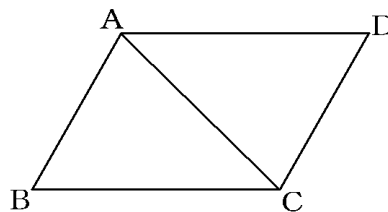


【】 平行四辺形の性質

[問題](3 学期)

右の図のように、 $AB \parallel DC$ 、 $AD \parallel BC$  の平行四辺形がある。

- (1) このとき、平行四辺形の 2 組の向かい合う辺の長さは等しいことを証明せよ。
- (2) (1)を使って、平行四辺形の対角線は中点で交わることを証明せよ。



[解答欄]

(1)

(2)

[解答]

(1)

$\triangle ABC$  と  $\triangle CDA$  で、

仮定より、 $AB \parallel DC$ ,  $AD \parallel BC$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ACB = \angle CAD \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BAC = \angle DCA \cdots \textcircled{2}$$

AC は共通  $\cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$BC = DA, AB = CD$$

よって、平行四辺形の2組の向かい合う辺の長さは等しい。

(2)

対角線 AC と BD の交点を O とする。

$\triangle AOD$  と  $\triangle COB$  で、

仮定より、 $AD \parallel BC$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle OAD = \angle OCB \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ODA = \angle OBC \cdots \textcircled{2}$$

(1)より、平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので、

$$AD = CB \cdots \textcircled{3}$$

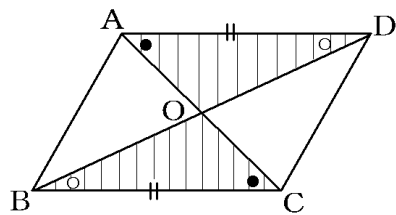
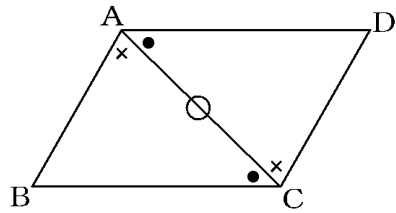
①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AOD \equiv \triangle COB$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AO = CO, DO = BO$$

よって、平行四辺形の対角線は中点で交わる。



[問題](3 学期)

次の各問いに答えよ。

- (1) 平行四辺形の定義を書け。
- (2) 平行四辺形の性質を 3 つ書け。

[解答欄]

(1)

(2)

[解答](1) 2 組の向かいあう辺が、それぞれ平行な四角形。 (2) 2 組の向かいあう辺は、それぞれ等しい。2 組の向かいあう角は、それぞれ等しい。対角線は、それぞれ中点で交わる。

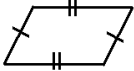
[解説]

[平行四辺形]

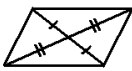
定義: 2 組の向かいあう辺が、それぞれ平行な四角形

性質: 「辺対角」と覚えておく

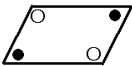
2 組の向かいあう辺は、それぞれ等しい(辺)



対角線は、それぞれ中点で交わる(対)

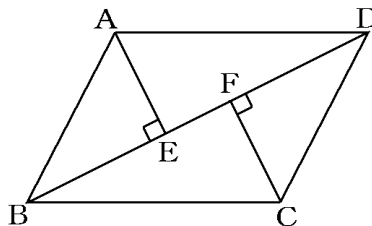


2 組の向かいあう角は、それぞれ等しい(角)



[問題](1学期中間)

平行四辺形 ABCD の A, C から対角線 BD にひいた垂線と BD との交点をそれぞれ E, F とする。  
このとき、 $AE=CF$  となることを次のように証明した。ア～ウにあてはまるものを書け。



[証明]

$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  で、

仮定より、

$$\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ \dots \textcircled{1}$$

平行四辺形の向かい合う辺は等しいから、

$$AB = CD \dots \textcircled{2}$$

また、 $AB \parallel DC$  だから、(ア) は等しいので、

$$\angle ABE = \angle CDF \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③ から、直角三角形の(イ) が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \cong \triangle CDF$$

合同な図形では、(ウ) は等しいので、

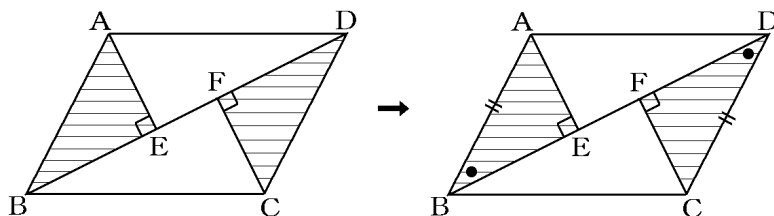
$$AE = CF$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
---	---	---

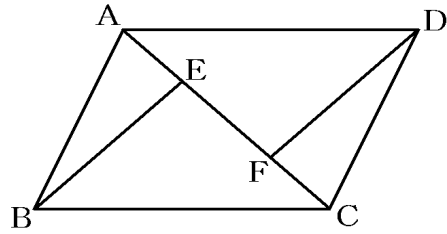
[解答] ア 平行線の錯角    イ 斜辺と 1 つの鋭角    ウ 対応する辺の長さ

[解説]



[問題](2 学期期末)

右図は、平行四辺形  $ABCD$  の対角線  $AC$  上に  $AE=CF$  となる点  $E$ , 点  $F$  をとり,  $B$  と  $E$ ,  $D$  と  $F$  を結んだものである。このとき,  $BE=DF$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  で,

仮定より,

$$AE=CF \dots \textcircled{1}$$

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので,

$$AB=CD \dots \textcircled{2}$$

また,  $AB \parallel CD$  で平行線の錯角は等しいので,

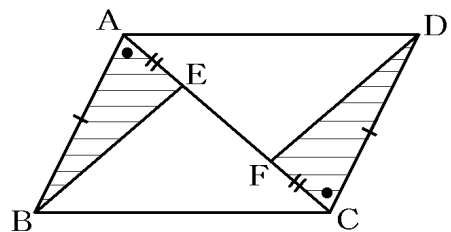
$$\angle BAE = \angle DCF \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から, 2 組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$$

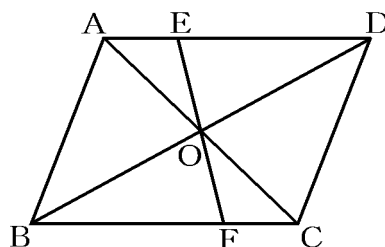
合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$BE=DF$$



[問題](2 学期期末)

平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし、O を通る直線が AD, BC と交わる点を、右の図のように E, F とする。このとき、 $OE=OF$  となることを次のように証明した。ア～オにあてはまるものを書け。



[証明]

$\triangle AEO$  と  $\triangle$ ( ア ) で、  
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので、

$$AO = ( \text{イ} ) \cdots \text{①}$$

平行線の錯角は等しいので、

$$\angle EAO = \angle ( \text{ウ} ) \cdots \text{②}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle AOE = \angle ( \text{エ} ) \cdots \text{③}$$

①, ②, ③から、( オ ) が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AEO \cong \triangle ( \text{ア} )$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

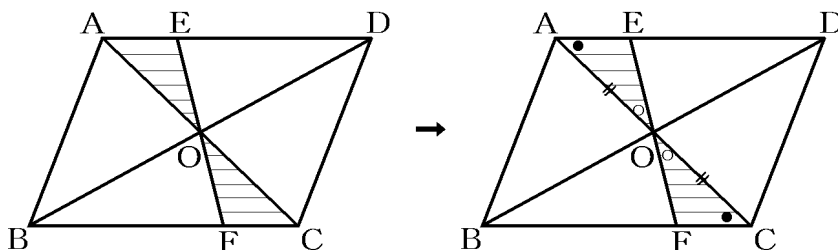
$$OE = OF$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

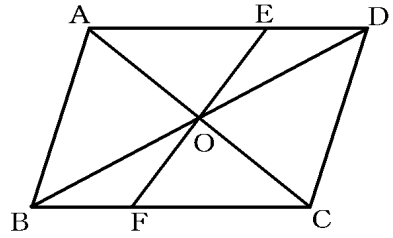
[解答] ア CFO イ CO ウ FCO エ COF オ 1 組の辺とその両端の角

[解説]



[問題](3 学期)

右の図の平行四辺形 ABCD で、O は対角線の交点である。点 O を通る直線と辺 AD、辺 BC との交点をそれぞれ E、F とする。このとき、 $AE=CF$  となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle AEO$  と  $\triangle CFO$  で、  
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので、

$$AO=CO \cdots \textcircled{1}$$

平行線の錯角は等しいので、

$$\angle EAO = \angle FCO \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、

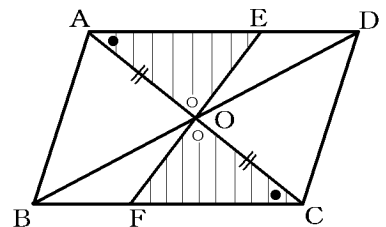
$$\angle AOE = \angle COF \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AEO \cong \triangle CFO$$

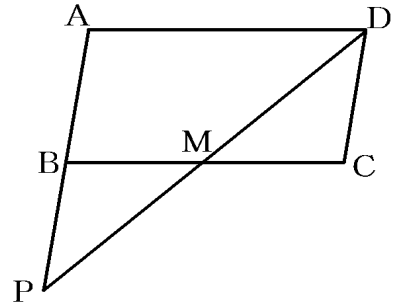
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AE=CF$$



[問題](1 学期期末)

右の図の平行四辺形 ABCD で、辺 BC の中点を M とし、DM の延長と AB の延長との交点を P とすれば、 $AB=BP$  となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BPM$  と  $\triangle CDM$  で、

仮定より、

$$BM=CM \cdots \textcircled{1}$$

平行線の錯角は等しいので、

$$\angle PBM = \angle DCM \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle BMP = \angle CMD \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

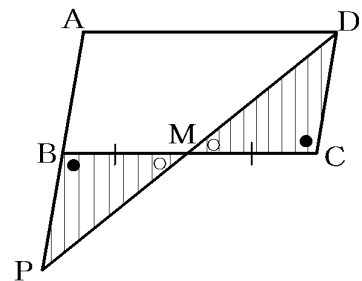
$$\triangle BPM \equiv \triangle CDM$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$BP=CD \cdots \textcircled{4}$$

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので、 $CD=AB \cdots \textcircled{5}$

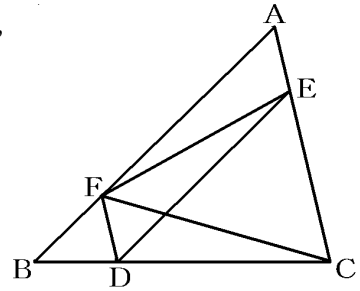
④, ⑤より、 $AB=BP$



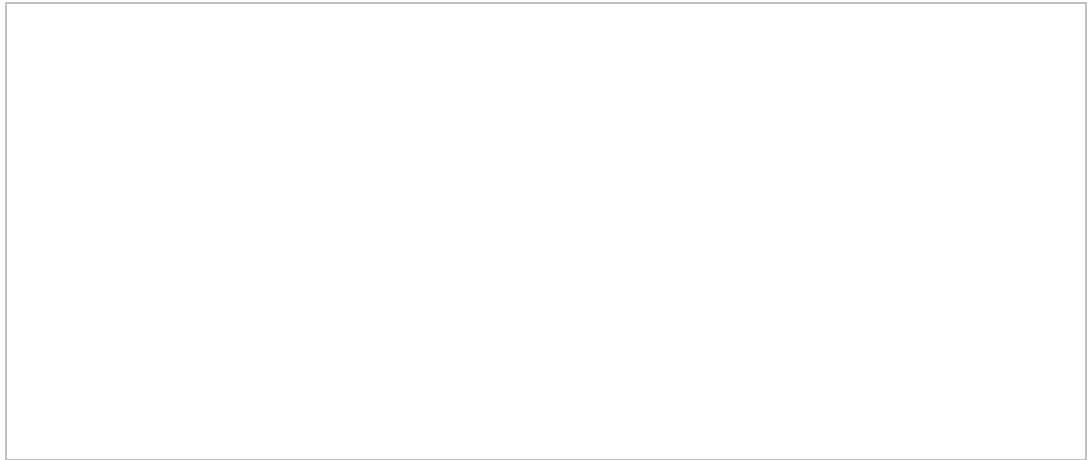


[問題](2 学期期末)

右の図で、3 点 D, E, F はそれぞれ  $\triangle ABC$  の辺 BC, CA, AB 上の点で、 $FA=FC$ ,  $AB \parallel ED$ ,  $AC \parallel FD$  である。このとき、 $\triangle AFE \equiv \triangle FCD$  となることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

$\triangle AFE$  と  $\triangle FCD$  で、

仮定より、

$$FA=CF \cdots \textcircled{1}$$

$AC \parallel FD$  で錯角は等しいので、

$$\angle CFD = \angle FCA \cdots \textcircled{2}$$

また、 $\textcircled{1}$  より、 $\triangle FAC$  は二等辺三角形なので、

$$\angle FCA = \angle FAE \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}$ ,  $\textcircled{3}$  より、

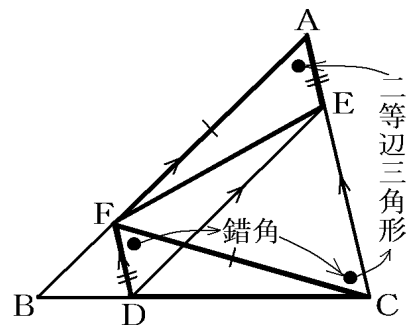
$$\angle FAE = \angle CFD \cdots \textcircled{4}$$

$AB \parallel ED$ ,  $AC \parallel FD$  なので四角形 AEDF は平行四辺形なので、

$$AE = FD \cdots \textcircled{5}$$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{4}$ ,  $\textcircled{5}$  から、2 組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AFE \equiv \triangle FCD$$



## 【】 平行四辺形になることの証明

[平行四辺形になるための条件]

[問題](3 学期)

2 組の向かいあう辺が、それぞれ平行な四角形を平行四辺形というが、これ以外に、平行四辺形になるための条件を 4 つ書け。

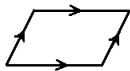
[解答欄]

[解答] 2 組の向かい合った辺がそれぞれ等しい。2 組の向かい合った角がそれぞれ等しい。対角線がそれぞれの中点で交わる。1 組の向かい合う辺が平行で等しい。

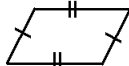
[解説]

[平行四辺形になるための条件]

2 組の向かいあう辺が、それぞれ平行(定義)



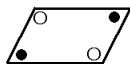
2 組の向かいあう辺が、それぞれ等しい(辺)



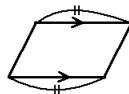
対角線が、それぞれ中点で交わる(対)



2 組の向かいあう角が、それぞれ等しい(角)



1 組の向かいあう辺が、等しくて平行(+  $\alpha$ )



※「辺対角 +  $\alpha$ 」と覚えておく

[問題](3 学期)

四角形 ABCD の対角線の交点を O とするとき、次の条件のうちで、四角形 ABCD が平行四辺形になるものには○を、平行四辺形になるとは限らないものには×を書け。

- (1)  $AD \parallel BC, AB=DC$
- (2)  $AD=BC, \angle ADB = \angle CBD$
- (3)  $ABC \equiv \triangle ADC$
- (4)  $AO=CO, \angle DAO = \angle BCO$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

[解答](1) × (2) ○ (3) × (4) ×

[問題](3 学期)

次の四角形 ABCD は平行四辺形になるか。なる場合はそのときあてはまる条件を、ならない場合は×で答えよ。

- (1)  $AD \parallel BC, AD=5\text{cm}, BC=5\text{cm}$
- (2)  $AB=6\text{cm}, BC=4\text{cm}, DC=4\text{cm}, AD=6\text{cm},$

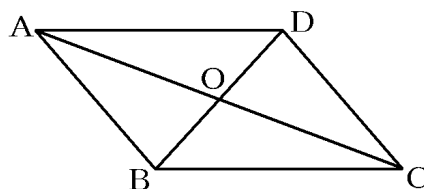
[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) なる。1 組の辺が平行で等しい。 (2) ×

[問題](3 学期)

図のような四角形 ABCD に次の条件を加えるとき、平行四辺形となるものには○を、そうでないものには×を書け。



- (1)  $AD \parallel BC, \angle DAB + \angle CDA = 180^\circ$
- (2)  $AC=BD, AC \perp BD$
- (3)  $AD \parallel BC, AB=DC$
- (4)  $AO=BO=DO=CO$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

[解答](1) ○ (2) × (3) × (4) ○

[解説]

(1) 右図で,  $\angle EDC + \angle CDA = 180^\circ$

条件より,  $\angle DAB + \angle CDA = 180^\circ$

よって,  $\angle EDC + \angle CDA = \angle DAB + \angle CDA$  なので,

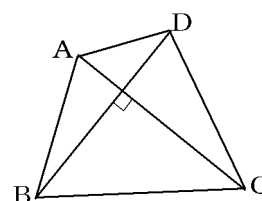
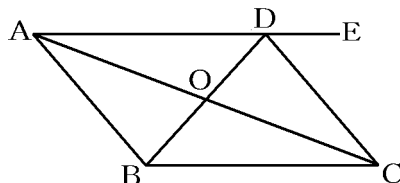
$\angle EDC = \angle DAB$  となり,

同位角が等しいので  $AB \parallel DC$

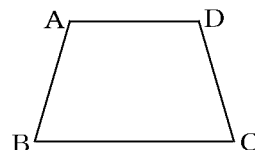
また, 条件より  $AD \parallel BC$  なので, 向かい合う 2 つの辺が平行になる。

よって, 四角形  $ABCD$  は平行四辺形になる。

(2) 例えば, 右図のように,  $AC = BD$ ,  $AC \neq BD$  の四角形は平行四辺形ではない。



(3) 例えば, 右図のような四角形は  $AD \parallel BC$ ,  $AB = DC$  であるが, 平行四辺形ではない。もし,  $AD \parallel BC$ ,  $AD = BC$  であるならば, 「向かい合う 1 組の辺が平行で等しい」ので平行四辺形になる。

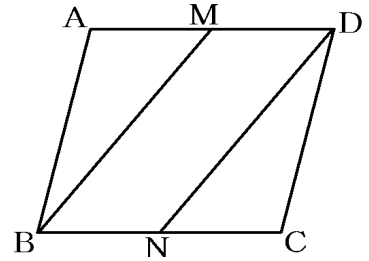


(4)  $AO = BO = DO = CO$  なので, 対角線が中点で交わる。したがって, 平行四辺形になる。(正確には, 長方形になる。長方形は平行四辺形の一形態である。)

[平行四辺形になることの証明]

[問題](3学期)

右の図で点 M, N は, 平行四辺形 ABCD の辺 AD, BC の中点である。このとき, 四角形 MBND が平行四辺形であることを次のように証明した。( )をうめよ。



[証明]

平行四辺形の向かい合う辺は等しいので,

$$AD = (\text{ア}) \cdots \text{①}$$

点 M, N は, 辺 AD, BC の中点であるので,

$$MD = \frac{1}{2}AD, \quad BN = \frac{1}{2}(\text{イ}) \cdots \text{②}$$

①, ②より,

$$MD = BN \cdots \text{③}$$

平行四辺形の向かいあう辺は(ウ)なので,

$$AD \parallel (\text{エ})$$

$$\text{よって, } MD \parallel BN \cdots \text{④}$$

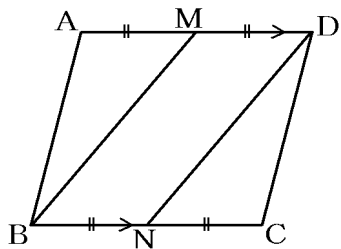
③, ④から, 四角形 MBND は(オ)なので, 平行四辺形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

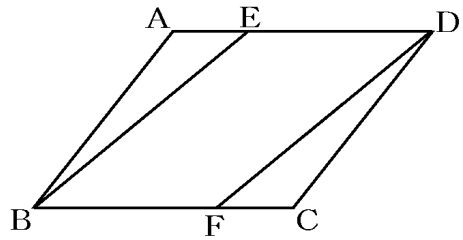
[解答]ア BC イ BC ウ 平行 エ BC オ 1組の向かい合う辺が, 等しくて平行

[解説]



[問題](3 学期)

次の図で、平行四辺形 ABCD の辺 AD, BC 上に  $AE=CF$  となるような点 E, F をとる。このとき、四角形 EBF D は平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

四角形 EBF D で、

四角形 ABCD は平行四辺形なので、

$$AD \parallel BC$$

$$\text{よって、} ED \parallel BF \cdots \text{①}$$

四角形 ABCD は平行四辺形なので、

$$AD = BC \cdots \text{②}$$

仮定より、 $AE = CF \cdots \text{③}$

$$ED = AD - AE \cdots \text{④}$$

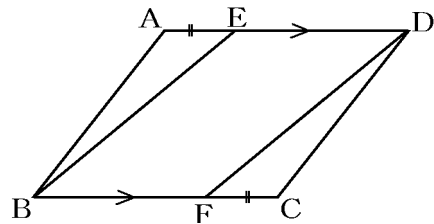
$$BF = BC - CF \cdots \text{⑤}$$

②, ③, ④, ⑤より、

$$ED = BF \cdots \text{⑥}$$

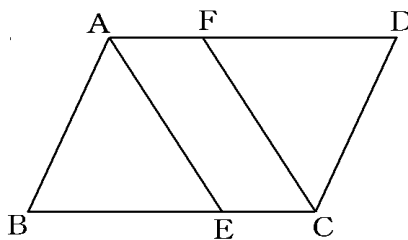
①, ⑥より、1組の向かいあう辺が、等しくて平行なので、

四角形 EBF D は平行四辺形になる。



[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD で、 $\angle BAD$  の二等分線と辺 BC との交点を E、 $\angle BCD$  の二等分線と辺 AD との交点を F とする。このとき、平行四辺形 AECF が平行四辺形であることを次のように証明した。ア～エにあてはまる記号やことばを答えよ。



[証明]

四角形 ABCD は平行四辺形だから、

$$\angle BAD = \angle BCD \dots ①$$

仮定から、

$$\angle EAD = \frac{1}{2} \angle BAD \dots ②$$

$$\angle BCF = \frac{1}{2} \angle (\text{ア}) \dots ③$$

$$\text{①, ②, ③から, } \angle EAD = \angle (\text{イ}) \dots ④$$

$$AD \parallel BC \text{ から, } \angle BCF = \angle CFD \dots ⑤$$

$$\text{④, ⑤から, } \angle EAD = \angle CFD \dots ⑥$$

$$\text{⑥から, } AE \parallel (\text{ウ}) \dots ⑦$$

$$\text{一方, } AD \parallel BC \text{ から, } AF \parallel EC \dots ⑧$$

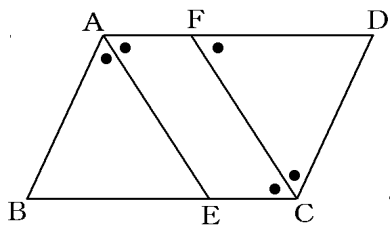
⑦, ⑧から、2組の向かい合う辺がそれぞれ(エ)なので、四角形 AECF は平行四辺形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

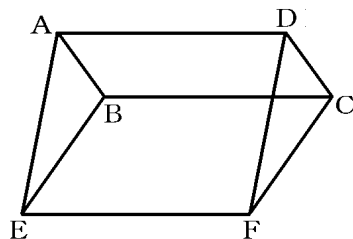
[解答]ア BCD イ BCF ウ FC エ 平行

[解説]

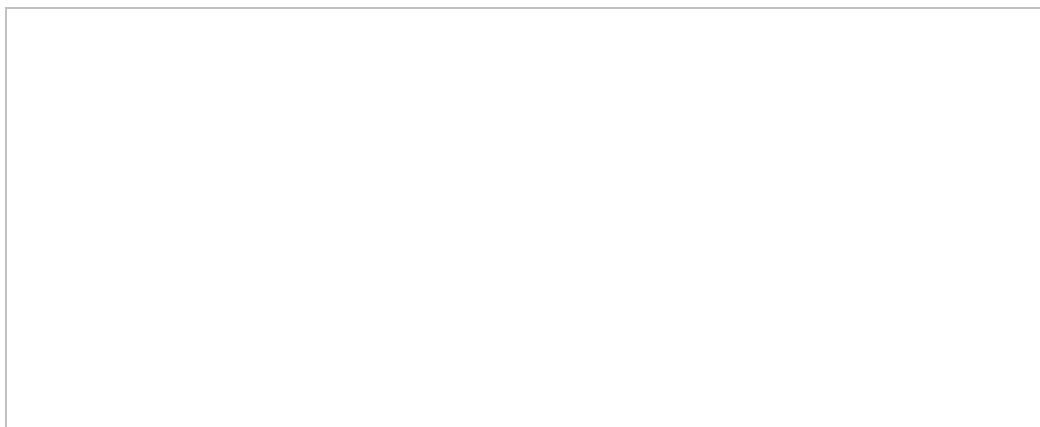


[問題](3 学期)

右の図で、四角形  $ABCD$ ，四角形  $BEFC$  がともに平行四辺形であるとき、四角形  $AEFD$  も平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

四角形  $ABCD$  は平行四辺形なので、

$$AD \parallel BC, AD = BC \cdots \textcircled{1}$$

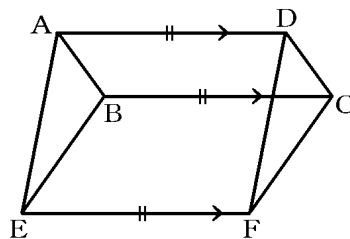
四角形  $BEFC$  は平行四辺形なので、

$$EF \parallel BC, EF = BC \cdots \textcircled{2}$$

①，②より、 $AD \parallel EF, AD = EF$

1 組の向かい合う辺が、等しくて平行なので、

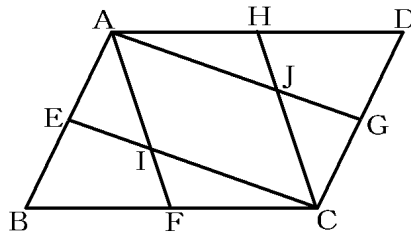
四角形  $AEFD$  は平行四辺形である。



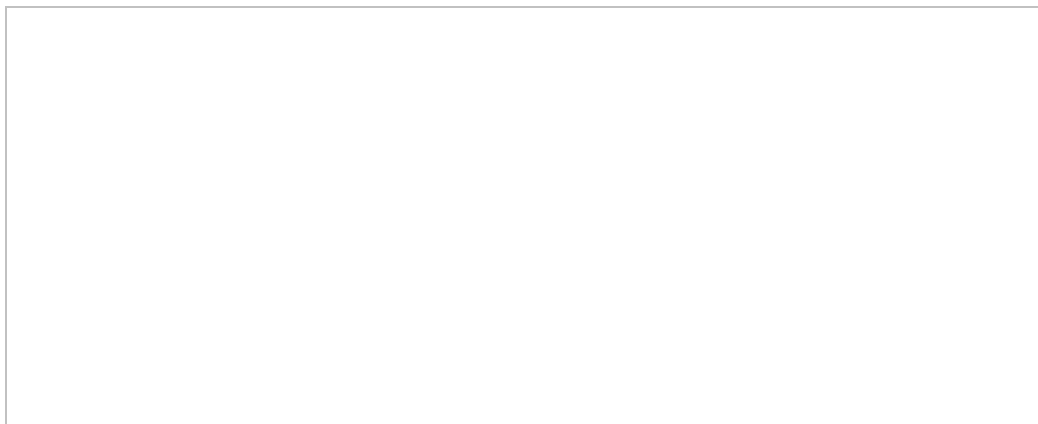


[問題](3 学期)

右の図で、四角形  $ABCD$  は平行四辺形で、 $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  は各辺の midpoint である。このとき、四角形  $AICJ$  は平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

四角形  $AFCH$  で、

仮定より、 $AD \parallel BC$  なので、

$$AH \parallel FC \cdots \textcircled{1}$$

また、 $AD=BC$  で、 $H$ ,  $F$  はそれぞれ  $AD$ ,  $BC$  の midpoint なので、

$$AH=FC \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より、1組の向かい合う辺が、等しくて平行なので、

四角形  $AFCH$  は平行四辺形になる。よって、

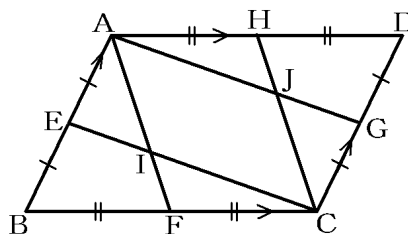
$$AI \parallel JC \cdots \textcircled{3}$$

同様にして、四角形  $AECG$  も平行四辺形なので、

$$AJ \parallel IC \cdots \textcircled{4}$$

③, ④より 2組の向かい合った辺がそれぞれ平行なので、

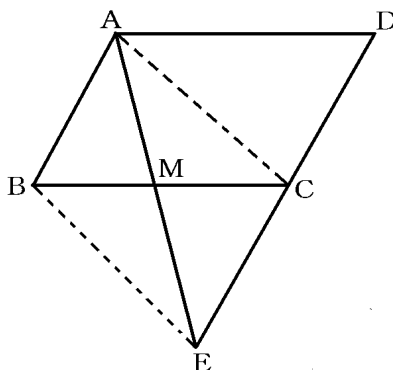
四角形  $AICJ$  は平行四辺形である。



[三角形の合同を先に証明]

[問題](1 学期中間)

平行四辺形 ABCD の BC の中点を M とし、AM の延長と DC の延長との交点を E とする。このとき、四角形 ABEC が平行四辺形になることを、次のように証明した。ア～カにあてはまる記号やことばを答えよ。



[証明]

$\triangle ABM$  と  $\triangle$ ( ア ) で、

仮定より、

$$BM = ( \text{イ} ) \cdots \text{①}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle AMB = \angle ( \text{ウ} ) \cdots \text{②}$$

仮定より  $AB \parallel EC$  で平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ABM = \angle ( \text{エ} ) \cdots \text{③}$$

①, ②, ③から、( オ ) が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABM \cong \triangle ( \text{ア} )$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AM = ( \text{カ} ) \cdots \text{④}$$

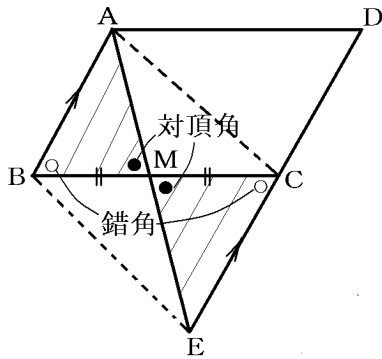
①, ④より、四角形 ABEC の対角線が、それぞれの中点で交わるので、四角形 ABEC は平行四辺形になる。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

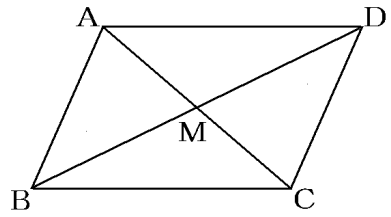
[解答]ア ECM イ CM ウ EMC エ ECM オ 1 組の辺とその両端の角 カ EM

[解説]



[問題](3学期)

右の図で、 $M$ は $AC$ の midpointで、 $\angle DAM = \angle BCM$ である。このとき、四角形 $ABCD$ は平行四辺形であることを証明せよ。(ヒント:まず、 $\triangle ADM$ と $\triangle CBM$ の合同を証明する)



[解答欄]

[解答]

$\triangle ADM$  と  $\triangle CBM$  で、

仮定より、

$$AM = CM \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle DAM = \angle BCM \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle AMD = \angle CMB \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

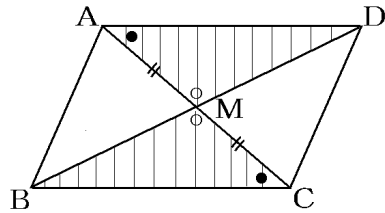
$$\triangle ADM \equiv \triangle CBM$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$DM = BM \cdots \textcircled{4}$$

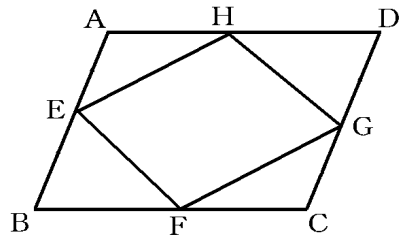
①, ④より、四角形  $ABCD$  の対角線が、それぞれの中点で交わるので、

四角形  $ABCD$  は平行四辺形になる。



[問題](3学期)

平行四辺形  $ABCD$  で辺  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  の中点をそれぞれ  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  とするとき、四角形  $EFGH$  は平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle AEH$  と  $\triangle CGF$  で、

仮定より  $AB=CD$ 、かつ  $E, G$  はそれぞれ辺  $AB$ ,  $CD$  の中点なので、 $AE=CG \dots ①$

同様にして、 $AH=CF \dots ②$

平行四辺形の向かい合う角は等しいので、

$$\angle EAH = \angle GCF \dots ③$$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

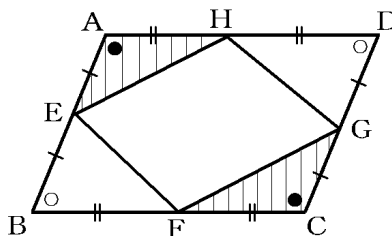
$$EH=GF \dots ④$$

同様にして、 $\triangle BEF \equiv \triangle DGH$  なので、

$$EF=GH \dots ⑤$$

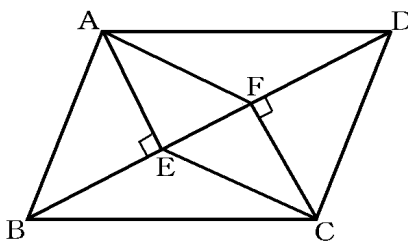
④, ⑤より向かい合う2組の辺の長さが等しいので、

四角形  $EFGH$  は平行四辺形である。



[問題](3学期)

右の図のように平行四辺形  $ABCD$  の頂点  $A$ ,  $C$  から対角線  $BD$  に垂線をひき、対角線との交点をそれぞれ  $E$ ,  $F$  とする。このとき四角形  $AECF$  が平行四辺形であることを次のように証明した。( )の中にあてはまるものを書き、証明を完成せよ。



[証明]

$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  で、

仮定より、

$$\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ \dots ①$$

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので、

$$AB = ( \text{ア} ) \dots ②$$

AB // CD で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ABE = \angle CDF \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、直角三角形の( イ )が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \cong \triangle CDF$$

従って、AE = ( ウ )  $\cdots$  ④

また、 $\angle AEF = \angle CFE = 90^\circ$  で錯角が等しいから、

$$AE \text{ ( エ ) } CF \cdots \textcircled{5}$$

④, ⑤より、

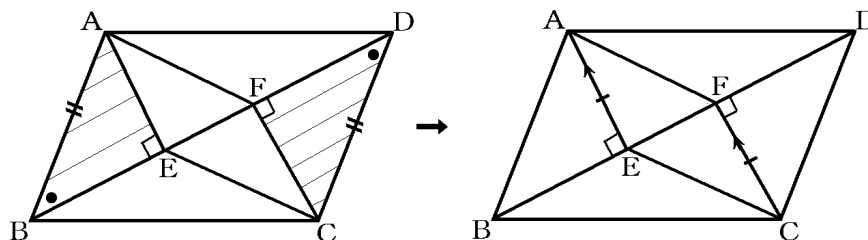
四角形 AECF は、平行四辺形になる。

[解答欄]

ア	イ
ウ	エ

[解答]ア CD イ 斜辺と1つの鋭角 ウ CF エ //

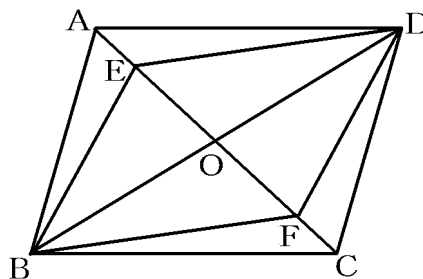
[解説]



[対角線に注目]

[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD で、対角線 AC 上に、点 E, F を、 $AE=CF$  となるようにとると、四角形 BFDE は平行四辺形である。このことを、次のように証明した。空らんをうめて証明を完成せよ。



[証明]

四角形 ABCD は平行四辺形で、平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので、

$$BO = (\text{ア}) \cdots \text{①}$$

$$AO = (\text{イ}) \cdots \text{②}$$

仮定より、

$$AE = (\text{ウ}) \cdots \text{③}$$

②, ③より、

$$EO = (\text{エ}) \cdots \text{④}$$

①, ④より、対角線が( オ )ので、

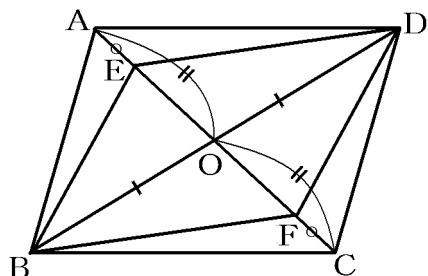
四角形 BFDE は平行四辺形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

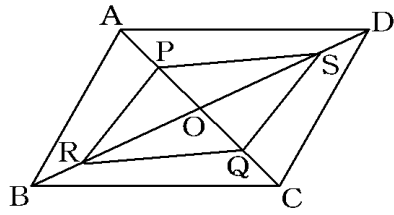
[解答]ア DO イ CO ウ CF エ FO オ それぞれの中点で交わる

[解説]

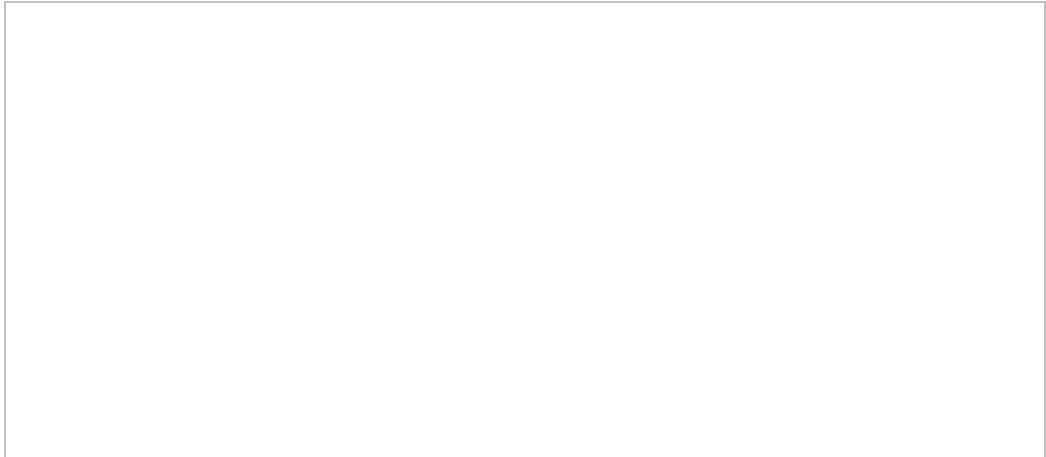


[問題](後期期末)

右の図のような平行四辺形  $ABCD$  がある。  
 対角線  $AC$  上に、2 点  $P, Q$  を  $AP=CQ$  となるようにとる。また、対角線  $BD$  上に、2 点  $R, S$  を  $BR=DS$  となるようにとる。このとき、四角形  $PRQS$  が平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるので、

$$OA=OC \cdots \textcircled{1}$$

$$OB=OD \cdots \textcircled{2}$$

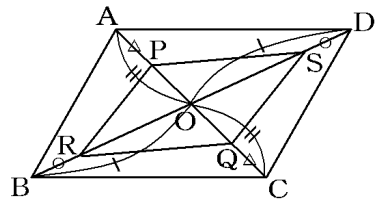
①と  $AP=CQ$  から、

$$OP=OQ \cdots \textcircled{3}$$

②と  $BR=DS$  から、

$$OR=OS \cdots \textcircled{4}$$

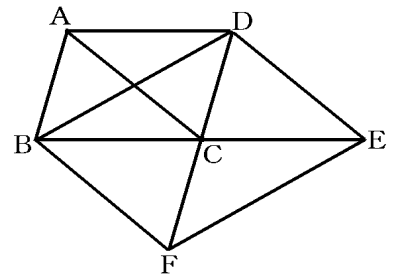
③、④から、対角線が、それぞれの中点で交わるので、四角形  $PRQS$  は平行四辺形である。





[問題](3学期)

平行四辺形  $ABCD$  の辺  $BC$ ,  $DC$  の延長上に,  
 $BC=CE$ ,  $DC=CF$  となる点  $E$ ,  $F$  を右の図のよう  
にとる。



- (1) 平行四辺形が 3 つある。すべて書け。
- (2) (1)の平行四辺形の中で1番大きい平行四辺形につ  
いて、平行四辺形であることを証明せよ。

[解答欄]

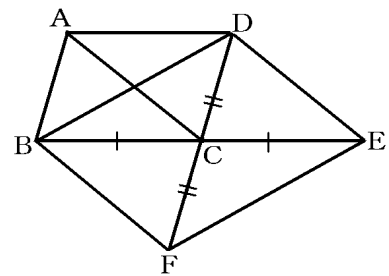
(1)
(2)

[解答]

(1)平行四辺形  $BDEF$ , 平行四辺形  $ACED$ , 平行四辺形  $ABFC$

(2)

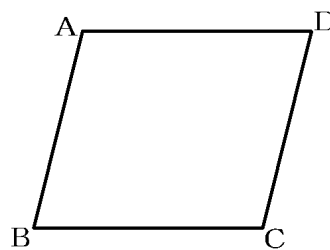
四角形  $BDEF$  について,  
仮定より,  $BC=CE$ ,  $DC=CF$  なので,  
対角線はそれぞれの中点で交わっている。  
したがって, 四角形  $BDEF$  は平行四辺形である。



[その他]

[問題](3 学期)

四角形 ABCD において,  $AB \parallel DC$ ,  $\angle A = \angle C$  のとき,  
四角形 ABCD は平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$AB \parallel DC$  なので  $\angle C + \angle B = 180^\circ$

$$\angle A + \angle D = 180^\circ$$

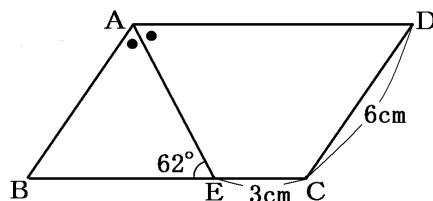
仮定より  $\angle A = \angle C$  なので,  $\angle B = \angle D$

よって向かい合う 2 組の角がそれぞれ等しいので,  
四角形 ABCD は平行四辺形である。



[問題](3 学期)

右の図の平行四辺形 ABCD で、 $\angle BAD$  の二等分線と辺 BC の交点を E とするとき、次の各問いに答えよ。



- (1)  $\triangle ABE$  はどんな三角形か。
- (2)  $\angle ADC$  の大きさを求めよ。
- (3) AD の長さを求めよ。

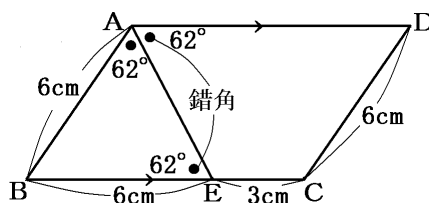
[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) 二等辺三角形 (2)  $56^\circ$  (3) 9cm

[解説]

(1) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って、図のように  $62^\circ$  の角を移す。



「2 角が等しい三角形は二等辺三角形である」ので、

$\triangle ABE$  は二等辺三角形になる。

(2)  $\triangle ABE$  で、「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、

$$\angle B + 62^\circ + 62^\circ = 180^\circ, \angle B = 56^\circ$$

「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ので、 $\angle D = \angle B$  ゆえに  $\angle D = 56^\circ$

(3) 「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので、 $AB = CD = 6\text{cm}$

$\triangle ABE$  は二等辺三角形なので、 $AB = BE$

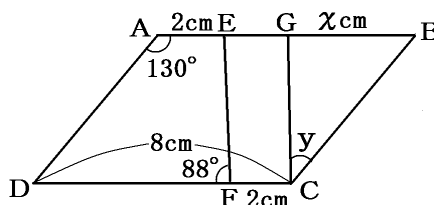
$$\text{ゆえに } BE = 6\text{cm} \quad BC = BE + EC = 6 + 3 = 9\text{cm}$$

「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので、 $AD = BC = 9\text{cm}$

[問題](3 学期)

次の図の平行四辺形 ABCD で、 $EF \parallel GC$ 、 $DC = 8\text{cm}$  のとき次の各問いに答えよ。

- ①  $x$  の値を求めよ。
- ②  $y$  の角の大きさを求めよ。



[解答欄]

①	②
---	---

[解答]① 4 ② 42°

[解説]

①  $EG \parallel FC$ ,  $EF \parallel GC$  なので、四角形  $EFCG$  は平行四辺形。「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので、 $EG=FC=2\text{cm}$

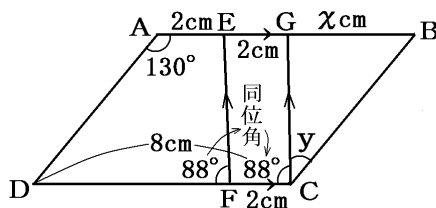
また、 $AB=DC=8\text{cm}$

$AE+EG+GB=AB$ ,  $2+2+x=8$

ゆえに  $x=4$

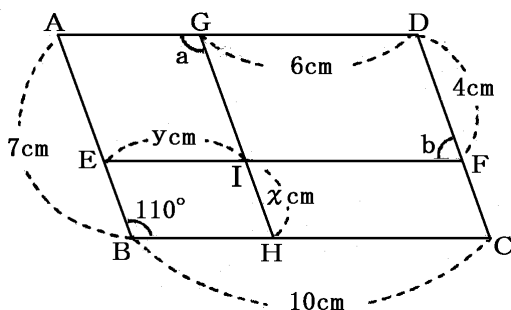
② 「平行線では同位角は等しい」性質を使って、図のように  $88^\circ$  の角を移す。

「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ので、 $y+88^\circ=130^\circ$  ゆえに  $y=42^\circ$



[問題](3学期)

右の図の平行四辺形  $ABCD$  で、  
 $AD \parallel EF$ ,  $AB \parallel GH$  である。このとき、  
 $x$ ,  $y$  の値,  $\angle a$ ,  $\angle b$  の大きさをそれぞれ  
 求めよ。



[解答欄]

$x =$	$y =$	$a =$
$b =$		

[解答]  $x=3\text{cm}$ ,  $y=4\text{cm}$ ,  $\angle a=110^\circ$ ,  $\angle b=70^\circ$

[解説]

四角形  $ABHG$  は仮定より向かい合う 2 組の辺が平行なので平行四辺形である。

平行四辺形の向かい合う角は等しいので、 $a=110^\circ$

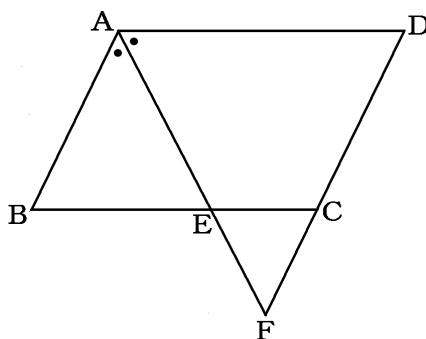
同様にして、四角形  $GDFI$  も平行四辺形で、 $b=\angle DGI=180^\circ - a=180^\circ - 110^\circ=70^\circ$  また、平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので、

$x=CF=7-4=3\text{cm}$ ,  $y=AG=10-6=4\text{cm}$

[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD の  $\angle A$  の二等分線が辺 BC と交わる点を E, 辺 DC の延長と交わる点を F とする。これについて, 次の各問いに答えよ。

- (1)  $\angle F=65^\circ$  のとき,  $\angle B$ ,  $\angle AEC$  の大きさを求めよ。  
 (2)  $AB=5\text{cm}$ ,  $AD=9\text{cm}$  のとき,  $CF$  の長さを求めよ。



[解答欄]

(1) $\angle B=$	$\angle AEC=$	(2)
-----------------	---------------	-----

[解答](1)  $\angle B=50^\circ$      $\angle AEC=115^\circ$     (2) 4cm

[解説]

(1) 仮定より  $\angle CFE=65^\circ$  で, 平行線の錯角は等しいので,  $\angle BAE=\angle CFE$

よって  $\angle BAE=65^\circ$

また, 仮定より  $\angle DAE=\angle BAE$  なので,  $\angle DAE=65^\circ$

よって,  $\angle BAD=\angle BAE+\angle DAE=65^\circ+65^\circ=130^\circ$

平行線の錯角は等しいので,  $\angle GBA=\angle BAD$

よって  $\angle GBA=130^\circ$     ゆえに,  $\angle B=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

次に  $\angle AEC$  について

平行線の錯角は等しいので,  $\angle BEA=\angle DAE$     よって  $\angle BEA=65^\circ$

$\angle AEC=180^\circ-\angle BEA=180^\circ-65^\circ=115^\circ$

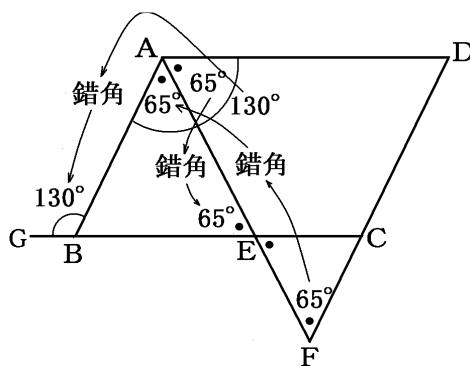
(2) (1)より  $\angle BAE=\angle BEA$  なので,  $\triangle BAE$  は二等辺三角形で,  $BA=BE$   
 $BA=5\text{cm}$  なので,  $BE=5\text{cm}$     また,  $BC=AD=9\text{cm}$

よって,  $CE=BC-BE=9-5=4(\text{cm})$

対頂角は等しいので,  $\angle CEF=\angle AEB=65^\circ$

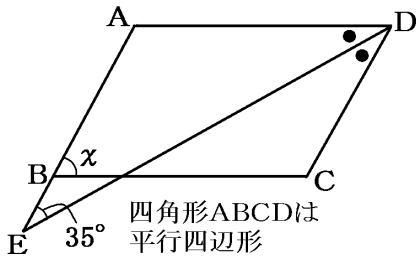
よって,  $\angle CEF=\angle CFE$  なので,  $\triangle CEF$  は二等辺三角形で  $CF=CE$

ゆえに,  $CF=4\text{cm}$



[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



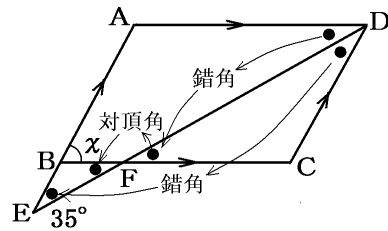
[解答欄]

[解答]70°

[解説]

「平行線では錯角は等しい」、「対頂角は等しい」の性質を使って、図のように●の角を移す。

●は  $35^\circ$  で、 $\triangle BEF$  で、「三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しい」ので、  
 $x = 35^\circ + 35^\circ = 70^\circ$



【1】 いろいろな四角形

[問題](3 学期)

- (1) ひし形の定義は 4 つの( )が等しい四角形である。  
 (2) 長方形の定義は 4 つの( )が等しい四角形である。  
 (3) 平行四辺形の定義は 2 組の向かい合う( ① )がそれぞれ( ② )な四角形である。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)①
②		

[解答](1) 辺 (2) 角 (3)① 辺 ② 平行

[解説]

ひし形, 長方形, 正方形は平行四辺形の特殊な場合である。

ひし形: 定義「4 つの辺が等しい四角形」

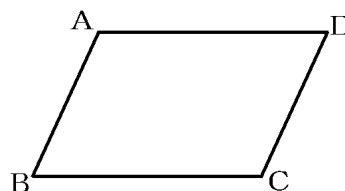
長方形: 定義「4 つの角が等しい四角形」

正方形: 定義「4 つの角が等しく, 4 つの辺が等しい四角形」

[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD が次の条件を持つとき, それぞれどのような四角形になるか答えよ。

- (1)  $AB=BC$   
 (2)  $\angle A=\angle B$   
 (3)  $AB=BC, \angle B=90^\circ$



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) ひし形 (2) 長方形 (3) 正方形

[解説]

(1) 平行四辺形なので向かい合う辺の長さが等しく,  $AB=CD, AD=BC$  である。これに  $AB=BC$  の条件が付け加わると,  $AB=BC=CD=AD$  で 4 つの辺の長さが等しくなり, ひし形になる。

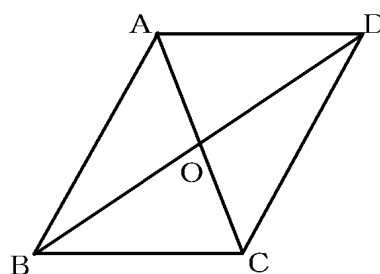


(2) 平行四辺形なので向かい合う角の大きさが等しく、 $\angle A = \angle C$ 、 $\angle B = \angle D$  である。これに $\angle A = \angle B$ の条件が付け加わると、 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$ で4つの角が等しくなり、長方形になる。

(3)  $AB = BC$ なので(1)と同様にして4辺が等しくなる。また $\angle B = 90^\circ$ なので、他の3つの角もすべて $90^\circ$ になり、 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$ となる。4つの角が等しく、4つの辺が等しい四角形なので正方形になる。

[問題](3学期)

平行四辺形 ABCD に次の条件が加わると、どんな四角形になるか答えよ。ただし、O は対角線の交点とする。



- (1)  $AB = AD$
- (2)  $AC = BD$
- (3)  $\angle AOB = 90^\circ$  ,  $\angle ABC = 90^\circ$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) ひし形 (2) 長方形 (3) 正方形

[解説]

ひし形、長方形、正方形は平行四辺形の特例な場合である。

ひし形：定義「4つの辺が等しい四角形」、性質「対角線が垂直に交わる」

長方形：定義「4つの角が等しい四角形」、性質「対角線の長さが等しい」

正方形：定義「4つの角が等しく、4つの辺が等しい四角形」

性質「対角線の長さが等しく垂直に交わる」

(1) 平行四辺形なので向かい合う辺の長さが等しく、 $AB = CD$ 、 $AD = BC$  である。

これに  $AB = AD$  の条件が付け加わると、 $AB = BC = CD = AD$  で4つの辺の長さが等しくなり、ひし形になる。

(2) 対角線が等しい平行四辺形は長方形である。

(3)  $\angle AOB = 90^\circ$  より対角線が垂直に交わる。対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である。 $\angle ABC = 90^\circ$  より他の3つの内角もすべて $90^\circ$ になる。

4つの角が等しい四角形は長方形である。ひし形と長方形の性質を同時にもつのは正方形である。

**[問題](3学期)**

下の四角形ア～オのうち、(1)～(4)の条件を常に満たすものをすべて選び、記号で答えよ。

ア：平行四辺形    イ：正方形    ウ：台形    エ：長方形    オ：ひし形

- (1) 内角の和が  $360^\circ$  である。
- (2) 2つの対角線が中点で交わる。
- (3) 4つの辺の長さがすべて等しい。
- (4) 2つの対角線の長さが等しい。

**[解答欄]**

(1)	(2)	(3)
(4)		

**[解答]**(1) アイウエオ (2) アイエオ (3) イオ (4) イエ

**[解説]**

- (1) 内角の和が  $360^\circ$  である多角形は四角形である。ア～オはすべて四角形。
- (2) 2つの対角線が中点で交わる四角形は平行四辺形である。正方形、長方形、ひし形は平行四辺形の種類である。
- (3) 4つの辺の長さがすべて等しい四角形はひし形である。正方形はひし形の種類である。
- (4) 2つの対角線の長さが等しい四角形は長方形である。正方形は長方形の種類である。

**[問題](3学期)**

次の各問いに答えよ。

- (1) 平行四辺形 ABCD で  $AC \perp BD$  である。四角形 ABCD はどんな四角形か。
- (2) (1)の条件にさらに  $\angle A = \angle B$  を加えるとどんな四角形になるか。

**[解答欄]**

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) ひし形 (2) 正方形

[解説]

(1)  $AC \perp BD$  より対角線が垂直に交わる。対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である。

(2) 平行四辺形なので向かい合う角の大きさが等しく、 $\angle A = \angle C$ 、 $\angle B = \angle D$  である。これに $\angle A = \angle B$ の条件が付け加わると、 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$ で4つの角が等しくなり、長方形になる。(1)の性質も満たすので、ひし形でもある。ひし形と長方形の性質を同時にもつのは正方形である。

[問題](2 学期期末)

下は、二等辺三角形、正三角形、平行四辺形の定義と定理である。空欄にあてはまる言葉を選択欄から選び記号で答えよ。ただし、同じ記号を何度使ってもよい。

- ・ ( ① )が等しい三角形を二等辺三角形という。(定義)
- ・ 二等辺三角形の( ② )は等しい。(定理)
- ・ 二等辺三角形の( ③ )の二等分線は( ④ )を垂直に二等分する。(定理)
- ・ ( ⑤ )が等しい三角形を正三角形という。(定義)
- ・ 正三角形の3つの( ⑥ )は等しい。(定理)
- ・ 2組の( ⑦ )が、それぞれ( ⑧ )な四角形を平行四辺形という。(定義)
- ・ 平行四辺形の対角線は、それぞれの( ⑨ )で交わる。(定理)

[選択欄]

ア：内角， イ：外角， ウ：同位角， エ：底角， オ：錯角， カ：同位角  
キ：直角， ク：鋭角， ケ：鈍角， コ：頂角， サ：対辺， シ：底辺，  
ス：平行， セ：1辺， ソ：2辺， タ：3辺， チ：中点

[解答欄]

①	②	③	④
⑤	⑥	⑦	⑧
⑨			

[解答]① ソ ② エ ③ コ ④ シ ⑤ タ ⑥ ア ⑦ サ ⑧ ス ⑨ チ

【1】 平行線と面積

[面積が等しい三角形をさがす]

[問題](3学期)

右の図は  $AD \parallel BC$  の台形である。 $\triangle ABC$  と面積の等しい三角形を記号で表せ。

[解答欄]

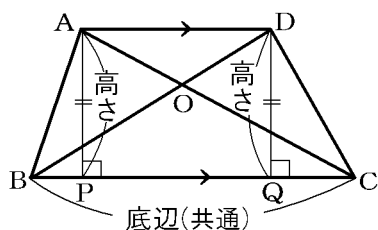
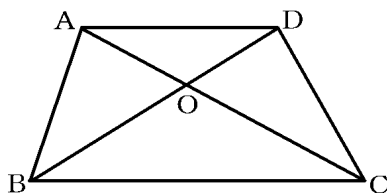
[解答] $\triangle DBC$

[解説]

$\triangle ABC$  と  $\triangle DBC$  で、図のように  $P$ 、 $Q$  と取る。

それぞれの底辺を  $BC$  とすると、底辺は共通。

$AD \parallel BC$  なので  $AP=DQ$  で、それぞれの三角形の高さも等しい。よって2つの三角形の面積は等しい。



[問題](3学期)

右の図は、 $AD \parallel BC$  の台形  $ABCD$  で、対角線  $AC$  と  $BD$  の交点を  $O$  とする。このとき、次の各問いに答えよ。

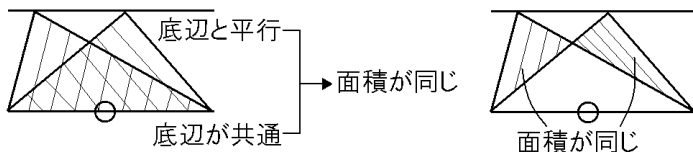
- (1)  $\triangle ABD$  と面積が等しい三角形はどれか。
- (2)  $\triangle ABO$  と面積が等しい三角形はどれか。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $\triangle ACD$  (2)  $\triangle DCO$

[解説]



[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD の対角線 AC に平行な直線が辺 AD, CD と交わる点を、それぞれ E, F とする。このとき、 $\triangle ABE$  と面積が等しい三角形を 3 つ答えよ。

[解答欄]

[解答] $\triangle ACE$ ,  $\triangle ACF$ ,  $\triangle BCF$

[解説]

右の図 1 のように、 $\triangle ABE$  の AE を底辺とすると、BC は底辺に平行なので、 $\triangle ACE$  は  $\triangle ABE$  と底辺が共通で高さが同じになる。したがって、 $\triangle ACE$  と  $\triangle ABE$  は面積が等しくなる。

次に、 $\triangle ACE$  と面積が等しい三角形をさがす。

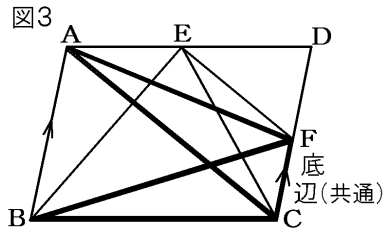
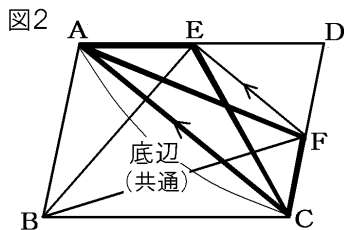
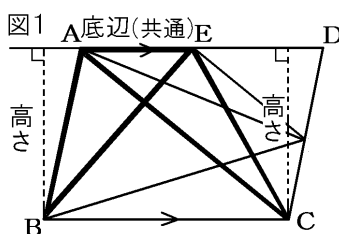
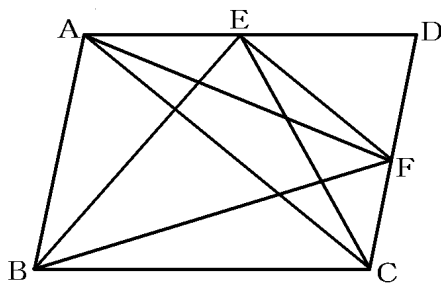
図 2 で、 $\triangle ACE$  と底

辺 AC を同じにする

$\triangle ACF$  は、EF が底辺と平行なので、面積が同じになる。

同様にして、図 3 で

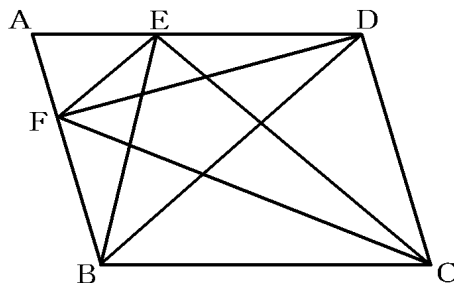
$\triangle ACF$  と  $\triangle BCF$  は面積が同じになる。



[問題](3 学期)

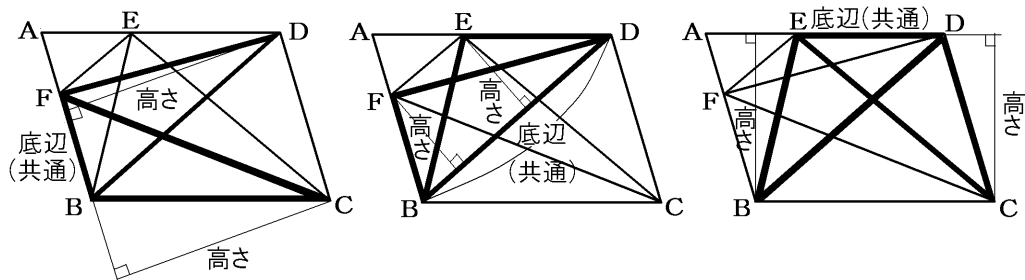
平行四辺形 ABCD の対角線 BD に平行な直線が辺 AD, AB と交わる点をそれぞれ E, F とする。このとき、 $\triangle BCF$  と面積が等しい三角形を 3 つあげよ。

[解答欄]



[解答]  $\triangle BDF$ ,  $\triangle BDE$ ,  $\triangle CDE$

[解説]



[問題](3 学期)

次の平行四辺形 ABCD で、 $BC \parallel EF$  であるとき、 $\triangle FCB$  と面積が等しい三角形を 2 つ書け。

[解答欄]

[解答]  $\triangle FCA$ ,  $\triangle BEF$

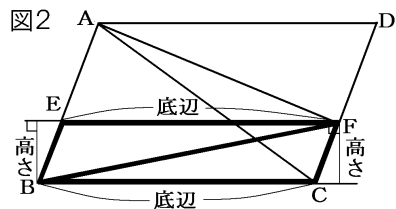
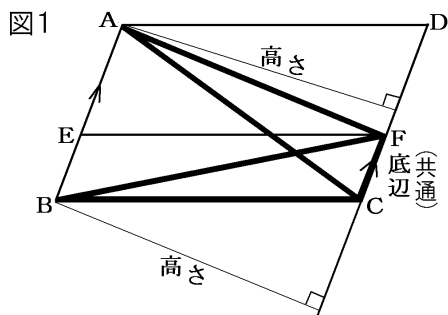
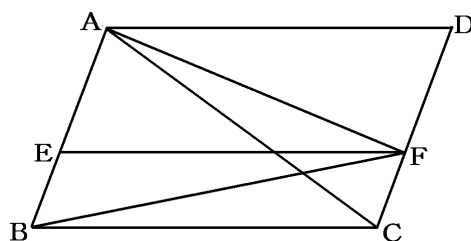
[解説]

図 1 のように、 $\triangle FCB$  の底辺を  $FC$  とすると、 $AB$  は底辺  $FC$  に平行なので、 $\triangle FCA$  は  $\triangle FCB$  と底辺が共通で高さが同じになる。したがって、

$\triangle FCA$  は  $\triangle FCB$  と面積が同じになる。

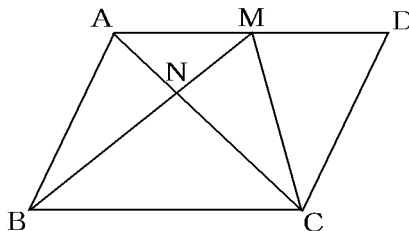
次に、図 2 の  $\triangle FCB$  と  $\triangle BEF$  で、 $\triangle FCB$  の底辺を  $CB$ 、 $\triangle BEF$  の底辺を  $EF$  とする。

四角形  $BCEF$  は平行四辺形になるので、 $CB = EF$  となる。したがって、2 つの三角形の底辺の長さが等しくなる(共通ではない)。また、 $BC \parallel EF$  なので、2 つの三角形の高さは等しくなる。よって、 $\triangle FCB$  と  $\triangle BEF$  は面積が等しくなる。



[問題](3学期)

右の図の平行四辺形 ABCD で、M は辺 AD の中点である。このとき、次の各問いに答えよ。



- (1)  $\triangle ABC$  と面積の等しい三角形を 2 つあげよ。  
 (2)  $\triangle ABM$  と面積の等しい三角形を 2 つあげよ。

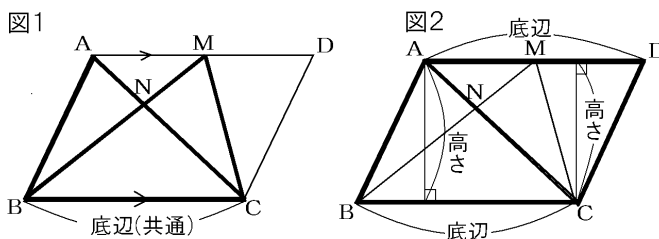
[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $\triangle BMC$ ,  $\triangle ACD$  (2)  $\triangle ACM$ ,  $\triangle MCD$

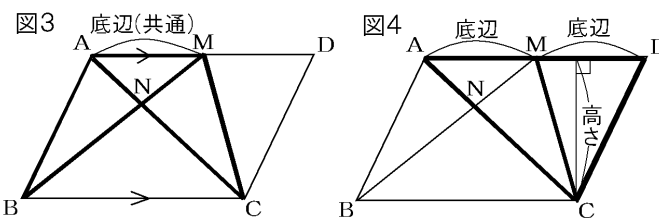
[解説]

(1) 図 1 のように、  
 $\triangle ABC$  と  $\triangle MBC$  で、BC を共通の底辺とすると、  
 $AM \parallel BC$  なので、 $\triangle ABC$  と  $\triangle MBC$  の高さは等しくなる。したがって、 $\triangle ABC$  と  $\triangle MBC$  は面積が等しい。



次に、図 2 の  $\triangle ABC$  と  $\triangle ACD$  は、底辺と高さがそれぞれ等しいので、面積も等しくなる。

(2) 図 3 のように、  
 $\triangle ABM$  と  $\triangle ACM$  で、AM を共通の底辺とすると、  
 $AM \parallel BC$  なので、 $\triangle ABM$  と  $\triangle ACM$  の高さは等しくなる。したがって、 $\triangle ABM$  と  $\triangle ACM$  は面積が等しい。

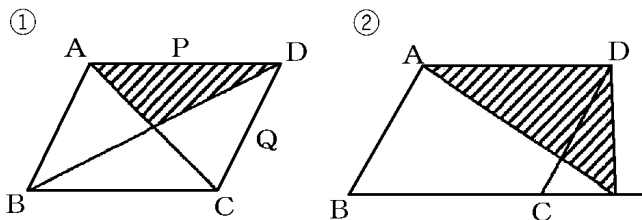


次に、図 4 の  $\triangle ACM$  と  $\triangle MCD$  は、底辺と高さがそれぞれ等しいので、面積も等しくなる。

[面積を求める]

[問題](3学期)

次の図で、斜線部分の面積を求めよ。ただし、平行四辺形ABCDの面積は  $120\text{cm}^2$  とする。



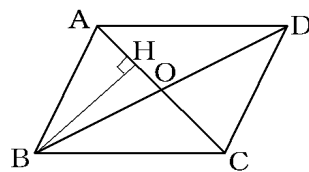
[解答欄]

①	②
---	---

[解答]①  $30\text{cm}^2$  ②  $60\text{cm}^2$

[解説]

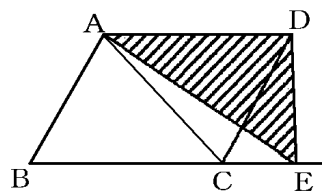
① 平行四辺形の対角線で分けられる 2 つの三角形は合同である。したがって、右図の $\triangle ABD$ と $\triangle CBD$ は面積が等しい。また、 $\triangle BAC$ と $\triangle DAC$ も面積が等しい。さらに、平行四辺形の 2 つの対角線で分けられる 4 つの三角形(右図の $\triangle ABO$ 、 $\triangle BCO$ 、 $\triangle CDO$ 、 $\triangle ADO$ )はすべて面積が等しい。



例えば、右図の $\triangle ABO$ と $\triangle BCO$ で、 $AO$ 、 $CO$ をそれぞれの三角形の底辺とする。平行四辺形の対角線は中点で交わるので、 $AO=CO$ となる。また、2 つの三角形の高さ  $BH$  は共通である。したがって、 $\triangle ABO$ と $\triangle BCO$ の面積は等しくなる。同様に、 $\triangle BCO$ と $\triangle CDO$ 、 $\triangle CDO$ と $\triangle ADO$ も面積が等しくなる。

よって、問題図の図の斜線部分の面積は、 $120(\text{cm}^2) \div 4 = 30(\text{cm}^2)$ となる。

② 右図の $\triangle ADE$ と $\triangle ADC$ の共通の底辺を  $AD$  とすると、 $CE \parallel AD$  なので、2 つの三角形の高さは等しくなる。したがって、 $\triangle ADE$ と $\triangle ADC$ の面積は等しい。平行四辺形ABCDの面積は  $120\text{cm}^2$  なので、 $\triangle ADC$ の面積は、 $120(\text{cm}^2) \div 2 = 60(\text{cm}^2)$ となる。



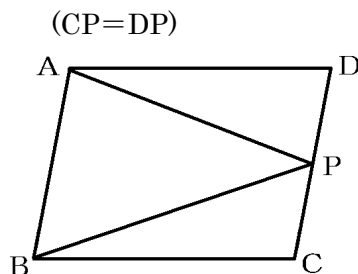
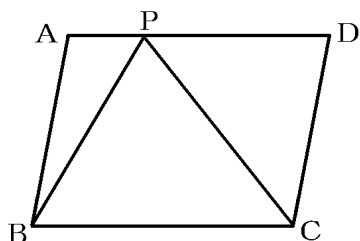
したがって、 $\triangle ADE$ の面積も  $60(\text{cm}^2)$ となる。



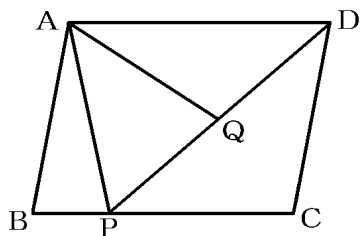
[問題](3学期)

面積が  $40\text{cm}^2$  の平行四辺形  $ABCD$  で、点  $P$  を次のようにとるとき、以下の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle ABP + \triangle CDP$  の面積を求めよ。 (2)  $\triangle ADP$  の面積を求めよ。



- (3) 点  $Q$  が線分  $DP$  の中点であるときの  $\triangle APQ$  の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $20\text{cm}^2$  (2)  $10\text{cm}^2$  (3)  $10\text{cm}^2$

[解説]

(1) 右図のように線分  $AC$  をひく。

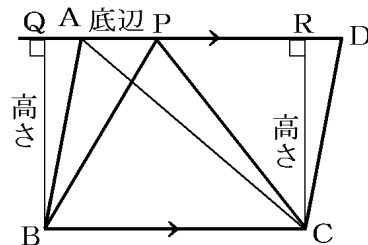
$\triangle ABP$  と  $\triangle ACP$  について、

$AP$  を共通の底辺とすると、 $AD \parallel BC$  なので、

$BQ = CR$  となり、2つの三角形の高さも等しくなり、

$\triangle ABP = \triangle ACP$  と2つの三角形の面積は等しくなる。

よって、 $\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle ACP + \triangle CDP = \triangle ACD$



$\triangle ACD$  の面積は平行四辺形  $ABCD$  の  $\frac{1}{2}$  で、 $40 \times \frac{1}{2} = 20 (\text{cm}^2)$  となる。

(2) 右図のようにAD, BCに平行な線分PQをひく。

明らかに, 4つの三角形( $\triangle ADP$ ,  $\triangle PQA$ ,  $\triangle PQB$ ,  $\triangle CBP$ )はすべて面積が等しい。

よって,  $(\triangle ADP \text{の面積}) = 40 \div 4 = 10 \text{cm}^2$

(3) 右図のように底辺と高さをとると,

(平行四辺形ABCDの面積) = (底辺AD) × (高さBH)

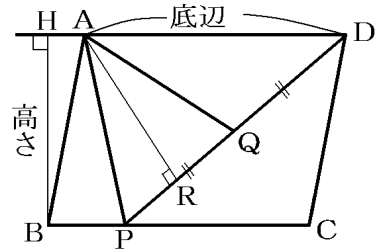
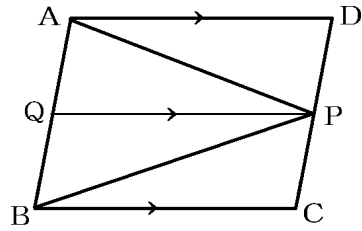
$$(\triangle APD \text{の面積}) = \frac{1}{2} \times (\text{底辺 AD}) \times (\text{高さ BH})$$

よって,  $\triangle APD$ の面積は平行四辺形ABCDの面積の半分で,  $40 \div 2 = 20 (\text{cm}^2)$

次に,  $\triangle APQ$ と $\triangle ADQ$ について,

点Qが線分DPの midpoint であるので, (底辺PQ) = (底辺DQ)

高さARは共通。よって,  $\triangle APQ$ と $\triangle ADQ$ の面積は等しく,  $\triangle APQ$ の面積は $\triangle APD$ の半分になる。ゆえに,  $(\triangle APQ \text{の面積}) = 20 \div 2 = 10 (\text{cm}^2)$



[問題](3学期)

平行四辺形ABCDで対角線の交点Oを通る直線をひき, 辺AD, BCとの交点をそれぞれP, Qとする。  
 $BQ : QC = 3 : 2$ ,  $\triangle OCQ = 10 \text{cm}^2$ であるとき,  $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

[解答欄]

[解答]  $25 (\text{cm}^2)$

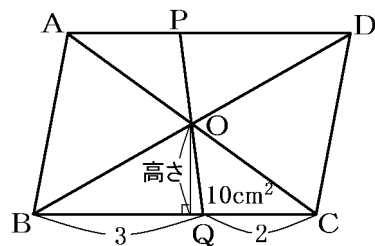
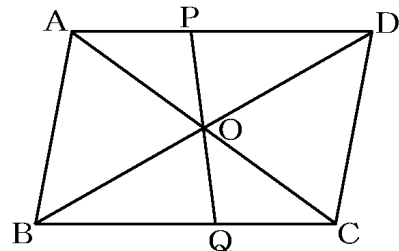
[解説]

$\triangle OBQ$ と $\triangle OCQ$ で, 底辺をそれぞれBQ, CQとすると高さは共通なので, 2つの三角形の面積比は底辺の長さの比になる。

よって,  $\triangle OBQ : \triangle OCQ = BQ : CQ = 3 : 2$

$\triangle OCQ = 10 \text{cm}^2$ なので,

$$\triangle OBQ = 10 \times \frac{3}{2} = 15 (\text{cm}^2)$$



よって、 $\triangle OCB = \triangle OBQ + \triangle OCQ = 15 + 10 = 25(\text{cm}^2)$

ところで、平行四辺形の対角線は中点で交わるので、 $OA = OC$

$\triangle OAB$  と  $\triangle OCB$  の底辺をそれぞれ  $OA$ ,  $OC$  とすると、高さは共通で等しい。

高さと同底辺の長さが等しいので、 $\triangle OAB = \triangle OCB = 25(\text{cm}^2)$

[等積変形]

[問題](3 学期)

右の図で、 $DE \parallel AC$  のとき、四角形  $ABCD$  の面積と  $\triangle ABE$  の面積が等しくなることを( )を埋めて証明せよ。

(仮定) ( ア )

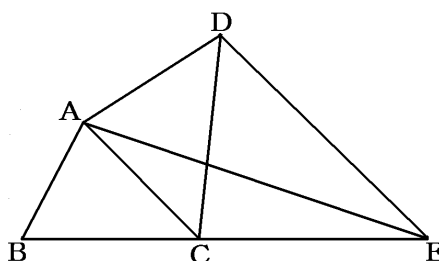
(結論) ( イ )

(証明)

四角形  $ABCD = \triangle ABC + \triangle(ウ)$

また、 $DE \parallel AC$  より、 $\triangle(ウ) = \triangle(エ)$

四角形  $ABCD = \triangle ABC + \triangle(ウ) = \triangle ABC + \triangle(エ) = \triangle ABE$



[解答欄]

ア	イ
ウ	エ

[解答]ア  $DE \parallel AC$  イ 四角形  $ABCD$  の面積と  $\triangle ABE$  の面積が等しい ウ  $\triangle ACD$   
エ  $\triangle ACE$

[解説]

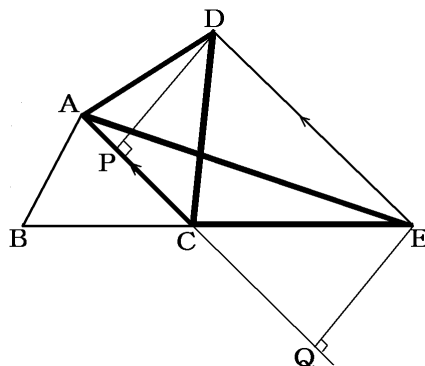
$\triangle ACD$  と  $\triangle ACE$  において、  
 $AC$  を共通の底辺とすると、 $DE \parallel AC$  なので、  
右図のように、 $DP = EQ$  で高さが等しい。

よって、2つの三角形の面積は等しく、

$$\triangle ACD = \triangle ACE$$

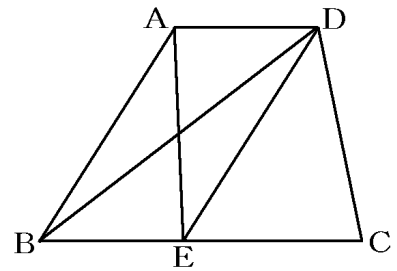
$$\text{四角形 } ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACE = \triangle ABE$$



[問題](3 学期)

右の図の四角形 ABCD は  $AD \parallel BC$  の台形である。  
 $AB \parallel ED$  となるように点 E を BC 上にとったとき、  
 $\triangle DBC =$  四角形 AECD であることを、次のように証明した。( ) にあてはまるものを入れよ。



[証明]

$\triangle DBE$  と  $\triangle DAE$  は、底辺( ア ), を共通とし、  
 $AB \parallel$  ( イ )

よって、 $\triangle DBE = \triangle DAE \cdots \textcircled{1}$

また、 $\triangle DBC = \triangle DBE + \triangle DEC \cdots \textcircled{2}$

四角形 AECD =  $\triangle DAE +$  ( ウ )  $\cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③から

$\triangle DBC =$  四角形 AECD

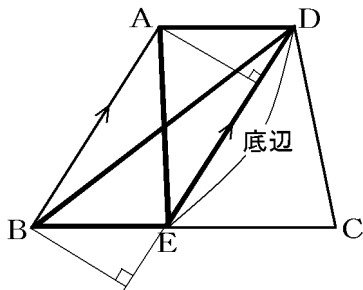
[解答欄]

ア	イ	ウ
---	---	---

[解答]ア DE イ DE ウ  $\triangle DEC$

[解説]

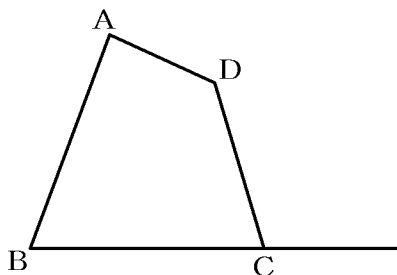
次の図を参照



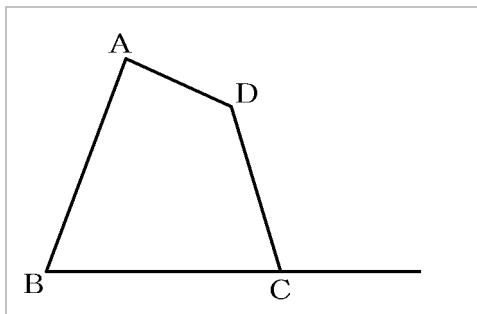
[等積変形の作図]

[問題](3 学期)

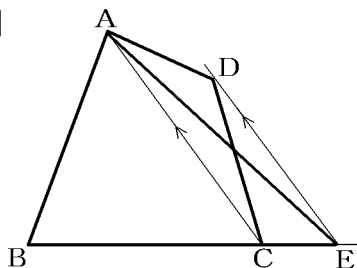
右のような四角形  $ABCD$  がある。  $BC$  の延長線上に点  $E$  をとり、  $\triangle ABE$  の面積と四角形  $ABCD$  の面積が等しくなるようにしたい。点  $E$  を作図せよ。



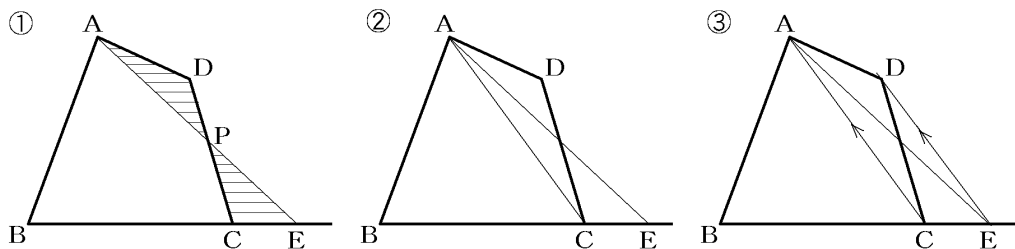
[解答欄]



[解答]



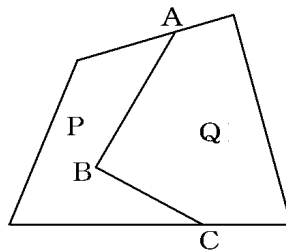
[解説]



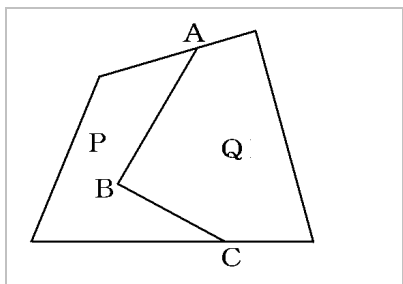
まず、上図①のように  $BC$  の延長線上に、四角形  $ABCD$  と  $\triangle ABE$  の面積がおおよそ等しくなるような点  $E$  をとってみる。四角形  $ABCD$  と  $\triangle ABE$  の面積が等しいとき、  $\triangle ADP$  と  $\triangle CEP$  の面積が等しくなる。そこで、図②のように  $A$  と  $C$  を結ぶ。  $\triangle ADP$  と  $\triangle CEP$  の面積が等しいとき、  $\triangle ACD$  と  $\triangle ACE$  の面積は等しくなる。  $AC$  を共通な底辺と考えると、図③のように、  $DE$  は底辺  $AC$  に平行になる。

[問題](3学期)

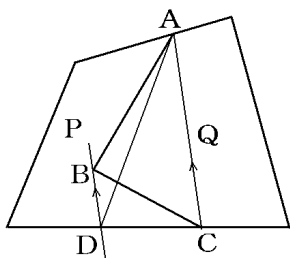
右の図において、折れ線  $ABC$  を境界線とする  $P$  と  $Q$  の2つの土地がある。この2つの土地の面積を変えずに2つとも四角形になるように、図の点  $A$  を通る線分に境界線を改めたい。この条件に合うように、境界線  $AD$  を作図せよ。ただし、平行な線は記号であらわすこと。



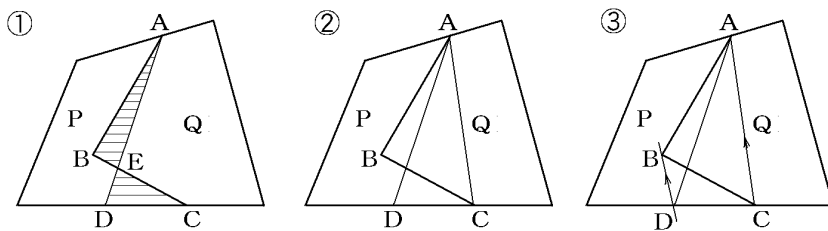
[解答欄]



[解答]



[解説]



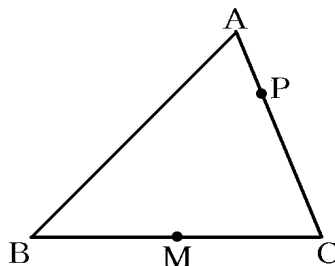
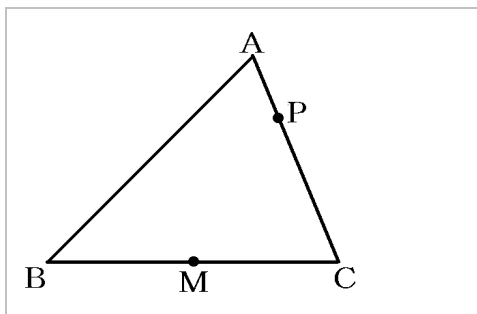
まず、上図①のように、境界線変更前と変更後の面積がおおよそ等しくなるように  $AD$  を引く。 $Q$  についていえば、 $\triangle ABE$  が減少する部分で、 $\triangle EDC$  が増加する部分である。この2つの三角形の面積が同じになればよい。次に図②のように  $A$  と  $C$  を結ぶ。 $\triangle ABE$  と  $\triangle EDC$  の面積が等しいとき、 $\triangle ABC$  と  $\triangle ADC$  の面積は等しくなる。 $AC$  を共通な底辺と考えると、図③のように、 $BD$  は底辺  $AC$  に平行になる。

[問題](3学期)

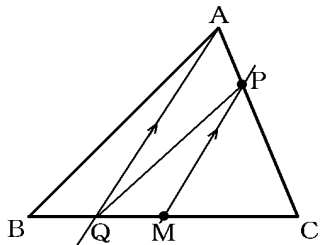
$\triangle ABC$ において、辺  $BC$  の中点を  $M$ 、辺  $AC$  上の点を  $P$  とする。辺  $BC$  上に点  $Q$  をとって、 $\triangle ABC$  の面積を 2 等分するような線分  $PQ$  を作図せよ。

(ただし作図跡は残すこと)

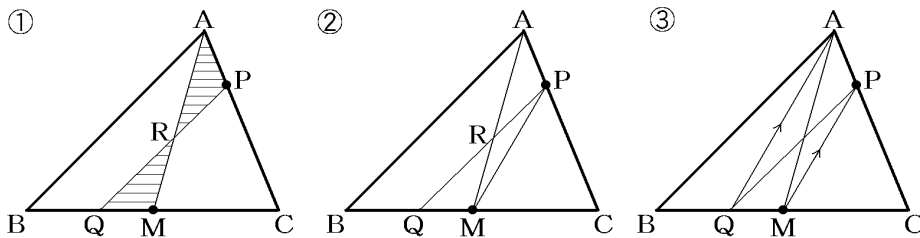
[解答欄]



[解答]



[解説]



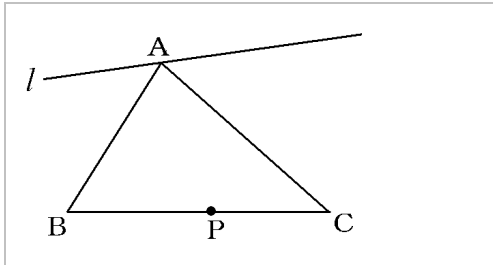
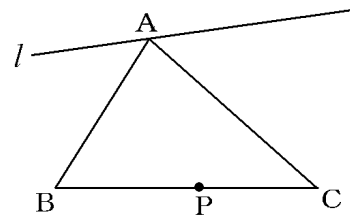
$M$  は  $BC$  の中点なので、 $\triangle ABM$  と  $\triangle ACM$  は面積が等しい。したがって、 $\triangle ACM$  は  $\triangle ABC$  の半分の面積である。 $PQ$  が  $\triangle ABC$  の面積を二等分するとき、 $\triangle PQC$  の面積は  $\triangle ACM$  の面積と等しくなる。上図①のように、 $\triangle PQC$  と  $\triangle ACM$  の面積がおおよそ等しくなるように点  $Q$  をとる。このとき、 $\triangle APR$  と  $\triangle QMR$  の面積は等しい。次に図②のように  $P$  と  $M$  を結ぶ。 $\triangle APR$  と  $\triangle QMR$  の面積が等しいとき、 $\triangle AMP$  と  $\triangle QMP$  の面積は等しくなる。 $MP$  を共通な底辺と考えると、図③のように、 $AQ$  は底辺  $MP$  に平行になる。

[問題](3学期)

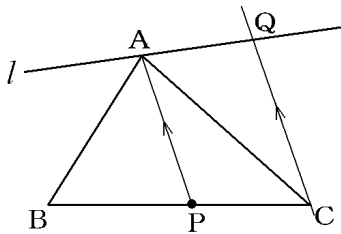
右の図のように、 $\triangle ABC$ の頂点  $A$  を通る直線  $l$  と、辺  $BC$  上に点  $P$  がある。 $l$  上に点  $Q$  をとり、四角形  $ABPQ$  が  $\triangle ABC$  の面積と等しくなるようにする。

点  $Q$  を作図せよ。

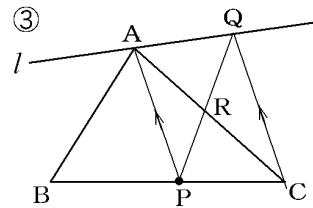
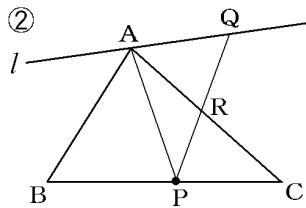
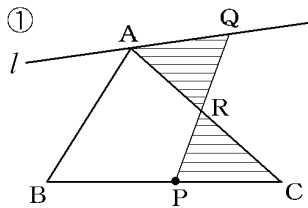
[解答欄]



[解答]



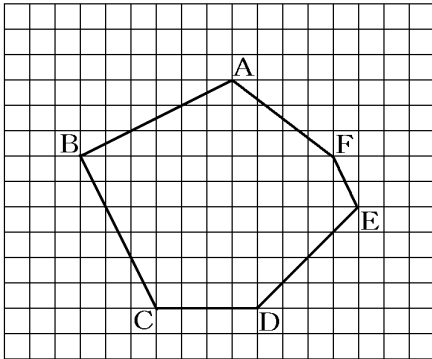
[解説]



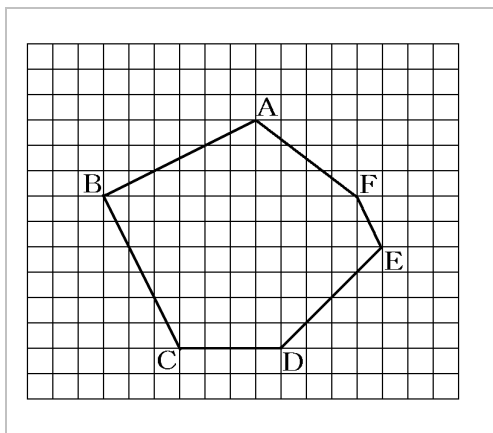


[問題](3 学期)

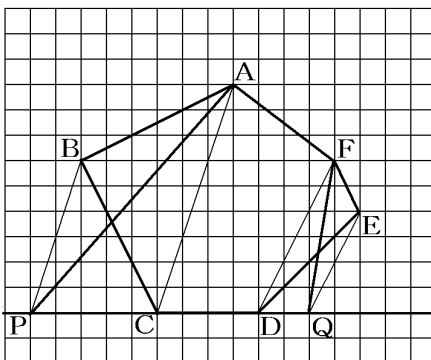
次の図で、直線  $CD$  上に点  $P$ ,  $Q$  をとり、六角形  $ABCDEF$  と面積の等しい四角形  $APQF$  をかけ。



[解答欄]



[解答]



[解説]

$AC \parallel BP$  となるように  $P$  をとれば、 $\triangle ABC$  の面積と  $\triangle APC$  の面積は等しくなる。  
 $FD \parallel EQ$  となるように  $Q$  をとれば、 $\triangle FED$  の面積と  $\triangle FQD$  の面積は等しくなる。

[印刷/他のPDFファイルについて]

※ このファイルは、FdData 中間期末数学 2 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 2 年は Word の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

※FdData中間期末(社会・理科・数学)全分野のPDFファイル、および製品版の購入方法は <http://www.fdtex.com/dat/> に掲載しております。

下図のような、[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を、Windows のデスクトップ上にインストールすれば、 FdData 中間期末・FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1800 ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【 <http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe> 】

※ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd教材開発】(092) 404-2266

<http://www.fdtex.com/dat/>