

【】 二次方程式の解

[問題](2 学期中間)

1, 2, 3, 4 のうち, $x^2 - 5x + 4 = 0$ の解であるものを答えよ。

[解答欄]

[解答] 1, 4

[解説]

1, 2, 3, 4 をそれぞれ $x^2 - 5x + 4$ に代入して, $x^2 - 5x + 4 = 0$ が成り立つか調べる。

$$x=1 \text{ のとき, } x^2 - 5x + 4 = 1 - 5 + 4 = 0$$

$$x=2 \text{ のとき, } x^2 - 5x + 4 = 4 - 10 + 4 = -2$$

$$x=3 \text{ のとき, } x^2 - 5x + 4 = 9 - 15 + 4 = -2$$

$$x=4 \text{ のとき, } x^2 - 5x + 4 = 16 - 20 + 4 = 0$$

よって, 1, 2, 3, 4 のうち, $x^2 - 5x + 4 = 0$ の解であるのは, 1 と 4

[問題](2 学期中間)

1, 2, 3, 4, 5 のうち, $x^2 - 8x + 12 = 0$ の解であるものを答えよ。

[解答欄]

[解答] 2

[解説]

1, 2, 3, 4, 5 をそれぞれ $x^2 - 8x + 12$ に代入して, $x^2 - 8x + 12 = 0$ が成り立つか調べる。

[問題](2 学期中間)

-2, -1, 0, 1, 2 の中から, $x^2 - x - 2 = 0$ の解であるものを選べ。

[解答欄]

[解答] -1, 2

[問題](2学期中間)

次のア～ウの二次方程式のうち、 $x = -3$ が解であるものを選び、記号で答えよ。

ア $x^2 + x - 6 = 0$ イ $x^2 - 2x = 3$ ウ $2x(x + 2) = x^2 + x$

[解答欄]

--

[解答]ア, ウ

[解説]

ア (左辺) $= x^2 + x - 6 = (-3)^2 - 3 - 6 = 9 - 3 - 6 = 0$ なので、 $x = -3$ は解である。

イ (左辺) $= x^2 - 2x = (-3)^2 - 2 \times (-3) = 9 + 6 = 15$ なので、 $x = -3$ は解ではない。

ウ (左辺) $= 2x(x + 2) = 2 \times (-3) \times (-3 + 2) = 6$,

(右辺) $= x^2 + x = (-3)^2 - 3 = 9 - 3 = 6$ なので、 $x = -3$ は解である。

[問題](2学期中間)

次の文章中の①～③に適語を入れよ。

- ・移項して整理すると、 $ax^2 + bx + c = 0$ という形になる方程式を、 x についての(①)という。
- ・(①)にあてはまる文字の値を、その方程式の(②)といい、(②)をすべて求めることを(①)を(③)という。

[解答欄]

①	②	③
---	---	---

[解答]① 二次方程式 ② 解 ③ 解く

[問題](2学期中間)

次の方程式のうち、二次方程式はどれか、すべて答えよ。

① $x^2 = 4$ ② $x + 3 = 2x - 5$ ③ $9x^2 = (3x + 1)^2$ ④ $2x^2 - 5x = 6$

[解答欄]

--

[解答]①, ④

[解説]

①と④は二次方程式。②は1次方程式。

③は整理すると、 $9x^2 = 9x^2 + 6x + 1 = 0$, $6x + 1 = 0$ なので1次方程式になる。

[問題](2学期中間)

次の方程式のうち、二次方程式はどれか。記号で答えよ。

ア $x^2 - 8 = 0$

イ $5x + 7 = 0$

ウ $x^2 + x - 1 = x^2$

エ $(x + 2)(x - 3) = 0$

[解答欄]

[解答]ア, エ

[解説]

$ax^2 + bx + c = 0$ (ただし a は 0 ではない) という形になる方程式を二次方程式という。

イ. $5x + 7 = 0$ は x^2 の項がないので二次方程式ではない。ウ. $x^2 + x - 1 = x^2$ は整理すると両辺の x^2 が消えて、 $x - 1 = 0$ となり x^2 の項がないので二次方程式ではない。

【】平方根を利用した解法

[問題](2 学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 = 9$

(2) $3x^2 = 63$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $x = \pm 3$ (2) $x = \pm\sqrt{21}$

[解説]

(1) 2乗して9になるのは3と-3。3, -3をあわせて ± 3 と表す。ゆえに $x = \pm 3$

(2) $3x^2 = 63$, $x^2 = 63 \div 3$, $x^2 = 21$, $x = \pm\sqrt{21}$

[問題](前期期末)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 = 16$

(2) $x^2 = 3$

(3) $2x^2 = 24$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = \pm 4$ (2) $x = \pm\sqrt{3}$ (3) $x = \pm 2\sqrt{3}$

[解説]

(2) 2乗したとき3になるのは $\pm\sqrt{3}$ である。

(3) $2x^2 = 24$, $x^2 = 24 \div 2$, $x^2 = 12$, $x = \pm\sqrt{12} = \pm\sqrt{4 \times 3} = \pm 2\sqrt{3}$

[問題](前期期末)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 - 25 = 0$

(2) $5x^2 - 45 = 0$

(3) $4x^2 - 5 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = \pm 5$ (2) $x = \pm 3$ (3) $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

[解説]

$x^2 = k (k > 0)$ の形に変形して解く。

(1) $x^2 - 25 = 0$, $x^2 = 25$, $x = \pm 5$

(2) $5x^2 - 45 = 0$, $5x^2 = 45$, $x^2 = 9$, $x = \pm 3$

(3) $4x^2 - 5 = 0$, $4x^2 = 5$, $x^2 = \frac{5}{4}$, $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

[問題](2学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 - 8 = 0$

(2) $5x^2 - 60 = 0$

(3) $49x^2 - 5 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = \pm 2\sqrt{2}$ (2) $x = \pm 2\sqrt{3}$ (3) $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{7}$

[解説]

(1) $x^2 - 8 = 0$, $x^2 = 8$, $x = \pm\sqrt{8} = \pm\sqrt{4 \times 2} = \pm 2\sqrt{2}$

(2) $5x^2 - 60 = 0$, $5x^2 = 60$, $x^2 = 12$, $x = \pm\sqrt{12} = \pm\sqrt{4 \times 3} = \pm 2\sqrt{3}$

(3) $49x^2 - 5 = 0$, $49x^2 = 5$, $x^2 = \frac{5}{49}$, $x = \pm\sqrt{\frac{5}{49}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{7}$

[問題](2学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 = 9$

(2) $5x^2 = 35$

(3) $3x^2 - 24 = 0$

(4) $4x^2 - 3 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $x = \pm 3$ (2) $x = \pm\sqrt{7}$ (3) $x = \pm 2\sqrt{2}$ (4) $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

[解説]

$$(2) 5x^2 = 35, x^2 = 7, x = \pm\sqrt{7}$$

$$(3) 3x^2 - 24 = 0, 3x^2 = 24, x^2 = 8, x = \pm\sqrt{8} = \pm\sqrt{4 \times 2} = \pm 2\sqrt{2}$$

$$(4) 4x^2 - 3 = 0, 4x^2 = 3, x^2 = \frac{3}{4}, x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

[問題](2学期中間)

次の方程式を解け。

$$(1) (x+1)^2 = 36$$

$$(2) (x-1)^2 = 5$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $x = 5, -7$ (2) $x = 1 \pm \sqrt{5}$

[解説]

$$(1) (x+1)^2 = 36, x+1 = \pm 6, x+1 = 6 \text{ のとき } x = 5, x+1 = -6 \text{ のとき } x = -7$$

$$(4) (x-1)^2 = 5, x-1 = \pm\sqrt{5}, x = 1 \pm \sqrt{5}$$

[問題](2学期中間)

次の方程式を解け。

$$(1) (x-1)^2 = 16$$

$$(2) (x-3)^2 = 7$$

$$(3) 2(x-3)^2 = 6$$

$$(4) (x-4)^2 - 20 = 0$$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $x = -3, 5$ (2) $x = 3 \pm \sqrt{7}$ (3) $x = 3 \pm \sqrt{3}$ (4) $x = 4 \pm 2\sqrt{5}$

[解説]

$$(1) (x-1)^2 = 16, x-1 = \pm 4, x-1 = 4 \text{ のとき } x = 5, x-1 = -4 \text{ のとき } x = -3$$

$$(2) (x-3)^2 = 7, x-3 = \pm\sqrt{7}, x = 3 \pm \sqrt{7}$$

$$(3) 2(x-3)^2 = 6, (x-3)^2 = 3, x-3 = \pm\sqrt{3}, x = 3 \pm \sqrt{3}$$

$$(4) (x-4)^2 - 20 = 0, (x-4)^2 = 20, x-4 = \pm\sqrt{20}, x-4 = \pm 2\sqrt{5}, x = 4 \pm 2\sqrt{5}$$

[問題](2学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 = 36$

(2) $9x^2 = 10$

(3) $3x^2 - 24 = 0$

(4) $(x-2)^2 = 17$

(5) $(x+5)^2 - 64 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) $x = \pm 6$ (2) $x = \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$ (3) $x = \pm 2\sqrt{2}$ (4) $x = 2 \pm \sqrt{17}$ (5) $-13, 3$

[解説]

(1) $x^2 = 36, x = \pm 6$

(2) $9x^2 = 10, x^2 = \frac{10}{9}, x = \pm \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{9}} = \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$

(3) $3x^2 - 24 = 0, 3x^2 = 24, x^2 = 8, x = \pm\sqrt{8} = \pm\sqrt{4 \times 2} = \pm 2\sqrt{2}$

(4) $(x-2)^2 = 17, x-2 = \pm\sqrt{17}, x = 2 \pm \sqrt{17}$

(5) $(x+5)^2 - 64 = 0, (x+5)^2 = 64, x+5 = \pm 8, x+5 = -8$ のとき $x = -13$
 $x+5 = 8$ のとき $x = 3$

【】 平方に変形する解法

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2 + 8x - 1 = 0$ を $(x + m)^2 = n$ の形に変形して次のように解いた。() にあてはまる数を求めよ。

$$x^2 + 8x - 1 = 0$$

$$x^2 + 8x = 1$$

$$x^2 + 8x + (\text{①})^2 = 1 + (\text{①})^2$$

$$(x + 4)^2 = (\text{②})$$

$$x + 4 = \pm(\text{③})$$

$$x = -4 \pm (\text{③})$$

[解答欄]

①	②	③
---	---	---

[解答] ① 4 ② 17 ③ $\sqrt{17}$

[解説]

まず、 $x^2 + 8x - 1 = 0$ の定数 -1 を右辺に移項して、 $x^2 + 8x = 1$

ここで、 $x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$ の公式を使って、左辺を()² の形に変形する。

$8x$ の係数 8 を 2 で割ると 4 であるので、 4^2 を両辺に加えると、 $x^2 + 8x + 4^2 = 1 + 4^2$

すると左辺は()² の形に変形でき、 $(x + 4)^2 = 17$ となる。

よって、 $x + 4 = \pm\sqrt{17}$ ゆえに、 $x = -4 \pm \sqrt{17}$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2 + 8x + 3 = 0$ を以下のようにして解いた。①～⑥にあてはまる数を答えよ。

$$x^2 + 8x + 3 = 0$$

$$3 \text{ を移項して、} x^2 + 8x = (\text{①})$$

$$4^2 \text{ を両辺に加えて、} x^2 + 8x + 4^2 = (\text{②}) + 4^2$$

$$\text{左辺を因数分解して、右辺をまとめると、} (x + (\text{③}))^2 = (\text{④})$$

$$x + (\text{③}) = \pm(\text{⑤})$$

$$x = (\text{⑥})$$

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥

[解答] ① -3 ② -3 ③ 4 ④ 13 ⑤ $\sqrt{13}$ ⑥ $-4 \pm \sqrt{13}$

[問題](2学期中間)

$x^2 + 6x - 1 = 0$ を左辺を平方の形にして解け(途中の式もかくこと)。

[解答欄]

[解答]

$$x^2 + 6x - 1 = 0$$

$$x^2 + 6x = 1$$

$$x^2 + 6x + 9 = 1 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 10$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{10}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{10}$$

[解説]

まず $x^2 + 6x - 1 = 0$ の定数項 -1 を右辺に移項して, $x^2 + 6x = 1$

左辺を $(x + a)^2$ に変形することを考える。 $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ の a にあたる数は x の項の係数を 2 でわって求めることができる。 $6 \div 2 = 3$ 3 の 2 乗を $x^2 + 6x = 1$ の両辺に加えて, $x^2 + 6x + 3^2 = 1 + 3^2$, $(x + 3)^2 = 10$

よって, $x + 3 = \pm\sqrt{10}$,

ゆえに, $x = -3 \pm \sqrt{10}$

[問題](1学期期末)

$x^2 - 6x + 1 = 0$ を, $(x + m)^2 = n$ の形に変形して解け(途中の式もかくこと)。

[解答欄]

[解答]

$$x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$x^2 - 6x = -1$$

$$x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$$

$$(x-3)^2 = 8$$

$$x-3 = \pm\sqrt{8}$$

$$x = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

[問題](前期期末)

次の方程式を、 $(x+m)^2 = n$ の形に変形して解け(途中の式もかくこと)。

(1) $x^2 - 2x - 7 = 0$

(2) $x^2 + 7x + 9 = 0$

[解答欄]

(1)

(2)

[解答]

(1) $x^2 - 2x - 7 = 0$

$$x^2 - 2x = 7$$

$$x^2 - 2x + 1 = 7 + 1$$

$$(x-1)^2 = 8$$

$$x-1 = \pm\sqrt{8}$$

$$x = 1 \pm 2\sqrt{2}$$

(2) $x^2 + 7x + 9 = 0$

$$x^2 + 7x = -9$$

$$x^2 + 7x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = -9 + \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$$

$$x + \frac{7}{2} = \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$x = -\frac{7}{2} \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$$

【】 解の公式による解法

[解の公式]

[問題](前期期末)

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の公式をかけ。

[解答欄]

--

[解答] $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

[解説]

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

参考までに、解の公式を導いておく。

$ax^2 + bx + c = 0$ の両辺を a で割ると、 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$, $x^2 + 2\frac{b}{2a}x = -\frac{c}{a}$, $x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$, $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

よって、 $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

よって、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

[問題](前期期末)

二次方程式 $3x^2 + 7x + 2 = 0$ を解の公式を使って解くとき、次の空欄のア～オに適する数をうめて式を完成させよ。

$x = \frac{-(イ) \pm \sqrt{(ウ)^2 - (エ) \times 3 \times (オ)}}{2 \times (ア)}$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

[解答]ア 3 イ 7 ウ 7 エ 4 オ 2

[解の公式で解く①]

[問題](前期期末)

解の公式を使って、方程式 $x^2 - x - 5 = 0$ を解け。

[解答欄]

--

[解答] $x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$

[解説]

* 解の公式：二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x^2 - x - 5 = 0$ なので、 $ax^2 + bx + c = 0$ で $a = 1$, $b = -1$, $c = -5$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 20}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

[問題](2 学期期末)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 + 5x + 2 = 0$

(2) $x^2 + 9x + 5 = 0$

(3) $x^2 - 11x + 8 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$ (2) $x = \frac{-9 \pm \sqrt{61}}{2}$ (3) $x = \frac{11 \pm \sqrt{89}}{2}$

[解説]

(1) $x^2 + 5x + 2 = 0$ なので、 $a = 1$, $b = 5$, $c = 2$ として、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 8}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(2) $x^2 + 9x + 5 = 0$ なので、 $a = 1$, $b = 9$, $c = 5$ として、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 20}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{61}}{2}$$

(3) $x^2 - 11x + 8 = 0$ なので、 $a = 1$, $b = -11$, $c = 8$ として、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \times 1 \times 8}}{2 \times 1} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 32}}{2} = \frac{11 \pm \sqrt{89}}{2}$$

[問題](2 学期期末)

解の公式を使って、次の方程式を解け。

(1) $7x^2 + 5x - 1 = 0$

(2) $4x^2 - x - 2 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{53}}{14}$ (2) $x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$

[解説]

(1) $7x^2 + 5x - 1 = 0$ なので、 $a = 7, b = 5, c = -1$ として、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 7 \times (-1)}}{2 \times 7} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 28}}{14} = \frac{-5 \pm \sqrt{53}}{14}$$

(2) $4x^2 - x - 2 = 0$ なので、 $a = 4, b = -1, c = -2$ として、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 4 \times (-2)}}{2 \times 4} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 32}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

[解の公式で解く②]

[問題](2 学期期末)

方程式 $x^2 - 8x + 3 = 0$ を解け。

[解答欄]

--

[解答] $x = 4 \pm \sqrt{13}$

[解説]

* 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

b が偶数のときは約分できる。

$x^2 - 8x + 3 = 0$ なので、 $a = 1, b = -8, c = 3$ として、

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 12}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{52}}{2} \\ &= \frac{8 \pm \sqrt{4 \times 13}}{2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{13}}{2} = \frac{2(4 \pm \sqrt{13})}{2} = 4 \pm \sqrt{13} \end{aligned}$$

[問題](前期期末)

解の公式を使って、次の方程式を解け。

(1) $x^2 + 6x + 1 = 0$

(2) $x^2 + 8x + 3 = 0$

(3) $x^2 - 6x + 4 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$ (2) $x = -4 \pm \sqrt{13}$ (3) $x = 3 \pm \sqrt{5}$

[解説]

(1) $x^2 + 6x + 1 = 0$ なので、 $a = 1, b = 6, c = 1$ として、

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{32}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{16 \times 2}}{2} \\ &= \frac{-6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = \frac{2(-3 \pm 2\sqrt{2})}{2} = -3 \pm 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

(2) $x^2 + 8x + 3 = 0$ なので、 $a = 1, b = 8, c = 3$ として、

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 12}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{52}}{2} \\ &= \frac{-8 \pm \sqrt{4 \times 13}}{2} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{13}}{2} = \frac{2(-4 \pm \sqrt{13})}{2} = -4 \pm \sqrt{13}\end{aligned}$$

(3) $x^2 - 6x + 4 = 0$ なので、 $a = 1, b = -6, c = 4$ として、

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 16}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{4 \times 5}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2} = \frac{2(3 \pm \sqrt{5})}{2} = 3 \pm \sqrt{5}\end{aligned}$$

[解の公式で解く③]

[問題](2学期中間)

方程式 $3x^2 - 4x + 1 = 0$ を解け。

[解答欄]

[解答] $x = 1, \frac{1}{3}$

【解説】

$3x^2 - 4x + 1 = 0$ なので、 $a = 3, b = -4, c = 1$ として、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 3 \times 1}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{6} = \frac{4 \pm 2}{6}$$

よって、 $x = \frac{4+2}{6} = 1, x = \frac{4-2}{6} = \frac{1}{3}$

【問題】(前期期末)

次の方程式を解け。

(1) $2x^2 - 3x + 1 = 0$

(2) $6x^2 + 7x - 3 = 0$

(3) $49x^2 + 21x + 2 = 0$

【解答欄】

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

【解答】(1) $x = 1, \frac{1}{2}$ (2) $x = \frac{1}{3}, -\frac{3}{2}$ (3) $x = -\frac{2}{7}, -\frac{1}{7}$

【解説】

(1) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ なので、 $a = 2, b = -3, c = 1$ として、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \times 2 \times 1}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4}$$

よって、 $x = \frac{3+1}{4} = 1, x = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$

(2) $6x^2 + 7x - 3 = 0$ なので、 $a = 6, b = 7, c = -3$ として、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \times 6 \times (-3)}}{12} = \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{12} = \frac{-7 \pm 11}{12}$$

よって、 $x = \frac{-7+11}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}, x = \frac{-7-11}{12} = \frac{-18}{12} = -\frac{3}{2}$

(3) $49x^2 + 21x + 2 = 0$ なので、 $a = 49, b = 21, c = 2$ として、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-21 \pm \sqrt{21^2 - 4 \times 49 \times 2}}{2 \times 49} = \frac{-21 \pm \sqrt{441 - 392}}{98} = \frac{-21 \pm \sqrt{49}}{98}$$

$= \frac{-21 \pm 7}{98}$ よって、 $x = \frac{-28}{98}, \frac{-14}{98} \quad x = -\frac{2}{7}, -\frac{1}{7}$

[問題](補充問題)

解の公式を使って、次の方程式を解け。

(1) $x^2 + 5x + 6 = 0$

(2) $x^2 + 3x - 10 = 0$

(3) $x^2 + 2x - 8 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = -2, -3$ (2) $x = 2, -5$ (3) $x = -4, 2$

[解説]

(1) $x^2 + 5x + 6 = 0$ なので、 $a = 1, b = 5, c = 6$ として、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

$$x = \frac{-4}{2}, \frac{-6}{2} \quad x = -2, -3$$

※この問題は、因数分解を使って、

$x^2 + 5x + 6 = 0, (x + 2)(x + 3) = 0, x = -2, -3$ と解くこともできる。

もし、「解の公式を使って」という指定がなければ、因数分解を使って解く方が計算が楽である。

(2) $x^2 + 3x - 10 = 0$ なので、 $a = 1, b = 3, c = -10$ として、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-10)}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$x = \frac{4}{2}, \frac{-10}{2} \quad x = 2, -5$$

(3) $x^2 + 2x - 8 = 0$ なので、 $a = 1, b = 2, c = -8$ として、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-8)}}{2 \times 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$$x = \frac{4}{2}, \frac{-8}{2} \quad x = 2, -4$$

【】 因数分解による解法

$$[(x+a)(x+b)=0]$$

[問題](2 学期中間)

次の方程式を解け。

$$(1) (x-2)(x+5)=0$$

$$(2) x(x+2)=0$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $x = -5, 2$ (2) $x = -2, 0$

[解説]

$A \times B = 0$ が成りたつのは $A = 0$ か $B = 0$ のとき

$$(1) (x-2)(x+5)=0 \quad \text{よって } x-2=0, x+5=0 \quad \text{ゆえに } x = -5, 2$$

$$(2) x(x+2)=0 \quad \text{よって } x=0, x+2=0 \quad \text{ゆえに } x = -2, 0$$

[問題](2 学期期末)

次の方程式を解け。

$$(1) (x-2)(x+7)=0$$

$$(2) x(2x-5)=0$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $x = -7, 2$ (2) $x = 0, \frac{5}{2}$

[解説]

$$(1) (x-2)(x+7)=0 \quad \text{よって } x-2=0, x+7=0 \quad \text{ゆえに } x = -7, 2$$

$$(2) x(2x-5)=0 \quad \text{よって } x=0, 2x-5=0 \quad \text{ゆえに } x = 0, \frac{5}{2}$$

[因数分解して解く]

[問題](2 学期期末)

次の方程式を解け。

$$(1) x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(2) x^2 + 8x = 0$$

$$(3) x^2 + 10x + 25 = 0$$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = -3, -2$ (2) $x = -8, 0$ (3) $x = -5$

[解説]

(1) かけて6, 加えて5になる2数は3, 2なので, $x^2 + 5x + 6 = 0$ の左辺を因数分解して,
 $(x+3)(x+2) = 0$ よって $x+3=0, x+2=0$ ゆえに $x = -3, -2$

(2) 共通因数 x をくくりだして $x^2 + 8x = 0$ の左辺を因数分解すると, $x(x+8) = 0$
よって $x=0, x+8=0$ ゆえに $x = -8, 0$

(3) $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ の公式を使って $x^2 + 10x + 25 = 0$ の左辺を因数分解する。
 $(x+5)^2 = 0$ よって $x+5=0$ ゆえに $x = -5$
このように解が1つになることもある。

[問題](2 学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 - x - 12 = 0$

(2) $x^2 + 9x - 36 = 0$

(3) $x^2 - 14x + 49 = 0$

(4) $x^2 - 3x = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $x = -3, 4$ (2) $x = -12, 3$ (3) $x = 7$ (4) $x = 0, 3$

[解説]

(1) かけて-12, 加えて-1になる2数は3, -4なので, $x^2 - x - 12 = 0$ の左辺を因数分解すると,
 $(x+3)(x-4) = 0$ よって $x+3=0, x-4=0$ ゆえに $x = -3, 4$

(2) かけて-36, 加えて9になる2数は12, -3なので, $x^2 + 9x - 36 = 0$ の左辺を因数分解すると,
 $(x+12)(x-3) = 0$ よって $x+12=0, x-3=0$ ゆえに $x = -12, 3$

(3) $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ の公式を使って $x^2 - 14x + 49 = 0$ の左辺を因数分解すると,
 $(x-7)^2 = 0$ よって $x-7=0$ ゆえに $x = 7$

(4) $x^2 - 3x = 0$ の左辺を共通因数のくくり出しで因数分解すると, $x(x-3) = 0$
よって $x=0, x-3=0$ ゆえに $x = 0, 3$

[問題](2 学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 + 5x + 6 = 0$

(2) $x^2 - x - 6 = 0$

(3) $x^2 - 10x + 24 = 0$

(4) $x^2 - 7x - 18 = 0$

(5) $x^2 + 14x + 49 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) $x = -3, -2$ (2) $x = -2, 3$ (3) $x = 4, 6$ (4) $x = -2, 9$ (5) $x = -7$

[解説]

(1) かけて6, 加えて5になる2数は2, 3なので, $x^2 + 5x + 6 = 0$ は
 $(x+3)(x+2) = 0$ よって $x+3=0, x+2=0$ ゆえに $x = -3, -2$

(2) かけて-6, 加えて-1になる2数は2, -3なので $x^2 - x - 6 = 0$ は
 $(x+2)(x-3) = 0$ よって $x+2=0, x-3=0$ ゆえに $x = -2, 3$

(3) かけて24, 加えて-10になる2数は-4, -6なので, $x^2 - 10x + 24 = 0$ は
 $(x-4)(x-6) = 0$ よって $x-4=0, x-6=0$ ゆえに $x = 4, 6$

(4) かけて-18, 加えて-7になる2数は2, -9なので $x^2 - 7x - 18 = 0$ は
 $(x+2)(x-9) = 0$ よって $x+2=0, x-9=0$ ゆえに $x = -2, 9$

(5) 因数分解の公式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ を使う。

$x^2 + 2 \times x \times 7 + 7^2 = 0, (x+7)^2 = 0$ ゆえに $x+7=0, x = -7$

[問題](2学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 - 5x - 24 = 0$

(2) $x^2 - 8x + 7 = 0$

(3) $x^2 + 6x + 9 = 0$

(4) $x^2 + 2x = 3$

(5) $2x^2 + 4x - 16 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) $x = -3, 8$ (2) $x = 1, 7$ (3) $x = -3$ (4) $x = -3, 1$ (5) $x = -4, 2$

[解説]

(1) かけて-24, 加えて-5になる2数は3, -8なので, $x^2 - 5x - 24 = 0$ の左辺を
 因数分解すると, $(x+3)(x-8) = 0$ よって $x+3=0, x-8=0$ ゆえに $x = -3, 8$

(2) かけて7, 加えて-8になる2数は-1, -7なので, $x^2 - 8x + 7 = 0$ の左辺を因数分解す
 ると, $(x-1)(x-7) = 0$ よって $x-1=0, x-7=0$ ゆえに $x = 1, 7$

(3) $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ の公式を使って $x^2 + 6x + 9 = 0$ の左辺を因数分解すると,
 $(x+3)^2 = 0$ よって $x+3=0$ ゆえに $x = -3$

(4) $x^2 + 2x = 3$, $x^2 + 2x - 3 = 0$ かけて-3, 加えて2になる2数は3, -1なので,
 $(x+3)(x-1) = 0$ よって $x+3=0$, $x-1=0$ ゆえに $x = -3, 1$

(5) まず, $2x^2 + 4x - 16 = 0$ の両辺を2でわって x^2 の係数を1にする。 $x^2 + 2x - 8 = 0$
 かけて-8, 加えて2になる2数は4, -2なので, $(x+4)(x-2) = 0$
 よって $x+4=0$, $x-2=0$ ゆえに $x = -4, 2$

[式を整理して因数分解]

[問題](2学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $(x+1)(x-2) = 3x-5$

(2) $x^2 - 4x + 6 = 2(x-1)$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $x = 1, 3$ (2) $x = 2, 4$

[解説]

(1) まず, 式を整理する。 $(x+1)(x-2) = 3x-5$, $x^2 - x - 2 = 3x-5$

$x^2 - x - 2 - 3x + 5 = 0$, $x^2 - 4x + 3 = 0$ かけて3, 加えて-4になる2数は-1, -3なので,
 $(x-1)(x-3) = 0$ よって $x-1=0$, $x-3=0$ ゆえに $x = 1, 3$

(2) まず, 式を整理する。 $x^2 - 4x + 6 = 2(x-1)$, $x^2 - 4x + 6 = 2x-2$

$x^2 - 4x + 6 - 2x + 2 = 0$, $x^2 - 6x + 8 = 0$ かけて8, 加えて-6になる2数は-2, -4なので,
 $(x-2)(x-4) = 0$ よって $x-2=0$, $x-4=0$ ゆえに $x = 2, 4$

[問題](2学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $5x + 14 = x^2$

(2) $x(x+4) = 6 + 5x$

(3) $3(x^2 - 8) = (x-8)(x+2)$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) $x = -2, 7$ (2) $x = -2, 3$ (3) $x = -4, 1$

[解説]

(1) $5x + 14 = x^2$, $x^2 - 5x - 14 = 0$ かけて-14, 加えて-5になる2数は2, -7なので
 $(x+2)(x-7) = 0$ よって $x+2=0$, $x-7=0$ ゆえに $x = -2, 7$

(2) $x(x+4) = 6 + 5x$, $x^2 + 4x = 6 + 5x$, $x^2 + 4x - 6 - 5x = 0$, $x^2 - x - 6 = 0$

かけて-6, 加えて-1になる2数は2, -3なので $(x+2)(x-3) = 0$

よって $x+2=0$, $x-3=0$ ゆえに $x = -2, 3$

(3) $3(x^2 - 8) = (x - 8)(x + 2)$, $3x^2 - 24 = x^2 - 6x - 16$, $3x^2 - 24 - x^2 + 6x + 16 = 0$
 $2x^2 + 6x - 8 = 0$, $x^2 + 3x - 4 = 0$, かけて-4, 加えて3になる2数は4, -1なので,
 $(x + 4)(x - 1) = 0$ よって $x + 4 = 0$, $x - 1 = 0$ ゆえに $x = -4, 1$

[問題](2学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $x(9 - x) = 20$

(2) $3(x^2 - 8) = (x - 8)(x + 2)$

(3) $(2x + 3)(x - 1) = (x - 1)^2 + 6$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $x = 4, 5$ (2) $x = -4, 1$ (3) $x = -5, 2$

[解説]

(1) $x(9 - x) = 20$, $9x - x^2 = 20$, $-x^2 + 9x - 20 = 0$, x^2 の係数を+1にするために
 両辺に-1をかけて, $x^2 - 9x + 20 = 0$ かけて20, 加えて-9になる2数は-4, -5
 なので $(x - 4)(x - 5) = 0$ よって $x - 4 = 0$, $x - 5 = 0$ ゆえに $x = 4, 5$

(2) まず, $3(x^2 - 8) = (x - 8)(x + 2)$ の式を整理。 $3x^2 - 24 = x^2 - 6x - 16$

$3x^2 - 24 - x^2 + 6x + 16 = 0$, $2x^2 + 6x - 8 = 0$, $x^2 + 3x - 4 = 0$

かけて-4, 加えて3になる2数は4, -1なので $(x + 4)(x - 1) = 0$,

よって $x + 4 = 0$, $x - 1 = 0$ ゆえに $x = -4, 1$

(3) まず, $(2x + 3)(x - 1) = (x - 1)^2 + 6$ の式を整理。 $2x^2 - 2x + 3x - 3 = x^2 - 2x + 1 + 6$

$2x^2 - 2x + 3x - 3 - x^2 + 2x - 1 - 6 = 0$, $x^2 + 3x - 10 = 0$, かけて-10, 加えて3

になる2数は5, -2なので $(x + 5)(x - 2) = 0$, $x + 5 = 0$, $x - 2 = 0$

ゆえに $x = -5, 2$

【】 二次方程式の計算総合

[問題](2 学期期末)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 = 36$

(2) $x^2 - 5 = 0$

(3) $x^2 + 8x + 12 = 0$

(4) $3x^2 - 9 = 0$

(5) $x^2 - 2x = 0$

(6) $x^2 + x - 1 = 0$

(7) $x^2 + 4x - 3 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

[解答](1) $x = \pm 6$ (2) $x = \pm\sqrt{5}$ (3) $x = -6, -2$ (4) $x = \pm\sqrt{3}$ (5) $x = 0, 2$

(6) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (7) $x = -2 \pm \sqrt{7}$

[解説]

(1) $x^2 = 36, x = \pm 6$

(2) $x^2 - 5 = 0, x^2 = 5, x = \pm\sqrt{5}$

(3) かけて12, 加えて8になる2数は6, 2なので, $x^2 + 8x + 12 = 0$ の左辺を因数分解すると,
 $(x+6)(x+2) = 0$ よって, $x+6=0, x+2=0$ ゆえに, $x = -6, -2$

(4) $3x^2 - 9 = 0$ より $x^2 - 3 = 0, x^2 = 3, x = \pm\sqrt{3}$

(5) $x^2 - 2x = 0$ の左辺を因数分解すると, $x(x-2) = 0$

よって, $x = 0, x - 2 = 0$ ゆえに, $x = 0, 2$

(6) $x^2 + x - 1 = 0$ の左辺は因数分解できないので, 解の公式を使って解く。

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

(7) $x^2 + 4x - 3 = 0$ の左辺は因数分解できないので, 解の公式を使って解く。

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4 \times 7}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{7}}{2} = -2 \pm \sqrt{7}$$

[問題](2 学期期末)

次の方程式を解け。

(1) $3x^2 - 1 = 0$

(2) $(x+2)^2 - 4 = 0$

(3) $x^2 - 4x - 12 = 0$

(4) $x^2 - 4x = 0$

(5) $x^2 + 5x + 6 = 0$

(6) $(x+5)(x-2) = (x-2)$

(7) $x^2 - 9x + 6 = 0$

(8) $x^2 - 6x + 7 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ (2) $x = -4, 0$ (3) $x = -2, 6$ (4) $x = 0, 4$

(5) $x = -3, -2$ (6) $x = -4, 2$ (7) $x = \frac{9 \pm \sqrt{57}}{2}$ (8) $x = 3 \pm \sqrt{2}$

[解説]

(1) $3x^2 - 1 = 0, 3x^2 = 1, x^2 = \frac{1}{3}$ ゆえに $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

(2) *式を整理して $(x+b)^2 = a, x+b = \pm\sqrt{a}, x = -b \pm \sqrt{a}$

$(x+2)^2 - 4 = 0, (x+2)^2 = 4, x+2 = \pm 2$ $x+2 = -2$ のとき $x = -4$

$x+2 = 2$ のとき $x = 0$ ゆえに $x = -4, 0$

* (3)~(6) 因数分解で $A \times B = 0$ の形にする。 $A \times B = 0$ が成りたつのは $A = 0$ か $B = 0$ のとき。

(3) かけて -12 , 加えて -4 になる 2 数は $2, -6$ なので, $x^2 - 4x - 12 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x+2)(x-6) = 0$ よって $x+2 = 0, x-6 = 0$ ゆえに $x = -2, 6$

(4) $x^2 - 4x = 0$ の左辺について共通因数 x をくくり出すと, $x(x-4) = 0$

よって $x = 0, x - 4 = 0$ ゆえに $x = 0, 4$

(5) かけて 6 , 加えて 5 になる 2 数は $3, 2$ なので, $x^2 + 5x + 6 = 0$ の左辺を因数分解

すると, $(x+3)(x+2) = 0$ よって $x+3 = 0, x+2 = 0$ ゆえに $x = -3, -2$

(6) まず, $(x+5)(x-2) = (x-2)$ の式を整理する。 $x^2 + 3x - 10 = x - 2$

$x^2 + 2x - 8 = 0$ かけて -8 , 加えて 2 になる 2 数は $4, -2$ なので,

$(x+4)(x-2) = 0$ よって $x+4 = 0, x-2 = 0$ ゆえに $x = -4, 2$

(7) $x^2 - 9x + 6 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{57}}{2}$$

(8) $x^2 - 6x + 7 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \times 1 \times 7}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4 \times 2}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 3 \pm \sqrt{2}$$

[問題](2 学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 + x - 6 = 0$

(2) $x^2 + x = 0$

(3) $x^2 - 6 = 0$

(4) $(x+1)^2 = 4$

(5) $(2x-1)^2 = 12$

(6) $2x^2 - 7 = (x+2)(x-8)$

(7) $x^2 - 22x + 115 = 0$

(8) $2x^2 + 7x + 1 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	

[解答](1) $x = -3, 2$ (2) $x = -1, 0$ (3) $x = \pm\sqrt{6}$ (4) $x = -3, 1$ (5) $x = \frac{1 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

(6) $x = -3$ (7) $x = 11 \pm \sqrt{6}$ (8) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{4}$

[解説]

* (1), (2) 因数分解で $A \times B = 0$ の形にする。 $A \times B = 0$ が成りたつのは $A = 0$ か $B = 0$ のとき。

(1) かけて -6 , 加えて 1 になるのは $3, -2$ なので, $x^2 + x - 6 = 0$ の左辺を因数分解して, $(x+3)(x-2) = 0$ よって $x+3=0, x-2=0$ ゆえに $x = -3, 2$

(2) $x^2 + x = 0$ の左辺を共通因数 x でくくりだして因数分解すると, $x(x+1) = 0$ よって $x+1=0, x=0$ ゆえに $x = -1, 0$

* (3)~(5) は $A^2 = a, A = \pm\sqrt{a}$ で解く。

(3) $x^2 - 6 = 0, x^2 = 6$ ゆえに, $x = \pm\sqrt{6}$

(4) $(x+1)^2 = 4, x+1 = \pm 2$ $x+1 = 2$ のとき $x = 1, x+1 = -2$ のとき $x = -3$

(5) $(2x-1)^2 = 12, 2x-1 = \pm\sqrt{12}$ $2x-1 = \pm 2\sqrt{3}$ ゆえに $x = \frac{1 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

(6) まず式を展開整理する。 $2x^2 - 7 = (x+2)(x-8), 2x^2 - 7 = x^2 - 6x - 16$
 $2x^2 - 7 - x^2 + 6x + 16 = 0, x^2 + 6x + 9 = 0, (x+3)^2 = 0$ よって $x+3=0$
 ゆえに $x = -3$

(7) $x^2 - 22x + 115 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{484 - 4 \times 1 \times 115}}{2} = \frac{22 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{22 \pm \sqrt{4 \times 6}}{2} = \frac{22 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 11 \pm \sqrt{6}$$

(8) $2x^2 + 7x + 1 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \times 2 \times 1}}{4} = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{4}$$

[問題](2学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $3x^2 = 48$

(2) $2x^2 - 24 = 0$

(3) $(x-1)^2 - 9 = 0$

(4) $(x+3)^2 - 8 = 0$

(5) $x^2 + 4x = 0$

(6) $x^2 + 7x + 6 = 0$

(7) $x^2 - 8x + 15 = 0$

(8) $x^2 - 18x + 81 = 0$

(9) $3x^2 - 5x + 1 = 0$

(10) $5x^2 - 7x + 2 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)		

[解答](1) $x = \pm 4$ (2) $x = \pm 2\sqrt{3}$ (3) $x = -2, 4$ (4) $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$

(5) $x = -4, 0$ (6) $x = -6, -1$ (7) $x = 3, 5$ (8) $x = 9$ (9) $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$

(10) $x = 1, \frac{2}{5}$

[解説]

* (1), (2) 式を変形して $x^2 = a$, $x = \pm\sqrt{a}$

(1) $3x^2 = 48$, $x^2 = 16$, $x = \pm 4$

(2) $2x^2 - 24 = 0$, $2x^2 = 24$, $x^2 = 12$, $x = \pm\sqrt{12} = \pm\sqrt{4 \times 3} = \pm 2\sqrt{3}$

* (3), (4) 式を整理して $(x+b)^2 = a$, $x+b = \pm\sqrt{a}$, $x = -b \pm \sqrt{a}$

(3) $(x-1)^2 - 9 = 0$, $(x-1)^2 = 9$, $x-1 = \pm 3$ $x-1 = -3$ のとき $x = -2$,
 $x-1 = 3$ のとき $x = 4$

(4) $(x+3)^2 - 8 = 0$, $(x+3)^2 = 8$, $x+3 = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$, $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$

* (5)~(8) 因数分解で $A \times B = 0$ の形にする。 $A \times B = 0$ より $A = 0$ か $B = 0$

(5) $x^2 + 4x = 0$ の左辺を共通因数 x でくくると, $x(x+4) = 0$ なので, $x = 0$, $x + 4 = 0$
ゆえに, $x = -4, 0$

(6) かけて6, 加えて7になる2数は6, 1なので, $x^2 + 7x + 6 = 0$ の左辺を因数分解して, $(x+6)(x+1) = 0$, よって $x+6 = 0$, $x+1 = 0$, ゆえに, $x = -6, -1$

(7) かけて15, 加えて-8になる2数は-3, -5なので, $x^2 - 8x + 15 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x-3)(x-5) = 0$ よって $x-3 = 0$, $x-5 = 0$ ゆえに, $x = 3, 5$

(8) $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ の公式を使って $x^2 - 18x + 81 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x-9)^2 = 0$ よって $x-9 = 0$ ゆえに $x = 9$

(9) $3x^2 - 5x + 1 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 3 \times 1}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

(10) $5x^2 - 7x + 2 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \times 5 \times 2}}{10} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{10} = \frac{7 \pm 3}{10}$$

よって, $x = \frac{7+3}{10} = 1$, $x = \frac{7-3}{10} = \frac{2}{5}$

[問題](2 学期期末)

次の方程式を解け。

(1) $3x^2 = 54$

(2) $x^2 + 6x - 72 = 0$

(3) $x^2 - 12x + 36 = 0$

(4) $16x^2 - 7 = 0$

(5) $3x^2 = 6x$

(6) $(x-3)^2 = 64$

(7) $x^2 - 3x - 40 = 0$

(8) $(x-2)(x-4) = 4x^2 - 1$

(9) $7(x+10)^2 - 56 = 0$

(10) $x^2 + 9x + 16 = 0$

(11) $6x^2 + 5x - 6 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	

[解答](1) $x = \pm 3\sqrt{2}$ (2) $x = -12, 6$ (3) $x = 6$ (4) $x = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$ (5) $x = 0, 2$

(6) $x = -5, 11$ (7) $x = -5, 8$ (8) $x = -3, 1$ (9) $x = -10 \pm 2\sqrt{2}$ (10) $x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$

(11) $x = -\frac{3}{2}, \frac{2}{3}$

[解説]

(1) $3x^2 = 54, x^2 = 18, x = \pm\sqrt{18} = \pm\sqrt{9 \times 2} = \pm 3\sqrt{2}$

(2) かけて -72 , 加えて 6 になる 2 数は $12, -6$ なので, $x^2 + 6x - 72 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x+12)(x-6) = 0$ よって, $x+12=0, x-6=0$ ゆえに, $x = -12, 6$

(3) $x^2 - 12x + 36 = 0$ を因数分解すると, $(x-6)^2 = 0$ よって, $x-6=0, x=6$

(4) $16x^2 - 7 = 0, 16x^2 = 7, x^2 = \frac{7}{16}, x = \pm \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$

(5) $3x^2 = 6x, x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x-2) = 0$ よって, $x=0, x-2=0$

ゆえに, $x = 0, 2$

(6) $(x-3)^2 = 64, x-3 = \pm 8$ $x-3 = -8$ のとき $x = -5$, $x-3 = 8$ のとき $x = 11$

(7) かけて -40 , 加えて -3 になる 2 数は $5, -8$ なので, $x^2 - 3x - 40 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x+5)(x-8) = 0$ よって, $x+5=0, x-8=0$ ゆえに, $x = -5, 8$

(8) $(x-2)(x-4) = 4x^2 - 1$ より, $x^2 - 6x + 8 - 4x^2 + 1 = 0, -3x^2 - 6x + 9 = 0$

$x^2 + 2x - 3 = 0$ かけて -3 , 加えて 2 になる 2 数は $3, -1$ なので, $x^2 + 2x - 3 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x+3)(x-1) = 0$ よって, $x+3=0, x-1=0$

ゆえに, $x = -3, 1$

(9) $7(x+10)^2 - 56 = 0, (x+10)^2 - 8 = 0, (x+10)^2 = 8$ よって, $x+10 = \pm\sqrt{8}$

$x+10 = \pm 2\sqrt{2}, x = -10 \pm 2\sqrt{2}$

(10) $x^2 + 9x + 16 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \times 1 \times 16}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$

(11) $6x^2 + 5x - 6 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 6 \times (-6)}}{12} = \frac{-5 \pm \sqrt{169}}{12} = \frac{-5 \pm 13}{12}$

よって, $x = \frac{-5+13}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}, x = \frac{-5-13}{12} = \frac{-18}{12} = -\frac{3}{2}$

[問題](2学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 + 2x - 15 = 0$

(2) $x^2 - 5x = 0$

(3) $(2x-1)(x-7) = 0$

(4) $3x^2 - 12 = 0$

(5) $(x-3)^2 = 4$

(6) $(x-2)^2 = 12$

(7) $(x+1)^2 + 3x = -x - 8$

(8) $x^2 - 3x - 2 = 0$

(9) $2x^2 + 7x - 4 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1) $x = -5, 3$ (2) $x = 0, 5$ (3) $x = \frac{1}{2}, 7$ (4) $x = \pm 2$ (5) $x = 1, 5$

(6) $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$ (7) $x = -3$ (8) $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$ (9) $x = -4, \frac{1}{2}, -4$

[解説]

* (1)~(3) 因数分解で $A \times B = 0$ の形にする。 $A \times B = 0$ より $A = 0$ か $B = 0$

(1) かけて -15 , 加えて 2 になる 2 数は $5, -3$ なので, $x^2 + 2x - 15 = 0$ の左辺を因数分解して $(x+5)(x-3) = 0$ よって $x+5=0, x-3=0$ ゆえに $x = -5, 3$

(2) 共通因数の x でくくると, $x^2 - 5x = 0$ は $x(x-5) = 0$ と因数分解できる。よって $x = 0, x-5=0$ ゆえに $x = 0, 5$

(3) $(2x-1)(x-7) = 0$ より $2x-1=0, x-7=0$ ゆえに $x = \frac{1}{2}, 7$

(4) *式を変形して $x^2 = a$ $x = \pm\sqrt{a}$

$3x^2 - 12 = 0, 3x^2 = 12, x^2 = 4$ ゆえに $x = \pm 2$

* (5), (6) 式を整理して $(x+b)^2 = a, x+b = \pm\sqrt{a}, x = -b \pm \sqrt{a}$

(5) $(x-3)^2 = 4$ より $x-3 = \pm 2$ $x-3 = -2$ のとき $x = 1, x-3 = 2$ のとき $x = 5$ ゆえに $x = 1, 5$

(6) $(x-2)^2 = 12$ より $x-2 = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$ ゆえに $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$

(7) まず式を整理する。 $(x+1)^2 + 3x = -x - 8, x^2 + 2x + 1 + 3x + x + 8 = 0$

$x^2 + 6x + 9 = 0$ よって $(x+3)^2 = 0$ ゆえに $x = -3$

(8) $x^2 - 3x - 2 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(9) $2x^2 + 7x - 4 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \times 2 \times (-4)}}{4} = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{-7 \pm 9}{4}$$

よって、 $x = \frac{-7+9}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, $x = \frac{-7-9}{4} = \frac{-16}{4} = -4$

[問題](2 学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $3x^2 = 24$

(2) $(x-2)^2 - 9 = 0$

(3) $8x^2 - 12x = 0$

(4) $x^2 - 81 = 0$

(5) $x^2 - 3x - 10 = 0$

(6) $x^2 - 10x + 25 = 0$

(7) $(x-3)(x+4) = 5x$

(8) $2x^2 - 2x - 12 = x(x-3)$

(9) $x^2 - 9x + 19 = 0$

(10) $2x^2 - 4x + 1 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)		

[解答](1) $x = \pm 2\sqrt{2}$ (2) $x = -1, 5$ (3) $x = 0, \frac{3}{2}$ (4) $x = \pm 9$ (5) $x = -2, 5$

(6) $x = 5$ (7) $x = -2, 6$ (8) $x = -4, 3$ (9) $x = \frac{9 \pm \sqrt{5}}{2}$ (10) $x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$

[解説]

(1) $3x^2 = 24$, $x^2 = 8$, ゆえに $x = \pm\sqrt{8} = \pm\sqrt{4 \times 2} = \pm 2\sqrt{2}$

(2) $(x-2)^2 - 9 = 0$, $(x-2)^2 = 9$ ゆえに $x-2 = 3$, $x-2 = -3$ よって $x = -1, 5$

* (3)~(8) 因数分解によって $A \times B = 0$ に変形。 $A \times B = 0$ が成りたつのは $A = 0$ か $B = 0$ のとき

(3) $8x^2 - 12x = 0$ の両辺を 8 でわって x^2 の係数を 1 にする。

$$x^2 - \frac{12}{8}x = 0, \quad x^2 - \frac{3}{2}x = 0$$

共通因数の x でくくると, $x\left(x-\frac{3}{2}\right)=0$ よって $x=0, x-\frac{3}{2}=0$ ゆえに $x=0, \frac{3}{2}$

(4) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ の公式を使って $x^2-81=0$ の左辺を因数分解すると,
 $(x+9)(x-9)=0$ $x+9=0, x-9=0$ よって $x=-9, 9$ ゆえに $x=\pm 9$

(別解) $x^2=81, x=\pm 9$

(5) かけて -10 , 加えて -3 になる 2 数は, $2, -5$ なので, $x^2-3x-10=0$ の左辺を因数分解して, $(x+2)(x-5)=0$ よって $x+2=0, x-5=0$ ゆえに $x=-2, 5$

(6) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使って $x^2-10x+25=0$ の左辺を因数分解すると,
 $(x-5)^2=0$ よって $x=5$

(7) まず, $(x-3)(x+4)=5x$ を展開して式を左辺に集める。 $x^2+x-12-5x=0$
 $x^2-4x-12=0$ かけて -12 , 加えて -4 になる 2 数は $2, -6$ なので,

$(x+2)(x-6)=0$ よって $x+2=0, x-6=0$ ゆえに $x=-2, 6$

(8) まず, $2x^2-2x-12=x(x-3)$ を展開して式を左辺に集める。

$2x^2-2x-12=x^2-3x, 2x^2-2x-12-x^2+3x=0, x^2+x-12=0$

かけて -12 , 加えて 1 になる 2 数は $4, -3$ なので, $(x+4)(x-3)=0$

よって $x+4=0, x-3=0$ ゆえに $x=-4, 3$

(9) $x^2-9x+19=0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は, $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x=\frac{9\pm\sqrt{81-4\times 1\times 19}}{2}=\frac{9\pm\sqrt{5}}{2}$$

(10) $2x^2-4x+1=0$ 左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16-4\times 2\times 1}}{4}=\frac{4\pm\sqrt{8}}{4}=\frac{4\pm 2\sqrt{2}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$$

[問題](2 学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $4x^2=9$

(2) $(x-5)^2=6$

(3) $(x+2)(x-3)=0$

(4) $(x-1)(x+5)=7$

(5) $x^2+5x+6=0$

(6) $x^2-8x+16=0$

(7) $x^2+5=-2x+20$

(8) $3x^2+5x+1=0$

(9) $x^2-4x+2=0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1) $x = \pm \frac{3}{2}$ (2) $x = 5 \pm \sqrt{6}$ (3) $x = -2, 3$ (4) $x = -6, 2$ (5) $x = -3, -2$

(6) $x = 4$ (7) $x = -5, 3$ (8) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$ (9) $x = 2 \pm \sqrt{2}$

[解説]

(1) $4x^2 = 9, x^2 = \frac{9}{4}, x = \pm \frac{3}{2}$

(2) $(x-5)^2 = 6, x-5 = \pm\sqrt{6}$ ゆえに $x = 5 \pm \sqrt{6}$

(3) * $A \times B = 0$ が成りたつのは $A = 0$ か $B = 0$ のとき

$(x+2)(x-3) = 0$ なので, $x+2=0$ か $x-3=0$ ゆえに $x = -2$ か $x = 3$

(4) まず式を整理して $A \times B = 0$ の形にする。 $x^2 + 4x - 5 = 7, x^2 + 4x - 12 = 0$

かけて -12 , 加えて 4 になる 2 数は $6, -2$ なので, $(x+6)(x-2) = 0$

よって $x+6=0, x-2=0$ ゆえに $x = -6, 2$

(5) かけて 6 , 加えて 5 になる 2 数は $2, 3$ なので, $x^2 + 5x + 6 = 0$ の左辺を因数分解して,

$(x+2)(x+3) = 0$ よって $x+2=0, x+3=0$ ゆえに $x = -3, -2$

(6) * $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ の公式を使って $x^2 - 8x + 16 = 0$ の左辺を因数分解すると,

$(x-4)^2 = 0$ よって $x-4=0$ ゆえに $x = 4$

(7) まず式を整理する。 $x^2 + 5 = -2x + 20, x^2 + 5 + 2x - 20 = 0, x^2 + 2x - 15 = 0$

かけて -15 , 加えて 2 になる 2 数は $5, -3$ なので $(x+5)(x-3) = 0$

よって $x+5=0, x-3=0$ ゆえに $x = -5, 3$

(8) $3x^2 + 5x + 1 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 3 \times 1}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

(9) $x^2 - 4x + 2 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 1 \times 2}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4 \times 2}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

[問題](2学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $x^2 + 3x + 2 = 0$

(2) $a^2 - 4a + 4 = 0$

(3) $3y^2 - 21y + 36 = 0$

(4) $x^2 = 2x + 15$

(5) $6x^2 = -24x$

(6) $9x^2 = 7$

(7) $(x-3)^2 = 4$

(8) $(x+2)^2 = 5x + 6$

(9) $x^2 + 6x - 7 = 0$

(10) $2(x-1)^2 = (x+5)(x-2) + 6$

(11) $3x^2 + 9x + 5 = 0$

(12) $3x^2 + 8x + 4 = 0$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)

[解答](1) $x = -2, -1$ (2) $a = 2$ (3) $y = 3, 4$ (4) $x = -3, 5$ (5) $x = -4, 0$

(6) $x = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$ (7) $x = 1, 5$ (8) $x = -1, 2$ (9) $x = -7, 1$ (10) $x = 1, 6$

(11) $x = \frac{-9 \pm \sqrt{21}}{6}$ (12) $x = -\frac{2}{3}, -2$

[解説]

(1) かけて2, 加えて3になる2数は1, 2なので, $x^2 + 3x + 2 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x+2)(x+1) = 0$ よって, $x+2=0, x+1=0$ ゆえに, $x = -2, -1$

(2) $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ の公式を使って $a^2 - 4a + 4 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(a-2)^2 = 0$ よって, $a-2=0$ ゆえに, $a = 2$

(3) $3y^2 - 21y + 36 = 0$ の両辺を3で割ると, $y^2 - 7y + 12 = 0$

かけて12, 加えて-7になる2数は-3, -4なので, $y^2 - 7y + 12 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(y-3)(y-4) = 0$ よって, $y-3=0, y-4=0$ ゆえに, $y = 3, 4$

(4) $x^2 = 2x + 15$ の右辺を左辺に移項すると, $x^2 - 2x - 15 = 0$

かけて-15, 加えて-2になる2数は-5, 3なので, $x^2 - 2x - 15 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x+3)(x-5) = 0$ よって, $x+3=0, x-5=0$ ゆえに, $x = -3, 5$

(5) $6x^2 = -24x$ より, $6x^2 + 24x = 0, x^2 + 4x = 0, x(x+4) = 0$

よって, $x = 0, x+4=0$ ゆえに, $x = -4, 0$

(6) $9x^2 = 7$ より, $x^2 = \frac{7}{9}, x = \pm \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{9}} = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$

(7) $(x-3)^2 = 4$ より, $x-3 = \pm 2$ $x-3 = -2$ のとき $x = -2+3 = 1$, $x-3 = 2$ のとき $x = 2+3 = 5$

(8) $(x+2)^2 = 5x+6$ より, $x^2 + 4x + 4 - 5x - 6 = 0$, $x^2 - x - 2 = 0$

かけて -2 , 加えて -1 になる 2 数は $1, -2$ なので, $x^2 - x - 2 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x+1)(x-2) = 0$ よって, $x+1 = 0$, $x-2 = 0$ ゆえに, $x = -1, 2$

(9) かけて -7 , 加えて 6 になる 2 数は $7, -1$ なので, $x^2 + 6x - 7 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x+7)(x-1) = 0$ よって, $x+7 = 0$, $x-1 = 0$ ゆえに, $x = -7, 1$

(10) $2(x-1)^2 = (x+5)(x-2) + 6$ より, $2x^2 - 4x + 2 = x^2 + 3x - 10 + 6$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ かけて 6 , 加えて -7 になる 2 数は $-1, -6$ なので,

$x^2 - 7x + 6 = 0$ の左辺を因数分解すると, $(x-1)(x-6) = 0$

よって, $x-1 = 0$, $x-6 = 0$ ゆえに, $x = 1, 6$

(11) $3x^2 + 9x + 5 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \times 3 \times 5}}{6} = \frac{-9 \pm \sqrt{21}}{6}$$

(12) $3x^2 + 8x + 4 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \times 3 \times 4}}{6} = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{6} = \frac{-8 \pm 4}{6}$$

$$\text{よって, } x = \frac{-8+4}{6} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}, \quad x = \frac{-8-4}{6} = \frac{-12}{6} = -2$$

[問題](2 学期中間)

次の方程式を解け。

(1) $2x^2 = 18$

(2) $2x^2 - 36 = 0$

(3) $4x^2 - 3 = 0$

(4) $(x+3)^2 = 25$

(5) $(x-2)^2 = 7$

(6) $x^2 + 5x + 6 = 0$

(7) $x^2 - 7x + 12 = 0$

(8) $x^2 + 3x = 0$

(9) $2x^2 = 7x$

(10) $x^2 + 6x + 9 = 0$

(11) $2x^2 + 4x - 6 = 0$

(12) $3x + 10 = x^2$

(13) $3(x^2 - 8) = (x-8)(x+2)$

(14) $5x^2 + 8x - 1 = 0$

【解答欄】

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)
(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	

【解答】(1) $x = \pm 3$ (2) $x = \pm 3\sqrt{2}$ (3) $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) $x = -8, 2$ (5) $x = 2 \pm \sqrt{7}$

(6) $x = -3, -2$ (7) $x = 3, 4$ (8) $x = -3, 0$ (9) $x = 0, \frac{7}{2}$ (10) $x = -3$

(11) $x = -3, 1$ (12) $x = -2, 5$ (13) $x = -4, 1$ (14) $x = \frac{-4 \pm \sqrt{21}}{5}$

【解説】

* (1)~(3) 式を変形して $x^2 = a$, $x = \pm\sqrt{a}$

(1) $2x^2 = 18$ の両辺を 2 でわって $x^2 = 9$ ゆえに $x = \pm 3$

(2) $2x^2 - 36 = 0$, $2x^2 = 36$, $x^2 = 18$ ゆえに $x = \pm\sqrt{18} = \pm\sqrt{9 \times 2} = \pm 3\sqrt{2}$

(3) $4x^2 - 3 = 0$, $4x^2 = 3$, $x^2 = \frac{3}{4}$ ゆえに $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

* (4), (5) $(x+b)^2 = a$, $x+b = \pm\sqrt{a}$, $x = -b \pm \sqrt{a}$

(4) $(x+3)^2 = 25$ よって $x+3 = \pm 5$, $x+3 = 5$ のとき $x = 2$, $x+3 = -5$ のとき $x = -8$

(5) $(x-2)^2 = 7$ よって $x-2 = \pm\sqrt{7}$ ゆえに $x = 2 \pm \sqrt{7}$

* (6)~(13) 因数分解で $A \times B = 0$ の形にする。 $A \times B = 0$ より $A = 0$ か $B = 0$

(6) かけて 6, 加えて 5 になる 2 数は 3, 2 なので, $x^2 + 5x + 6 = 0$ の左辺を因数分解して, $(x+3)(x+2) = 0$ よって $x+3 = 0$, $x+2 = 0$ ゆえに $x = -3, -2$

(7) かけて 12, 加えて -7 になる 2 数は -3, -4 なので, $x^2 - 7x + 12 = 0$ の左辺を因数分解して, $(x-3)(x-4) = 0$ よって $x-3 = 0$, $x-4 = 0$ ゆえに $x = 3, 4$

(8) 共通因数の x をくくりだして $x^2 + 3x = 0$ の左辺を因数分解すると, $x(x+3) = 0$ よって $x = 0$, $x+3 = 0$ ゆえに $x = -3, 0$

(9) $2x^2 = 7x$, $2x^2 - 7x = 0$, $x^2 - \frac{7}{2}x = 0$, $x\left(x - \frac{7}{2}\right) = 0$ よって $x = 0$, $x - \frac{7}{2} = 0$

ゆえに $x = 0, \frac{7}{2}$

(10) * $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ の公式を使って $x^2 + 6x + 9 = 0$ の左辺を因数分解すると, $x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = 0$, $(x+3)^2 = 0$ よって $x+3 = 0$ ゆえに $x = -3$

(11) $2x^2 + 4x - 6 = 0$, $x^2 + 2x - 3 = 0$ かけて-3, 加えて2になる2数は3, -1
なので, $(x+3)(x-1) = 0$ よって $x+3=0$, $x-1=0$ ゆえに $x = -3, 1$

(12) $3x+10 = x^2$, $x^2 - 3x - 10 = 0$ かけて-10, 加えて-3になる2数は2, -5
 $(x+2)(x-5) = 0$ よって $x+2=0$, $x-5=0$ ゆえに $x = -2, 5$

(13) $3(x^2 - 8) = (x-8)(x+2)$, $3x^2 - 24 = x^2 - 6x - 16$, $3x^2 - 24 - x^2 + 6x + 16 = 0$
 $2x^2 + 6x - 8 = 0$, $x^2 + 3x - 4 = 0$

かけて-4, 加えて3になる2数は4, -1なので, $(x+4)(x-1) = 0$

よって $x+4=0$, $x-1=0$ ゆえに $x = -4, 1$

(14) $5x^2 + 8x - 1 = 0$ の左辺は因数分解できないので解の公式を使って解く。

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \times 5 \times (-1)}}{10} = \frac{-8 \pm \sqrt{84}}{10} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{21}}{10} = \frac{-4 \pm \sqrt{21}}{5}$$

[問題](2 学期期末)

$(x^2 - 2)^2 = (x^2 - 8)^2$ を解け。

[解答欄]

[解答] $x = \pm\sqrt{5}$

[解説]

まず, $(x^2 - 2)^2 = (x^2 - 8)^2$ を展開して式を整理する。

$$x^4 - 4x^2 + 4 = x^4 - 16x^2 + 64, 12x^2 = 60, x^2 = 5 \quad \text{ゆえに } x = \pm\sqrt{5}$$

[印刷／他の PDF ファイルについて]

※このファイルは、FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

※FdData 中間期末(社会・理科・数学)全分野の PDF ファイル、および製品版の購入方法は <http://www.fdttext.com/dat/> に掲載しております。

【Fd 教材開発】(092) 404-2266

Mail : info2@fdtext.com