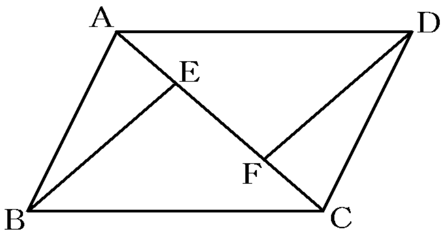
【】平行四辺形の性質

[問題](2 学期期末)

右図は，平行四辺形 ABCD の対角線 AC 上に AE＝CF となる点 E，点 F をとり，B と E，D と F を結んだものである。このとき，BE＝DF であることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

△ABE と△CDF において，

仮定より，AE＝CF･･･①

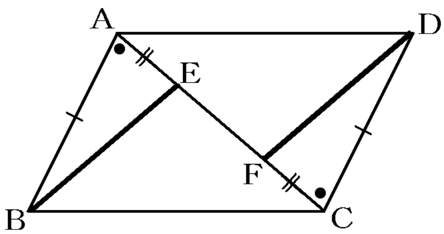
四角形 ABCD は平行四辺形なので, 向かい合う辺の長さが等しい。よって，AB＝CD･･･②

また，AB // CD で平行線の錯角は等しいので，

∠BAE＝∠DCF･･･③

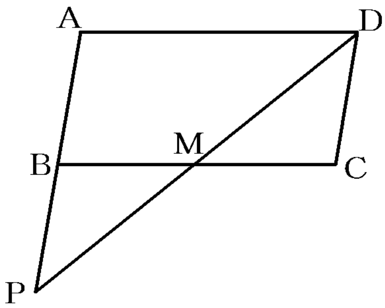
①，②，③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABE≡△CDF

よって，BE＝DF



[問題](1 学期期末)

右の図の平行四辺形 ABCD で，辺 BC の中点を M とし, DM の延長と AB の延長との交点を P とすれば, AB＝BP となることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

△BPM と△CDM において

仮定より BM＝CM･･･①

仮定より AP // DC で錯角は等しいので,

∠PBM＝∠DCM･･･②

対頂角は等しいので，∠BMP＝∠CMD･･･②

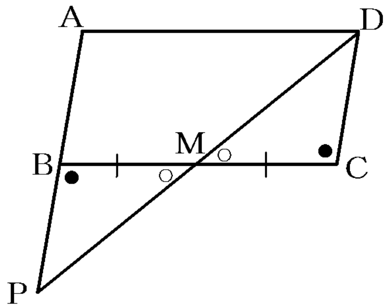
①，②，③より 1 辺と両端の角がそれぞれ等しいので,

△BPM≡△CDM

合同な図形の対応する辺は等しいので，BP＝CD･･･④

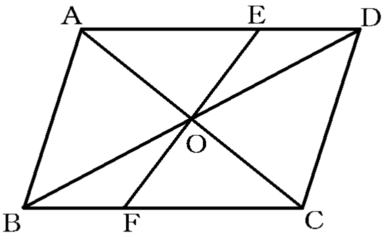
四角形 ABCD は平行四辺形なので，CD＝AB･･･⑤

④，⑤より，AB＝BP



[問題](3 学期)

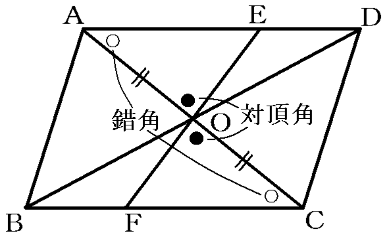
次の図の平行四辺形 ABCD で, O は対角線の交点である。点 O を通る直線と辺 AD，辺 BC との交点をそれぞれ E，F とする。このとき，AE＝CF となることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

△AEO と△CFO において,



平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので,

AO＝CO･･･①

平行線の錯角は等しいので,

∠EAO＝∠FCO･･･②

対頂角は等しいので,

∠AOE＝∠COF･･･③

①，②，③より 1 辺と両端の角がそれぞれ等しいので,

△AEO≡△CFO

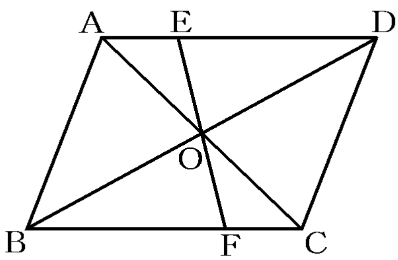
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので，AE＝CF

[問題](2 学期期末)

平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし，O を通る直線が AD，BC と交わる点を，右の図のように E，F とすれば，OE＝OF である。

(1)　仮定と結論をいいなさい。

(2)　このことを証明せよ。



[解答欄]

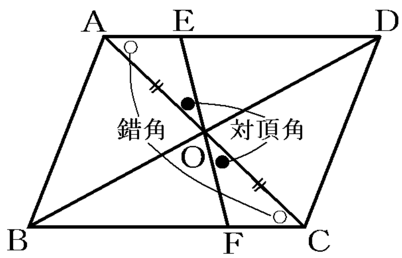
(1) 仮定：	
結論：	
(2) 証明	

[解答]

(1) 仮定：四角形 ABCD は平行四辺形

結論：OE＝OF

(2) 証明



△AEO と△CFO において，

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，

AO＝CO･･･①

平行線の錯角は等しいので，∠EAO＝∠FCO･･･②

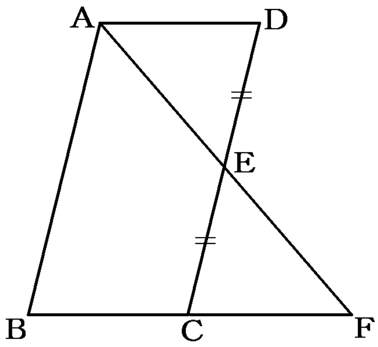
対頂角は等しいので，∠AOE＝∠COF･･･③

①，②，③より，一辺と両端の角がそれぞれ等しいので，

△AEO≡△CFO

合同な三角形の対応する辺の長さは等しいので，OE＝OF

[問題](2 学期期末)



平行四辺形 ABCD で，辺 DC の中点を E とし，AE の延長と辺 BC の延長との交点を F とすると，BC＝FC である。これを次のように証明した。(　　)にあてはまる言葉や記号を入れよ。

[仮　定]AB // DC，AD // BC，DE＝CE

[結　論]BC＝FC

[証　明]△AED と△FEC で，

DE＝(　1　) (仮定)･･･①

∠AED＝(　2　) (対頂角)･･･②

AD // BC (仮定)より，

∠ADE＝(　3　) (平行線と錯角)･･･③

①，②，③から，

△AED≡(　4　) [(　5　)相等]

よって，AD＝(　7　)･･･④

四角形 ABCD は平行四辺形であるから，

AD＝(　7　)･･･⑤

④，⑤から，BC＝(　8　)

[解答欄]

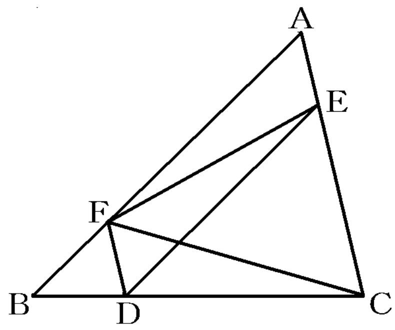
(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1) CE　(2) ∠FEC　(3) ∠FCE　(4) △FEC　(5) 二角挟辺　(6) FC　(7) BC

(8) FC

[問題](2 学期期末)

右の図で，3 点 D，E，F はそれぞれ△ABC の辺 BC，CA，AB 上の点で，FA＝FC，AB // ED，AC // FD である。このとき，△AFE≡△FCD である。次の問いに答えよ。



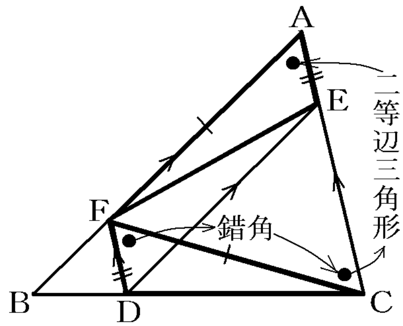
(1)　仮定と結論をいいなさい。

(2)　このことを証明せよ。

[解答欄]

(1) 仮定：	
結論：	
(2) 証明	

[解答]



(1) 仮定：FA＝FC，AB // ED，AC // FD

　結論：△AFE≡△FCD

(2) 証明

△AFE と△FCD において，

仮定より，FA＝CF･･･①

AC // FD で錯角は等しいので，∠CFD＝∠FCA･･･②

また①より，△FAC は二等辺三角形なので，

∠FCA＝∠FAE･･･③

②，③より∠FAE＝∠CFD･･･④

AB // ED，AC // FD なので四角形 AEDF は平行四辺形

よって AE＝FD･･･⑤

①，④，⑤より二辺とその間の角が等しいので，

△AFE≡△FCD

【】平行四辺形になるための条件

[問題](3 学期)

平行四辺形であるための条件を 2 つ書きなさい。

[解答欄]

[解答]2 組の向かい合った辺がそれぞれ等しい。2 組の向かい合った角がそれぞれ等しい。(1 組の向かい合う辺が平行で等しい。対角線がそれぞれの中点で交わる。)

[問題](3 学期)

四角形 ABCD の対角線の交点を O とするとき，次の条件のうちで，四角形 ABCD が平行四辺形になるものには○を, 平行四辺形になるとは限らないものには×を書け。

(1)　AD // BC，AB＝DC

(2)　AD＝BC，∠ADB＝∠CBD

(3)　ABC≡△ADC

(4)　AO＝CO，∠DAO＝∠BCO

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)

[解答](1) ×　(2) ○　(3) ×　(4) ×

[問題](3 学期)

次の四角形 ABCD は平行四辺形になりますか。なる場合はそのときあてはまる条件を，ならない場合は×で答えなさい。

(1)　AD // BC，AD＝5cm，BC＝5cm

(2)　AB＝6cm，BC＝4cm，DC＝4cn．AD＝6cm,

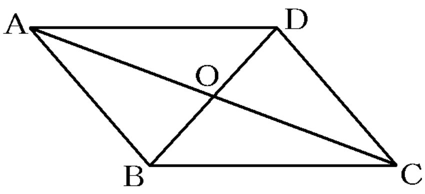
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) なる。1 組の辺が平行で等しい。　(2) ×

[問題](3 学期)

図のような四角形 ABCD に次の条件を加えるとき，平行四辺形となるものには○を，そうでないものには×を書きなさい。



(1) AD // BC，∠DAB＋∠CDA＝180°

(2) AC＝BD，AC⊥BD

(3) AD // BC，AB＝DC

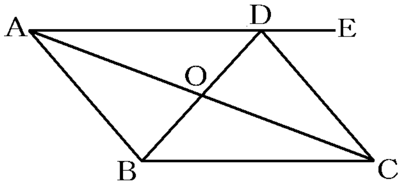
(4) AO＝BO＝DO＝CO

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)

[解答](1) ○　(2) ×　(3) ×　(4) ○

[解説]



(1) 右図で，∠EDC＋∠CDA＝180°

条件より，∠DAB＋∠CDA＝180°

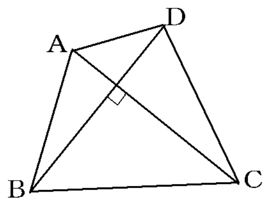
よって，∠EDC＋∠CDA＝∠DAB＋∠CDA なので，

∠EDC＝∠DAB となり，

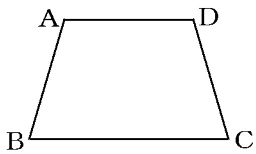
同位角が等しいので AB // DC

また，条件より AD // BC なので，向かい合う 2 つの辺が平行になる。

よって，四角形 ABCD は平行四辺形になる。



(2) 例えば，右図のように，AC＝BD，AC⊥BD である四角形は平行四辺形ではない。



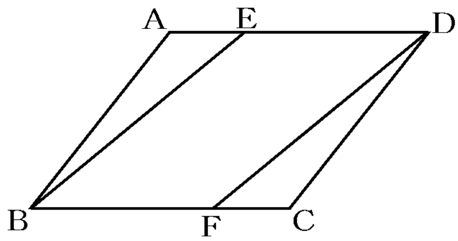
(3) 例えば，右図のような四角形は AD // BC，AB＝DC であるが，平行四辺形ではない。もし，AD // BC，AD＝BC であるならば，「向かい合う 1 組の辺が平行で等しい」ので平行四辺形になる。

(4) AO＝BO＝DO＝CO なので，対角線が中点で交わる。したがって，平行四辺形になる。(正確には，長方形になる。長方形は平行四辺形の一種である。)

【】平行四辺形になることの証明①

[問題](3 学期)

次の図で，平行四辺形 ABCD の辺 AD，BC 上に AE＝CF となるような点 E，F をとる。このとき，四角形 EBFD は平行四辺形になることを，次のように証明した。(　　　)にあてはまる記号やことばを入れなさい。



(証明)

四角形 EBFD において

四角形(　ア　)は平行四辺形だから，

(　イ　) // BC より

ED // (　ウ　)･･･①

AD＝(　エ　)，AE＝CF だから

ED＝AD－(　オ　)

BF＝(　カ　)－CF

よって

ED＝(　キ　)･･･②

①，②より

(　　　　ク　　　　)から

四角形(　ケ　)は平行四辺形である。

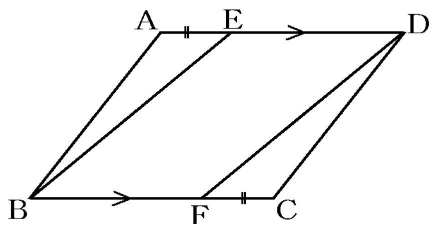
[解答欄]

ア	イ	ウ	エ
オ	カ	キ	
ク			ケ

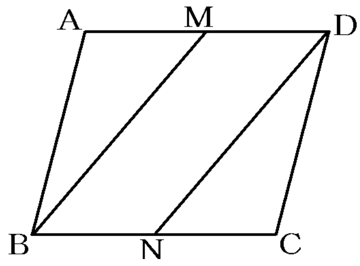
[解答]ア ABCD　イ AD　ウ BF　エ BC　オ AE　カ BC　キ BF　ク 1 組の向かい合う辺が平行で等しい　ケ EBFD

[解説]

右図を参照



[問題](3 学期)



　右の図で点 M，N は，平行四辺形 ABCD の辺 AD，BC の中点です。このとき，四角形 MBND が平行四辺形であることを次のように証明しました。(　　　)をうめなさい。

[証明]

平行四辺形の向かい合う辺は等しいので,

AD＝(　ア　)

仮定から,

MD＝$\frac{1}{2}$AD，BN＝$\frac{1}{2}$(　イ　)なので,

MD＝BN･･･①

平行四辺形の向かいあう辺は(　ウ　)なので,

AD // (　エ　)

よって，MD // BN･･･②

①，②から，四角形 MBND は(　　　　オ　　　　)なので，平行四辺形である。

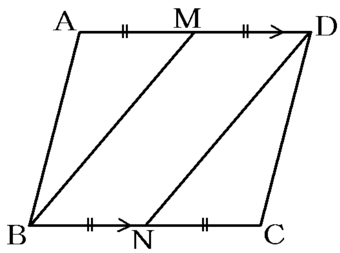
[解答欄]

ア	イ	ウ	エ
オ			

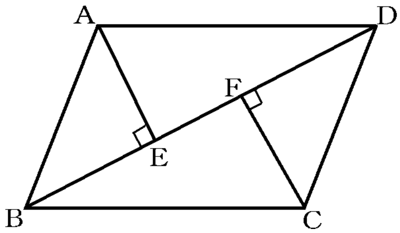
[解答]ア　BC　イ　BC　ウ　平行　エ　BC　オ　1 組の向かい合う辺が平行で等しい

[解説]

右図を参照



[問題](3 学期)



右の図のように平行四辺形 ABCD の頂点 A, C から対角線 BD に垂線をひき，対角線との交点をそれぞれ E，F とする。このとき四角形 AECF が平行四辺形であることを次のように証明した。(　　)の中にあてはまるものを書き，証明を完成させなさい。

[証明]

△ABE と△CDF において

AB＝(　1　)

錯角は等しいから

∠ABE＝∠CDF

∠AEB＝∠CFD＝90°

直角三角形で(　　　2　　　)がそれぞれ等しいから

△ABE≡△CDF

従って，AE＝(　3　)･･･①

また，∠AEF＝∠CFE＝90°で錯角が等しいから

AE (　4　) CF･･･②

①，②より

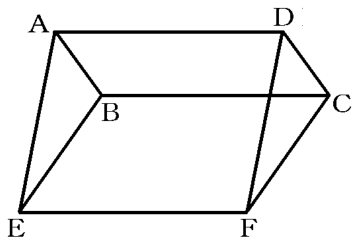
四角形 AECF は，平行四辺形になる。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) CD　(2) 斜辺と 1 鋭角　(3) CF　(4) //

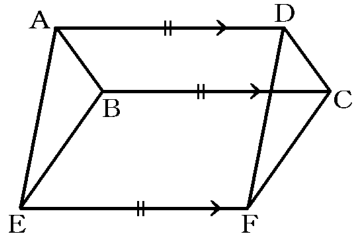
[問題](3 学期)



右の図で，四角形 ABCD，BEFC がともに平行四辺形であるとき, 四角形 AEFD も平行四辺形であることを証明しなさい。

[解答欄]

[解答]



四角形 ABCD は平行四辺形なので AD // BC，AD＝BC･･･①

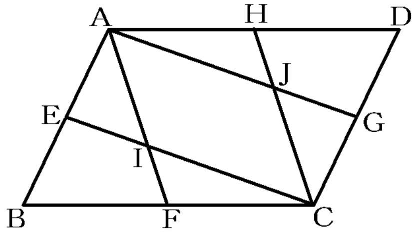
四角形 BEFC は平行四辺形なので EF // BC，EF＝BC･･･②

①，②より，AD // EF，AD＝EF

1 組の向かい合う辺が平行で，長さが等しいので，

四角形 AEFD は平行四辺形である。

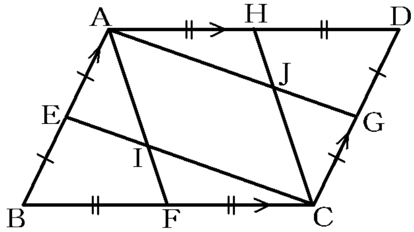
[問題](3 学期)



右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形で，E，F，G，H は各辺の中点である。このとき，四角形 AICJ は平行四辺形であることを証明しなさい。

[解答欄]

[解答]



四角形 AFCH について，仮定より，AH // FC･･･①

また，AD＝BC で H，F はそれぞれ AD，BC の中点なので，AH＝FC･･･②

①，②より 1 組の辺が平行で，長さが等しいので，四角形 AFCH は平行四辺形

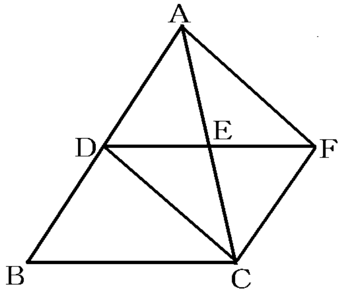
よって，AI // CJ･･･③

同様にして，四角形 AECG も平行四辺形なので，AJ // CI･･･④

③，④より 2 組の向かい合った辺がそれぞれ平行なので四角形 AICJ は平行四辺形である。

[問題](3 学期)

右の図のように，△ABC の辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とする。DE の延長上に DE＝EF となるように点 F をとる。このとき，DF＝BC であることを次のように証明した。この証明を完成させよ。(a), (b), (c)には最も適するものを[A 群]から, また, (あ), (い)には根拠にしたものを[B 群]から, それぞれ 1 つずつ選び，記号で答えよ。



＜証明＞

仮定より，AE＝CE・・・①，　(a)・・・②

①，②より，(あ)から，四角形 ADCF は平行四辺形である。

このことから，AD // FC すなわち，(b)・・・③

AD＝FC・・・④

仮定より，AD＝DB…⑤

④，⑤より，(c)・・・⑥

③，⑥より，1 組の対辺が平行で長さが等しいので，四角形 DBCF は平行四辺形である。したがって，(い)から，DF＝BC となる。　(証明終)

[A 群]

ア AF // DC　イ DB // FC　ウ DF // BC　エ DE＝FE　オ DB＝FC

[B 群]

ア 平行四辺形では，2 組の対辺はそれぞれ等しい。

イ 平行四辺形では，2 組の対角はそれぞれ等しい。

ウ 平行四辺形では，2 つの対角線はそれぞれの中点で交わる。

エ 2 組の対辺がそれぞれ平行である四角形は，平行四辺形である。

オ 2 組の対辺がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形である。

カ 2 組の対角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

キ 2 つの対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である。

ク 1 組の対辺が平行で長さが等しい四角形は，平行四辺形である。

[解答欄]

(a)	(b)	(c)	(あ)	(い)

[解答](a) エ　(b) イ　(c) オ　(あ) キ　(い) ア

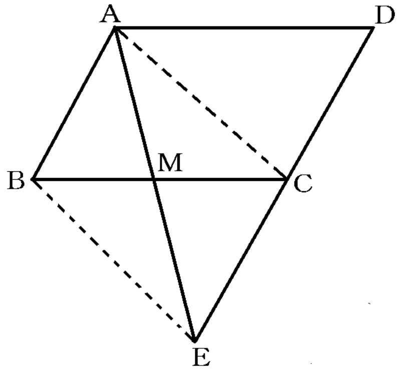
【】平行四辺形になることの証明②

[問題](3 年 1 学期中間)

平行四辺形 ABCD の BC の中点を M とし，AM の延長と DC の延長との交点を E とします。

(1)　△ABM≡△ECM を証明しなさい。

(2)　四角形 ABEC は平行四辺形であることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

(1)

△ABM と△ECM において，

仮定より，BM＝CM･･･①

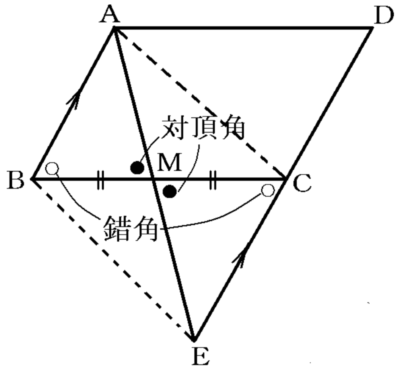
対頂角は等しいので，∠AMB＝∠EMC･･･②

仮定より AB // EC で平行線の錯角は等しいので，

∠ABM＝∠ECM･･･③

①，②，③より 1 辺と両端の角がそれぞれ等しいので，

△ABM≡△ECM



(2)

仮定より BM＝CM･･･④

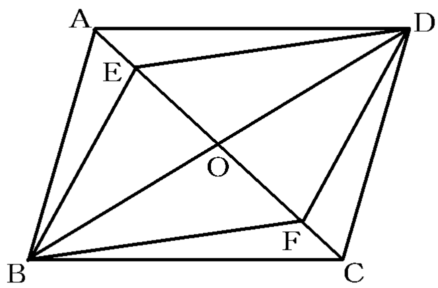
(1)より△ABM≡△ECM なので AM＝EM･･･⑤

④，⑤より対角線が互いに中点で交わるので，

四角形 ABEC は平行四辺形である。

[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD で，対角線 AC に，点 E，F を，AE＝CF となるようにとると, 四角形 BFDE は平行四辺形である。このことを，次のように証明した。空らんをうめて証明を完成させなさい。



＜証明＞

四角形 ABCD は平行四辺形だから

(　　1　　)･･･①

(　　2　　)･･･②

また，仮定より(　　3　　)･･･③

②，③より(　　4　　)･･･④

①，④より(　　5　　)から，四角形 BFDE は平行四辺形である。

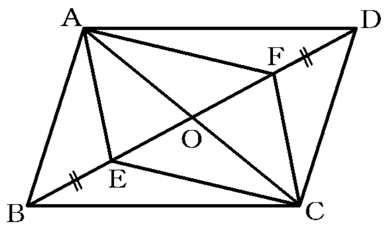
[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) BO＝DO　(2) AO＝CO　(3) AE＝CF　(4) EO＝FO　(5) 対角線が互いに中点で交わる

[問題](3 学期)

次の図のような平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし，対角線 BD 上に 2 点 E，F を BE＝DF となるようにとる。このとき，四角形 AECF が平行四辺形になることを次のように証明した。(　　)に適する記号や言葉を入れて証明を完成させなさい。



＜証明＞

BE＝DF　((　　1　　)より)･･･①

BO＝DO　((　　2　　)なので)･･･②

①，②より(　3　)＝FO･･･③

(　4　)＝CO　((　　5　　)なので)･･･④

③，④より(　　6　　)から，四角形 AECF は平行四辺形である。

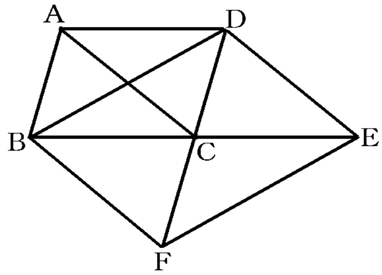
[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) 仮定　(2) 四角形 ABCD は平行四辺形　(3) EO　(4) AO　(5) 四角形 ABCD は平行四辺形　(6) 対角線が互いに中点で交わる

[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD の辺 BC，DC の延長上に，BC＝CE，DC＝CF となる点 E，F を右の図のようにとります。



(1)　平行四辺形が 3 つありますので, すべてかきなさい。

(2)　(1)の平行四辺形の中で1番大きい平行四辺形について，平行四辺形であることを証明しなさい。

[解答欄]

(1)
(2)

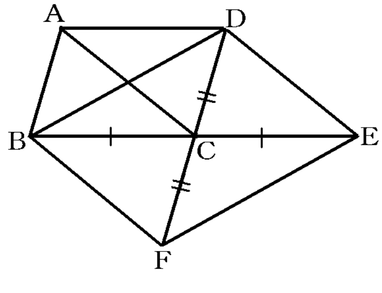
[解答]

(1)平行四辺形 BDEF，平行四辺形 ACED，平行四辺形 ABFC

(2) 四角形 BDEF について

BC＝CE，DC＝CF なので対角線は互いに中点で交わっている。

したがって，四角形 BDEF は平行四辺形である。



【】平行四辺形になることの証明③

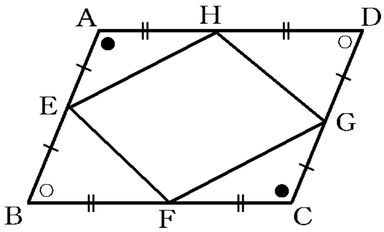
[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD で辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ E，F，G，H とするとき四角形 EFGH は平行四辺形であることを証明しなさい。

[解答欄]

[解答]

△AEH と△CGF において，



仮定より AB＝CD，かつ E,G はそれぞれ辺 AB，CD の中点なので，AE＝CG･･･①

同様にして AH＝CF･･･②

平行四辺形の向かい合う角は等しいので，

∠EAH＝GCF･･･③

①，②，③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△AEH≡△CGF

合同な図形の対応する辺は等しいので，EH＝GF･･･④

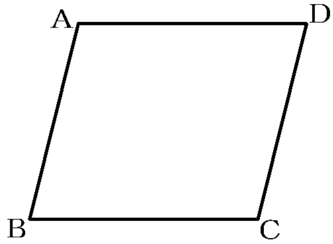
同様にして，△BEF≡△DGH なので，EF＝GH･･･⑤

④，⑤より向かい合う 2 組の辺の長さが等しいので，

四角形 EFGH は平行四辺形である。

[問題](3 学期)

四角形 ABCD において，AB // DC，∠A＝∠C のとき，
四角形 ABCD は平行四辺形であることを証明しなさい。



[解答欄]

(仮定)

(結論)

(証明)

[解答]

(仮定) AB // DC，∠A＝∠C

(結論) 四角形 ABCD は平行四辺形である

(証明)

AB // DC なので∠C＋∠B＝180°

∠A＋∠D＝180°

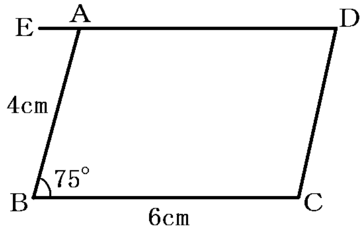
仮定より∠A＝∠C なので，∠B＝∠D

よって向かい合う 2 組の角がそれぞれ等しいので,

四角形 ABCD は平行四辺形である

【】平行四辺形についての計算問題

[問題](3 学期)



右の平行四辺形 ABCD で，次の(1)～(3)の長さや角の大きさを求めなさい。

(1) AD　(2) ∠D　(3) ∠BCD

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 6cm　(2) 75°　(3) 105°

[解説](1) 平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので，AD＝BC＝6cm

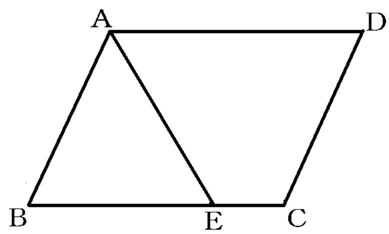
(2) 平行四辺形の向かい合う角の大きさは等しいので，∠D＝∠B＝75°

(3) 四角形の内角の和は 180°×(4－2)＝360° なので∠A＋∠B＋∠C＋∠D＝360°

平行四辺形の向かい合う角の大きさは等しいので，∠B＝∠D＝75°，∠A＝∠C

ゆえに，∠C＋75°＋∠C＋75°＝360°，2∠C＝210°　ゆえに∠C＝105°

[問題](3 学期)



次の図の平行四辺形 ABCD で，点 E は∠BAD の二等分線と辺 BC との交点である。∠ABE＝64°，AB＝5cm，BC＝7cm のとき，次の問いに答えなさい。

(1) ∠AEB の大きさを求めなさい。

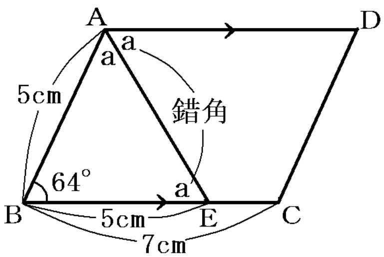
(2) 線分 EC の長さを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 58°　(2) 2cm

[解説]



(1)「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のようにａの角をとる。

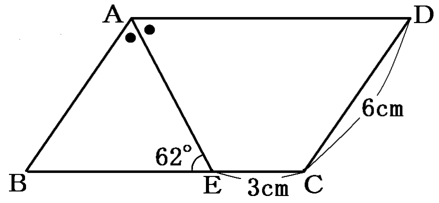
△ABE で「三角形の内角の和は 180°」なので，

ａ＋ａ＋64°＝180°，2ａ＝116°　ゆえにａ＝58°

(2)「2 角が等しい三角形は二等辺三角形である」ので，

△BAE は二等辺三角形で BA＝BE＝5cm　ゆえに，EC＝BC－BE＝7－5＝2cm

[問題](3 学期)



右の図の平行四辺形 ABCD で，∠BAD の二等分線と辺 BC の交点を E とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　△ABE はどんな三角形か。

(2)　∠ADC の大きさを求めよ。

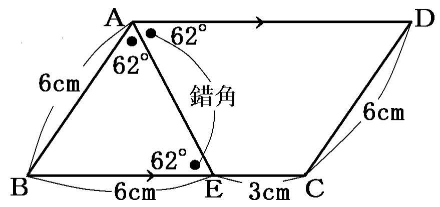
(3)　AD の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 二等辺三角形　(2) 56°　(3) 9cm

[解説]



(1)「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 62° の角を移す。

「2 角が等しい三角形は二等辺三角形である」ので，△ABE は二等辺三角形になる。

(2) △ABE で，「三角形の内角の和は 180° 」なので，

∠B＋62° ＋62° ＝180° ，∠B＝56°

「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ので，∠D＝∠B　ゆえに∠D＝56°

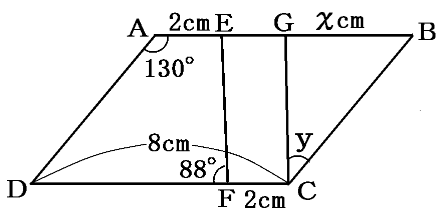
(3) 「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので，AB＝CD＝6cm

△ABE は二等辺三角形なので，AB＝BE

ゆえに BE＝6cm　BC＝BE＋EC＝6＋3＝9cm

「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので，AD＝BC＝9cm

[問題](3 学期)



次の図の平行四辺形 ABCD で，EF // GC，DC＝8cm のとき次の問いに答えなさい。

①　x の値を求めなさい。

②　y の角の大きさを求めなさい。

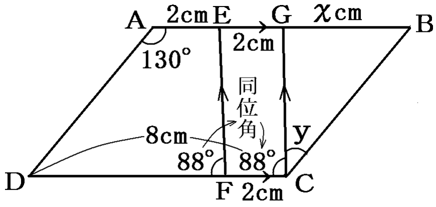
[解答欄]

①	②

[解答]① 4　② 42°

[解説]

① EG // FC，EF // GC なので，四角形 EFCG は平行四辺形。「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので，EG＝FC＝2cm



また，AB＝DC＝8cm

AE＋EG＋GB＝AB，2＋2＋ x ＝8

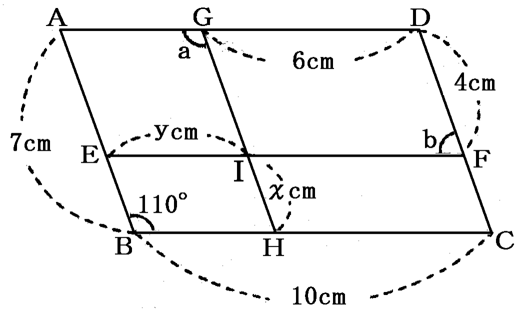
ゆえに x ＝4

②「平行線では同位角は等しい」性質を使って，図のように 88° の角を移す。

「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ので， y ＋88° ＝130°　　ゆえに y ＝42°

[問題](3 学期)

　右の図の平行四辺形 ABCD で，AD // EF，AB // GH である。このとき，x, y の値，∠ a ，∠ b の大きさをそれぞれ求めなさい。



[解答欄]

x ＝	y ＝	a ＝	b ＝

[解答] x ＝3cm， y ＝4cm，∠ a ＝110° ，∠ b ＝70°

[解説]

四角形 ABHG は仮定より向かい合う 2 組の辺が平行なので平行四辺形である。

平行四辺形の向かい合う角は等しいので， a ＝110°

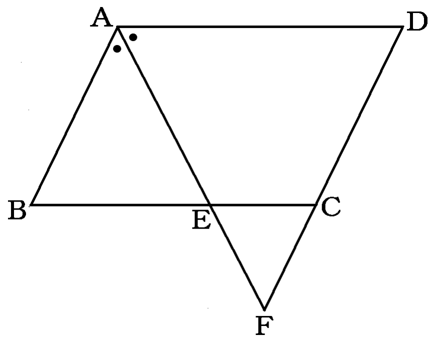
同様にして，四角形 GDFI も平行四辺形で， b ＝∠DGI＝180° － a ＝180° －110° ＝70°

また，平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので， x ＝CF＝7－4＝3cm

y ＝AG＝10－6＝4cm

[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD の∠A の二等分線が辺 BC と交わる点を E，辺 DC の延長と交わる点を F とする。これについて，次の問いに答えなさい。



(1)　∠F＝65°のとき，∠B，∠AEC の大きさを求めなさい。

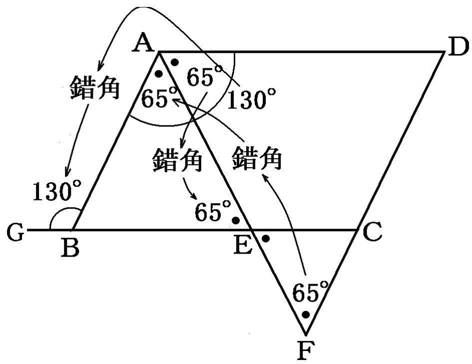
(2)　AB＝5cm，AD＝9cm のとき，CF の長さを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) ∠B＝50°，∠AEC＝115°　(2) 4cm

[解説]



(1) 仮定より∠CFE＝65°で，平行線の錯角は等しいので，∠BAE＝∠CFE

よって∠BAE＝65°

また，仮定より∠DAE＝∠BAE なので，

∠DAE＝65°

よって，∠BAD＝∠BAE＋∠DAE＝65°＋65°＝130°

平行線の錯角は等しいので，∠GBA＝∠BAD　よって∠GBA＝130°　ゆえに，∠B＝180°－130°＝50°

次に∠AEC について

平行線の錯角は等しいので，∠BEA＝∠DAE　よって∠BEA＝65°

∠AEC＝180°－∠BEA＝180°－65°＝115°

(2) (1)より∠BAE＝∠BEA なので，△BAE は二等辺三角形で，BA＝BE

BA＝5cm なので，BE＝5cm　また，BC＝AD＝9cm

よって，CE＝BC－BE＝9－5＝4(cm)

対頂角は等しいので，∠CEF＝∠AEB＝65°

よって，∠CEF＝∠CFE なので，△CEF は二等辺三角形で CF＝CE　ゆえに，CF＝4cm

【】いろいろな四角形

[問題](3 学期)

(1)　ひし形の定義は 4 つの(　　　)が等しい四角形である。

(2)　長方形の定義は 4 つの(　　　)が等しい四角形である。

(3)　平行四辺形の定義は 2 組の向かい合う(　①　)がそれぞれ(　②　)な四角形である。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)①	②

[解答](1) 辺　(2) 角　(3)① 辺　② 平行

[解説]

ひし形，長方形，正方形は平行四辺形の特殊な場合である。

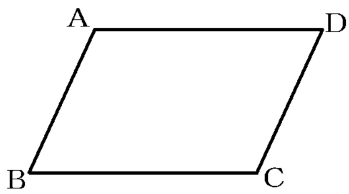
ひし形：定義「4 つの辺が等しい四角形」

長方形：定義「4 つの角が等しい四角形」

正方形：定義「4 つの角が等しく，4 つの辺が等しい四角形」

[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD が次の条件を持つとき，それぞれどのような四角形になるか答えなさい。



(1)　AB＝BC

(2)　∠A＝∠B

(3)　AB＝BC，∠B＝90°

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) ひし形　(2) 長方形　(3) 正方形

[解説]

(1) 平行四辺形なので向かい合う辺の長さが等しく，AB＝CD，AD＝BC である。これに AB＝BC の条件が付け加わると，AB＝BC＝CD＝AD で 4 つの辺の長さが等しくなり，ひし形になる。

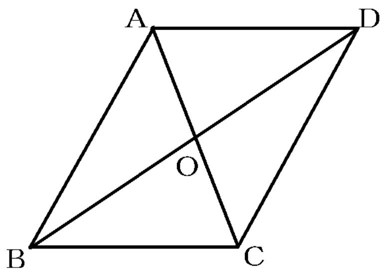
(2) 平行四辺形なので向かい合う角の大きさが等しく，∠A＝∠C，∠B＝∠D である。これに∠A＝∠B の条件が付け加わると，∠A＝∠B＝∠C＝∠D で 4 つの角が等しく

なり，長方形になる。

(3) AB＝BC なので(1)と同様にして 4 辺が等しくなる。また∠B＝90°なので，他の 3 つの角もすべて 90°になり，∠A＝∠B＝∠C＝∠D となる。4 つの角が等しく，4 つの辺が等しい四角形なので正方形になる。

[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD に次の条件が加わると，どんな四角形になるか答えよ。ただし，O は対角線の交点とする。



(1)　AB＝AD

(2)　AC＝BD

(3)　∠AOB＝90°，∠ABC＝90°

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) ひし形　(2) 長方形　(3) 正方形

[解説]

ひし形，長方形，正方形は平行四辺形の特殊な場合である。

ひし形：定義「4 つの辺が等しい四角形」，性質「対角線が垂直に交わる」

長方形：定義「4 つの角が等しい四角形」，性質「対角線の長さが等しい」

正方形：定義「4 つの角が等しく，4 つの辺が等しい四角形」

性質「対角線の長さが等しく垂直に交わる」

(1) 平行四辺形なので向かい合う辺の長さが等しく，AB＝CD，AD＝BC である。これに AB＝AD の条件が付け加わると，AB＝BC＝CD＝AD で 4 つの辺の長さが等しくなり，ひし形になる。

(2) 対角線が等しい平行四辺形は長方形である。

(3) ∠AOB＝90°より対角線が垂直に交わる。対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である。∠ABC＝90°より他の 3 つの内角もすべて 90°になる。4 つの角が等しい四角形は長方形である。ひし形と長方形の性質を同時にもつのは正方形である。

[問題](3 学期)

下の四角形ア～オのうち，(1)～(4)の条件を常に満たすものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア：平行四辺形　　イ：正方形　　ウ：台形　　エ：長方形　　オ：ひし形

(1)　内角の和が 360°である。

(2)　2 つの対角線が中点で交わる。

(3)　4 つの辺の長さがすべて等しい。

(4)　2 つの対角線の長さが等しい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)

[解答](1) アイウエオ　(2)アイエオ　(3) イオ　(4) イエ

[解説]

(1) 内角の和が 360° である多角形は四角形である。ア～オはすべて四角形。

(2) 2 つの対角線が中点で交わる四角形は平行四辺形である。正方形，長方形，ひし形は平行四辺形の一種である。

(3) 4 つの辺の長さがすべて等しい四角形はひし形である。正方形はひし形の一種である。

(4) 2 つの対角線の長さが等しい四角形は長方形である。正方形は長方形の一種である。

[問題](3 学期)

次の問いに答えなさい。

(1)　平行四辺形 ABCD で AC⊥BD である。四角形 ABCD はどんな四角形か。

(2)　(1)の条件にさらに∠A＝∠B を加えるとどんな四角形になるか。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) ひし形　(2) 正方形

[解説]

(1) AC⊥BD より対角線が垂直に交わる。対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である。

(2) 平行四辺形なので向かい合う角の大きさが等しく，∠A＝∠C, ∠B＝∠D である。

これに∠A＝∠B の条件が付け加わると，∠A＝∠B＝∠C＝∠D で 4 つの角が等しくなり，長方形になる。(1)の性質も満たすので，ひし形でもある。ひし形と長方形の性質を同時にもつのは正方形である。

[問題](2 学期期末)

下は，二等辺三角形，正三角形，平行四辺形の定義と定理である。空欄にあてはまる言葉を選択欄から選び記号で答えよ。ただし，同じ記号を何度使ってもよい。

・(①)が等しい三角形を二等辺三角形という。(定義)

・二等辺三角形の(②)は等しい。(定理)

・二等辺三角形の(③)の二等分線は(④)を垂直に二等分する。(定理)

・(⑤)が等しい三角形を正三角形という。(定義)

・正三角形の 3 つの(⑥)は等しい。(定理)

・2 組の(⑦)が，それぞれ(⑧)な四角形を平行四辺形という。(定義)

・平行四辺形の対角線は，それぞれの(⑨)で交わる。(定理)

[選択欄]

ア：内角，　イ：外角，　ウ：同位角，　エ：底角，　オ：錯角，　カ：同位角

キ：直角，　ク：鋭角，　ケ：鈍角，　コ：頂角，　サ：対辺，　シ：底辺，

ス：平行，　セ：1 辺，　ソ：2 辺，　タ：3 辺，　チ：中点

[解答欄]

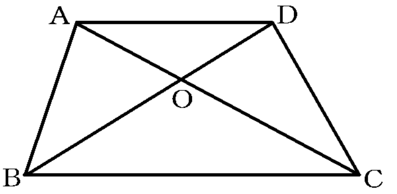
①	②	③	④
⑤	⑥	⑦	⑧
⑨			

[解答]① ソ　② エ　③ コ　④ シ　⑤ タ　⑥ ア　⑦ サ　⑧ ス　⑨ チ

【】平行線と面積①

[問題](3 学期)

右の図は AD // BC の台形である。△ABC と面積の等しい三角形を記号で表しなさい。

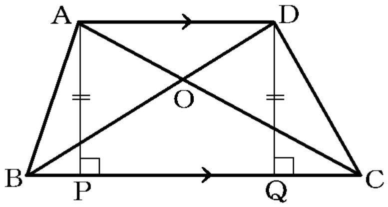


[解答欄]

[解答]△DBC

[解説]

△ABC と△DBC で，図のように P，Q をとる。
それぞれの底辺を BC とすると，底辺は共通。
AD // BC なので AP＝DQ で，それぞれの三角形の高さも等しい。よって 2 つの三角形の面積は等しい。

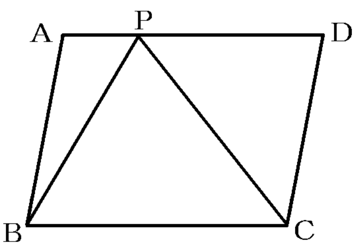


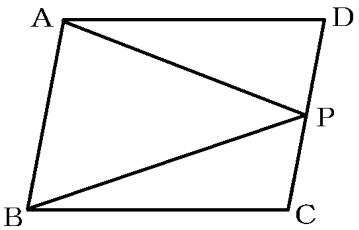
[問題](3 学期)

面積が 40cm²の平行四辺形ABCDで，点Pを次のようにとるとき，以下の各問いに答えなさい。

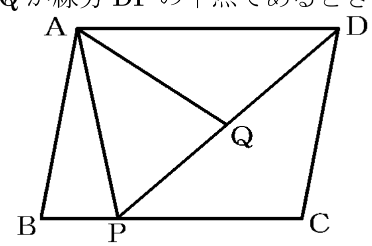
(1) △ABP＋△CDP の面積を求めなさい。 (2) △ADP の面積を求めなさい。

(CP＝DP)





(3) 点 Q が線分 DP の中点であるときの△APQ の面積を求めなさい。



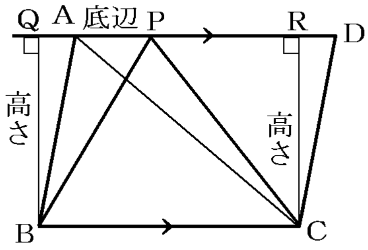
[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 20cm^2　(2) 10cm^2　(3) 10cm^2

[解説]

(1) 右図のように線分ACをひく。



△ABPと△ACPについて，

APを共通の底辺とすると，QD // BCなので，

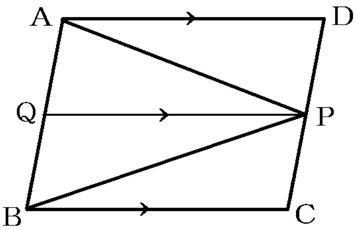
BQ＝CRとなり，2つの三角形の高さも等しくなり，

△ABP＝△ACPと2つの三角形の面積は等しくなる。

よって，△ABP＋△CDP＝△ACP＋△CDP＝△ACD

△ACDの面積は平行四辺形ABCDの$\frac{1}{2}$で，$40\times\frac{1}{2}=20$(cm^2)となる。

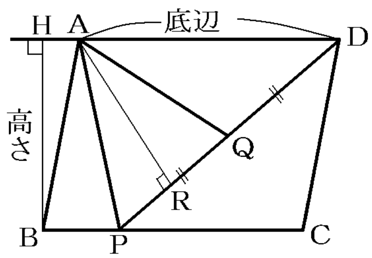
(2) 右図のようにAD，BCに平行な線分PQをひく。



明らかに，4つの三角形(△ADP，△PQA，△PQB，△CBP)はすべて面積が等しい。

よって，(△ADPの面積)＝40÷4＝10cm^2

(3) 右図のように底辺と高さをとると，



(平行四辺形ABCDの面積)＝(底辺AD)×(高さBH)

(△APDの面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺AD)×(高さBH)

よって，△APDの面積は平行四辺形ABCDの面積の半分で，40÷2＝20(cm^2)

次に，△APQと△ADQについて，

点Qが線分DPの中点であるので，(底辺PQ)＝(底辺DQ)

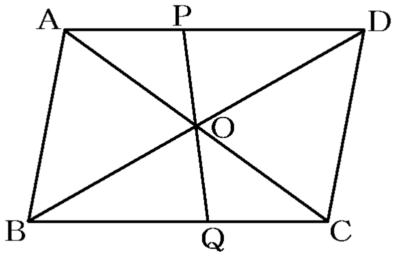
高さARは共通

よって，△APQと△ADQの面積は等しく，△APQの面積は△APDの半分になる。

ゆえに，(△APQの面積)＝20÷2＝10(cm^2)

[問題](3 学期)

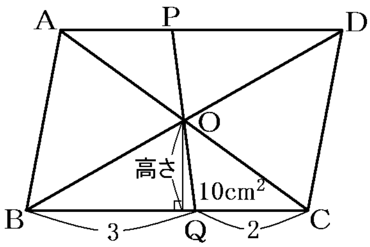
平行四辺形 ABCD で対角線の交点 O を通る直線をひき, 辺 AD, BC との交点をそれぞれ P, Q とします。BQ：QC＝3：2，△OCQ=10cm²であるとき，△OAB の面積を求めなさい。



[解答欄]

[解答]25(cm²)

[解説]△OBQ と△OCQ で，底辺をそれぞれ BQ, CQ とすると高さは共通なので，2 つの三角形の面積比は底辺の長さの比になる。



よって，△OBQ：△OCQ＝BQ：CQ＝3：2

△OCQ=10cm²なので，△OBQ＝$10\times\dfrac{3}{2}$＝15(cm²)

よって，△OCB＝△OBQ＋△OCQ＝15＋10＝25(cm²)

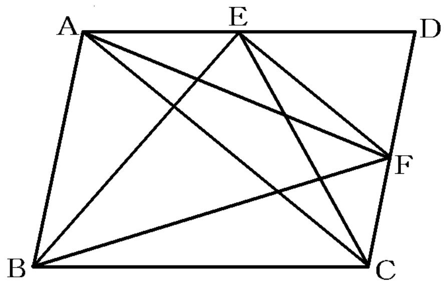
ところで，平行四辺形の対角線は中点で交わるので，OA＝OC

△OAB と△OCB の底辺をそれぞれ OA，OC とすると，高さは共通で等しい。

高さと底辺の長さが等しいので，△OAB＝△OCB＝25(cm²)

【】平行線と面積②

[問題](3 学期)

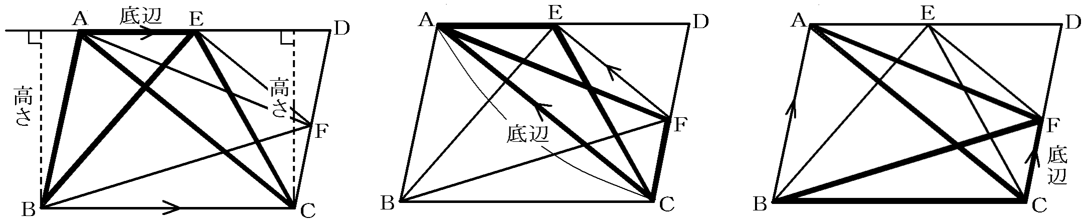


平行四辺形ABCDの対角線ACに平行な直線が辺AD, CDと交わる点を, それぞれE, Fとする。このとき, △ABEと面積が等しい三角形をすべて答えなさい。

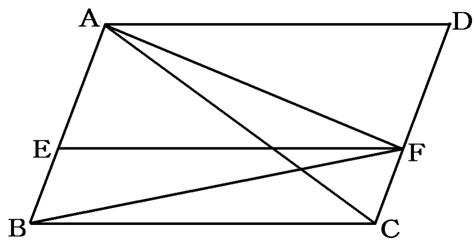
[解答欄]

[解答]△ACE，△ACF，△BCF

[解説]



[問題](3 学期)

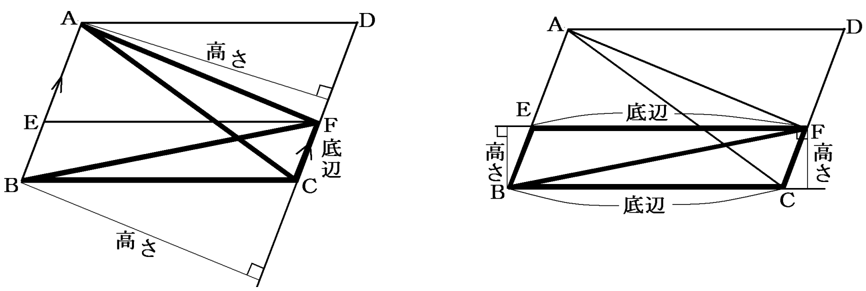


次の平行四辺形ABCDで，AD // EFであるとき，△FCBと面積が等しい三角形を書きなさい。

[解答欄]

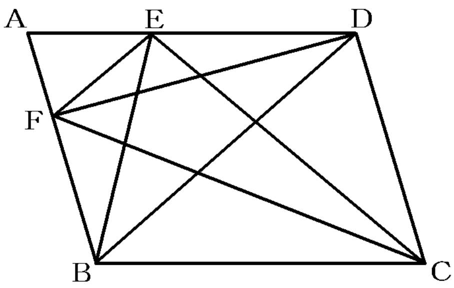
[解答]△FCA，△BEF

[解説]



[問題](3 学期)

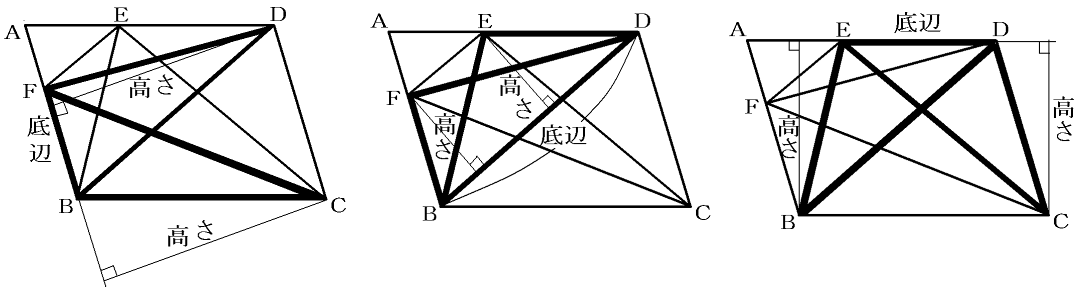
平行四辺形ABCDの対角線BDに平行な直線が辺AD，AB と交わる点をそれぞれ E，F とします。このとき, △BCF と面積が等しい三角形を 3 ついいなさい。



[解答欄]

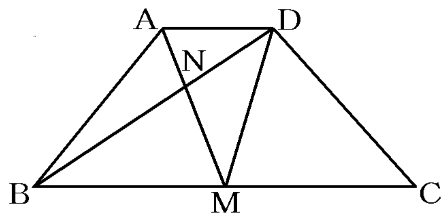
[解答]△BDF，△BDE，△CDE

[解説]



[問題](3 学期)

AD // BC である台形 ABCD があります。辺 BC の中点を M とし，A と M，D と M，D と B をそれぞれ結び，AM と BD の交点を N とする。この時, 面積の等しい三角形の組をすべてあげなさい。



[解答欄]

[解答]△DCM＝△DBM＝△ABM，△BAD＝△MAD，△ABN＝△DMN

[解説]

まず, △DCM と△DBM で, 底辺をそれぞれ CM, BM とすると高さは共通で等しい。M は BC の中点なので CM＝BM。底辺の長さと高さが等しいので，△DCM＝△DBM

△DBM と△ABM で，底辺を BM とすると，AD // BC なので 2 つの三角形の高さは同じ長さになる。底辺の長さと高さが等しいので，△DBM＝△ABM

ゆえに，△DCM＝△DBM＝△ABM･･･①

次に，△BAD と△MAD で，底辺を AD とすると，AD // BC なので 2 つの三角形の高さは同じ長さになる。底辺の長さと高さが等しいので，△BAD＝△MAD･･･②

また，△ABN＝△BAD－△NAD，△DMN＝△MAD－△NAD

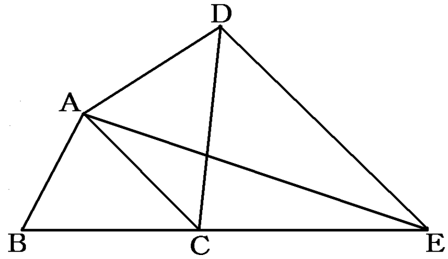
②より，△BAD＝△MAD なので，△ABN＝△DMN･･･③

①，②，③が面積の等しい三角形の組である。

【】等積変形

[問題](3 学期)

右の図で，DE // AC のとき，四角形 ABCD の面積と△ABE の面積が等しくなることを(　　)を埋めて証明しなさい。



(仮定)　(　　1　　)

(結論)　(　　2　　)

(証明)

四角形 ABCD＝△ABC＋△(　　3　　)

また，DE // AC より，△(　　3　　)＝△(　　4　　)

四角形 ABCD＝△ABC＋△(　　3　　)＝△ABC＋△(　　4　　)＝△ABE

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) DE // AC　(2) 四角形 ABCD の面積と△ABE の面積が等しい　(3) ACD

(4) ACE

[解説]

△ACD と△ACE において，

AC を共通の底辺とすると，DE // AC なので，

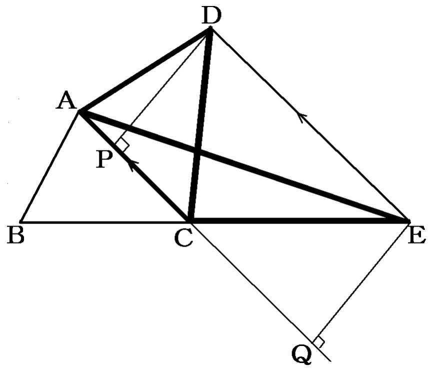
右図のように，DP＝EQ で高さが等しい。

よって，2 つの三角形の面積は等しく，

△ACD＝△ACE

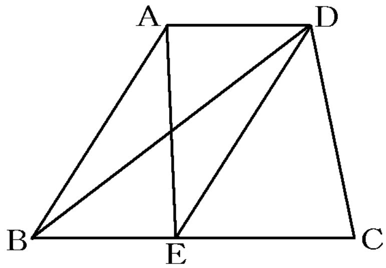
四角形 ABCD＝△ABC＋△ACD＝△ABC＋△ACE

＝△ABE



[問題](3 学期)

右の図の四角形 ABCD は AD // BC の台形です。AB // ED となるように点 E を BC 上にとったとき，△DBC＝四角形 AECD であることを，次のように証明しました。(　　　　)にあてはまるものを入れなさい。



[証明]

△DBE と△DAE は，底辺(　ア　)，を共通とし，

AB // (　イ　)

よって，△DBE＝△DAE･･･①

また，△DBC＝△DBE＋△DEC･･･②

四角形 AECD＝△DAE＋(　ウ　)･･･③

①，②，③から

△DBC＝四角形 AECD

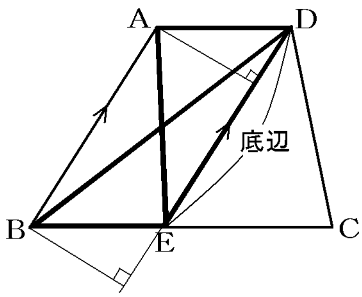
[解答欄]

ア	イ	ウ

[解答]ア DE　イ DE　ウ △DEC

[解説]

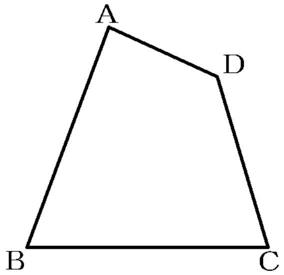
右図を参照



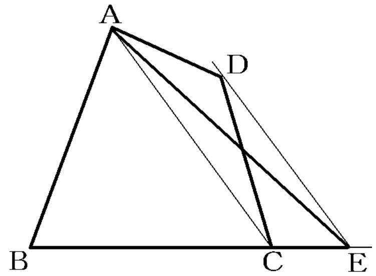
[問題](3 学期)

次の四角形 ABCD と，面積が等しい三角形△ABE を作図しなさい。

(作図に用いた線は，消さずに残しておくこと)

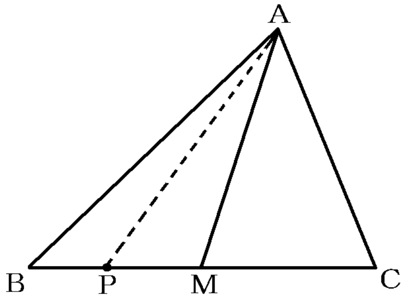


[解答]

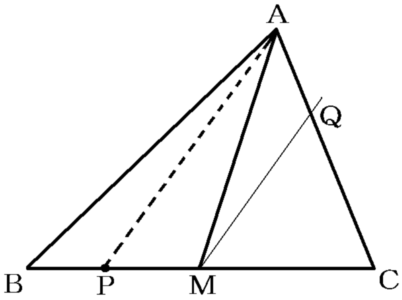


[問題](3 学期)

△ABC において，辺 BC の中点を M，BM 上の点を P とする。辺 AC 上に点 Q をとって，線分 PQ が△ABC の面積を 2 等分するように，解答用紙の図に作図しなさい。ただし，作図に用いた線は残し，必要なマークやアルファベットを必ず入れること。



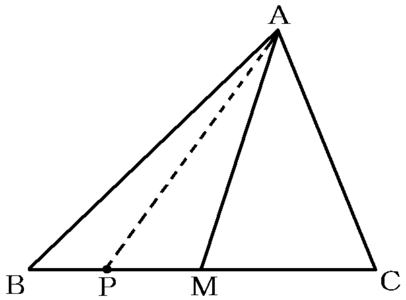
[解答]



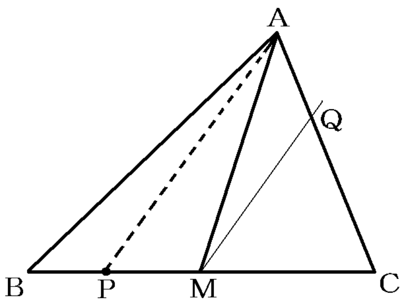
MQ // AP

[問題](3 学期)

△ABC において，辺 BC の中点を M，BM 上の点を P とする。辺 AC 上に点 Q をとって，線分 PQ が△ABC の面積を 2 等分するように，解答用紙の図に作図しなさい。



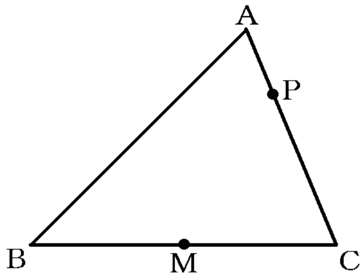
[解答]



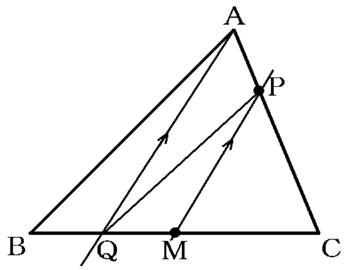
MQ // AP

[問題](3 学期)

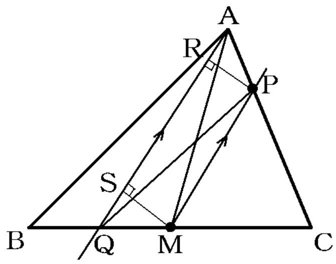
△ABC において，辺 BC の中点を M，辺 AC 上の点を P とする。辺 BC 上に点 Q をとって，△ABC の面積を 2 等分するような線分 PQ を作図しなさい。(ただし作図跡は残すこと)



[解答]



[解説]



PM に平行で A を通る直線が BC と交わる点が Q である。

△APQ と△AMQ において，

AQ を共通の底辺とすると，AQ // PM なので，

PR＝MS で高さが等しい。

よって, 2 つの三角形の面積は等しい(△APQ＝△AMQ)。

四角形 APQB＝△ABQ＋△APQ＝△ABQ＋△AMQ＝△ABM

ところで，M は BC の中点なので，△ABM＝$\frac{1}{2}$△ABC

以上より，四角形 APQB＝$\frac{1}{2}$△ABC となる。

[問題](3 学期)

四角形 ABCD で，辺 BC 上の延長上に点 E をとり，四角形 ABCD と等しい三角形を作りたい。このときの方法を以下のように説明した。(　　)にあてはまる言葉や記号を書きなさい。

BC を延長する。対角線(　ア　)をひき(　ア　)に平行で(　イ　)を通る直線を引く(l とする)　l と BC の延長との交点を E とする。すると四角形 ABCD＝△(　ウ　)となる。

[解答欄]

(ア)	(イ)	(ウ)

[解答](ア) AC　(イ) D　(ウ) ABE

[印刷／他のPDFファイルについて]

※ このファイルは，FdData 中間期末数学 2 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 2 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

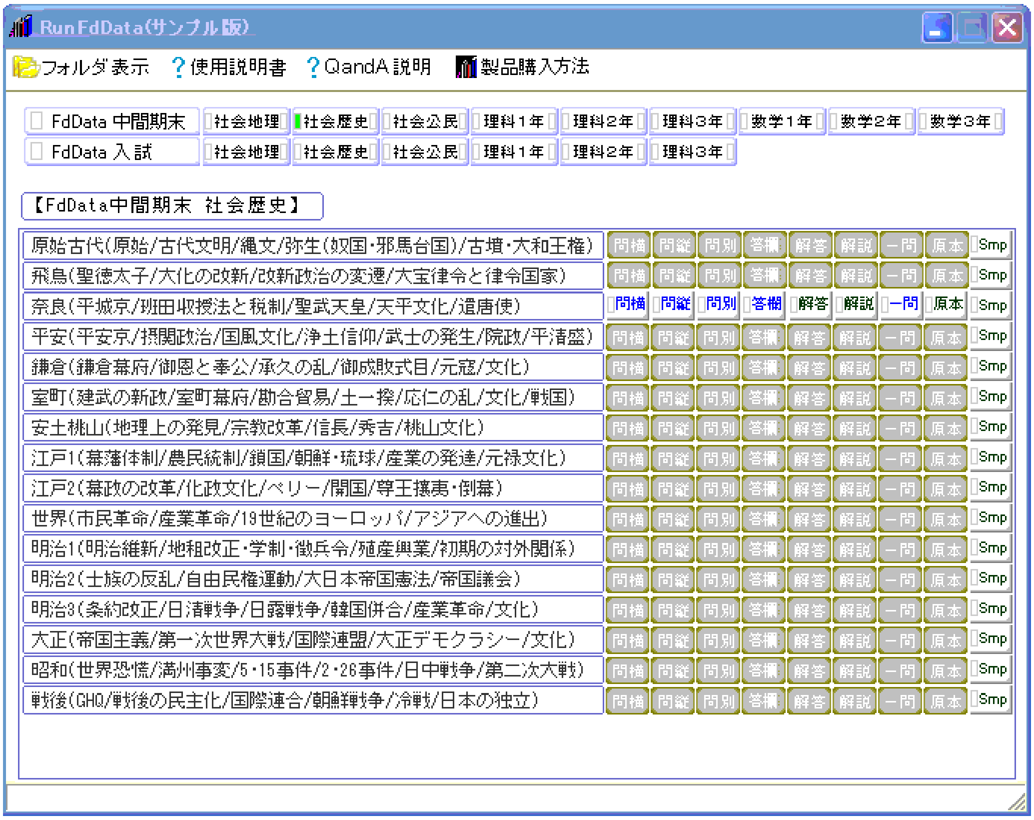
※FdData中間期末(社会･理科･数学)全分野のPDFファイル，および製品版の購入方法はhttp://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば， FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1800 ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【 http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】

※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd教材開発】(092) 404-2266

http://www.fdtext.com/dat/