

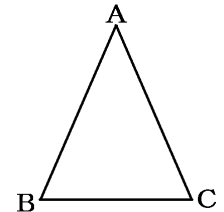
【】 二等辺三角形の証明問題

[二等辺三角形の定義と定理]

[問題](2 学期期末)

次の各問いに答えよ。

- (1) 「二等辺三角形の定義」を言葉で書け。  
 (2) 定理「二等辺三角形の 2 つの底角は等しい」の仮定と結論を、右の図を使って式で表せ。



[解答欄]

(1)	(2)仮定：
結論：	

[解答](1) 2 つの辺が等しい三角形 (2)仮定： $AB=AC$  結論； $\angle B=\angle C$

[問題](3 学期)

次の文章中の①～⑥にあてはまる言葉を答えよ。

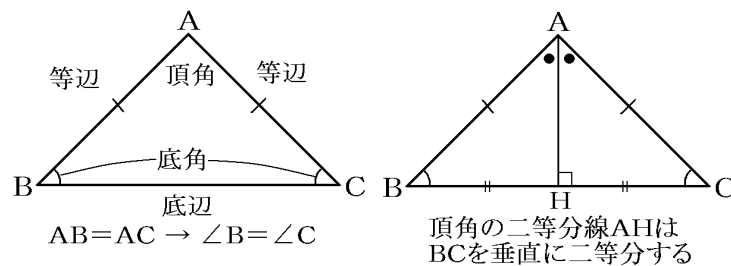
( ① )が等しい三角形を二等辺三角形という。二等辺三角形で、等しい辺のつくる角を( ② )といい、(②)に対する辺を( ③ ), (③)の両端の角を( ④ )という。二等辺三角形の性質として、(④)は等しく、(②)の二等分線は(③)を( ⑤ )に( ⑥ )する。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥

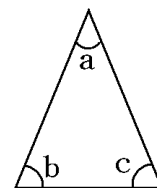
[解答]① 2 つの辺 ② 頂角 ③ 底辺 ④ 底角 ⑤ 垂直 ⑥ 二等分

[解説]



[問題](後期期末)

次の各文は右の二等辺三角形について述べたものである。①～⑤に当てはまる言葉を答えよ。



- ・ ( ① ) が等しい三角形を二等辺三角形という。これは二等辺三角形の ( ② ) である。
- ・ (②)をもとにして証明されたもののうち、大切なものを( ③ )という。
- ・  $\angle b$  と  $\angle c$  を ( ④ ) という。(③)により、 $\angle b = \angle c$  である。
- ・  $\angle a$  は頂角という。頂角の二等分線が底辺を( ⑤ )に二等分することも(③)になっている。

[解答欄]

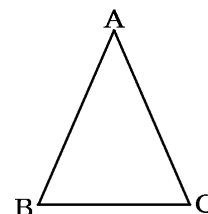
①	②	③
④	⑤	

[解答]① 2つの辺 ② 定義 ③ 定理 ④ 底角 ⑤ 垂直

[定理の証明]

[問題](3学期)

右図のような、 $AB=AC$  の二等辺三角形がある。 $\angle B = \angle C$  が成り立つことを、 $\angle A$  の二等分線を引いて証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\angle A$  の二等分線をひき、 $BC$  との交点を  $D$  とする。

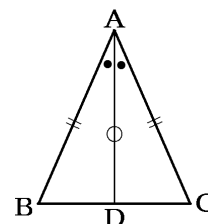
$\triangle ABD$  と  $\triangle ACD$  で、

$AD$  は  $\angle A$  の二等分線だから、

$$\angle BAD = \angle CAD \cdots \textcircled{1}$$

仮定より、

$$AB = AC \cdots \textcircled{2}$$



AD は共通 …③

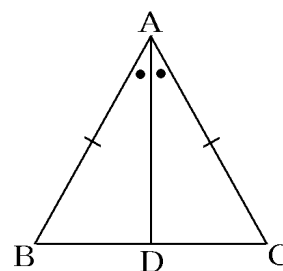
①, ②, ③から, 2組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

合同な図形では, 対応する角は等しいので,  $\angle B = \angle C$

[問題](後期期末)

右の図のように,  $AB=AC$  である二等辺三角形  $ABC$  の頂角  $\angle A$  に二等分線をひき,  $BC$  との交点を  $D$  とすると,  $AD \perp BC$  となることを以下のように証明した。ア～エにあてはまるものを答えよ。



[証明]

$\triangle ABD$  と  $\triangle ACD$  で,

仮定から,

$$AB=AC \quad \dots \text{①}$$

$$\angle BAD = \angle(\text{ア}) \quad \dots \text{②}$$

AD は共通 …③

①, ②, ③より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから,

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

合同な三角形の対応する角は等しいから,

$$\angle ADB = \angle(\text{イ}) \quad \dots \text{④}$$

また,  $\angle ADB + \angle(\text{ウ}) = 180^\circ \quad \dots \text{⑤}$

④, ⑤より,  $2\angle ADB = 180^\circ$

したがって,  $\angle ADB = (\text{エ})$  すなわち,  $AD \perp BC$

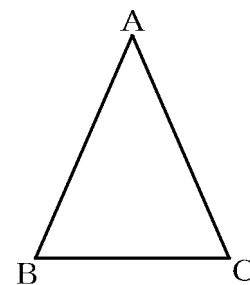
[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

[解答]ア CAD イ ADC ウ ADC エ  $90^\circ$

[問題](3 学期)

右は $\angle B = \angle C$ の三角形である。これを使って「2つの角が等しい三角形は二等辺三角形である」ことを証明したい。次の各問いに答えよ。



- (1) この定理の仮定と結論を書け。
- (2) 次の文章のア～オをうめて、証明を完成せよ。

[証明]

$\angle A$ の二等分線をひき、 $BC$ との交点を $D$ とする。

$\triangle ABD$ と $\triangle$ (ア)で、

仮定より、

$$\angle B = \angle C \cdots \text{①}$$

$AD$ は $\angle A$ の二等分線なので、

$$\angle BAD = \angle CAD \cdots \text{②}$$

三角形の内角の和は $180^\circ$ なので、

$$\angle ADB = 180^\circ - (\angle B + \angle BAD) \cdots \text{③}$$

$$\angle ADC = 180^\circ - (\angle C + \angle CAD) \cdots \text{④}$$

①, ②, ③, ④より、

$$\angle ADB = \angle$$
(イ) $\cdots \text{⑤}$

(ウ)は共通  $\cdots \text{⑥}$

②, ⑤, ⑥から、(エ)がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABD \equiv \triangle$$
(ア)

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

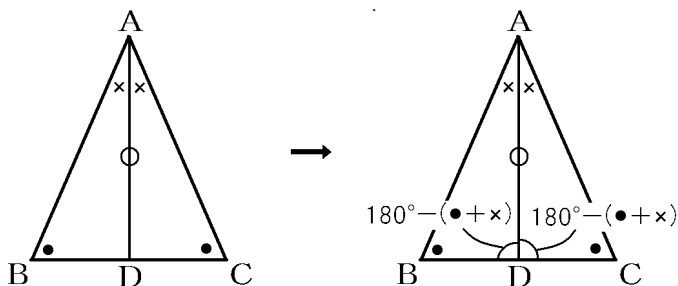
$$AB =$$
(オ)

[解答欄]

(1)仮定：	結論：	(2)ア
イ	ウ	
エ		オ

[解答](1)仮定： $\angle B = \angle C$  結論： $AB = AC$  (2)ア  $\triangle ACD$  イ  $\triangle ADC$  ウ  $AD$  エ 1組の辺とその両端の角 オ  $AC$

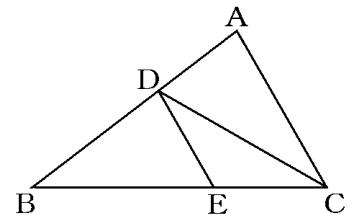
[解説]



[二等辺三角形になることを証明：角]

[問題](3学期)

右の図の $\triangle ABC$ で、点Dは $\angle ACB$ の二等分線と辺ABとの交点、点Eは点Dを通り辺ACに平行な直線と辺BCとの交点である。このとき、 $\triangle CDE$ は二等辺三角形であることを証明したい。ア～エにあてはまる記号、または言葉を答えよ。



[証明]

仮定より、DCは $\angle ACB$ の二等分線だから、

$$\angle ACD = (\text{ア}) \cdots \text{①}$$

(イ)  $\parallel AC$ より、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle EDC = (\text{ウ}) \cdots \text{②}$$

①, ②より、

$$\angle EDC = (\text{ア})$$

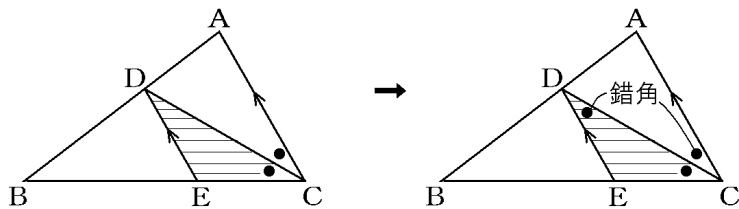
(エ) が等しいので、 $\triangle CDE$ は二等辺三角形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

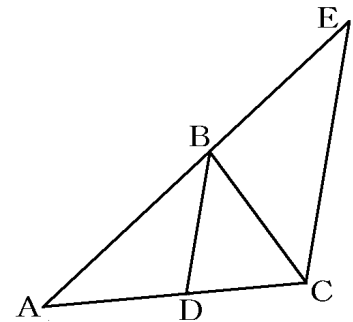
[解答]ア  $\angle ECD$  イ DE ウ  $\angle ACD$  エ 2つの角

[解説]

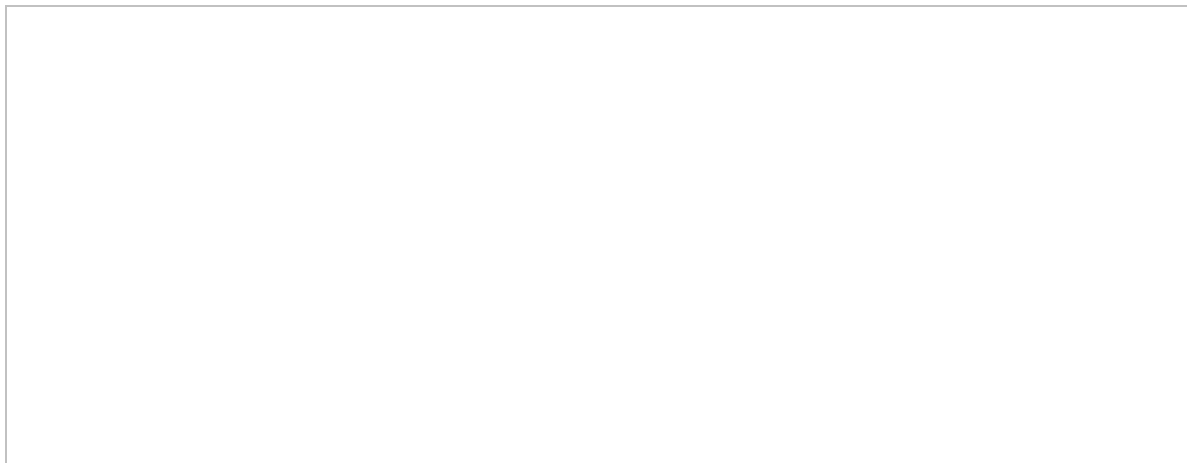


[問題](2学期期末)

右の図のように、 $\triangle ABC$ の $\angle B$ の二等分線BDをひき、さらに点Cを通してBDに平行な直線と、辺ABの延長線との交点をEとする。このとき、 $\triangle BCE$ は二等辺三角形であることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

仮定より,  $BD \parallel EC$

平行線の同位角は等しいので,

$$\angle ABD = \angle BEC \cdots \textcircled{1}$$

平行線の錯角は等しいので,

$$\angle DBC = \angle BCE \cdots \textcircled{2}$$

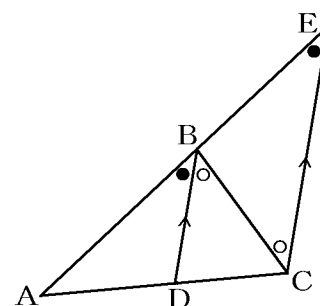
$BD$  は  $\angle B$  の二等分線なので,

$$\angle ABD = \angle DBC \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より,

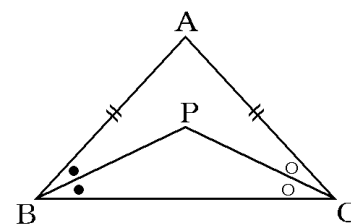
$$\angle BEC = \angle BCE$$

したがって,  $\triangle BCE$  は 2つの内角が等しいので, 二等辺三角形になる。



[問題](3学期)

右の図のような,  $AB=AC$  である  $\triangle ABC$  において, 2つの底角の二等分線の交点を  $P$  とするとき,  $\triangle PBC$  は二等辺三角形であることを, 次のア~エの( )にあてはまるものを書いて証明せよ。



[証明]

$\triangle ABC$  で,  $AB=AC$  だから,

$$\angle ABC = (\text{ア}) \cdots \textcircled{1}$$

仮定より,  $BP$  は  $\angle ABC$  の二等分線だから,

$$(\text{イ}) = \frac{1}{2} \angle ABC \cdots \textcircled{2}$$

仮定より,  $CP$  は  $\angle ACB$  の二等分線だから,

$$(\text{ウ}) = \frac{1}{2} (\text{ア}) \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より, (イ)=(ウ)

( エ )ので,

△PBC は二等辺三角形である。

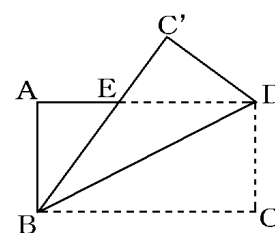
[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

[解答]ア ∠ACB イ ∠PBC ウ ∠PCB エ 2つの角が等しい

[問題](3学期)

長方形 ABCD を, 対角線 BD で折りまげたとき,  
△EBD は二等辺三角形になることを次のように証明した。ア～エ  
にあてはまる記号や言葉をかけ。



[証明]

△BCD と△( ア )は合同だから,

$$\angle CBD = \angle( イ ) \dots \textcircled{1}$$

AD // BC だから, ( ウ )が等しいので,

$$\angle EDB = \angle CBD \dots \textcircled{2}$$

①, ②から,

$$\angle EBD = \angle( エ )$$

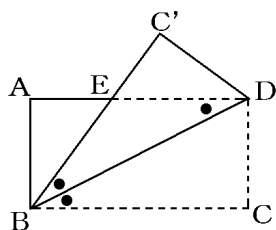
2つの角が等しいから, △EBD は二等辺三角形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

[解答]ア BC'D イ C'BD ウ 錯角 エ EDB

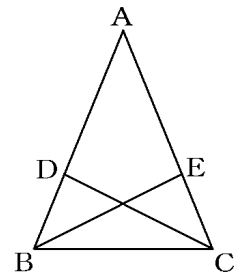
[解説]



[二等辺三角形になることを証明：三角形の合同利用]

[問題](3学期)

右の図で、「二等辺三角形 ABC で、等しい辺 AB, AC 上に DB=EC となるようにそれぞれ点 D, E をとる。このとき、DC=EB となる。」このことを次のように証明した。ア～カに当てはまることがらを書け。



[証明]

△DBC と( ア )で、

仮定より、

$$( イ ) = EC \cdots \textcircled{1}$$

二等辺三角形の底角は等しいから、

$$\angle DBC = ( ウ ) \cdots \textcircled{2}$$

( エ ) は共通  $\cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、( オ ) がそれぞれ等しいので、

$$\triangle DBC \equiv ( ア )$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$DC = ( カ )$$

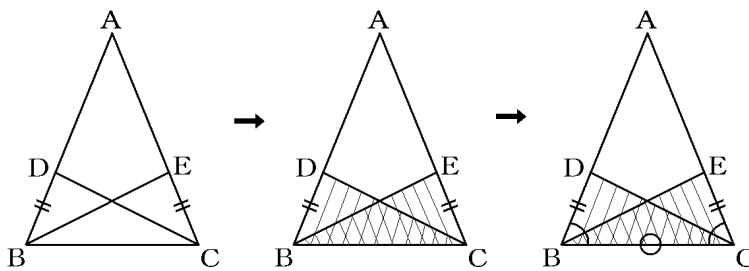
[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

[解答]ア △ECB イ DB ウ ∠ECB エ BC オ 2組の辺とその間の角

カ EB

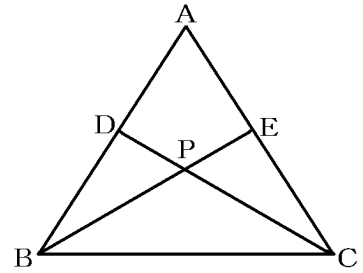
[解説]





[問題](2 学期期末)

$AB=AC$  である二等辺三角形の辺  $AB$ ,  $AC$  上にそれぞれ点  $D$ ,  $E$  を  $BD=CE$  となるようにとる。  $BE$  と  $CD$  との交点を  $P$  とするとき,  $\triangle PBC$  は二等辺三角形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BCD$  と  $\triangle CBE$  において,

仮定より,

$$BD=CE \dots ①$$

二等辺三角形の底角は等しいので,

$$\angle DBC = \angle ECB \dots ②$$

$BC$  は共通  $\dots ③$

①, ②, ③から, 2組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

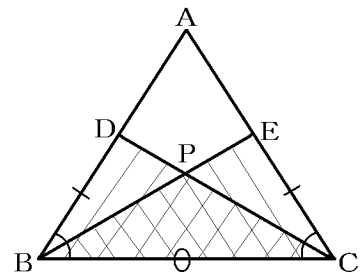
$$\triangle BCD \equiv \triangle CBE$$

合同な図形では, 対応する角の大きさは等しいので,

$$\angle DCB = \angle ECB$$

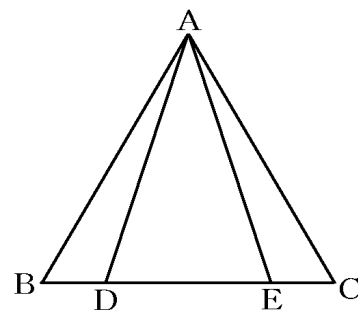
よって,  $\angle PCB = \angle PBC$

2つの角が等しいので,  $\triangle PBC$  は二等辺三角形である。



[問題](3 学期)

右図は、 $AB=AC$  の二等辺三角形  $ABC$  の辺  $BC$  上に  $\angle BAD=\angle CAE$  となるように点  $D, E$  をとったものである。このとき、 $AD=AE$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABD$  と  $\triangle ACE$  で、

仮定より、

$$AB=AC \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BAD=\angle CAE \cdots \textcircled{2}$$

二等辺三角形の 2 つの底角は等しいので、

$$\angle ABD=\angle ACE \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、1 組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABD \cong \triangle ACE$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AD=AE$$

(別解)

二等辺三角形  $ABC$  の 2 つの底角は等しいので、

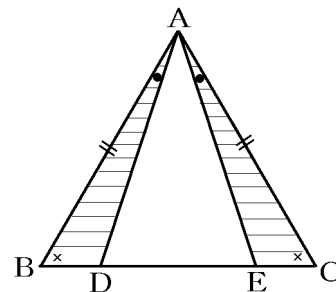
$$\angle ABD=\angle ACE \cdots \textcircled{1}$$

仮定より、

$$\angle BAD=\angle CAE \cdots \textcircled{2}$$

三角形の 1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので、

$$\angle ADE=\angle ABD+\angle BAD \cdots \textcircled{3}$$



$$\angle AED = \angle ACE + \angle CAE \cdots \textcircled{4}$$

①, ②, ③, ④から,

$$\angle ADE = \angle AED$$

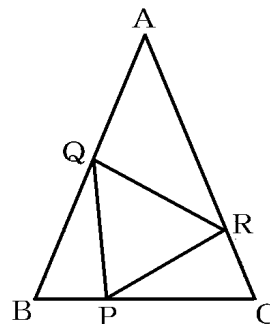
$\triangle ADE$  は 2 つの内角が等しいので, 二等辺三角形で,

$$AD = AE$$

[問題](3 学期)

$\triangle ABC$  は頂角を  $A$  とする二等辺三角形である。底辺  $BC$  上の 1 点を  $P$  とし, 辺  $AB$ ,  $AC$  上にそれぞれ点  $Q$ ,  $R$  をとり,  $BQ = CP$ ,  $BP = CR$  となるようにする。

$\triangle PQR$  は二等辺三角形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BPQ$  と  $\triangle CRP$  で,

仮定より,

$$BQ = CP \cdots \textcircled{1}$$

$$BP = CR \cdots \textcircled{2}$$

$\triangle ABC$  は二等辺三角形なので,

$$\angle PBQ = \angle RCP \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から, 2 組の辺とその間の角が,

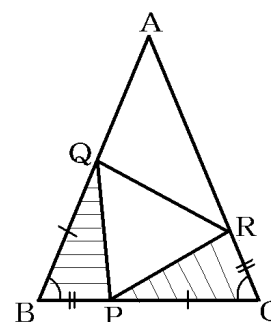
それぞれ等しいので,

$$\triangle BPQ \cong \triangle CRP$$

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$PQ = PR$$

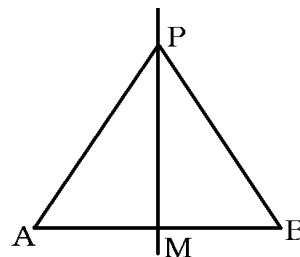
よって  $\triangle PQR$  は二等辺三角形である。



[問題](3 学期)

右の図で、線分 AB の垂直二等分線上の点を P とする。このとき、 $AP=BP$  となる。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 仮定と結論を式で表せ。
- (2) 証明せよ。



[解答欄]

(1) 仮定 :	結論
(2)	

[解答]

(1) 仮定 :  $AB \perp PM$ ,  $AM=BM$     結論 :  $AP=BP$

(2)

$\triangle PAM$  と  $\triangle PBM$  で、

仮定より、

$$AM=BM \cdots \textcircled{1}$$

$$AB \perp PM \text{ なので, } \angle AMP = \angle BMP \cdots \textcircled{2}$$

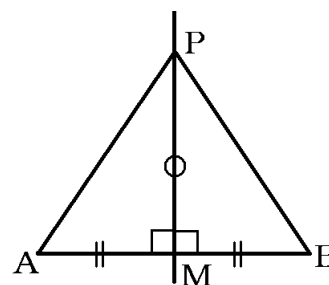
PM は共通  $\cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle PAM \equiv \triangle PBM$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AP=BP$$



[その他]

[問題](2 学期期末)

$AB=AC$  である二等辺三角形  $ABC$  で、頂角  $\angle A$  の二等分線と底辺  $BC$  との交点を  $D$  とする。 $AD$  の延長上に点  $E$  をとると、 $\triangle BDE \equiv \triangle CDE$  である。これを次のように証明した。( ) にあてはまる言葉や記号を入れよ。

[仮定] $AB=AC$ ,  $\angle BAD = \angle CAD$

[結論] $\triangle BDE \equiv \triangle CDE$

[証明]

$\triangle BDE$  と  $\triangle CDE$  で、

( ア ) は共通 ……①

二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に二等分するので、

$BD = ( イ )$  ……②

( ウ ) = ( エ ) =  $90^\circ$  ……③

①, ②, ③から、( オ ) がそれぞれ等しいので、

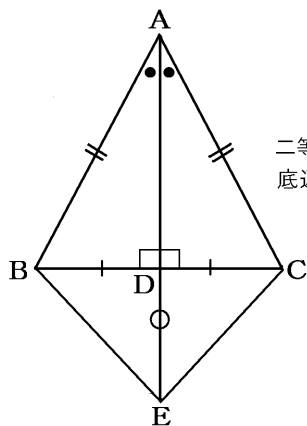
$\triangle BDE \equiv \triangle CDE$

[解答欄]

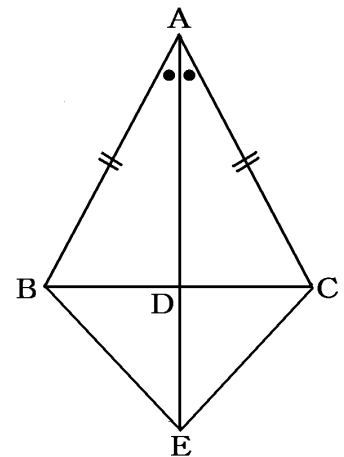
ア	イ	ウ
エ	オ	

[解答]ア DE イ CD ウ  $\angle BDE$  エ  $\angle CDE$  オ 2 組の辺とその間の角

[解説]



二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に二等分する

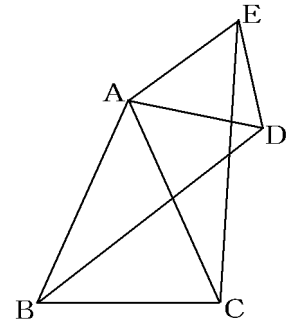


[問題](1 学期中間)

右の図で、 $\triangle ABC$  と  $\triangle ADE$  は二等辺三角形で、 $\angle BAC$  と  $\angle DAE$  は等しい。次の各問いに答えよ。

(1)  $BD=CE$  を証明するとき、どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいか。

(2)  $BD=CE$  を証明せよ。



[解答欄]

(1)

(2)

[解答](1)  $\triangle ABD$  と  $\triangle ACE$

(2)

$\triangle ABD$  と  $\triangle ACE$  で、

仮定より、

$$AB=AC \cdots \textcircled{1}$$

$$AD=AE \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD$$

$$\angle CAE = \angle DAE + \angle CAD$$

仮定より、 $\angle BAC = \angle DAE$  なので、

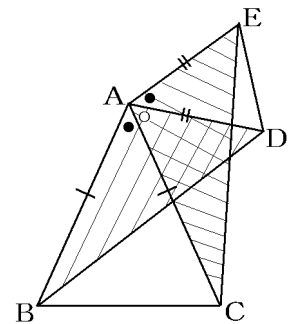
$$\angle BAD = \angle CAE \cdots \textcircled{3}$$

①、②、③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$BD \equiv \triangle ACE$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$BD = CE$$

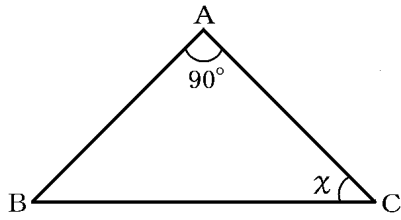


【】二等辺三角形の計算問題

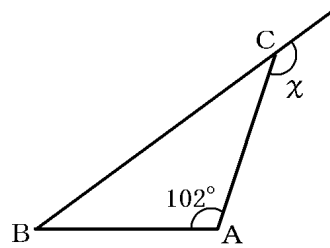
[問題](3学期)

次の①、②で△ABCがAB=ACである二等辺三角形のとき、∠xの大きさを求めよ。

①



②



[解答欄]

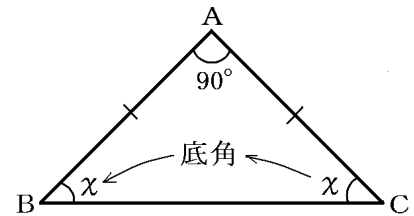
① $x =$	② $x =$
---------	---------

[解答]①  $x = 45^\circ$     ②  $x = 141^\circ$

[解説]

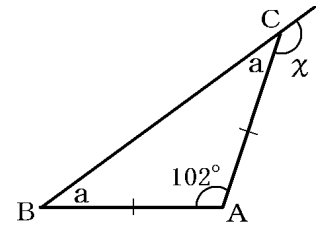
① 「二等辺三角形の底角は等しい」性質を使って、図のようにxの角を移す。

「三角形の内角の和は  $180^\circ$  」なので、  
 $x + x + 90^\circ = 180^\circ$  ,  $2x = 90^\circ$   
 ゆえに  $x = 45^\circ$



② 「二等辺三角形の底角は等しい」ので角 a を図のようにとることができる。

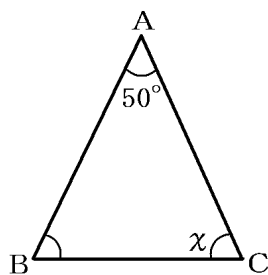
「三角形の内角の和は  $180^\circ$  」なので、  
 $a + a + 102^\circ = 180^\circ$  ,  $2a = 78^\circ$  ,  $a = 39^\circ$   
 $x = 180^\circ - a = 180^\circ - 39^\circ = 141^\circ$



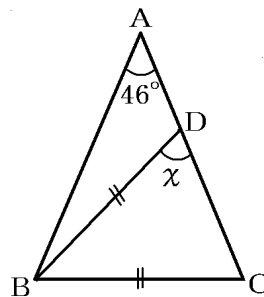
[問題](3学期)

次の図で、△ABCはAB=ACの二等辺三角形である。∠xの大きさを求めよ。

①



②



[解答欄]

① $x =$	② $x =$
---------	---------

[解答]①  $x = 65^\circ$     ②  $x = 67^\circ$

[解説]

① 「二等辺三角形の底角は等しい」ので、 $\angle B = x$

「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、 $\angle B + x + 50^\circ = 180^\circ$  ,

$$x + x + 50^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 130^\circ \quad \text{ゆえに } x = 65^\circ$$

②  $\triangle BDC$  で「二等辺三角形の底角は等しい」ので、 $\angle C = x$

$\triangle ABC$  で「二等辺三角形の底角は等しい」ので、 $\angle ABC = \angle C = x$

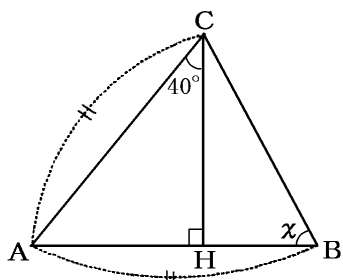
$\triangle ABC$  で「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、 $\angle ABC + \angle C + 46^\circ = 180^\circ$

$$x + x + 46^\circ = 180^\circ, \quad 2x + 46^\circ = 180^\circ, \quad 2x = 134^\circ \quad \text{ゆえに } x = 67^\circ$$

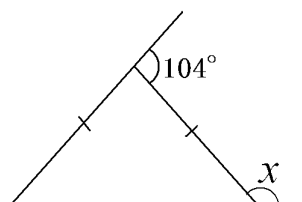
[問題](2 学期期末)

次の図で、同じ印をつけた辺は等しいとして、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

①



②



[解答欄]

① $x =$	② $x =$
---------	---------

[解答]①  $x = 65^\circ$     ②  $x = 128^\circ$

[解説]

①  $\triangle ACH$  で、「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので

$$\angle A + 40^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \quad \angle A = 50^\circ$$

$\triangle ABC$  で「二等辺三角形の底角は等しい」ので、

$$\angle C = \angle B = x$$

「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ, \quad 50^\circ + x + x = 180^\circ, \quad 2x = 130^\circ$$

$$\text{ゆえに } x = 65^\circ$$

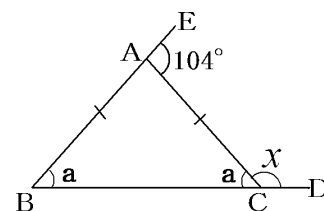
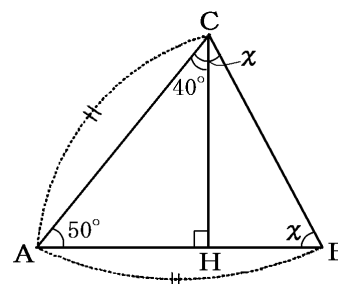
②  $AB = AC$  なので、 $\triangle ABC$  は二等辺三角形で、底角は等しい。

そこで、図のように  $\angle ABC = \angle ACB = a$  とおく。

三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しいので、

$$a + a = 104^\circ \quad \text{よって } a = 52^\circ$$

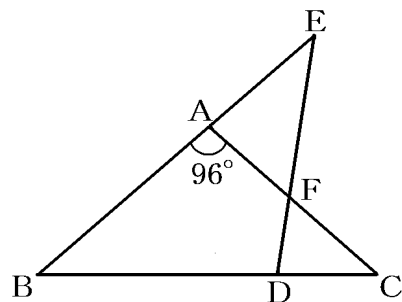
$$x = 180^\circ - a = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$$





[問題](2学期期末)

右の図で、 $\triangle ABC$  は頂角  $\angle A$  の大きさが  $96^\circ$  の二等辺三角形で、 $D$  は辺  $BC$  上の点、 $E$  は直線  $BA$  上の点で、 $DB=DE$  である。線分  $DE$  と辺  $AC$  との交点を  $F$  とするとき、 $\angle CFD$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

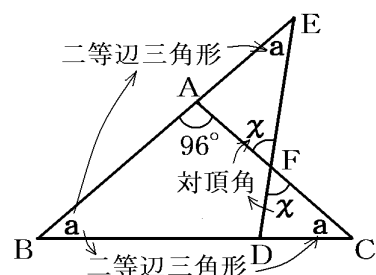
[解答]  $54^\circ$

[解説]

$\angle ABC = a$ ,  $\angle CFD = x$  とおく。

$\triangle ABC$  で、「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、  
 $2a + 96^\circ = 180^\circ$ ,  $2a = 84^\circ$ ,  $a = 42^\circ \dots \textcircled{1}$

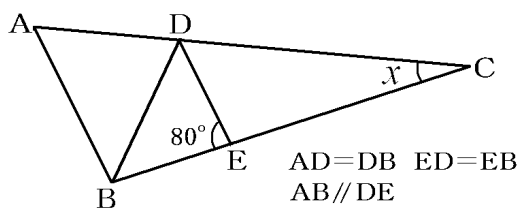
「二等辺三角形の底角は等しい」の性質を使って図のように、 $a$  の角を移す。また、「対頂角は等しい」性質を使って、図のように  $x$  の角を移す。



$\triangle AEF$  で「三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しい」ので、  
 $x + a = 96^\circ$   $\textcircled{1}$ より  $a = 42^\circ$ ,  $x + 42^\circ = 96^\circ$  ゆえに  $x = 54^\circ$

[問題](2学期期末)

次の図の  $\angle x$  の大きさを求めよ。



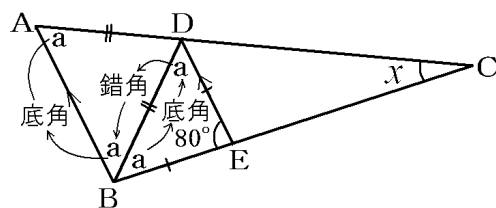
[解答欄]

[解答]  $x = 30^\circ$

[解説]

$\angle EBD = a$  とおき、「二等辺三角形の底角は等しい」、「平行線では錯角は等しい」性質を使って、右図のように  $a$  の角を移していく。

$\triangle EBD$  で、「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、



$$a+a+80^\circ = 180^\circ, 2a=100^\circ$$

ゆえに  $a=50^\circ$

次に、 $\triangle ABC$  で、 $a+2a+x=180^\circ$

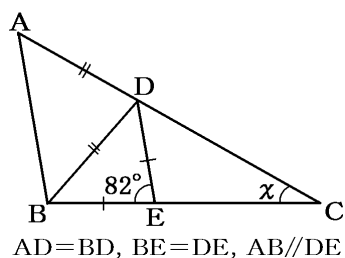
$$3a+x=180^\circ, 3 \times 50^\circ + x = 180^\circ, 150^\circ + x = 180^\circ$$

ゆえに  $x=30^\circ$

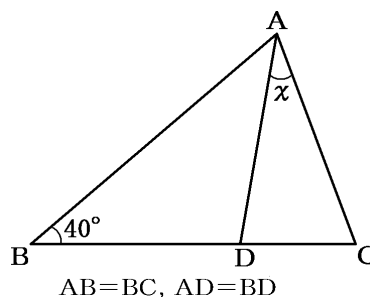
[問題](3学期)

次の①, ②の $\angle x$ の大きさを求めよ。

①



②



[解答欄]

① $x =$	② $x =$
---------	---------

[解答]①  $x=33^\circ$     ②  $x=30^\circ$

[解説]

①  $\angle EBD=a$  とおき、「二等辺三角形の底角は等しい」,  
「平行線では錯角は等しい」性質を使って、図のよう  
に  $a$  の角を移していく。

$\triangle EBD$  で、「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、

$$a+a+82^\circ = 180^\circ, 2a=98^\circ$$

ゆえに  $a=49^\circ$

次に、 $\triangle ABC$  で、 $a+2a+x=180^\circ$

$$3a+x=180^\circ, 3 \times 49^\circ + x = 180^\circ, 147^\circ + x = 180^\circ \text{ ゆえに } x=33^\circ$$

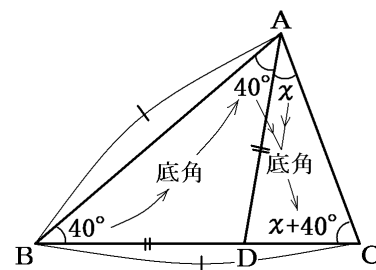
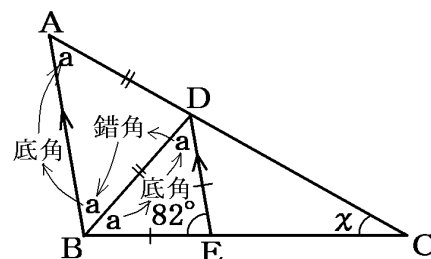
② 「二等辺三角形の底角は等しい」ので、図のように  $40^\circ$   
の角を移す。

また、同様に  $x+40^\circ$  の角を移す。

$\triangle ABC$  で「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、

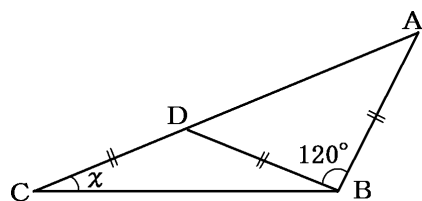
$$x+40^\circ + x+40^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$2x+120^\circ = 180^\circ, 2x=60^\circ \text{ ゆえに } x=30^\circ$$



[問題](2 学期期末)

次の図で、同じ印をつけた辺と角は等しいとして、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$x =$

[解答]  $x = 15^\circ$

[解説]

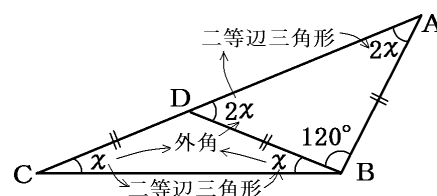
$\triangle DBC$  は二等辺三角形なので、図のように  $x$  の角を移す。

「三角形の外角は、それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので、 $\angle ADB = 2x$

$\triangle BAD$  は二等辺三角形なので、図のように  $2x$  を移す。

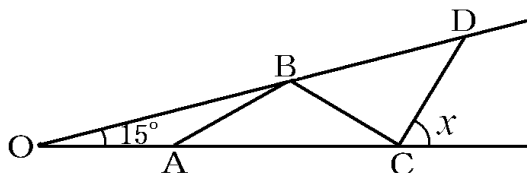
$\triangle BAD$  で「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、

$$2x + 2x + 120^\circ = 180^\circ, \quad 4x = 60^\circ \quad \text{ゆえに } x = 15^\circ$$



[問題](3 学期)

下の図で、 $OA = AB = BC = CD$  のとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$x =$

[解答]  $x = 60^\circ$

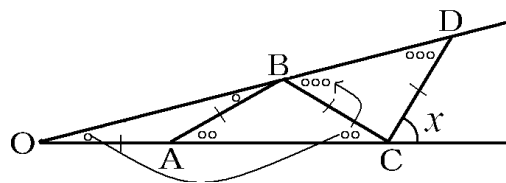
[解説]

$\triangle OAB$  で、 $OA = AB$  なので、

$$\angle ABO = \angle AOB = 15^\circ$$

また、三角形の 1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので、 $\angle BAC = \angle ABO + \angle AOB = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$

$\triangle BAC$  で、 $BA = BC$  なので、 $\angle BCA = \angle BAC = 30^\circ$



△OBC で、1つの外角は他の2つの内角の和に等しいので、

$$\angle CBD = \angle BOC + \angle BCO = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ$$

△CBD で、CB=CD なので、 $\angle CDB = \angle CBD = 45^\circ$

△OCD で、1つの外角は他の2つの内角の和に等しいので、

$$\angle x = \angle COD + \angle CDO = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$$

[問題](3学期)

右の図で、 $AB=AC$ 、 $AD=BD=BC$  が成り立つ。

このとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

[解答欄]

$x =$
-------

[解答]  $x = 36^\circ$

[解説]

仮定より  $DA=DB$  なので、△DAB は二等辺三角形になる。二等辺三角形の底角は等しいので、 $\angle ABD = \angle BAD = x$

三角形の2つの内角の和は他の外角に等しいので、

$$\angle BDC = \angle DAB + \angle DBA = x + x = 2x$$

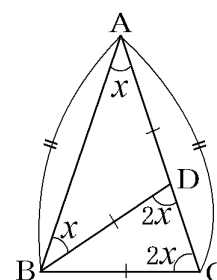
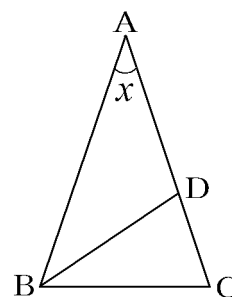
次に、仮定より  $BC=BD$  なので△BCD は二等辺三角形で、 $\angle BCD =$

$$\angle BDC = 2x$$

また、△ABC も二等辺三角形なので、 $\angle ABC = \angle ACB = 2x$

△ABC で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$x + 2x + 2x = 180^\circ, 5x = 180^\circ, x = 36^\circ$$



[問題](3学期)

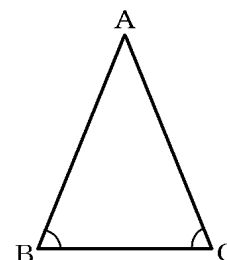
右の図は、 $\angle B = \angle C$  の△ABC である。次の問いに答えよ。

(1) △ABC はどんな三角形か。

(2)  $\angle A$  の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、

①  $\angle ADB$  の大きさを求めよ。

②  $AB=10\text{cm}$ 、 $BD=4\text{cm}$  のとき、△ABC の周りの長さを求めよ。



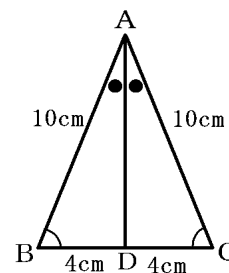
[解答欄]

(1)	(2)①	②
-----	------	---

[解答](1) 二等辺三角形 (2)①  $90^\circ$  ② 28cm

[解説]

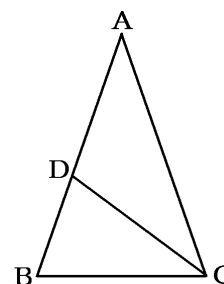
- (1) 「2角が等しい三角形は二等辺三角形である」。  
 (2) 「二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に二等分する」  
 ので、①  $\angle ADB = 90^\circ$  ② 図より 28cm



[問題](3 学期)

次の図の $\triangle ABC$  は、 $AB = AC$  の二等辺三角形で、点  $D$  は $\angle C$  の二等分線と辺  $AB$  との交点である。 $\angle A = 36^\circ$  のとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\angle ACD$  の大きさを求めよ。  
 (2)  $\triangle CBD$  はどんな三角形か。



[解答欄]

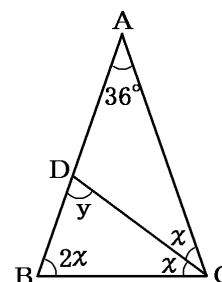
(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $36^\circ$  (2) 二等辺三角形

[解説]

図のように  $x, y$  をとる。

- (1)  $\triangle ABC$  で、 $36^\circ + 2x + 2x = 180^\circ$  ,  $4x = 144^\circ$  ,  $x = 36^\circ$   
 (2)  $\triangle CBD$  で、 $y + 2x + x = 180^\circ$  ,  $y = 180^\circ - 3x$   
 $y = 180^\circ - 36^\circ \times 3 = 72^\circ$   $2x = 36^\circ \times 2 = 72^\circ$  なので  
 $y = 2x$  よって $\triangle CBD$  は二等辺三角形になる。

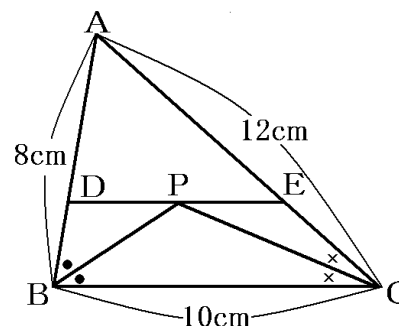


[問題](3 学期)

右の図のように、 $\triangle ABC$  の $\angle B, \angle C$  の二等分線の交点を  $P$  とし、 $P$  を通り辺  $BC$  に平行な直線が辺  $AB, AC$  と交わる点をそれぞれ  $D, E$  とする。このとき、 $\triangle ADE$  の周りの長さを求めよ。

[解答欄]

[解答]20(cm)



[解説]

$DE \parallel BC$  で、平行線の錯角は等しいので、 $\angle CBP = \angle DPB$

また、仮定より、 $\angle CBP = \angle DBP$

よって、 $\angle DBP = \angle DPB$

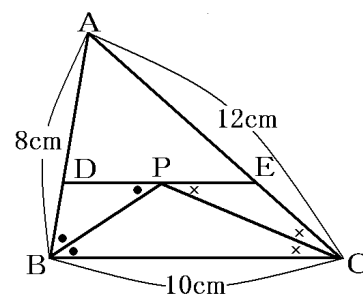
底角が等しい三角形は二等辺三角形なので、 $DB = DP$

同様にして、 $\triangle EPC$  は二等辺三角形で、 $EP = EC$

( $\triangle ADE$  の周りの長さ)  $= AD + AE + DE$

$= AD + AE + (DP + EP) = AD + AE + (DB + EC) = (AD + DB)$

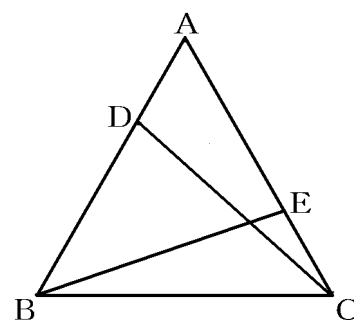
$+ (AE + EC) = 8 + 12 = 20(\text{cm})$



【】 正三角形の証明問題

[問題](3 学期)

右の図のように、正三角形 ABC の辺 AB, AC 上にそれぞれ AD=CE となるような点 D, E をとるとき、DC=EB となることを次のように証明した。次の文章のア～カをうめよ。



[証明]

$\triangle ADC$  と  $\triangle CEB$  で、

仮定より、

$$AD=CE \dots \textcircled{1}$$

正三角形の 3 つの辺はすべて等しいので、

$$(\text{ア})=(\text{イ}) \dots \textcircled{2}$$

正三角形の 3 つの角はすべて等しいので、

$$\angle(\text{ウ})=\angle(\text{エ}) \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、( オ )がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ADC \equiv \triangle CEB$$

合同な図形では、( カ )は等しいので、

$$DC=EB$$

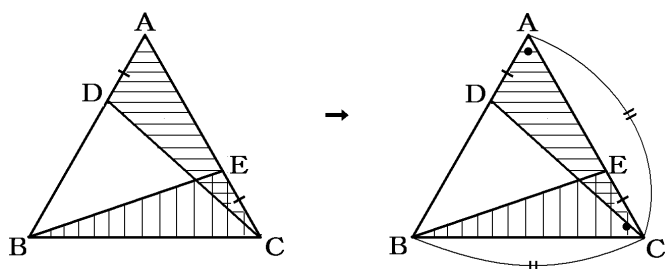
[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

[解答]ア AC イ CB ウ CAD エ BCE オ 2 組の辺とその間の角

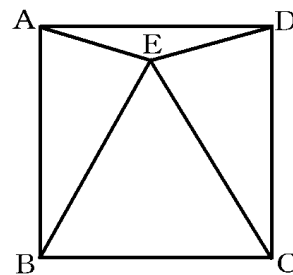
カ 対応する辺の長さ

[解説]



[問題](1 学期期末)

右の図で、四角形 ABCD は正方形で、 $\triangle EBC$  は正三角形である。このとき、 $\triangle ABE \cong \triangle DCE$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle DCE$  で、

仮定より、

$$AB = DC \dots \textcircled{1}$$

$$BE = CE \dots \textcircled{2}$$

また、

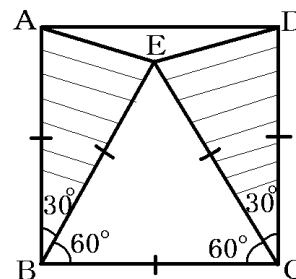
$$\angle ABE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ ,$$

$$\angle DCE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \text{ なので、}$$

$$\angle ABE = \angle DCE \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \cong \triangle DCE$$

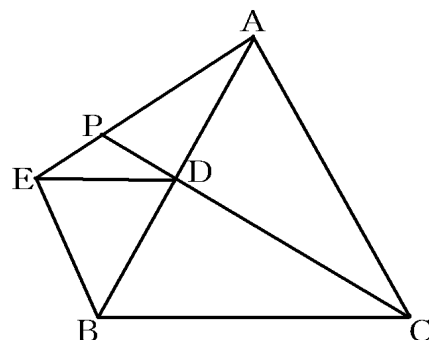




[問題](3 学期)

右の図で、 $\triangle ABC$  と  $\triangle BDE$  は正三角形である。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1)  $AE=CD$  であることを証明するには、どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいか。
- (2) (1)を証明するには、三角形の合同条件のどれを使えばよいか。
- (3)  $CD$  の延長線と  $AE$  との交点を  $P$  としたとき、 $\angle APC$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
(3)	

[解答](1)  $\triangle ABE$  と  $\triangle CBD$  (2) 2 辺とその間の角がそれぞれ等しい (3)  $60^\circ$

[解説]

(1)(2)

$\triangle ABE$  と  $\triangle CBD$  で、

$\triangle ABC$  は正三角形なので、 $AB=CB$ ・・・①

$\triangle BDE$  は正三角形なので、 $BE=BD$ ・・・②

$\triangle ABC$  と  $\triangle BDE$  はともに正三角形なので、

$\angle ABE = \angle CBD = 60^\circ$  ・・・③

①, ②, ③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABE \equiv \triangle CBD$

合同な図形の対応する辺は等しいので、 $AE=CD$

(3)  $\triangle ADP$  と  $\triangle CDB$  に注目する。

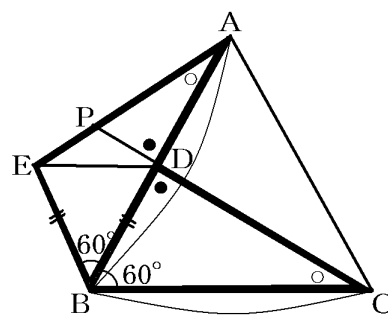
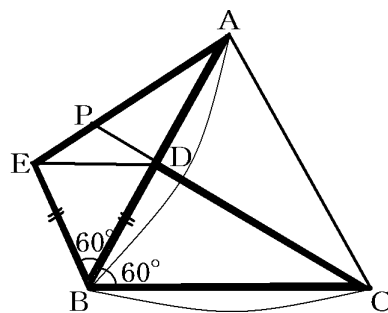
$\triangle ABE \equiv \triangle CBD$  で、合同な図形の対応する角は等しいので、 $\angle BAE = \angle BCD$

また、対頂角は等しいので、

$\angle ADP = \angle CDB$

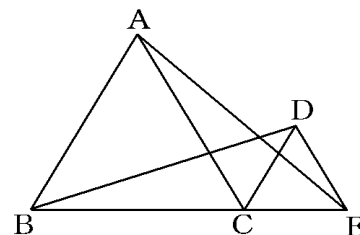
よって、 $\angle APD = \angle CBD$

$\angle CBD = 60^\circ$  なので、 $\angle APC = \angle APD = 60^\circ$



[問題](2学期中間)

右の図で、 $\triangle ABC$  と  $\triangle DCE$  は正三角形である。  
 $\triangle ACE \equiv \triangle BCD$  であることを証明したい。  
 次のア～エの( )にあてはまるものを書き入れよ。



[証明]

$\triangle ACE$  と  $\triangle BCD$  で、  
 正三角形の辺だから、

$$AC = (\text{ア}) \cdots \text{①}$$

$$(\text{イ}) = CD \cdots \text{②}$$

$\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$  なので、

$$\angle ACD = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

$$\angle ACE = \angle BCD = (\text{ウ})^\circ \cdots \text{③}$$

①, ②, ③から、( エ )が、それぞれ等しいので、

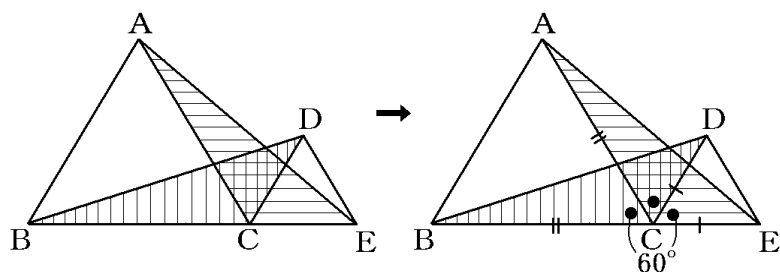
$$\triangle ACE \equiv \triangle BCD$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

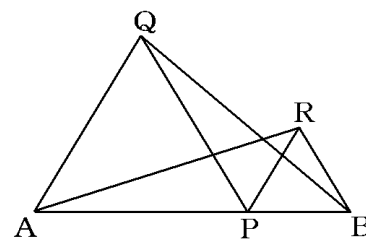
[解答]ア BC イ CE ウ  $120^\circ$  エ 2組の辺とその間の角

[解説]



[問題](2学期期末)

線分 AB 上に点 P がある。辺 AP, PB を 1 辺とする 2 つの正三角形  $\triangle APQ$  及び  $\triangle PBR$  を辺 AB 上の同じ側につくる。A と R, B と Q を結んだとき、 $AR = BQ$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle APR$  と  $\triangle QPB$  で、  
正三角形の辺だから、

$$AP = QP \cdots \textcircled{1}$$

$$PR = PB \cdots \textcircled{2}$$

正三角形の内角はすべて  $60^\circ$  なので、

$$\angle APQ = \angle BPR = 60^\circ$$

$$\angle QPR = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

$$\angle APR = 120^\circ, \quad \angle QPB = 120^\circ$$

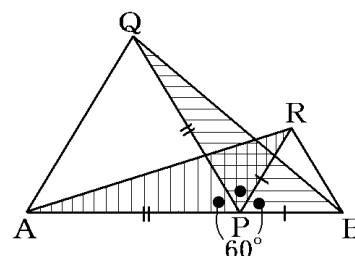
$$\text{よって, } \angle APR = \angle QPB \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle APR \equiv \triangle QPB$$

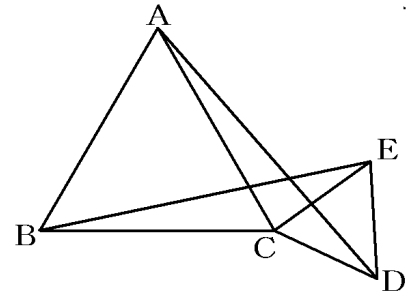
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AR = BQ$$



[問題](3 学期)

右図で、 $\triangle ABC$  と  $\triangle ECD$  は正三角形である。このとき、 $AD=BE$  であることを次のように証明した。文中のア～オの( )にあてはまるものを書き入れよ。



[証明]

$\triangle ACD$  と  $\triangle$ (ア) で、

正三角形の辺だから、

$$AC=(イ) \cdots \textcircled{1}$$

$$CD=(ウ) \cdots \textcircled{2}$$

正三角形の内角はすべて  $60^\circ$  なので、

$$\angle ACD = \angle ACE + \angle ECD = \angle ACE + 60^\circ$$

$$\angle(エ) = \angle ACE + \angle BCA = \angle ACE + 60^\circ$$

$$\text{よって、} \angle ACD = (エ) \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、(オ)が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ACD \equiv \triangle(ア)$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

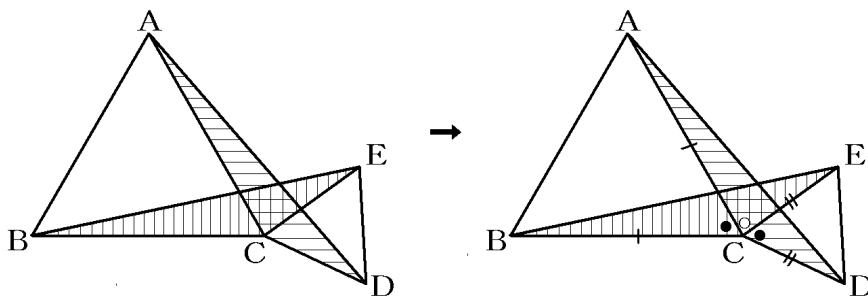
$$AD=BE$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

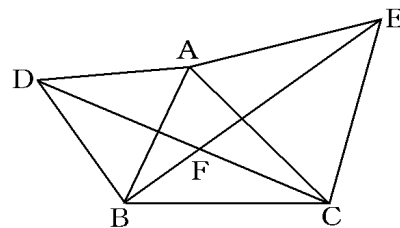
[解答]ア BCE イ BC ウ CE エ BCE オ 2組の辺とその間の角

[解説]

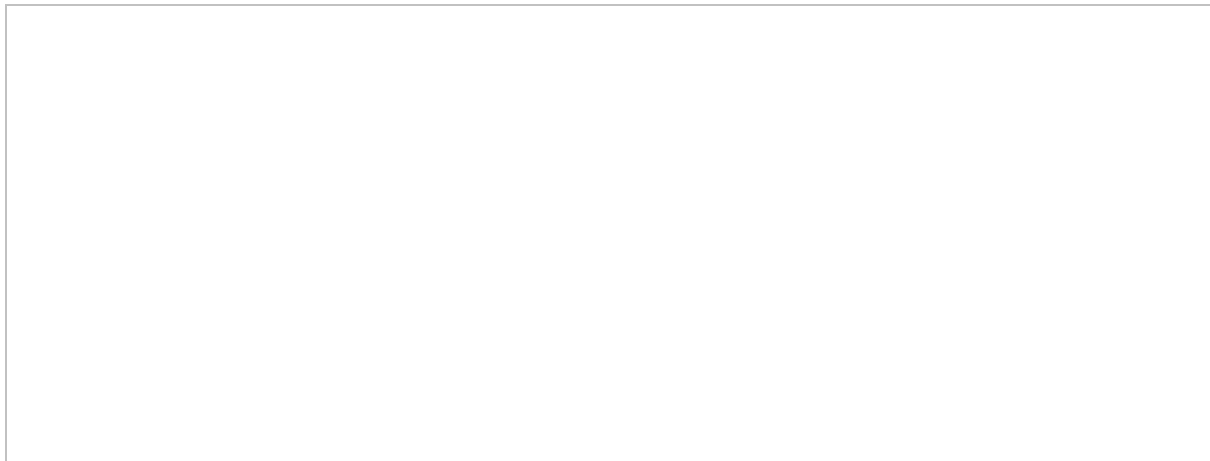


[問題](3 学期)

右図のように、 $\triangle ABC$  があり、 $\angle BAC$  は鋭角で、 $AB < AC$  である。 $\triangle ABC$  と同じ平面上に 2 点  $D, E$  を、 $\triangle ADB$  と  $\triangle ACE$  がともに正三角形になるようにとる。また、2 点  $C, D$  を通る直線と、2 点  $B, E$  を通る直線との交点を  $F$  とする。このとき、 $\triangle ABE \equiv \triangle ADC$  を証明せよ。



[解答欄]



[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle ADC$  で、  
正三角形の辺だから、

$$AB = AD \cdots \textcircled{1}$$

$$AE = AC \cdots \textcircled{2}$$

正三角形の内角はすべて  $60^\circ$  なので、

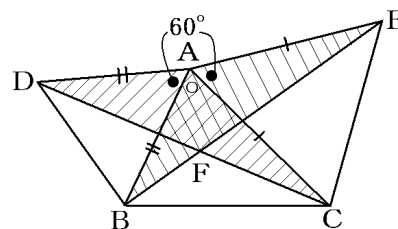
$$\angle BAE = \angle BAC + \angle CAE = \angle BAC + 60^\circ$$

$$\angle DAC = \angle BAC + \angle DAB = \angle BAC + 60^\circ$$

$$\text{よって、} \angle BAE = \angle DAC \cdots \textcircled{3}$$

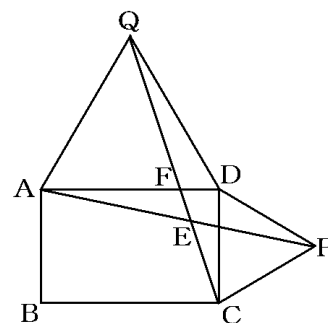
①, ②, ③から、2 組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \equiv \triangle ADC$$



[問題](3 学期)

右図のように、長方形の外部に、2つの辺  $CD$ ,  $DA$  をそれぞれ 1 辺とする正三角形  $CPD$  と正三角形  $DQA$  をつくり、線分  $CQ$  が線分  $PA$ ,  $DA$  と交わる点をそれぞれ  $E$ ,  $F$  とする。 $\triangle PDA \equiv \triangle CDQ$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle PDA$  と  $\triangle CDQ$  で、

正三角形の辺だから、

$$PD = CD \dots ①$$

$$DA = DQ \dots ②$$

正三角形の内角はすべて  $60^\circ$  なので、

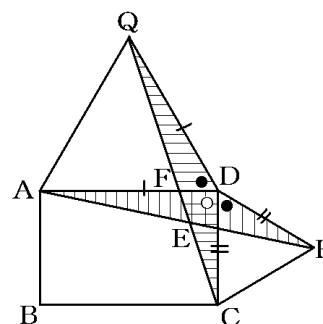
$$\angle PDA = \angle CDA + \angle PDC = \angle CDA + 60^\circ$$

$$\angle CDQ = \angle CDA + \angle ADQ = \angle CDA + 60^\circ$$

$$\text{よって、} \angle PDA = \angle CDQ \dots ③$$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle PDA \equiv \triangle CDQ$$

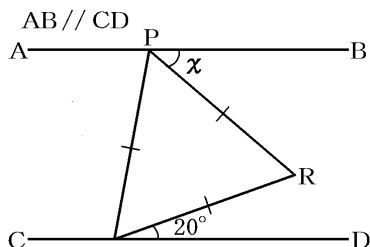


【】 正三角形などの計算問題

[正三角形の内角は  $60^\circ$  を利用]

[問題](2 学期期末)

次の図で同じ印をつけた辺は等しいとして、 $\angle x$  の大きさを求めよ。



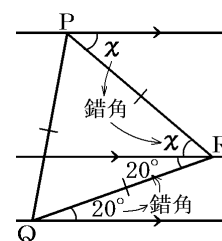
[解答欄]

$x =$
-------

[解答]  $x = 40^\circ$

[解説]

「平行線では錯角は等しい」性質を使って、図のように  $20^\circ$  と  $x$  の角を移す。 $\triangle PQR$  は 3 辺が等しいので正三角形で、内角はすべて  $60^\circ$  である。よって、 $x + 20^\circ = 60^\circ$  ゆえに、 $x = 40^\circ$



[問題](2 学期期末)

右の図で、四角形 ABCD は正方形、 $\triangle PBC$  は正三角形であるとする。このとき、次の角の大きさを求めよ。

- ①  $\angle PAB$
- ②  $\angle APD$

[解答欄]

①	②
---	---

[解答] ①  $75^\circ$     ②  $150^\circ$

[解説]

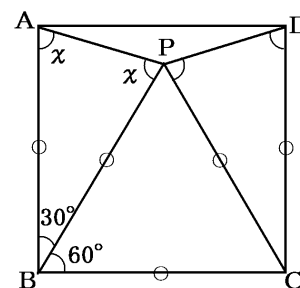
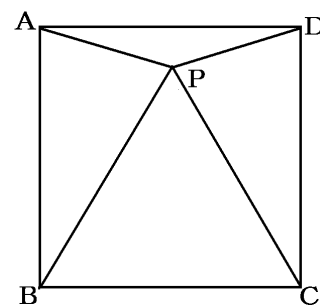
①  $\angle PAB = x$  とおく。

四角形 ABCD は正方形、 $\triangle PBC$  は正三角形なので、 $PB = BC = BA$  で、 $\triangle BAP$  は  $BA = BP$  の二等辺三角形になる。

ゆえに  $\angle APB = x$

$\triangle BAP$  で「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、

$x + x + 30^\circ = 180^\circ$  ,  $2x = 150^\circ$  , ゆえに  $x = 75^\circ$

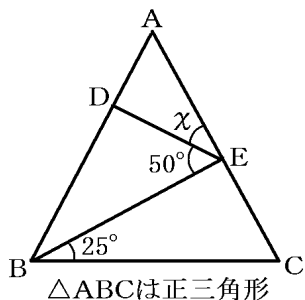


②  $x = 75^\circ$  なので、 $\angle PAD = 90^\circ - x = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$

同様に、 $\angle PDA = 15^\circ$   $\triangle PAD$  で「三角形の内角の和は  $180^\circ$  」なので、  
 $15^\circ + 15^\circ + \angle APD = 180^\circ$  ゆえに  $\angle APD = 150^\circ$

[問題](3 学期)

次の図の  $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

[解答]  $x = 35^\circ$

[解説]

正三角形なので 3 つの内角はすべて  $60^\circ$

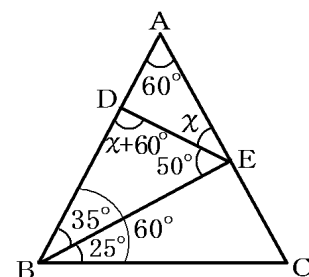
$$\angle DBE = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ$$

$\triangle ADE$  で「三角形の外角は、それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので、 $\angle BDE = x + 60^\circ$

$\triangle BDE$  で「三角形の内角の和は  $180^\circ$  」なので、

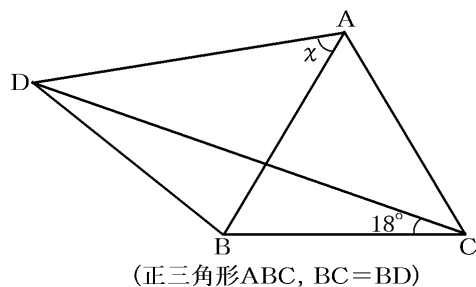
$$35^\circ + 50^\circ + x + 60^\circ = 180^\circ$$

$$x + 145^\circ = 180^\circ \quad \text{ゆえに } x = 35^\circ$$



[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]



[解答]  $x = 48^\circ$

[解説]

仮定より  $BC = BD$

また,  $\triangle ABC$  は正三角形なので  $BC = BA$

よって  $BA = BD$  となり,  $\triangle BAD$  は二等辺三角形で,

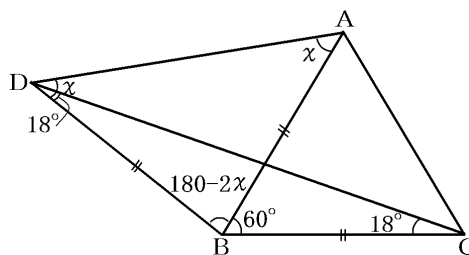
$$\angle BDA = \angle BAD = x$$

$$\angle ABD = 180^\circ - 2x$$

次に  $\triangle BCD$  で, 三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので,

$$18^\circ + 18^\circ + 60^\circ + 180^\circ - 2x = 180^\circ$$

$$-2x = -96^\circ \quad \text{よって } x = 48^\circ$$



[三角形の合同利用]

[問題](3学期)

右の図で,  $D$  は辺  $BC$  上の点で,  $\triangle ABC$ ,  $\triangle ADE$  はともに正三角形である。このとき,  $\angle ACE$  の大きさを求めよ。

[解答欄]

[解答]  $60^\circ$

[解説]

$\triangle ABD$  と  $\triangle ACE$  で,

$\triangle ABC$  は正三角形なので,  $AB = AC \cdots \textcircled{1}$

$\triangle ADE$  は正三角形なので,  $AD = AE \cdots \textcircled{2}$

$\triangle ABC$  は正三角形なので,  $\angle BAC = 60^\circ$

ゆえに,  $\angle BAD = 60^\circ - \angle DAC \cdots \textcircled{3}$

$\triangle ADE$  は正三角形なので,  $\angle DAE = 60^\circ$

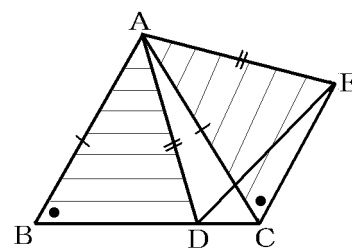
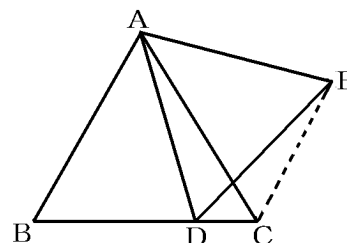
ゆえに,  $\angle CAE = 60^\circ - \angle DAC \cdots \textcircled{4}$

$\textcircled{3}$ ,  $\textcircled{4}$  より,  $\angle BAD = \angle CAE \cdots \textcircled{5}$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ ,  $\textcircled{5}$  より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので,  $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$

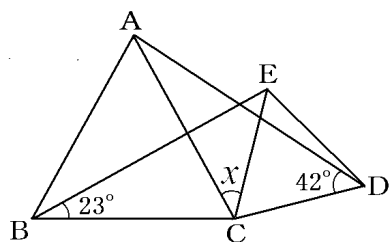
合同な図形の対応する角は等しいので,  $\angle ABD = \angle ACE$

$\triangle ABC$  は正三角形なので  $\angle ABD = 60^\circ$  よって  $\angle ACE = 60^\circ$



[問題](2学期期末)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。ただし、 $\triangle ABC$ と $\triangle CDE$ は正三角形とする。



[解答欄]

$x =$

[解答]  $x = 55^\circ$

[解説]

$\triangle BCE$ と $\triangle ACD$ で、

$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $BC=AC \dots ①$

$\triangle CDE$ は正三角形なので、 $CE=CD \dots ②$

$\angle BCE=60^\circ + x$ 、 $\angle ACD=60^\circ + x$ なので、

$\angle BCE=\angle ACD \dots ③$

①、②、③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

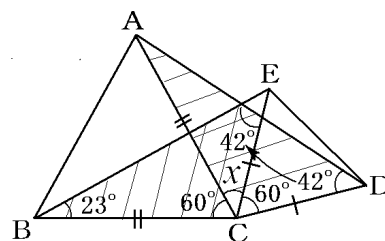
$\triangle BCE \cong \triangle ACD$

合同な図形では、対応する角の大きさは等しいので、 $\angle BEC=\angle ADC=42^\circ$

$\triangle BCE$ で、三角形の内角の和は $180^\circ$ なので、

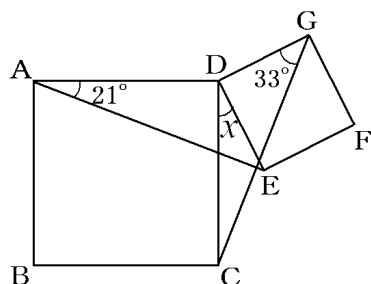
$$(60^\circ + x) + 42^\circ + 23^\circ = 180^\circ, \quad x + 125^\circ = 180^\circ, \quad x = 180^\circ - 125^\circ$$

よって、 $x = 55^\circ$



[問題](2学期期末)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。ただし、四角形 $ABCD$ と四角形 $DEFG$ は正方形とする。



[解答欄]

$x =$

[解答]  $x = 36^\circ$

[解説]

$\triangle ADE$  と  $\triangle CDG$  で、

四角形  $ABCD$  と四角形  $DEFG$  は正方形なので、

$$AD = CD \cdots \textcircled{1}$$

$$DE = DG \cdots \textcircled{2}$$

$\angle ADE = 90^\circ + x$ ,  $\angle CDG = 90^\circ + x$  なので、

$$\angle ADE = \angle CDG \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

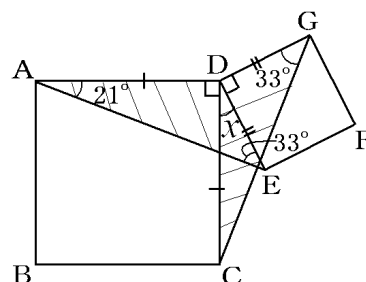
$$\triangle ADE \cong \triangle CDG$$

合同な図形では、対応する角の大きさは等しいので、 $\angle AED = \angle CGD = 33^\circ$

$\triangle ADE$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

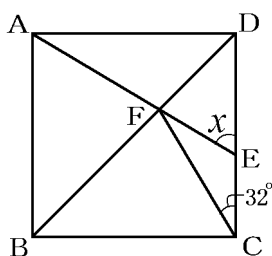
$$(90^\circ + x) + 21^\circ + 33^\circ = 180^\circ, \quad x + 144^\circ = 180^\circ, \quad x = 180^\circ - 144^\circ$$

よって、 $x = 36^\circ$



[問題](2学期期末)

次の図の  $ABCD$  は正方形である。このとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$x =$

[解答]  $x = 58^\circ$

[解説]

$\triangle ADF \cong \triangle CDF$  なので、 $\angle DAF = \angle DCF = 32^\circ$

$\triangle ADE$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

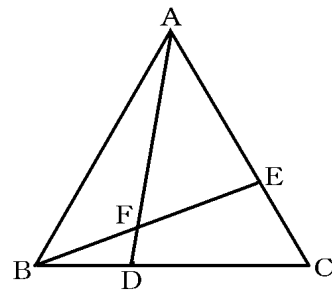
$$x + \angle DAE + \angle ADE = 180^\circ$$

$$x + 32^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \quad x + 122^\circ = 180^\circ, \quad x = 180^\circ - 122^\circ$$

よって、 $x = 58^\circ$

[問題](2 学期期末)

右図のような正三角形 ABC で、 $BD=CE$  のとき、 $\angle AFE$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

[解答]  $60^\circ$

[解説]

$\triangle ABD$  と  $\triangle BCE$  において、

$AB=BC$ ,  $\angle ABD=\angle BCE=60^\circ$ ,  $BD=CE$

2 辺とその間の角が等しいので、 $\triangle ABD \cong \triangle BCE$

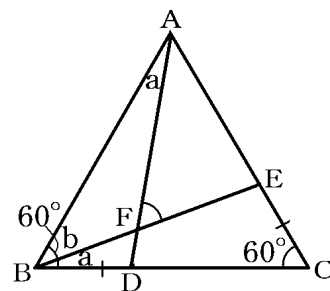
よって、 $\angle BAD=a$  とおくと  $\angle CBE=a$

また、図のように  $b$  の角をとる。

$\angle B=60^\circ$  なので  $a+b=60^\circ \dots \textcircled{1}$

ところで、 $\triangle ABF$  で、「三角形の外角は、それととなり合わな

い 2 つの内角の和に等しい」ので、 $\angle AFE=a+b \dots \textcircled{2}$  ①, ②より  $\angle AFE=60^\circ$



【】 直角三角形

[直角三角形の合同条件]

[問題](3 学期)

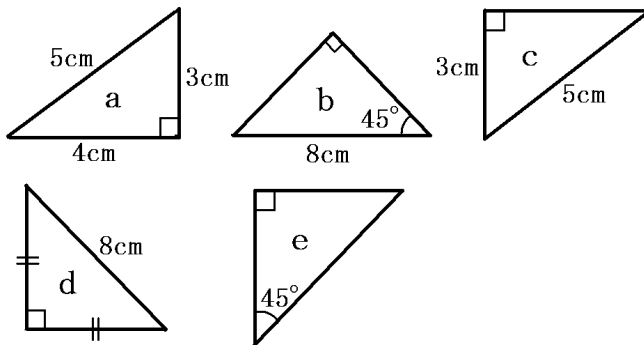
直角三角形の合同条件を 2 つ答えよ。

[解答欄]

[解答] 直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が、それぞれ等しい。直角三角形の斜辺と他の 1 辺が、それぞれ等しい。

[問題](3 学期)

次の図の a~e の中から合同な直角三角形を 2 組選べ。



[解答欄]

[解答] a と c, b と d

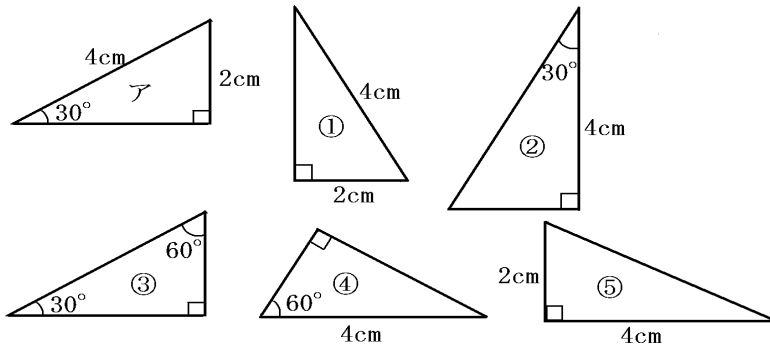
[解説]

a と c の直角三角形は②斜辺(5cm の辺)と他の 1 辺(3cm の辺)がそれぞれ等しいので合同。

b と d の直角三角形は①斜辺(8cm の辺)と 1 つの鋭角(45° )がそれぞれ等しいので合同。

[問題](2 学期期末)

下の図の①～⑤のうち、アと合同になる三角形をすべて答えよ。また、そのとき使った合同条件も書け。



[解答欄]

[解答]①：直角三角形の斜辺と他の1辺が、それぞれ等しい。④：直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しい。

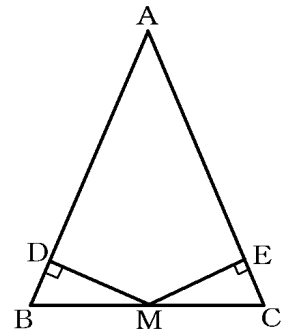
[解説]

アと①の直角三角形は斜辺が4cmで等しく、他の1辺が2cmで等しいので合同といえる。  
アのもう1つの内角は  $180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$  アと④の直角三角形は斜辺が4cmで等しく、1つの鋭角が  $60^\circ$  で等しいので合同といえる。

[証明①]

[問題](3 学期)

二等辺三角形  $ABC$  の底辺の中点を  $M$  とする。  $M$  から  $AB$ ,  $AC$  に垂線をひき、その交点をそれぞれ  $D$ ,  $E$  とすれば、  $MD=ME$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BDM$  と  $\triangle CEM$  で、

仮定より、

$$BM=CM \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BDM=\angle CEM=90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$\triangle ABC$  は二等辺三角形なので、

$$\angle DBM=\angle ECM \cdots \textcircled{3}$$

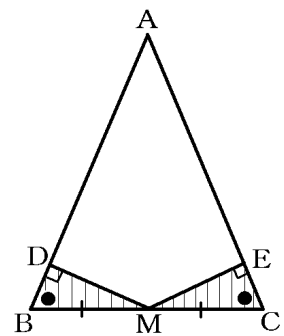
①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、

それぞれ等しいので、

$$\triangle BDM \equiv \triangle CEM$$

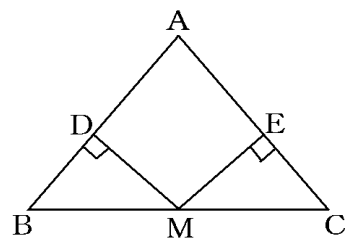
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$MD=ME$$



[問題](2学期中間)

右の図の $\triangle ABC$ において、辺  $BC$  の中点  $M$  から、辺  $AB$ ,  $AC$  に垂線  $MD$ ,  $ME$  をひく。このとき、 $MD=ME$  ならば $\triangle ABC$  が二等辺三角形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BMD$  と  $\triangle CME$  で、

仮定より、

$$BM=CM \dots \textcircled{1}$$

$$MD=ME \dots \textcircled{2}$$

$$\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ \dots \textcircled{3}$$

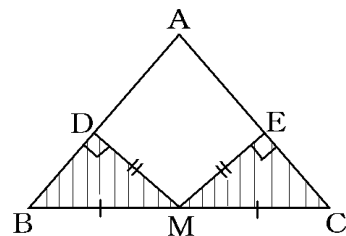
①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と他の1辺が、それぞれ等しいので、

$$\triangle BMD \equiv \triangle CME$$

合同な図形では、対応する角の大きさは等しいので、

$$\angle B = \angle C$$

$\triangle ABC$  は2角が等しいので、二等辺三角形になる。

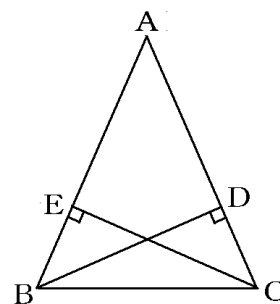




[証明②]

[問題](後期中間)

鋭角三角形 ABC で、点 B から辺 AC に、点 C から辺 AB に垂線をひき、AC、AB との交点をそれぞれ D、E とする。このとき、 $BD=CE$  ならば  $\triangle ABC$  は二等辺三角形であることを、次のように証明した。ア～カにあてはまる式や言葉を答えよ。



[証明]

$\triangle EBC$  と  $\triangle DCB$  で、

仮定より、

$$\angle BEC = \angle CDB = (\text{ア})^\circ \dots \text{①}$$

$$CE = (\text{イ}) \dots \text{②}$$

(ウ) は共通  $\dots \text{③}$

①, ②, ③ から、直角三角形の(エ) がそれぞれ等しいので、

$$\triangle EBC \equiv \triangle DCB$$

合同な図形では、対応する角の大きさは等しいので、

$$\angle EBC = \angle (\text{オ})$$

すなわち、 $\angle ABC = \angle ACB$

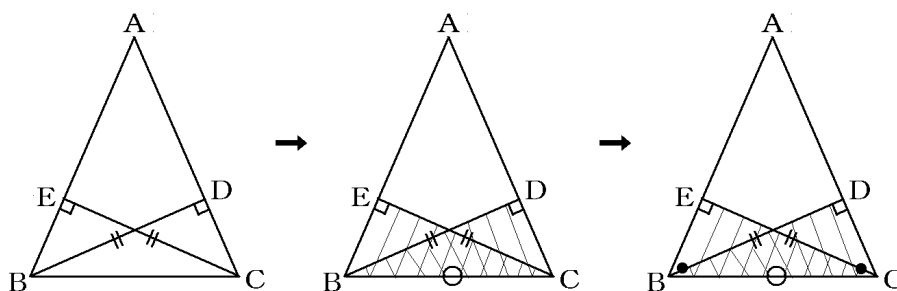
(カ) ので、 $\triangle ABC$  は二等辺三角形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		オ
カ		

[解答] ア 90 イ BD ウ BC エ 斜辺と他の1辺 オ DCB カ 2つの角が等しい

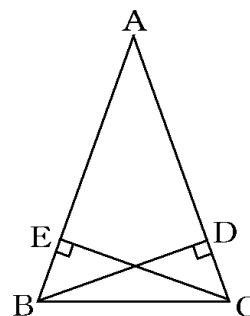
[解説]



[問題](2 学期期末)

右の図で、 $BE=CD$ 、 $\angle BEC=\angle CDB=90^\circ$  のとき、 $AB=AC$  である。このとき、つぎの問いに答えよ。

- (1) 仮定と結論を書け。
- (2) このことを証明せよ。



[解答欄]

(1) 仮定：

結論：

(2)

[解答](1) 仮定： $BE=CD$ 、 $\angle BEC=\angle CDB=90^\circ$  結論： $AB=AC$

(2)

$\triangle BCE$  と  $\triangle CBD$  で、

仮定より、

$$\angle BEC = \angle CDB = 90^\circ \dots \textcircled{1}$$

$$BE = CD \dots \textcircled{2}$$

$BC$  は共通  $\dots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と他の1辺が、それぞれ等しいので、

$$\triangle BCE \cong \triangle CBD$$

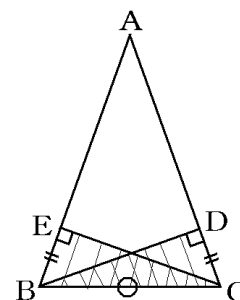
合同な図形では、対応する角の大きさは等しいので、

$$\angle EBC = \angle DCB$$

すなわち、 $\angle ABC = \angle ACB$

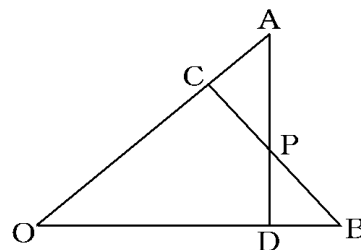
よって、 $\triangle ABC$  は2つの角が等しいので二等辺三角形になり、

$$AB = AC$$



[問題](3 学期)

右の図で、 $OA=OB$ 、 $\angle ADO=\angle BCO=90^\circ$  である。 $OD=OC$  を次のように証明した。ア～オにあてはまる内容を答えよ。



[証明]

$\triangle AOD$  と  $\triangle$ ( ア ) で、

仮定から、

$$OA=( \text{イ} ) \cdots \text{①}$$

$$\angle ADO=\angle( \text{ウ} )=90^\circ \cdots \text{②}$$

$\angle$ ( エ ) は共通  $\cdots \text{③}$

①, ②, ③ から、直角三角形の( オ ) が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AOD \equiv \triangle( \text{ア} )$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

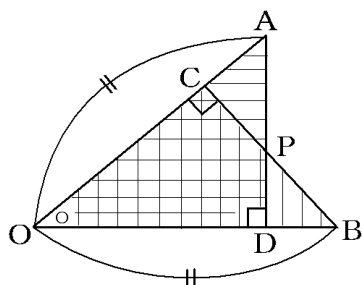
$$OD=OC$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

[解答] ア BOC イ OB ウ BCO エ O(AOB) オ 斜辺と1つの鋭角

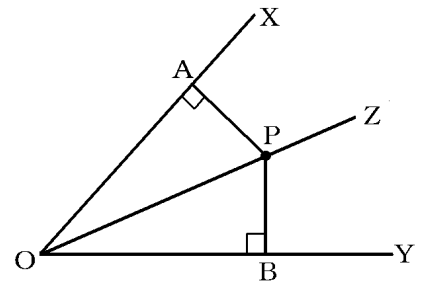
[解説]



[証明③]

[問題](3学期)

$\angle XOY$  の二等分線  $OZ$  上の点  $P$  から、2 辺  $OX$ ,  $OY$  に垂線  $PA$ ,  $PB$  をひくと、 $PA=PB$  となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle OPA$  と  $\triangle OPB$  で、

仮定より、

$$\angle AOP = \angle BOP \dots \textcircled{1}$$

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ \dots \textcircled{2}$$

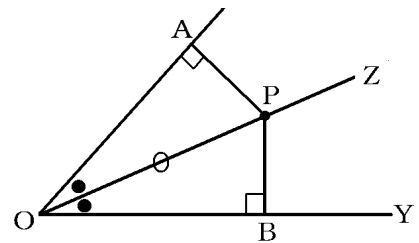
$OP$  は共通  $\dots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle OPA \equiv \triangle OPB$$

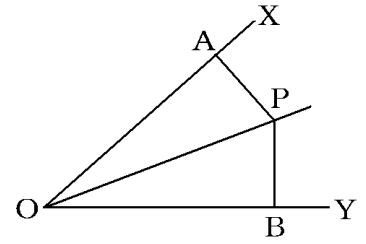
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$PA = PB$$



[問題](3 学期)

右の図で $\angle XOY$ 内の点  $P$  から  $OX, OY$  にひいた垂線  $PA, PB$  が等しいとき,  $OP$  は $\angle XOY$  を 2 等分することを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle OPA$  と  $\triangle OPB$  で,

仮定より,

$$PA = PB \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$OP$  は共通  $\cdots \textcircled{3}$

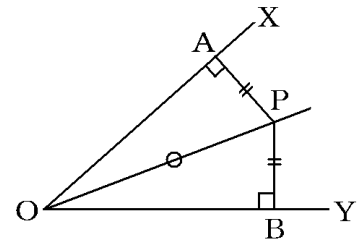
①, ②, ③から, 直角三角形の斜辺と他の 1 辺が, それぞれ等しいので,

$$\triangle OPA \equiv \triangle OPB$$

合同な図形では, 対応する角の大きさは等しいので,

$$\angle AOP = \angle BOP$$

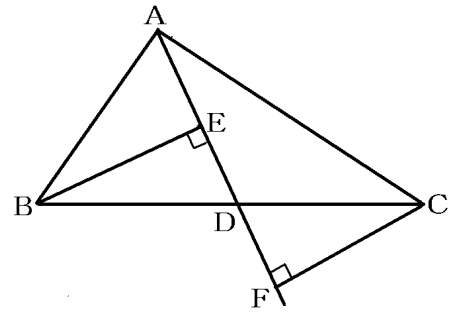
よって,  $OP$  は $\angle XOY$  を 2 等分する。



[証明④]

[問題](3学期)

右の図のように、 $\triangle ABC$  の辺  $BC$  の中点を  $D$  とし、頂点  $B, C$  から直線  $AD$  にそれぞれ垂線  $BE, CF$  を引く。このとき、 $BE=CF$  であることを、次のように証明した。( ) にあてはまるものを書け。



(証明)

$\triangle BDE$  と  $\triangle CDF$  で、

仮定より、

$$BD = (\text{ア}) \dots \text{①}$$

$$(\text{イ}) = \angle CFD = (\text{ウ})^\circ \dots \text{②}$$

また、対頂角は等しいので、

$$\angle BDE = (\text{エ}) \dots \text{③}$$

①, ②, ③ から、直角三角形の( オ ) が、それぞれ等しいので、

$$\triangle BDE \cong \triangle CDF$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

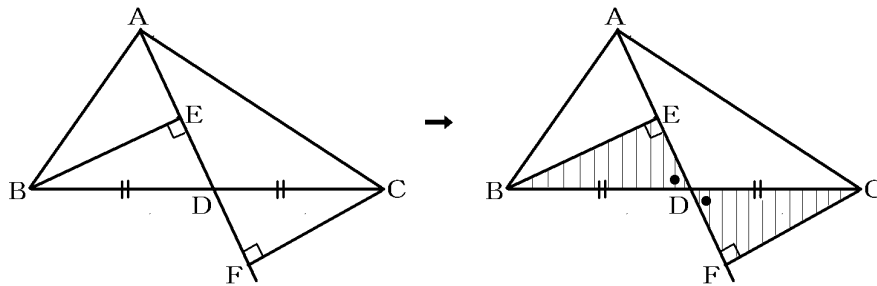
$$BE = CF$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

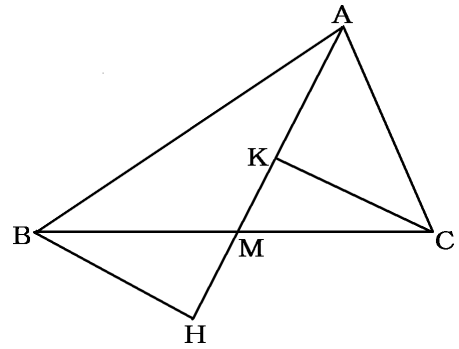
[解答] ア  $CD$  イ  $\angle BED$  ウ  $90$  エ  $\angle CDF$  オ 斜辺と1つの鋭角

[解説]

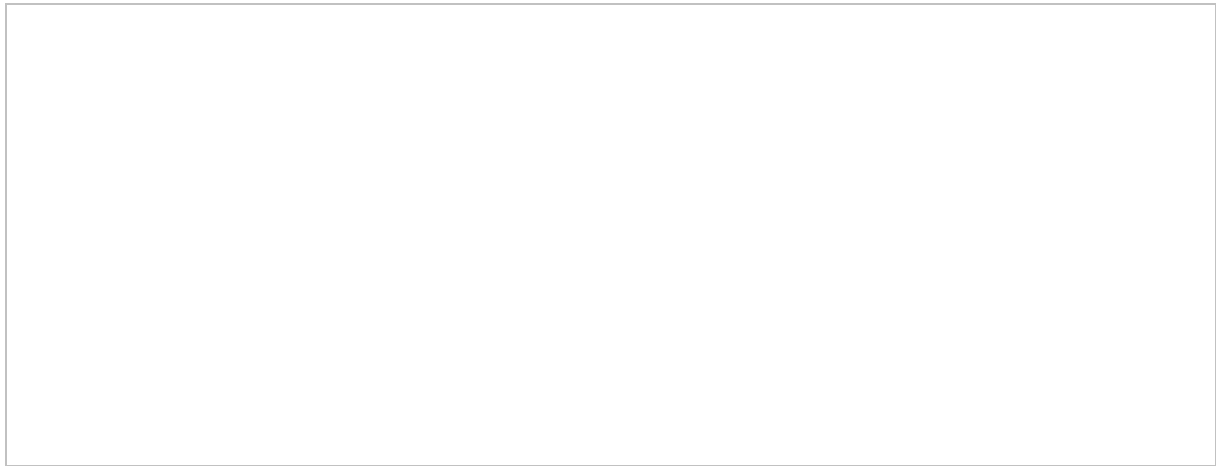


[問題](2 学期期末)

右の図のように△ABCの1辺BCの中点をMとし、  
頂点B、CからAMに垂線BH、CKをひくと、BH=CKであることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

△BMH と△CMK で、

仮定より、

$$BM = CM \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BHM = \angle CKM = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、

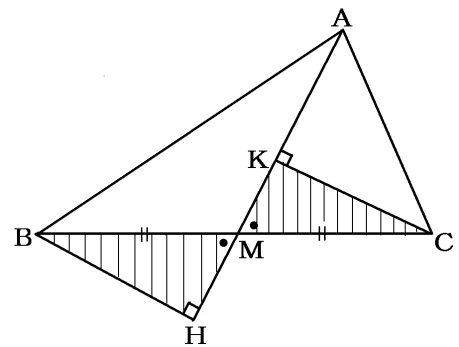
$$\angle BMH = \angle CMK \cdots \textcircled{3}$$

①、②、③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、  
それぞれ等しいので、

$$\triangle BMH \equiv \triangle CMK$$

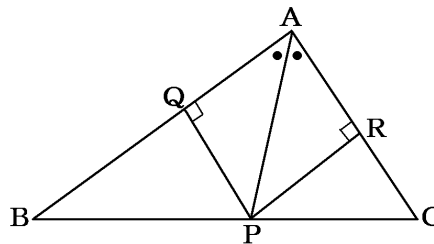
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$BH = CK$$



[問題](3 学期)

$\triangle ABC$  において、 $\angle A$  の二等分線と  $BC$  との交点を  $P$  とする。  $P$  から  $AB$ 、 $AC$  に、それぞれ垂線  $PQ$ 、 $PR$  をひくとき、 $PQ=PR$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle APQ$  と  $\triangle APR$  で、

仮定より、

$$\angle PAQ = \angle PAR \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle AQP = \angle ARP = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

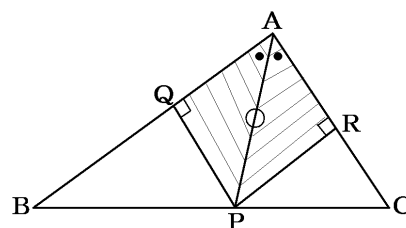
$AP$  は共通  $\cdots \textcircled{3}$

①、②、③から、直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle APQ \cong \triangle APR$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$PQ = PR$$

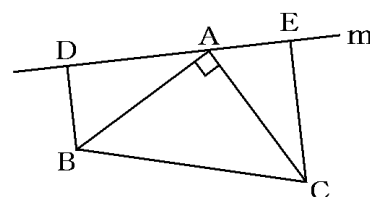




[証明⑤]

[問題](3学期)

右の図のように、直線  $m$  が直角二等辺三角形  $ABC$  の頂点  $A$  を通っている。頂点  $B, C$  から直線  $m$  に垂線  $BD, CE$  を引くとき、 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$  を次のように証明した。ア～ウをうめて証明を完成せよ。



[証明]

$\triangle ABD$  と  $\triangle CAE$  で、

仮定より、

$$AB=CA \cdots \text{①}$$

$$\angle ADB=\angle CEA=90^\circ \cdots \text{②}$$

三角形の内角の和は  $180^\circ$  だから、

$$\angle DAB+\angle(\text{ア})=90^\circ \cdots \text{③}$$

また、 $D, A, E$  は一直線上にあるので、

$$\angle DAB+90^\circ +\angle(\text{イ})=180^\circ \text{ となり、}$$

$$\angle DAB+\angle(\text{イ})=90^\circ \cdots \text{④}$$

③, ④より、

$$\angle(\text{ア})=\angle(\text{イ}) \cdots \text{⑤}$$

①, ②, ⑤から、直角三角形の(ウ)が、それぞれ等しいので、

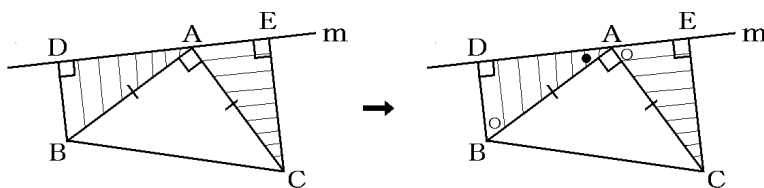
$$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$$

[解答欄]

ア	イ
ウ	

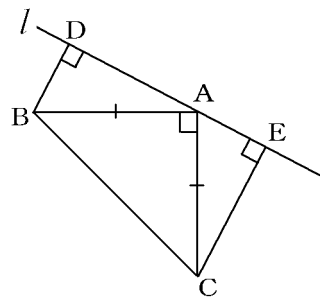
[解答]ア DBA イ EAC ウ 斜辺と1つの鋭角

[解説]



[問題](3 学期)

$\angle A=90^\circ$  の直角二等辺三角形  $ABC$  の頂点  $A$  を通る直線  $l$  に頂点  $B, C$  から垂線を引き、 $l$  との交点をそれぞれ  $D, E$  とする。このとき、 $DE=BD+CE$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABD$  と  $\triangle CAE$  で、

仮定より、

$$AB=CA \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ADB=\angle CEA=90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

三角形の内角の和は  $180^\circ$  だから、

$$\angle DAB+\angle DBA=90^\circ \cdots \textcircled{3}$$

また、 $D, A, E$  は一直線上にあるので、

$$\angle DAB+90^\circ +\angle EAC=180^\circ \text{ となり、}$$

$$\angle DAB+\angle EAC=90^\circ \cdots \textcircled{4}$$

③, ④より、

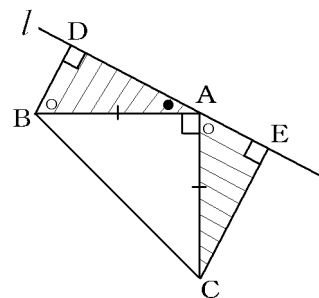
$$\angle DBA=\angle EAC \cdots \textcircled{5}$$

①, ②, ⑤から、直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AD=CE, \quad BD=AE$$



よって,

$$DE = AE + AD = BD + CE$$

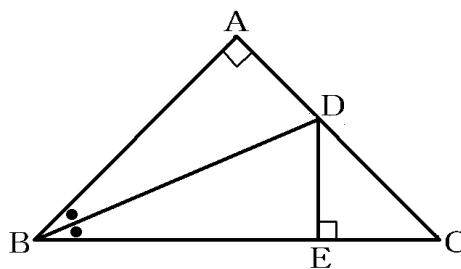
ゆえに,

$$DE = BD + CE$$

[問題](3 学期)

右の図の  $\angle A = 90^\circ$  の直角二等辺三角形  $ABC$  で、 $\angle B$  の二等分線と辺  $AC$  との交点を  $D$  とし、 $D$  から辺  $BC$  に垂線  $DE$  をひく。次の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle BDA \cong \triangle BDE$  を証明せよ。
- (2)  $BC = AB + AD$  となることを証明せよ。



[解答欄]

(1)

(2)

[解答]

(1)

$\triangle BDA$  と  $\triangle BDE$  で、

仮定より、

$$\angle ABD = \angle EBD \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BAD = \angle BED = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$BD$  は共通  $\cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle BDA \equiv \triangle BDE$$

(2)

$\triangle ABC$  は直角二等辺三角形なので、

$$\angle C = (180^\circ - 90^\circ) \div 2 = 45^\circ$$

よって、 $\angle EDC = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

したがって、 $\triangle ECD$  は直角二等辺三角形で、

$$ED = EC \cdots \textcircled{4}$$

ところで、(1)より、 $\triangle BDA \equiv \triangle BDE$  で、

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$EB = AB \cdots \textcircled{5}$$

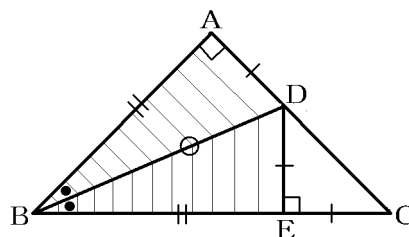
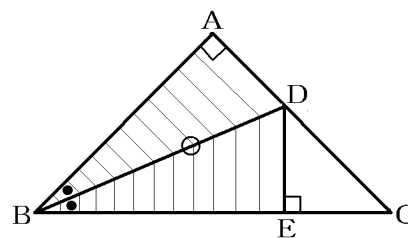
$$ED = AD \cdots \textcircled{6}$$

④, ⑤, ⑥より、

$$BC = EB + EC = AB + ED = AB + AD$$

よって、

$$BC = AB + AD$$



[印刷／他の PDF ファイルについて]

※このファイルは、FdData 中間期末数学 2 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 2 年は Word の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

※FdData 中間期末(社会・理科・数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は <http://www.fdtex.com/dat/> に掲載しております。

【Fd 教材開発】(092) 404-2266