので，x 分間では，2(L)× x (分)＝ $2x$ (L)の水が排出される。最初 30L 入っているので，x 分後の水そうの水の量 y L は，

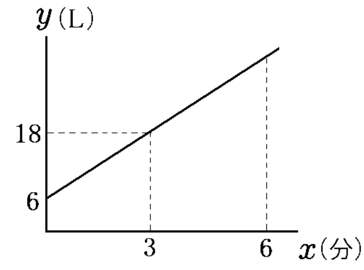
$y=30-2x$，$y=-2x+30$ となる。水そうの水がなくなるとき，$y=0$ なので，

$-2x+30=0$　$-2x=-30$，$x=-30\div(-2)=15$

したがって，x の変域は $0 \leqq x \leqq 15$，y の変域は $0 \leqq y \leqq 30$

[問題](2 学期中間)

水が 6L 入った水そうに，一定の割合で水を注いでいく。水を注ぎ始めてから x 分後の水の量を y L として，x と y の関係をグラフに表すと，右の図のようになった。また，注ぎ始めてから 6 分後に水そうはいっぱいになった。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 1 分間に注ぐ水の量は何 L か。

(2) 水そうに入れることのできる水の量を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 4L　(2) 30L

[解説]

(1) グラフより，最初 6L の水が入っていたことがわかる。

水を注ぎ始めてから 3 分後に 18L になっているので，3 分間で 18－6＝12(L)の水が注ぎ入れられたことがわかる。したがって，1 分間に注ぐ水の量は，

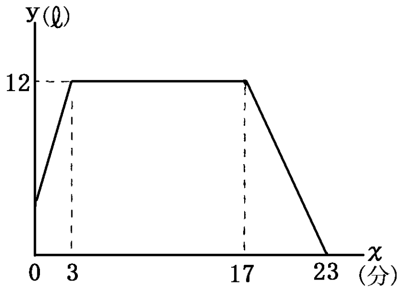
12(L)÷3(分)＝4(L)であるとわかる。

(2) 注ぎ始めてから 6 分後に水そうはいっぱいになったので，4(L)×6(分)＝24(L)の水が注ぎ入れられて水そうがいっぱいになった。したがって，水そうに入れることのできる水の量は，6＋24＝30(L)である。

[問題](2 学期期末)

　次の問いで(　　)にあてはまる最も簡単な数，または式を記入しなさい。

　15L 入る水そうに水が 3L 入っています。この容器に 3 分間水を入れたのち，しばらく水を止め，そののち毎分一定の割合で水を抜きました。右のグラフは x 分後の水の量を y L として x, y の関係を表したものです。



(1)　最初の 3 分間は毎分(　　)L の割合で水が入ります。

(2)　一番多く水が入ったとき，あと(　　)L で，水そうがいっぱいになります。

(3)　水を止めていた時間は(　　)分間です。

(4)　下線部を表したグラフについて，y を x の式で表すと

　　$y=$(　　　　)　(　　)$\leqq x \leqq$(　　)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) 3　(2) 3　(3) 14　(4) $y=-2x+46$，$17\leqq x\leqq 23$

[解説]

(1) グラフより 3 分後の水の量が 12L なので, 最初の 3 分間で 12－3＝9(L)増加する。

9(L)÷3(分)＝3(L／分)　なので毎分 3L の割合で水が入る。

(2) グラフより一番多く水が入ったときの水の量は 12L。この水そうには 15L 入るので，あと 15－12＝3(L)で水そうがいっぱいになる。

(3) グラフより，水を止めていたのは水の量が一定である 3 分～17 分の間。

よって 17－3＝14 分間，水を止めていたことがわかる。

(4) 23－17＝6 分で 12L 減少したので, 1 分あたり 12÷6＝2(L)減少していることがわかる。したがって，この間の x, y の関係式は，$y=-2x+b$ とおくことができる。

23 分後に水の量は 0 になるので，$x=23, y=0$ を $y=-2x+b$ に代入して，

$0=-2\times 23+b, 0=-46+b, b=46$

よって $y=-2x+46$ 水が減少しているのは，17 分～23 分の間なので，x の変域は

$17\leqq x\leqq 23$

【】一次関数の利用：ばね

[問題](2 学期期末)

あるばねにおもりをつるすとき，このばねののびはおもりの重さに比例する。下の表はいろいろな重さのおもりをつるしてばね全体の長さを調べたものである。この表について，次の問いに答えなさい。

おもりの重さ(g)	0	4	8	12	16
ばね全体の長さ(cm)	15	17	19	21	23

(1) 1g のおもりをつるしたときのばねののびは何 cm ですか。

(2) x g のおもりをつるしたとき，ばね全体の長さを y cm とする。y を x の式で表しなさい。

(3) 20g のおもりをつるしたとき，ばね全体の長さは何 cm ですか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 0.5cm　(2) $y = 0.5x + 15$　(3) 25cm

[解説]

(1) 表より 4g のおもりをのせたとき, ばねののびは 17－15＝2cm なので, 1g あたり, 2(cm)÷4(g)＝0.5(cm)のびる。

(2) 1g で 0.5cm のびるので，x g では $0.5 \times x = 0.5x$ (cm)のびる。このばねのもとの長さは 15cm なので，$y = 0.5x + 15$

(3) $y = 0.5x + 15$ に $x = 20$ を代入すると，$y = 0.5 \times 20 + 15 = 25$

[問題](2 学期期末)

ばねののびは下げたおもりの重さに比例します。あるばねは，30g のおもりを下げるとばねの全体の長さが 20cm になり，70g のおもりを下げるとばねの全体の長さが 28cm になる。x g のおもりを下げたときのばねの全体の長さを y cm としたとき，y を x の式で表しなさい。

[解答欄]

[解答] $y=0.2x+14$

[解説]

おもりをのせないときのばねの長さを a cm とする。また，このばねは 1g について b cm のびるとすると，x g のおもりを下げると $b\times x=bx$ (cm)のびるので，ばね全体の長さは，

$y=a+bx$， $bx+a=y$ ･･･①となる。

x ＝30g のおもりを下げるとばねの全体の長さが y ＝20cm になるので，①より，

$b\times 30+a=20$，$30b+a=20$ ･･･②

また， x ＝70g のおもりを下げるとばねの全体の長さが y ＝28cm になるので，①より， $b\times 70+a=28$，$70b+a=28$ ･･･③

③－②より， $40b=8$，$b=8\div 40=0.2$

$b=0.2$ を②に代入すると， $30\times 0.2+a=20$，$6+a=20$，$a=14$

したがって， $y=0.2x+14$ となる。

【】一次関数の利用：その他

[問題](2 学期中間)

下の表は，ろうそくに点火してから x 分後のろうそくの長さを y cm して x と y の関係を表したものである。次の問いに答えなさい。

x (分)	0	5	10	15	20	25	30	・・・
y (cm)	30	28	26	24	22	20	18	・・・

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) x の変域を表しなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y=-0.4x+30$ (2) $0 \leqq x \leqq 75$

[解説]

ろうそくは 5 分で 2cm ずつ短くなっているので，1 分あたり，2(cm)÷5(分)＝0.4(cm)短くなる。したがって， x 分では $0.4\times x=0.4x$ (cm)短くなる。最初の長さは 30cm なので， x 分後には， $30-0.4x$ (cm)になる。したがって，

$y=30-0.4x$, $y=-0.4x+30$ となる。

(2) ろうそくが燃えつきるとき $y=0$ このとき， $-0.4x+30=0$, $-0.4x=-30$

$x=-30\div(-0.4)=75$ したがって， x の変域は， $0 \leqq x \leqq 75$ となる。

[問題](2 学期中間)

1km 走るのに $\frac{1}{10}\,l$ のガソリンを使う自動車がある。この自動車が $40\,l$ のガソリンを入れて出発した。このとき，x km 走ったときの残りのガソリンの量を $y\ l$ として，次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 100km 走ったときの残りのガソリンの量を求めなさい。

(3) x の変域を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　$y=-\frac{1}{10}x+40$　(2)　$30\,l$　(3)　$0 \leqq x \leqq 400$

[解説]

(1)　x km 走ったときに使うガソリンは$\frac{1}{10}\times x$なので，残りは$40-\frac{1}{10}x$

ゆえに，$y=-\frac{1}{10}x+40$

(2)　$y=-\frac{1}{10}x+40$　に$x=100$を代入すると，$y=-\frac{1}{10}\times 100+40=-10+40=30$

よって，残りのガソリンの量は$30\,l$

(3)　$y=0$とすると，$0=-\frac{1}{10}x+40$で，これを解くと$x=400$

よって 40lのガソリンを入れたとき，400km 走ることができる。

ゆえに$0 \leqq x \leqq 400$

[問題](2 学期中間)

　気温は，地上から 10km までは，標高が 100m 上がるごとに 0.6℃ずつ下がる。標高 0m の地点の気温が 22℃であるとき，標高x m の地点の気温をy℃として，次の各問いに答えよ。

(1)　標高 2000m の地点の気温を求めよ。

(2)　yをxの式で表せ。

(3)　標高 1500m の地点の気温は何℃か。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 10℃　(2)　$y=-0.006x+22$　(3) 13℃

[解説]

(1) 気温は，標高が 100m 上がるごとに 0.6℃ずつ下がるので，標高が 1m 上がるごとに，0.6(℃)÷100(m)＝0.006(℃)下がる。標高 2000m の地点では，

0.006(℃)×2000(m)＝12(℃)下がるので，気温は，22－12＝10(℃)となる。

(2) (1)と同様に考えると，標高x m の地点では，0.006(℃)×x(m)＝0.006x(℃)下が

るので，気温は，$22-0.006x$（℃)となる。

よって，$y=-0.006x+22$ となる。

(3) $y=-0.006x+22$ に $x=1500$ を代入すると，

$y=-0.006\times1500+22=-9+22=13$ となる。

[問題](2 学期期末)

身の回りにある関数を探していた A さんは，家にあった携帯電話の古いカタログに書かれていた料金プランの表と料金例を見つけた。

1 か月の基本使用料	1 分あたりの通話料(1 分未満は切り上げ)
3600 円	30 円(1 か月 50 分までは無料)

★料金例：1 か月の通話時間が 100 分の場合，基本使用料＋通話料＝5100(円)

A さんは，この料金プランで，通話時間が x 分のときの 1 か月の料金を y 円として，x と y の関係を式で表そうと考え，最初に，

$y=30x+3600$ ･･･①

と表した。しかし，A さんは，図の料金例を見て計算してみたところ，①の式が間違いであることに気がついた。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) A さんが最初に①の式にしたのは，料金プランの表に書かれているあることがらを見落としていたためだった。あることがらとは何か。

(2) 正しい式を求めよ。ただし，$x\geqq50$ とする。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 1 か月 50 分までは無料　(2) $y=30x+2100$

[解説]

A さんは，(1 か月の料金)＝30 円×(通話時間(分))＋(基本通話料) と考え，$y=30x+3600$ という式を立てた。しかし，この式を使った場合，料金例にある 1 か月の通話時間が 100 分の場合，$x=100$ を $y=30x+3600$ に代入すると，$y=30\times100+3600=6600$ になり，料金例にある 5100 円にはならない。

これは，「1 か月 50 分までは無料」という点を見落としていたためである。

「50 分までは無料」なので，100 分の場合は，100－50＝50(分)だけ通話料がかかる。

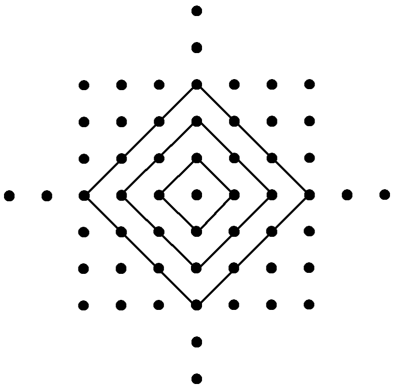
正しい通話料は，30×(100－50)＋3600＝1500＋3600＝5100(円)になる。

したがって，正しい式は，

$y=30(x-50)+3600$, $y=30x-1500+3600$, $y=30x+2100$ となる。

[問題](2 学期期末)

右の図のように，1cm の間隔で規則的に並んでいる点を結んで，正方形を作った。いちばん内側の正方形から，1 周目，2 周目，3 周目，･･･として，次の問いに答えなさい。



(1) x 周目の正方形の周上の点の数を y 個として下の表を完成させなさい。

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y								

(2) y を x の式で表しなさい。

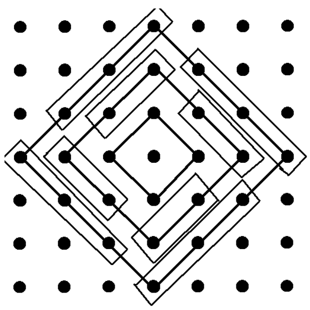
(3) 20 周目の正方形の周上の点の数を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 左から 4，8，12，16，20，24，28，32 (2) $y=4x$ (3) 80 個

[解説]



(1)(2) 1 周目は 4 個

2 周目は右図のように考えると，2×4＝8 個

同様にして，

3 周目は，3×4＝12

4 週目は，4×4＝16

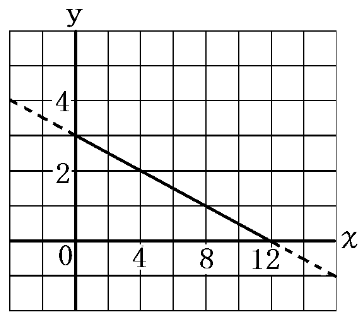
x 周目は，x ×4＝4 x よって，$y=4x$

(3) $y=4x$ に $x=20$ を代入すると，$y=4\times20=80$ よって 80 個

【】速さ･時間･距離①

[問題](2 学期期末)

ある人が家から 3km 離れた駅へ自転車で行く。右の図は，家を出てから x 分後にいる地点から駅までの道のりを y km として，x, y の関係を表したものである。



(1)　駅に着くのは何分後ですか。

(2)　4 分後，6 分後にいる地点から駅までの道のりは，それぞれ何 km ですか。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 12 分後　(2) 4 分後：2km，6 分後：1.5km

[解説]

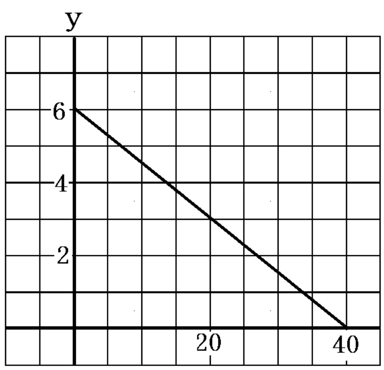
(1) 駅に着いたとき $y=0$　グラフで $y=0$ のとき $x=12$　よって 12 分後

(2) グラフより，$x=4$ のとき $y=2$　よって 4 分後の駅までの距離は 2km

グラフより，$x=6$ のとき $y=1.5$　よって 6 分後の駅までの距離は 1.5km

[問題](3 学期)

木村さんが，家から 6km 離れた図書館へ自転車で行きます。右の図は，家を出て x 分後にいる地点から図書館までの道のりを y km として，x, y の関係をグラフに表したものである。



(1)　木村さんが図書館に着くのは何分後ですか。

(2)　30 分後にいる地点から図書館までの道のりは何 km ですか。

(3)　自転車の速さは毎分何 km ですか。

(4)　グラフの式を求めなさい。x の変域も書くこと。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) 40 分後　(2) 1.5km　(3) 0.15km/分　(4) $y=-\frac{3}{20}x+6\ (0 \leqq x \leqq 40)$

[解説]

(1) 図書館に着いたとき $y=0$　グラフで $y=0$ のとき $x=40$　よって 40 分後

(2) グラフより，$x=30$ のとき $y=1.5$　よって図書館までの道のりは 1.5km

(3) グラフより 40 分で 6km 走っているので，(速さ)＝(距離)÷(時間)＝6÷40＝0.15km/分

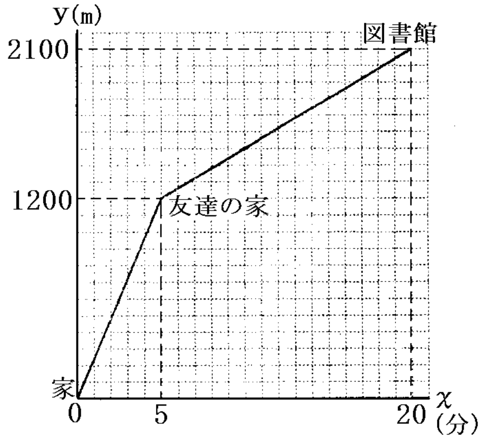
(4) グラフより，切片は 6 なので，$y=ax+6$ とおくことができる。

$x=40$ のとき $y=0$ なので，$0=a\times 40+6,\ 40a=-6,\ a=-\frac{6}{40}=-0.15$

よって，$y=-0.15x+6$　x の変域はグラフより $0 \leqq x \leqq 40$

[問題](2 学期中間)

A 君は家から 2100m 離れた図書館まで行くとき，途中にある友達の家まで自転車で行き，友達の家から一緒に歩きました。下のグラフは，A 君が家を出てからの時間 x (分)とその道のり y m の関係を表したものです。次の(　　)にあてはまる最も簡単な数，または式を記入しなさい。



(1) 図書館に着くのは A 君が家を出てから(　　)分後です。

(2) A 君が家を出て 10 分後に公園がありました。公園は図書館から(　　)m のところにある。

(3) 家から友達の家までについて，y は x で $y=240x\ (0 \leqq x \leqq 5)$ と表されます。このときの x の係数 240 は(　　　　)を表しています。

(4) 友達の家から図書館までについて，y を x の式で表すと ① $y=$(　　　　)で，x の変域は②(　　　　)です。

(5) A 君の家から，兄が A 君の 9 分後に出発し，分速 300m で A 君を追いかけたところ, A 君が家を出てから①(　　)分後に A 君の家から②(　　)m の地点で追いつきました。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	
(4)①	②	(5)①	②

[解答](1) 20　(2) 600　(3) 速さ(m/分)　(4)① $y=60x+900$，② $5 \leqq x \leqq 20$

(5)①15，②1800m

[解説]

(2) グラフより $x=10$ のとき，$y=1500$ で家からの距離は 1500 m

よって，図書館までの距離は $2100-1500=600$ m

(3) $y=240x$ より $\dfrac{y(m)}{x(分)}=240$ で 240 は分速を表す。

(4) $y=ax+b$ とおく。

$y=ax+b$ は $(5,\ 1200)$ を通るので，$x=5,\ y=1200$ を代入して

$1200=a\times 5+b,\ 5a+b=1200\cdots$①

$y=ax+b$ は $(20,\ 2100)$ を通るので，$x=20,\ y=2100$ を代入して

$2100=a\times 20+b,\ 20a+b=2100\cdots$②

①，②を連立方程式として解く。②－①より，

$15a=900,\ a=60$

$a=60$ を①に代入すると，$5\times 60+b=1200,\ 300+b=1200,\ b=900$

よって，$a=60,\ b=900$ なので，求める直線の式は $y=60x+900$

このときの x の変域はグラフより，$5 \leqq x \leqq 20$

(5) A 君が出発してから x 分後に追いつくとする。

兄は A 君の 9 分後に出発したので，追いかけた時間は $x-9$ 分

兄は，分速 300m で $(x-9)$ 分進むので，進んだ距離は，$300\times(x-9)$ m となる。

9 分後，A 君は友達の家と図書館の間にいるので，(4)より A 君の進んだ距離は，

$60x+900$ m となる。よって $300(x-9)=60x+900$ が成り立つ。

両辺を 60 でわると，$5(x-9)=x+15,\ 5x-45=x+15,\ 4x=60,\ x=15$

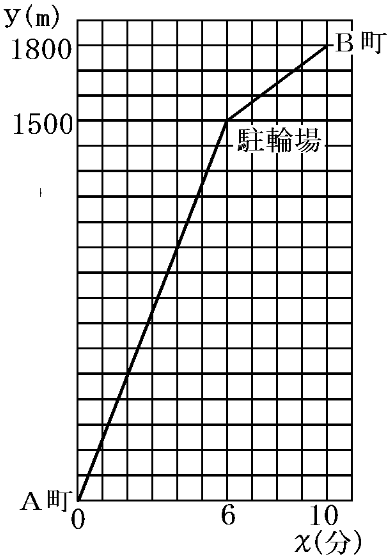
$x=15$ を $y=60x+900$ に代入すると，

$y=60\times 15+900=1800$

したがって 15 分後に家から 1800m の地点で追いつく。

[問題](2 学期中間)

A 町から 1800m はなれた B 町まで行くとき，途中の駐輪場まで自転車で行き，駐輪場からは歩いた。右のグラフは，出発してからの時間 x 分とその道のり y m の関係を表したものである。これについて次の問いに答えなさい。



(1) A 町から駐輪場までについて，y を x の式で表せ。また，x の変域を求めよ。

(2) 駐輪場から B 町までについて，y を x の式で表せ。また，x の変域を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y=250x$，$0 \leqq x \leqq 6$ (2) $y=75x+1050$，$6 \leqq x \leqq 10$

[解説]

(1) A 町から駐輪場までのグラフは原点を通るので $y=ax$ とおくことができる。

$y=ax$ に $x=6,\ y=1500$ を代入して，$1500=6a$，よって $a=250$

式は，$y=250x$　x の変域は $0 \leqq x \leqq 6$

(2) 求める直線の式を $y=bx+c$ とおく。

$x=6$ のとき $y=1500$ なので代入すると，$1500=b\times 6+c,\ 6b+c=1500$ ･･･①

$x=10$ のとき $y=1800$ なので代入すると，$1800=b\times 10+c,\ 10b+c=1800$ ･･･
②

①，②を連立方程式として解く。

②－①より，$4b=300,\ b=75$

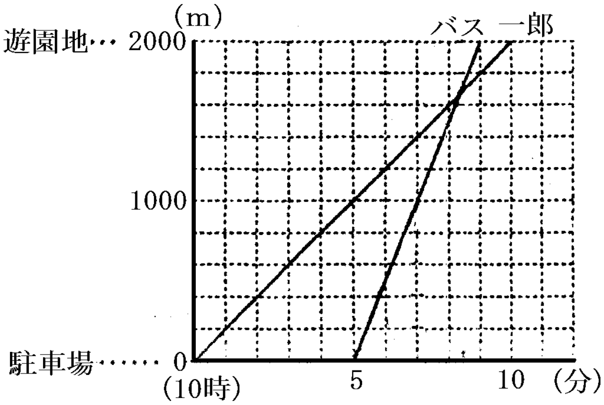
$b=75$ を①に代入すると，$6\times 75+c=1500,\ 450+c=1500,\ c=1050$

よって $y=75x+1050$，x の変域は $6 \leqq x \leqq 10$

【】速さ･時間･距離②

[問題](2 学期中間)

駐車場から 2000m 離れた遊園地に向かって一郎君は, 10 時に自転車で出発した。また，遊園地行きのバスは 10 時 5 分に出発した。右の図は，そのときの時刻と駐車場からの道のりの関係を表したグラフである。



(1) 10 時 x 分における駐車場からの道のりを y m として, バスの x と y の関係を式に表しなさい。

(2) 一郎君がバスに追い抜かれた時間は何時何分何秒ですか。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y = 500x - 2500 \ (5 \leqq x \leqq 9)$ (2) 10 時 8 分 20 秒

[解説]

(1) グラフより，このバスは 4 分で 2000m 進んでいるので分速は 2000÷4＝500m/分。

バスは 10 時 5 分に出発しているので，10 時 x 分には $(x-5)$ 分走ったことになる。

よって， $y = 500(x-5) = 500x - 2500$ 。ただし $5 \leqq x \leqq 9$

(2) グラフより，一郎君は 10 分で 2000m 進んでいるので，分速は 200m/分。したがって $y = 200x$ が成り立つ。

$y = 200x$ ･･･①と $y = 500x - 2500$ ･･･②を連立方程式として解く。

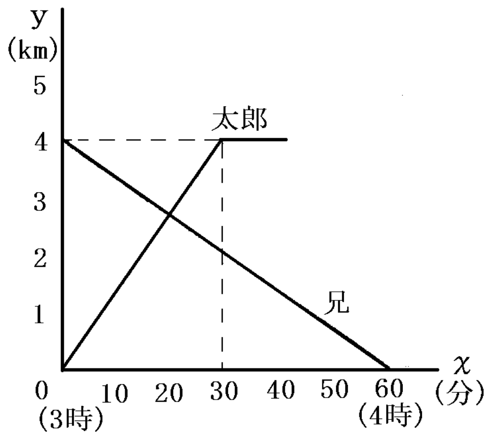
②の y を①の y に代入すると,

$$500x - 2500 = 200x,\ 300x = 2500,\ x = \frac{2500}{300} = \frac{25}{3}$$

$\frac{25}{3}$ 分＝8 分 20 秒。よって 10 時 8 分 20 秒に追い抜かれた。

[問題](2 学期中間)

太郎君は自宅から 4km 離れた公園へ自転車で行き，太郎君の兄は歩いて公園から自宅へ戻る。右のグラフはその時の時刻と自宅からの道のりの関係を示している。以下の問いに答えよ。



(1)　太郎君の動きを示すグラフの式を求めよ。(ただし $0 \leqq x \leqq 30$ とする)

(2)　太郎君の兄の動きを示すグラフの式を求めよ。(ただし $0 \leqq x \leqq 60$ とする)

(3)　二人が出会う時刻と場所を求めよ。

(4)　太郎君が公園で 10 分間休んだ後，自宅に向かう兄に追いつくためにはどのくらいの速さで追いかけないといけないか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)　$y=\dfrac{2}{15}x$　(2)　$y=-\dfrac{1}{15}x+4$　(3) 3 時 20 分に自宅から $\dfrac{8}{3}$ km の地点で出会う　(4) 200m/分以上の速さ

[解説]

(1) 原点を通るので，$y=ax$ とおくことができる。

$x=30$ のとき $y=4$ なので，$y=ax$ に代入すると，$4=30a$，$a=\dfrac{4}{30}=\dfrac{2}{15}$

よって，$y=\dfrac{2}{15}x$

(2) グラフより切片は 4 なので，$y=bx+4$ とおくことができる。

$x=60$ のとき $y=0$ なので，$y=bx+4$ に代入すると，

$0=b\times 60+4$，$60b+4=0$，$60b=-4$，$b=-\dfrac{4}{60}=-\dfrac{1}{15}$

よって，$y=-\dfrac{1}{15}x+4$

(3) $y=\dfrac{2}{15}x\cdots$①と $y=-\dfrac{1}{15}x+4\cdots$②を連立方程式として解く。

①の y を②の y に代入すると，$\dfrac{2}{15}x=-\dfrac{1}{15}x+4$，$2x=-x+60$，$3x=60$，$x=20$

$x=20$ を①に代入すると，$y=\dfrac{2}{15}\times 20=\dfrac{8}{3}$

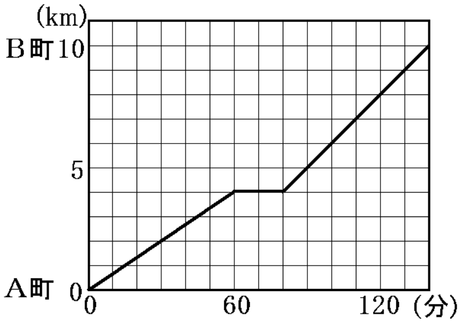
よって，$x=20$，$y=\dfrac{8}{3}$　ゆえに，3 時 20 分に自宅から $\dfrac{8}{3}$ km の地点で出会う

(4) ちょうど兄と同時に家に着くすると，20 分で 4km を走らなければならない。このときの速さは，4÷20＝0.2km/分＝200m/分

よって，200m/分以上の速さで追いかけなければならない。

[問題](2 学期中間)

兄が A 町の家を出発し，途中の店でおじさんの大好物の「生八つ橋」を買って B 町のおじさんの家まで歩いて行った。そのときの時間と距離の関係をグラフに表すと右のようになった。次の問いに答えなさい。



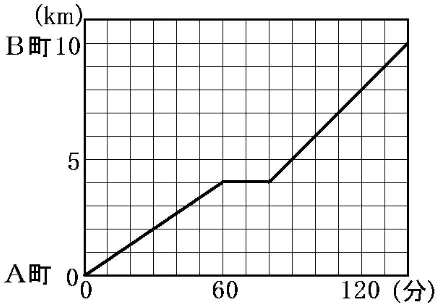
(1) A 町から店までの道のりを求めよ。

(2) 店から B 町までの兄の速さを求めよ。

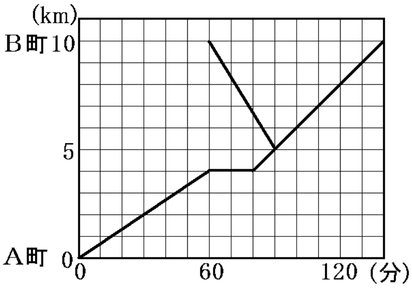
(3) おじさんは，弟から電話で兄が B 町に向かっているという連絡を受け，兄が家を出てから 1 時間後に，時速 10km の速さで自転車で迎えに行った。おじさんの進んだ様子をグラフに書け。

(4) 2 人が出会った時間と場所を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(4)時間：	場所：
(3) 			

[解答](1) 4km　(2) 毎時 6km　(3)



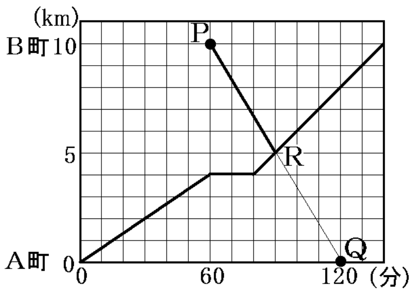
(4) 時間：出発してから 90 分後，場所：A 町から 5km の地点

[解説]

(1) 店で買い物をしているとき，家からの距離は一定である。グラフから，60～80 分のとき，距離が 4km で一定になっている。したがって，A 町から店までの距離は 4km と判断できる。

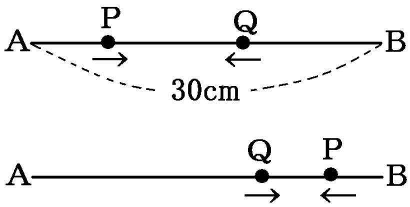
(2) グラフより，兄が店を出発したのは 80 分後で，B 町に着いたのは 140 分後である。したがって，店から B 町までは，140－80＝60 分＝1 時間かかっている。
グラフから A～B 町は 10km で，(1)より A 町～店は 4km なので，店～B 町は 10－4＝6km である。したがって，兄の速さは，毎時 6km である。

(3) おじさんは，兄が家を出てから 60 分後に B 町を出発している。このときの位置をグラフに表すと，右図の P になる。おじさんは時速 10km で A 町の方向へ進むので，そのまま進めば，出発してから 1 時間後に A 町に到着することになる(点 Q)。右図の PQ と兄のグラフの交点 R で，兄とおじさんは出会ったことが分



かる。おじさんは，兄に出会うまで進むので，おじさんの進んだグラフは PR になる。
グラフより，R は 90 分の位置で，A 町から 5km の地点である。

[問題](2 学期期末)



長さ 30cm の線分 AB 上を，点 P は毎秒 2cm の速さで，点 Q は毎秒 3cm の速さで往復する。点 P が点 A から，点 Q が点 B から出発するとして，出発してからの時間を x 秒，AP の長さを y cm とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 点 P がはじめて B に着いてから A にもどってくるまでの間について，y を x の式で表しなさい。また，このときの x の変域を求めなさい。

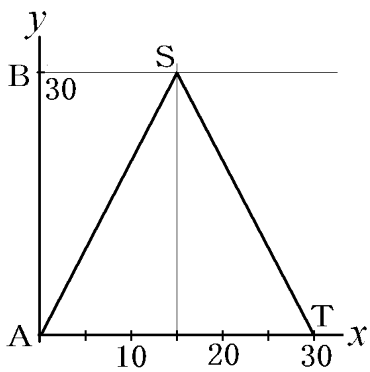
(2) 2 点 P，Q が 2 回目に出会うのは，出発してから何秒後か。

[解答欄]

(1)		(2)

[解答](1) $y=-2x+60$，$15\leqq x\leqq 30$　(2) 18 秒後

[解説]



(1) P が B に到着するのは，30÷2＝15(秒後)

P が B 点に到着したとき，$x=15$，$y=30$

(右図の点 S)

P が B で折り返して A に戻るのは 15×2＝30(秒後)で，

$x=30,\ y=0$ (右図の点 T)

ST 間の y を x の式で表すと，直線の式なので

$y=ax+b$ とおくことができる。図より(15，30)，(30，0)を通るので，

$x=15,\ y=30$ を代入して，$30=a\times15+b,\ 15a+b=30$ ･･･①

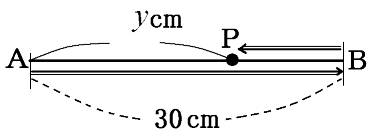
$x=30,\ y=0$ を代入して，$0=a\times30+b,\ 30a+b=0$ ･･･②

②－①より，$15a=-30,\ a=-2$　これを②に代入すると，$30\times(-2)+b=0$

$-60+b=0,\ b=60$　よって，$y=-2x+60$

このとき，x の変域は$15\leqq x\leqq 30$

(別解)



右図で，AB＋BP＝(P が進んだ距離の合計)

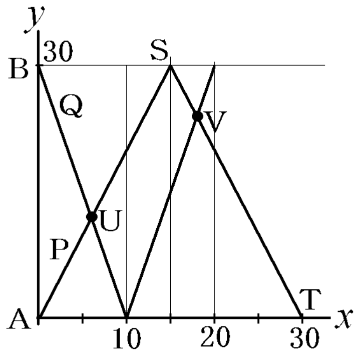
(P が進んだ距離の合計)＝ $2\times x=2x$

よって，AB＋BP＝ $2x$

ところで，右図より，(AB＋BP)＋AP＝30×2

$2x+y=60,\ y=-2x+60$

(2) (1)と同様に点 Q の動きをグラフにすると右図のようになる。グラフ中の点 U は最初に P と Q が出会う場合を，点 V は 2 回目に P と Q が出会う場合を示している。



点 V の座標を求めるために，Q の $10\leqq x\leqq 20$ における直線の式を求める。

この直線の式を $y=cx+d$ とおくと，(10，0)，(20，30)の 2 点を通るので，

$x=10,\ y=0$ を代入すると， $0=c\times 10+d,\ 10c+d=0$ ･･･③

$x=20,\ y=30$ を代入すると， $30=c\times 20+d,\ 20c+d=30$ ･･･④

④－③より， $10c=30,\ c=3$

これを③に代入すると，$10\times 3+d=0,\ d=-30$

よって，直線の式は $y=3x-30$ ･･･⑤

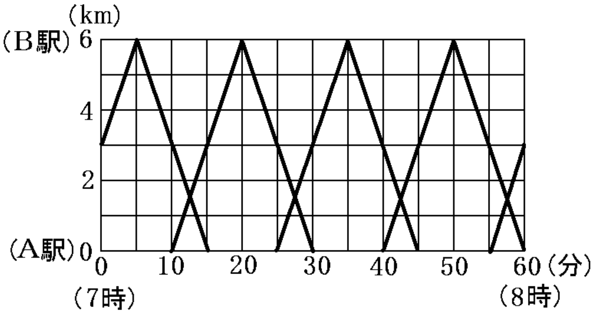
(1)で求めた $y=-2x+60$ ･･･⑥と⑤の交点を求めるために，⑤⑥を連立方程式として解く。

⑤の y を⑥に代入すると， $3x-30=-2x+60,\ 3x+2x=60+30,\ 5x=90,\ x=18$

よって，2 回目に出会うのは出発してから 18 秒後

[問題](2 学期中間)

下の図は，6km はなれた A 駅と B 駅の間の，7 時から 8 時までの列車の運行のようすを表したグラフです。



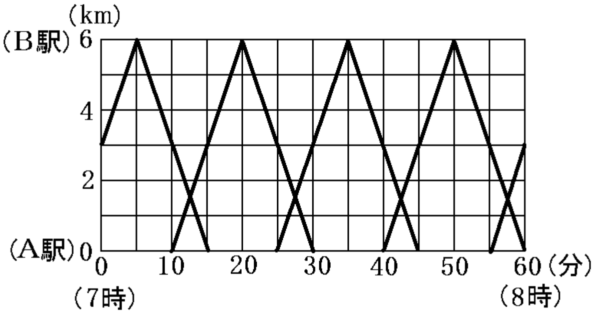
(1) P さんは，7 時 25 分に A 駅を出発して，時速 12km の自転車で，線路沿いの道を B 駅まで行きました。P さんが A 駅を出発してから B 駅に着くまでのようすを表すグラフを，上の図にかき入れなさい。

(2) P さんは，B 駅に着くまでに，B 駅から来る列車と何回すれちがいましたか。その回数を求めなさい。

(3) P さんは，A 駅を出る列車に何回追い越されましたか。その回数を求めなさい。

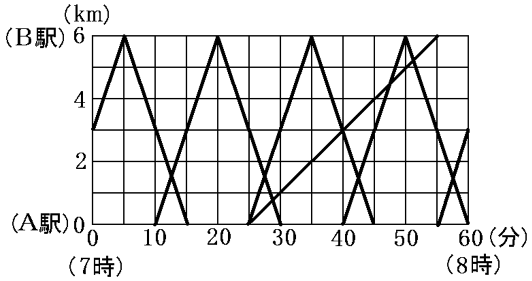
[解答欄]

(1)



(2)	(3)

[解答](1)

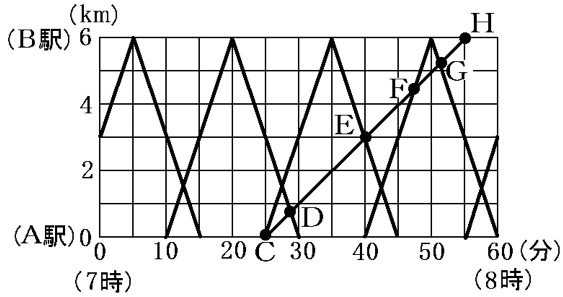


(2) 3 回　(3) 1 回

[解説]

(1) P さんは 7 時 25 分に A 駅を出発するが，このときの位置は右下のグラフの点 C である。P さんは時速 12km で進むので，6km はなれた B 駅に着くのは，30 分後である(点 H)。

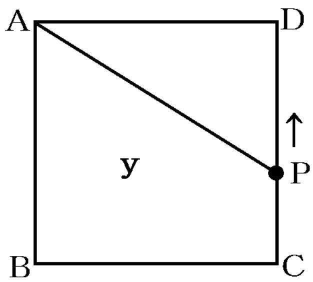
(2)(3) 右図の D～G 点で，P さんは列車とすれ違うか追い越されている。列車が B→A 駅へと進んでいる D 点，E 点，G 点ではすれ違い，列車が A→B 駅へと進んでいる F 点では追い越されている。



【】動点と面積

[問題](2 学期期末)

1 辺が 12cm の正方形 ABCD で，点 P は辺 CD 上を頂点 C から D まで秒速 2cm の速さで動く。P が出発してから x 秒後の台形 ABCP の面積を y cm² とする。次の問いに答えなさい。



(1)　y を x の式で表しなさい。

(2)　台形 ABCP の面積が 120cm² になるのは点 P が頂点 C を出発してから何秒後か。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$y=12x+72$　(2) 4 秒後

[解説]

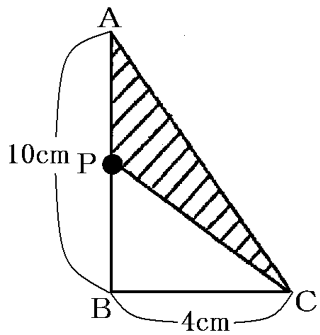
(1) x 秒後の CP＝ $2x$ cm，よって $y=\frac{1}{2}(12+2x)\times12=12x+72$

(2) $12x+72=120$ とおいて，方程式を解くと， $x=4$

よって 4 秒後

[問題](2 学期期末)

右の図の直角三角形 ABC で，点 P は A を出発して，辺上を，B を通って C まで動く。点 P が A から x cm 動いたときの△APC の面積を y cm² として，次の問いに答えなさい。



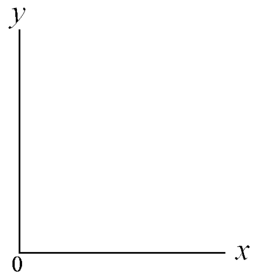
(1)　点 P が辺 AB 上を動くとき， y を x の式で表しなさい。

(2)　点 P が辺 BC 上を動くとき， y を x の式で表しなさい。

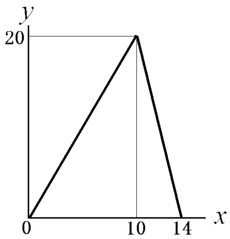
(3)　点 P が辺 BC 上を動くときの x の変域を，不等号を使って表しなさい。

(4)　△APC の面積の変化のようすを表すグラフをかきなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4) 		

[解答](1) $y = 2x$　(2) $y = -5x + 70$　(3) $10 \leqq x \leqq 14$　(4)



[解説]

(1) 点 P が図 1 のように，辺 AB 上を動くとき，△APC の底辺を AP，高さを BC とすると，(面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AP×BC

よって，$y = \dfrac{1}{2} \times x \times 4$，$y = 2x$

(2)(3) 点 P が B にあるとき $x = 10$ で，

C にあるとき $x = 10 + 4 = 14$

よって，点 P が BC 上にあるときの x の変域は $10 \leqq x \leqq 14$

図 2 のように, 点 P が BC 上にあるとき, △APC の底辺を PC とすると, 高さは AB であるので，(面積)＝$\dfrac{1}{2}$×PC×AB

図1

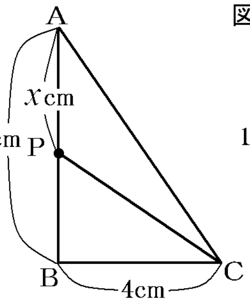
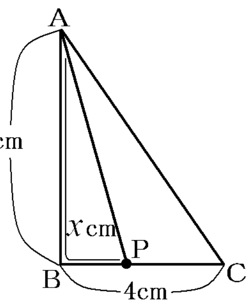


図2

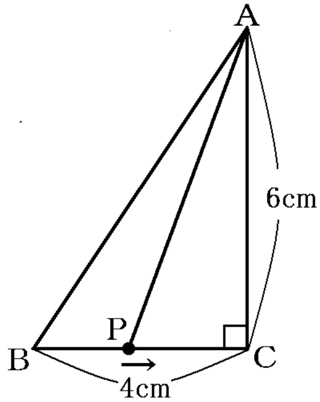


AB＋BP＋PC＝10＋4 で，AB＋BP＝ x なので，x ＋PC＝14，PC＝14－ x

よって，$y = \dfrac{1}{2} \times (14 - x) \times 10 = 5(14 - x) = -5x + 70$

[問題](2 学期中間)

右の図の直角三角形 ABC で，点 P は B を出発して，毎秒 1cm の速さで辺上を，C を通って A まで動く。点 P が B を出発してから x 秒後の△ABP の面積を y cm² として，次の問いに答えなさい。

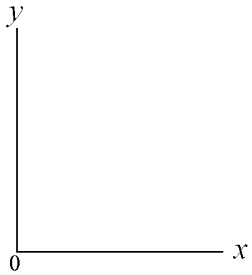


(1) 点 P が辺 BC 上を動いているとき，y を x の式で表しなさい。

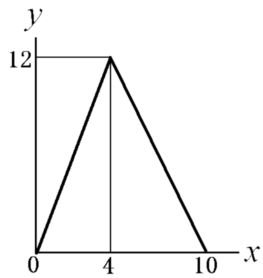
(2) また，(1)のときの x の変域を答えなさい。

(3) 点 P が B から A まで動くときの x，y の関係をグラフに表しなさい。

[解答欄]

(1)	(2)
(3) 	

[解答](1) $y=3x$ (2) $0 \leqq x \leqq 4$ (3)



[解説]

P が BC 上にあるのは，点 P が B を出発して 0〜4 秒の間であるので，このときの x の変域は，$0 \leqq x \leqq 4$ である。

x 秒後には BP＝ x cm になる。△ABP の底辺を BP とするとき，高さは AC＝6cm なので，

図1

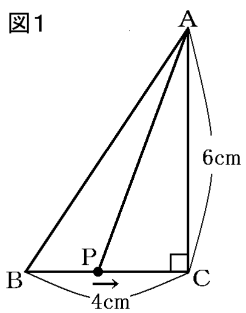
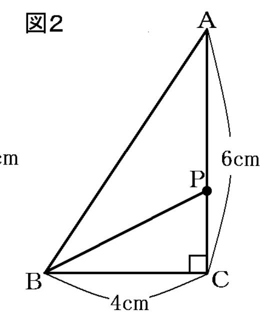


図2



$(\triangle ABP の面積) = \dfrac{1}{2} \times BP \times AC$

よって，$y = \dfrac{1}{2} \times x \times 6$，$y = 3x$

次に，点 P が CA 上を動くときの x の変域は，$4 \leqq x \leqq 10$ である。

このときの△ABP の底辺を AP とすると，高さは BC＝4cm である。

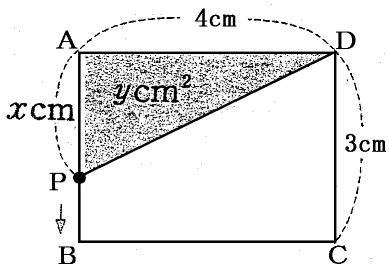
BC＋CP＋AP＝4＋6 で BC＋CP＝x なので，x＋AP＝10 で，AP＝10－x

したがって，$(\triangle ABP の面積) = \dfrac{1}{2} \times AP \times BC = \dfrac{1}{2} \times (10 - x) \times 4 = -2x + 20$

よって，$4 \leqq x \leqq 10$ のとき，$y = -2x + 20$

[問題](2 学期期末)

右の図の長方形 ABCD で，点 P は A を出発して辺上を B, C を通って D まで動きます。点 P が A から x cm 動いたときの△APD の面積を y cm² として x と y のグラフを次の手順でかきなさい。

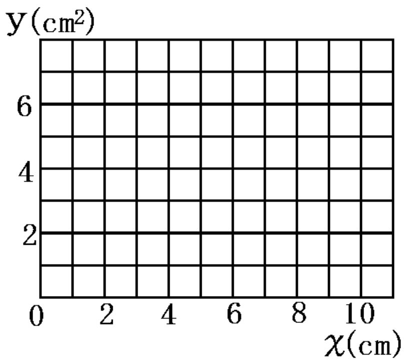


(1) 点 P が A から B まで動くとき，x を y の式で表し，x の変域を求めなさい。

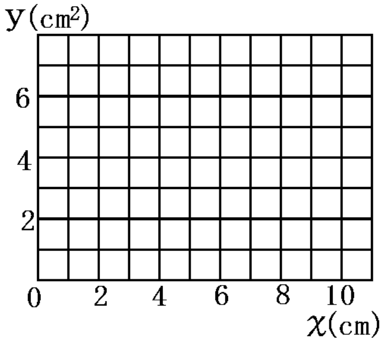
(2) 点 P が B から C まで動くとき，x を y の式で表し，x の変域を求めなさい。

(3) 点 P が C から D まで動くとき，x を y の式で表し，x の変域を求めなさい。

(4) 点 P が B，C を通って D まで動いたときのグラフをかきなさい。



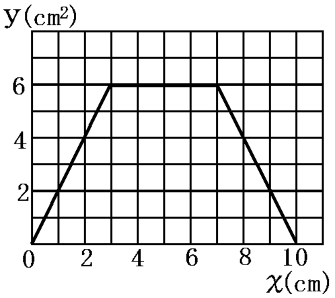
[解答欄]

(1)	(2)
(3)	
(4) 	

[解答]

(1)　$y=2x$　(0≦x≦3)　(2)　$y=6$　(3≦x≦7)　(3)　$y=20-2x$　(7≦x≦10)

(4)



[解説]

(1) 右の図 1 より，(△APD の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺 AD)×(高さ AP) なので，$y=\frac{1}{2}\times 4\times x$　よって，$y=2x$

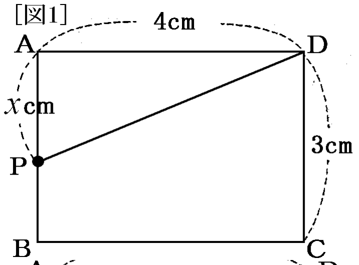
点 P が B にきたとき，$x=3$ なので，x の変域は 0≦x≦3

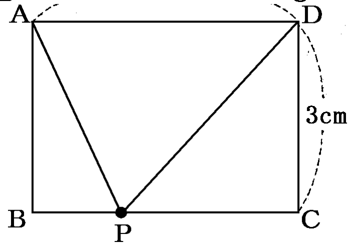
(2) 右の図 2 より，

(△APD の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺 AD)×(高さ AB) なので，

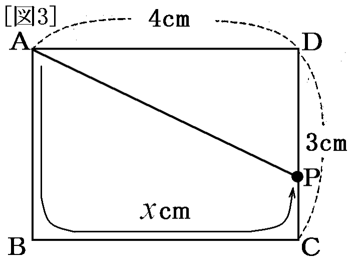
$y=\frac{1}{2}\times 4\times 3$　よって，$y=6$

[図1]





点 P が B にきたとき $x=3$, C にきたとき $x=3+4=7$ なので， x の変域は 3≦ x ≦7



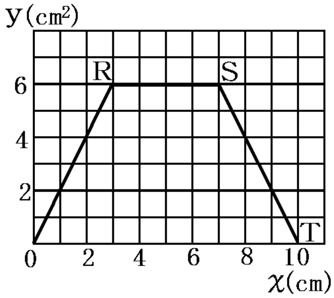
(3) (△APD の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺 AD)×(高さ DP)

DP＋ x ＝AB＋BC＋CD＝3＋4＋3 なので，DP＋ x ＝10

よって，DP＝$10-x$　よって，$y=\dfrac{1}{2}\times4\times(10-x)$，

$y=20-2x$

点 P が C にきたとき $x=3+4=7$，D にきたとき $x=3+4+3=10$ なので， x の変域は 7≦ x ≦10



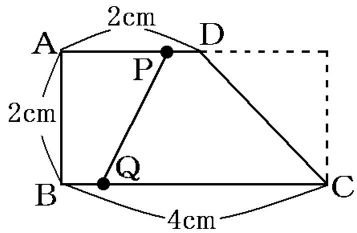
(4)　0 ≦ x ≦ 3 では $y=2x$ で， $x=3$ のとき $y=2\times3=6$

原点と右図 R(3，6)を結ぶ。

3≦ x ≦7 では $y=6$ なので，R と S(7，6)を結ぶ。7≦ x ≦10 では， $y=20-2x$ で，$x=10$ のとき $y=20-2\times10=0$　S と T(10，0)を結ぶ。

[問題](2 学期中間)

右の図は，台形 ABCD で，2 点 P，Q は，それぞれ D，B を同時に出発し，点 P は辺 DA 上を往復し，点 Q は辺 BC 上を C まで，どちらも毎秒 1cm の速さで動きます。点 P，Q が動き始めてから x 秒後の 4 点 P，A，B，Q を結んでできる図形の面積を y cm² として，次の問いに答えなさい。

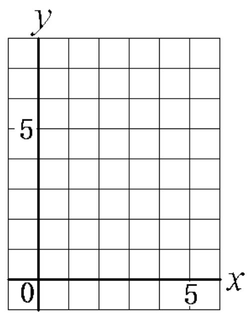


(1)　1 秒後の y の値を求めなさい。

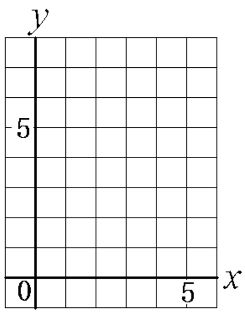
(2)　x の変域が 2≦x ≦4 のときについて，y を x の式で表しなさい。

(3)　変域に注意して，面積の変化のようすを表すグラフをかきなさい。

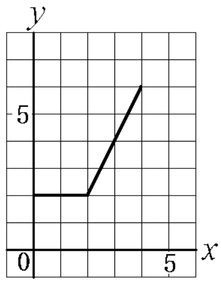
(4)　四角形 ABQP の面積がもとの台形 ABCD の面積の半分になるのは何秒後かを求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)	(4)
(3) 		

[解答](1) $y=2$　(2) $y=2x-2$　(3)



(4) 2.5 秒後

[解説]

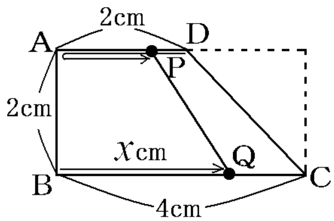
(1) 点 P，Q はどちらも毎秒 1cm の速さで動くので，

1 秒後には DP＝1cm，BQ＝1cm である。

このとき，(面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(AP＋BQ)×2＝$\dfrac{1}{2}$×(1＋1)×2＝2

よって，$y=2$

(2) P は 2 秒後に A に到着し，4 秒後に D に戻るので，x の変域が 2≦ x ≦4 のときは，右図のように，A で折り返して A から D へ行く途中である。P は毎秒 1cm の速さで動くので，x 秒で x cm 移動する。したがって，



DA＋AP＝ x，2＋AP＝ x，AP＝ x －2

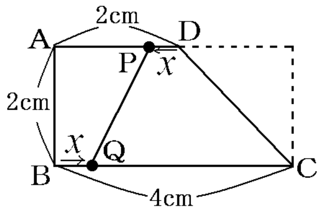
Q も毎秒 1cm の速さで動くので，x 秒で x cm 移動する。よって，BQ＝ x

このとき，(面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(AP＋BQ)×2＝$\dfrac{1}{2}\times(x-2+x)\times 2=2x-2$

したがって，$y=2x-2$

(3) 変域が $0 \leqq x \leqq 2$ のときは, DP＝x なので, AP＝2－x

また，BQ＝x　したがって，



(面積)＝$\frac{1}{2}$×(AP＋BQ)×2＝$\frac{1}{2} \times \left(2 - x + x\right) \times 2 = 2$

よって，$y = 2$

(4) (台形 ABCD の面積)＝$\frac{1}{2}$×(AD＋BC)×2＝$\frac{1}{2}$×(2＋4)×2＝6

したがって，台形 ABCD の面積の半分は，6÷2＝3

(3)のグラフより，$y = 3$ になるのは，$2 \leqq x \leqq 4$ のときで，面積は $y = 2x - 2$ なので，

$2x - 2 = 3$ が成り立つ。したがって，$2x = 3 + 2$, $2x = 5$, $x = 5 \div 2 = 2.5$

よって，四角形 ABQP の面積がもとの台形 ABCD の面積の半分になるのは 2.5 秒後である。

【】二元一次方程式と一次関数

[問題](2 学期中間)

次の各問いに答えなさい。①～⑥には，適当な語句や数や式を入れなさい。

(1)　二元一次方程式 $x-2y=6$ の解は(　①　)にある。この二元一次方程式の解をグラフに表すと直線上にならぶので，(　②　)のグラフと見ることもできる。だから，この二元一次方程式の解のグラフを書くには，方程式の形を y =(　③　)と変形してグラフを書けばよい。

(2)　x と y の二元一次方程式 $3y=-6$ の解を下から選び番号で答えなさい。

①（3，3）　②（－6，5）　③（－2，0）　④（0，－2）　⑤（1，－2）　⑥（－2，3）

(3)　方程式 $3y=-6$ の解のグラフは y 軸の(　①　)を通り，x 軸に(　②　)な直線になる。

(4)　二元一次連立方程式の解は，それぞれの二元一次方程式の解のグラフを書き，その(　　　)の座標を読み取ればよい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1)①　無数，②　直線，③　$\frac{1}{2}x-3$　(2)　④と⑤　(3)①　(0，－2)，②　平行

(4)　交点

[問題](2 学期中間)

二元一次方程式 $2x-3y=6$ について以下の問いに答えよ。

(1)　x =0 のとき，y の値を求めよ。

(2)　y =0 のとき，x の値を求めよ。

(3)　一次関数の式に直すとどうなるか。式を書け。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　－2　(2) 3　(3)　$y=\frac{2}{3}x-2$

[解説](1)　$2x-3y=6$ に $x=0$ を代入すると，$0-3y=6,\ y=-2$

(2)　$2x-3y=6$ に $y=0$ を代入すると，$2x-0=6,\ x=3$

(3)　$2x-3y=6$ を y について解くと，$-3y=-2x+6,\ y=\dfrac{2}{3}x-2$

[問題](2 学期中間)

　次の各問いに答えなさい。

(1)　次の 2 つの二元一次方程式を，それぞれグラフに表しなさい。(書いたら必ず番号をつけておくこと。)

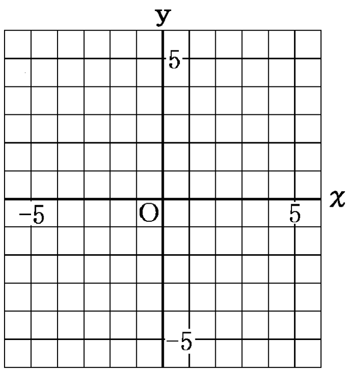
　①　$x-y=3$　　　②　$3x+2y=4$

(2)　(1)の①，②の直線の交点の座標を読み取りなさい。

(3)　(1)の①，②を連立方程式として解きなさい。

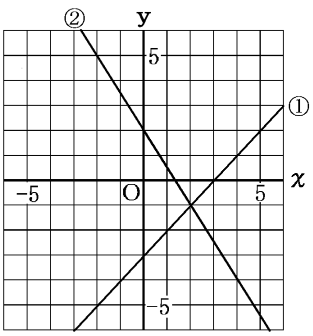
[解答欄]

(1)



(2)	(3)

[解答](1)



(2) (2，－1)　(3)

$$\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$$

[解説]

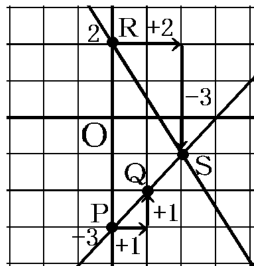
①$x-y=3$より$-y=-x+3,\ y=x-3$

切片は−3 なので P(0，−3)を通る。

(傾き)＝$1=\dfrac{1}{1}=\dfrac{(yの増加量)}{(xの増加量)}$なので，

(xの増加量)＝1 のとき，(yの増加量)＝1

P からx方向に＋1，y方向に＋1 だけすすめた点 Q をとる。PQ を結んだ直線が$y=x-3$のグラフになる。



② $3x+2y=4$より，$2y=-3x+4,\ y=-\dfrac{3}{2}x+2$

切片は 2 なので，R(0，2)を通る。

(傾き)＝$-\dfrac{3}{2}=\dfrac{-3}{2}=\dfrac{(yの増加量)}{(xの増加量)}$なので，($x$の増加量)＝2 のとき，

(yの増加量)＝−3

R からx方向に＋2，y方向に−3 だけすすめた点 S をとる。RS を結んだ直線が

$y=-\dfrac{3}{2}x+2$のグラフになる。

グラフから交点の座標を読むと，$x=2,\ y=-1$　よって座標は(2，−1)

(注) この交点は①の直線上にあるので$x=2,\ y=-1$を①$x-y=3$に代入すると，

(左辺)＝$x-y=2-(-1)=3$＝(右辺)が成り立ち，①の解の 1 つとなる。

同様に，$x=2,\ y=-1$を②$3x+2y=4$に代入すると，

(左辺)＝$3x+2y=3\times2+2\times(-1)=6-2=4$＝(右辺)が成り立ち，②の解の 1 つとなる。よって，$x=2,\ y=-1$は①と②をともに満たし，①，②の連立方程式の解となる。次に，計算で解く。

$$\begin{cases} x-y=3 & \cdots① \\ 3x+2y=4 & \cdots② \end{cases}$$

代入法で解く。①より$x=y+3\cdots①'$

これを②に代入すると，$3(y+3)+2y=4,\ 3y+9+2y=4,\ 5y=-5,\ y=-1$

$y=-1$を①'に代入すると，$x=-1+3=2$，よって$x=2,\ y=-1$

＊この$x,\ y$の値は(1)で求めた交点の座標と一致する。

[問題](2 学期中間)

連立方程式 $\begin{cases} 2x-5y=-10 & \cdots ① \\ y=2x-6 & \cdots ② \end{cases}$ について以下の問いに答えよ。

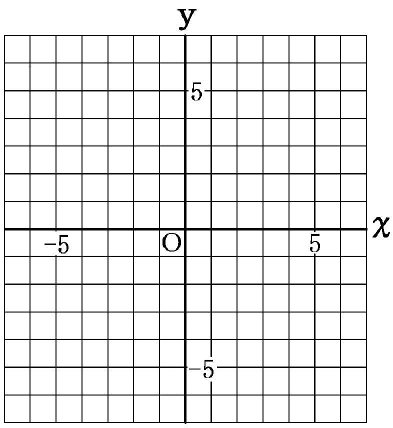
(1)　①のグラフをかけ。

(2)　②のグラフをかけ。

(3)　連立方程式の解を求めよ。

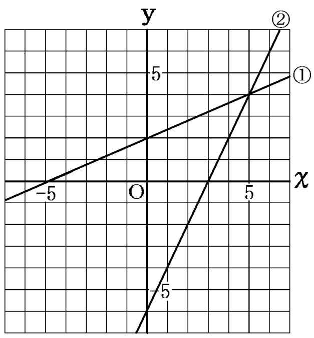
[解答欄]

(1)(2)



(3)

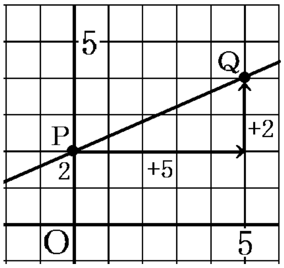
[解答](1)(2)



(3) グラフより $x=5,\ y=4$

[解説]

(1) まず y ＝～の形に変形する。



$2x-5y=-10,\ -5y=-2x-10,\ 5y=2x+10,\ y=\dfrac{2}{5}x+2$

$y=\dfrac{2}{5}x+2$ の切片は 2 なので，P(0，2)を通る。

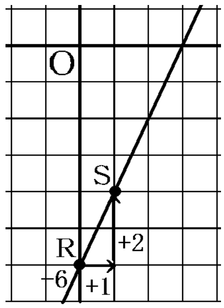
(傾き)$=\dfrac{2}{5}=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$なので，

(xの増加量)＝5のとき，(yの増加量)＝2

P からx方向に＋5，y方向に＋2 だけすすめた点 Q をとる。PQ を結んだ直線が

$y=\dfrac{2}{5}x+2$のグラフになる。

(2) $y=2x-6$の切片は−6なので，R(0，−6)を通る。



(傾き)$=2=\dfrac{2}{1}=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$なので，

(xの増加量)＝1のとき，(yの増加量)＝2

R からx方向に＋1，y方向に＋2 だけすすめた点 S をとる。RS を結んだ直線が$y=2x-6$のグラフになる。

(3) 直線①と②の交点の座標は①，②の連立方程式の解と等しくなる。①と②の交点の座標をグラフから読み取ると，(5，4)

したがって，連立方程式の解は，$x=5$，$y=4$

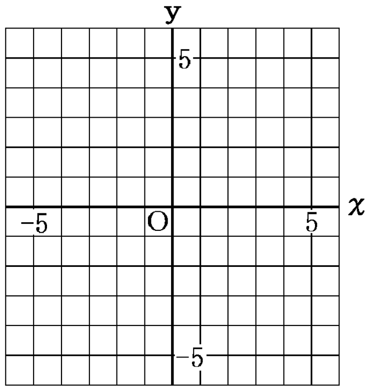
[問題](2 学期中間)

次の連立方程式の解を，グラフを使って求めなさい。

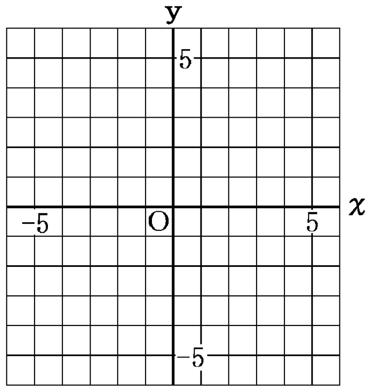
(1) $\begin{cases} y=2x-5 \\ y=3x-8 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x+y=4 \\ x-3y=0 \end{cases}$

[解答欄]

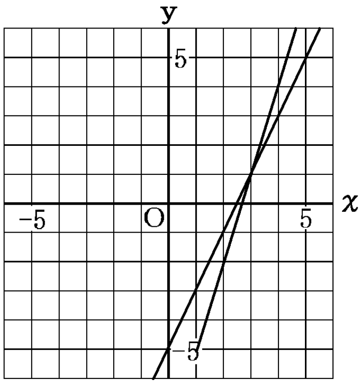
(1)



(2)

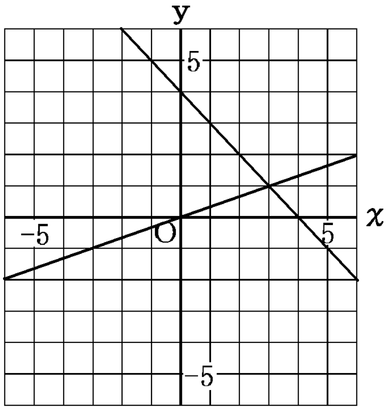


[解答](1)



$x=3,\ y=1$

(2)



$x=3,\ y=1$

[解説]

2 つの直線のグラフを書き，交点の座標をよみとる。交点の座標が連立方程式の解と等しくなる。

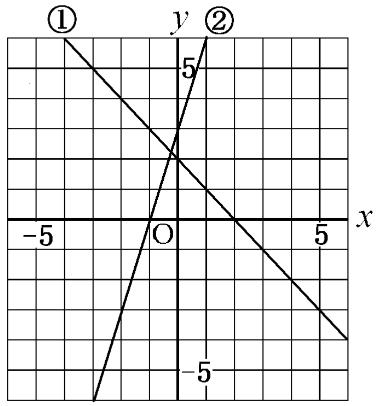
[問題](2 学期期末)

右のグラフについて，次の問いに答えなさい。

(1) 右の図で，①の直線の式を求めなさい。

(2) 右の図で，②の直線の式を求めなさい。

(3) 直線①，②の交点の座標を求めなさい。

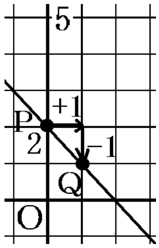


[解答欄]

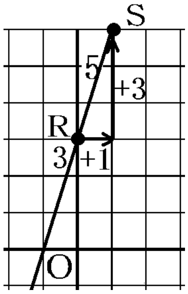
(1)
(2)
(3)

[解答](1)　$y=-x+2$　(2)　$y=3x+3$　(3) $\left(-\frac{1}{4},\ \frac{9}{4}\right)$

[解説]



(1)　$y=ax+b$ で a は傾き，b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。①の直線が y 軸と交わる点の座標は P(0，2)と読み取ることができる。したがって切片 b は 2，x，y ともに整数になる点をグラフから読み取ると右図の点 Q。P から Q で，x は＋1，y は－1 変化する。したがって直線の傾き a は $\frac{-1}{+1}=-1$　ゆえに，求める直線の式は $y=-x+2$ である。



(2)　②の直線が y 軸と交わる点の座標は R(0, 3)と読み取ることができる。したがって切片 b は 3，x，y ともに整数になる点をグラフから読み取ると右図の点 S。R から S で，x は＋1，y は＋3 変化する。したがって直線の傾き a は $\frac{+3}{+1}=3$　ゆえに，求める直線の式は $y=3x+3$ である。

(3) 2 直線の交点を求めるためには，2 直線の式を連立方程式として解けばよい。

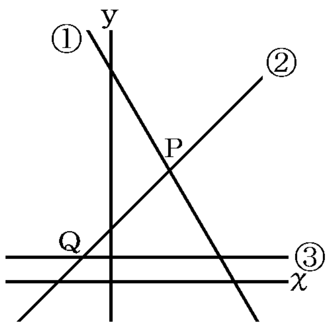
$\begin{cases} y=-x+2 \cdots ① \\ y=3x+3 \cdots ② \end{cases}$ で②の y を①に代入すると，

$3x+3=-x+2,\ 3x+x=2-3,\ 4x=-1,\ x=-\frac{1}{4}$

$x=-\frac{1}{4}$ を①に代入すると，$y=-\left(-\frac{1}{4}\right)+2=\frac{1}{4}+2=\frac{9}{4}$　よって交点の座標は

$\left(-\frac{1}{4},\ \frac{9}{4}\right)$

[問題](2 学期中間)



右の図で，①は二元一次方程式$2x+y=3$，②は二元一次方程式$y=x+1$，③は二元一次方程式$2y=1$の解のグラフである。

(1)　交点 P の座標を求めなさい。

(2)　交点 Q の座標を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{5}{3}\right)$　(2) $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$

[解説]

交点の座標は 2 つの直線の式を連立方程式として解いて求める。

(1) $2x+y=3\cdots$①，$y=x+1\cdots$②を連立方程式として解く。

②を①に代入すると，$2x+(x+1)=3,\ 3x=2,\ x=\dfrac{2}{3}$

$x=\dfrac{2}{3}$を②に代入すると，$y=\dfrac{2}{3}+1=\dfrac{5}{3}$

よって交点 P の座標は$\left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{5}{3}\right)$

(2) $y=x+1\cdots$②，$2y=1\cdots$③を連立方程式として解く。

③より，$y=\dfrac{1}{2}$　これを②に代入すると，$\dfrac{1}{2}=x+1,\ x=\dfrac{1}{2}-1=-\dfrac{1}{2}$

よって交点 Q の座標は$\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$

[問題](2 学期期末)

3 直線 $4x-5y=3,\ 3x+2y=8,\ 5x-ay=4$ が 1 点で交わるとき，a の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a=6$

[解説]

まず，$4x-5y=3$・・・①，$3x+2y=8$・・・②の交点を求める。

交点を求めるためには，①，②を連立方程式として解けばよい。

①×3 より，$12x-15y=9$・・・①’

②×4 より，$12x+8y=32$・・・②’

②’－①’より，$23y=23$，よって $y=1$

$y=1$ を①に代入すると，$4x-5\times1=3,\ 4x=8,\ x=2$

よって，交点の座標は(2，1)

直線 $5x-ay=4$・・・③も交点(2，1)を通るので，③に $x=2,\ y=1$ を代入して，

$5\times2-a\times1=4,\ 10-a=4,\ -a=4-10,\ a=6$

[問題](2 学期中間)

2 直線 $x+y=5,\ -3x+ay=9$ の交点が(2，m)のとき，$m,\ a$ の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $m=3$，$a=5$

[解説]

$x+y=5$ は交点(2，m)を通るので，$x+y=5$ に $x=2,\ y=m$ を代入して，

$2+m=5,\ m=5-2=3$

したがって，交点の座標は(2，3)である。

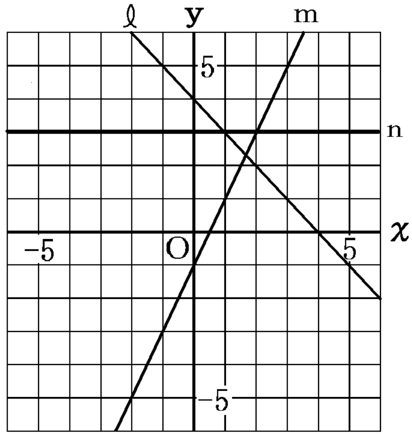
$-3x+ay=9$ は交点(2，3)を通るので，$-3x+ay=9$ に $x=2,\ y=3$ を代入して，

$-3\times2+a\times3=9,\ -6+3a=9,\ 3a=9+6,\ 3a=15,\ a=5$

【】一次関数のグラフの応用①

[問題](3 学期)

次の図について，問いに答えなさい。



(1)　直線lの切片を求めなさい。

(2)　直線 m の変化の割合を求めなさい。

(3)　直線 n の式を求めなさい。

(4)　2 直線l，m の交点の座標を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) 4　(2) 2　(3)　$y=3$　(4)　$\left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right)$

[解説]

$y=ax+b$ で a は傾き，b は切片(直線が y 軸と交わる点の y 座標)を表す。

(1) 直線lが y 軸と交わる点の座標は，図より(0，4)　ゆえに直線lの切片は 4

(2) グラフから，x が＋1 増加するとき，y は＋2 増加することが読み取れる。

ゆえに，(変化の割合)＝$\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\frac{2}{1}=2$

(3) x 軸に平行で直線上の点の y 座標はすべて 3 なので，$y=3$

(4) 2 直線l，m の交点の座標はl，m の 2 つの式を連立方程式として解いて求める。

まず，直線lの式を求める。グラフから x が＋1 増加するとき，y は 1 減少(−1 増加)することが読み取れる。ゆえに，(傾き)＝(変化の割合)＝$\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\frac{-1}{1}=-1$

lの切片は(1)より 4 である。よってlの式は $y=-x+4$ ･･･①

次に直線 m の式を求める。(2)より(変化の割合)＝2 なので，(傾き)＝2　また，グラフより切片は−1　よって直線 m の式は $y=2x-1$ ･･･②

①，②を連立方程式として解く。

②の y を①の y に代入すると，$2x-1=-x+4,\ 3x=5,\ x=\dfrac{5}{3}$

$x=\dfrac{5}{3}$ を①に代入すると，$y=-\dfrac{5}{3}+4=\dfrac{7}{3}$

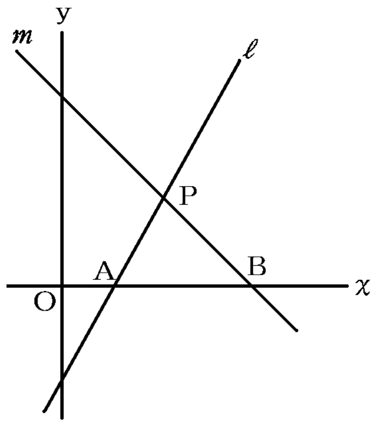
よって，連立方程式の解は $x=\dfrac{5}{3},\ y=\dfrac{7}{3}$　ゆえに，交点の座標は $\left(\dfrac{5}{3},\ \dfrac{7}{3}\right)$

[問題](2 学期中間)

右の図で，直線 $l,\ m$ はそれぞれ，$-2x+y=-4$，$x+y=8$ のグラフである。このとき，以下の問いに答えなさい。

(1)　交点 P の座標を求めよ。

(2)　△PAB の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) (4，4)　(2) 12

[解説]

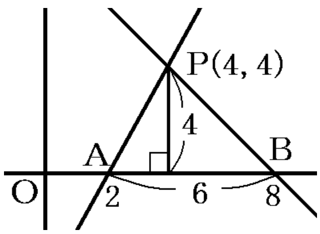
(1) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

$$\begin{cases} -2x+y=-4 & \cdots ① \\ x+y=8 & \cdots ② \end{cases}$$

①－②より，$-3x=-12,\ x=4$　$x=4$ を②に代入すると，$4+y=8,\ y=4$

連立方程式の解が $x=4,\ y=4$ なので，交点の座標は(4，4)

(2) まず，点 A，B の x 座標を求める。



x 軸との交点の y 座標は 0 なので，

$-2x+y=-4$ に $y=0$ を代入すと，$-2x+0=-4,\ x=2$

よって，点 A の x 座標は 2

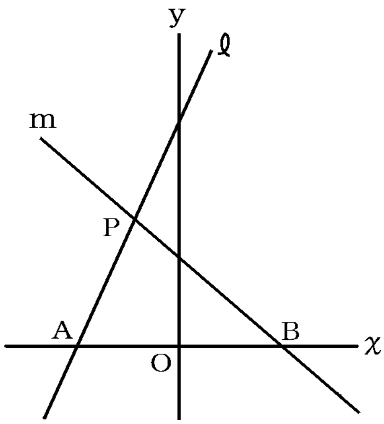
$x+y=8$ に $y=0$ を代入すと，$x+0=8,\ x=8$　よって，点 B の x 座標は 8

△PAB で底辺を AB とすると，(底辺)＝AB＝$8-2=6$　点 P の y 座標が 4 なので，

(高さ)＝4　ゆえに，(△PAB の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺)×(高さ)＝$\dfrac{1}{2}\times6\times4=12$

[問題](3 学期)

右図で，直線 l は $y=2x+8$，直線 m は $y=-x+5$ である。l と m の交点を P，l と x 軸との交点を A，m と x 軸との交点を B とする。



(1)　点 A の座標を求めなさい。

(2)　点 P の座標を求めなさい。

(3)　△PAB の面積を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) (－4，0)　(2) (－1，6)　(3) 27

[解説]

(1)　x 軸との交点の y 座標は 0 なので，$y=2x+8$ に $y=0$ を代入すると，

$0=2x+8$，$2x=-8$，$x=-4$

よって点 A の座標は(－4，0)

(2) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

$$\begin{cases} y=2x+8 \cdots ① \\ y=-x+5 \cdots ② \end{cases}$$

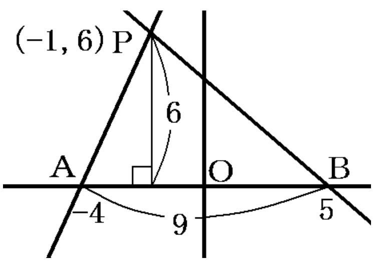
①の y を②の y に代入すると，

$2x+8=-x+5$，$3x=-3$，$x=-1$

$x=-1$ を②に代入すると，$y=-(-1)+5=1+5=6$

よって点 P の座標は(－1，6)

(3)　まず，点 B の x 座標を求めておく。



$y=-x+5$ に $y=0$ を代入すると，$0=-x+5$，$x=5$

△PAB で底辺を AB とすると，

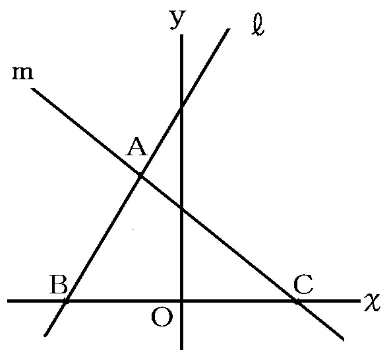
(底辺)＝AB＝$5-(-4)=5+4=9$

点 P の y 座標が 6 なので，(高さ)＝6

ゆえに，(△PAB の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺)×(高さ)＝$\frac{1}{2}\times 9\times 6=27$

[問題](2 学期中間)

右の図で，直線 l の式は $y=2x+6$，直線 m の式は $y=-x+3$ である。次の問いに答えなさい。



(1)　直線 l と直線 m の交点 A の座標を求めなさい。

(2)　直線 l と x 軸との交点 B を求めなさい。

(3)　三角形 ABC の面積を求めなさい。

(座標軸の 1 目盛りを 1cm とする。)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $(-1,\ 4)$　(2) $(-3,\ 0)$　(3) 12 cm²

[解説]

(1) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

$$\begin{cases} y=2x+6 \cdots ① \\ y=-x+3 \cdots ② \end{cases}$$

①の y を②の y に代入すると，$2x+6=-x+3,\ 3x=-3,\ x=-1$

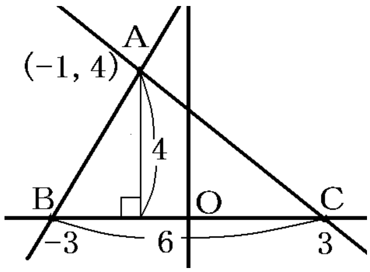
$x=-1$ を②に代入すると，$y=-(-1)+3=1+3=4$

よって点 A の座標は $(-1,\ 4)$

(2)　x 軸との交点の y 座標は 0 なので，$y=2x+6$ に $y=0$ を代入して，

$0=2x+6,\ 2x=-6,\ x=-3$

よって点 B の座標は $(-3,\ 0)$



(3)　まず点 C の x 座標を求める。

$y=-x+3$ に $y=0$ を代入すると $0=-x+3,\ x=3$

△ABC で底辺を BC とすると，

(底辺)＝BC＝$3-(-3)=3+3=6$

点 A の y 座標が 4 なので，(高さ)＝4

ゆえに，(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺)×(高さ)＝$\dfrac{1}{2}\times6\times4=12$ cm²

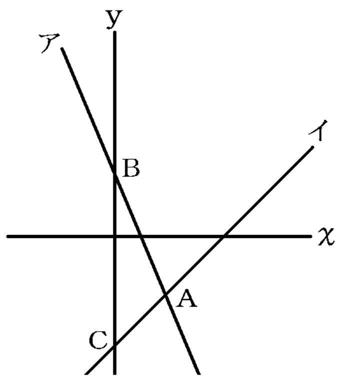
[問題](3 年 1 学期中間)

図の直線アの式は，$y=-2x+3$ です。直線イは 2 点 $(-3,\ -9)$，$(2,\ -4)$ を通る直線です。

(1) 直線イの式を求めなさい。

(2) 2 直線ア，イの交点 A の座標を求めなさい。

(3) 直線ア，イが y 軸と交わる点をそれぞれ B，C とします。三角形 ABC の面積を求めなさい。ただし，1 目盛りを 1cm とします。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $y=x-6$ (2) $(3,\ -3)$ (3) $\dfrac{27}{2}$ cm²

[解説]

(1) 直線イの式を $y=ax+b$ とおく。

$(-3,\ -9)$ を通るので，$x=-3,\ y=-9$ を $y=ax+b$ に代入して，$-9=-3a+b$ ･･･①

$(2,\ -4)$ を通るので， $x=2,\ y=-4$ を $y=ax+b$ に代入して， $-4=2a+b$ ･･･②

②－①より $5=5a,\ a=1$ ②に $a=1$ を代入して， $-4=2+b,\ b=-6$

∴直線イの式は $y=x-6$

(2) 直線の交点は 2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

$y=x-6$ を $y=-2x+3$ に代入すると，

$x-6=-2x+3,\ 3x=9,\ x=3$ $x=3$ を $y=x-6$ に代入すると， $y=3-6=-3$

∴アとイの交点は $(3,\ -3)$

(3) △ABC の BC を底辺とすると，高さは点 A の x 座標になる。

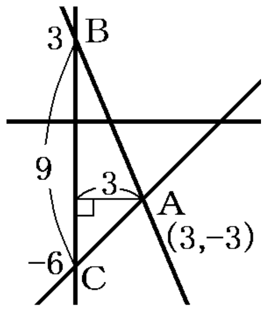
ア $y=-2x+3$ の y 切片は 3 なので点 B の y 座標は $y=3$

イ $y=x-6$ の y 切片は -6 なので点 B の y 座標は $y=-6$

∴(底辺 BC の長さ)＝$3-(-6)=9$

(2)より点 A の x 座標は 3 なので高さは 3

∴(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times 9\times 3=\dfrac{27}{2}$ cm²



[問題](2 学期中間)

右の図で，直線lの式は$y=2x-4$で，直線mは 2 点 B(8，0)，D(0，8)を通ります。次の問いに答えなさい。

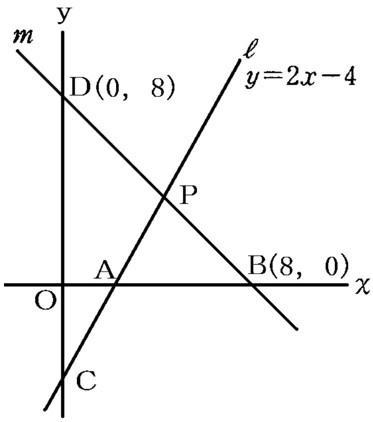
(1)　点 A の座標を求めなさい。

(2)　直線mの式を求めなさい。

(3)　点 P の座標を求めなさい。

(4)　△PAB の面積を求めなさい。

(5)　四角形 PAOD の面積を求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) (2，0)　(2)　$y=-x+8$　(3) (4，4)　(4) 12　(5) 20

[解説]

(1)　x軸との交点のy座標は 0 なので，　$y=2x-4$に$y=0$を代入して，

$0=2x-4,\ 2x=4,\ x=2$　よって点 A の座標は(2，0)

(2) 図より直線mの切片は 8 なので, 直線mの式を$y=ax+8$とおくことができる。

直線mは B(8，0)を通るので，　$x=8,\ y=0$を$y=ax+8$に代入して，

$0=a\times 8+8,\ 8a=-8,\ a=-1$

よって直線mの式は$y=-x+8$

(3) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

$$\begin{cases} y=2x-4\cdots① \\ y=-x+8\cdots② \end{cases}$$

①のyを②のyに代入すると，　$2x-4=-x+8,\ 3x=12,\ x=4$

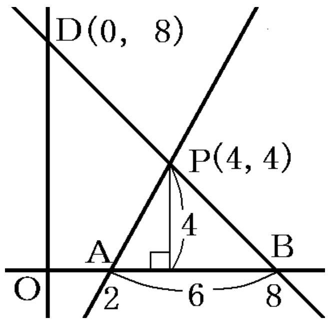
$x=4$を②に代入すると，　$y=-4+8=4$

よって点 P の座標は(4，4)

(4)　△PAB で底辺を AB とすると，

(底辺)＝AB＝$8-2=6$

点 P のy座標が 4 なので，(高さ)＝4



ゆえに，(△PAB の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺)×(高さ)＝$\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$

(5) (△OBD の面積)＝$\frac{1}{2}$×OB×OD＝$\frac{1}{2}\times 8\times 8=32$

(四角形 PAOD の面積)＝(△OBD の面積)－(△PAB の面積)＝$32-12=20$

[問題](3 学期)

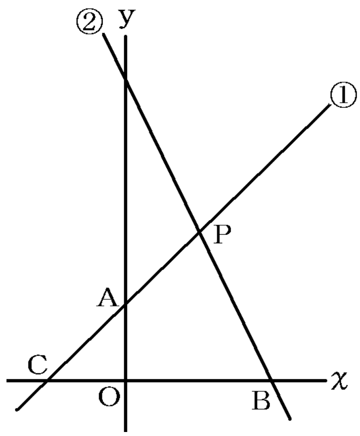
右の図で，直線①は点(－1，2)を通り，傾き 1 の直線，直線②の式は $y=-2x+12$ である。点 A は直線①と y 軸との交点，点 B は直線②と x 軸との交点，点 P は直線①と直線②との交点，点 O は原点である。次の問いに答えよ。

(1)　直線①の式を求めよ。

(2)　点 B の座標を求めよ。

(3)　点 P の座標を求めよ。

(4)　四角形 PAOB の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)　$y=x+3$　(2) (6，0)　(3) (3，6)　(4) $\frac{45}{2}$

[解説]

(1) 直線①の傾きは 1 なので，直線の式を $y=x+b$ とおくことができる。点(－1，2)を通るので，$x=-1,\ y=2$ を $y=x+b$ に代入して，$2=-1+b,\ b=3$

よって直線①は $y=x+3$ である。

(2)　x 軸との交点の y 座標は 0 なので，$y=-2x+12$ に $y=0$ を代入して，

$0=-2x+12,\ 2x=12,\ x=6$　よって点 B の座標は(6，0)

(3) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

$$\begin{cases} y=-2x+12 & \cdots ① \\ y=x+3 & \cdots ② \end{cases}$$

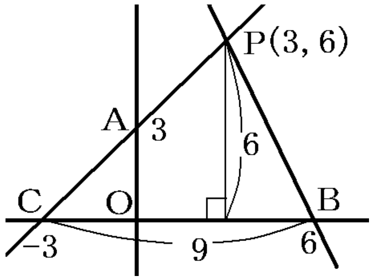
②の y を①の y に代入すると， $x+3=-2x+12$, $3x=9$, $x=3$

$x=3$ を②に代入すると， $y=3+3=6$

よって点 P の座標は(3，6)

(4) (四角形 PAOB の面積)＝(△PBC の面積)－(△AOC の面積)

まず点 C の x 座標を求める。



①の $y=x+3$ に $y=0$ を代入して， $x=-3$

△PBC の面積について，底辺を BC とすると，

(底辺)＝BC＝$6-(-3)=6+3=9$

点 P の y 座標が 6 なので，(高さ)＝6

ゆえに，(△PBC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times 9\times 6=27$ ･･･③

次に，△AOC の面積を求める。

$y=x+3$ の切片は 3 なので点 A の y 座標は 3　よって OA＝3

点 C の x 座標が -3 なので，OC＝3

(△AOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$ ×OC×OA＝$\dfrac{1}{2}\times 3\times 3=\dfrac{9}{2}$ ･･･④

③，④より，

(四角形 PAOB の面積)＝(△PBC の面積)－(△AOC の面積)＝$27-\dfrac{9}{2}=\dfrac{45}{2}$

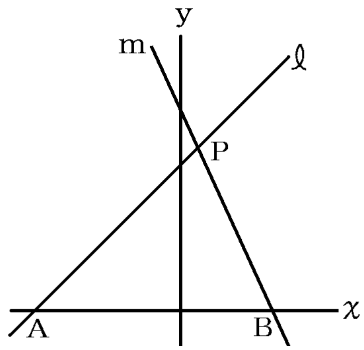
【】一次関数のグラフの応用②

[問題](2 学期期末)

右の図で，直線lの式は$y=x+8$で，直線 m の式は$y=-3x+12$である。直線l，m とx軸との交点をそれぞれ A，B とする。また，直線lと m との交点を P とする。次の問いに答えなさい。

(1) 点 P の座標を求めなさい。

(2) 点 P と, 線分 A B の中点を通る直線の式を求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) (1，9) (2) $y=3x+6$

[解説]

(1) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

$$\begin{cases} y=x+8 & \cdots① \\ y=-3x+12 & \cdots② \end{cases}$$

①のyを②のyに代入すると，$x+8=-3x+12$, $4x=4$, $x=1$

$x=1$を①に代入すると，$y=1+8=9$

よって，点 P の座標は(1，9)

(2) ＊2 点(x_1, y_1), (x_2, y_2)の中点の座標は，$\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}, \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$

$y=x+8$に$y=0$を代入すると$x=-8$なので，点 A の座標は(－8，0)

同様に点 B の座標は(4，0) したがって AB の中点の座標は$\left(\dfrac{-8+4}{2}, 0\right)$＝(－2，0)

求める直線の式を$y=ax+b$とおく。

点 P(1，9)を通るので，$x=1$, $y=9$を代入して，$9=a\times1+b$, $a+b=9\cdots①$

(－2，0)を通るので$x=-2$, $y=0$を代入して$0=a\times(-2)+b$, $-2a+b=0\cdots②$

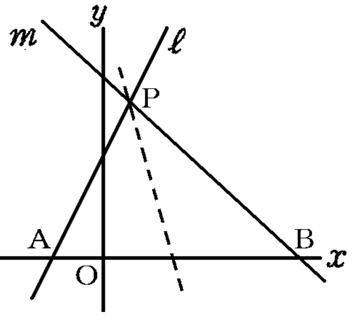
①，②を連立方程式として解く。①－②より$3a=9$, $a=3$

$a=3$を①に代入して，$3+b=9$, $b=6$

よって，求める直線の式は$y=3x+6$

[問題](2 学期期末)

直線 l : $y=2x+4$，傾き－1 の直線 m が図のように点 P(2，8)で交わっている。次の問いに答えなさい。



(1) 直線 m の式を求めなさい。

(2) △ABP の面積を求めなさい。

(3) 点 P を通り，△ABP の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

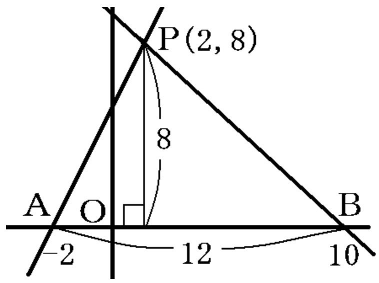
[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $y=-x+10$ (2) 48 (3) $y=-4x+16$

[解説](1) 傾きが－1 なので m の式は $y=-x+b$ とおくことができる。P(2，8)を通るので，$x=2,\ y=8$ を $y=-x+b$ に代入して，$8=-2+b$，$b=10$

よって，直線 m の式は $y=-x+10$ となる。



(2) $y=2x+4$ に $y=0$ を代入すると，

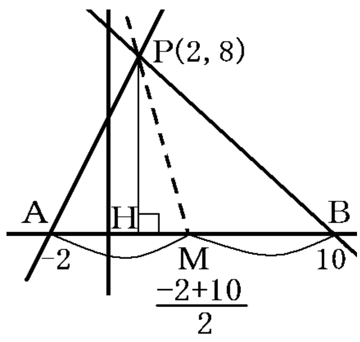
$0=2x+4$ で $x=-2$。よって点 A の x 座標は－2

同様に点 B の x 座標は 10。よって AB＝10－(－2)＝12

底辺を AB とすると，高さは点 P の y 座標で 8

従って△ABP の面積＝$\dfrac{1}{2}\times12\times8=48$

(3) 線分 AB の中点を M とする。



△PAM と△PBM で，それぞれの底辺を AM，BM とすると，

AM＝BM で底辺の長さは等しい。高さは図の PH で共通。

ゆえに△PAM と△PBM の面積は等しくなる。

AB の中点 M の x 座標は，$\dfrac{-2+10}{2}=4$

面積を二等分する直線はこの中点 M と点 P を通る。

この直線を $y=ax+c$ とおく。

点 P(2，8)を通るので，$x=2$，$y=8$ を代入して，$8=a\times2+c$，$2a+c=8$ ･･･①

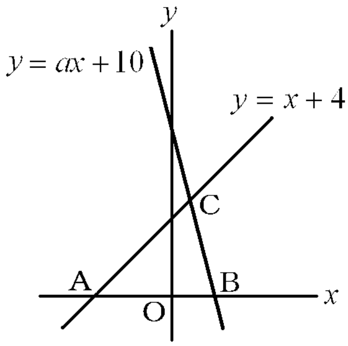
点 M(4，0)を通るので，$x=4$，$y=0$ を代入して，$0=a\times4+c$，$4a+c=0$ ･･･②

①，②を連立方程式として解く。①－②より，$-2a=8,\ a=-4$

$a=-4$ を①に代入して，$2\times(-4)+c=8,\ -8+c=8,\ c=16$
よって面積を二等分する直線の式は，$y=-4x+16$

[問題](2 学期中間)

右の図のように, 直線 $y=x+4$ と直線 $y=ax+10$ があります。この 2 直線と，x 軸との交点をそれぞれ A，B とします。B の座標は(2，0)です。



(1) 直線 $y=ax+10$ の傾き a の値を求めなさい。
(2) 直線 $y=x+4$ と直線 $y=ax+10$ の交点 C の座標を求めなさい。
(3) 点 C を通り, △ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

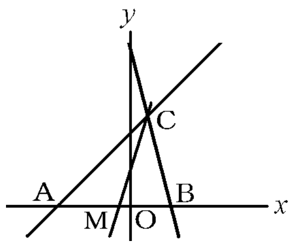
[解答](1) $a=-5$　(2) (1，5)　(3) $y=\dfrac{5}{2}x+\dfrac{5}{2}$

[解説]

(1) 直線 $y=ax+10$ は点 B(2，0)を通るので，$y=ax+10$ に $x=2,\ y=0$ を代入して，
$0=2a+10,\ 2a=-10,\ a=-10\div 2=-5$

(2) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解けばよい。
$y=x+4$ を $y=-5x+10$ に代入すると，
$x+4=-5x+10,\ x+5x=10-4,\ 6x=6,\ x=6\div 6=1$
$x=1$ を $y=x+4$ に代入すると，$y=1+4=5$
よって，交点 C の座標は(1，5)

(3) 点 C を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線は，右図のように線分 AB の中点 M を通る。



$y=x+4$ に $y=0$ を代入すると，$0=x+4,\ x=-4$ なので，
直線 $y=x+4$ と x 軸との交点 A の座標は(−4，0)

点 B の座標は(2，0)なので，中点 M の座標は，$\left(\frac{-4+2}{2},\ \frac{0+0}{2}\right)=(-1,\ 0)$

△ABC の面積を 2 等分する直線を $y=bx+c$ とおくと，$y=bx+c$ は

C(1，5)，M(－1，0)を通るので，

$x=1,\ y=5$ を $y=bx+c$ に代入して，$5=b+c$ ･･･①

$x=-1,\ y=0$ を $y=bx+c$ に代入して，$0=-b+c$ ･･･②

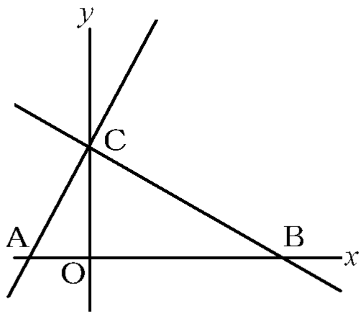
①－②より，$5=2b,\ b=5\div 2=\frac{5}{2}$

$b=\frac{5}{2}$ を②に代入すると，$0=-\frac{5}{2}+c,\ c=\frac{5}{2}$

よって，△ABC の面積を 2 等分する直線は，$y=\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}$

[問題](2 学期中間)

右の図で，点 A，B は，x 軸上，点 C は y 軸上の点である。直線 AC の式が $y=2x+6$ であるとき，次の問いに答えなさい。



(1) △AOC の面積を求めよ。

(2) △COB の面積が，△AOC の 3 倍であるとき，直線 CB の式を求めよ。

(3) 直線 CB が(2)の条件を満たすとき，点 C を通り△CAB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 9　(2) $y=-\frac{2}{3}x+6$　(3) $y=-2x+6$

[解説]

(1) 点 A の y 座標は $y=0$ なので，$y=2x+6$ に $y=0$ を代入して，

$0=2x+6,\ 2x=-6,\ x=-6\div 2=-3$

よって，点 A の座標は(－3，0)で，OA＝3

点Cのx座標は$x=0$なので，$y=2x+6$に$x=0$を代入すると，$y=0+6=6$

よって，点Cの座標は(0，6)で，OC＝6

(△AOCの面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OA×OC＝$\dfrac{1}{2}$×3×6＝9

(2) △COBの底辺をOBとすると高さはCOである。また，△AOCの底辺をOAとすると高さはCOである。したがって，△COBと△AOCは高さがCOで共通なので，2つの三角形の底辺の長さの比と面積比は等しくなる。

△COBの面積は△AOCの3倍であるので，OB＝3OA＝3×3＝9となり，点Bの座標は(9，0)となる。

2点C(0，6)，B(9，0)を通る直線の式を$y=ax+b$とおく。

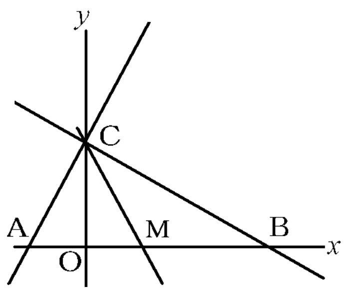
$x=0,\ y=6$を$y=ax+b$に代入して，$6=b$･･･①

$x=9,\ y=0$を$y=ax+b$に代入して，$0=9a+b$･･･②

①を②に代入して，$0=9a+6,\ 9a=-6,\ a=-6\div 9=-\dfrac{6}{9}=-\dfrac{2}{3}$

よって，直線CBの式は，$y=-\dfrac{2}{3}x+6$となる。

(3) 点Cを通り△CABの面積を2等分する直線は, 右図のように線分ABの中点Mを通る。



A(－3，0)，B(9，0)なので，

M$\left(\dfrac{-3+9}{2},\ \dfrac{0+0}{2}\right)$＝(3，0)

2点C(0，6)，M(3，0)を通る直線の式を$y=cx+d$とおく。

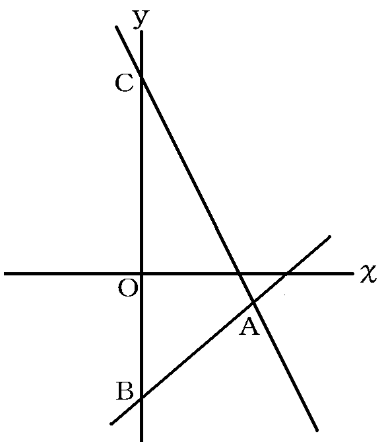
$x=0,\ y=6$を$y=cx+d$に代入して，$6=d$･･･③

$x=3,\ y=0$を$y=cx+d$に代入して，$0=3c+d$･･･④

③を④に代入すると，$0=3c+6,\ 3c=-6,\ c=-6\div 3=-2$

よって，点Cを通り△CABの面積を2等分する直線の式は，$y=-2x+6$

[問題](3 年 1 学期中間)



右の図のように，2 つの直線 $y=x-4$，$y=-2x+5$ の交点を A，y 軸と交わる点をそれぞれ B，C とするとき，次の問いに答えなさい。

(1)　交点 A の座標を求めなさい。

(2)　△ABC の面積を求めなさい。

(3)　点 B を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) (3，－1)　(2) $\dfrac{27}{2}$　(3)　$y=4x-4$

[解説]

(1) 2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

$$\begin{cases} y=x-4 & \cdots ① \\ y=-2x+5 & \cdots ② \end{cases}$$

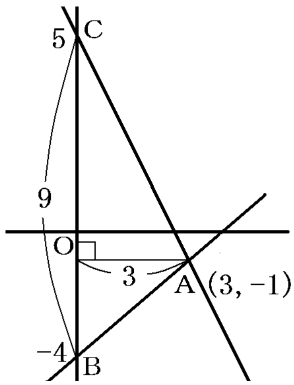
①の y を②の y に代入すると，

$x-4=-2x+5,\ 3x=9$，$x=3$

これを①に代入すると，$y=3-4=-1$

よって，交点 A の座標は(3，－1)となる。

(2) BC を底辺とすると，高さは A 点の x 座標と等しくなる。



点 C の y 座標は $y=-2x+5$ の切片なので，$y=5$

点 B の y 座標は $y=x-4$ の切片なので，$y=-4$

∴BC＝$5-(-4)=9$，(1)より B の座標は(3，－1)なので高さは3

∴(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×(高さ)＝$\dfrac{1}{2}\times9\times3=\dfrac{27}{2}$

(3) 線分 AC の中点を M とする。

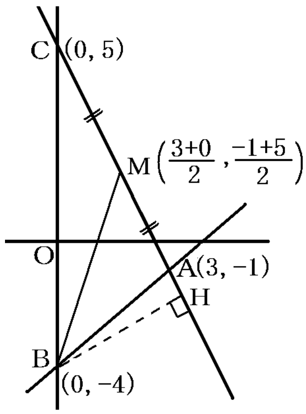
△BAM と△BCM でそれぞれの底辺を AM，CM とすると，

AM＝CM で底辺の長さは等しい。高さは図の BH で共通。

ゆえに△BAM と△BCM の面積は等しくなる。

そこで，まず M の座標を求める。

(1)より A(3，－1)，点 C は $y=-2x+5$ の切片なので C(0，5)



A(3，－1)，C(0，5)の中点 M は $\left(\dfrac{3+0}{2}, \dfrac{-1+5}{2}\right)=\left(\dfrac{3}{2},\ 2\right)$

＊2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ の中点の座標は，

$\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\ \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$

点 B は $y=x-4$ の切片なので， y 座標は -4

求める直線も B 点を通るので切片は -4，ゆえに $y=ax-4$ とおくことができる。

この $y=ax-4$ は M$\left(\dfrac{3}{2},\ 2\right)$ を通るので， $x=\dfrac{3}{2}$，$y=2$ を $y=ax-4$ に代入して，

$2=\dfrac{3}{2}a-4,\ 4=3a-8,\ 3a=12$， $a=4$

よって求める直線の式は $y=4x-4$

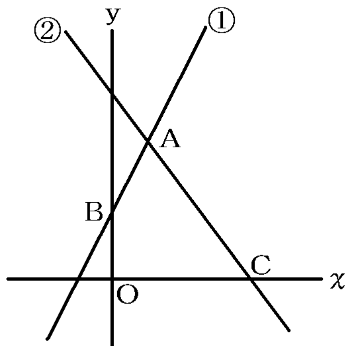
【】一次関数のグラフの応用③

[問題](2 学期中間)

右の図のように，1 次関数

$y = 2x + 3 \cdots$①

$y = -x + 6 \cdots$②



のグラフがある。①，②のグラフの交点を A，①のグラフと y 軸との交点を B，②のグラフと x 軸との交点を C とするとき，次の問いに答えなさい。

(1)　点 B，C の座標をそれぞれ求めなさい。

(2)　点 A の座標を求めなさい。

(3)　y 軸上に点 P をとって, △ABC と面積が等しくなるように△ABP をつくりたい。このとき，点 P の y 座標の値 p を求めなさい。(ただし，$p < 3$ である。)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) B(0，3)，C(6，0)　(2) (1，5)　(3)　$p = -12$

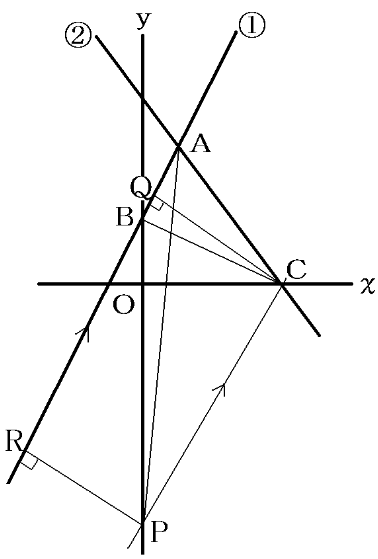
[解説]

(1) 点 B の座標を求めるために，①の $y = 2x + 3$ に $x = 0$ を代入すると，$y = 3$

よって，点 B の座標は(0，3)になる。

次に，点 C の座標を求めるために，②の $y = -x + 6$ に $y = 0$ を代入すると，

$0 = -x + 6,\ x = 6$　よって, 点 C の座標は(6, 0)になる。



(2) 2 直線の交点を求めるために，2 直線の式 $y = 2x + 3 \cdots$①と $y = -x + 6 \cdots$②を連立方程式として解く。

①の y を②に代入すると，

$2x + 3 = -x + 6,\ 2x + x = 6 - 3,\ 3x = 3,\ x = 1$

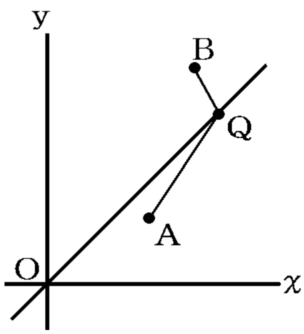
$x = 1$を①に代入すると，$y = 2 \times 1 + 3 = 5$　よって，交点 A の座標は(1，5)

(3) 点Cを通りABに平行な直線をひくと, この直線と y 軸が交わる点が点 P である。

このとき，△ABC と△ABP は底辺 AB を共有する。

△ABC の高さ CQ と△ABP の高さ PR は，AB//CP なので等しくなる。よって，△ABC と△ABP の面積は等しくなる。
点 C を通って①と平行な直線の傾きは①の傾きと等しくなるので，式は，$y=2x+b$ と表すことができる。
これに $\mathrm{C}(6,\ 0)$ を代入して，
$0=12+b$ で $b=-12$　したがって，③が y 軸と交わる点 P の座標は(0，－12)
よって，$p=-12$

[問題](3 学期)

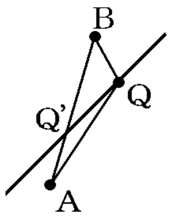


　座標平面上に直線 $y=x$ と，2 点 A(5，4)，B(7，10)が与えられている。また，点 Q はこの直線上を動くものとする。AQ＋BQ が最小になるときの点 Q の座標を求めよ。

[解答欄]

[解答] $\left(\dfrac{11}{2},\ \dfrac{11}{2}\right)$

[解説]



AQ＋BQ が最小になるのは A，Q，B が 1 直線上に並ぶときで，Q が右図の Q'の位置にくるときである。
その理由を右図を使って簡単に説明しておくと，
三角形の 2 辺の和は他の 1 辺よりも長いので，
AB＜AQ＋BQ，AB＝AQ'＋BQ'
ゆえに，AQ'＋BQ'＜AQ＋BQ
これは，Q'の位置にあるとき，それ以外にあるときよりも AQ＋BQ が小さくなることを表している。よって，AQ＋BQ が最小になるのは A，Q，B が 1 直線上に並ぶときである。
そこで，まず直線 AB をもとめる。直線 AB を $y=ax+b$ とおく。
A(5，4)を通るので $x=5$，$y=4$ を代入して，$4=a\times5+b$，$5a+b=4\cdots$①
B(7，10)を通るので $x=7$，$y=10$ を代入して，$10=a\times7+b$，$7a+b=10\cdots$②

①，②を連立方程式として解く。②－①より， $2a=6,\ a=3$

$a=3$ を①に代入すると， $5\times3+b=4,\ 15+b=4,\ b=-11$

ゆえに，直線 AB の式は $y=3x-11$

次に，直線 AB $y=3x-11\cdots$③と直線 $y=x\cdots$④の交点を求める。

2 直線の交点は，2 直線の式を連立方程式として解いて求める。

④の y を③の y に代入すると，

$x=3x-11,\ -2x=-11,\ x=\dfrac{11}{2}$

$x=\dfrac{11}{2}$ を④に代入すると， $y=\dfrac{11}{2}$

よって点 Q の座標は $\left(\dfrac{11}{2},\ \dfrac{11}{2}\right)$

[印刷／他のPDFファイルについて]

※ このファイルは，FdData 中間期末数学 2 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 2 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

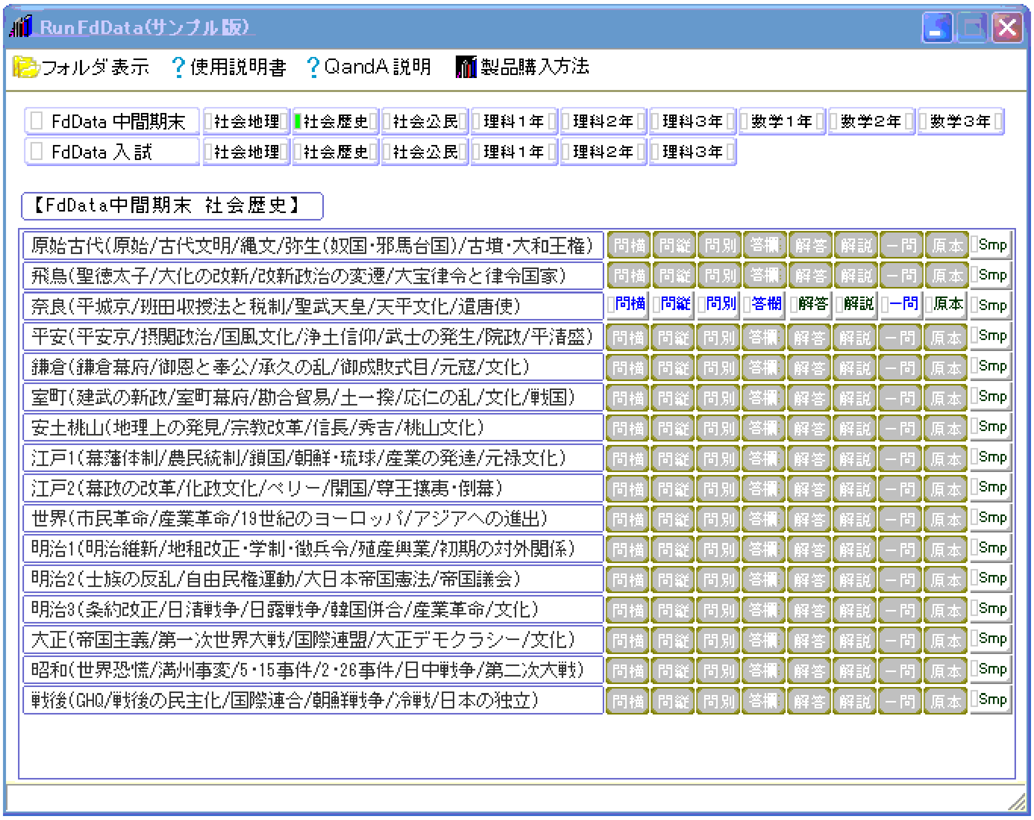
※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば， FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1800 ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【 http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】

※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd 教材開発】(092) 404-2266
http://www.fdtext.com/dat/