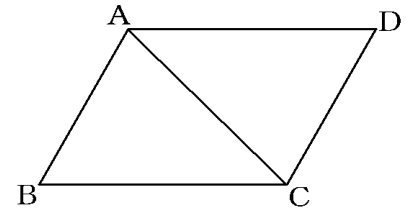


【】 平行四辺形の性質

[問題](3 学期)

右の図のように、 $AB \parallel DC$ ,  $AD \parallel BC$  の平行四辺形がある。



- (1) このとき、平行四辺形の 2 組の向かい合う辺の長さは等しいことを証明せよ。
- (2) (1)を使って、平行四辺形の対角線は中点で交わることを証明せよ。

[解答欄]

(1)

(2)

[解答]

(1)

$\triangle ABC$  と  $\triangle CDA$  で、

仮定より、 $AB \parallel DC$ ,  $AD \parallel BC$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ACB = \angle CAD \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BAC = \angle DCA \cdots \textcircled{2}$$

AC は共通  $\cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$BC = DA, AB = CD$$

よって、平行四辺形の2組の向かい合う辺の長さは等しい。

(2)

対角線 AC と BD の交点を O とする。

$\triangle AOD$  と  $\triangle COB$  で、

仮定より、 $AD \parallel BC$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle OAD = \angle OCB \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ODA = \angle OBC \cdots \textcircled{2}$$

(1)より、平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので、

$$AD = CB \cdots \textcircled{3}$$

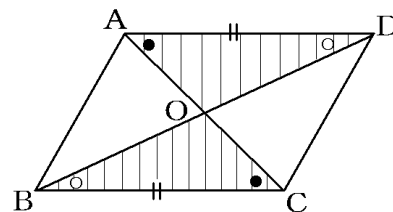
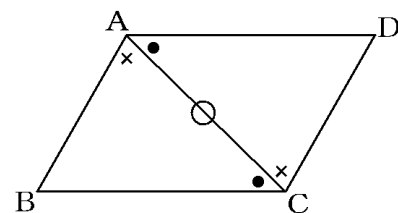
①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AOD \equiv \triangle COB$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AO = CO, DO = BO$$

よって、平行四辺形の対角線は中点で交わる。



[問題](3学期)

次の各問いに答えよ。

(1) 平行四辺形の定義を書け。

(2) 平行四辺形の性質を3つ書け。

[解答欄]

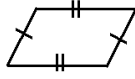
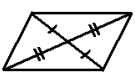
(1)

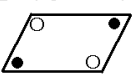
(2)

[解答](1) 2組の向かいあう辺が、それぞれ平行な四角形。 (2) 2組の向かいあう辺は、それぞれ等しい。2組の向かいあう角は、それぞれ等しい。対角線は、それぞれ中点で交わる。

[解説]

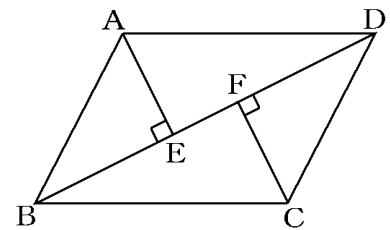
[平行四辺形]  
 定義: 2組の向かいあう辺が、それぞれ平行な四角形  
 性質: 「辺対角」と覚えておく

- ┌ 2組の向かいあう辺は、それぞれ等しい(辺)
- ├ 
- ├ 対角線は、それぞれ中点で交わる(対)
- ├ 
- └ 2組の向かいあう角は、それぞれ等しい(角)



[問題](1 学期中間)

平行四辺形 ABCD の A, C から対角線 BD にひいた垂線と BD との交点をそれぞれ E, F とする。このとき、 $AE=CF$  となることを次のように証明した。ア～ウにあてはまるものを書け。



[証明]

$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  で、

仮定より、

$$\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ \dots \text{①}$$

平行四辺形の向かい合う辺は等しいから、

$$AB = CD \dots \text{②}$$

また、 $AB \parallel DC$  だから、(ア)は等しいので、

$$\angle ABE = \angle CDF \dots \text{③}$$

①, ②, ③から、直角三角形の(イ)が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \cong \triangle CDF$$

合同な図形では、(ウ)は等しいので、

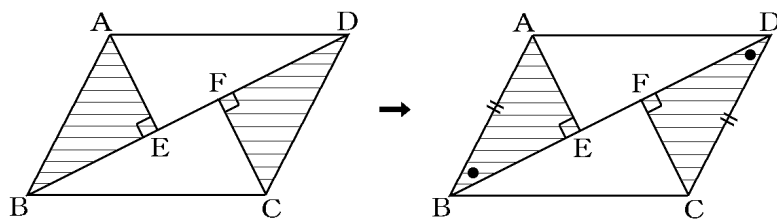
$$AE = CF$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
---	---	---

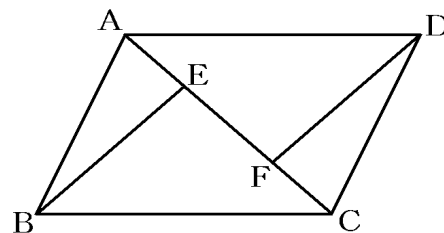
[解答]ア 平行線の錯角 イ 斜辺と1つの鋭角 ウ 対応する辺の長さ

[解説]

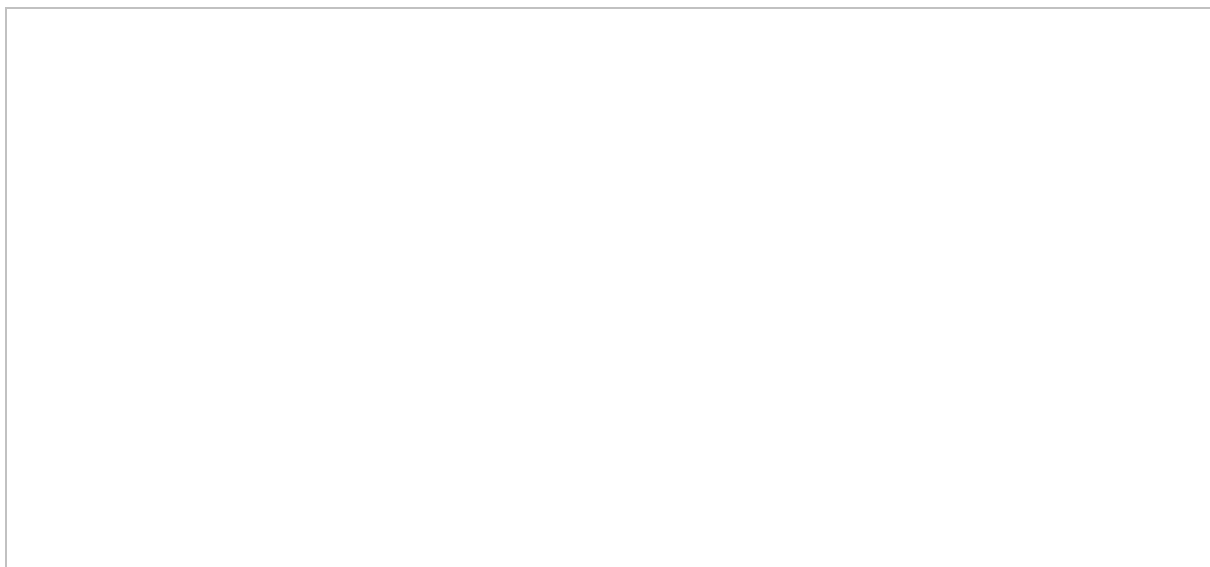


[問題](2学期期末)

右図は、平行四辺形 ABCD の対角線 AC 上に  $AE=CF$  となる点 E, 点 F をとり, B と E, D と F を結んだものである。このとき,  $BE=DF$  であることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  で,

仮定より,

$$AE=CF \dots \textcircled{1}$$

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので,

$$AB=CD \dots \textcircled{2}$$

また,  $AB \parallel CD$  で平行線の錯角は等しいので,

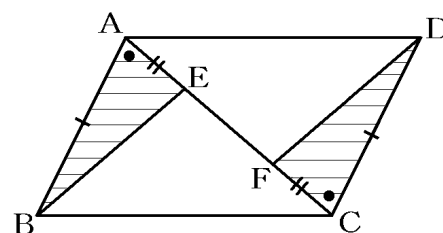
$$\angle BAE = \angle DCF \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から, 2組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$$

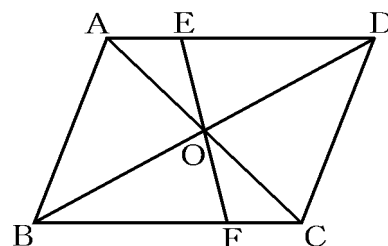
合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$BE=DF$$



[問題](2 学期期末)

平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし、O を通る直線が AD, BC と交わる点を、右の図のように E, F とする。このとき、 $OE=OF$  となることを次のように証明した。ア～オにあてはまるものを書け。



[証明]

$\triangle AEO$  と  $\triangle$ ( ア ) で、

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので、

$$AO = ( \text{イ} ) \cdots \text{①}$$

平行線の錯角は等しいので、

$$\angle EAO = \angle ( \text{ウ} ) \cdots \text{②}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle AOE = \angle ( \text{エ} ) \cdots \text{③}$$

①, ②, ③から、( オ ) が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AEO \cong \triangle ( \text{ア} )$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

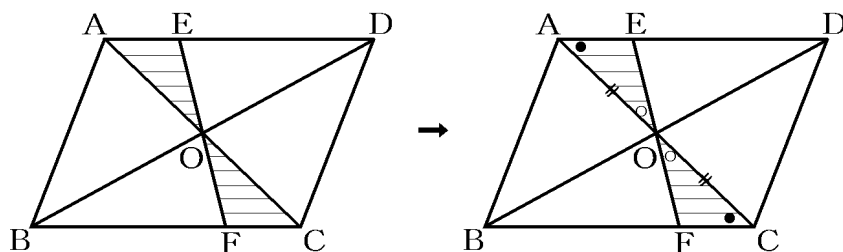
$$OE = OF$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

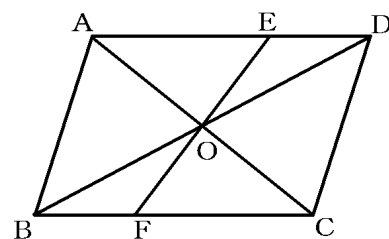
[解答] ア CFO イ CO ウ FCO エ COF オ 1 組の辺とその両端の角

[解説]



[問題](3学期)

右の図の平行四辺形 ABCD で、O は対角線の交点である。  
点 O を通る直線と辺 AD、辺 BC との交点をそれぞれ E、F とする。このとき、 $AE=CF$  となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle AEO$  と  $\triangle CFO$  で、

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので、

$$AO=CO\cdots\textcircled{1}$$

平行線の錯角は等しいので、

$$\angle EAO=\angle FCO\cdots\textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、

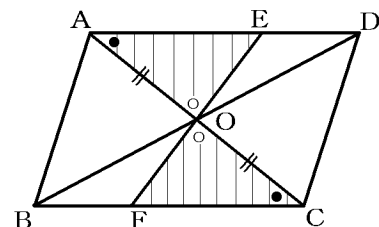
$$\angle AOE=\angle COF\cdots\textcircled{3}$$

①、②、③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AEO\equiv\triangle CFO$$

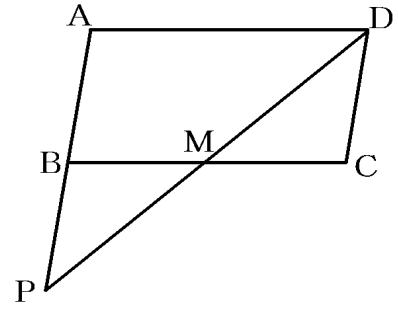
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AE=CF$$

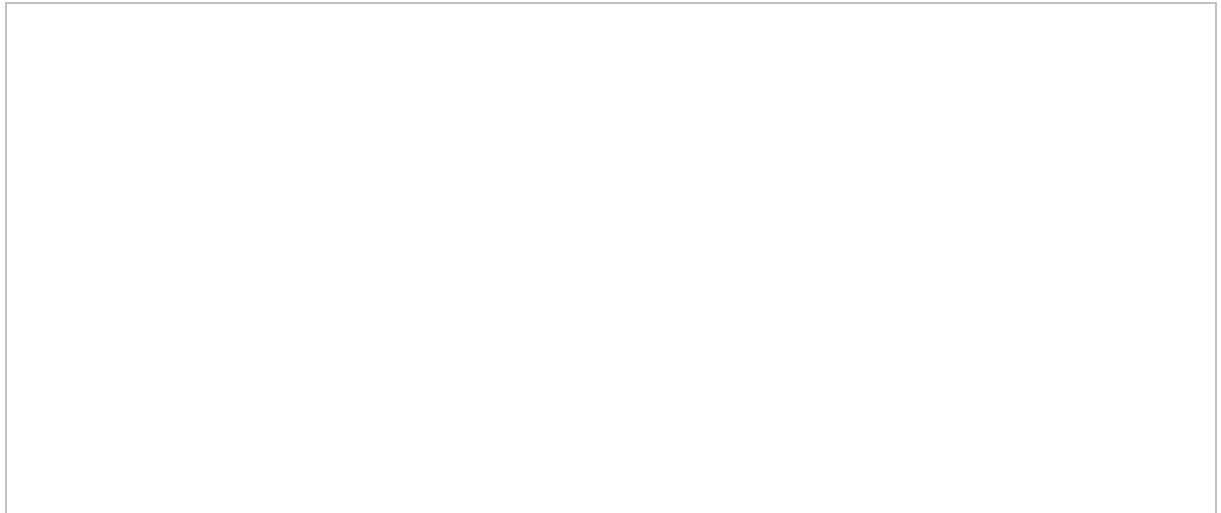


[問題](1 学期期末)

右の図の平行四辺形 ABCD で、辺 BC の中点を M とし、DM の延長と AB の延長との交点を P とすれば、 $AB=BP$  となることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

$\triangle BPM$  と  $\triangle CDM$  で、

仮定より、

$$BM=CM \dots ①$$

平行線の錯角は等しいので、

$$\angle PBM = \angle DCM \dots ②$$

対頂角は等しいので、

$$\angle BMP = \angle CMD \dots ③$$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

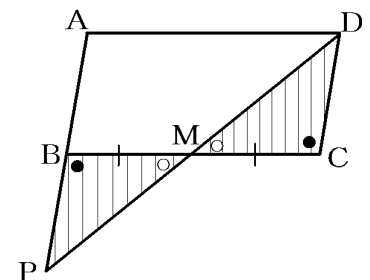
$$\triangle BPM \cong \triangle CDM$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$BP=CD \dots ④$$

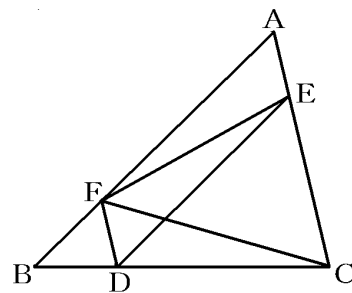
平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので、 $CD=AB \dots ⑤$

④, ⑤より、 $AB=BP$

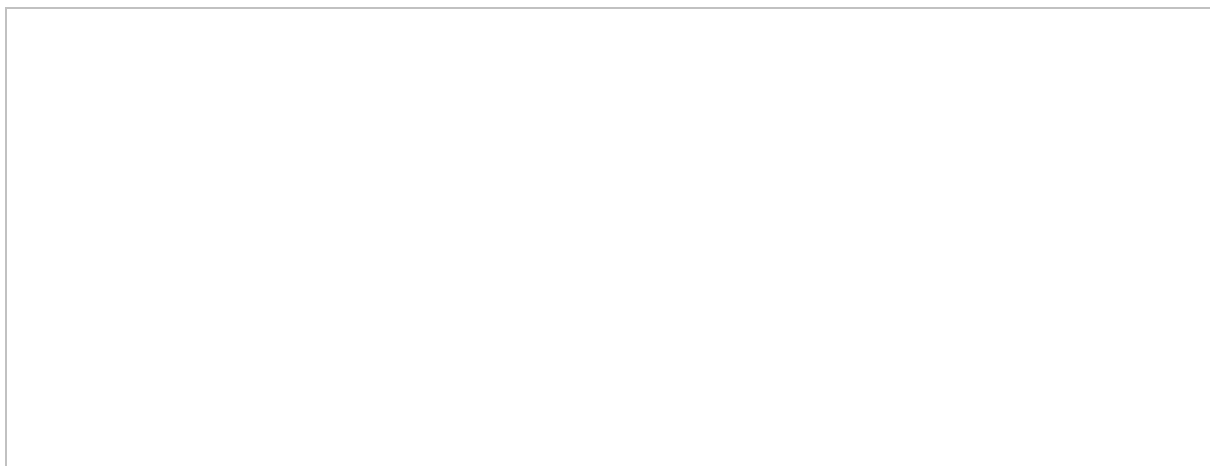


[問題](2学期期末)

右の図で、3点D, E, Fはそれぞれ△ABCの辺BC, CA, AB上の点で、 $FA=FC$ ,  $AB \parallel ED$ ,  $AC \parallel FD$ である。このとき、 $\triangle AFE \cong \triangle FCD$ となることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

△AFEと△FCDで、

仮定より、

$$FA=CF \dots ①$$

AC // FDで錯角は等しいので、

$$\angle CFD = \angle FCA \dots ②$$

また、①より、△FACは二等辺三角形なので、

$$\angle FCA = \angle FAE \dots ③$$

②, ③より、

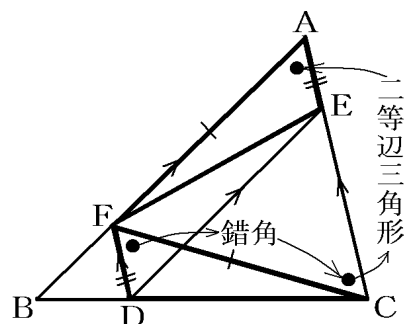
$$\angle FAE = \angle CFD \dots ④$$

AB // ED, AC // FDなので四角形AEDFは平行四辺形なので、

$$AE = FD \dots ⑤$$

①, ④, ⑤から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AFE \cong \triangle FCD$$





【】 平行四辺形になることの証明

[平行四辺形になるための条件]

[問題](3 学期)

2 組の向かいあう辺が、それぞれ平行な四角形を平行四辺形というが、これ以外に、平行四辺形になるための条件を 4 つ書け。

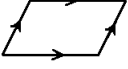
[解答欄]

[解答]2 組の向かい合った辺がそれぞれ等しい。2 組の向かい合った角がそれぞれ等しい。対角線がそれぞれの中点で交わる。1 組の向かい合う辺が平行で等しい。

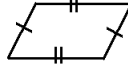
[解説]

[平行四辺形になるための条件]

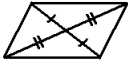
2組の向かいあう辺が、それぞれ平行(定義)



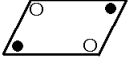
2組の向かいあう辺が、それぞれ等しい(辺)



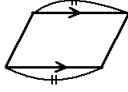
対角線が、それぞれ中点で交わる(対)



2組の向かいあう角が、それぞれ等しい(角)



1組の向かいあう辺が、等しくて平行(+α)



※「辺対角+α」と覚えておく

[問題](3 学期)

四角形 ABCD の対角線の交点を O とするとき、次の条件のうちで、四角形 ABCD が平行四辺形になるものには○を、平行四辺形になるとは限らないものには×を書け。

- (1)  $AD \parallel BC$ ,  $AB=DC$
- (2)  $AD=BC$ ,  $\angle ADB=\angle CBD$
- (3)  $ABC \equiv \triangle ADC$
- (4)  $AO=CO$ ,  $\angle DAO=\angle BCO$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

[解答](1) × (2) ○ (3) × (4) ×

[問題](3 学期)

次の四角形 ABCD は平行四辺形になるか。なる場合はそのときあてはまる条件を、ならない場合は×で答えよ。

- (1)  $AD \parallel BC$ ,  $AD=5\text{cm}$ ,  $BC=5\text{cm}$   
(2)  $AB=6\text{cm}$ ,  $BC=4\text{cm}$ ,  $DC=4\text{cm}$ ,  $AD=6\text{cm}$ ,

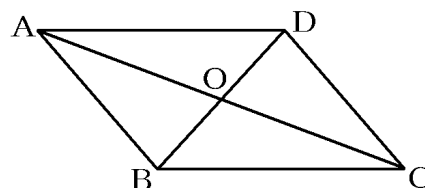
[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) なる。1組の辺が平行で等しい。 (2) ×

[問題](3 学期)

図のような四角形 ABCD に次の条件を加えるとき、平行四辺形となるものには○を、そうでないものには×を書け。



- (1)  $AD \parallel BC$ ,  $\angle DAB + \angle CDA = 180^\circ$   
(2)  $AC=BD$ ,  $AC \perp BD$   
(3)  $AD \parallel BC$ ,  $AB=DC$   
(4)  $AO=BO=DO=CO$

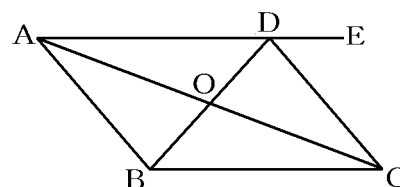
[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

[解答](1) ○ (2) × (3) × (4) ○

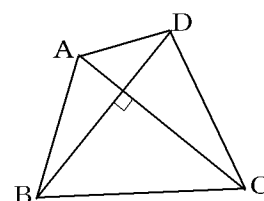
[解説]

(1) 右図で、 $\angle EDC + \angle CDA = 180^\circ$   
条件より、 $\angle DAB + \angle CDA = 180^\circ$   
よって、 $\angle EDC + \angle CDA = \angle DAB + \angle CDA$  なので、  
 $\angle EDC = \angle DAB$  となり、  
同位角が等しいので  $AB \parallel DC$

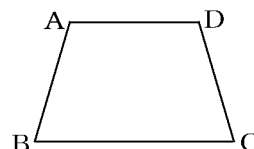


また、条件より  $AD \parallel BC$  なので、向かい合う 2 つの辺が平行になる。  
よって、四角形 ABCD は平行四辺形になる。

(2) 例えば、右図のように、 $AC=BD$ ,  $AC \perp BD$  である四角形は平行四辺形ではない。



(3) 例えば、右図のような四角形は  $AD \parallel BC$ ,  $AB=DC$  であるが、平行四辺形ではない。もし、 $AD \parallel BC$ ,  $AD=BC$  であるならば、「向かい合う1組の辺が平行で等しい」ので平行四辺形になる。

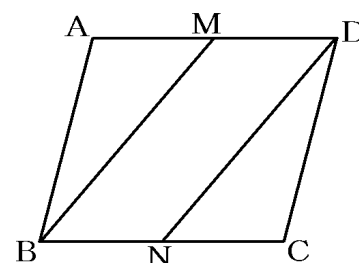


(4)  $AO=BO=DO=CO$  なので、対角線が中点で交わる。したがって、平行四辺形になる。(正確には、長方形になる。長方形は平行四辺形の種類である。)

[平行四辺形になることの証明]

[問題](3学期)

右の図で点 M, N は、平行四辺形 ABCD の辺 AD, BC の中点である。このとき、四角形 MBND が平行四辺形であることを次のように証明した。( )をうめよ。



[証明]

平行四辺形の向かい合う辺は等しいので、

$$AD = (\text{ア}) \cdots \text{①}$$

点 M, N は、辺 AD, BC の中点であるので、

$$MD = \frac{1}{2}AD, \quad BN = \frac{1}{2}(\text{イ}) \cdots \text{②}$$

①, ②より、

$$MD = BN \cdots \text{③}$$

平行四辺形の向かいあう辺は(ウ)なので、

$$AD \parallel (\text{エ})$$

$$\text{よって、} MD \parallel BN \cdots \text{④}$$

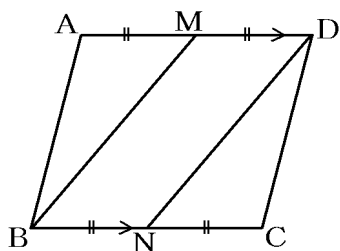
③, ④から、四角形 MBND は(オ)なので、平行四辺形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

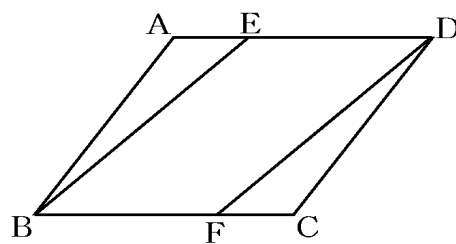
[解答]ア BC イ BC ウ 平行 エ BC オ 1組の向かい合う辺が、等しくて平行

[解説]

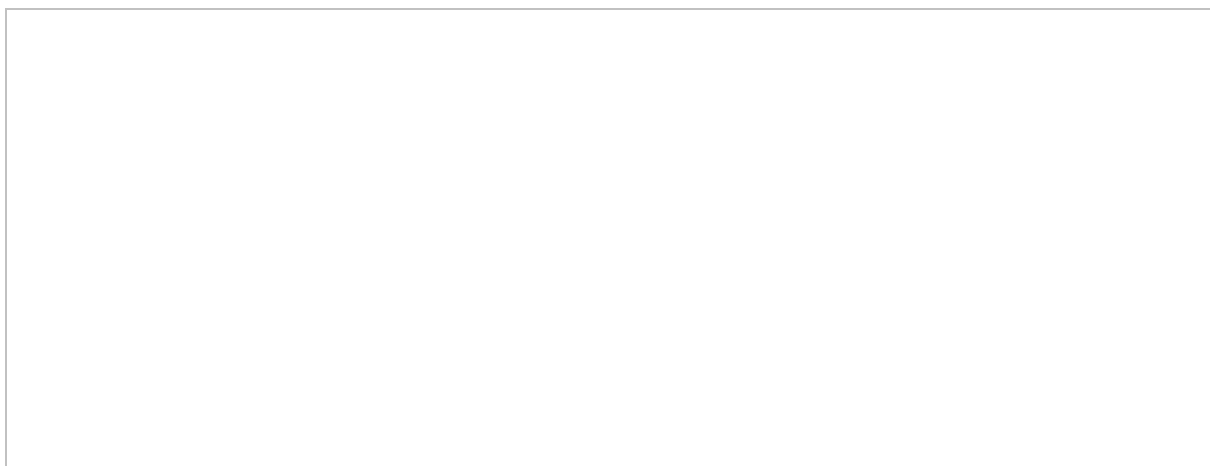


[問題](3 学期)

次の図で、平行四辺形  $ABCD$  の辺  $AD$ ,  $BC$  上に  $AE = CF$  となるような点  $E$ ,  $F$  をとる。このとき、四角形  $EBFD$  は平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

四角形  $EBFD$  で、

四角形  $ABCD$  は平行四辺形なので、

$$AD \parallel BC$$

よって、 $ED \parallel BF \cdots \textcircled{1}$

四角形  $ABCD$  は平行四辺形なので、

$$AD = BC \cdots \textcircled{2}$$

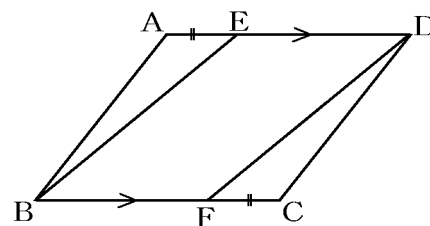
仮定より、 $AE = CF \cdots \textcircled{3}$

$$ED = AD - AE \cdots \textcircled{4}$$

$$BF = BC - CF \cdots \textcircled{5}$$

②, ③, ④, ⑤より、

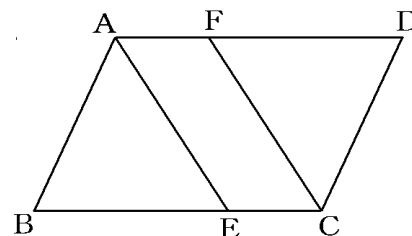
$$ED = BF \cdots \textcircled{6}$$



①, ⑥より, 1組の向かいあう辺が, 等しくて平行なので, 四角形 EBF D は平行四辺形になる。

[問題](3学期)

平行四辺形 ABCD で,  $\angle BAD$  の二等分線と辺 BC との交点を E,  $\angle BCD$  の二等分線と辺 AD との交点を F とする。このとき, 平行四辺形 AECF が平行四辺形であることを次のように証明した。ア~エにあてはまる記号やことばを答えよ。



[証明]

四角形 ABCD は平行四辺形だから,

$$\angle BAD = \angle BCD \dots \text{①}$$

仮定から,

$$\angle EAD = \frac{1}{2} \angle BAD \dots \text{②}$$

$$\angle BCF = \frac{1}{2} \angle (\text{ア}) \dots \text{③}$$

$$\text{①, ②, ③から, } \angle EAD = \angle (\text{イ}) \dots \text{④}$$

$$AD \parallel BC \text{ から, } \angle BCF = \angle CFD \dots \text{⑤}$$

$$\text{④, ⑤から, } \angle EAD = \angle CFD \dots \text{⑥}$$

$$\text{⑥から, } AE \parallel (\text{ウ}) \dots \text{⑦}$$

$$\text{一方, } AD \parallel BC \text{ から, } AF \parallel EC \dots \text{⑧}$$

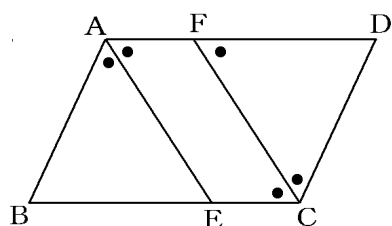
⑦, ⑧から, 2組の向かい合う辺がそれぞれ(エ)なので, 四角形 AECF は平行四辺形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

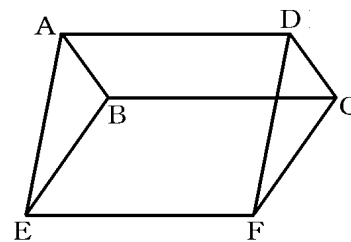
[解答]ア BCD イ BCF ウ FC エ 平行

[解説]



[問題](3学期)

右の図で、四角形  $ABCD$ 、四角形  $BEFC$  がともに平行四辺形であるとき、四角形  $AEFD$  も平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

四角形  $ABCD$  は平行四辺形なので、

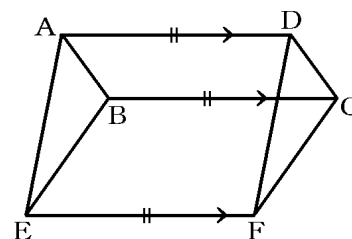
$$AD \parallel BC, AD = BC \cdots \textcircled{1}$$

四角形  $BEFC$  は平行四辺形なので、

$$EF \parallel BC, EF = BC \cdots \textcircled{2}$$

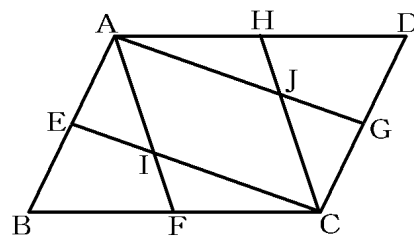
①, ②より,  $AD \parallel EF, AD = EF$

1組の向かい合う辺が、等しくて平行なので、  
四角形  $AEFD$  は平行四辺形である。



[問題](3 学期)

右の図で、四角形  $ABCD$  は平行四辺形で、 $E, F, G, H$  は各辺の中点である。このとき、四角形  $AICJ$  は平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

四角形  $AFCH$  で、

仮定より、 $AD \parallel BC$  なので、

$$AH \parallel FC \cdots \textcircled{1}$$

また、 $AD=BC$  で、 $H, F$  はそれぞれ  $AD, BC$  の中点なので、

$$AH=FC \cdots \textcircled{2}$$

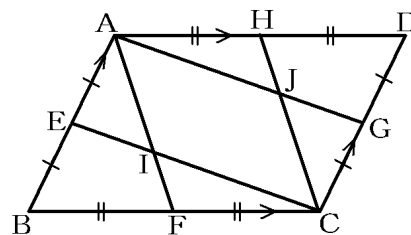
①, ②より、1組の向かい合う辺が、等しくて平行なので、四角形  $AFCH$  は平行四辺形になる。よって、

$$AI \parallel JC \cdots \textcircled{3}$$

同様にして、四角形  $AECG$  も平行四辺形なので、

$$AJ \parallel IC \cdots \textcircled{4}$$

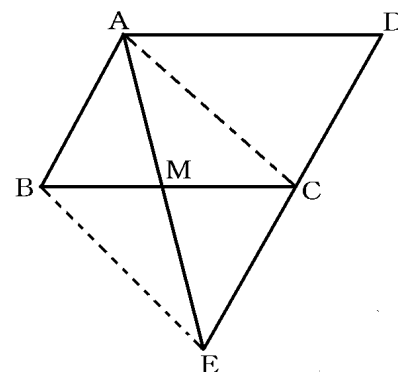
③, ④より 2組の向かい合った辺がそれぞれ平行なので、四角形  $AICJ$  は平行四辺形である。



[三角形の合同を先に証明]

[問題](1学期中間)

平行四辺形 ABCD の BC の中点を M とし、AM の延長と DC の延長との交点を E とする。このとき、四角形 ABEC が平行四辺形になることを、次のように証明した。ア～カにあてはまる記号やことばを答えよ。



[証明]

$\triangle ABM$  と  $\triangle$ ( ア ) で、

仮定より、

$$BM = ( \text{イ} ) \cdots \text{①}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle AMB = \angle ( \text{ウ} ) \cdots \text{②}$$

仮定より  $AB \parallel EC$  で平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ABM = \angle ( \text{エ} ) \cdots \text{③}$$

①, ②, ③から、( オ ) が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABM \equiv \triangle ( \text{ア} )$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AM = ( \text{カ} ) \cdots \text{④}$$

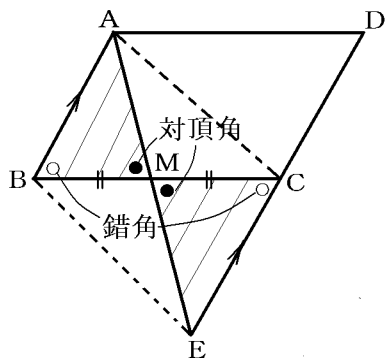
①, ④より、四角形 ABEC の対角線が、それぞれの中点で交わるので、四角形 ABEC は平行四辺形になる。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

[解答] ア ECM イ CM ウ EMC エ ECM オ 1組の辺とその両端の角 カ EM

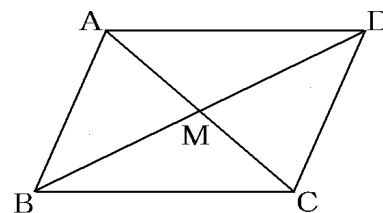
[解説]





[問題](3 学期)

右の図で、 $M$  は  $AC$  の中点で、 $\angle DAM = \angle BCM$  である。  
このとき、四角形  $ABCD$  は平行四辺形であることを証明せよ。  
(ヒント：まず、 $\triangle ADM$  と  $\triangle CBM$  の合同を証明する)



[解答欄]

[解答]

$\triangle ADM$  と  $\triangle CBM$  で、

仮定より、

$$AM = CM \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle DAM = \angle BCM \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle AMD = \angle CMB \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

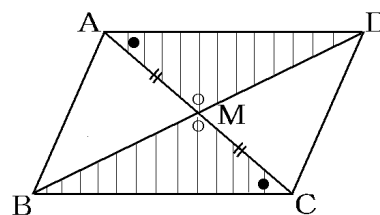
$$\triangle ADM \cong \triangle CBM$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$DM = BM \cdots \textcircled{4}$$

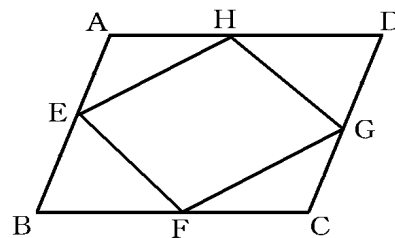
①, ④より、四角形  $ABCD$  の対角線が、それぞれの中点で交わるので、

四角形  $ABCD$  は平行四辺形になる。

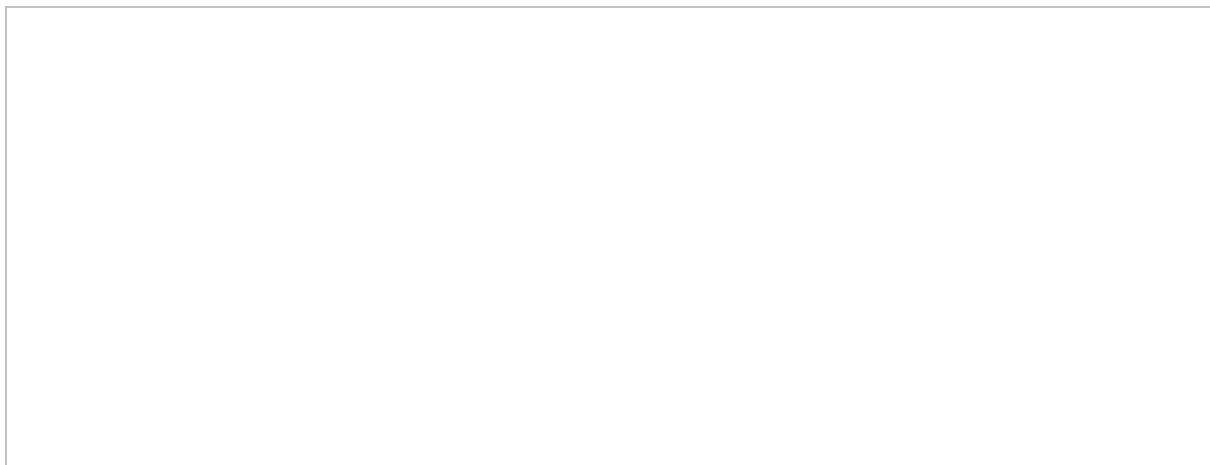


[問題](3学期)

平行四辺形 ABCD で辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ E, F, G, H とするとき,  
四角形 EFGH は平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

$\triangle AEH$  と  $\triangle CGF$  で,

仮定より  $AB=CD$ , かつ E,G はそれぞれ辺 AB, CD の中点なので,  $AE=CG$  …①

同様にして,  $AH=CF$  …②

平行四辺形の向かい合う角は等しいので,

$$\angle EAH = \angle GCF \dots ③$$

①, ②, ③から, 2組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle AEH \cong \triangle CGF$$

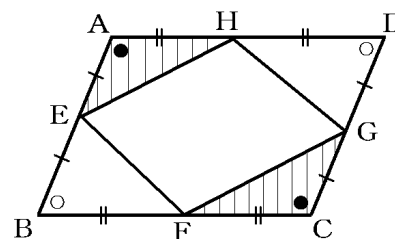
合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$EH=GF \dots ④$$

同様にして,  $\triangle BEF \cong \triangle DGH$  なので,

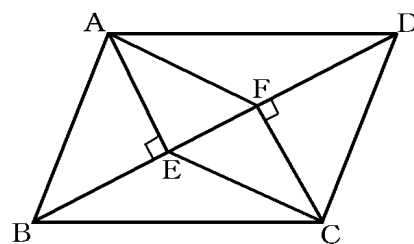
$$EF=GH \dots ⑤$$

④, ⑤より向かい合う2組の辺の長さが等しいので,  
四角形 EFGH は平行四辺形である。



[問題](3学期)

右の図のように平行四辺形 ABCD の頂点 A, C から対角線 BD に垂線をひき、対角線との交点をそれぞれ E, F とする。このとき四角形 AECF が平行四辺形であることを次のように証明した。( )の中にあてはまるものを書き、証明を完成せよ。



[証明]

$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  で、

仮定より、

$$\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ \dots \textcircled{1}$$

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので、

$$AB = (\text{ア}) \dots \textcircled{2}$$

$AB \parallel CD$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ABE = \angle CDF \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、直角三角形の( イ )が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \cong \triangle CDF$$

従って、 $AE = (\text{ウ}) \dots \textcircled{4}$

また、 $\angle AEF = \angle CFE = 90^\circ$  で錯角が等しいから、

$$AE (\text{エ}) CF \dots \textcircled{5}$$

④, ⑤より、

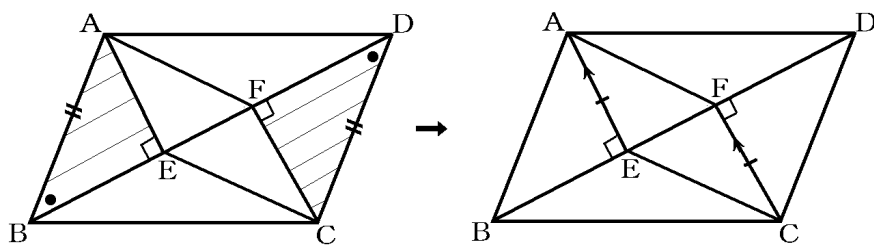
四角形 AECF は、平行四辺形になる。

[解答欄]

ア	イ
ウ	エ

[解答]ア CD イ 斜辺と1つの鋭角 ウ CF エ //

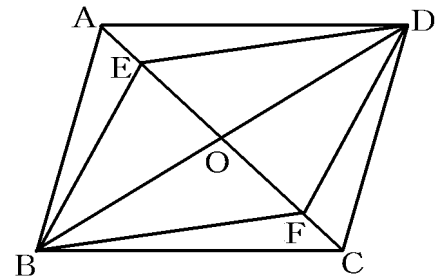
[解説]



[対角線に注目]

[問題](3学期)

平行四辺形  $ABCD$  で、対角線  $AC$  上に、点  $E$ ,  $F$  を、 $AE=CF$  となるようにとると、四角形  $BFDE$  は平行四辺形である。このことを、次のように証明した。空らんをうめて証明を完成せよ。



[証明]

四角形  $ABCD$  は平行四辺形で、平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので、

$$BO = (\text{ア}) \cdots \text{①}$$

$$AO = (\text{イ}) \cdots \text{②}$$

仮定より、

$$AE = (\text{ウ}) \cdots \text{③}$$

②, ③より、

$$EO = (\text{エ}) \cdots \text{④}$$

①, ④より、対角線が( オ )ので、

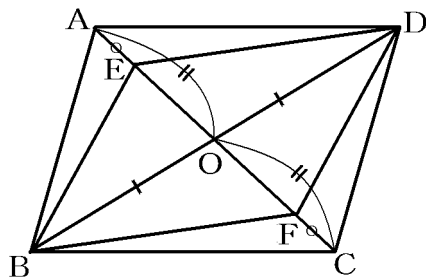
四角形  $BFDE$  は平行四辺形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

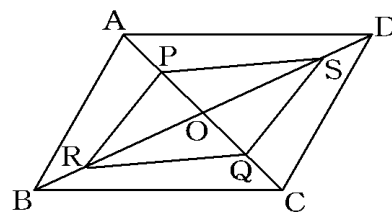
[解答]ア DO イ CO ウ CF エ FO オ それぞれの中点で交わる

[解説]

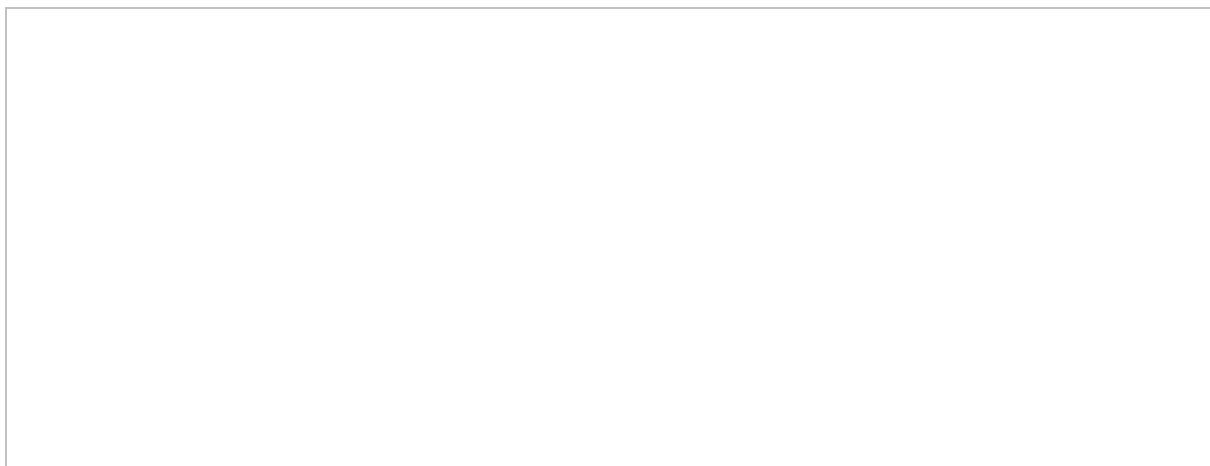


[問題](後期期末)

右の図のような平行四辺形  $ABCD$  がある。対角線  $AC$  上に、2点  $P, Q$  を  $AP=CQ$  となるようにとる。また、対角線  $BD$  上に、2点  $R, S$  を  $BR=DS$  となるようにとる。このとき、四角形  $PRQS$  が平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるので、

$$OA=OC \dots ①$$

$$OB=OD \dots ②$$

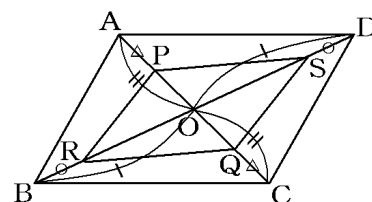
①と  $AP=CQ$  から、

$$OP=OQ \dots ③$$

②と  $BR=DS$  から、

$$OR=OS \dots ④$$

③, ④から、対角線が、それぞれの中点で交わるので、四角形  $PRQS$  は平行四辺形である。

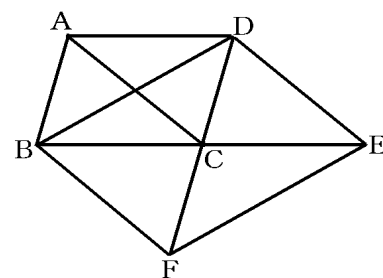


[問題](3学期)

平行四辺形  $ABCD$  の辺  $BC, DC$  の延長上に、 $BC=CE, DC=CF$  となる点  $E, F$  を右の図のようにとる。

(1) 平行四辺形が 3 つある。すべて書け。

(2) (1)の平行四辺形の中で 1 番大きい平行四辺形について、平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

(1)

(2)

[解答]

(1) 平行四辺形 BDEF, 平行四辺形 ACED, 平行四辺形 ABFC

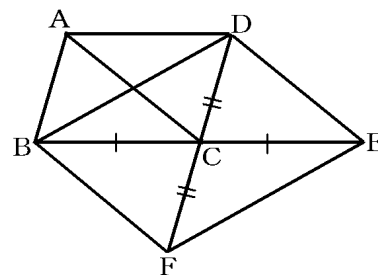
(2)

四角形 BDEF について,

仮定より,  $BC=CE$ ,  $DC=CF$  なので,

対角線はそれぞれの中点で交わっている。

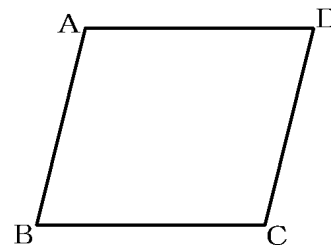
したがって, 四角形 BDEF は平行四辺形である。



[その他]

[問題](3 学期)

四角形 ABCD において,  $AB \parallel DC$ ,  $\angle A = \angle C$  のとき, 四角形 ABCD は平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$AB \parallel DC$  なので  $\angle C + \angle B = 180^\circ$

$$\angle A + \angle D = 180^\circ$$

仮定より  $\angle A = \angle C$  なので,  $\angle B = \angle D$

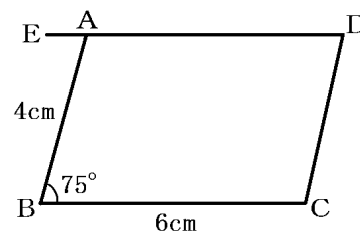
よって向かい合う 2 組の角がそれぞれ等しいので、  
四角形 ABCD は平行四辺形である。

【】 平行四边形についての計算問題

[問題](3 学期)

右の平行四辺形 ABCD で、次の(1)~(3)の長さや角の大きさを求めよ。

- (1) AD    (2)  $\angle D$     (3)  $\angle BCD$



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) 6cm    (2)  $75^\circ$     (3)  $105^\circ$

[解説](1) 平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので、 $AD=BC=6\text{cm}$

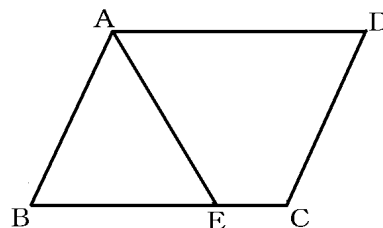
(2) 平行四辺形の向かい合う角の大きさは等しいので、 $\angle D=\angle B=75^\circ$

(3) 四角形の内角の和は  $180^\circ \times (4-2)=360^\circ$  なので  $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$  平行四辺形の向かい合う角の大きさは等しいので、 $\angle B=\angle D=75^\circ$  ,  $\angle A=\angle C$  ゆえに、 $\angle C+75^\circ +\angle C+75^\circ =360^\circ$  ,  $2\angle C=210^\circ$  ゆえに  $\angle C=105^\circ$

[問題](3 学期)

右の図の平行四辺形 ABCD で、点 E は  $\angle BAD$  の二等分線と辺 BC との交点である。 $\angle ABE=64^\circ$  ,  $AB=5\text{cm}$  ,  $BC=7\text{cm}$  のとき、次の各問いに答えよ。

- (1)  $\angle AEB$  の大きさを求めよ。  
 (2) 線分 EC の長さを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

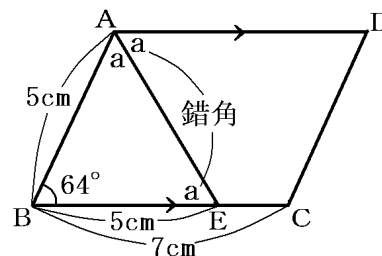
[解答](1)  $58^\circ$     (2) 2cm

[解説]

(1) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って、図のように a の角をとる。

$\triangle ABE$  で「三角形の内角の和は  $180^\circ$  」なので、  
 $a + a + 64^\circ = 180^\circ$  ,  $2a = 116^\circ$  ゆえに  $a = 58^\circ$

(2) 「2 角が等しい三角形は二等辺三角形である」ので、 $\triangle BAE$  は二等辺三角形で  $BA=BE=5\text{cm}$  ゆえに、 $EC=BC- BE=7-5=2\text{cm}$

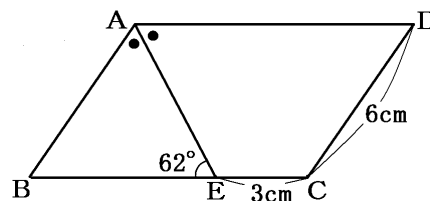




[問題](3学期)

右の図の平行四辺形 ABCD で、 $\angle BAD$  の二等分線と辺 BC の交点を E とするとき、次の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle ABE$  はどんな三角形か。
- (2)  $\angle ADC$  の大きさを求めよ。
- (3) AD の長さを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) 二等辺三角形 (2)  $56^\circ$  (3) 9cm

[解説]

(1) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って、図のように  $62^\circ$  の角を移す。

「2角が等しい三角形は二等辺三角形である」ので、 $\triangle ABE$  は二等辺三角形になる。

(2)  $\triangle ABE$  で、「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、 $\angle B + 62^\circ + 62^\circ = 180^\circ$  ,  $\angle B = 56^\circ$

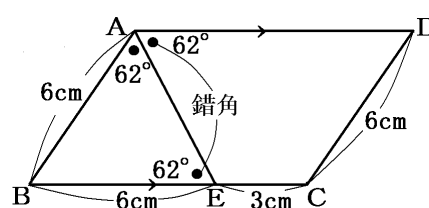
「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ので、 $\angle D = \angle B$  ゆえに  $\angle D = 56^\circ$

(3) 「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので、 $AB = CD = 6\text{cm}$

$\triangle ABE$  は二等辺三角形なので、 $AB = BE$

ゆえに  $BE = 6\text{cm}$   $BC = BE + EC = 6 + 3 = 9\text{cm}$

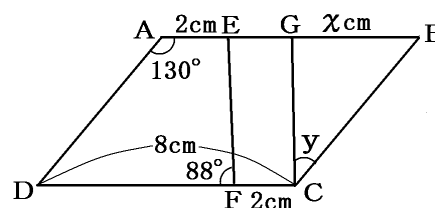
「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので、 $AD = BC = 9\text{cm}$



[問題](3学期)

次の図の平行四辺形 ABCD で、 $EF \parallel GC$ ,  $DC = 8\text{cm}$  のとき次の各問いに答えよ。

- ①  $x$  の値を求めよ。
- ②  $y$  の角の大きさを求めよ。



[解答欄]

①	②
---	---

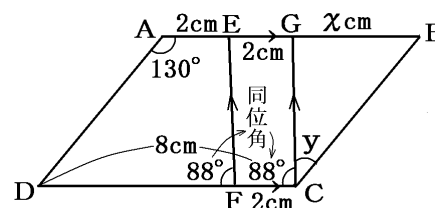
[解答]① 4 ②  $42^\circ$

[解説]

①  $EG \parallel FC$ ,  $EF \parallel GC$  なので、四角形 EFCG は平行四辺形。「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」

ので、 $EG = FC = 2\text{cm}$

また、 $AB = DC = 8\text{cm}$



$$AE + EG + GB = AB, \quad 2 + 2 + x = 8$$

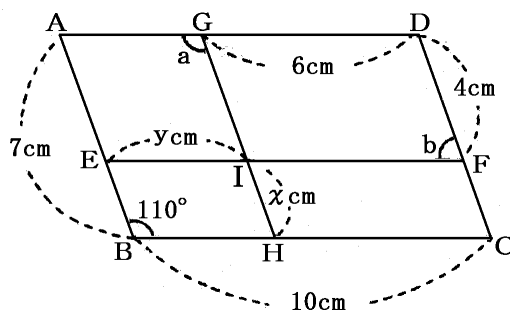
ゆえに  $x = 4$

②「平行線では同位角は等しい」性質を使って、図のように  $88^\circ$  の角を移す。

「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ので、 $y + 88^\circ = 130^\circ$  ゆえに  $y = 42^\circ$

[問題](3学期)

右の図の平行四辺形 ABCD で、  
 $AD \parallel EF$ ,  $AB \parallel GH$  である。このとき、 $x$ ,  $y$  の  
 値、 $\angle a$ ,  $\angle b$  の大きさをそれぞれ求めよ。



[解答欄]

$x =$	$y =$	$a =$
$b =$		

[解答]  $x = 3\text{cm}$ ,  $y = 4\text{cm}$ ,  $\angle a = 110^\circ$ ,  $\angle b = 70^\circ$

[解説]

四角形 ABHG は仮定より向かい合う 2 組の辺が平行なので平行四辺形である。

平行四辺形の向かい合う角は等しいので、 $a = 110^\circ$

同様にして、四角形 GDFI も平行四辺形で、 $b = \angle DGI = 180^\circ - a = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

また、平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので、

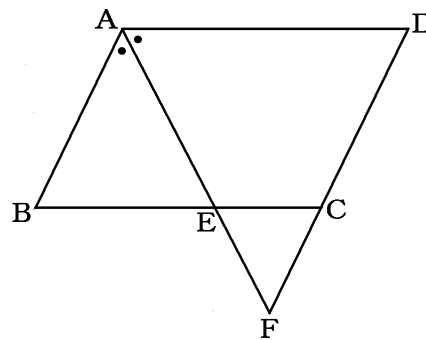
$$x = CF = 7 - 4 = 3\text{cm}, \quad y = AG = 10 - 6 = 4\text{cm}$$

[問題](3学期)

平行四辺形 ABCD の  $\angle A$  の二等分線が辺 BC と交わる  
 点を E, 辺 DC の延長と交わる点を F とする。これにつ  
 いて、次の各問いに答えよ。

(1)  $\angle F = 65^\circ$  のとき、 $\angle B$ ,  $\angle AEC$  の大きさを求めよ。

(2)  $AB = 5\text{cm}$ ,  $AD = 9\text{cm}$  のとき、CF の長さを求めよ。



[解答欄]

(1) $\angle B =$	$\angle AEC =$	(2)
------------------	----------------	-----

[解答](1)  $\angle B = 50^\circ$     $\angle AEC = 115^\circ$    (2) 4cm

[解説]

(1) 仮定より  $\angle CFE = 65^\circ$  で、平行線の錯角は等しいので、 $\angle BAE = \angle CFE$

よって  $\angle BAE = 65^\circ$

また、仮定より  $\angle DAE = \angle BAE$  なので、

$\angle DAE = 65^\circ$

よって、 $\angle BAD = \angle BAE + \angle DAE$

$= 65^\circ + 65^\circ = 130^\circ$

平行線の錯角は等しいので、 $\angle GBA = \angle BAD$  よって

$\angle GBA = 130^\circ$  ゆえに、 $\angle B = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

次に  $\angle AEC$  について

平行線の錯角は等しいので、 $\angle BEA = \angle DAE$  よって  $\angle BEA = 65^\circ$

$\angle AEC = 180^\circ - \angle BEA = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

(2) (1)より  $\angle BAE = \angle BEA$  なので、 $\triangle BAE$  は二等辺三角形で、 $BA = BE$

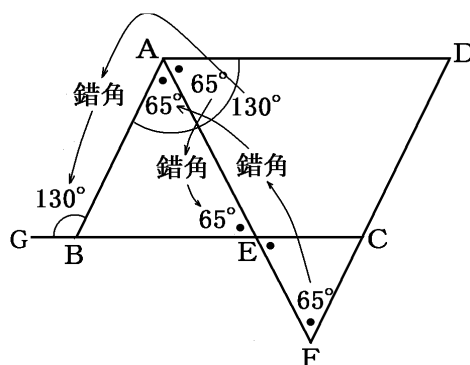
$BA = 5\text{cm}$  なので、 $BE = 5\text{cm}$  また、 $BC = AD = 9\text{cm}$

よって、 $CE = BC - BE = 9 - 5 = 4(\text{cm})$

対頂角は等しいので、 $\angle CEF = \angle AEB = 65^\circ$

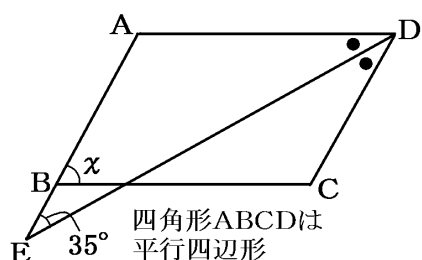
よって、 $\angle CEF = \angle CFE$  なので、 $\triangle CEF$  は二等辺三角形で  $CF = CE$

ゆえに、 $CF = 4\text{cm}$



[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\angle x$  の大きさを求めよ。



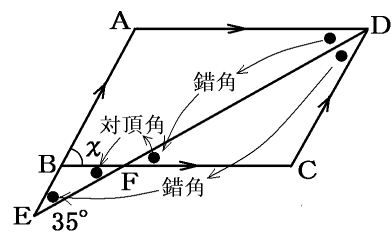
[解答欄]

[解答]  $70^\circ$

[解説]

「平行線では錯角は等しい」、「対頂角は等しい」の性質を使って、図のように●の角を移す。

●は  $35^\circ$  で、 $\triangle BEF$  で、「三角形の外角は、それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので、 $x = 35^\circ + 35^\circ = 70^\circ$



【】 いろいろな四角形

[問題](3 学期)

- (1) ひし形の定義は 4 つの( )が等しい四角形である。  
 (2) 長方形の定義は 4 つの( )が等しい四角形である。  
 (3) 平行四辺形の定義は 2 組の向かい合う( ① )がそれぞれ( ② )な四角形である。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)①
②		

[解答](1) 辺 (2) 角 (3)① 辺 ② 平行

[解説]

ひし形, 長方形, 正方形は平行四辺形の特殊な場合である。

ひし形: 定義「4 つの辺が等しい四角形」

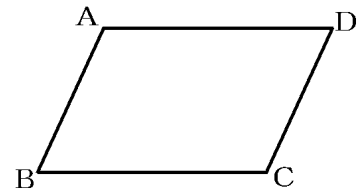
長方形: 定義「4 つの角が等しい四角形」

正方形: 定義「4 つの角が等しく, 4 つの辺が等しい四角形」

[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD が次の条件を持つとき, それぞれどのような四角形になるか答えよ。

- (1)  $AB=BC$   
 (2)  $\angle A=\angle B$   
 (3)  $AB=BC, \angle B=90^\circ$



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) ひし形 (2) 長方形 (3) 正方形

[解説]

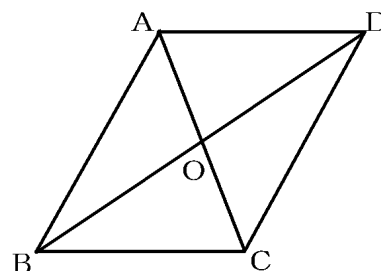
(1) 平行四辺形なので向かい合う辺の長さが等しく,  $AB=CD, AD=BC$  である。これに  $AB=BC$  の条件が付け加わると,  $AB=BC=CD=AD$  で 4 つの辺の長さが等しくなり, ひし形になる。

(2) 平行四辺形なので向かい合う角の大きさが等しく,  $\angle A=\angle C, \angle B=\angle D$  である。これに  $\angle A=\angle B$  の条件が付け加わると,  $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$  で 4 つの角が等しくなり, 長方形になる。

(3)  $AB=BC$  なので(1)と同様にして 4 辺が等しくなる。また  $\angle B=90^\circ$  なので, 他の 3 つの角もすべて  $90^\circ$  になり,  $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$  となる。4 つの角が等しく, 4 つの辺が等しい四角形なので正方形になる。

[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD に次の条件が加わると、どんな四角形になるか答えよ。ただし、O は対角線の交点とする。



- (1)  $AB=AD$
- (2)  $AC=BD$
- (3)  $\angle AOB=90^\circ$  ,  $\angle ABC=90^\circ$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) ひし形 (2) 長方形 (3) 正方形

[解説]

ひし形、長方形、正方形は平行四辺形の特殊な場合である。

ひし形：定義「4つの辺が等しい四角形」、性質「対角線が垂直に交わる」

長方形：定義「4つの角が等しい四角形」、性質「対角線の長さが等しい」

正方形：定義「4つの角が等しく、4つの辺が等しい四角形」

性質「対角線の長さが等しく垂直に交わる」

(1) 平行四辺形なので向かい合う辺の長さが等しく、 $AB=CD$ 、 $AD=BC$  である。これに  $AB=AD$  の条件が付け加わると、 $AB=BC=CD=AD$  で4つの辺の長さが等しくなり、ひし形になる。

(2) 対角線が等しい平行四辺形は長方形である。

(3)  $\angle AOB=90^\circ$  より対角線が垂直に交わる。対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である。 $\angle ABC=90^\circ$  より他の3つの内角もすべて  $90^\circ$  になる。

4つの角が等しい四角形は長方形である。ひし形と長方形の性質を同時にもつのは正方形である。

[問題](3 学期)

下の四角形ア～オのうち、(1)～(4)の条件を常に満たすものをすべて選び、記号で答えよ。

ア：平行四辺形    イ：正方形    ウ：台形    エ：長方形    オ：ひし形

- (1) 内角の和が  $360^\circ$  である。
- (2) 2つの対角線が中点で交わる。
- (3) 4つの辺の長さがすべて等しい。
- (4) 2つの対角線の長さが等しい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) アイウエオ (2)アイエオ (3) イオ (4) イエ

[解説]

(1) 内角の和が  $360^\circ$  である多角形は四角形である。ア～オはすべて四角形。

(2) 2つの対角線が中点で交わる四角形は平行四辺形である。正方形, 長方形, ひし形は平行四辺形の一つである。

(3) 4つの辺の長さがすべて等しい四角形はひし形である。正方形はひし形の一つである。

(4) 2つの対角線の長さが等しい四角形は長方形である。正方形は長方形の一つである。

[問題](3 学期)

次の各問いに答えよ。

(1) 平行四辺形 ABCD で  $AC \perp BD$  である。四角形 ABCD はどんな四角形か。

(2) (1)の条件にさらに  $\angle A = \angle B$  を加えるとどんな四角形になるか。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) ひし形 (2) 正方形

[解説]

(1)  $AC \perp BD$  より対角線が垂直に交わる。対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である。

(2) 平行四辺形なので向かい合う角の大きさが等しく,  $\angle A = \angle C$ ,  $\angle B = \angle D$  である。これに  $\angle A = \angle B$  の条件が付け加わると,  $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$  で4つの角が等しくなり, 長方形になる。(1)の性質も満たすので, ひし形でもある。ひし形と長方形の性質を同時にもつのは正方形である。

[問題](2 学期期末)

下は, 二等辺三角形, 正三角形, 平行四辺形の定義と定理である。空欄にあてはまる言葉を選択欄から選び記号で答えよ。ただし, 同じ記号を何度使ってもよい。

- ・ ( ① ) が等しい三角形を二等辺三角形という。(定義)
- ・ 二等辺三角形の ( ② ) は等しい。(定理)
- ・ 二等辺三角形の ( ③ ) の二等分線は ( ④ ) を垂直に二等分する。(定理)
- ・ ( ⑤ ) が等しい三角形を正三角形という。(定義)
- ・ 正三角形の3つの ( ⑥ ) は等しい。(定理)
- ・ 2組の ( ⑦ ) が, それぞれ ( ⑧ ) な四角形を平行四辺形という。(定義)
- ・ 平行四辺形の対角線は, それぞれの ( ⑨ ) で交わる。(定理)

[選択欄] ア : 内角, イ : 外角, ウ : 同位角, エ : 底角, オ : 錯角, カ : 同位角  
キ : 直角, ク : 鋭角, ケ : 鈍角, コ : 頂角, サ : 対辺, シ : 底辺,  
ス : 平行, セ : 1 辺, ソ : 2 辺, タ : 3 辺, チ : 中点

[解答欄]

①	②	③	④
⑤	⑥	⑦	⑧
⑨			

[解答]① ソ ② エ ③ コ ④ シ ⑤ タ ⑥ ア ⑦ サ ⑧ ス ⑨ チ



【】 平行線と面積

[面積が等しい三角形をさがす]

[問題](3 学期)

右の図は  $AD \parallel BC$  の台形である。  $\triangle ABC$  と面積の等しい三角形を記号で表せ。

[解答欄]

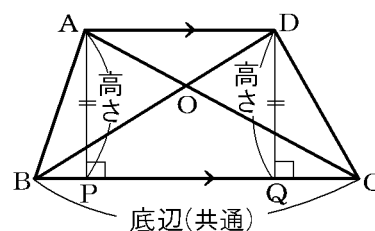
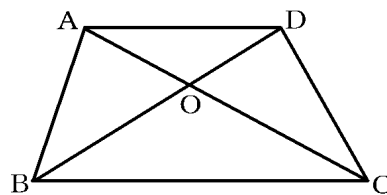
[解答]  $\triangle DBC$

[解説]

$\triangle ABC$  と  $\triangle DBC$  で、図のように  $P$ 、 $Q$  をとる。

それぞれの底辺を  $BC$  とすると、底辺は共通。

$AD \parallel BC$  なので  $AP = DQ$  で、それぞれの三角形の高さも等しい。よって 2 つの三角形の面積は等しい。



[問題](3 学期)

右の図は、  $AD \parallel BC$  の台形  $ABCD$  で、対角線  $AC$  と  $BD$  の交点を  $O$  とする。このとき、次の各問いに答えよ。

(1)  $\triangle ABD$  と面積が等しい三角形はどれか。

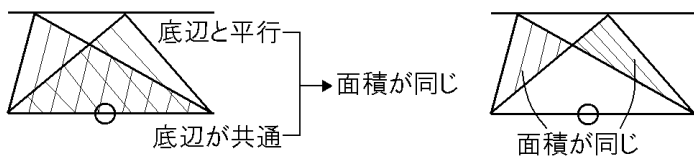
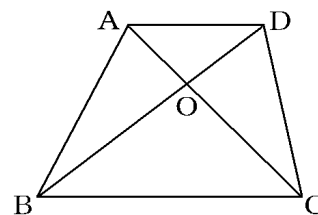
(2)  $\triangle ABO$  と面積が等しい三角形はどれか。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $\triangle ACD$  (2)  $\triangle DCO$

[解説]



[問題](3学期)

平行四辺形 ABCD の対角線 AC に平行な直線が辺 AD, CD と交わる点を、それぞれ E, F とする。このとき、 $\triangle ABE$  と面積が等しい三角形を 3 つ答えよ。

[解答欄]

[解答] $\triangle ACE$ ,  $\triangle ACF$ ,  $\triangle BCF$

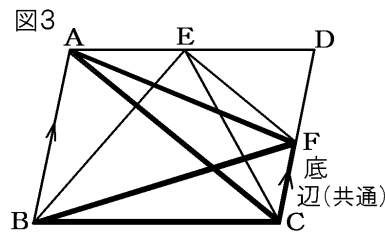
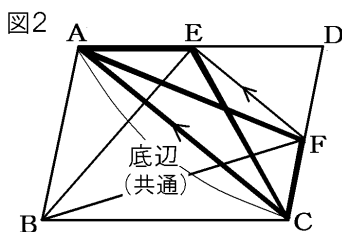
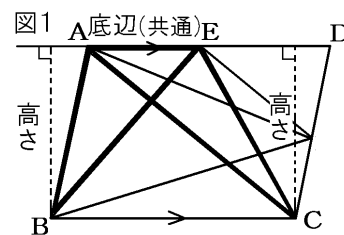
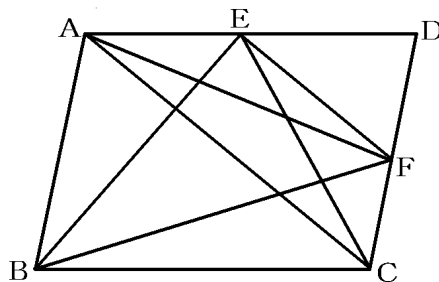
[解説]

右の図 1 のように、 $\triangle ABE$  の AE を底辺とすると、BC は底辺に平行なので、 $\triangle ACE$  は  $\triangle ABE$  と底辺が共通で高さが同じになる。したがって、 $\triangle ACE$  と  $\triangle ABE$  は面積が等しくなる。

次に、 $\triangle ACE$  と面積が等しい三角形をさがす。

図 2 で、 $\triangle ACE$  と底辺 AC を同じにする  $\triangle ACF$  は、EF が底辺と平行なので、面積が同じになる。

同様にして、図 3 で  $\triangle ACF$  と  $\triangle BCF$  は面積が同じになる。



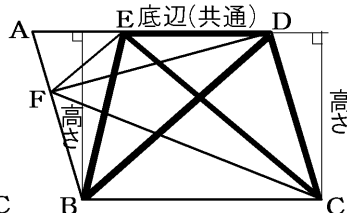
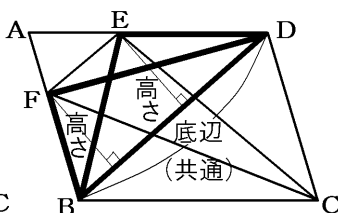
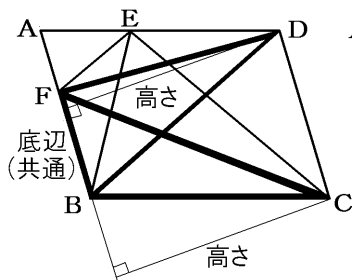
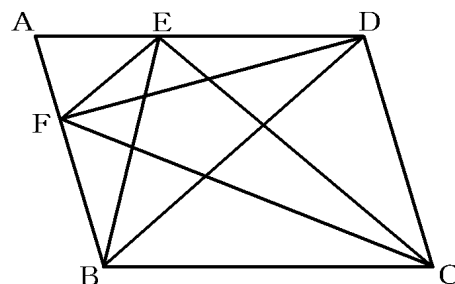
[問題](3学期)

平行四辺形 ABCD の対角線 BD に平行な直線が辺 AD, AB と交わる点をそれぞれ E, F とする。このとき、 $\triangle BCF$  と面積が等しい三角形を 3 つあげよ。

[解答欄]

[解答] $\triangle BDF$ ,  $\triangle BDE$ ,  $\triangle CDE$

[解説]



[問題](3学期)

次の平行四辺形 ABCD で、 $BC \parallel EF$  であるとき、 $\triangle FCB$  と面積が等しい三角形を2つ書け。

[解答欄]

[解答]  $\triangle FCA$ ,  $\triangle BEF$

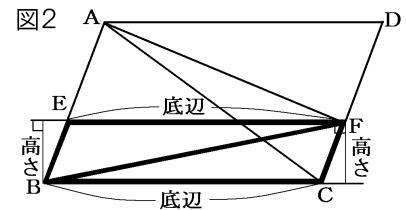
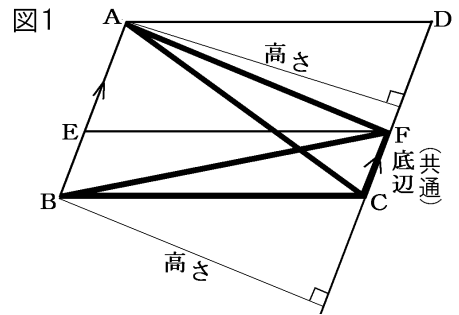
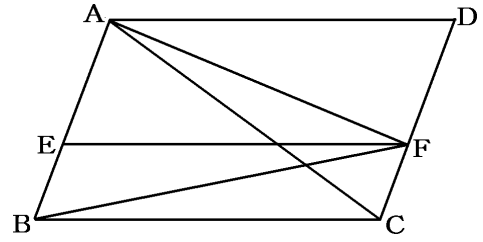
[解説]

図1のように、 $\triangle FCB$  の底辺を  $FC$  とすると、 $AB$  は底辺  $FC$  に平行なので、 $\triangle FCA$  は  $\triangle FCB$  と底辺が共通で高さが同じになる。したがって、 $\triangle FCA$  は  $\triangle FCB$  と面積が同じになる。

次に、図2の  $\triangle FCB$  と  $\triangle BEF$  で、 $\triangle FCB$  の底辺を  $CB$ 、 $\triangle BEF$  の底辺を  $EF$  とする。

四角形  $BCEF$  は平行四辺形になるので、 $CB = EF$  となる。したがって、2つの三角形の底辺の長さが等しくなる(共通ではない)。また、 $BC \parallel EF$  なので、2つの三角形の高さは等しくなる。

よって、 $\triangle FCB$  と  $\triangle BEF$  は面積が等しくなる。



[問題](3学期)

右の図の平行四辺形 ABCD で、 $M$  は辺  $AD$  の中点である。このとき、次の各問いに答えよ。

(1)  $\triangle ABC$  と面積の等しい三角形を2つあげよ。

(2)  $\triangle ABM$  と面積の等しい三角形を2つあげよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

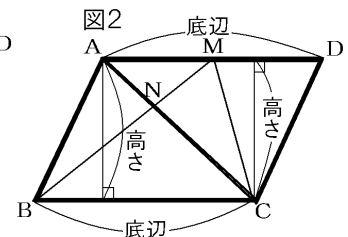
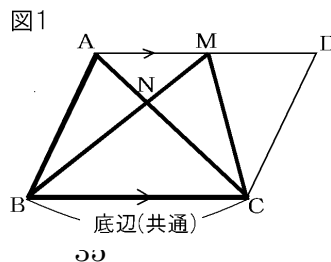
[解答](1)  $\triangle BMC$ ,  $\triangle ACD$  (2)  $\triangle ACM$ ,  $\triangle MCD$

[解説]

(1) 図1のように、

$\triangle ABC$  と  $\triangle BMC$  で、 $BC$  を共通の底辺とすると、

$AM \parallel BC$  なので、 $\triangle ABC$  と  $\triangle BMC$  の高さは等しくなる。したがって、



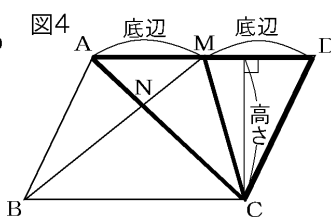
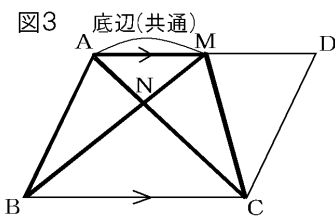
$\triangle ABC$  と  $\triangle MBC$  は面積が等しい。

次に、図2の $\triangle ABC$  と  $\triangle ACD$  は、底辺と高さがそれぞれ等しいので、面積も等しくなる。

(2) 図3のように、

$\triangle ABM$  と  $\triangle ACM$  で、 $AM$  を共通の底辺とすると、

$AM \parallel BC$  なので、 $\triangle ABM$  と  $\triangle ACM$  の高さは等しくなる。したがって、 $\triangle ABM$  と  $\triangle ACM$  は面積が等しい。

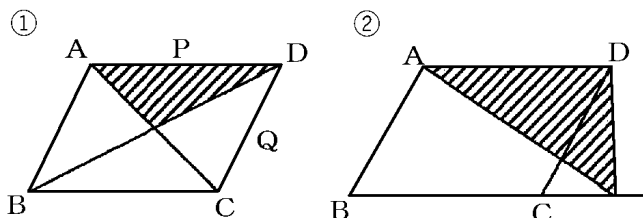


次に、図4の $\triangle ACM$  と  $\triangle MCD$  は、底辺と高さがそれぞれ等しいので、面積も等しくなる。

[面積を求める]

[問題](3学期)

次の図で、斜線部分の面積を求めよ。ただし、平行四辺形  $ABCD$  の面積は  $120\text{cm}^2$  とする。



[解答欄]

①	②
---	---

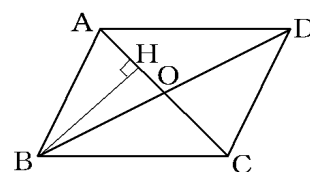
[解答]①  $30\text{cm}^2$  ②  $60\text{cm}^2$

[解説]

① 平行四辺形の対角線で分けられる2つの三角形は合同である。したがって、右図の $\triangle ABD$  と  $\triangle CBD$  は面積が等しい。また、 $\triangle BAC$  と  $\triangle DAC$  も面積が等しい。

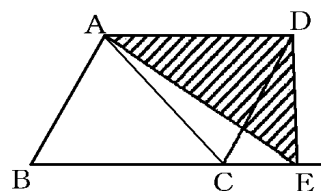
さらに、平行四辺形の2つの対角線で分けられる4つの三角形(右図の $\triangle ABO$ ,  $\triangle BCO$ ,  $\triangle CDO$ ,  $\triangle ADO$ )はすべて面積が等しい。

例えば、右図の $\triangle ABO$  と  $\triangle BCO$  で、 $AO$ ,  $CO$  をそれぞれの三角形の底辺とする。平行四辺形の対角線は中点で交わるので、 $AO=CO$  となる。また、2つの三角形の高さ  $BH$  は共通である。したがって、 $\triangle ABO$  と  $\triangle BCO$  の面積は等しくなる。同様に、 $\triangle BCO$  と  $\triangle CDO$ ,  $\triangle CDO$  と  $\triangle ADO$  も面積が等しくなる。



よって、問題図の図の斜線部分の面積は、 $120(\text{cm}^2) \div 4 = 30(\text{cm}^2)$  となる。

② 右図の $\triangle ADE$ と $\triangle ADC$ の共通の底辺を $AD$ とすると、 $CE \parallel AD$ なので、2つの三角形の高さは等しくなる。したがって、 $\triangle ADE$ と $\triangle ADC$ の面積は等しい。

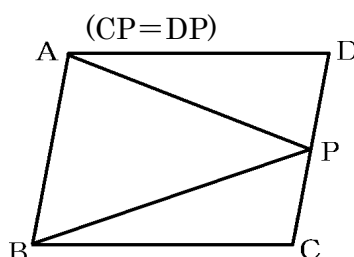
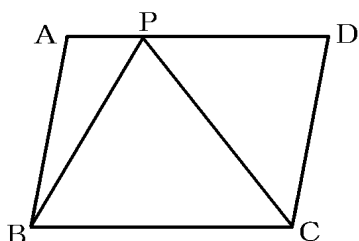


平行四辺形 $ABCD$ の面積は $120\text{cm}^2$ なので、 $\triangle ADC$ の面積は、 $120(\text{cm}^2) \div 2 = 60(\text{cm}^2)$ となる。  
したがって、 $\triangle ADE$ の面積も $60(\text{cm}^2)$ となる。

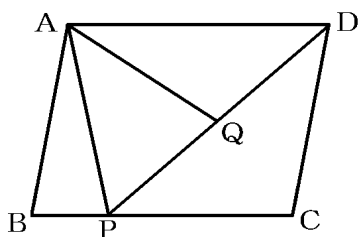
[問題](3学期)

面積が $40\text{cm}^2$ の平行四辺形 $ABCD$ で、点 $P$ を次のようにとるとき、以下の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle ABP + \triangle CDP$ の面積を求めよ。 (2)  $\triangle ADP$ の面積を求めよ。



- (3) 点 $Q$ が線分 $DP$ の中点であるときの $\triangle APQ$ の面積を求めよ。



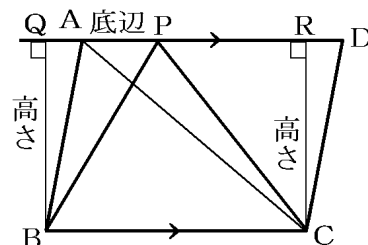
[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $20\text{cm}^2$  (2)  $10\text{cm}^2$  (3)  $10\text{cm}^2$

[解説]

(1) 右図のように線分 $AC$ をひく。  
 $\triangle ABP$ と $\triangle ACP$ について、  
 $AP$ を共通の底辺とすると、 $QD \parallel BC$ なので、  
 $BQ = CR$ となり、2つの三角形の高さも等しくなり、  
 $\triangle ABP = \triangle ACP$ と2つの三角形の面積は等しくなる。  
よって、 $\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle ACP + \triangle CDP = \triangle ACD$



$\triangle ACD$ の面積は平行四辺形 $ABCD$ の $\frac{1}{2}$ で、 $40 \times \frac{1}{2} = 20(\text{cm}^2)$ となる。

(2) 右図のように AD, BC に平行な線分 PQ をひく。

明らかに, 4つの三角形( $\triangle ADP$ ,  $\triangle PQA$ ,

$\triangle PQB$ ,  $\triangle CBP$ )はすべて面積が等しい。

よって, ( $\triangle ADP$  の面積) $=40 \div 4 = 10\text{cm}^2$

(3) 右図のように底辺と高さをとると,

(平行四辺形 ABCD の面積) $=$ (底辺 AD) $\times$ (高さ BH)

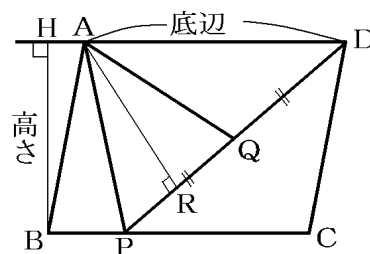
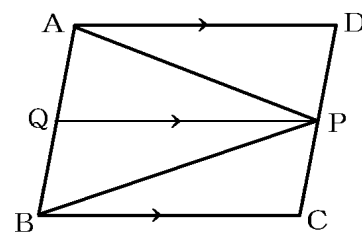
$$(\triangle APD \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times (\text{底辺 AD}) \times (\text{高さ BH})$$

よって,  $\triangle APD$  の面積は平行四辺形 ABCD の面積の半分  
で,  $40 \div 2 = 20(\text{cm}^2)$

次に,  $\triangle APQ$  と  $\triangle ADQ$  について,

点 Q が線分 DP の中点であるので, (底辺 PQ) $=$ (底辺 DQ)

高さ AR は共通。よって,  $\triangle APQ$  と  $\triangle ADQ$  の面積は等しく,  $\triangle APQ$  の面積は  $\triangle APD$  の半  
分になる。ゆえに, ( $\triangle APQ$  の面積) $=20 \div 2 = 10(\text{cm}^2)$



[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD で対角線の交点 O を通る直線をひき,  
辺 AD, BC との交点をそれぞれ P, Q とする。BQ : QC  
 $=3 : 2$ ,  $\triangle OCQ = 10\text{cm}^2$  であるとき,  $\triangle OAB$  の面積を求め  
よ。

[解答欄]

[解答]  $25(\text{cm}^2)$

[解説]

$\triangle OBQ$  と  $\triangle OCQ$  で, 底辺をそれぞれ BQ, CQ とすると高  
さは共通なので, 2つの三角形の面積比は底辺の長さの比に  
なる。

よって,  $\triangle OBQ : \triangle OCQ = BQ : CQ = 3 : 2$

$\triangle OCQ = 10\text{cm}^2$  なので,

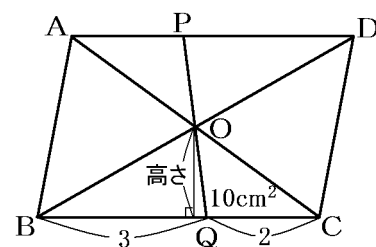
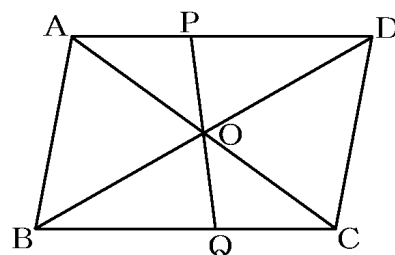
$$\triangle OBQ = 10 \times \frac{3}{2} = 15(\text{cm}^2)$$

よって,  $\triangle OCB = \triangle OBQ + \triangle OCQ = 15 + 10 = 25(\text{cm}^2)$

ところで, 平行四辺形の対角線は中点で交わるので,  $OA = OC$

$\triangle OAB$  と  $\triangle OCB$  の底辺をそれぞれ OA, OC とすると, 高さは共通で等しい。

高さと同じ底辺の長さが等しいので,  $\triangle OAB = \triangle OCB = 25(\text{cm}^2)$



[等積変形]

[問題](3学期)

右の図で、 $DE \parallel AC$  のとき、四角形  $ABCD$  の面積と  $\triangle ABE$  の面積が等しくなることを( )を埋めて証明せよ。

(仮定) ( ア )

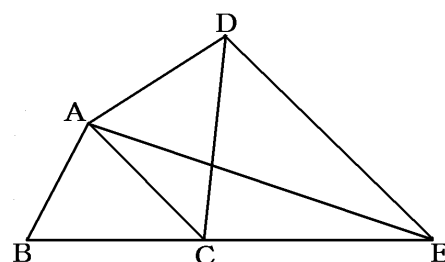
(結論) ( イ )

(証明)

四角形  $ABCD = \triangle ABC + \triangle(ウ)$

また、 $DE \parallel AC$  より、 $\triangle(ウ) = \triangle(エ)$

四角形  $ABCD = \triangle ABC + \triangle(ウ) = \triangle ABC + \triangle(エ) = \triangle ABE$



[解答欄]

ア	イ		
ウ	エ		

[解答]ア  $DE \parallel AC$  イ 四角形  $ABCD$  の面積と  $\triangle ABE$  の面積が等しい ウ  $\triangle ACD$   
エ  $\triangle ACE$

[解説]

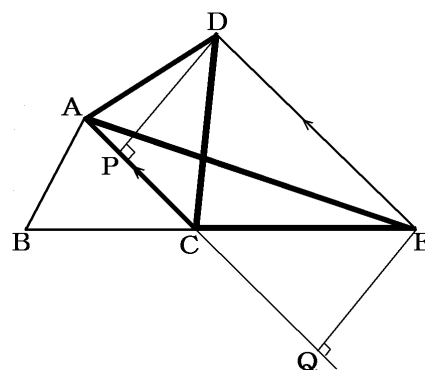
$\triangle ACD$  と  $\triangle ACE$  において、  
 $AC$  を共通の底辺とすると、 $DE \parallel AC$  なので、  
右図のように、 $DP = EQ$  で高さが等しい。

よって、2つの三角形の面積は等しく、

$$\triangle ACD = \triangle ACE$$

$$\text{四角形 } ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACE = \triangle ABE$$



[問題](3学期)

右の図の四角形  $ABCD$  は  $AD \parallel BC$  の台形である。  
 $AB \parallel ED$  となるように点  $E$  を  $BC$  上にとったとき、 $\triangle DBC$   
 $=$  四角形  $AECD$  であることを、次のように証明した。

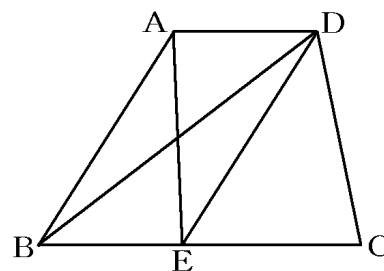
( )にあてはまるものを入れよ。

[証明]

$\triangle DBE$  と  $\triangle DAE$  は、底辺( ア ), を共通とし、

$AB \parallel$  ( イ )

よって、 $\triangle DBE = \triangle DAE \dots \textcircled{1}$



また、 $\triangle DBC = \triangle DBE + \triangle DEC \dots \textcircled{2}$

四角形  $AECD = \triangle DAE + (\text{ウ}) \dots \textcircled{3}$

①, ②, ③から

$\triangle DBC = \text{四角形 } AECD$

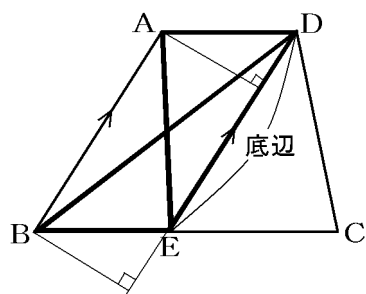
[解答欄]

ア	イ	ウ
---	---	---

[解答]ア DE イ DE ウ  $\triangle DEC$

[解説]

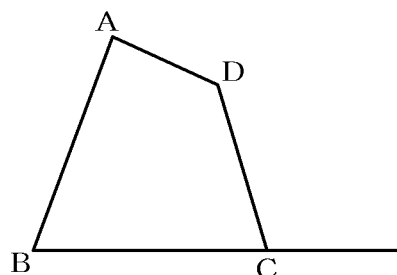
次の図を参照



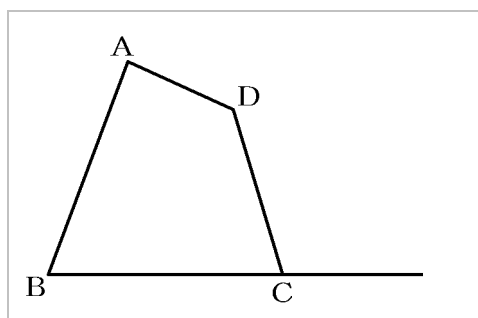
[等積変形の作図]

[問題](3学期)

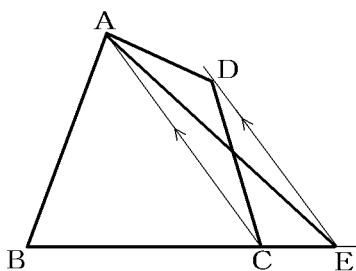
右のような四角形  $ABCD$  がある。 $BC$  の延長線上に点  $E$  をとり、 $\triangle ABE$  の面積と四角形  $ABCD$  の面積が等しくなるようにしたい。点  $E$  を作図せよ。



[解答欄]

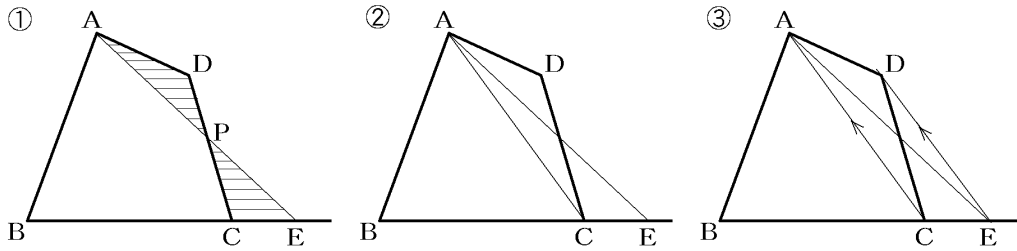


[解答]





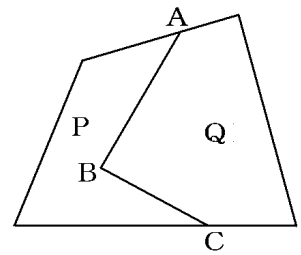
[解説]



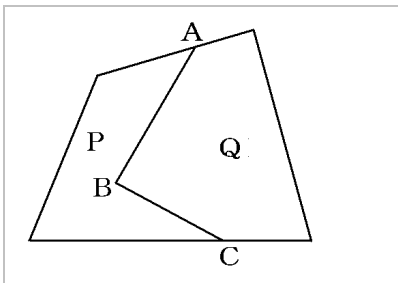
まず、上図①のように  $BC$  の延長線上に、四角形  $ABCD$  と  $\triangle ABE$  の面積がおおよそ等しくなるような点  $E$  をとってみる。四角形  $ABCD$  と  $\triangle ABE$  の面積が等しいとき、 $\triangle ADP$  と  $\triangle CEP$  の面積が等しくなる。そこで、図②のように  $A$  と  $C$  を結ぶ。 $\triangle ADP$  と  $\triangle CEP$  の面積が等しいとき、 $\triangle ACD$  と  $\triangle ACE$  の面積は等しくなる。 $AC$  を共通な底辺と考えると、図③のように、 $DE$  は底辺  $AC$  に平行になる。

[問題](3学期)

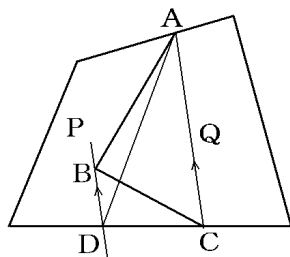
右の図において、折れ線  $ABC$  を境界線とする  $P$  と  $Q$  の2つの土地がある。この2つの土地の面積を変えずに2つとも四角形になるように、図の点  $A$  を通る線分に境界線を改めたい。この条件に合うように、境界線  $AD$  を作図せよ。ただし、平行な線は記号であらわすこと。



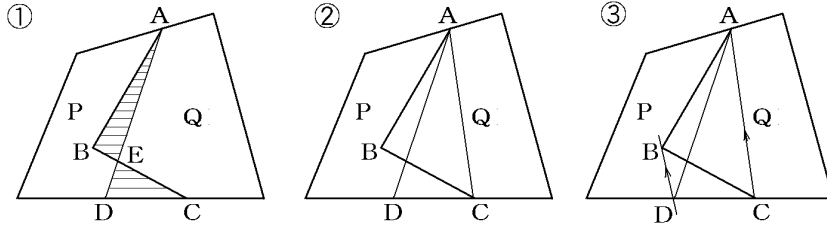
[解答欄]



[解答]



[解説]

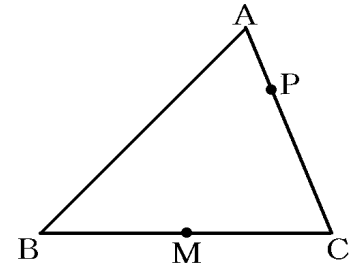


まず、上図①のように、境界線変更前と変更後の面積がおおよそ等しくなるように  $AD$  を引く。 $Q$  についていえば、 $\triangle ABE$  が減少する部分で、 $\triangle EDC$  が増加する部分である。この2つの三角形の面積が同じになればよい。次に図②のように  $A$  と  $C$  を結ぶ。 $\triangle ABE$  と  $\triangle EDC$  の面積が等しいとき、 $\triangle ABC$  と  $\triangle ADC$  の面積は等しくなる。 $AC$  を共通な底辺と考えると、図③のように、 $BD$  は底辺  $AC$  に平行になる。

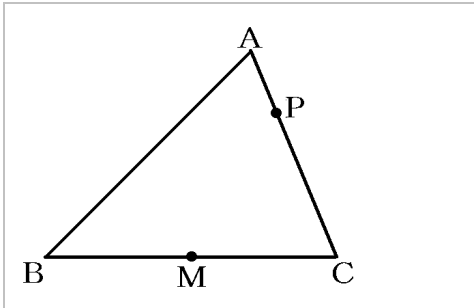
[問題](3学期)

$\triangle ABC$  において、辺  $BC$  の中点を  $M$ 、辺  $AC$  上の点を  $P$  とする。辺  $BC$  上に点  $Q$  をとって、 $\triangle ABC$  の面積を2等分するような線分  $PQ$  を作図せよ。

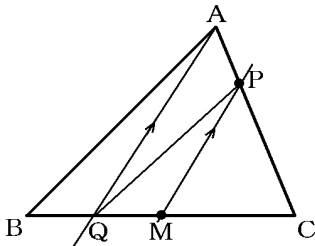
(ただし作図跡は残すこと)



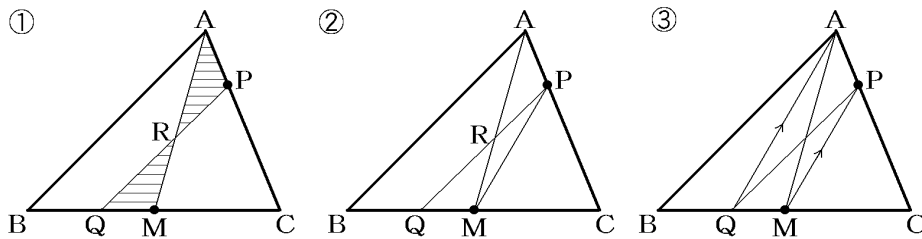
[解答欄]



[解答]



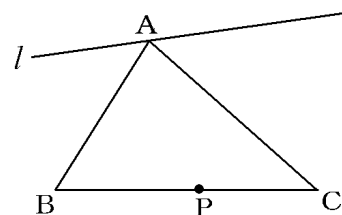
[解説]



MはBCの中点なので、 $\triangle ABM$ と $\triangle ACM$ は面積が等しい。したがって、 $\triangle ACM$ は $\triangle ABC$ の半分の面積である。PQが $\triangle ABC$ の面積を二等分するとき、 $\triangle PQC$ の面積は $\triangle ACM$ の面積と等しくなる。上図①のように、 $\triangle PQC$ と $\triangle ACM$ の面積がおおよそ等しくなるように点Qをとる。このとき、 $\triangle APR$ と $\triangle QMR$ の面積は等しい。次に図②のようにPとMを結ぶ。 $\triangle APR$ と $\triangle QMR$ の面積が等しいとき、 $\triangle AMP$ と $\triangle QMP$ の面積は等しくなる。MPを共通な底辺と考えると、図③のように、AQは底辺MPに平行になる。

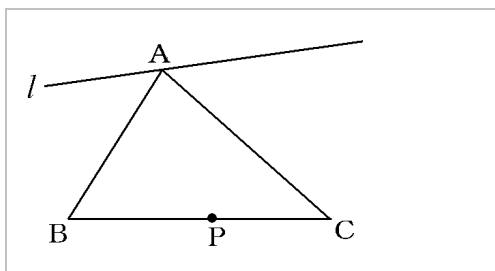
[問題](3学期)

右の図のように、 $\triangle ABC$ の頂点Aを通る直線*l*と、辺BC上に点Pがある。*l*上に点Qをとり、四角形ABPQが $\triangle ABC$ の面積と等しくなるようにする。

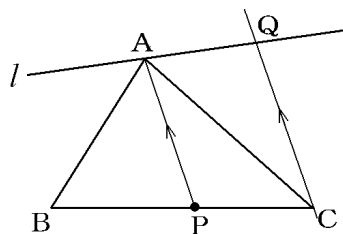


点Qを作図せよ。

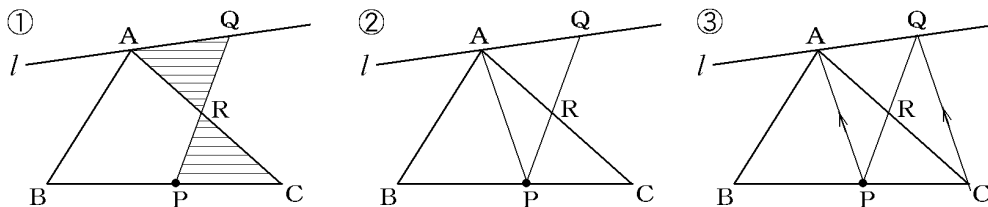
[解答欄]



[解答]

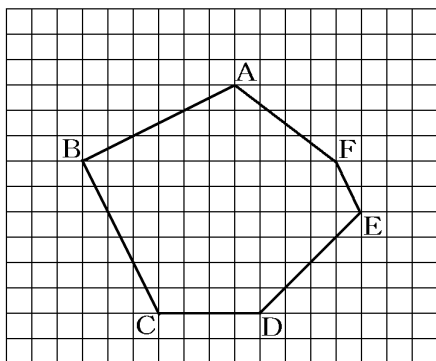


[解説]

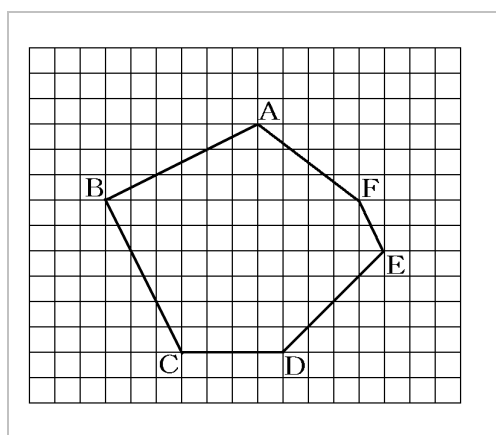


[問題](3学期)

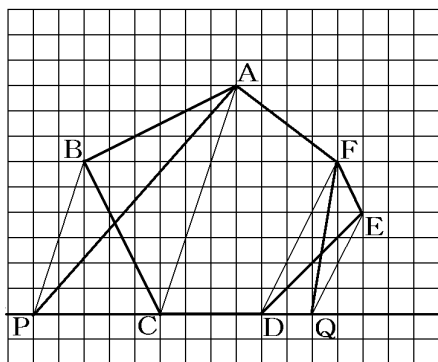
次の図で、直線 CD 上に点 P, Q をとり、六角形 ABCDEF と面積の等しい四角形 APQF をかけ。



[解答欄]



[解答]



[解説]

AC // BP となるように P をとれば、 $\triangle ABC$  の面積と  $\triangle APC$  の面積は等しくなる。  
 FD // EQ となるように Q をとれば、 $\triangle FED$  の面積と  $\triangle FQD$  の面積は等しくなる。

[印刷／他の PDF ファイルについて]

※このファイルは、FdData 中間期末数学 2 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 2 年は Word の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

※FdData 中間期末(社会・理科・数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は <http://www.fdtex.com/dat/> に掲載しております。

【Fd 教材開発】(092) 404-2266