

【】二次方程式の解

[問題](2学期中間)

1, 2, 3, 4のうち, $x^2 - 5x + 4 = 0$ の解であるものを答えなさい。

[解答欄]

[解答]1, 4

[解説]

1, 2, 3, 4をそれぞれ $x^2 - 5x + 4$ に代入して, $x^2 - 5x + 4 = 0$ が成り立つか調べる。

[問題](2学期中間)

1, 2, 3, 4, 5のうち, $x^2 - 8x + 12 = 0$ の解であるものを答えなさい。

[解答欄]

[解答]2

[解説]

1, 2, 3, 4, 5をそれぞれ $x^2 - 8x + 12$ に代入して, $x^2 - 8x + 12 = 0$ が成り立つか調べる。

[問題](2学期中間)

-2, -1, 0, 1, 2の中から, $x^2 - x - 2 = 0$ の解であるものを選びなさい。

[解答欄]

[解答]-1, 2

[解説]

-2, -1, 0, 1, 2をそれぞれ $x^2 - x - 2$ に代入して, $x^2 - x - 2 = 0$ が成り立つか調べる。

[問題](2 学期中間)

次の()に適する語句などを下の語群から選んで，答えなさい。

・移項して整理すると， $ax^2 + bx + c = 0$ という形になる方程式を， x についての()
という。

・()にあてはまる文字の値を，その方程式の()といい，()をすべて求めることを()という。

【語群】解，二次方程式，二次方程式を解く

[解答欄]

--	--	--

[解答] 二次方程式 解 二次方程式を解く

[問題](2 学期中間)

次の方程式のうち，2 次方程式はどれか，すべて答えなさい。

$$x^2 = 4 \quad x + 3 = 2x - 5 \quad 9x^2 = (3x + 1)^2 \quad 2x^2 - 5x = 6$$

[解答欄]

--

[解答] ，

[解説]

と は 2 次方程式。 は 1 次方程式。

は整理すると， $9x^2 = 9x^2 + 6x + 1 = 0$ ， $6x + 1 = 0$ なので 1 次方程式になる。

[問題](2 学期中間)

次の方程式のうち，2 次方程式はどれですか。記号で答えなさい。

ア． $x^2 - 8 = 0$

イ． $5x + 7 = 0$

ウ． $x^2 + x - 1 = x^2$

エ． $(x + 2)(x - 3) = 0$

[解答欄]

--

[解答]ア，エ

[解説]

$ax^2 + bx + c = 0$ (ただし a は 0 ではない) という形になる方程式を 2 次方程式という。

イ . $5x + 7 = 0$ は x^2 の項がないので 2 次方程式ではない。ウ . $x^2 + x - 1 = x^2$ は整理すると両辺の x^2 が消えて , $x - 1 = 0$ となり x^2 の項がないので 2 次方程式ではない。

【】因数分解による解法

[問題](2 学期期末)

次の方程式を解け。

(1) $(x-2)(x+7)=0$

(2) $x(2x-5)=0$

(3) $x^2+10x+25=0$

(4) $x^2-5x-24=0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $x=-7, 2$ (2) $x=0, \frac{5}{2}$ (3) $x=-5$ (4) $x=-3, 8$

[解説]

* (1), (2) $A \times B = 0$ が成りたつのは $A = 0$ か $B = 0$ のとき

(1) $(x-2)(x+7)=0$ よって $x-2=0, x+7=0$ ゆえに $x=2, -7$

(2) $x(2x-5)=0$ よって $x=0, 2x-5=0$ ゆえに $x=0, \frac{5}{2}$

(3) * $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ の公式を使って $x^2+10x+25=0$ の左辺を因数分解する
 $(x+5)^2=0$ よって $x+5=0$ ゆえに $x=-5$

(4) かけて -24 , 加えて -5 になる 2 数は $3, -8$ なので, $x^2-5x-24=0$ の左辺を
 因数分解すると, $(x+3)(x-8)=0$ よって $x+3=0, x-8=0$ ゆえに $x=-3, 8$

[問題](2 学期中間)

(1) $x^2+5x+6=0$

(2) $x^2-x-6=0$

(3) $x^2-10x+24=0$

(4) $x^2-7x-18=0$

(5) $x^2+14x+49=0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) $x=-2, -3$ (2) $x=-2, 3$ (3) $x=4, 6$ (4) $x=-2, 9$ (5) $x=-7$

[解説]

- (1) $x^2 + 5x + 6 = 0$ の左辺を因数分解。かけて6, 加えて5になる2数は2, 3なので,
 $(x+2)(x+3) = 0$ と変形できる。ところで, $A \times B = 0$ がなりたつのは $A = 0$ か
 $B = 0$ のとき。同様に, $(x+2)(x+3) = 0$ が成り立つのは $x+2 = 0$ か $x+3 = 0$
 のとき。 $x+2 = 0$ のとき $x = -2$, $x+3 = 0$ のとき $x = -3$ ゆえに $x = -2, -3$
- (2) かけて-6, 加えて-1になる2数は2, -3なので $x^2 - x - 6 = 0$ は $(x+2)(x-3) = 0$
 よって $x+2 = 0, x-3 = 0$ ゆえに $x = -2, 3$
- (3) かけて24, 加えて-10になる2数は-4, -6なので, $x^2 - 10x + 24 = 0$ は
 $(x-4)(x-6) = 0$ よって $x-4 = 0, x-6 = 0$ ゆえに $x = 4, 6$
- (4) かけて-18, 加えて-7になる2数は2, -9なので $x^2 - 7x - 18 = 0$ は
 $(x+2)(x-9) = 0$ よって $x+2 = 0, x-9 = 0$ ゆえに $x = -2, 9$
- (5) $x^2 + 14x + 49 = 0$ の両端($x^2, 49$)が2乗の形になっていることから因数分解の公式
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ を使うことに気づく。
 $x^2 + 2 \times x \times 7 + 7^2 = 0, (x+7)^2 = 0$ ゆえに $x+7 = 0, x = -7$

[問題](2 学期中間)

- (1) $x^2 - x - 12 = 0$ (2) $x^2 + 9x - 36 = 0$
 (3) $x^2 - 14x + 49 = 0$ (4) $x^2 - 3x = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $x = -3, 4$ (2) $x = -12, 3$ (3) $x = 7$ (4) $x = 0, 3$

[解説]

- (1) かけて-12, 加えて-1になる2数は3, -4なので, $x^2 - x - 12 = 0$ の左辺を因数分
 解すると, $(x+3)(x-4) = 0$ よって $x+3 = 0, x-4 = 0$ ゆえに $x = -3, 4$
- (2) かけて-36, 加えて9になる2数は12, -3なので, $x^2 + 9x - 36 = 0$ の左辺を因数
 分解すると, $(x+12)(x-3) = 0$ よって $x+12 = 0, x-3 = 0$ ゆえに $x = -12, 3$
- (3) $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ の公式を使って $x^2 - 14x + 49 = 0$ の左辺を因数分解すると,
 $(x-7)^2 = 0$ よって $x-7 = 0$ ゆえに $x = 7$
- (4) $x^2 - 3x = 0$ の左辺を共通因数のくくり出して因数分解すると, $x(x-3) = 0$
 よって $x = 0, x-3 = 0$ ゆえに $x = 0, 3$

[問題](2 学期中間)

(1) $(x-2)(x+5)=0$

(2) $x(x+2)=0$

(3) $x^2+5x+6=0$

(4) $x^2-8x+7=0$

(5) $x^2+6x+9=0$

(6) $x^2+2x=3$

(7) $x^2+8x=0$

(8) $2x^2+4x-16=0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $x=-5, 2$ (2) $x=-2, 0$ (3) $x=-3, -2$ (4) $x=1, 7$ (5) $x=-3$
(6) $x=-3, 1$ (7) $x=-8, 0$ (8) $x=-4, 2$

[解説]

(1) $(x-2)(x+5)=0$ よって $x-2=0, x+5=0$ ゆえに $x=2, -5$

(2) $x(x+2)=0$ よって $x=0, x+2=0$ ゆえに $x=0, -2$

(3) かけて6 , 加えて5 になる2 数は3, 2 なので, $x^2+5x+6=0$ の左辺を因数分解して, $(x+3)(x+2)=0$ よって $x+3=0, x+2=0$ ゆえに $x=-3, -2$

(4) かけて7 , 加えて-8 になる2 数は-1, -7 なので, $x^2-8x+7=0$ の左辺を因数分解して, $(x-1)(x-7)=0$ よって $x-1=0, x-7=0$ ゆえに $x=1, 7$

(5) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ の公式を使って $x^2+6x+9=0$ の左辺を因数分解すると, $(x+3)^2=0$ よって $x+3=0$ ゆえに $x=-3$

(6) $x^2+2x=3, x^2+2x-3=0$ かけて-3 , 加えて2 になる2 数は3, -1 なので, $(x+3)(x-1)=0$ よって $x+3=0, x-1=0$ ゆえに $x=-3, 1$

(7) 共通因数 x をくくりだして $x^2+8x=0$ の左辺を因数分解すると, $x(x+8)=0$ よって $x=0, x+8=0$ ゆえに $x=0, -8$

(8) まず, $2x^2+4x-16=0$ の両辺を2 でわって x^2 の係数を1 にする。 $x^2+2x-8=0$ かけて-8 , 加えて2 になる2 数は4, -2 なので, $(x+4)(x-2)=0$ よって $x+4=0, x-2=0$ ゆえに $x=-4, 2$

【】因数分解による解法

[問題](2 学期中間)

(1) $x(9-x) = 20$

(2) $3(x^2-8) = (x-8)(x+2)$

(3) $(2x+3)(x-1) = (x-1)^2 + 6$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = 4, 5$ (2) $x = -4, 1$ (3) $x = -5, 2$

[解説]

(1) $x(9-x) = 20$, $9x - x^2 = 20$, $-x^2 + 9x - 20 = 0$, x^2 の係数を +1 にするために
両辺に -1 をかけて $x^2 - 9x + 20 = 0$ かけて 20 加えて -9 になる 2 数は -4, -5
なので $(x-4)(x-5) = 0$ よって $x-4=0$, $x-5=0$ ゆえに $x = 4, 5$

(2) まず , $3(x^2-8) = (x-8)(x+2)$ の式を整理。 $3x^2 - 24 = x^2 - 6x - 16$
 $3x^2 - 24 - x^2 + 6x + 16 = 0$, $2x^2 + 6x - 8 = 0$, $x^2 + 3x - 4 = 0$
かけて -4 , 加えて 3 になる 2 数は 4, -1 なので $(x+4)(x-1) = 0$,
よって $x+4=0$, $x-1=0$ ゆえに $x = -4, 1$

(3) まず , $(2x+3)(x-1) = (x-1)^2 + 6$ の式を整理。 $2x^2 - 2x + 3x - 3 = x^2 - 2x + 1 + 6$
 $2x^2 - 2x + 3x - 3 - x^2 + 2x - 1 - 6 = 0$, $x^2 + 3x - 10 = 0$, かけて -10 , 加えて 3
になる 2 数は 5, -2 なので $(x+5)(x-2) = 0$, $x+5=0$, $x-2=0$
ゆえに $x = -5, 2$

[問題](2 学期中間)

(1) $5x + 14 = x^2$

(2) $x(x+4) = 6 + 5x$

(3) $3(x^2-8) = (x-8)(x+2)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = -2, 7$ (2) $x = -2, 3$ (3) $x = -4, 1$

[解説]

(1) $5x + 14 = x^2$, $x^2 - 5x - 14 = 0$ かけて -14 , 加えて -5 になる 2 数は 2, -7 なの
で $(x+2)(x-7) = 0$ よって $x+2=0$, $x-7=0$ ゆえに $x = -2, 7$

$$(2) x(x+4)=6+5x, x^2+4x=6+5x, x^2+4x-6-5x=0, x^2-x-6=0$$

かけて-6, 加えて-1になる2数は2, -3なので $(x+2)(x-3)=0$

よって $x+2=0, x-3=0$ ゆえに $x=-2, 3$

$$(3) 3(x^2-8)=(x-8)(x+2), 3x^2-24=x^2-6x-16, 3x^2-24-x^2+6x+16=0$$

$2x^2+6x-8=0, x^2+3x-4=0$, かけて-4, 加えて3になる2数は4, -1なので,

$(x+4)(x-1)=0$ よって $x+4=0, x-1=0$ ゆえに $x=-4, 1$

[問題](2学期中間)

$$(1) (x+1)(x-2)=3x-5$$

$$(2) x^2-4x+6=2(x-1)$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $x=1, 3$ (2) $x=2, 4$

[解説]

$$(1) \text{まず, 式を整理する。}(x+1)(x-2)=3x-5, x^2-x-2=3x-5$$

$x^2-x-2-3x+5=0, x^2-4x+3=0$ かけて3, 加えて-4になる2数は-1, -3な

ので, $(x-1)(x-3)=0$ よって $x-1=0, x-3=0$ ゆえに $x=1, 3$

$$(2) \text{まず, 式を整理する。}x^2-4x+6=2(x-1), x^2-4x+6=2x-2$$

$x^2-4x+6-2x+2=0, x^2-6x+8=0$ かけて8, 加えて-6になる2数は-2, -4

なので, $(x-2)(x-4)=0$ よって $x-2=0, x-4=0$ ゆえに $x=2, 4$

【】平方根を利用した解法

[問題](2 学期中間)

次の()をうめなさい。

$ax^2 = b$ の形の2次方程式を解くには, 平方根の意味を使えばよい。

たとえば, $4x^2 - 60 = 0$ を解くには,

-60 を移項して $4x^2 = (\quad)$

両辺を4でわると, $x^2 = (\quad)$

この方程式を成り立たせる x の値は()の平方根であるから,

$x = \pm(\quad)$

[解答欄]

[解答] 60 15 15 $\sqrt{15}$

[問題](2 学期中間)

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 = 9$

(2) $5x^2 = 35$

(3) $3x^2 - 24 = 0$

(4) $4x^2 - 3 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $x = \pm 3$ (2) $x = \pm\sqrt{7}$ (3) $x = \pm 2\sqrt{2}$ (4) $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

[解説]

(1) $x^2 = 9$ 2乗して9になるのは3と-3。3, -3をあわせて ± 3 と表す。ゆえに $x = \pm 3$

(2) $5x^2 = 35$, $x^2 = 35 \div 5$, $x^2 = 7$ 2乗して7になるのは $\sqrt{7}$ と $-\sqrt{7}$ ゆえに $x = \pm\sqrt{7}$

(3) $3x^2 - 24 = 0$, $3x^2 = 24$, $x^2 = 24 \div 3$, $x^2 = 8$ ゆえに $x = \pm\sqrt{8} = \pm\sqrt{4 \times 2} = \pm 2\sqrt{2}$

(4) $4x^2 - 3 = 0$, $4x^2 = 3$, $x^2 = 3 \div 4$, $x^2 = \frac{3}{4}$ ゆえに $x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

[問題](2 学期中間)

次の方程式を解きなさい。

(1) $2x^2 = 50$

(2) $5x^2 = 35$

(3) $(x+1)^2 = 36$

(4) $(x-1)^2 = 5$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $x = \pm 5$ (2) $x = \pm\sqrt{7}$ (3) $x = 5, -7$ (4) $x = 1 \pm \sqrt{5}$

[解説]

(1) まず x^2 の係数を 1 にするように $2x^2 = 50$ の両辺を 2 で割る。 $x^2 = 25$ ゆえに $x = \pm 5$

(2) $5x^2 = 35$, $x^2 = 7$ ゆえに $x = \pm\sqrt{7}$

(3) $(x+1)^2 = 36$ より $x+1 = \pm 6$ ゆえに $x+1 = 6$ のとき $x = 5$, $x+1 = -6$ のとき $x = -7$

(4) $(x-1)^2 = 5$ よって $x-1 = \pm\sqrt{5}$ ゆえに $x = 1 \pm \sqrt{5}$

[問題](2 学期中間)

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 = 36$

(2) $9x^2 = 10$

(3) $3x^2 - 24 = 0$

(4) $(x-2)^2 = 17$

(5) $(x+5)^2 - 64 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) $x = \pm 6$ (2) $x = \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$ (3) $x = \pm 2\sqrt{2}$ (4) $x = 2 \pm \sqrt{17}$ (5) $-13, 3$

[解説]

(1) $x^2 = 36$, $x = \pm 6$

(2) $9x^2 = 10$, $x^2 = \frac{10}{9}$ ゆえに , $x = \pm \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{9}} = \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$

(3) $3x^2 - 24 = 0$, $3x^2 = 24$, $x^2 = 8$ ゆえに $x = \pm\sqrt{8} = \pm\sqrt{4 \times 2} = \pm 2\sqrt{2}$

(4) $(x-2)^2 = 17$, $x-2 = \pm\sqrt{17}$, ゆえに $x = 2 \pm \sqrt{17}$

(5) $(x+5)^2 - 64 = 0$, $(x+5)^2 = 64$, $x+5 = \pm 8$ よって $x+5 = -8$ のとき $x = -13$
 $x+5 = 8$ のとき $x = 3$

[問題](2 学期中間)

(1) $(x+1)^2 = 36$

(2) $(x-3)^2 = 7$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $x = 5, -7$ (2) $x = 3 \pm \sqrt{7}$

[解説]

(1) $(x+1)^2 = 36$, $x+1 = \pm 6$, $x+1 = 6$ のとき $x = 6-1 = 5$,
 $x+1 = -6$ のとき $x = -6-1 = -7$ ゆえに $x = 5, -7$

(2) $(x-3)^2 = 7$, $x-3 = \pm\sqrt{7}$, $x = \pm\sqrt{7} + 3 = 3 \pm \sqrt{7}$

【】平方に変形する解法

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2 + 8x + 3 = 0$ を以下のようにして解いた。() にあてはまる数や式を求めなさい。

$$x^2 + 8x + 3 = 0$$

$$3 \text{ を移項して, } x^2 + 8x = (\quad)$$

$$4^2 \text{ を両辺に加えて, } x^2 + 8x + 4^2 = (\quad) + 4^2$$

$$\text{左辺を因数分解して, 右辺をまとめると, } (x + (\quad))^2 = (\quad)$$

$$x + (\quad) = \pm (\quad)$$

$$x = (\quad)$$

[解答欄]

[解答] -3 -3 4 13 $\sqrt{13}$ $-4 \pm \sqrt{13}$

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2 + 8x - 1 = 0$ を $(x + m)^2 = n$ の形に変形して次のように解きました。
() にあてはまる数を求めなさい。

$$x^2 + 8x - 1 = 0$$

$$x^2 + 8x = 1$$

$$x^2 + 8x + (\quad)^2 = 1 + (\quad)^2$$

$$(x + 4)^2 = (\quad)$$

$$x + 4 = \pm (\quad)$$

$$x = -4 \pm (\quad)$$

[解答欄]

--	--	--

[解答] 4 17 $\sqrt{17}$

[解説]

まず、 $x^2 + 8x - 1 = 0$ の定数 -1 を右辺に移項して、 $x^2 + 8x = 1$

ここで、 $x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$ の公式を使って、左辺を()²の形に変形する。

$8x$ の係数 8 を 2 で割ると 4 であるので、 4^2 を両辺に加えると、 $x^2 + 8x + 4^2 = 1 + 4^2$ すると左辺は()²の形に変形でき、 $(x + 4)^2 = 17$ となる。

よって、 $x + 4 = \pm\sqrt{17}$ ゆえに、 $x = -4 \pm \sqrt{17}$

[問題](2学期中間)

$x^2 + 6x - 1 = 0$ を左辺を平方の形にして解きなさい。

[解答欄]

[解答] $x = -3 \pm \sqrt{10}$

[解説]

まず $x^2 + 6x - 1 = 0$ の定数項 -1 を右辺に移項して、 $x^2 + 6x = 1$

左辺を $(x + a)^2$ に変形することを考える。 $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ の a にあたる数は

x の項の係数を 2 でわって求めることができる。 $6 \div 2 = 3$ 3 の 2 乗を $x^2 + 6x = 1$ の

両辺に加えて、 $x^2 + 6x + 3^2 = 1 + 3^2$ 、 $(x + 3)^2 = 10$

よって $x + 3 = \pm\sqrt{10}$ ゆえに $x = -3 \pm \sqrt{10}$

【】解の公式による解法

[問題](増補 10)(補充問題)

解の公式を使って，次の方程式を解け。

(1) $x^2 + 5x + 2 = 0$

(2) $x^2 + 9x + 5 = 0$

(3) $x^2 - 11x + 8 = 0$

(4) $x^2 - x - 5 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$ (2) $x = \frac{-9 \pm \sqrt{61}}{2}$ (3) $x = \frac{11 \pm \sqrt{89}}{2}$ (4) $x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$

[解説]

<Point> 解の公式

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は， $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

参考までに，解の公式を導いておく。

$ax^2 + bx + c = 0$ の両辺を a で割ると， $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$ ， $x^2 + 2\frac{b}{2a}x = -\frac{c}{a}$ ， $x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$ ， $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

よって， $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ， $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ゆえに， $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

(1) $x^2 + 5x + 2 = 0$ なので， $a = 1$ ， $b = 5$ ， $c = 2$ として，

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 8}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$

(2) $x^2 + 9x + 5 = 0$ なので， $a = 1$ ， $b = 9$ ， $c = 5$ として，

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 20}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{61}}{2}$

(3) $x^2 - 11x + 8 = 0$ なので, $a = 1, b = -11, c = 8$ として,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \times 1 \times 8}}{2 \times 1} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 32}}{2} = \frac{11 \pm \sqrt{89}}{2}$$

(4) $x^2 - x - 5 = 0$ なので, $a = 1, b = -1, c = -5$ として,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 20}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

[問題](増補 10)(補充問題)

解の公式を使って, 次の方程式を解け。

(1) $x^2 + 6x + 1 = 0$

(2) $x^2 + 8x + 3 = 0$

(3) $x^2 - 6x + 4 = 0$

(4) $x^2 - 8x + 3 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$ (2) $x = -4 \pm \sqrt{13}$ (3) $x = 3 \pm \sqrt{5}$ (4) $x = 4 \pm \sqrt{13}$

[解説]

<Point> 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

b が偶数のときは約分できる。

(1) $x^2 + 6x + 1 = 0$ なので, $a = 1, b = 6, c = 1$ として,

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{32}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{16 \times 2}}{2} \\ &= \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = \frac{2(-3 \pm 2\sqrt{2})}{2} = -3 \pm 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

(2) $x^2 + 8x + 3 = 0$ なので, $a = 1, b = 8, c = 3$ として,

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 12}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{52}}{2} \\ &= \frac{-8 \pm \sqrt{4 \times 13}}{2} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{13}}{2} = \frac{2(-4 \pm \sqrt{13})}{2} = -4 \pm \sqrt{13} \end{aligned}$$

(3) $x^2 - 6x + 4 = 0$ なので, $a = 1, b = -6, c = 4$ として,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 16}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2}$$
$$= \frac{6 \pm \sqrt{4 \times 5}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2} = \frac{2(3 \pm \sqrt{5})}{2} = 3 \pm \sqrt{5}$$

(4) $x^2 - 8x + 3 = 0$ なので, $a = 1, b = -8, c = 3$ として,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 12}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{52}}{2}$$
$$= \frac{8 \pm \sqrt{4 \times 13}}{2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{13}}{2} = \frac{2(4 \pm \sqrt{13})}{2} = 4 \pm \sqrt{13}$$

[問題](増補 10)(補充問題)

解の公式を使って, 次の方程式を解け。

(1) $x^2 + 5x + 6 = 0$

(2) $x^2 + 3x - 10 = 0$

(3) $x^2 + 2x - 8 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = -2, -3$ (2) $x = 2, -5$ (3) $x = -4, 2$

[解説]

<Point> 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

(1) $x^2 + 5x + 6 = 0$ なので, $a = 1, b = 5, c = 6$ として,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

$$x = \frac{-4}{2}, \frac{-6}{2} \quad x = -2, -3$$

この問題は, 因数分解を使って,

$$x^2 + 5x + 6 = 0, (x + 2)(x + 3) = 0, x = -2, -3 \text{ と解くこともできる。}$$

もし, 「解の公式を使って」という指定がなければ, 因数分解を使って解く方が計算が楽である。

(2) $x^2 + 3x - 10 = 0$ なので, $a = 1, b = 3, c = -10$ として,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-10)}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$x = \frac{4}{2}, \frac{-10}{2} \quad x = 2, -5$$

(3) $x^2 + 2x - 8 = 0$ なので, $a = 1, b = 2, c = -8$ として,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-8)}}{2 \times 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$$x = \frac{4}{2}, \frac{-8}{2} \quad x = 2, -4$$

[問題](増補 10)(補充問題)

解の公式を使って, 次の方程式を解け。

(1) $7x^2 + 5x - 1 = 0$

(2) $4x^2 - x - 2 = 0$

(3) $49x^2 + 21x + 2 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{53}}{14}$ (2) $x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$ (3) $x = -\frac{2}{7}, -\frac{1}{7}$

[解説]

<Point> 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

(1) $7x^2 + 5x - 1 = 0$ なので, $a = 7, b = 5, c = -1$ として,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 7 \times (-1)}}{2 \times 7} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 28}}{14} = \frac{-5 \pm \sqrt{53}}{14}$$

(2) $4x^2 - x - 2 = 0$ なので, $a = 4, b = -1, c = -2$ として,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 4 \times (-2)}}{2 \times 4} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 32}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

(3) $49x^2 + 21x + 2 = 0$ なので, $a = 49$, $b = 21$, $c = 2$ として,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-21 \pm \sqrt{21^2 - 4 \times 49 \times 2}}{2 \times 49} = \frac{-21 \pm \sqrt{441 - 392}}{98} = \frac{-21 \pm \sqrt{49}}{98}$$
$$= \frac{-21 \pm 7}{98} \quad \text{よって, } x = \frac{-28}{98}, \frac{-14}{98} \quad x = -\frac{2}{7}, -\frac{1}{7}$$

【】二次方程式の計算総合

[問題](2学期中間)

次の2次方程式を解きなさい。

(1) $3x^2 = 48$

(2) $2x^2 - 24 = 0$

(3) $(x-1)^2 - 9 = 0$

(4) $(x+3)^2 - 8 = 0$

(5) $x^2 + 4x = 0$

(6) $x^2 + 7x + 6 = 0$

(7) $x^2 - 8x + 15 = 0$

(8) $x^2 - 18x + 81 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $x = \pm 4$ (2) $x = \pm 2\sqrt{3}$ (3) $x = -2, 4$ (4) $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$

(5) $x = -4, 0$ (6) $x = -6, -1$ (7) $x = 3, 5$ (8) $x = 9$

[解説]

* (1), (2) 式を変形して $x^2 = a$, $x = \pm\sqrt{a}$

(1) $3x^2 = 48$, $x^2 = 16$, $x = \pm 4$

(2) $2x^2 - 24 = 0$, $2x^2 = 24$, $x^2 = 12$, $x = \pm\sqrt{12} = \pm\sqrt{4 \times 3} = \pm 2\sqrt{3}$

* (3), (4) 式を整理して $(x+b)^2 = a$, $x+b = \pm\sqrt{a}$, $x = -b \pm \sqrt{a}$

(3) $(x-1)^2 - 9 = 0$, $(x-1)^2 = 9$, $x-1 = \pm 3$ $x-1 = -3$ のとき $x = -2$,
 $x-1 = 3$ のとき $x = 4$

(4) $(x+3)^2 - 8 = 0$, $(x+3)^2 = 8$, $x+3 = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$, $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$

* (5) ~ (8) 因数分解で $A \times B = 0$ の形にする。 $A \times B = 0$ より $A = 0$ か $B = 0$

(5) $x^2 + 4x = 0$ の左辺を共通因数 x でくくると, $x(x+4) = 0$ なので, $x = 0$, $x+4 = 0$
 ゆえに, $x = 0, -4$

(6) かけて6, 加えて7になる2数は6, 1なので, $x^2 + 7x + 6 = 0$ の左辺を因数分解
 して, $(x+6)(x+1) = 0$, よって $x+6 = 0$, $x+1 = 0$, ゆえに, $x = -6, -1$

(7) かけて15, 加えて-8になる2数は-3, -5なので, $x^2 - 8x + 15 = 0$ の左辺を
 因数分解すると, $(x-3)(x-5) = 0$ よって $x-3 = 0$, $x-5 = 0$ ゆえに, $x = 3, 5$

(8) * $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ の公式を使って $x^2 - 18x + 81 = 0$ の左辺を因数分解する
 と, $(x-9)^2 = 0$ よって $x-9 = 0$ ゆえに $x = 9$

[問題](3 学期)

次の2次方程式を解きなさい。

(1) $(x+1)^2 - 7 = 0$

(2) $x(x+2) = 4x+3$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $x = -1 \pm \sqrt{7}$ (2) $x = -1, 3$

[解説]

(1) *式を整理して $(x+b)^2 = a$, $x+b = \pm\sqrt{a}$, $x = -b \pm \sqrt{a}$

$(x+1)^2 - 7 = 0$, $(x+1)^2 = 7$ $x+1 = \pm\sqrt{7}$ ゆえに $x = -1 \pm \sqrt{7}$

(2) まず式を整理する。 $x(x+2) = 4x+3$, $x^2 + 2x = 4x+3$, $x^2 - 2x - 3 = 0$

かけて-3 , 加えて-2になる2数は1, -3なので , $(x+1)(x-3) = 0$

よって $x+1=0$, $x-3=0$ ゆえに $x = -1, 3$

[問題](2 学期期末)

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 = 36$

(2) $x^2 - 5 = 0$

(3) $x^2 + 8x + 12 = 0$

(4) $3x^2 - 9 = 0$

(5) $x^2 - 2x = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
(5)			

[解答](1) $x = \pm 6$ (2) $x = \pm\sqrt{5}$ (3) $x = -6, -2$ (4) $x = \pm\sqrt{3}$ (5) $x = 0, 2$

[解説]

(2) $x^2 - 5 = 0$, $x^2 = 5$, $x = \pm\sqrt{5}$

(3) かけて12 , 加えて8になる2数は6, 2なので , $x^2 + 8x + 12 = 0$ の左辺を因数分解すると , $(x+6)(x+2) = 0$ よって , $x+6=0$, $x+2=0$ ゆえに , $x = -6, -2$

(4) $3x^2 - 9 = 0$ より $x^2 - 3 = 0$, $x^2 = 3$, $x = \pm\sqrt{3}$

(5) $x^2 - 2x = 0$ の左辺を因数分解すると , $x(x-2) = 0$

よって , $x = 0$, $x - 2 = 0$ ゆえに , $x = 0, 2$

[問題](2 学期期末)

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $3x^2 = 54$

(2) $x^2 + 6x - 72 = 0$

(3) $x^2 - 12x + 36 = 0$

(4) $16x^2 - 7 = 0$

(5) $3x^2 = 6x$

(6) $(x-3)^2 = 64$

(7) $x^2 - 3x - 40 = 0$

(8) $(x-2)(x-4) = 4x^2 - 1$

(9) $7(x+10)^2 - 56 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1) $x = \pm 3\sqrt{2}$ (2) $x = -12, 6$ (3) $x = 6$ (4) $x = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$ (5) $x = 0, 2$

(6) $x = -5, 11$ (7) $x = -5, 8$ (8) $x = -3, 1$ (9) $x = -10 \pm 2\sqrt{2}$

[解説]

(1) $3x^2 = 54, x^2 = 18, x = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$

(2) かけて -72 , 加えて 6 になる 2 数は $12, -6$ なので , $x^2 + 6x - 72 = 0$ の左辺を因数分解すると , $(x+12)(x-6) = 0$ よって , $x+12 = 0, x-6 = 0$ ゆえに , $x = -12, 6$

(3) $x^2 - 12x + 36 = 0$ を因数分解すると , $(x-6)^2 = 0$ よって , $x-6 = 0, x = 6$

(4) $16x^2 - 7 = 0, 16x^2 = 7, x^2 = \frac{7}{16}, x = \pm \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$

(5) $3x^2 = 6x, x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x-2) = 0$ よって , $x = 0, x-2 = 0$ ゆえに , $x = 0, 2$

(6) $(x-3)^2 = 64, x-3 = \pm 8, x = \pm 8 + 3, x = -5, 11$

(7) かけて -40 , 加えて -3 になる 2 数は $5, -8$ なので , $x^2 - 3x - 40 = 0$ の左辺を因数分解すると , $(x+5)(x-8) = 0$ よって , $x+5 = 0, x-8 = 0$ ゆえに , $x = -5, 8$

(8) $(x-2)(x-4) = 4x^2 - 1$ より , $x^2 - 6x + 8 - 4x^2 + 1 = 0, -3x^2 - 6x + 9 = 0$

$x^2 + 2x - 3 = 0$ かけて -3 , 加えて 2 になる 2 数は $3, -1$ なので , $x^2 + 2x - 3 = 0$ の左辺を因数分解すると , $(x+3)(x-1) = 0$ よって , $x+3 = 0, x-1 = 0$

ゆえに , $x = -3, 1$

(9) $7(x+10)^2 - 56 = 0, (x+10)^2 - 8 = 0, (x+10)^2 = 8$ よって, $x+10 = \pm\sqrt{8}$
 $x+10 = \pm 2\sqrt{2}, x = -10 \pm 2\sqrt{2}$

[問題](2 学期期末)

次の方程式を解きなさい。

(1) $3x^2 - 1 = 0$

(2) $(x+2)^2 - 4 = 0$

(3) $x^2 - 4x - 12 = 0$

(4) $x^2 - 4x = 0$

(5) $x^2 + 5x + 6 = 0$

(6) $(x+5)(x-2) = (x-2)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ (2) $x = -4, 0$ (3) $x = -2, 6$ (4) $x = 0, 4$

(5) $x = -3, -2$ (6) $x = -4, 2$

[解説]

(1) *式を変形して $x^2 = a$, $x = \pm\sqrt{a}$

$$3x^2 - 1 = 0, 3x^2 = 1, x^2 = \frac{1}{3} \quad \text{ゆえに } x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(2) *式を整理して $(x+b)^2 = a$, $x+b = \pm\sqrt{a}$, $x = -b \pm\sqrt{a}$

$$(x+2)^2 - 4 = 0, (x+2)^2 = 4, x+2 = \pm 2 \quad x+2 = -2 \text{ のとき } x = -4$$

$$x+2 = 2 \text{ のとき } x = 0 \quad \text{ゆえに } x = -4, 0$$

* (3) ~ (6) 因数分解で $A \times B = 0$ の形にする。 $A \times B = 0$ が成りたつのは $A = 0$ か $B = 0$ のとき。

(3) かけて -12 , 加えて -4 になる 2 数は $2, -6$ なので, $x^2 - 4x - 12 = 0$ の左辺を
 因数分解すると, $(x+2)(x-6) = 0$ よって $x+2 = 0, x-6 = 0$ ゆえに $x = -2, 6$

(4) $x^2 - 4x = 0$ の左辺について共通因数 x をくくり出すと, $x(x-4) = 0$
 よって $x = 0, x-4 = 0$ ゆえに $x = 0, 4$

(5) かけて 6 , 加えて 5 になる 2 数は $3, 2$ なので, $x^2 + 5x + 6 = 0$ の左辺を因数分解
 すると, $(x+3)(x+2) = 0$ よって $x+3 = 0, x+2 = 0$ ゆえに $x = -3, -2$

- (6) まず, $(x+5)(x-2)=(x-2)$ の式を整理する。 $x^2+3x-10=x-2$
 $x^2+2x-8=0$ かけて -8 , 加えて 2 になる 2 数は $4, -2$ なので,
 $(x+4)(x-2)=0$ よって $x+4=0, x-2=0$ ゆえに $x=-4, 2$

[問題](2 学期中間)

次の 2 次方程式を解きなさい。

- (1) $x^2+2x-15=0$ (2) $x^2-5x=0$
(3) $(2x-1)(x-7)=0$ (4) $3x^2-12=0$
(5) $(x-3)^2=4$ (6) $(x-2)^2=12$
(7) $(x+1)^2+3x=-x-8$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

[解答](1) $x=-5, 3$ (2) $x=0, 5$ (3) $x=\frac{1}{2}, 7$ (4) $x=\pm 2$ (5) $x=1, 5$

(6) $x=2\pm 2\sqrt{3}$ (7) $x=-3$

[解説]

* (1) ~ (3) 因数分解で $A \times B = 0$ の形にする。 $A \times B = 0$ より $A = 0$ か $B = 0$

(1) かけて -15 , 加えて 2 になる 2 数は $5, -3$ なので, $x^2+2x-15=0$ の左辺を因数分解して $(x+5)(x-3)=0$ よって $x+5=0, x-3=0$ ゆえに $x=-5, 3$

(2) 共通因数の x でくくると, $x^2-5x=0$ は $x(x-5)=0$ と因数分解できる。
よって $x=0, x-5=0$ ゆえに $x=0, 5$

(3) $(2x-1)(x-7)=0$ より $2x-1=0, x-7=0$ ゆえに $x=\frac{1}{2}, 7$

(4) * 式を変形して $x^2=a$ $x=\pm\sqrt{a}$
 $3x^2-12=0, 3x^2=12, x^2=4$ ゆえに $x=\pm 2$

* (5), (6) 式を整理して $(x+b)^2=a, x+b=\pm\sqrt{a}, x=-b\pm\sqrt{a}$

(5) $(x-3)^2=4$ より $x-3=\pm 2$ よって $x-3=-2$ のとき $x=1, x-3=2$ のとき $x=5$
ゆえに $x=1, 5$

(6) $(x-2)^2 = 12$ より $x-2 = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$ ゆえに $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$

(7) まず式を整理する。 $(x+1)^2 + 3x = -x-8$, $x^2 + 2x + 1 + 3x + x + 8 = 0$
 $x^2 + 6x + 9 = 0$ よって $(x+3)^2 = 0$ ゆえに $x = -3$

[問題](2 学期中間)

次の方程式を解きなさい。

(1) $3x^2 = 24$

(2) $(x-2)^2 - 9 = 0$

(3) $8x^2 - 12x = 0$

(4) $x^2 - 81 = 0$

(5) $x^2 - 3x - 10 = 0$

(6) $x^2 - 10x + 25 = 0$

(7) $(x-3)(x+4) = 5x$

(8) $2x^2 - 2x - 12 = x(x-3)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $x = \pm 2\sqrt{2}$ (2) $x = -1, 5$ (3) $x = 0, \frac{3}{2}$ (4) $x = \pm 9$ (5) $x = -2, 5$

(6) $x = 5$ (7) $x = -2, 6$ (8) $x = -4, 3$

[解説]

(1) $3x^2 = 24$, まず x^2 の係数が1になるように , 両辺を3で割る。 $x^2 = 8$

2乗して8になるのは $+\sqrt{8}$ と $-\sqrt{8}$ で , あわせて $\pm\sqrt{8}$

ゆえに $x = \pm\sqrt{8} = \pm\sqrt{4 \times 2} = \pm 2\sqrt{2}$

(2) $(x-2)^2 - 9 = 0$, $(x-2)^2 = 9$ ゆえに $x-2 = 3$, $x-2 = -3$ よって $x = 5, -1$

* (3) ~ (8) 因数分解によって $A \times B = 0$ に変形。 $A \times B = 0$ が成りたつのは $A = 0$ か $B = 0$ のとき

(3) $8x^2 - 12x = 0$ の両辺を8でわって x^2 の係数を1にする。 $x^2 - \frac{12}{8}x = 0$, $x^2 - \frac{3}{2}x = 0$

共通因数の x でくくると , $x\left(x - \frac{3}{2}\right) = 0$ よって $x = 0, x - \frac{3}{2} = 0$ ゆえに $x = 0, \frac{3}{2}$

(4) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ の公式を使って $x^2 - 81 = 0$ の左辺を因数分解すると ,

$(x+9)(x-9) = 0$ $x+9 = 0, x-9 = 0$ よって $x = -9, 9$ ゆえに $x = \pm 9$

(別解) $x^2 = 81$, $x = \pm 9$

(5) かけて -10 , 加えて -3 になる2数は, 2 , -5 なので, $x^2 - 3x - 10 = 0$ の左辺を因数分解して, $(x+2)(x-5) = 0$ よって $x+2=0$, $x-5=0$ ゆえに $x = -2, 5$

(6) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ の公式を使って $x^2 - 10x + 25 = 0$ の左辺を因数分解すると, $x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = 0$, $(x-5)^2 = 0$ よって $x-5=0$, $x=5$

(7) まず, $(x-3)(x+4) = 5x$ を展開して式を左辺に集める。 $x^2 + x - 12 - 5x = 0$
 $x^2 - 4x - 12 = 0$ かけて -12 , 加えて -4 になる2数は 2 , -6 なので,
 $(x+2)(x-6) = 0$ よって $x+2=0$, $x-6=0$ ゆえに $x = -2, 6$

(8) まず, $2x^2 - 2x - 12 = x(x-3)$ を展開して式を左辺に集める。
 $2x^2 - 2x - 12 = x^2 - 3x$, $2x^2 - 2x - 12 - x^2 + 3x = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$
かけて -12 , 加えて 1 になる2数は 4 , -3 なので, $(x+4)(x-3) = 0$
よって $x+4=0$, $x-3=0$ ゆえに $x = -4, 3$

[問題](2学期中間)

次の方程式を解きなさい。

(1) $4x^2 = 9$

(2) $(x-5)^2 = 6$

(3) $(x+2)(x-3) = 0$

(4) $(x-1)(x+5) = 7$

(5) $x^2 + 5x + 6 = 0$

(6) $x^2 - 8x + 16 = 0$

(7) $x^2 + 5 = -2x + 20$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

[解答](1) $x = \pm \frac{3}{2}$ (2) $x = 5 \pm \sqrt{6}$ (3) $x = -2, 3$ (4) $x = -6, 2$

(5) $x = -2, -3$ (6) $x = 4$ (7) $x = -5, 3$

[解説]

(1) $4x^2 = 9$, $x^2 = \frac{9}{4}$ 2乗して $\frac{9}{4}$ になるのは $\frac{3}{2}$ と $-\frac{3}{2}$, あわせて $x = \pm \frac{3}{2}$ と表す。

(2) $A^2 = 6$ のとき $A = \pm\sqrt{6}$ $(x-5)^2 = 6$ なので, $x-5 = \pm\sqrt{6}$ ゆえに $x = 5 \pm \sqrt{6}$

(3) * $A \times B = 0$ が成りたつのは $A = 0$ か $B = 0$ のとき

$(x+2)(x-3) = 0$ なので, $x+2=0$ か $x-3=0$ ゆえに $x = -2$ か $x = 3$ あわせて $x = -2, 3$

(4) $(x-1)(x+5) = 7$

まず式を整理して $A \times B = 0$ の形にする。 $x^2 + 4x - 5 = 7$, $x^2 + 4x - 12 = 0$

かけて -12 , 加えて 4 になる 2 数は $6, -2$ なので, $(x+6)(x-2) = 0$

よって $x+6=0$, $x-2=0$ ゆえに $x = -6, 2$

(5) かけて 6 , 加えて 5 になる 2 数は $2, 3$ なので, $x^2 + 5x + 6 = 0$ の左辺を因数分解して,

$(x+2)(x+3) = 0$ よって $x+2=0$, $x+3=0$ ゆえに $x = -2, -3$

(6) * $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ の公式を使って $x^2 - 8x + 16 = 0$ の左辺を因数分解すると,

$(x-4)^2 = 0$ よって $x-4=0$ ゆえに $x = 4$

(7) まず式を整理して $A \times B = 0$ の形にする。

$x^2 + 5 = -2x + 20$, $x^2 + 5 + 2x - 20 = 0$, $x^2 + 2x - 15 = 0$

かけて -15 , 加えて 2 になる 2 数は $5, -3$ なので $(x+5)(x-3) = 0$

よって $x+5=0$, $x-3=0$ ゆえに $x = -5, 3$

[問題](2 学期中間)

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + x - 6 = 0$

(2) $x^2 + x = 0$

(3) $x^2 - 6 = 0$

(4) $(x+1)^2 = 4$

(5) $(2x-1)^2 = 12$

(6) $2x^2 - 7 = (x+2)(x-8)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $x = -3, 2$ (2) $x = -1, 0$ (3) $x = \pm\sqrt{6}$ (4) $x = -3, 1$

(5) $x = \frac{1 \pm 2\sqrt{3}}{2}$ (6) $x = -3$

[解説]

* (1) (2) 因数分解で $A \times B = 0$ の形に。 $A \times B = 0$ が成りたつのは $A = 0$ か $B = 0$ のとき。

(1) かけて -6 , 加えて 1 になるのは $3, -2$ なので, $x^2 + x - 6 = 0$ の左辺を因数分解して,
 $(x+3)(x-2) = 0$ よって $x+3=0, x-2=0$ ゆえに $x = -3, 2$

(2) $x^2 + x = 0$ の左辺を共通因数 x でくくりだして因数分解すると, $x(x+1) = 0$
 よって $x = 0, x+1 = 0$ ゆえに $x = 0, -1$

* (3) ~ (5) は $A^2 = a, A = \pm\sqrt{a}$ で解く。

(3) $x^2 - 6 = 0, x^2 = 6$ ゆえに, $x = \pm\sqrt{6}$

(4) $(x+1)^2 = 4, x+1 = 2, -2$ よって $x+1 = 2$ のとき $x = 1, x+1 = -2$ のとき
 $x = -3$

(5) $(2x-1)^2 = 12, 2x-1 = \pm\sqrt{12} \quad 2x = 1 \pm 2\sqrt{3}$ ゆえに $x = \frac{1 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

(6) まず式を展開整理する。 $2x^2 - 7 = (x+2)(x-8), 2x^2 - 7 = x^2 - 6x - 16$
 $2x^2 - 7 - x^2 + 6x + 16 = 0, x^2 + 6x + 9 = 0, (x+3)^2 = 0$ よって $x+3 = 0$
 ゆえに $x = -3$

[問題](2 学期中間)

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + 3x + 2 = 0$

(2) $a^2 - 4a + 4 = 0$

(3) $3y^2 - 21y + 36 = 0$

(4) $x^2 = 2x + 15$

(5) $6x^2 = -24x$

(6) $9x^2 = 7$

(7) $(x-3)^2 = 4$

(8) $(x+2)^2 = 5x + 6$

(9) $x^2 + 6x - 7 = 0$

(10) $2(x-1)^2 = (x+5)(x-2) + 6$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
(5)	(6)	(7)	(8)
(9)	(10)		

[解答](1) $x = -1, -2$ (2) $a = 2$ (3) $y = 3, 4$ (4) $x = -3, 5$ (5) $x = -4, 0$

(6) $x = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$ (7) $x = 1, 5$ (8) $x = -1, 2$ (9) $x = -7, 1$ (10) $x = 1, 6$

[解説]

* 因数分解で $A \times B = 0$ の形にする。 $A \times B = 0$ が成りたつのは $A = 0$ か $B = 0$ のとき。

(1) かけて2, 加えて3になる2数は1, 2なので, $x^2 + 3x + 2 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x+1)(x+2) = 0$ よって, $x+1=0, x+2=0$ ゆえに, $x = -1, -2$

(2) $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ の公式を使って $a^2 - 4a + 4 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(a-2)^2 = 0$ よって, $a-2=0$ ゆえに, $a = 2$

(3) $3y^2 - 21y + 36 = 0$ の両辺を3で割ると, $y^2 - 7y + 12 = 0$

かけて12, 加えて-7になる2数は-3, -4なので, $y^2 - 7y + 12 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(y-3)(y-4) = 0$ よって, $y-3=0, y-4=0$ ゆえに, $y = 3, 4$

(4) $x^2 = 2x + 15$ の右辺を左辺に移項すると, $x^2 - 2x - 15 = 0$

かけて-15, 加えて-2になる2数は-5, 3なので, $x^2 - 2x - 15 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x-5)(x+3) = 0$ よって, $x-5=0, x+3=0$ ゆえに, $x = 5, -3$

(5) $6x^2 = -24x$ より, $6x^2 + 24x = 0, x^2 + 4x = 0, x(x+4) = 0$

よって, $x = 0, x+4=0$ ゆえに, $x = 0, -4$

* (6), (7): 式を変形して $x^2 = a, x = \pm\sqrt{a}$

(6) $9x^2 = 7$ より, $x^2 = \frac{7}{9}, x = \pm\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{9}} = \pm\frac{\sqrt{7}}{3}$

(7) $(x-3)^2 = 4$ より, $x-3 = \pm 2$ よって, $x = \pm 2 + 3, x = 5, 1$

(8) $(x+2)^2 = 5x+6$ より, $x^2 + 4x + 4 - 5x - 6 = 0, x^2 - x - 2 = 0$

かけて-2, 加えて-1になる2数は1, -2なので, $x^2 - x - 2 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x+1)(x-2) = 0$ よって, $x+1=0, x-2=0$ ゆえに, $x = -1, 2$

(9) かけて-7, 加えて6になる2数は7, -1なので, $x^2 + 6x - 7 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x+7)(x-1) = 0$ よって, $x+7=0, x-1=0$ ゆえに, $x = -7, 1$

(10) $2(x-1)^2 = (x+5)(x-2) + 6$ より, $2x^2 - 4x + 2 = x^2 + 3x - 10 + 6$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ かけて6, 加えて-7になる2数は-1, -6なので,

$x^2 - 7x + 6 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x-1)(x-6) = 0$

よって, $x-1=0, x-6=0$ ゆえに, $x = 1, 6$

[問題](2 学期中間)

次の二次方程式を解きなさい。

(1) $2x^2 = 18$

(2) $2x^2 - 36 = 0$

(3) $4x^2 - 3 = 0$

(4) $(x+3)^2 = 25$

(5) $(x-2)^2 = 7$

(6) $x^2 + 5x + 6 = 0$

(7) $x^2 - 7x + 12 = 0$

(8) $x^2 + 3x = 0$

(9) $2x^2 = 7x$

(10) $x^2 + 6x + 9 = 0$

(11) $2x^2 + 4x - 6 = 0$

(12) $3x + 10 = x^2$

(13) $3(x^2 - 8) = (x - 8)(x + 2)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)		

[解答](1) $x = \pm 3$ (2) $x = \pm 3\sqrt{2}$ (3) $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) $x = 2, -8$ (5) $x = 2 \pm \sqrt{7}$

(6) $x = -3, -2$ (7) $x = 3, 4$ (8) $x = -3, 0$ (9) $x = 0, \frac{7}{2}$ (10) $x = -3$

(11) $x = -3, 1$ (12) $x = -2, 5$ (13) $x = -4, 1$

[解説]

* (1) ~ (3) 式を変形して $x^2 = a$, $x = \pm\sqrt{a}$

(1) $2x^2 = 18$ の両辺を 2 でわって $x^2 = 9$ ゆえに $x = \pm 3$

(2) $2x^2 - 36 = 0$, $2x^2 = 36$, $x^2 = 18$ ゆえに $x = \pm\sqrt{18} = \pm\sqrt{9 \times 2} = \pm 3\sqrt{2}$

(3) $4x^2 - 3 = 0$, $4x^2 = 3$, $x^2 = \frac{3}{4}$ ゆえに $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

* (4) , (5) 式を整理して $(x+b)^2 = a$, $x+b = \pm\sqrt{a}$, $x = -b \pm \sqrt{a}$

(4) $(x+3)^2 = 25$ よって $x+3 = \pm 5$, $x+3 = 5$ のとき $x = 2$, $x+3 = -5$ のとき $x = -8$

(5) $(x-2)^2 = 7$ よって $x-2 = \pm\sqrt{7}$ ゆえに $x = 2 \pm \sqrt{7}$

* (6) ~ (13) 因数分解で $A \times B = 0$ の形にする。 $A \times B = 0$ より $A = 0$ か $B = 0$

- (6) かけて6 ,加えて5になる2数は3, 2なので , $x^2 + 5x + 6 = 0$ の左辺を因数分解して ,
 $(x+3)(x+2)=0$ よって $x+3=0$, $x+2=0$ ゆえに $x=-3, -2$
- (7) かけて12 ,加えて-7になる2数は-3, -4なので , $x^2 - 7x + 12 = 0$ の左辺を因数分解して ,
 $(x-3)(x-4)=0$ よって $x-3=0$, $x-4=0$ ゆえに $x=3, 4$
- (8) 共通因数の x をくくりだして $x^2 + 3x = 0$ の左辺を因数分解すると , $x(x+3)=0$
よって $x=0$, $x+3=0$ ゆえに $x=0, -3$
- (9) $2x^2 = 7x$, $2x^2 - 7x = 0$, $x^2 - \frac{7}{2}x = 0$, $x\left(x - \frac{7}{2}\right) = 0$ よって $x=0$, $x - \frac{7}{2} = 0$
ゆえに $x=0, \frac{7}{2}$
- (10) * $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ の公式を使って $x^2 + 6x + 9 = 0$ の左辺を因数分解すると ,
 $x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = 0$, $(x+3)^2 = 0$ よって $x+3=0$ ゆえに $x=-3$
- (11) $2x^2 + 4x - 6 = 0$, $x^2 + 2x - 3 = 0$ かけて-3 ,加えて2になる2数は3, -1
なので , $(x+3)(x-1)=0$ よって $x+3=0$, $x-1=0$ ゆえに $x=-3, 1$
- (12) $3x + 10 = x^2$, $x^2 - 3x - 10 = 0$ かけて-10 ,加えて-3になる2数は2, -5
 $(x+2)(x-5)=0$ よって $x+2=0$, $x-5=0$ ゆえに $x=-2, 5$
- (13) $3(x^2 - 8) = (x-8)(x+2)$, $3x^2 - 24 = x^2 - 6x - 16$, $3x^2 - 24 - x^2 + 6x + 16 = 0$
 $2x^2 + 6x - 8 = 0$, $x^2 + 3x - 4 = 0$
かけて-4 ,加えて3になる2数は4, -1なので , $(x+4)(x-1)=0$
よって $x+4=0$, $x-1=0$ ゆえに $x=-4, 1$

[問題](2学期中間)

次の問いに答えなさい。

- (1) $5x^2 = 60$ を解きなさい。
- (2) $(x-3)^2 = 4$ を解きなさい。
- (3) $x^2 + 4x + 1 = 0$ を解きなさい。
- (4) $x^2 - 3x - 28 = 0$ を解きなさい。
- (5) $14x - 49 = x^2$ を解きなさい。
- (6) $2(x-3)(x+2) = x(x+3) - 12$ を解きなさい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $x = \pm 2\sqrt{3}$ (2) $x = 5, 1$ (3) $x = -2 \pm \sqrt{3}$ (4) $x = -4, 7$ (5) $x = 7$
 (6) $x = 0, 5$

[解説]

(1) * 式を変形して $x^2 = a$, $x = \pm\sqrt{a}$

$$5x^2 = 60 , x^2 = 12 \quad \text{ゆえに } x = \pm\sqrt{12} = \pm\sqrt{4 \times 3} = \pm 2\sqrt{3}$$

(2) $(x-3)^2 = 4$ より $x-3 = \pm 2$ $x-3 = 2$ のとき $x = 5$, $x-3 = -2$ のとき $x = 1$

(3) 因数分解することができないので、式を $(x+b)^2 = a$ の形に変形して解く。

まず、 $x^2 + 4x + 1 = 0$ の定数項1を右辺に移項して、 $x^2 + 4x = -1 \dots$

左辺を $(x+b)^2$ の形に変形する。 $x^2 + 4x = x^2 + 2 \times x \times 2$ なので $2^2 = 4$ を の両辺に加える。

$x^2 + 4x + 4 = -1 + 4$, $(x+2)^2 = 3$ よって $x+2 = \pm\sqrt{3}$, ゆえに $x = -2 \pm \sqrt{3}$

(4) かけて -28 , 加えて -3 になる 2 数は $4, -7$ なので、 $x^2 - 3x - 28 = 0$ の左辺を因数分解して $(x+4)(x-7) = 0$ よって $x+4 = 0$, $x-7 = 0$ ゆえに $x = -4, 7$

(5) $14x - 49 = x^2$, $x^2 - 14x + 49 = 0$ * $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ の公式を使って

$$(x-7)^2 = 0 \quad \text{よって } x-7 = 0 \quad \text{ゆえに } x = 7$$

(6) $2(x-3)(x+2) = x(x+3) - 12$, $2(x^2 - x - 6) = x^2 + 3x - 12$

$$2x^2 - 2x - 12 - x^2 - 3x + 12 = 0, x^2 - 5x = 0$$

$$x(x-5) = 0 \quad \text{よって } x = 0, x - 5 = 0 \quad \text{ゆえに } x = 0, 5$$

[問題](2 学期期末)

$(x^2 - 2)^2 = (x^2 - 8)^2$ を解きなさい。

[解答欄]

[解答] $x = \pm\sqrt{5}$

[解説]

まず、 $(x^2 - 2)^2 = (x^2 - 8)^2$ を展開して式を整理する。

$$x^4 - 4x^2 + 4 = x^4 - 16x^2 + 64, 12x^2 = 60, x^2 = 5 \quad \text{ゆえに } x = \pm\sqrt{5}$$

[問題](2 学期中間)

等式 $(\sqrt{3}a + b)^2 - (\sqrt{3}b - a)^2 + (b - \sqrt{3}a)^2 - (a + \sqrt{3}b)^2 = 36 - (2b + a)(2b - a)$ を満たす正の数 a の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a = 2\sqrt{3}$

[解説]

まず、等式を整理すると、

$$(\sqrt{3}a + b)^2 - (\sqrt{3}b - a)^2 + (b - \sqrt{3}a)^2 - (a + \sqrt{3}b)^2 = 36 - (2b + a)(2b - a)$$

$$3a^2 + 2\sqrt{3}ab + b^2 - (3b^2 - 2\sqrt{3}ab + a^2) + (b^2 - 2\sqrt{3}ab + 3a^2) - (a^2 + 2\sqrt{3}ab + 3b^2) = 36 - (4b^2 - a^2)$$

$$3a^2 + 2\sqrt{3}ab + b^2 - 3b^2 + 2\sqrt{3}ab - a^2 + b^2 - 2\sqrt{3}ab + 3a^2 - a^2 - 2\sqrt{3}ab - 3b^2 = 36 - 4b^2 + a^2$$

$$4a^2 - 4b^2 = 36 - 4b^2 + a^2 \quad \text{よって、} 3a^2 = 36, a^2 = 12$$

$$a > 0 \text{ なので、} a = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

[印刷 / 他の PDF ファイルについて]

このファイルは、FdData 中間期末数学 3 年(7,200 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word(または一太郎)の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。FdData 中間期末(社会・理科・数学)全分野の PDF ファイル、および製品版の購入方法は <http://www.fdtype.com/dat/> に掲載しております。

下図のような、[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData)]を、Windows のデスクトップ上にインストールすれば、FdData 中間期末・FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1500 ページ)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData(Word 版) 【 <http://www.fdtype.com/lnk/instRunFdDataWDs.exe> 】

RunFdData(一太郎版) 【 <http://www.fdtype.com/lnk/instRunFdDataTAs.exe> 】

ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd 教材開発 : URL <http://www.fdtype.com/dat/> Tel (092) 404-2266】