【】公式を使った数の計算

[因数分解を利用した計算]

[問題](1 学期期末)

因数分解の公式を使って，工夫して計算せよ。途中の計算も書くこと。

175^2-25^2

[解答欄]

[解答] $175^2-25^2=(175+25)\times(175-25)=200\times150=30000$

[解説]

因数分解の公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を使う。

[問題](1 学期期末)

因数分解の公式を利用して計算せよ。途中の計算も書くこと。

$5.5^2-4.5^2$

[解答欄]

[解答] $5.5^2-4.5^2=(5.5+4.5)\times(5.5-4.5)=10\times1=10$

[展開を利用した計算]

[問題](1 学期期末)

乗法公式を利用して計算せよ。途中の計算も書くこと。

101^2

[解答欄]

[解答] $101^2=(100+1)^2=100^2+2\times100\times1+1^2=10201$

[解説]

＊$101=100+1$ より，$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ の公式を使うことに気づく。

[問題](1 学期期末)

次の計算をせよ。(途中の式を書くこと)

① 52^2　　② 88×92

[解答欄]

①
②

[解答]① $52^2=(50+2)^2=50^2+2\times 50\times 2+2^2=2704$

② $88\times 92=(90-2)\times(90+2)=90^2-2^2=8096$

[解説]

①$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$の公式を使う。

②$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使う。

[問題](1 学期期末)

次の式を工夫して計算せよ。途中の計算過程がはっきり分かるように書け。

(1) 105×95　　(2) 42^2

[解答欄]

(1)
(2)

[解答](1) $105\times 95=(100+5)\times(100-5)=100^2-5^2=9975$

(2) $42^2=(40+2)^2=40^2+2\times 40\times 2+2^2=1764$

[解説]

(1) $105=100+5,\ 95=100-5$より$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$の公式を使うことに気づく。

(2) $42=40+2$より$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$の公式を使うことに気づく。

[問題](1 学期期末)

次の式を工夫して計算せよ。ただし，くふうした点がわかるように，途中の計算も解答用紙に書け。

(1) 79^2　　(2) 102×98

[解答欄]

(1)
(2)

[解答](1) $79^2=(80-1)^2=80^2-2\times80\times1+1^2=6241$

(2) $102\times98=(100+2)\times(100-2)=100^2-2^2=9996$

[解説]

(1) $79=80-1$ より，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使うことに気づく。

(2) $102=100+2,\ 98=100-2$ より $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使うことに気づく。

[問題](1 学期期末)

次の計算を，乗法の公式や因数分解を利用して解け。

(1) 69×71　　(2) 79^2-21^2

[解答欄]

(1)
(2)

[解答](1) $69\times71=(70-1)\times(70+1)=70^2-1^2=4900-1=4899$

(2) $79^2-21^2=(79+21)\times(79-21)=100\times58=5800$

[解説]

(1) 乗法の公式のうちの $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を使う。

(2) 因数分解の公式のうちの $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を使う。

[問題](1 学期中間)

次の計算を，乗法の公式や因数分解を利用して解け。途中の式をすべて書け。

① 88×92　　② 79^2-21^2

[解答欄]

①
②

[解答]① $88\times92=(90-2)\times(90+2)=90^2-2^2=8096$

② $79^2-21^2=(79+21)\times(79-21)=100\times58=5800$

[問題](1 学期中間)

次の式を工夫して計算せよ。ただし，途中の計算も解答用紙に書け。

(1) 71×69　　(2) $21\times57+21\times43$

(3) 497×503　　(4) 65^2-35^2

[解答欄]

(1)
(2)
(3)
(4)

[解答](1) $71\times 69=(70+1)\times(70-1)=70^2-1^2=4900-1=4899$

(2) $21\times 57+21\times 43=21\times(57+43)=21\times 100=2100$

(3) $497\times 503=(500-3)\times(500+3)=500^2-3^2=250000-9=249991$

(4) $65^2-35^2=(65+35)\times(65-35)=100\times 30=3000$

[解説]

(1) $71=70+1,\ 69=70-1$ より $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使うことに気づく。

(2) $21\times 57+21\times 43$ で 21 を共通因数と考えてくくり出す。

(3) $497=500-3,\ 503=500+3$ より $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使うことに気づく。

(4) 因数分解の公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を使う。

【】式の値

[式を展開整理して代入]
[問題](1 学期期末)

$a=6,\ b=\dfrac{1}{2}$ のとき，$(a+b)^2-b(3a+b)$ の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] 33
[解説]
式を展開，整理してから代入。

$$(a+b)^2-b(3a+b)=a^2+2ab+b^2-3ab-b^2=a^2-ab=6^2-6\times\frac{1}{2}=36-3=33$$

[問題](1 学期期末)
次の式の値を求めよ。(途中の式を書くこと)

(1) $x=\dfrac{1}{2}$，$y=-2$ のとき，$(2x+y)^2-4xy$ の値

(2) $x=4,\ y=-3$ のとき，$(x-5y)^2+(x+5y)(x-5y)$ の値

[解答欄]

(1)
(2)

[解答](1) $(2x+y)^2-4xy=4x^2+4xy+y^2-4xy=4x^2+y^2=4\times\dfrac{1}{4}+4=5$

(2) $(x-5y)^2+(x+5y)(x-5y)=x^2-10xy+25y^2+x^2-25y^2=2x^2-10xy$
$=2\times4^2-10\times4\times(-3)=32+120=152$

[式を因数分解して代入]
[問題](1 学期中間)
$x=203$ のとき，x^2-6x+9 の値を求めよ。
[解答欄]

[解答]40000

[解説]

$x^2-6x+9=(x-3)^2=(203-3)^2=200^2=40000$

[問題](1学期期末)

因数分解を利用して，次の式の値を求めよ。途中の式も書け。

(1) $x=\dfrac{8}{3}$ のとき，x^2-4x+4 の値

(2) $x=3.75,\ y=2.25$ のとき，x^2-y^2 の値

[解答欄]

(1)
(2)

[解答](1) $x^2-4x+4=(x-2)^2=\left(\dfrac{8}{3}-2\right)^2=\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{4}{9}$

(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=(3.75+2.25)\times(3.75-2.25)=6\times1.5=9$

[解説]

(1) $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の公式を使う。

(2) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の公式を使う。

[問題](1学期期末)

次の各問いに答えよ。

(1) $x=198$ のとき，式 x^2+4x+4 の値を求めよ。

(2) $x=-3,\ y=4$ のとき，$3(4x^2+y^2)-4x(3x-y)$ の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 40000　(2) 0

[解説]

(1) $x^2+4x+4=(x+2)^2=(198+2)^2=40000$

(2) $3(4x^2+y^2)-4x(3x-y)=12x^2+3y^2-12x^2+4xy=3y^2+4xy=y(3y+4x)$

$=4\times(12-12)=0$

【】整数の証明問題

[奇数・偶数]

[問題](1 学期期末)

奇数の 2 乗が奇数になることを証明せよ。

[解答欄]

[解答]

奇数は，整数 n を使って，$2n+1$ と表すことができる。

(奇数の 2 乗)＝$(2n+1)^2=4n^2+4n+1=2(2n^2+2n)+1$

n は整数なので，$2n^2+2n$ も整数になる。よって，$2(2n^2+2n)+1$ は奇数となる。

したがって，奇数の 2 乗は奇数になる。

[解説]

奇数は，$3=2\times1+1,\ 5=2\times2+1,\ 7=2\times3+1$ のように，2 ×(整数)＋1 の形で表すことができる。したがって，奇数は整数 n を使って $2n+1$ と表すことができる。

また，$2\times(n^2+3n+2)+1$ などのように，2 ×(整式)＋1 の形になっているものは，

n が整数のとき n^2+3n+2 も整数になるので，2 ×(整数)＋1 で奇数になる。

例えば，$2n^2+8n+5$ は

$2n^2+8n+5=(2n^2+8n+4)+1=2(n^2+4n+2)+1$ と変形することで奇数になることを説明できる。

[問題](前期中間)

奇数と奇数の積は奇数になることを証明せよ。

[解答欄]

[解答]

2 つの奇数は，整数 $m,\ n$ を使って，$2m+1,\ 2n-1$ と表すことができる。

(2 つの奇数の積)＝$(2m+1)(2n+1)=4mn+2m+2n+1$＝$2(2mn+m+n)+1$

$2mn+m+n$ は整数なので，$2(2mn+m+n)+1$ は奇数になる。

よって，奇数と奇数の積は奇数になる。

[連続する整数]

[問題](1 学期中間)

連続する 2 つの整数で，大きい方の 2 乗から小さい方の 2 乗を引いた数は，その 2 数の和に等しいことを証明せよ。

[解答欄]

[解答]

連続する 2 つの整数は，整数 n を使って， n, $n+1$ と表すことができる。

(大きい方の 2 乗から小さい方の 2 乗を引いた数)

$=(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2=2n+1$・・・①

(2 数の和)$=n+(n+1)=2n+1$・・・②

①と②は等しい。

よって，大きい方の 2 乗から小さい方の 2 乗を引いた数は，その 2 数の和に等しい。

[解説]

例えば，連続する 2 つの整数 5, 6 は，5, $5+1$ と表すことができる。小さい方の整数を n とすると，連続する 2 整数は，n, $n+1$ と表すことができる。

[問題](1 学期期末)

連続する 3 つの整数で，まん中の整数の 2 乗から 1 をひいた数は，両端の整数の積に等しい。このことを証明せよ。

[解答欄]

[解答]
連続する 3 つの整数は，整数nを使って，$n-1,\ n,\ n+1$と表すことができる。
(まん中の整数の 2 乗から1をひいた数)＝n^2-1・・・①
(両端の整数の積)＝$(n-1)(n+1)=n^2-1$・・・②
①と②は等しい。
よって，まん中の整数の 2 乗から1をひいた数は，両端の整数の積に等しい。
[解説]
まん中の数を基準にとれば，例えば，連続する 3 つの整数$5,\ 6,\ 7$は，$6-1,\ 6,\ 6+1$と表すことができる。まん中の整数をnとおくと，$n-1,\ n,\ n+1$と表すことができる。$n,\ n+1,\ n+2$とも表せるが，$n-1,\ n,\ n+1$を使った方が計算が楽である。

[問題](1 学期期末)
　連続した 3 つの整数で，小さい方の 2 数の積と大きい方の 2 数の積の和は，まん中の数の 2 乗の 2 倍である。このことを証明せよ。
[解答欄]

[解答]
連続する 3 つの整数は，整数nを使って，$n-1,\ n,\ n+1$と表すことができる。
(小さい方の 2 数の積と大きい方の 2 数の積の和)
＝$(n-1)n+n(n+1)=n^2-n+n^2+n=2n^2$・・・①
(まん中の数の 2 乗の 2 倍)＝$2n^2$・・・②
①と②は等しい。よって，
小さい方の 2 数の積と大きい方の 2 数の積の和は，まん中の数の 2 乗の 2 倍である。

[問題](1 学期期末)

連続する 3 つの整数で，最も大きい数の 2 乗から最も小さい数の 2 乗をひくと，その差はまん中の数の 4 倍になる。このことを証明せよ。

[解答欄]

[解答]

連続する 3 つの整数は，整数nを使って，$n-1,\ n,\ n+1$と表すことができる。

(最も大きい数の 2 乗から最も小さい数の 2 乗をひいた数)

$=(n+1)^2-(n-1)^2=(n^2+2n+1)-(n^2-2n+1)=4n$ ･･･①

(まん中の数の 4 倍の数)$=n\times 4=4n$ ･･･②

①と②は等しい。

よって，最も大きい数の 2 乗から最も小さい数の 2 乗をひくと，その差はまん中の数の 4 倍になる。

[連続する奇数・偶数]

[問題](1 学期期末)

連続する 2 つの偶数の積に1をたすと，奇数の 2 乗になることを証明せよ。

[解答欄]

[解答]

連続する 2 つの偶数は，整数nを使って，$2n,\ 2n+2$と表すことができる。

(連続する 2 つの偶数の積に1をたした数)

$=2n(2n+2)+1=4n^2+4n+1=(2n+1)^2$

$2n+1$は奇数なので，連続する 2 つの偶数の積に1をたすと，奇数の 2 乗になる

[解説]
連続する 2 つの偶数，例えば，6，8 は 6，$6+2$ と表すことができる。
小さい方の偶数を $2n$ とすると，大きい方の偶数は $2n+2$ と表すことができる。

[問題](前期中間)
　連続する 2 つの偶数の，大きい数の 2 乗から小さい数の 2 乗を引いた数は 4 の倍数になることを証明せよ。
[解答欄]

[解答]
連続する 2 つの偶数は，整数 n を使って，$2n$，$2n+2$ と表すことができる。
(大きい数の 2 乗から小さい数の 2 乗を引いた数)
$=(2n+2)^2-(2n)^2=4n^2+8n+4-4n^2=8n+4=4(2n+1)$
n は整数なので $2n+1$ も整数である。したがって，$4(2n+1)$ は 4 の倍数になる。
よって，大きい数の 2 乗から小さい数の 2 乗を引いた数は 4 の倍数になる。

[問題](1 学期期末)
　2 つの連続した奇数がある。大きい方の数の 2 乗から小さい方の数の 2 乗をひいた数は 8 の倍数であることを証明せよ。
[解答欄]

[解答]

連続する 2 つの奇数は，整数 n を使って，$2n-1,\ 2n+1$ と表すことができる。

(大きい方の数の 2 乗から小さい方の数の 2 乗をひいた数)

$=(2n+1)^2-(2n-1)^2=(4n^2+4n+1)-(4n^2-4n+1)=8n$

n は整数なので，$8n$ は 8 の倍数になる。したがって，大きい方の数の 2 乗から小さい方の数の 2 乗をひいた数は 8 の倍数である。

[解説]

奇数は $2n+1$ と表すことができる(n は整数)。5，7，9 のように連続する奇数は 2 つずつ増えるので，まん中の奇数を $2n+1$ とすると，$2n-1,\ 2n+1,\ 2n+3$ のように表すことができる。したがって，連続する 2 つの奇数は，$2n-1,\ 2n+1$ と表すことができる。連続する 2 つの奇数を $2n+1,\ 2n+3$ とおくこともできるが，

$2n-1,\ 2n+1$ の方が計算が楽であることが多い。

[問題](1 学期期末)

連続する 2 つの奇数の積に 1 をたした数は，偶数の 2 乗になることを証明せよ。

[解答欄]

[解答]

連続する 2 つの奇数は，整数 n を使って，$2n-1,\ 2n+1$ と表すことができる。

(連続する 2 つの奇数の積に 1 をたした数)

$=(2n-1)(2n+1)+1=4n^2-1+1=4n^2=(2n)^2$

$2n$ は偶数なので，連続する 2 つの奇数の積に 1 をたした数は，偶数の 2 乗になる。

[問題](前期中間)

2 つの連続する奇数の積に 5 を加えると，4 の倍数になることを証明せよ。

[解答欄]

[解答]

連続する 2 つの奇数は，整数 n を使って，$2n-1,\ 2n+1$ と表すことができる。

(2 つの連続する奇数の積に 5 を加えた数)

$=(2n-1)(2n+1)+5=4n^2-1+5=4n^2+4=4(n^2+1)$

n は整数なので n^2+1 も整数である。したがって，$4(n^2+1)$ は 4 の倍数になる。

よって，2 つの連続する奇数の積に 5 を加えると，4 の倍数になる。

[問題](1 学期期末)

連続する 3 つの偶数がある。もっとも大きい数とまん中の数の積から，まん中の数ともっとも小さい数の積をひいた数は，8 の倍数になることを証明せよ。

[解答欄]

[解答]

連続する 3 つの偶数は，整数 n を使って，$2n-2,\ 2n,\ 2n+2$ と表すことができる。

もっとも大きい数とまん中の数の積から, まん中の数ともっとも小さい数の積をひいた数は,

$(2n+2)\times 2n-2n\times(2n-2)=4n^2+4n-(4n^2-4n)=8n$

となる。n は整数なので $8n$ は 8 の倍数となる。

[解説]
連続する 3 つの偶数は，$2n$，$2n+2$，$2n+4$ と表すこともできる。このとき，
もっとも大きい数とまん中の数の積から，まん中の数ともっとも小さい数の積をひいた数は，
$(2n+4)(2n+2)-(2n+2)\times 2n=4n^2+12n+8-(4n^2+4n)$
$=8n+8=8(n+1)$ となる。
$n+1$ は整数なので $8(n+1)$ は 8 の倍数になる。

【】図形の問題

[図形：道の面積]

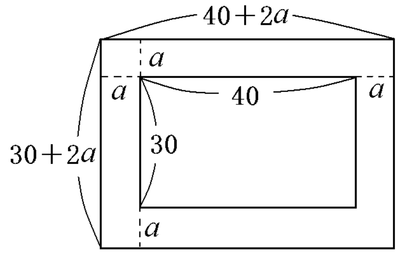
[問題](1 学期期末)

縦 30 m, 横 40 m の長方形の花だんのまわりに幅 a m の道をつくった。道の面積を求めよ。

[解答欄]

[解答] $4a^2+140a$ (m²)

[解説]



道幅も含めた外側の長方形の縦は $30+2a$ (m),

横は $40+2a$ (m)なので

(外側の長方形の面積)＝(縦)×(横)

$=(30+2a)(40+2a)=(2a+30)(2a+40)$

$=(2a)^2+(30+40)\times 2a+30\times 40$

$=4a^2+140a+1200$ (m²)

(内側の長方形の面積)＝(縦)×(横)$=30\times 40=1200$ (m²)

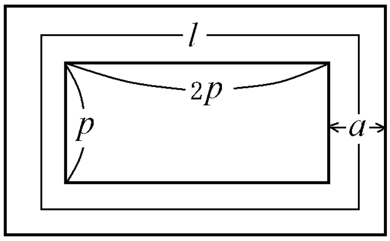
(道の面積)＝(外側の長方形の面積)－(内側の長方形の面積)

$=4a^2+140a+1200-1200=4a^2+140a$ (m²)

[問題](1 学期中間)

縦が p，横が $2p$ の長方形の花だんのまわりに，右の図のように幅 a の道がある。道の面積を S，道のまん中を通る線の長さを l とするとき，

$S=al$ となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$S=(2a+p)\times(2a+2p)-p\times 2p=4a^2+6ap+2p^2-2p^2=4a^2+6ap\cdots$①

道のまん中を通る線の長さlは，縦が$\dfrac{a}{2}\times 2+p=a+p$，横が$\dfrac{a}{2}\times 2+2p=a+2p$

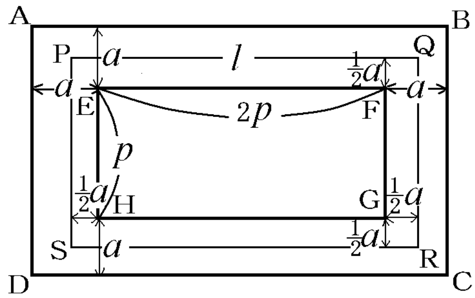
の長方形の周の長さに等しいので,

$l=2(a+p)+2(a+2p)=2a+2p+2a+4p=4a+6p$

よって，$al=a(4a+6p)=4a^2+6ap\cdots$②

①，②から，$S=al$

[解説]



図より，

AD＝$a+p+a=2a+p$

AB＝$a+2p+a=2a+2p$

ゆえに(外側の長方形 ABCD の面積)

＝AD×AB＝$(2a+p)(2a+2p)$

＝$4a^2+4ap+2ap+2p^2$

＝$4a^2+6ap+2p^2$

(内側の長方形 EFGH の面積)＝EH×EF＝$p\times 2p=2p^2$　よって,

(道の面積S)＝(外側の長方形 ABCD の面積)－(内側の長方形 EFGH の面積)

＝$4a^2+6ap+2p^2-2p^2$

＝$4a^2+6ap$

ゆえに，$S=4a^2+6ap\cdots$①

次に，lの長さを求める。

図より，SR＝$\dfrac{1}{2}a+2p+\dfrac{1}{2}a=a+2p$，QR＝$\dfrac{1}{2}a+p+\dfrac{1}{2}a=a+p$

$l=2SR+2QR=2(a+2p)+2(a+p)=2a+4p+2a+2p=4a+6p$

よって，$al=a\times(4a+6p)=4a^2+6ap\cdots$②

①，②より，$S=al$が成り立つ。

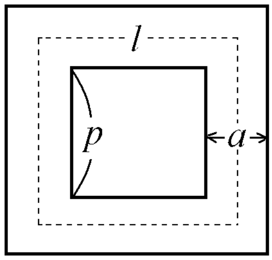
(注) 証明問題の解答としては[解答]のように簡潔な書き方でよい。

[問題](1 学期期末)

1 辺の長さが p の正方形の形をした花だんの周囲に幅 a の道を作り，道のまん中を通る線の長さを l，道の面積を S としたとき，

$S = al$

となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$S = (2a + p)^2 - p^2 = 4a^2 + 4ap + p^2 - p^2 = 4a^2 + 4ap$ ・・・①

道のまん中を通る線の長さ l は，

1 辺が $\frac{a}{2} \times 2 + p = a + p$ の正方形の周の長さに等しいので，

$l = 4(a + p) = 4a + 4p$

よって， $al = a(4a + 4p) = 4a^2 + 4ap$ ・・・②

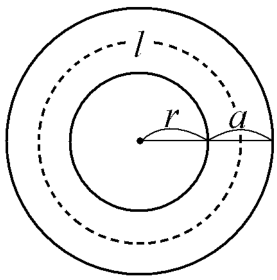
①，②から， $S = al$

[問題](1 学期期末)

半径 r の円のまわりに，右の図のように幅 a の道がある。この道の面積を S，道のまん中を通る円周の長さを l とすると，

$S = al$

となることを，文字式を用いて証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$S=\pi(a+r)^2-\pi r^2=\pi(a^2+2ar+r^2)-\pi r^2=\pi a^2+2\pi ar$ ･･･①

道のまん中を通る円周の長さ l は，その円の半径が $\dfrac{a}{2}+r$ なので，

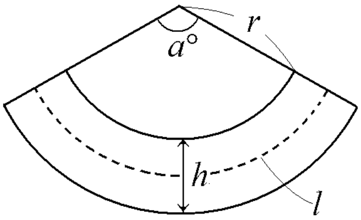
$l=2\pi\left(\dfrac{a}{2}+r\right)=\pi a+2\pi r$

よって， $al=a(\pi a+2\pi r)=\pi a^2+2\pi ar$ ･･･②

①，②から， $S=al$

[問題](前期期末)

右の図のように，半径が r ，中心角が $a°$ であるおうぎ形の花だんをつくる。おうぎ形の弧に沿って道を作り，道の幅を h ，この道の中央を通る線の長さを l ，道の面積を S とすると，$S=hl$ になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$S=\pi(r+h)^2\times\dfrac{a}{360}-\pi r^2\times\dfrac{a}{360}=(r+h)^2\times\dfrac{\pi a}{360}-r^2\times\dfrac{\pi a}{360}$

$=\left((r+h)^2-r^2\right)\times\dfrac{\pi a}{360}=\dfrac{\pi a}{360}(2rh+h^2)$ ･･･①

道の中央を通る弧の半径は $r+\dfrac{h}{2}$ なので，

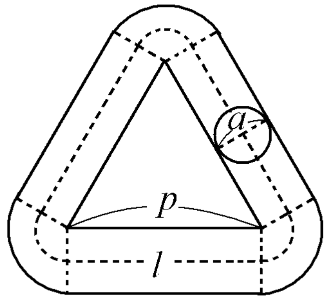
$l=2\pi\times\left(r+\dfrac{h}{2}\right)\times\dfrac{a}{360}=\dfrac{\pi a}{360}(2r+h)$

よって， $hl=\dfrac{\pi a}{360}(2rh+h^2)$ ･･･②

①，②から， $S=hl$

[問題](1 学期期末)

右の図のように，1 辺の長さが p の正三角形のまわりを直径 a の円が転がって 1 周する。円の通ったあとの面積を S，円の中心が動いたあとの線の長さを l とすると，$S=al$ となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$$S=a\times p\times 3+\pi\times a^2\times\frac{120}{360}\times 3=3ap+\pi a^2\cdots①$$

$$l=p\times 3+\pi\times a\times\frac{120}{360}\times 3=3p+\pi a$$

よって，$al=3ap+\pi a^2\cdots②$

①，②から，$S=al$

[解説]

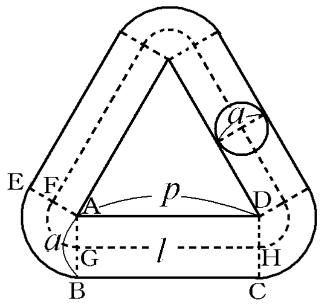
まず，道の面積 S について，右図で考える。

(長方形 ABCD の面積)＝ $AB\times AD=a\times p=ap$

おうぎ形 ABE の半径は a で，

中心角は，$360-60-90-90=120$ (°)なので，

(おうぎ形 ABE の面積)＝ $\pi\times a^2\times\frac{120}{360}=\frac{1}{3}\pi a^2$



S ＝(長方形 ABCD の面積)×3＋(おうぎ形 ABE の面積)×3

$$＝ap\times 3+\frac{1}{3}\pi a^2\times 3=3ap+\pi a^2\cdots①$$

次に，円の中心が動いたあとの線の長さ l について考える。

(GH の長さ)＝ p

おうぎ形 AFG の半径は $\frac{a}{2}$ なので，

(弧 FG の長さ)$=2\times\pi\times\frac{a}{2}\times\frac{120}{360}=\frac{1}{3}\pi a$

よって，$l=p\times3+\frac{1}{3}\pi a\times3=3p+\pi a$

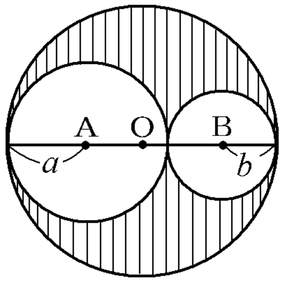
したがって，$al=a(3p+\pi a)=3ap+\pi a^2$ ･･･②

①，②から，$S=al$

[面積]

[問題](1 学期中間)

右の図のように，3 つの円 A，B，O があり，円 A，B の半径はそれぞれ a，b である。このとき，の部分の面積を，a, b を使って表せ。



[解答欄]

[解答] $2\pi ab$

[解説]

右図から，円 O の直径は，$2a+2b$ であるので，

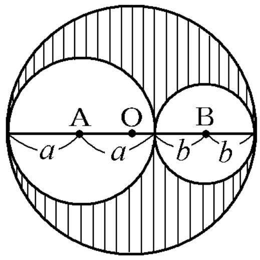
円 O の半径は，$(2a+2b)\div2=a+b$ である。

よって，(円 O の面積)$=\pi(a+b)^2$

(円 A の面積)$=\pi a^2$

(円 B の面積)$=\pi b^2$

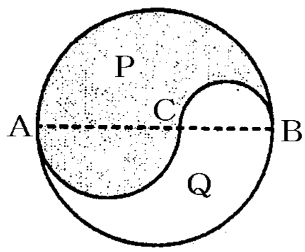
したがって，



(の部分の面積)$=\pi(a+b)^2-\pi a^2-\pi b^2=\pi a^2+2\pi ab+\pi b^2-\pi a^2-\pi b^2=2\pi ab$

[問題](1 学期期末)

右の図のように，AB を直径とする円が，AC，CB をそれぞれ直径とする半円によって，P, Q の 2 つの部分に分けられている。AC＝$2a$，CB＝$2b$ のとき，P と Q の面積比を求めよ。



[解答欄]

[解答] $a:b$

[解説]

AC($=2a$)を直径とする円の半径はa，CB($=2b$)を直径とする円の半径はbである。

また，AB＝AC＋CB＝$2a+2b$なので，ABを直径とする円の半径は$a+b$である。

(ABを直径とする半円の面積)＝$\dfrac{1}{2}\pi(a+b)^2$

(ACを直径とする半円の面積)＝$\dfrac{1}{2}\pi a^2$

(CBを直径とする半円の面積)＝$\dfrac{1}{2}\pi b^2$

(Pの面積)＝$\dfrac{1}{2}\pi(a+b)^2+\dfrac{1}{2}\pi a^2-\dfrac{1}{2}\pi b^2=\dfrac{1}{2}\pi\{(a+b)^2+a^2-b^2\}$

$=\dfrac{1}{2}\pi(a^2+2ab+b^2+a^2-b^2)=\dfrac{1}{2}\pi(2a^2+2ab)=\pi(a^2+ab)$

(Qの面積)＝$\dfrac{1}{2}\pi(a+b)^2-\dfrac{1}{2}\pi a^2+\dfrac{1}{2}\pi b^2=\dfrac{1}{2}\pi\{(a+b)^2-a^2+b^2\}$

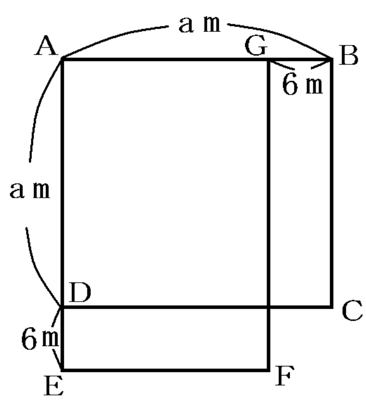
$=\dfrac{1}{2}\pi(a^2+2ab+b^2-a^2+b^2)=\dfrac{1}{2}\pi(2b^2+2ab)=\pi(b^2+ab)$

よって，

(Pの面積) : (Qの面積)＝$\pi(a^2+ab):\pi(b^2+ab)=\pi a(a+b):\pi b(a+b)=a:b$

[問題](1学期中間)

1辺がa m の正方形の土地がある。この土地の縦を6m長く，横を6m短くして長方形を作ると，面積は，もとの土地よりも大きくなるのか，小さくなるのかを次のようにして考えた。次の各問いに答えよ。



(1) 1辺がa m の正方形の土地の面積を求めよ。

(2) 新しくできた土地の面積を求めよ。

(3) どちらの土地がどれだけ大きいか。

[解答欄]

(1)	(2)
(3)	

[解答](1) a^2 m² (2) a^2-36 m² (3) もとの土地が36m²だけ大きい

[解説]

(1) (正方形 ABCD の面積)＝(1 辺)^2＝ $a \times a = a^2$ m^2

(2) AE＝ $a+6$ (m)，AG＝ $a-6$ (m)なので，

(長方形 AEFG の面積)＝AE×AG＝ $(a+6)(a-6)=a^2-36$ m^2

(3) (正方形 ABCD の面積)－(長方形 AEFG の面積)

　＝ $a^2-(a^2-36)=a^2-a^2+36=36$ m^2

　よって，もとの土地が 36m^2 だけ大きい

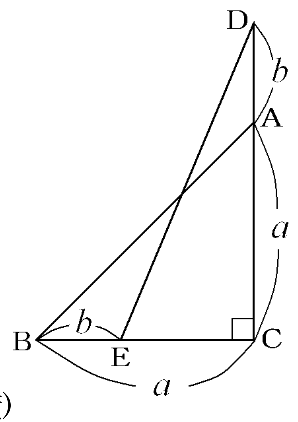
[問題](1 学期期末)

　直角をはさむ 2 辺の長さが a cm の直角二等辺三角形がある。その 2 辺のうちの一方を b cm 長くし他方を b cm 短くして直角三角形を作るとき，面積は何 cm^2 小さくなるか。

[解答欄]

[解答] $\frac{1}{2}b^2$ cm^2 だけ小さくなる

[解説]



(もとの三角形 ABC の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×BC×AC＝ $\frac{1}{2} \times a \times a = \frac{1}{2}a^2$ cm^2

EC＝BC－BE＝ $a-b$ cm

DC＝AC＋DA＝ $a+b$ cm なので，

(変形後の三角形 DEC の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×EC×DC

＝ $\frac{1}{2} \times (a-b) \times (a+b) = \frac{1}{2}(a^2-b^2) = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b^2$ cm^2

ゆえに，(変形後の三角形 DEC の面積)－(もとの三角形 ABC の面積)

＝ $\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}a^2 = -\frac{1}{2}b^2$ cm^2

よって，変形後の三角形 DEC の面積は，もとの三角形 ABC の面積より $\frac{1}{2}b^2$ cm^2 だけ小さくなる

【】素因数分解

[素数]

[問題](1 学期中間)

　次の数の中から，素数をすべて選べ。

　　1, 2, 3, 4, 5, 6 7, 8

[解答欄]

[解答] 2,3,5,7

[解説]

素数は 1 とその数以外に約数をもたない数である。例えば，6 は 1 と 6 以外にも 2，3 などの約数をもつので素数ではない。これに対し，例えば 7 は 1 と 7 以外の約数をもたないので素数である。なお，1 は素数には入れない。

[問題](1 学期中間)

　素数の中で，最も小さい数を答えよ。

[解答欄]

[解答]2

[問題](1 学期中間)

　1から 20 までの自然数のうち素数をすべて求めよ。

[解答欄]

[解答] 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

[解説]

7 のように 1 とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。1 は素数にはいれない。1 けたの素数は 2，3，5，7

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~

100 以下の自然数については，約数をもつものは 1 けたの素数 2，3，5，7 のどれかで割り切れる。逆に言えば，2，3，5，7 のいずれでも割り切れない 100 以下の自然数は素数である。20 までの整数を書き並べて，2 の倍数，3 の倍数，5 の倍数，7 の倍数を消去すれば，残りが素数になる。1 から 20 までの数の中で素数であるのは，2，3，5，7，11，13，17，19

[問題](1 学期中間)

50 までの自然数の中に素数は何個あるか。

[解答欄]

[解答]15 個

[解説]

7 のように 1 とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。1 は素数にはいれない。1 けたの素数は 2，3，5，7

100 以下の自然数については，約数をもつものはかならずこの 2，3，5，7 のどれかで割り切れる。逆に言えば，2，3，5，7 のいずれでも割り切れない 100 以下の自然数は素数である。

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

50 までの整数を書き並べて，2 の倍数，3 の倍数，5 の倍数，7 の倍数を消去すれば，残りが素数になる。50 までの整数の中で素数なのは，2，3，5，7，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47 の 15 個である。

[素因数分解とは]

[問題](1 学期期末)

次の(　　)の中に適当なことばを当てはめよ。

- 整数がいくつかの整数の積の形で表されるとき，その 1 つ 1 つの数を，もとの数の(　①　)という。
- 18＝2×3×3 の式で，2, 3は，1を除いたそれよりも小さい自然数の積で表すことができない。このような自然数のことを(　②　)という。また，このような自然数の積の形で表すことを(　　③　　)するという。

[解答欄]

①	②	③

[解答]① 因数　② 素数　③ 素因数分解

[問題](1 学期中間)

次の文章の空欄①～③にあてはまる言葉を下の[　　]からそれぞれ選べ。

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

上の式のように，整数がいくつかの整数の積で表されるとき，その 1 つ 1 つの数を，もとの数の(　①　)という。

また，2，3 のように，それよりも小さい自然数の積で表すことができない自然数を(　②　)という。

(①)の中で，(②)である数を特に，(　③　)という。

[倍数　素数　因数　関数　素因数]

[解答欄]

①	②	③

[解答]① 因数　② 素数　③ 素因数

[解説]

1 けたの素数は，2，3，5，7　1 は素数ではない。

[素因数分解(計算)]

[問題](1 学期中間)

24 を素因数分解し，累乗の形で表せ。

[解答欄]

[解答] $2^3 \times 3$

[解説]

＊1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$24 = 2^3 \times 3$

[問題](1 学期期末)

次の自然数を素因数分解せよ。

(1) 6　　(2) 72

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 2×3　(2) $2^3 \times 3^2$

[解説]

＊1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

72 の素因数分解は，右図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$72 = 2^3 \times 3^2$

[問題](1 学期期末)

　次の数を素因数分解せよ。

(1) 12　　　　　　　　　　(2) 72

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $2^2 \times 3$　(2) $2^3 \times 3^2$

[解説]

＊1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$12 = 2^2 \times 3$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$72 = 2^3 \times 3^2$

[問題](1 学期中間)

120 を素因数分解せよ。

[解答欄]

[解答] $2^3 \times 3 \times 5$

[解説]

1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で割っていく。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 120 \\ \hline 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

[問題](1 学期中間)

　次の数を素因数分解せよ。

① 72　　　　　　　　　　②　252

[解答欄]

①	②

[解答]① $2^3 \times 3^2$　② $2^2 \times 3^2 \times 7$

[解説]

1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r|r} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 2 & 252 \\ \hline 2 & 126 \\ \hline 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$72=2^3\times 3^2$ 　 $252=2^2\times 3^2\times 7$

[問題](1 学期中間)

　次の数を素因数に分解せよ。

(1) 48　　　　　　　　　　(2) 84

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $2^4\times 3$ 　(2) $2^2\times 3\times 7$

[解説]

＊1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r|r} 2 & 48 \\ \hline 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 2 & 84 \\ \hline 2 & 42 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$84=2^2\times 3\times 7$

$48=2^4\times 3$

[問題](1 学期中間)

　次の数を素因数分解し，指数を使って表せ。

(1) 60　　　　　　　　　　(2) 378

[解答欄]

(1)	(2)

[解答] (1) $2^2\times 3\times 5$ 　(2) $2\times 3^3\times 7$

[解説]

＊1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r|r} 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 2 & 378 \\ \hline 3 & 189 \\ \hline 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$60=2^2\times 3\times 5$

$378=2\times 3^3\times 7$

[問題](1 学期期末)

　次の素因数分解せよ。

① 72　　　　　　　　　　② 480

[解答欄]

①	②

[解答]① $2^3 \times 3^2$　② $2^5 \times 3 \times 5$

[解説]

＊1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$72 = 2^3 \times 3^2$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 480 \\ \hline 2 & 240 \\ \hline 2 & 120 \\ \hline 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$480 = 2^5 \times 3 \times 5$

[問題](1 学期中間)

　次の数を素因数分解せよ。

(1) 90　(2) 36　(3) 75　(4) 126

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答] (1) $2 \times 3^2 \times 5$　(2) $2^2 \times 3^2$　(3) 3×5^2　(4) $2 \times 3^2 \times 7$

[解説]

＊1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。下図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 75 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 126 \\ \hline 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$　$36 = 2^2 \times 3^2$　$75 = 3 \times 5^2$　$126 = 2 \times 3^2 \times 7$

[問題](1 学期中間)

　次の数を素因数に分解せよ。

① 24　② 50　③ 66　④ 90　⑤ 120

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	

[解答]① $2^3 \times 3$　② 2×5^2　③ $2 \times 3 \times 11$　④ $2 \times 3^2 \times 5$　⑤ $2^3 \times 3 \times 5$

[解説]

＊1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

下図に示した方法で計算する。

①
$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

②
$$\begin{array}{r|l} 2 & 50 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

③
$$\begin{array}{r|l} 2 & 66 \\ \hline 3 & 33 \\ \hline & 11 \end{array}$$

④
$$\begin{array}{r|l} 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

⑤
$$\begin{array}{r|l} 2 & 120 \\ \hline 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

[問題](1 学期期末)

次の(　　)の中に，適当な数や式や言葉を入れよ。

(1)　90 を素因数分解すると(　　　　)となる。

(2)　20 以下の整数の中に素数は(　　　)個ある。

(3)　$30 = 2 \times 15$ のように 2 つ以上の整数の積の形に表すとき，積をつくっている 2 と 15 を 30 の(　　　　)という。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　$2 \times 3^2 \times 5$　(2)　8　(3)　因数

[解説]

(1) 1 けたの素数 2, 3, 5, 7 で順に割っていく。

右図に示した方法で計算する。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$

(3) 7 のように 1 とその数自身以外に約数をもたない整数を素数という。

1 は素数にはいれない。1 けたの素数は 2，3，5，7

100 以下の自然数については，約数をもつものは 1 けたの素数 2，3，5，7 のどれかで割り切れる。逆に言えば，2，3，5，7 のいずれでも割り切れない 100 以下の自然数は素数である。20 までの整数を書き並べて，2 の倍数，3 の倍数，5 の倍数，7 の倍数を消去すれば，残りが素数になる。1 から 20 までの数の中で素数であるのは，2，3，5，7，11，13，17，19 の 8 個

$\cancel{1}$	2	3	$\cancel{4}$	5	$\cancel{6}$	7	$\cancel{8}$	$\cancel{9}$	$\cancel{10}$
11	$\cancel{12}$	13	$\cancel{14}$	$\cancel{15}$	$\cancel{16}$	17	$\cancel{18}$	19	$\cancel{20}$

[問題](1 学期期末)

　次の(ア)～(オ)について，正しいものには○，正しくないものには×をつけよ。

(ア) 素数は，すべて奇数である。

(イ) 素数は，約数が 2 つだけの自然数である。

(ウ) いちばん小さい素数は 1 である。

(エ) 10 以上 30 以下の数の中に，素数は 6 つある。

(オ) 72 を素因数分解すると，$72 = 2^3 \times 9$ である。

[解答欄]

(ア)	(イ)	(ウ)
(エ)	(オ)	

[解答](ア) ×　(イ) ○　(ウ) ×　(エ) ○　(オ) ×

[解説]

(ア) 2 は偶数であるが，素数である。

(イ) 素数はその数自身と 1 を約数にもつ。

(ウ) 1 は素数に入れない。

(エ) 1 けたの素数は 2，3，5，7

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~

100 以下の自然数については，約数をもつものは 1 けたの素数 2，3，5，7 のどれかで割り切れる。逆に言えば，2，3，5，7 のいずれでも割り切れない 100 以下の自然数は素数である。30 までの整数を書き並べて，2 の倍数，3 の倍数，5 の倍数，7 の倍数を消去すれば，残りが素数になる。

10 以上 30 以下の整数の中で素数なのは，11，13，17，19，23，29 である。

(オ) $72 = 2^3 \times 9$ は完全に素因数分解されていない。$9 = 3^2$ なので $72 = 2^3 \times 3^2$

【】素因数分解の応用

[どんな数の平方か]

[問題](1 学期中間)

　576 はどんな数の平方になっているか。

[解答欄]

[解答] 24

[解説]

まず右図のようにして 576 を素因数分解すると，

$576 = 2^6 \times 3^2$ となる。

指数部分がすべて偶数なので，指数部分をそれぞれ 2 でわって

$576 = 2^6 \times 3^2 = \left(2^3 \times 3\right)^2 = 24^2$ と変形できる。

ゆえに 576 は 24 の平方になっている。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 576 \\ \hline 2 & 288 \\ \hline 2 & 144 \\ \hline 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$576 = 2^6 \times 3^2$

[問題](1 学期期末)

　2025 はどんな数の平方になっているか。

[解答欄]

[解答] 45

[解説]

2025 を右図のようにして素因数分解すると，

$2025 = 3^4 \times 5^2 = \left(3^2 \times 5\right)^2 = 45^2$ となる。

ゆえに 45 の平方(2 乗)になる。

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2025 \\ \hline 3 & 675 \\ \hline 3 & 225 \\ \hline 3 & 75 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$2025 = 3^4 \times 5^2$

[平方になるためにはいくらをかければよいか]

[問題](1 学期中間)

　45 にできるだけ小さい自然数をかけて，その結果がある整数の 2 乗になるようにしたい。どんな数をかければよいか。

[解答欄]

[解答]5
[解説]
＊整数を2乗した数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=\left(2^2\times 3\right)^2=2^4\times 3^2$ で指数4, 2はいずれも偶数

$45=3^2\times 5$ なので 5 をかけると，$3^2\times 5^2=15^2$ となる。

[問題](1学期中間)
90にできるだけ小さい自然数 n をかけて，その結果が，ある自然数の2乗になるようにするには，n をいくつにすればよいか。
[解答欄]

[解答]10
[解説]
整数を2乗した平方数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=\left(2^2\times 3\right)^2=2^4\times 3^2$ で指数4, 2はいずれも偶数

90を素因数分解すると，$90=3^2\times 2\times 5$
これに 2×5 かけると $3^2\times 2^2\times 5^2=\left(3\times 2\times 5\right)^2=30^2$
よって $n=2\times 5=10$

[問題](3学期)
216にできるだけ小さい自然数をかけて，ある自然数 a の2乗になるようにしたい。a の値を求めよ。
[解答欄]

[解答] 36
[解説]
＊整数を2乗した数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=\left(2^2\times 3\right)^2=2^4\times 3^2$ で指数4, 2はいずれも偶数

$216=2^3\times 3^3$ なので，指数を偶数にするためには 2×3 をかければよい。
2×3 をかけると，$2^3\times 3^3\times 2\times 3=2^4\times 3^4=(2^2\times 3^2)^2=36^2$

[問題](1 学期期末)

次の数にできるだけ小さい自然数をかけてある数の 2 乗になるようにしたい。どんな数をかけたらよいか。

① 175　　　　　② 84

[解答欄]

①	②

[解答]① 7　② 21

[解説]

整数を 2 乗した数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=\left(2^2\times3\right)^2=2^4\times3^2$ で指数 4, 2 はいずれも偶数

したがって，指数部分がすべて偶数になるような一番小さい数をかけてやる。

① $175=5^2\times7$ なので 7 をかけると指数部分がすべて偶数となる。

$175\times7=5^2\times7\times7=5^2\times7^2=\left(5\times7\right)^2=35^2$

② $84=2^2\times3\times7$ なので，3×7 をかけると指数部分がすべて偶数となる。

[問題](1 学期中間)

150 にできるだけ小さい自然数をかけて，その結果がある数の 2 乗になるようにしたい。どんな数をかければよいか求めよ。

[解答欄]

[解答] 6

[解説]

＊整数を 2 乗した数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=\left(2^2\times3\right)^2=2^4\times3^2$ で指数 4, 2 はいずれも偶数

150 を素因数分解すると，$150=2\times3\times5^2$ なので，指数部分をすべて偶数にするためには，2×3 をかければよい。2×3 をかけると，

$150\times2\times3=2\times3\times5^2\times2\times3=2^2\times3^2\times5^2=\left(2\times3\times5\right)^2=30^2$ となる。

[問題](1 学期中間)

216 にできるだけ小さい自然数をかけて，ある自然数の 2 乗にするには，どのような数をかければよいか。

[解答欄]

[解答] 6

[解説]

整数を 2 乗した平方数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=(2^2\times3)^2=2^4\times3^2$ で指数 4, 2 はいずれも偶数

したがって，指数部分がすべて偶数になるような一番小さい数をかけてやる。

$216=2^3\times3^3$ なので，2×3 をかけると指数部分がすべて偶数になる。

$216\times2\times3=2^3\times3^3\times2\times3=2^4\times3^4=(2^2\times3^2)^2=36^2$

[問題](1 学期期末)

252 にできるだけ小さい自然数 a をかけて，積が自然数の平方になるようにしたい。a を求めよ。

[解答欄]

[解答] 7

[解説]

整数を 2 乗した平方数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2=(2^2\times3)^2=2^4\times3^2$ で指数 4, 2 はいずれも偶数

したがって，指数部分がすべて偶数になるような一番小さい数をかけてやる。

$252=2^2\times3^2\times7$　平方数になるには各因数の指数が偶数になればよい。したがって 7 をかけると，$252\times7=2^2\times3^2\times7^2=(2\times3\times7)^2=42^2$ となる

[平方になるためにはいくらでわればよいか]

[問題](1 学期中間)

140 をできるだけ小さい自然数でわって，余りがなく，その商がある整数の 2 乗になるようにする。この自然数 n を求めよ。

[解答欄]

[解答] 35

[解説]

140 を素因数分解すると，$140 = 2^2 \times 5 \times 7$

ある整数の 2 乗にするためには，指数部分をすべて偶数にすればよい。

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$ を 5×7 でわると，2^2 になる。

ゆえに求める数は $5 \times 7 = 35$

[問題](1 学期中間)

360 をできるだけ小さい自然数でわって，余りがなく，商が自然数の平方になるようにしたい。どんな数で割ればよいか求めよ。

[解答欄]

[解答] 10

[解説]

整数を 2 乗した平方数を素因数分解すると，各素因数の指数は偶数になる。

例：$12^2 = (2^2 \times 3)^2 = 2^4 \times 3^2$ で指数 4, 2 はいずれも偶数

したがって，指数部分がすべて偶数になるような一番小さい数で割ってやる。

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$　平方数になるためには各因数の指数が偶数にならなければならない。両辺を 2×5 でわると，$\dfrac{360}{2 \times 5} = 2^2 \times 3^2 = 6^2$

[約数の個数]

[問題](1 学期中間)

　次の数に約数は何個あるか。

① 54　　　　　　　　　　② 120

[解答欄]

①	②

[解答]① 8 個　② 16 個

[解説]

素因数分解を使って約数を求めることができる。

例えば，$72=2^3\times3^2$ であるが，その約数はすべて $2^n\times3^m$ の形で表すことができる。

(なぜなら，この場合 2, 3 以外の素数(たとえば 5)を因数にもつ数で $72=2^3\times3^2$ を割ることはできないから)

$72=2^3\times3^2$ の約数をすべて書き並べると

1×1	1×3^1	1×3^2
$2^1\times1$	$2^1\times3^1$	$2^1\times3^2$
$2^2\times1$	$2^2\times3^1$	$2^2\times3^2$
$2^3\times1$	$2^3\times3^1$	$2^3\times3^2$

のようになる。2 の部分の素因数は $1, 2, 2^2, 2^3$ で 4 通り $(3+1=4)$，3 の部分の素因数は $1, 3, 3^2$ で 3 通り $(2+1=3)$

よって，約数の個数は $(3+1)\times(2+1)=12$ 個

①$54=2\times3^3$ なので約数は，$(1+1)\times(3+1)=8$ 個

②$120=2^3\times3\times5$ なので約数は，$(3+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$ 個

(別解)

① かけて 54 になる組み合わせは，

$1\times54,\ 2\times27,\ 3\times18,\ 6\times9$ ･･･①

$9\times6,\ 18\times3,\ 27\times2,\ 54\times1$ ･･･②

ゆえに約数は，1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54 の 8 個

この場合，②は①と並び方が逆になっているので，①だけですべての約数を求めることができる。(前の数)×(後の数)で(前の数)＞(後の数)になった時点(6×9 から 9×6 になるとき)でストップすればよい。

② かけて 120 になる組み合わせは

$1\times120,\ 2\times60,\ 3\times40,\ 4\times30,\ 5\times24,\ 6\times20,\ 8\times15,\ 10\times12,\ 12\times10$

12×10 で(前の数)＞(後の数)になるのでストップ。

ゆえに 120 の約数は，1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120 の 16 個

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。
※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

【Fd 教材開発】(092) 404－2266
Mail：info2@fdtext.com