

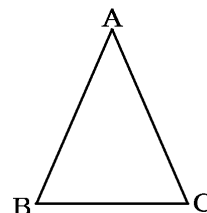
【】二等辺三角形の証明問題

[二等辺三角形の定義と定理]

[問題](2 学期期末)

次の各問いに答えよ。

- (1) 「二等辺三角形の定義」を言葉で書け。
- (2) 定理「二等辺三角形の 2 つの底角は等しい」の仮定と結論を、右の図を使って式で表せ。



[解答欄]

(1)	(2) 仮定 :
結論 :	

[解答](1) 2 つの辺が等しい三角形 (2) 仮定 : $AB=AC$ 結論 ; $\angle B=\angle C$

[問題](3 学期)

次の文章中の①～⑥にあてはまる言葉を答えよ。

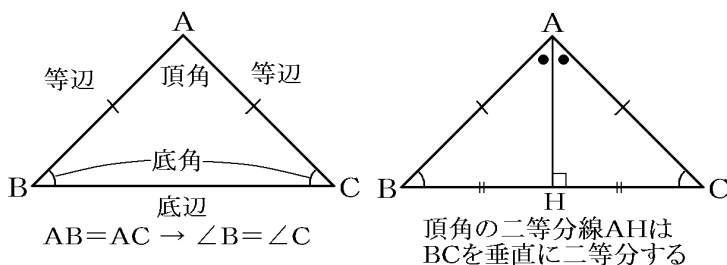
(①)が等しい三角形を二等辺三角形という。二等辺三角形で、等しい辺のつくる角を(②)といい、(②)に対する辺を(③), (③)の両端の角を(④)という。二等辺三角形の性質として、(④)は等しく、(②)の二等分線は(③)を(⑤)に(⑥)する。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥

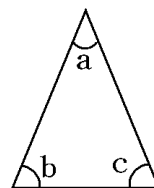
[解答]① 2 つの辺 ② 頂角 ③ 底辺 ④ 底角 ⑤ 垂直 ⑥ 二等分

[解説]



[問題](後期期末)

次の各文は右の二等辺三角形について述べたものである。①～⑤に当てはまる言葉を答えよ。



- ・(①)が等しい三角形を二等辺三角形という。これは二等辺三角形の(②)である。
- ・(②)をもとにして証明されたもののうち、大切なものを(③)という。
- ・ $\angle b$ と $\angle c$ を(④)という。(③)により、 $\angle b = \angle c$ である。
- ・ $\angle a$ は頂角という。頂角の二等分線が底辺を(⑤)に二等分することも(③)になっている。

[解答欄]

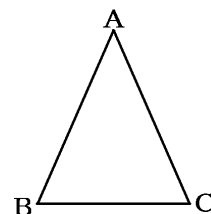
①	②	③
④	⑤	

[解答]① 2つの辺 ② 定義 ③ 定理 ④ 底角 ⑤ 垂直

[定理の証明]

[問題](3学期)

右図のような、 $AB=AC$ の二等辺三角形がある。
 $\angle B = \angle C$ が成り立つことを、 $\angle A$ の二等分線を引いて証明せよ。



[解答欄]

[解答]

∠A の二等分線をひき、BC との交点を D とする。

△ABD と△ACD で、

AD は∠A の二等分線だから、

$$\angle BAD = \angle CAD \cdots \textcircled{1}$$

仮定より、

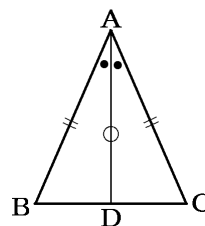
$$AB = AC \cdots \textcircled{2}$$

AD は共通 $\cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

合同な図形では、対応する角は等しいので、 $\angle B = \angle C$



[問題](後期期末)

右の図のように、 $AB = AC$ である二等辺三角形 ABC の頂角∠A に二等分線をひき、BC との交点を D とすると、 $AD \perp BC$ となることを以下のように証明した。ア～エにあてはまるものを答えよ。

[証明]

△ABD と△ACD で、

仮定から、

$$AB = AC \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BAD = \angle(\text{ア}) \cdots \textcircled{2}$$

AD は共通 $\cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

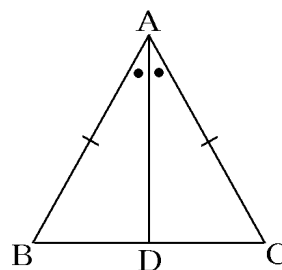
合同な三角形の対応する角は等しいから、

$$\angle ADB = \angle(\text{イ}) \cdots \textcircled{4}$$

また、 $\angle ADB + \angle(\text{ウ}) = 180^\circ \cdots \textcircled{5}$

④, ⑤より、 $2\angle ADB = 180^\circ$

したがって、 $\angle ADB = (\text{エ})$ すなわち、 $AD \perp BC$



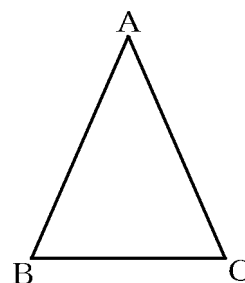
[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

[解答]ア CAD イ ADC ウ ADC エ 90°

[問題](3 学期)

右は $\angle B = \angle C$ の三角形である。これを使って「2つの角が等しい三角形は二等辺三角形である」ことを証明したい。次の各問いに答えよ。



- (1) この定理の仮定と結論を書け。
- (2) 次の文章のア～オをうめて、証明を完成せよ。

[証明]

$\angle A$ の二等分線をひき、 BC との交点を D とする。

$\triangle ABD$ と \triangle (ア)で、

仮定より、

$$\angle B = \angle C \cdots \text{①}$$

AD は $\angle A$ の二等分線なので、

$$\angle BAD = \angle CAD \cdots \text{②}$$

三角形の内角の和は 180° なので、

$$\angle ADB = 180^\circ - (\angle B + \angle BAD) \cdots \text{③}$$

$$\angle ADC = 180^\circ - (\angle C + \angle CAD) \cdots \text{④}$$

①, ②, ③, ④より、

$$\angle ADB = \angle$$
(イ) $\cdots \text{⑤}$

(ウ)は共通 $\cdots \text{⑥}$

②, ⑤, ⑥から、(エ)がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABD \equiv \triangle$$
(ア)

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

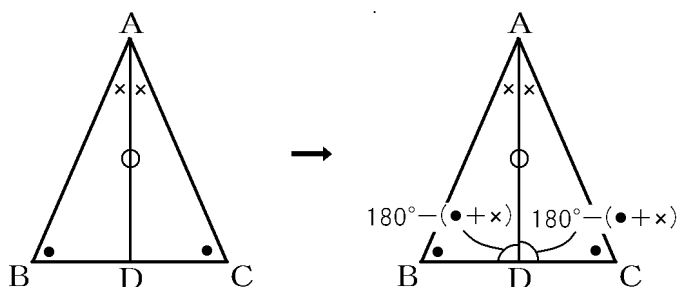
$$AB =$$
(オ)

[解答欄]

(1)仮定：	結論：	(2)ア
イ	ウ	
エ		オ

[解答](1)仮定： $\angle B = \angle C$ 結論： $AB = AC$ (2)ア ACD イ ADC ウ AD エ 1組の辺とその両端の角 オ AC

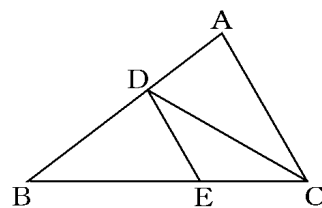
[解説]



[二等辺三角形になることを証明：角]

[問題](3学期)

右の図の $\triangle ABC$ で、点Dは $\angle ACB$ の二等分線と辺ABとの交点、点Eは点Dを通り辺ACに平行な直線と辺BCとの交点である。このとき、 $\triangle CDE$ は二等辺三角形であることを証明したい。ア～エにあてはまる記号、または言葉を答えよ。



[証明]

仮定より、DCは $\angle ACB$ の二等分線だから、

$$\angle ACD = (\text{ア}) \dots \text{①}$$

(イ) $\parallel AC$ より、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle EDC = (\text{ウ}) \dots \text{②}$$

①、②より、

$$\angle EDC = (\text{ア})$$

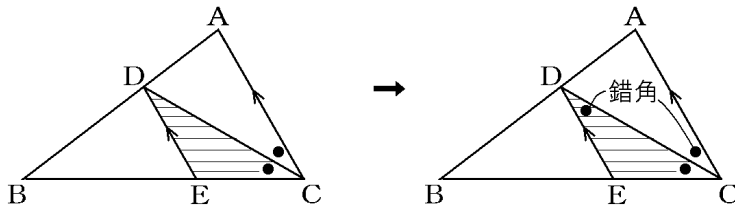
(エ)が等しいので、 $\triangle CDE$ は二等辺三角形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

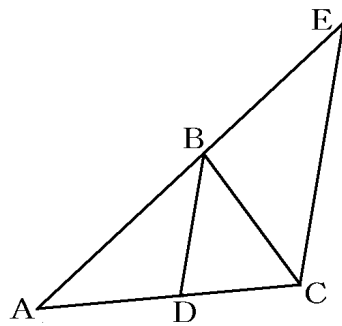
[解答]ア $\angle ECD$ イ DE ウ $\angle ACD$ エ 2つの角

[解説]



[問題](2学期期末)

右の図のように、 $\triangle ABC$ の $\angle B$ の二等分線 BD をひき、さらに点 C を通って BD に平行な直線と、辺 AB の延長線との交点を E とする。このとき、 $\triangle BCE$ は二等辺三角形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

仮定より、 $BD \parallel EC$

平行線の同位角は等しいので、

$$\angle ABD = \angle BEC \cdots \textcircled{1}$$

平行線の錯角は等しいので、

$$\angle DBC = \angle BCE \cdots \textcircled{2}$$

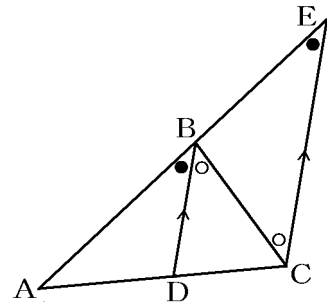
BD は $\angle B$ の二等分線なので、

$$\angle ABD = \angle DBC \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より、

$$\angle BEC = \angle BCE$$

したがって、 $\triangle BCE$ は 2 つの内角が等しいので、二等辺三角形になる。



[問題](3学期)

右の図のような、 $AB=AC$ である $\triangle ABC$ において、2 つの底角の二等分線の交点を P とするとき、 $\triangle PBC$ は二等辺三角形であることを、次のア～エの()にあてはまるものを書いて証明せよ。

[証明]

$\triangle ABC$ で、 $AB=AC$ だから、

$$\angle ABC = (\text{ア}) \cdots \textcircled{1}$$

仮定より、 BP は $\angle ABC$ の二等分線だから、

$$(\text{イ}) = \frac{1}{2} \angle ABC \cdots \textcircled{2}$$

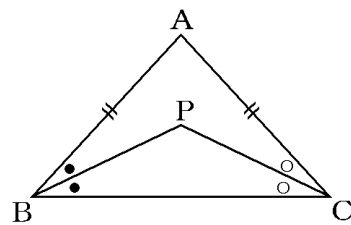
仮定より、 CP は $\angle ACB$ の二等分線だから、

$$(\text{ウ}) = \frac{1}{2} (\text{ア}) \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より、 $(\text{イ}) = (\text{ウ})$

(エ) ので、

$\triangle PBC$ は二等辺三角形である。



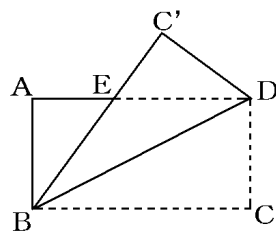
[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

[解答]ア $\angle ACB$ イ $\angle PBC$ ウ $\angle PCB$ エ 2つの角が等しい

[問題](3学期)

長方形 ABCD を、対角線 BD で折りまげたとき、
 $\triangle EBD$ は二等辺三角形になることを次のように証明した。
 ア～エにあてはまる記号や言葉をかけ。



[証明]

$\triangle BCD$ と \triangle (ア) は合同だから、

$$\angle CBD = \angle$$
(イ) \cdots ①

AD // BC だから、(ウ) が等しいので、

$$\angle EDB = \angle CBD \cdots$$
②

①, ②から、

$$\angle EBD = \angle$$
(エ)

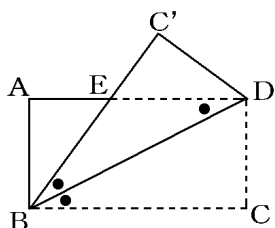
2つの角が等しいから、 $\triangle EBD$ は二等辺三角形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

[解答]ア BC'D イ C'BD ウ 錯角 エ EDB

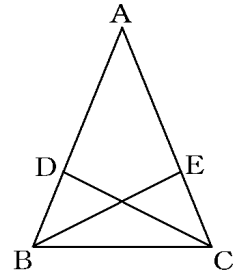
[解説]



[二等辺三角形になることを証明：三角形の合同利用]

[問題](3学期)

右の図で、「二等辺三角形 ABC で、等しい辺 AB, AC 上に DB=EC となるようにそれぞれ点 D, E をとる。このとき、DC=EB となる。」このことを次のように証明した。ア～カに当てはまることがらを書け。



[証明]

$\triangle DBC$ と(ア)で、

仮定より、

$$(イ) = EC \dots ①$$

二等辺三角形の底角は等しいから、

$$\angle DBC = (ウ) \dots ②$$

(エ)は共通 $\dots ③$

①, ②, ③から、(オ)がそれぞれ等しいので、

$$\triangle DBC \equiv (ア)$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$DC = (カ)$$

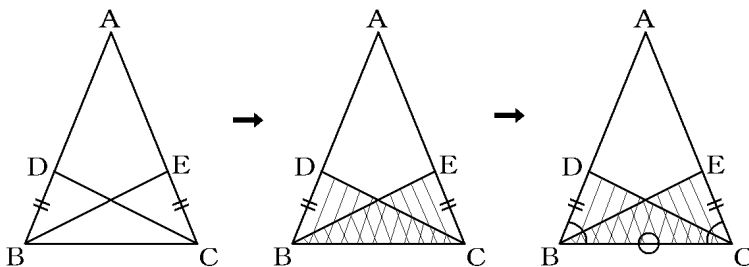
[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

[解答]ア $\triangle ECB$ イ DB ウ $\angle ECB$ エ BC オ 2組の辺とその間の角

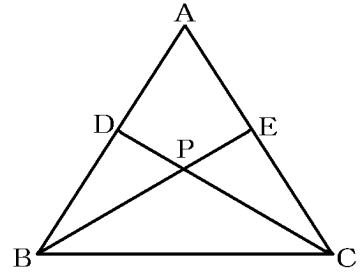
カ EB

[解説]

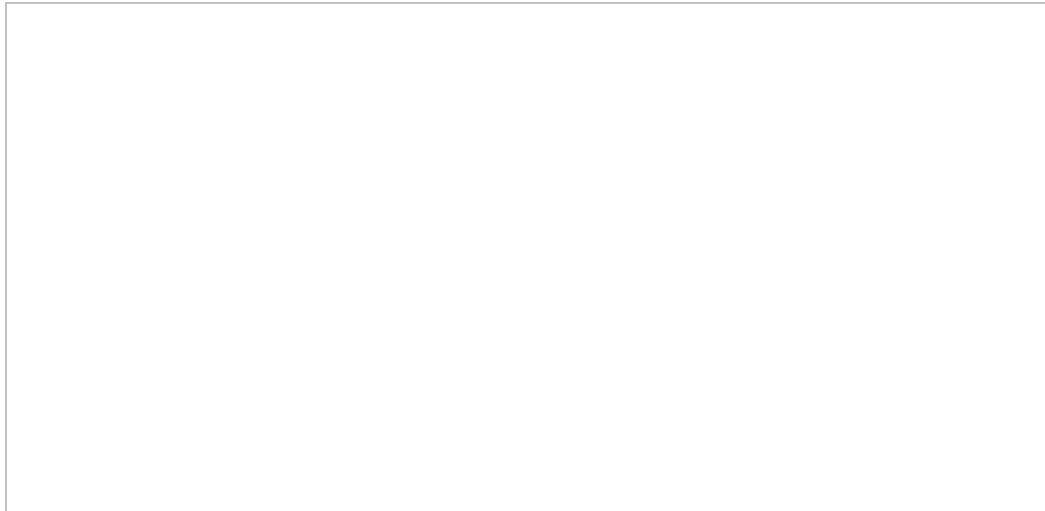


[問題](2 学期期末)

$AB=AC$ である二等辺三角形の辺 AB , AC 上にそれぞれ点 D , E を $BD=CE$ となるようにとる。 BE と CD との交点を P とするとき, $\triangle PBC$ は二等辺三角形であることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

$\triangle BCD$ と $\triangle CBE$ において,

仮定より,

$$BD=CE \dots \textcircled{1}$$

二等辺三角形の底角は等しいので,

$$\angle DBC = \angle ECB \dots \textcircled{2}$$

BC は共通 $\dots \textcircled{3}$

①, ②, ③から, 2組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

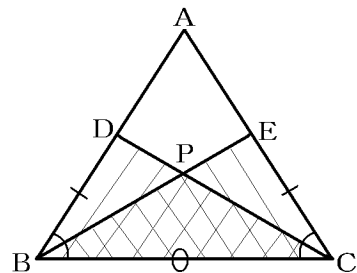
$$\triangle BCD \equiv \triangle CBE$$

合同な図形では, 対応する角の大きさは等しいので,

$$\angle DCB = \angle ECB$$

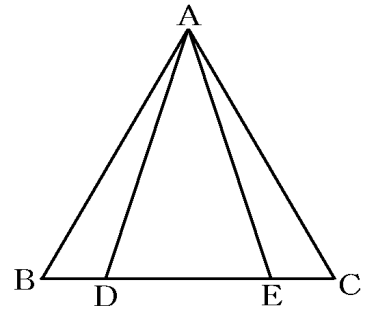
よって, $\angle PCB = \angle PBC$

2つの角が等しいので, $\triangle PBC$ は二等辺三角形である。



[問題](3 学期)

右図は、 $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に $\angle BAD = \angle CAE$ となるように点 D, E をとったものである。このとき、 $AD=AE$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ で、

仮定より、

$$AB=AC \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BAD = \angle CAE \cdots \textcircled{2}$$

二等辺三角形の 2 つの底角は等しいので、

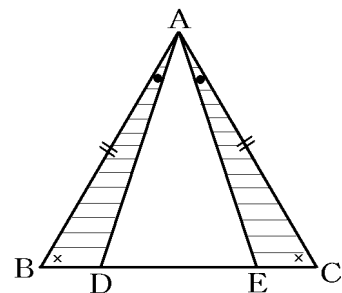
$$\angle ABD = \angle ACE \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、1 組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABD \cong \triangle ACE$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AD=AE$$



(別解)

二等辺三角形 ABC の 2 つの底角は等しいので、

$$\angle ABD = \angle ACE \cdots \textcircled{1}$$

仮定より、

$$\angle BAD = \angle CAE \cdots \textcircled{2}$$

三角形の 1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので、

$$\angle ADE = \angle ABD + \angle BAD \cdots \textcircled{3}$$

$$\angle AED = \angle ACE + \angle CAE \cdots \textcircled{4}$$

①, ②, ③, ④から、

$$\angle ADE = \angle AED$$

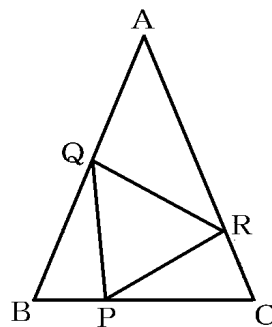
$\triangle ADE$ は 2 つの内角が等しいので、二等辺三角形で、

$$AD = AE$$

[問題](3 学期)

$\triangle ABC$ は頂角を A とする二等辺三角形である。底辺 BC 上の 1 点を P とし、辺 AB , AC 上にそれぞれ点 Q , R をとり、 $BQ = CP$, $BP = CR$ となるようにする。

$\triangle PQR$ は二等辺三角形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BPQ$ と $\triangle CRP$ で、

仮定より、

$$BQ = CP \cdots \textcircled{1}$$

$$BP = CR \cdots \textcircled{2}$$

$\triangle ABC$ は二等辺三角形なので、

$$\angle PBQ = \angle RCP \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、

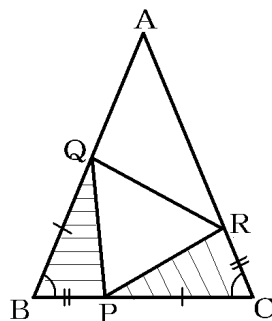
それぞれ等しいので、

$$\triangle BPQ \cong \triangle CRP$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$PQ = PR$$

よって $\triangle PQR$ は二等辺三角形である。



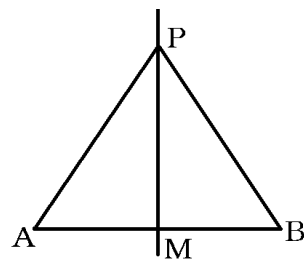
[問題](3 学期)

右の図で、線分 AB の垂直二等分線上の点を P とする。

このとき、 $AP = BP$ となる。このとき、次の各問いに答えよ。

(1) 仮定と結論を式で表せ。

(2) 証明せよ。



[解答欄]

(1) 仮定 :	結論
(2)	

[解答]

(1) 仮定 : $AB \perp PM$, $AM = BM$ 結論 : $AP = BP$

(2)

$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ で,

仮定より,

$$AM = BM \cdots \textcircled{1}$$

$$AB \perp PM \text{ なので, } \angle AMP = \angle BMP \cdots \textcircled{2}$$

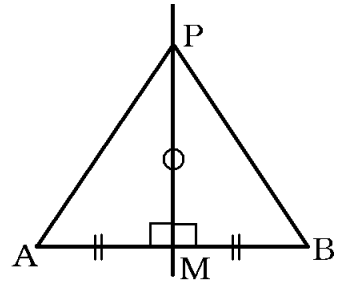
PM は共通 $\cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ から, 2組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle PAM \equiv \triangle PBM$$

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$AP = BP$$



[その他]

[問題](2 学期期末)

$AB = AC$ である二等辺三角形 ABC で, 頂角 $\angle A$ の二等分線と底辺 BC との交点を D とする。 AD の延長上に点 E をとると, $\triangle BDE \equiv \triangle CDE$ である。これを次のように証明した。() にあてはまる言葉や記号を入れよ。

[仮定] $AB = AC$, $\angle BAD = \angle CAD$

[結論] $\triangle BDE \equiv \triangle CDE$

[証明]

$\triangle BDE$ と $\triangle CDE$ で,

$$(ア) \text{ は共通 } \cdots \textcircled{1}$$

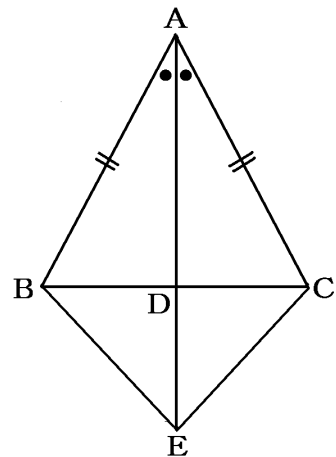
二等辺三角形の頂角の二等分線は, 底辺を垂直に二等分するので,

$$BD = (イ) \cdots \textcircled{2}$$

$$(ウ) = (エ) = 90^\circ \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ から, (オ) がそれぞれ等しいので,

$$\triangle BDE \equiv \triangle CDE$$

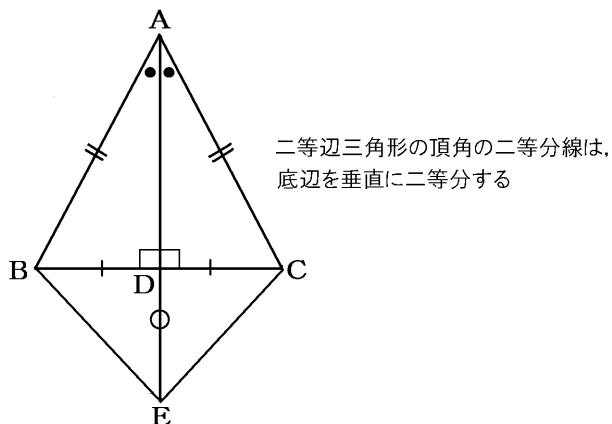


[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

[解答]ア DE イ CD ウ $\angle BDE$ エ $\angle CDE$ オ 2組の辺とその間の角

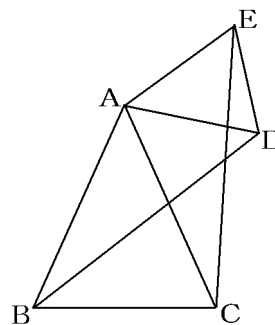
[解説]



[問題](1 学期中間)

右の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は二等辺三角形で、 $\angle BAC$ と $\angle DAE$ は等しい。次の各問いに答えよ。

- (1) $BD=CE$ を証明するとき、どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいか。
- (2) $BD=CE$ を証明せよ。



[解答欄]

(1)
(2)

[解答](1) $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$

(2)

$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ で,

仮定より,

$$AB=AC \cdots \textcircled{1}$$

$$AD=AE \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD$$

$$\angle CAE = \angle DAE + \angle CAD$$

仮定より, $\angle BAC = \angle DAE$ なので,

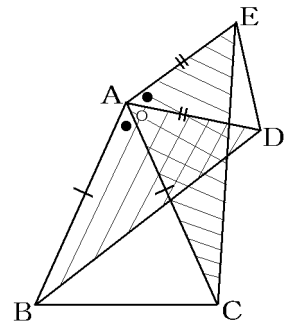
$$\angle BAD = \angle CAE \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から, 2組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

$$BD \equiv \triangle ACE$$

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$BD = CE$$

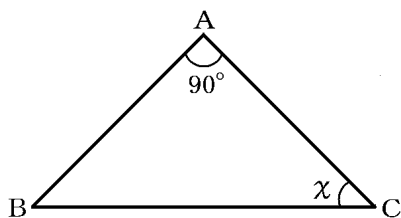


【】二等辺三角形の計算問題

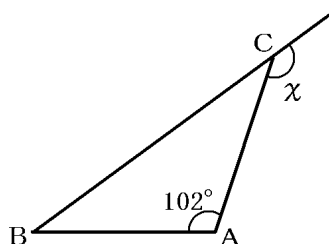
[問題](3学期)

次の①, ②で△ABCがAB=ACである二等辺三角形のとき, ∠xの大きさを求めよ。

①



②



[解答欄]

① $x =$	② $x =$
---------	---------

[解答]① $x = 45^\circ$ ② $x = 141^\circ$

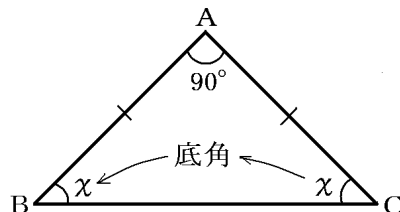
[解説]

① 「二等辺三角形の底角は等しい」性質を使って, 図のようにxの角を移す。

「三角形の内角の和は 180° 」なので,

$$x + x + 90^\circ = 180^\circ, \quad 2x = 90^\circ$$

ゆえに $x = 45^\circ$

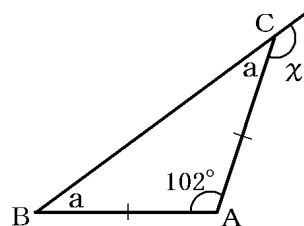


② 「二等辺三角形の底角は等しい」ので角 a を図のようにとることができる。

「三角形の内角の和は 180° 」なので,

$$a + a + 102^\circ = 180^\circ, \quad 2a = 78^\circ, \quad a = 39^\circ$$

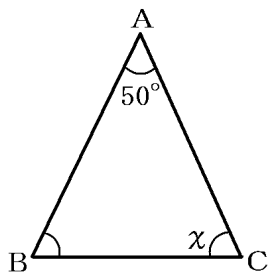
$$x = 180^\circ - a = 180^\circ - 39^\circ = 141^\circ$$



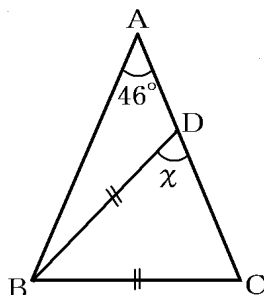
[問題](3学期)

次の図で, △ABCはAB=ACの二等辺三角形である。∠xの大きさを求めよ。

①



②



[解答欄]

① $x =$	② $x =$
---------	---------

[解答]① $x = 65^\circ$ ② $x = 67^\circ$

[解説]

① 「二等辺三角形の底角は等しい」ので、 $\angle B = x$

「三角形の内角の和は 180° 」なので、 $\angle B + x + 50^\circ = 180^\circ$,

$$x + x + 50^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 130^\circ \quad \text{ゆえに } x = 65^\circ$$

② $\triangle BDC$ で「二等辺三角形の底角は等しい」ので、 $\angle C = x$

$\triangle ABC$ で「二等辺三角形の底角は等しい」ので、 $\angle ABC = \angle C = x$

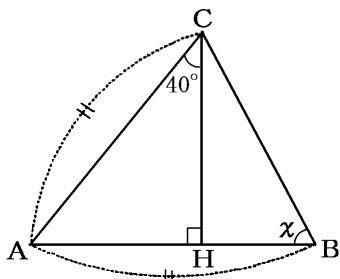
$\triangle ABC$ で「三角形の内角の和は 180° 」なので、 $\angle ABC + \angle C + 46^\circ = 180^\circ$

$$x + x + 46^\circ = 180^\circ, \quad 2x + 46^\circ = 180^\circ, \quad 2x = 134^\circ \quad \text{ゆえに } x = 67^\circ$$

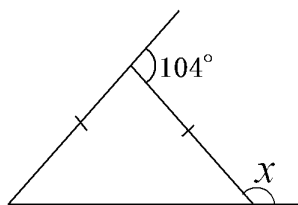
[問題](2 学期期末)

次の図で、同じ印をつけた辺は等しいとして、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

①



②



[解答欄]

① $x =$	② $x =$
---------	---------

[解答]① $x = 65^\circ$ ② $x = 128^\circ$

[解説]

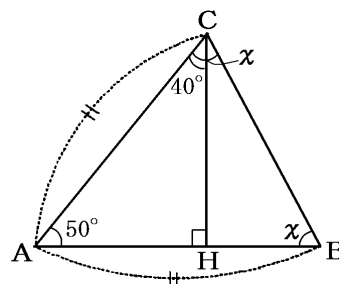
① $\triangle ACH$ で、「三角形の内角の和は 180° 」なので

$$\angle A + 40^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \quad \angle A = 50^\circ$$

$\triangle ABC$ で「二等辺三角形の底角は等しい」ので、

$$\angle C = \angle B = x$$

「三角形の内角の和は 180° 」なので、

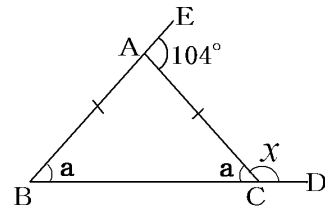


$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, $50^\circ + x + x = 180^\circ$, $2x = 130^\circ$ ゆえに $x = 65^\circ$

② $AB = AC$ なので, $\triangle ABC$ は二等辺三角形で, 底角は等しい。

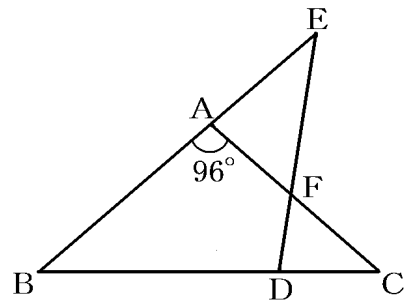
そこで, 図のように $\angle ABC = \angle ACB = a$ とおく。
 三角形の2つの内角の和は他の外角に等しいので,
 $a + a = 104^\circ$ よって $a = 52^\circ$

$x = 180^\circ - a = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$



[問題](2 学期期末)

右の図で, $\triangle ABC$ は頂角 $\angle A$ の大きさが 96° の二等辺三角形で, D は辺 BC 上の点, E は直線 BA 上の点で, $DB = DE$ である。線分 DE と辺 AC との交点を F とするとき, $\angle CFD$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

[解答] 54°

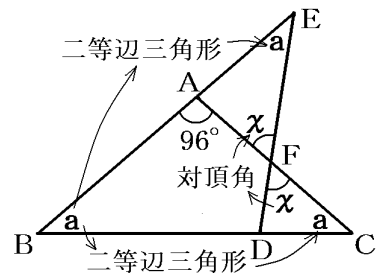
[解説]

$\angle ABC = a$, $\angle CFD = x$ とおく。

$\triangle ABC$ で, 「三角形の内角の和は 180° 」なので,
 $2a + 96^\circ = 180^\circ$, $2a = 84^\circ$, $a = 42^\circ$ ……①

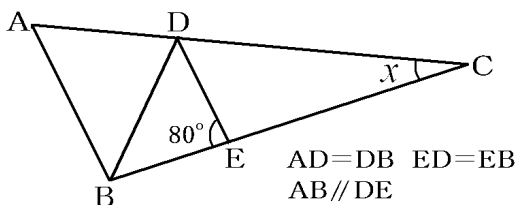
「二等辺三角形の底角は等しい」の性質を使って図のように, a の角を移す。また, 「対頂角は等しい」性質を使って, 図のように x の角を移す。

$\triangle AEF$ で「三角形の外角は, それととなり合わない2つの内角の和に等しい」ので,
 $x + a = 96^\circ$ ①より $a = 42^\circ$, $x + 42^\circ = 96^\circ$ ゆえに $x = 54^\circ$



[問題](2 学期期末)

次の図の $\angle x$ の大きさを求めよ。



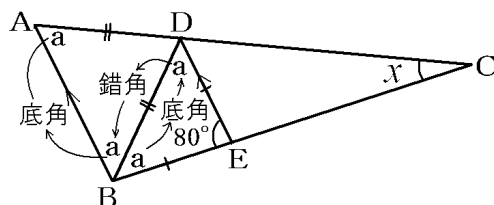
[解答欄]

$x =$

[解答] $x = 30^\circ$

[解説]

$\angle EBD = a$ とおき、「二等辺三角形の底角は等しい」、「平行線では錯角は等しい」性質を使って、右図のように a の角を移していく。



$\triangle EBD$ で、「三角形の内角の和は

180° 」なので、 $a + a + 80^\circ = 180^\circ$, $2a = 100^\circ$

ゆえに $a = 50^\circ$

次に、 $\triangle ABC$ で、 $a + 2a + x = 180^\circ$

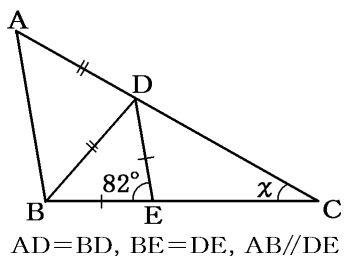
$3a + x = 180^\circ$, $3 \times 50^\circ + x = 180^\circ$, $150^\circ + x = 180^\circ$

ゆえに $x = 30^\circ$

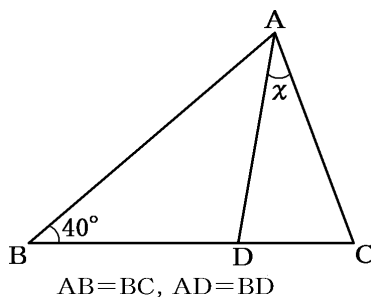
[問題](3 学期)

次の①, ②の $\angle x$ の大きさを求めよ。

①



②



[解答欄]

① $x =$	② $x =$
---------	---------

[解答] ① $x = 33^\circ$ ② $x = 30^\circ$

[解説]

① $\angle EBD = a$ とおき、「二等辺三角形の底角は等しい」、「平行線では錯角は等しい」性質を使って、図のように a の角を移していく。

$\triangle EBD$ で、「三角形の内角の和は 180° 」なので、
 $a + a + 82^\circ = 180^\circ$, $2a = 98^\circ$

ゆえに $a = 49^\circ$

次に、 $\triangle ABC$ で、 $a + 2a + x = 180^\circ$

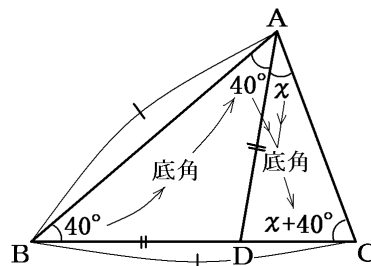
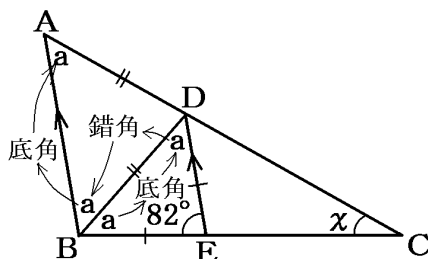
$3a + x = 180^\circ$, $3 \times 49^\circ + x = 180^\circ$, $147^\circ + x = 180^\circ$ ゆえに $x = 33^\circ$

② 「二等辺三角形の底角は等しい」ので、図のように 40° の角を移す。

また、同様に $x + 40^\circ$ の角を移す。

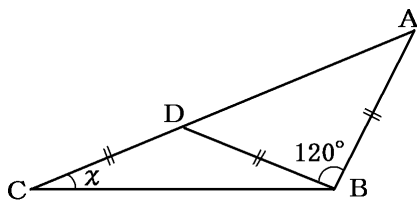
$\triangle ABC$ で「三角形の内角の和は 180° 」なので、
 $x + 40^\circ + x + 40^\circ + 40^\circ = 180^\circ$

$2x + 120^\circ = 180^\circ$, $2x = 60^\circ$ ゆえに $x = 30^\circ$



[問題](2学期期末)

次の図で、同じ印をつけた辺と角は等しいとして、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$x =$

[解答] $x = 15^\circ$

[解説]

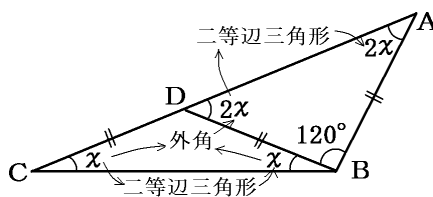
$\triangle DBC$ は二等辺三角形なので、図のように x の角を移す。

「三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しい」ので、 $\angle ADB = 2x$

$\triangle BAD$ は二等辺三角形なので、図のように $2x$ を移す。

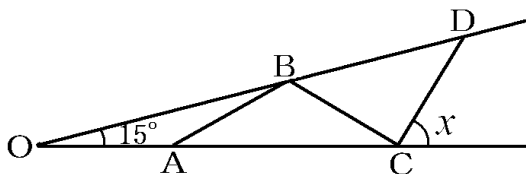
$\triangle BAD$ で「三角形の内角の和は 180° 」なので、

$$2x + 2x + 120^\circ = 180^\circ, \quad 4x = 60^\circ \quad \text{ゆえに } x = 15^\circ$$



[問題](3学期)

下の図で、 $OA = AB = BC = CD$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

[解答] $x = 60^\circ$

[解説]

$\triangle OAB$ で、 $AO = AB$ なので、

$$\angle ABO = \angle AOB = 15^\circ$$

また、三角形の1つの外角は他の2つの

内角の和に等しいので、 $\angle BAC = \angle ABO + \angle AOB = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$

$\triangle BAC$ で、 $BA = BC$ なので、 $\angle BCA = \angle BAC = 30^\circ$

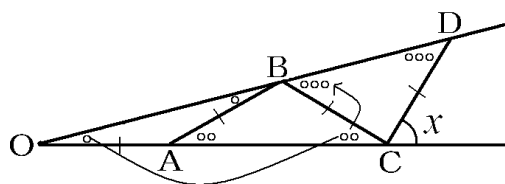
$\triangle OBC$ で、1つの外角は他の2つの内角の和に等しいので、

$$\angle CBD = \angle BOC + \angle BCO = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ$$

$\triangle CBD$ で、 $CB = CD$ なので、 $\angle CDB = \angle CBD = 45^\circ$

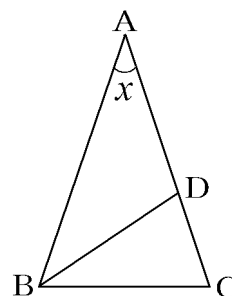
$\triangle OCD$ で、1つの外角は他の2つの内角の和に等しいので、

$$\angle x = \angle COD + \angle CDO = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$$



[問題](3 学期)

右の図で、 $AB=AC$ 、 $AD=BD=BC$ が成り立つ。
このとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$x =$

[解答] $x = 36^\circ$

[解説]

仮定より $DA=DB$ なので、 $\triangle DAB$ は二等辺三角形になる。

二等辺三角形の底角は等しいので、 $\angle ABD = \angle BAD = x$

三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しいので、

$$\angle BDC = \angle DAB + \angle DBA = x + x = 2x$$

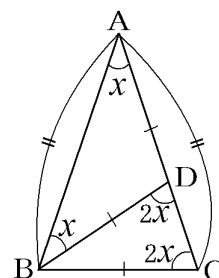
次に、仮定より $BC=BD$ なので $\triangle BCD$ は二等辺三角形で、

$$\angle BCD = \angle BDC = 2x$$

また、 $\triangle ABC$ も二等辺三角形なので、 $\angle ABC = \angle ACB = 2x$

$\triangle ABC$ で、三角形の内角の和は 180° なので、

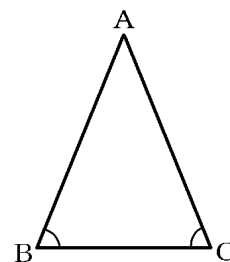
$$x + 2x + 2x = 180^\circ, 5x = 180^\circ, x = 36^\circ$$



[問題](3 学期)

右の図は、 $\angle B = \angle C$ の $\triangle ABC$ である。次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ はどんな三角形か。
- (2) $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、
 - ① $\angle ADB$ の大きさを求めよ。
 - ② $AB=10\text{cm}$ 、 $BD=4\text{cm}$ のとき、 $\triangle ABC$ の周の長さを求めよ。



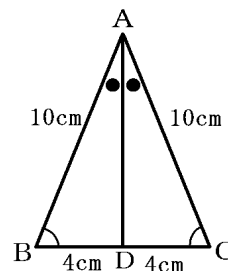
[解答欄]

(1)	(2)①	②
-----	------	---

[解答](1) 二等辺三角形 (2)① 90° ② 28cm

[解説]

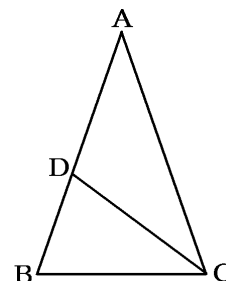
- (1) 「2角が等しい三角形は二等辺三角形である」。
 (2) 「二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に二等分する」
 ので、① $\angle ADB=90^\circ$ ② 図より 28cm



[問題](3学期)

次の図の $\triangle ABC$ は、 $AB=AC$ の二等辺三角形で、点Dは $\angle C$ の二等分線と辺ABとの交点である。 $\angle A=36^\circ$ のとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\angle ACD$ の大きさを求めよ。
 (2) $\triangle CBD$ はどんな三角形か。



[解答欄]

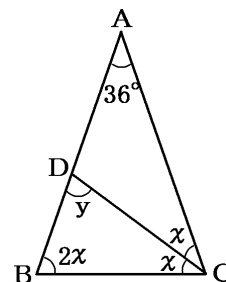
(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) 36° (2) 二等辺三角形

[解説]

図のように x, y をとる。

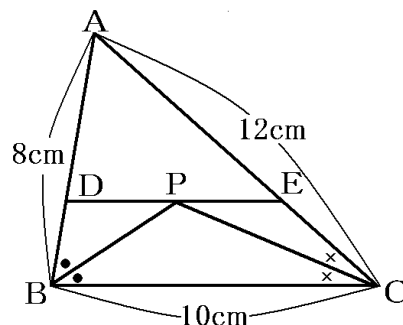
- (1) $\triangle ABC$ で、 $36^\circ + 2x + 2x = 180^\circ$, $4x = 144^\circ$, $x = 36^\circ$
 (2) $\triangle CBD$ で、 $y + 2x + x = 180^\circ$, $y = 180^\circ - 3x$
 $y = 180^\circ - 36^\circ \times 3 = 72^\circ$ $2x = 36^\circ \times 2 = 72^\circ$ なので
 $y = 2x$ よって $\triangle CBD$ は二等辺三角形になる。



[問題](3学期)

右の図のように、 $\triangle ABC$ の $\angle B, \angle C$ の二等分線の交点をPとし、Pを通り辺BCに平行な直線が辺AB、ACと交わる点をそれぞれD、Eとする。このとき、 $\triangle ADE$ の周りの長さを求めよ。

[解答欄]



[解答]20(cm)

[解説]

DE // BC で、平行線の錯角は等しいので、 $\angle CBP = \angle DPB$

また、仮定より、 $\angle CBP = \angle DBP$

よって、 $\angle DBP = \angle DPB$

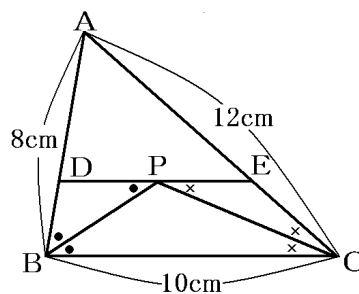
底角が等しい三角形は二等辺三角形なので、 $DB = DP$

同様に、 $\triangle EPC$ は二等辺三角形で、 $EP = EC$

($\triangle ADE$ の周りの長さ) = $AD + AE + DE$

= $AD + AE + (DP + EP) = AD + AE + (DB + EC) = (AD + DB) + (AE + EC) = 8 + 12 =$

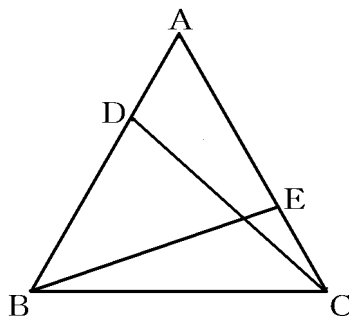
20(cm)



【】 正三角形の証明問題

[問題](3 学期)

右の図のように、正三角形 ABC の辺 AB, AC 上にそれぞれ $AD=CE$ となるような点 D, E をとるとき、 $DC=EB$ となることを次のように証明した。次の文章のア～カをうめよ。



[証明]

$\triangle ADC$ と $\triangle CEB$ で、

仮定より、

$$AD=CE \dots \textcircled{1}$$

正三角形の 3 つの辺はすべて等しいので、

$$(\text{ア})=(\text{イ}) \dots \textcircled{2}$$

正三角形の 3 つの角はすべて等しいので、

$$\angle(\text{ウ})=\angle(\text{エ}) \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、(オ)がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ADC \equiv \triangle CEB$$

合同な図形では、(カ)は等しいので、

$$DC=EB$$

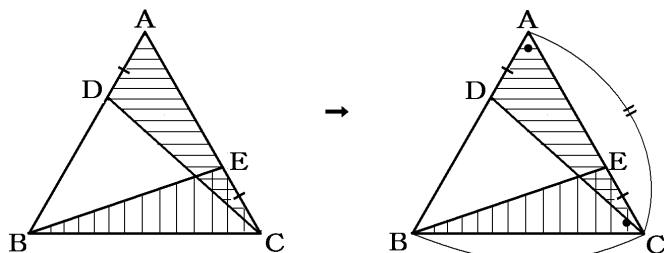
[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

[解答]ア AC イ CB ウ CAD エ BCE オ 2 組の辺とその間の角

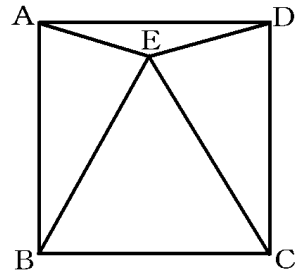
カ 対応する辺の長さ

[解説]



[問題](1 学期期末)

右の図で，四角形 ABCD は正方形で， $\triangle EBC$ は正三角形である。このとき， $\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABE$ と $\triangle DCE$ で，

仮定より，

$$AB = DC \cdots \textcircled{1}$$

$$BE = CE \cdots \textcircled{2}$$

また，

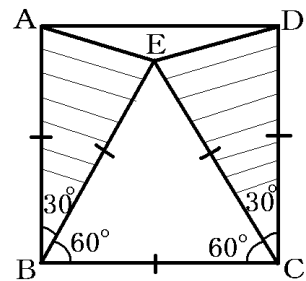
$$\angle ABE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ ,$$

$$\angle DCE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \text{ なので，}$$

$$\angle ABE = \angle DCE \cdots \textcircled{3}$$

①，②，③から，2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

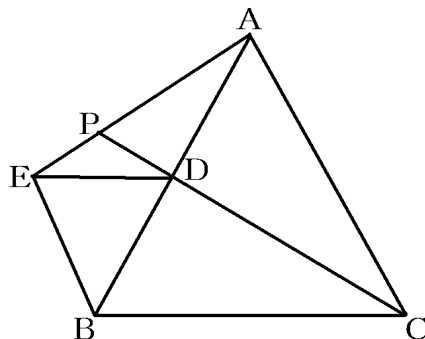
$$\triangle ABE \equiv \triangle DCE$$



[問題](3 学期)

右の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle BDE$ は正三角形である。
このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) $AE=CD$ であることを証明するには、どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいか。
- (2) (1)を証明するには、三角形の合同条件のどれを使えばよいか。
- (3) CD の延長線と AE との交点を P としたとき、 $\angle APC$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
(3)	

[解答](1) $\triangle ABE$ と $\triangle CBD$ (2) 2 辺とその間の角がそれぞれ等しい (3) 60°

[解説]

(1)(2)

$\triangle ABE$ と $\triangle CBD$ で、

$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $AB=CB \cdots \textcircled{1}$

$\triangle BDE$ は正三角形なので、 $BE=BD \cdots \textcircled{2}$

$\triangle ABC$ と $\triangle BDE$ はともに正三角形なので、

$\angle ABE = \angle CBD = 60^\circ \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABE \cong \triangle CBD$

合同な図形の対応する辺は等しいので、 $AE=CD$

(3) $\triangle ADP$ と $\triangle CDB$ に注目する。

$\triangle ABE \cong \triangle CBD$ で、合同な図形の対応する角は等しいので、 $\angle BAE = \angle BCD$

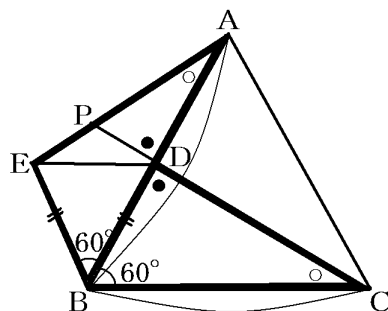
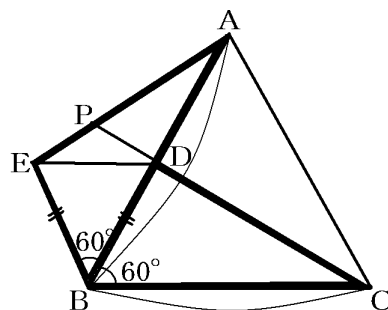
また、対頂角は等しいので、

$\angle ADP = \angle CDB$

$\angle ADP = \angle CDB$

よって、 $\angle APD = \angle CBD$

$\angle CBD = 60^\circ$ なので、 $\angle APC = \angle APD = 60^\circ$

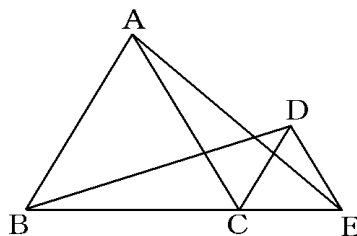


[問題](2学期中間)

右の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle DCE$ は正三角形である。

$\triangle ACE \equiv \triangle BCD$ であることを証明したい。

次のア～エの()にあてはまるものを書き入れよ。



[証明]

$\triangle ACE$ と $\triangle BCD$ で、

正三角形の辺だから、

$$AC = (\text{ア}) \cdots \text{①}$$

$$(\text{イ}) = CD \cdots \text{②}$$

$\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$ なので、

$$\angle ACD = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

$$\angle ACE = \angle BCD = (\text{ウ})^\circ \cdots \text{③}$$

①, ②, ③から、(エ)が、それぞれ等しいので、

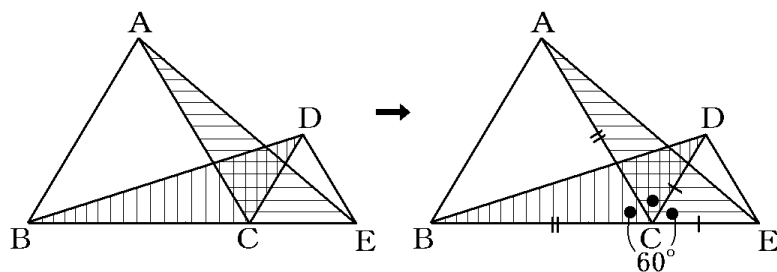
$$\triangle ACE \equiv \triangle BCD$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

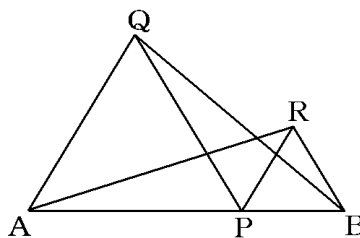
[解答]ア BC イ CE ウ 120° エ 2組の辺とその間の角

[解説]

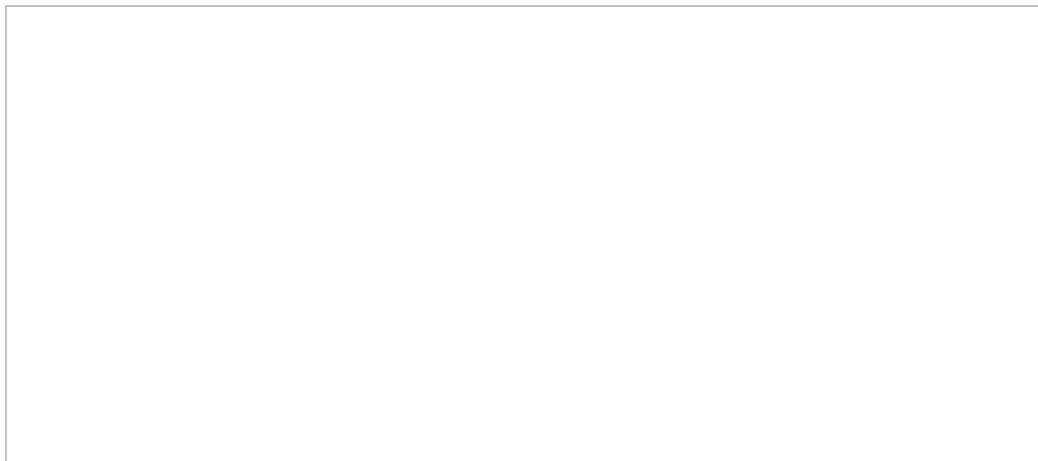


[問題](2 学期期末)

線分 AB 上に点 P がある。辺 AP , PB を 1 辺とする 2 つの正三角形 $\triangle APQ$ 及び $\triangle PBR$ を辺 AB 上の同じ側につくる。 A と R , B と Q を結んだとき, $AR=BQ$ であることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

$\triangle APR$ と $\triangle QPB$ で,
正三角形の辺だから,

$$AP=QP \cdots \textcircled{1}$$

$$PR=PB \cdots \textcircled{2}$$

正三角形の内角はすべて 60° なので,

$$\angle APQ = \angle BPR = 60^\circ$$

$$\angle QPR = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

$$\angle APR = 120^\circ, \quad \angle QPB = 120^\circ$$

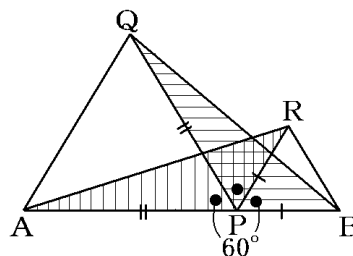
$$\text{よって, } \angle APR = \angle QPB \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から, 2 組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle APR \equiv \triangle QPB$$

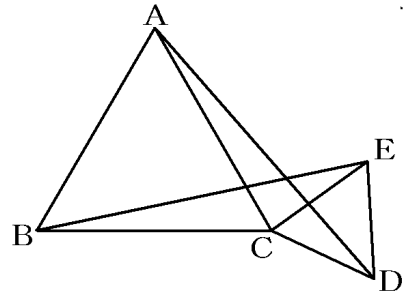
合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$AR=BQ$$



[問題](3 学期)

右図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle ECD$ は正三角形である。このとき、 $AD=BE$ であることを次のように証明した。文中のア～オの()にあてはまるものを書き入れよ。



[証明]

$\triangle ACD$ と \triangle (ア)で、

正三角形の辺だから、

$$AC = (\text{イ}) \cdots \text{①}$$

$$CD = (\text{ウ}) \cdots \text{②}$$

正三角形の内角はすべて 60° なので、

$$\angle ACD = \angle ACE + \angle ECD = \angle ACE + 60^\circ$$

$$\angle (\text{エ}) = \angle ACE + \angle BCA = \angle ACE + 60^\circ$$

よって、 $\angle ACD = (\text{エ}) \cdots \text{③}$

①, ②, ③から、(オ)が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ACD \cong \triangle (\text{ア})$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

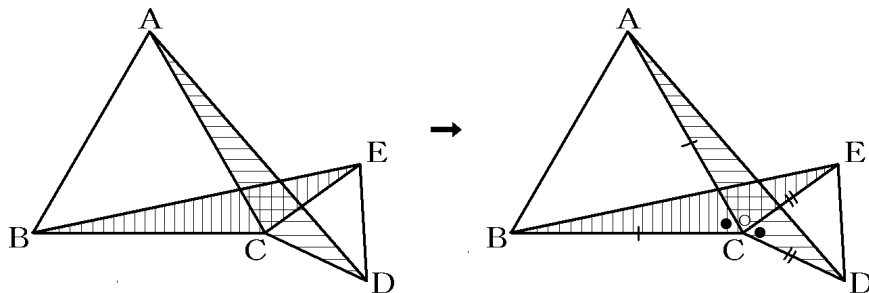
$$AD = BE$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

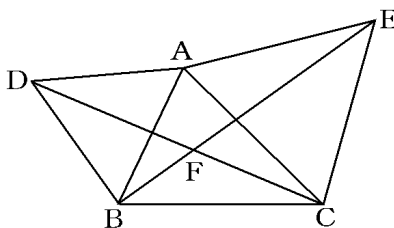
[解答]ア BCE イ BC ウ CE エ BCE オ 2組の辺とその間の角

[解説]

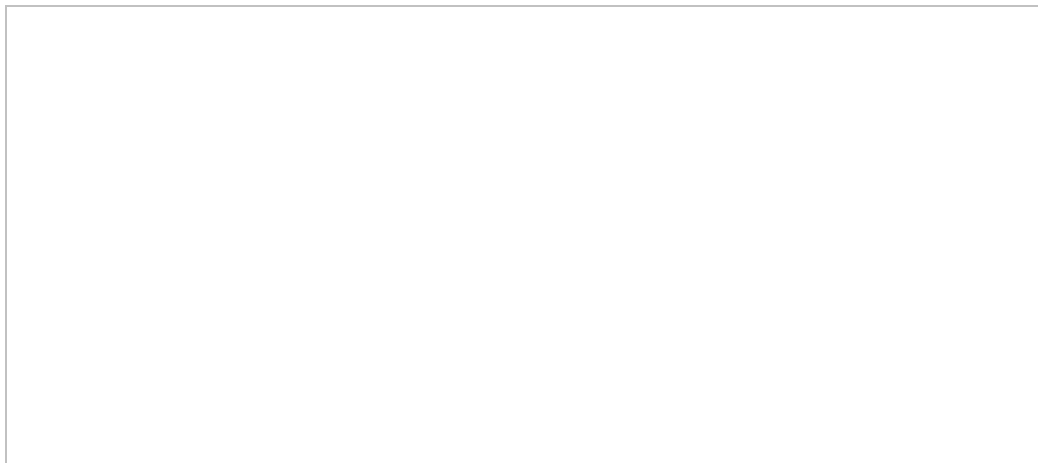


[問題](3 学期)

右図のように、 $\triangle ABC$ があり、 $\angle BAC$ は鋭角で、 $AB < AC$ である。 $\triangle ABC$ と同じ平面上に 2 点 D, E を、 $\triangle ADB$ と $\triangle ACE$ がともに正三角形になるようにとる。また、2 点 C, D を通る直線と、2 点 B, E を通る直線との交点を F とする。このとき、 $\triangle ABE \equiv \triangle ADC$ を証明せよ。



[解答欄]



[解答]

$\triangle ABE$ と $\triangle ADC$ で、
正三角形の辺だから、

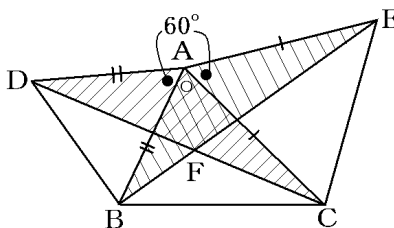
$$AB = AD \cdots \textcircled{1}$$

$$AE = AC \cdots \textcircled{2}$$

正三角形の内角はすべて 60° なので、
 $\angle BAE = \angle BAC + \angle CAE = \angle BAC + 60^\circ$
 $\angle DAC = \angle BAC + \angle DAB = \angle BAC + 60^\circ$

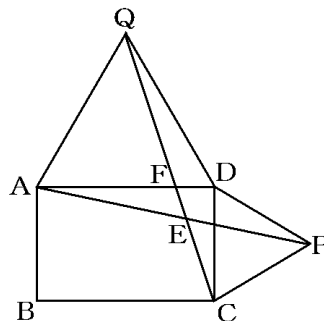
$$\text{よって、} \angle BAE = \angle DAC \cdots \textcircled{3}$$

①、②、③から、2 組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、
 $\triangle ABE \equiv \triangle ADC$



[問題](3学期)

右図のように、長方形の外部に、2つの辺 CD, DA をそれぞれ1辺とする正三角形 CPD と正三角形 DQA をつくり、線分 CQ が線分 PA, DA と交わる点をそれぞれ E, F とする。△PDA ≡ △CDQ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△PDA と △CDQ で、

正三角形の辺だから、

$$PD = CD \dots ①$$

$$DA = DQ \dots ②$$

正三角形の内角はすべて 60° なので、

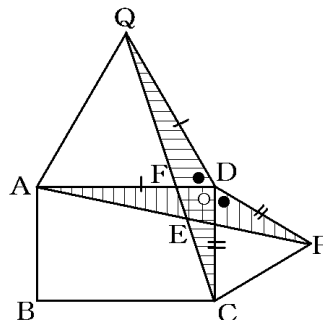
$$\angle PDA = \angle CDA + \angle PDC = \angle CDA + 60^\circ$$

$$\angle CDQ = \angle CDA + \angle ADQ = \angle CDA + 60^\circ$$

$$\text{よって、} \angle PDA = \angle CDQ \dots ③$$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle PDA \equiv \triangle CDQ$$

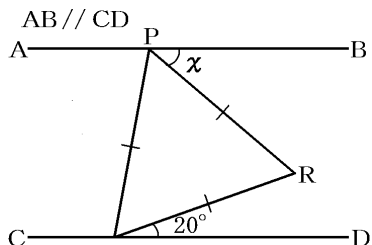


【】 正三角形などの計算問題

[正三角形の内角は 60° を利用]

[問題](2 学期期末)

次の図で同じ印をつけた辺は等しいとして、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



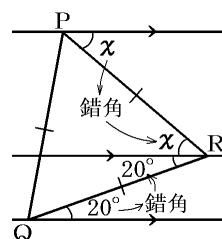
[解答欄]

$x =$

[解答] $x = 40^\circ$

[解説]

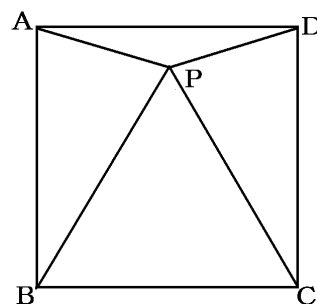
「平行線では錯角は等しい」性質を使って、図のように 20° と x の角を移す。 $\triangle PQR$ は 3 辺が等しいので正三角形で、内角はすべて 60° である。よって、 $x + 20^\circ = 60^\circ$ ゆえに、 $x = 40^\circ$



[問題](2 学期期末)

右の図で、四角形 ABCD は正方形、 $\triangle PBC$ は正三角形であるとする。このとき、次の角の大きさを求めよ。

- ① $\angle PAB$
- ② $\angle APD$



[解答欄]

①	②
---	---

[解答] ① 75° ② 150°

[解説]

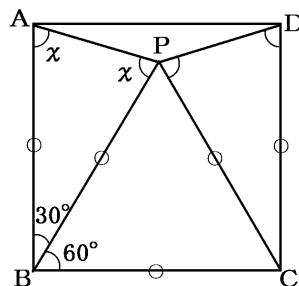
① $\angle PAB = x$ とおく。

四角形 ABCD は正方形， $\triangle PBC$ は正三角形なので，
 $PB = BC = BA$ で， $\triangle BAP$ は $BA = BP$ の二等辺三角形
 になる。ゆえに $\angle APB = x$

$\triangle BAP$ で「三角形の内角の和は 180° 」なので，
 $x + x + 30^\circ = 180^\circ$ ， $2x = 150^\circ$ ，ゆえに $x = 75^\circ$

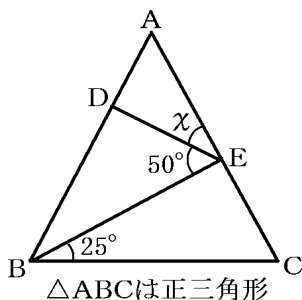
② $x = 75^\circ$ なので， $\angle PAD = 90^\circ - x = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$

同様に， $\angle PDA = 15^\circ$ $\triangle PAD$ で「三角形の内角の和は 180° 」なので，
 $15^\circ + 15^\circ + \angle APD = 180^\circ$ ゆえに $\angle APD = 150^\circ$



[問題](3 学期)

次の図の $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$x =$

[解答] $x = 35^\circ$

[解説]

正三角形なので 3 つの内角はすべて 60°

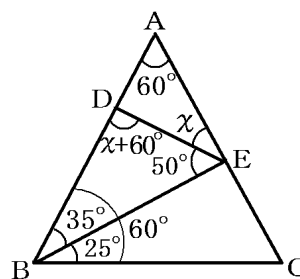
$\angle DBE = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ$

$\triangle ADE$ で「三角形の外角は，それととなり合わない 2
 つの内角の和に等しい」ので， $\angle BDE = x + 60^\circ$

$\triangle BDE$ で「三角形の内角の和は 180° 」なので，

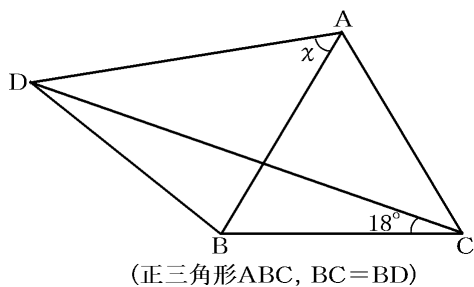
$$35^\circ + 50^\circ + x + 60^\circ = 180^\circ$$

$$x + 145^\circ = 180^\circ \quad \text{ゆえに } x = 35^\circ$$



[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

[解答] $x = 48^\circ$

[解説]

仮定より $BC=BD$

また、 $\triangle ABC$ は正三角形なので $BC=BA$

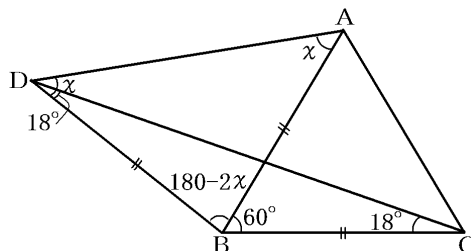
よって $BA=BD$ となり、 $\triangle BAD$ は二等辺三角形で、 $\angle BDA = \angle BAD = x$

$$\angle ABD = 180^\circ - 2x$$

次に $\triangle BCD$ で、三角形の内角の和は 180° な

$$\text{ので、} 18^\circ + 18^\circ + 60^\circ + 180^\circ - 2x = 180^\circ$$

$$-2x = -96^\circ \quad \text{よって } x = 48^\circ$$



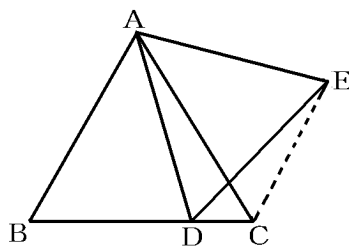
[三角形の合同利用]

[問題](3 学期)

右の図で、 D は辺 BC 上の点で、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ はともに正三角形である。このとき、 $\angle ACE$ の大きさを求めよ。

[解答欄]

[解答] 60°



[解説]

$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ で、

$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $AB=AC$ ・・・①

$\triangle ADE$ は正三角形なので、 $AD=AE$ ・・・②

$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $\angle BAC=60^\circ$

ゆえに、 $\angle BAD=60^\circ - \angle DAC$ ・・・③

$\triangle ADE$ は正三角形なので、 $\angle DAE=60^\circ$

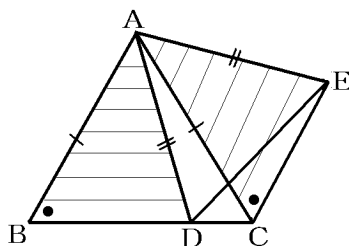
ゆえに、 $\angle CAE=60^\circ - \angle DAC$ ・・・④

③、④より、 $\angle BAD=\angle CAE$ ・・・⑤

①、②、⑤より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$

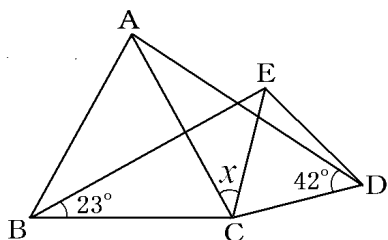
合同な図形の対応する角は等しいので、 $\angle ABD=\angle ACE$

$\triangle ABC$ は正三角形なので $\angle ABD=60^\circ$ よって $\angle ACE=60^\circ$



[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。ただし、 $\triangle ABC$ と $\triangle CDE$ は正三角形とする。



[解答欄]

$x =$

[解答] $x = 55^\circ$

[解説]

$\triangle BCE$ と $\triangle ACD$ で、

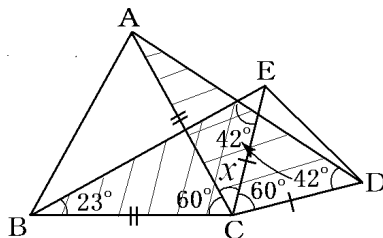
$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $BC=AC$ ・・・①

$\triangle CDE$ は正三角形なので、 $CE=CD$ ・・・②

$\angle BCE=60^\circ + x$ 、 $\angle ACD=60^\circ + x$ なので、

$\angle BCE=\angle ACD$ ・・・③

①、②、③から、2 組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、



$$\triangle BCE \equiv \triangle ACD$$

合同な図形では、対応する角の大きさは等しいので、 $\angle BEC = \angle ADC = 42^\circ$

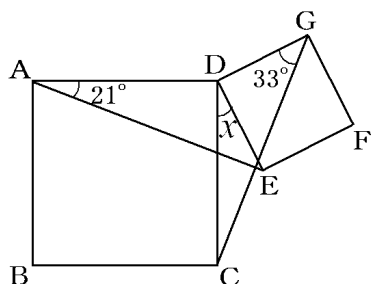
$\triangle BCE$ で、三角形の内角の和は 180° なので、

$$(60^\circ + x) + 42^\circ + 23^\circ = 180^\circ, \quad x + 125^\circ = 180^\circ, \quad x = 180^\circ - 125^\circ$$

よって、 $x = 55^\circ$

[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。ただし、四角形 ABCD と四角形 DEFG は正方形とする。



[解答欄]

[解答] $x = 36^\circ$

[解説]

$\triangle ADE$ と $\triangle CDG$ で、

四角形 ABCD と四角形 DEFG は正方形なので、

$$AD = CD \quad \dots \textcircled{1}$$

$$DE = DG \quad \dots \textcircled{2}$$

$\angle ADE = 90^\circ + x$, $\angle CDG = 90^\circ + x$ なので、

$$\angle ADE = \angle CDG \quad \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

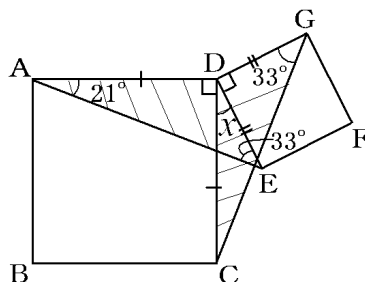
$$\triangle ADE \equiv \triangle CDG$$

合同な図形では、対応する角の大きさは等しいので、 $\angle AED = \angle CGD = 33^\circ$

$\triangle ADE$ で、三角形の内角の和は 180° なので、

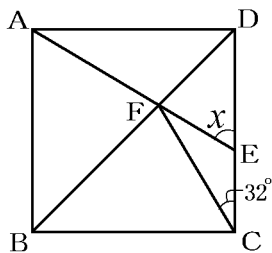
$$(90^\circ + x) + 21^\circ + 33^\circ = 180^\circ, \quad x + 144^\circ = 180^\circ, \quad x = 180^\circ - 144^\circ$$

よって、 $x = 36^\circ$



[問題](2 学期期末)

次の図の ABCD は正方形である。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$x =$

[解答] $x = 58^\circ$

[解説]

$\triangle ADF \equiv \triangle CDF$ なので、 $\angle DAF = \angle DCF = 32^\circ$

$\triangle ADE$ で、三角形の内角の和は 180° なので、

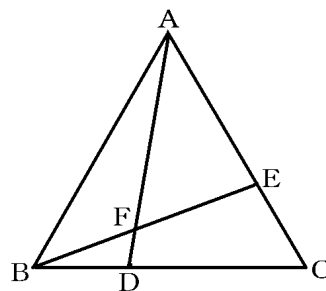
$$x + \angle DAE + \angle ADE = 180^\circ$$

$$x + 32^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \quad x + 122^\circ = 180^\circ, \quad x = 180^\circ - 122^\circ$$

よって、 $x = 58^\circ$

[問題](2 学期期末)

右図のような正三角形 ABC で、 $BD = CE$ のとき、 $\angle AFE$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

[解答] 60°

[解説]

$\triangle ABD$ と $\triangle BCE$ において,

$AB=BC$, $\angle ABD=\angle BCE=60^\circ$, $BD=CE$

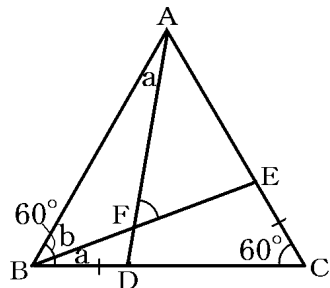
2辺とその間の角が等しいので, $\triangle ABD \cong \triangle BCE$

よって, $\angle BAD=a$ とおくと $\angle CBE=a$

また, 図のように b の角をとる。

$\angle B=60^\circ$ なので $a+b=60^\circ \dots \textcircled{1}$

ところで, $\triangle ABF$ で, 「三角形の外角は, それととなり合わない2つの内角の和に等しい」ので, $\angle AFE=a+b \dots \textcircled{2}$ ①, ②より $\angle AFE=60^\circ$



【】 直角三角形

[直角三角形の合同条件]

[問題](3 学期)

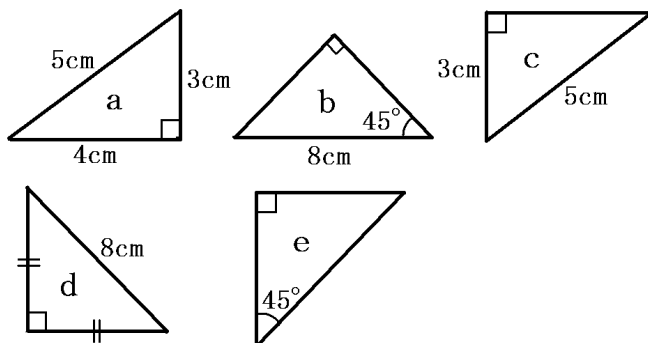
直角三角形の合同条件を 2 つ答えよ。

[解答欄]

[解答]直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が、それぞれ等しい。直角三角形の斜辺と他の 1 辺が、それぞれ等しい。

[問題](3 学期)

次の図の a~e の中から合同な直角三角形を 2 組選べ。



[解答欄]

[解答]a と c, b と d

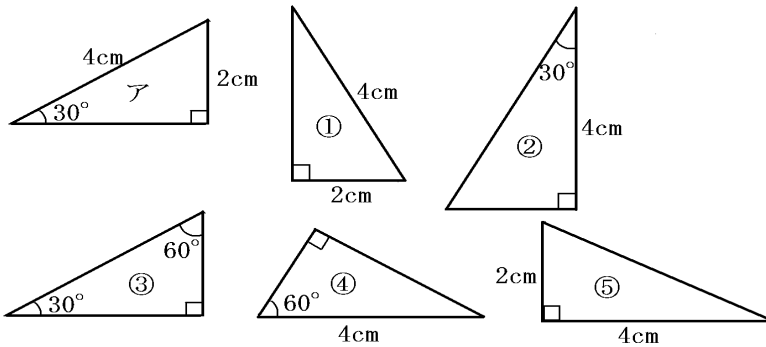
[解説]

a と c の直角三角形は②斜辺(5cm の辺)と他の 1 辺(3cm の辺)がそれぞれ等しいので合同。

b と d の直角三角形は①斜辺(8cm の辺)と 1 つの鋭角(45°)がそれぞれ等しいので合同。

[問題](2 学期期末)

下の図の①～⑤のうち、アと合同になる三角形をすべて答えよ。また、そのとき使った合同条件も書け。



[解答欄]

[解答]①：直角三角形の斜辺と他の 1 辺が，それぞれ等しい。④：直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しい。

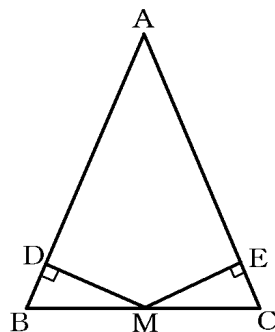
[解説]

アと①の直角三角形は斜辺が 4cm で等しく，他の 1 辺が 2cm で等しいので合同といえる。アのもう 1 つの内角は $180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ アと④の直角三角形は斜辺が 4cm で等しく，1 つの鋭角が 60° で等しいので合同といえる。

[証明①]

[問題](3 学期)

二等辺三角形 ABC の底辺の中点を M とする。 M から AB , AC に垂線をひき、その交点をそれぞれ D , E とすれば、 $MD=ME$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BDM$ と $\triangle CEM$ で、

仮定より、

$$BM=CM \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$\triangle ABC$ は二等辺三角形なので、

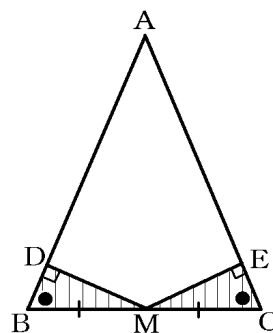
$$\angle DBM = \angle ECM \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle BDM \equiv \triangle CEM$$

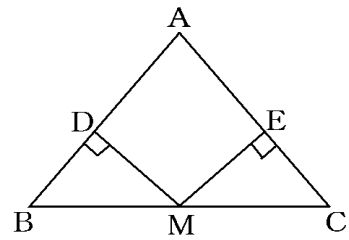
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$MD=ME$$



[問題](2学期中間)

右の図の $\triangle ABC$ において、辺 BC の中点 M から、
辺 AB , AC に垂線 MD , ME をひく。このとき、
 $MD=ME$ ならば $\triangle ABC$ が二等辺三角形であることを
を証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BMD$ と $\triangle CME$ で、

仮定より、

$$BM=CM \dots ①$$

$$MD=ME \dots ②$$

$$\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ \dots ③$$

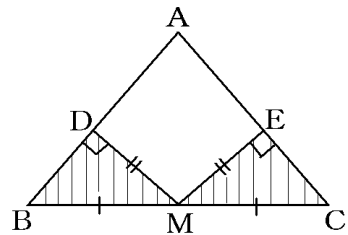
①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と他の1辺が、
それぞれ等しいので、

$$\triangle BMD \equiv \triangle CME$$

合同な図形では、対応する角の大きさは等しいので、

$$\angle B = \angle C$$

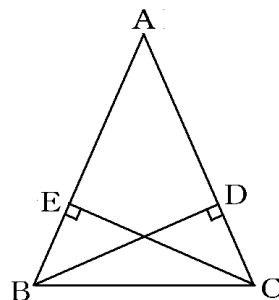
$\triangle ABC$ は 2角が等しいので、二等辺三角形になる。



[証明②]

[問題](後期中間)

鋭角三角形 ABC で、点 B から辺 AC に、点 C から辺 AB に垂線をひき、AC、AB との交点をそれぞれ D、E とする。このとき、 $BD=CE$ ならば $\triangle ABC$ は二等辺三角形であることを、次のように証明した。ア～カにあてはまる式や言葉を答えよ。



[証明]

$\triangle EBC$ と $\triangle DCB$ で、

仮定より、

$$\angle BEC = \angle CDB = (\text{ア})^\circ \dots \text{①}$$

$$CE = (\text{イ}) \dots \text{②}$$

$$(\text{ウ}) \text{ は共通} \dots \text{③}$$

①, ②, ③から、直角三角形の(エ)がそれぞれ等しいので、

$$\triangle EBC \cong \triangle DCB$$

合同な図形では、対応する角の大きさは等しいので、

$$\angle EBC = \angle (\text{オ})$$

$$\text{すなわち、} \angle ABC = \angle ACB$$

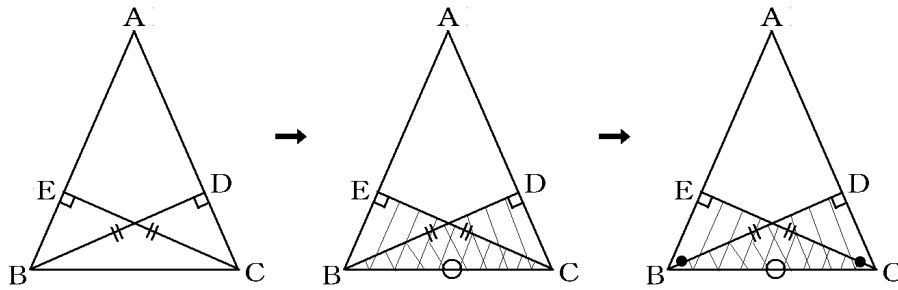
(カ)ので、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

[解答]ア 90 イ BD ウ BC エ 斜辺と他の1辺 オ DCB カ 2つの角が等しい

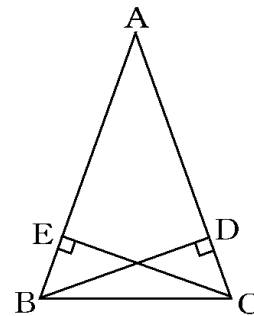
[解説]



[問題](2 学期期末)

右の図で、 $BE=CD$ 、 $\angle BEC=\angle CDB=90^\circ$ のとき、 $AB=AC$ である。このとき、つぎの問いに答えよ。

- (1) 仮定と結論を書け。
- (2) このことを証明せよ。



[解答欄]

(1) 仮定 :

結論 :

(2)

[解答](1) 仮定 : $BE=CD$, $\angle BEC=\angle CDB=90^\circ$ 結論 : $AB=AC$

(2)

$\triangle BCE$ と $\triangle CBD$ で,

仮定より,

$$\angle BEC = \angle CDB = 90^\circ \dots \textcircled{1}$$

$$BE = CD \dots \textcircled{2}$$

BC は共通 $\dots \textcircled{3}$

①, ②, ③から, 直角三角形の斜辺と他の1辺が, それぞれ等しいので,

$$\triangle BCE \equiv \triangle CBD$$

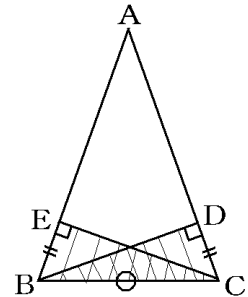
合同な図形では, 対応する角の大きさは等しいので,

$$\angle EBC = \angle DCB$$

すなわち, $\angle ABC = \angle ACB$

よって, $\triangle ABC$ は 2つの角が等しいので二等辺三角形になり,

$$AB = AC$$



[問題](3 学期)

右の図で, $OA=OB$, $\angle ADO = \angle BCO = 90^\circ$ である。 $OD=OC$ を次のように証明した。ア～オにあてはまる内容を答えよ。

[証明]

$\triangle AOD$ と \triangle (ア)で,

仮定から,

$$OA = (\text{イ}) \dots \textcircled{1}$$

$$\angle ADO = \angle (\text{ウ}) = 90^\circ \dots \textcircled{2}$$

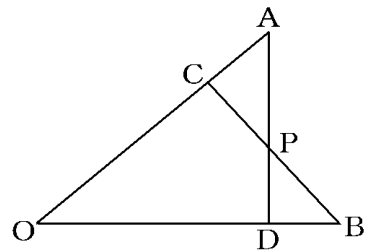
\angle (エ)は共通 $\dots \textcircled{3}$

①, ②, ③から, 直角三角形の(オ)が, それぞれ等しいので,

$$\triangle AOD \equiv \triangle (\text{ア})$$

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$OD = OC$$

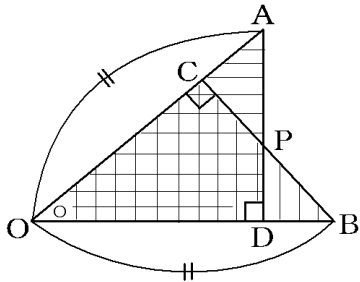


[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

[解答]ア BOC イ OB ウ BCO エ O(AOB) オ 斜辺と1つの鋭角

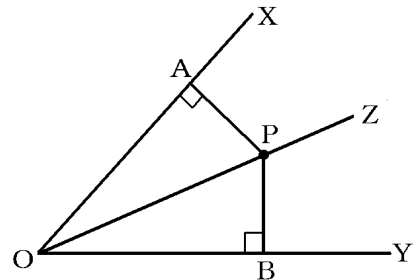
[解説]



[証明③]

[問題](3学期)

$\angle XOY$ の二等分線 OZ 上の点 P から、2辺 OX , OY に垂線 PA , PB をひくと、 $PA=PB$ となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle OPA$ と $\triangle OPB$ で,

仮定より,

$$\angle AOP = \angle BOP \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

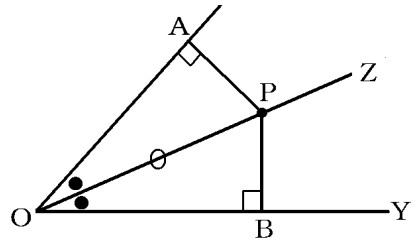
OP は共通 $\cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③から, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle OPA \equiv \triangle OPB$$

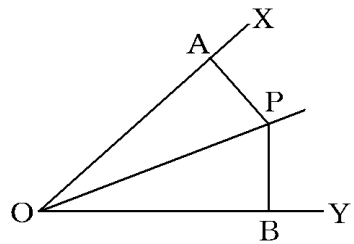
合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$PA = PB$$



[問題](3学期)

右の図で $\angle XOY$ 内の点 P から OX , OY にひいた垂線 PA , PB が等しいとき, OP は $\angle XOY$ を2等分することを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle OPA$ と $\triangle OPB$ で,

仮定より,

$$PA=PB \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

OP は共通 $\cdots \textcircled{3}$

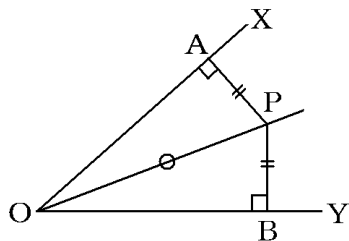
$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ から, 直角三角形の斜辺と他の 1 辺が, それぞれ等しいので,

$$\triangle OPA \equiv \triangle OPB$$

合同な図形では, 対応する角の大きさは等しいので,

$$\angle AOP=\angle BOP$$

よって, OP は $\angle XOY$ を 2 等分する。



[証明④]

[問題](3 学期)

右の図のように, $\triangle ABC$ の辺 BC の中点を D とし, 頂点 B, C から直線 AD にそれぞれ垂線 BE, CF を引く。このとき, $BE=CF$ であることを, 次のように証明した。() にあてはまるものを書け。

(証明)

$\triangle BDE$ と $\triangle CDF$ で,

仮定より,

$$BD=(\text{ア}) \cdots \textcircled{1}$$

$$(\text{イ})=\angle CFD=(\text{ウ})^\circ \cdots \textcircled{2}$$

また, 対頂角は等しいので,

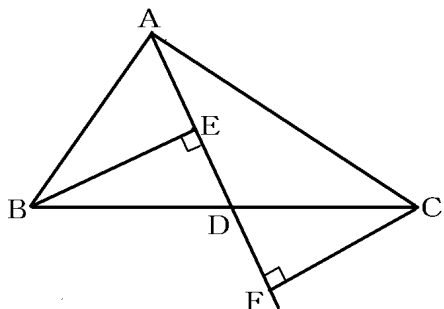
$$\angle BDE=(\text{エ}) \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ から, 直角三角形の(オ)が, それぞれ等しいので,

$$\triangle BDE \equiv \triangle CDF$$

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$BE=CF$$

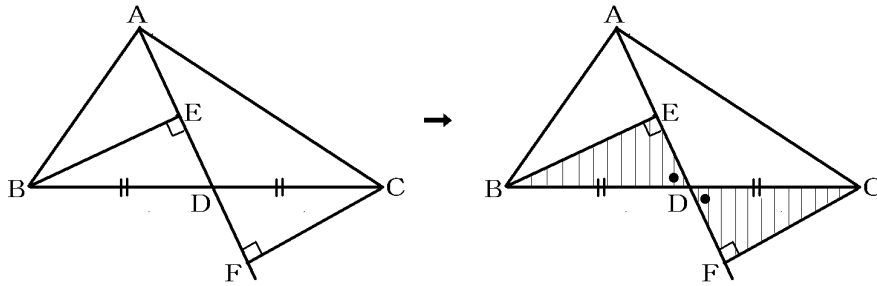


[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

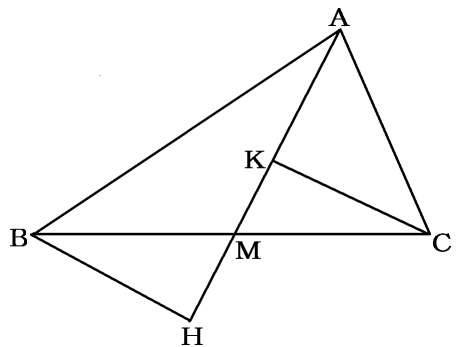
[解答]ア CD イ $\angle BED$ ウ 90 エ CDF オ 斜辺と1つの鋭角

[解説]



[問題](2学期期末)

右の図のように $\triangle ABC$ の1辺BCの中点をMとし、頂点B, CからAMに垂線BH, CKをひくと、 $BH=CK$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BMH$ と $\triangle CMK$ で、

仮定より、

$$BM = CM \dots ①$$

$$\angle BHM = \angle CKM = 90^\circ \dots ②$$

対頂角は等しいので、

$$\angle BMH = \angle CMK \dots ③$$

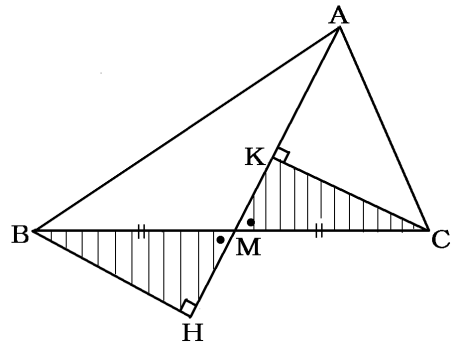
①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と1つの

鋭角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle BMH \equiv \triangle CMK$$

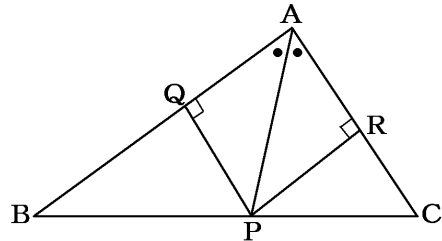
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$BH = CK$$



[問題](3学期)

$\triangle ABC$ において、 $\angle A$ の二等分線と BC との交点を P とする。 P から AB , AC に、それぞれ垂線 PQ , PR をひくとき、 $PQ = PR$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

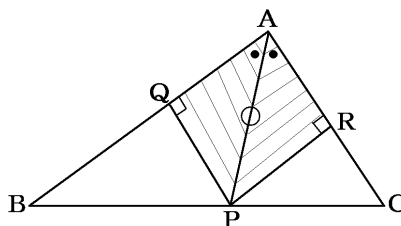
$\triangle APQ$ と $\triangle APR$ で、

仮定より、

$$\angle PAQ = \angle PAR \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle AQP = \angle ARP = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

AP は共通 $\cdots \textcircled{3}$



①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle APQ \equiv \triangle APR$$

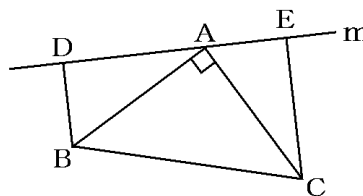
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$PQ = PR$$

[証明⑤]

[問題](3学期)

右の図のように、直線 m が直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通っている。頂点 B, C から直線 m に垂線 BD, CE を引くとき、 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ を次のように証明した。ア～ウをうめて証明を完成せよ。



[証明]

$\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ で、

仮定より、

$$AB = CA \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

三角形の内角の和は 180° だから、

$$\angle DAB + \angle(\text{ア}) = 90^\circ \cdots \textcircled{3}$$

また、 D, A, E は一直線上にあるので、

$$\angle DAB + 90^\circ + \angle(\text{イ}) = 180^\circ \text{ となり、}$$

$$\angle DAB + \angle(\text{イ}) = 90^\circ \cdots \textcircled{4}$$

③, ④より、

$$\angle(\text{ア}) = \angle(\text{イ}) \cdots \textcircled{5}$$

①, ②, ⑤から、直角三角形の(ウ)が、それぞれ等しいので、

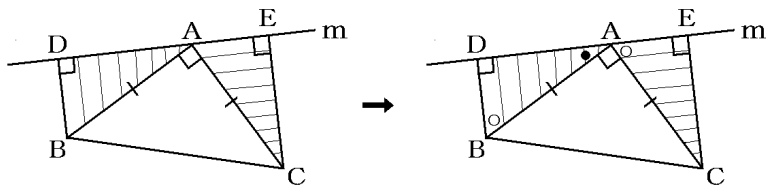
$$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
---	---	---

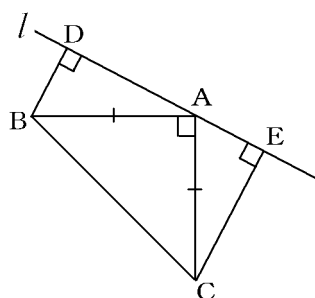
[解答]ア DBA イ EAC ウ 斜辺と1つの鋭角

[解説]



[問題](3学期)

$\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線 l に頂点 B, C から垂線を引き、 l との交点をそれぞれ D, E とする。このとき、 $DE = BD + CE$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ で、

仮定より、

$$AB=CA \cdots ①$$

$$\angle ADB=\angle CEA=90^\circ \cdots ②$$

三角形の内角の和は 180° だから、

$$\angle DAB+\angle DBA=90^\circ \cdots ③$$

また、D、A、E は一直線上にあるので、

$$\angle DAB+90^\circ +\angle EAC=180^\circ \text{ となり、}$$

$$\angle DAB+\angle EAC=90^\circ \cdots ④$$

③、④より、

$$\angle DBA=\angle EAC \cdots ⑤$$

①、②、⑤から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

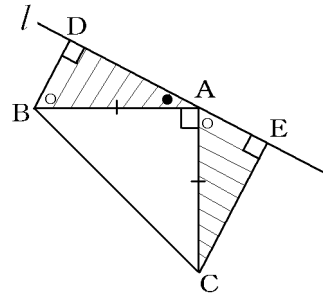
$$AD=CE, BD=AE$$

よって、

$$DE=AE+AD=BD+CE$$

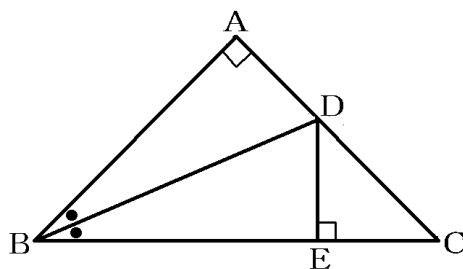
ゆえに、

$$DE=BD+CE$$



[問題](3学期)

右の図の $\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形ABCで、 $\angle B$ の二等分線と辺ACとの交点をDとし、Dから辺BCに垂線DEをひく。次の各問いに答えよ。



- (1) $\triangle BDA \equiv \triangle BDE$ を証明せよ。
- (2) $BC = AB + AD$ となることを証明せよ。

[解答欄]

(1)

(2)

[解答]

(1)

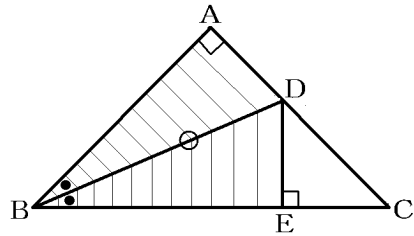
$\triangle BDA$ と $\triangle BDE$ で、

仮定より、

$$\angle ABD = \angle EBD \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BAD = \angle BED = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

BD は共通 $\cdots \textcircled{3}$



①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle BDA \equiv \triangle BDE$$

(2)

$\triangle ABC$ は直角二等辺三角形なので、

$$\angle C = (180^\circ - 90^\circ) \div 2 = 45^\circ$$

よって、 $\angle EDC = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

したがって、 $\triangle ECD$ は直角二等辺三角形で、

$$ED = EC \cdots \textcircled{4}$$

ところで、(1)より、 $\triangle BDA \equiv \triangle BDE$ で、

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$EB = AB \cdots \textcircled{5}$$

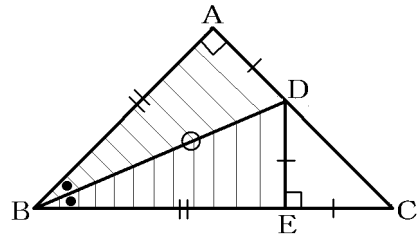
$$ED = AD \cdots \textcircled{6}$$

④, ⑤, ⑥より、

$$BC = EB + EC = AB + ED = AB + AD$$

よって、

$$BC = AB + AD$$



[印刷/他のPDFファイルについて]

※ このファイルは、FdData 中間期末数学2年(7,800円)の一部をPDF形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版のFdData 中間期末数学2年はWordの文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

※FdData中間期末(社会・理科・数学)全分野のPDFファイル、および製品版の購入方法は<http://www.fdtype.com/dat/>に掲載しております。

下図のような、[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を、Windowsのデスクトップ上にインストールすれば、FdData 中間期末・FdData 入試の全PDFファイル(各教科約1800ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【<http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe>】

※ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd教材開発】(092) 404-2266

<http://www.fdtype.com/dat/>