【】係数の決定

[係数 a を求める]

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2+2x-a=0$ の 1 つの解が -3 であるとき，a の値を求めよ。また，もう 1 つの解を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=3$　$x=1$

[解説]

$x^2+2x-a=0$ ･･･①の解の 1 つが -3 であるので，$x=-3$ を①の左辺に代入しても①の等式が成り立つ。

$x^2+2x-a=0$ に $x=-3$ を代入すると，$9-6-a=0$，$3-a=0$，$a=3$

$x^2+2x-a=0$ に $a=3$ を代入すると $x^2+2x-3=0$

かけて -3，加えて 2 になる 2 数は -1, 3 なので，$(x-1)(x+3)=0$

よって $x-1=0$, $x+3=0$　ゆえに $x=1, -3$

以上より $a=3$，他の解は $x=1$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2+ax-10=0$ の解の 1 つが 2 であるとき，a の値を求めよ。また，他の解を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=3$　$x=-5$

[解説]

$x^2+ax-10=0$ に $x=2$ を代入すると，$4+2a-10=0$，$2a-6=0$, $2a=6$, $a=3$

次に $x^2+ax-10=0$ に $a=3$ を代入すると，$x^2+3x-10=0$

かけて -10，加えて 3 になる 2 数は -2, 5　よって $(x-2)(x+5)=0$

$x-2=0$, $x+5=0$　ゆえに $x=2, -5$

以上より $a=3$，他の解は $x=-5$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2+ax-4=0$ の解の 1 つは -1 である。このとき，a の値ともう 1 つの解を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=-3$　$x=4$

[解説]

$x^2+ax-4=0$ に $x=-1$ を代入すると，$1-a-4=0$，$-3-a=0$，$a=-3$

$a=-3$ を $x^2+ax-4=0$ に代入すると，$x^2-3x-4=0$

かけて -4，加えて -3 になる 2 数は $-4,\ 1$ なので，$(x-4)(x+1)=0$

よって $x-4=0,\ x+1=0$　ゆえに $x=4,\ -1$

以上より $a=-3$，他の解は $x=4$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2-ax+3=0$ の解の 1 つが 3 であるとき，a の値を求めよ。また，他の解を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=4$　$x=1$

[解説]

$x^2-ax+3=0$ に $x=3$ を代入すると，$9-3a+3=0$，$-3a=-12$，$a=4$

$a=4$ を $x^2-ax+3=0$ に代入すると，$x^2-4x+3=0$，かけて 3，加えて -4 になる 2 数は $-1,\ -3$ なので，$(x-1)(x-3)=0$　ゆえに $x=1,\ 3$

以上より $a=4$，他の解は $x=1$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2-ax+6=0$ の解の 1 つが 2 であるとき，a の値を求めよ。また他の解も求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=5$　$x=3$

[解説]

$x^2-ax+6=0$ に $x=2$ を代入すると，$4-2a+6=0$，$-2a=-10$，$a=5$

$a=5$ を $x^2-ax+6=0$ に代入すると，$x^2-5x+6=0$

かけて 6，加えて -5 になる 2 数は $-2,\ -3$ なので $(x-2)(x-3)=0$，ゆえに $x=2,\ 3$

以上より $a=5$，他の解は $x=3$

[問題](3 学期)

二次方程式 $x^2+ax-7=0$ の解が－1 と b であるとき，$a,\ b$ の値を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=-6$　$b=7$

[解説]

$x=-1$ を $x^2+ax-7=0$ に代入すると，$1-a-7=0,\ a=-6$

$a=-6$ を $x^2+ax-7=0$ に代入すると，$x^2-6x-7=0,\ (x+1)(x-7)=0$

$x+1=0,\ x-7=0$　ゆえに $x=-1,\ 7$

よって，$b=7$

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2+ax-14=0$ の解の 1 つが 2 であるとき，他の解を求めよ。

[解答欄]

[解答] $x=-7$

[解説]

$x^2+ax-14=0$ に $x=2$ を代入すると，$4+2a-14=0$，$10-2a=0$，$a=5$

$x^2+ax-14=0$ に $a=5$ を代入すると，$x^2+5x-14=0$，$(x-2)(x+7)=0$

$x=2,\ -7$

よって，他の解は $x=-7$

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2+3x-4a=0$ の解の 1 つが -8 であるとき，他の解を求めよ。

[解答欄]

[解答] $x=5$

[解説]
$x^2+3x-4a=0$ に $x=-8$ を代入すると，
$64-24-4a=0,\ -4a=-64+24,\ -4a=-40$， $a=10$
$a=10$ を $x^2+3x-4a=0$ に代入すると， $x^2+3x-40=0$， $(x-5)(x+8)=0$
$x-5=0,\ x+8=0$ ゆえに， $x=5,\ -8$
したがって，他の解は $x=5$

[問題](2 学期期末)
二次方程式 $x^2-2x-15=0$ の負の解が，二次方程式 $x^2+ax-2a+6=0$ の解の 1 つになっている。このとき， a の値を求めよ。
[解答欄]

[解答] $a=3$
[解説]
まず二次方程式 $x^2-2x-15=0$ ･･･①を解くために左辺を因数分解する。かけて -15，加えて -2 になる 2 数は $-5,\ 3$ なので，$(x-5)(x+3)=0$，$x-5=0$ または $x+3=0$， $x=5,\ -3$
このうちの負の解 $x=-3$ は $x^2+ax-2a+6=0$ ･･･②の解の 1 つにもなっているので，$x=-3$ を②に代入して， $9-3a-2a+6=0$ が成り立つ。 a についての方程式として解くと，
$-5a=-15$， $a=3$

[問題](2 学期中間)
二次方程式 $x^2-ax+3=0$ の解の 1 つが，二次方程式 $x^2-6x+9=0$ の解と等しいとき，a の値を求めよ。また，二次方程式 $x^2-ax+3=0$ の他の解も求めよ。
[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=4$ $x=1$
[解説]
まず，$x^2-6x+9=0$ を解く。$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使って左辺を因数分解すると，
$(x-3)^2=0$， $x=3$
$x^2-ax+3=0$ の解の 1 つが $x=3$ なので， $x=3$ を $x^2-ax+3=0$ に代入すると，
$9-3a+3=0$， $-3a+12=0,\ -3a=-12$， $a=4$
$x^2-ax+3=0$ に $a=4$ を代入すると， $x^2-4x+3=0$，かけて 3，加えて -4 になる 2 数は $-1,\ -3$ なので $(x-1)(x-3)=0$ よって $x-1=0,\ x-3=0$ ゆえに $x=1,\ 3$
以上より， $a=4$，他の解は $x=1$

[係数a, bを求める]

[問題](2学期中間)

　二次方程式 $x^2+ax+b=0$ の2つの解が $x=2, 5$ であるとき， a, b の値を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=-7$ 　$b=10$

[解説]

$x^2+ax+b=0$ に $x=2$ を代入すると， $4+2a+b=0$ ･･･①

また， $x=5$ を代入すると， $25+5a+b=0$ ･･･②

①，②を連立方程式の加減法で解く。

②－①で b を消去すると， $21+3a=0, 3a=-21, a=-7$

①に $a=-7$ を代入すると， $4-14+b=0$， $-10+b=0$， $b=10$

ゆえに $a=-7, b=10$

＊(別解) $x=2, 5$ を2解とする二次方程式は $(x-2)(x-5)=0$， $x^2-7x+10=0$

よって， $a=-7, b=10$

[問題](2学期期末)

　二次方程式 $x^2+px+q=0$ の解が3と7のとき p, q の値を求めよ。

[解答欄]

$p=$	$q=$

[解答] $p=-10$ 　$q=21$

[解説]

$x^2+px+q=0$ に $x=3$ を代入して， $9+3p+q=0$ ･･･①

$x^2+px+q=0$ に $x=7$ を代入して， $49+7p+q=0$ ･･･②

①，②を連立方程式の加減法で解く。②－①より， $40+4p=0$， $4p=-40, p=-10$

①に $p=-10$ を代入すると， $9-30+q=0$， $q=21$

(別解)

2解が3と7である二次方程式は， $(x-3)(x-7)=0, x^2-10x+21=0$

よって， $p=-10, q=21$

[問題](2 学期中間)

$x^2-ax-b=0$ の解が -1 と 7 であるとき，二次方程式 $x^2-bx+a=0$ を解け。

[解答欄]

[解答] $x=6,\ 1$

[解説]

$x^2-ax-b=0$ に $x=-1$ を代入して，$1+a-b=0$ ･･･①

$x^2-ax-b=0$ に $x=7$ を代入して，$49-7a-b=0$ ･･･②

①，②を連立方程式の加減法で解く。①－②より，

$-48+8a=0$，$8a=48$，$a=6$

$a=6$ を①に代入すると，$1+6-b=0$，$b=7$

次に，$a=6$，$b=7$ を二次方程式 $x^2-bx+a=0$ に代入すると，

$x^2-7x+6=0$

$(x-6)(x-1)=0$

よって，$x=6,\ 1$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2+3ax-4b=0$ と $x^2-ax+2b=0$ の 1 つの解がどちらも $x=2$ である。このとき，$a,\ b$ の値を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$b=$

[解答] $a=-6$　$b=-8$

[解説]

$x^2+3ax-4b=0$ に $x=2$ を代入して，$4+6a-4b=0$ ･･･①

$x^2-ax+2b=0$ に $x=2$ を代入して，$4-2a+2b=0$ ･･･②

①，②を連立方程式の加減法で解く。

①÷2 より，$2+3a-2b=0$ ･･･①’

①’＋②より，$6+a=0$，$a=-6$

$a=-6$ を②に代入すると，$4+12+2b=0$，$16+2b=0$，$2b=-16$，$b=-8$

よって，$a=-6$，$b=-8$

[ただ 1 つの解をもつとき]

[問題](2 学期中間)

$x^2+12x+a=0$ がただ 1 つの解をもつように，a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=36$

[解説]

ただ 1 つの解をもつのは，$x^2+12x+a=0$ が $(x+p)^2=0$ と変形できる場合である。

$(x+p)^2=0$ の左辺を展開すると，

$x^2+2px+p^2=0$

$x^2+12x+a=0$ と $x^2+2px+p^2=0$ はまったく同じ式になるので，

$12=2p$，$p=6$

また，$a=p^2$ なので，$a=6^2=36$

[問題](前期期末)

二次方程式 $x^2-3x=x-a$ の解が 1 つだけのとき，a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=4$

[解説]

$x^2-3x=x-a$ を整理すると，$x^2-4x+a=0$

ただ 1 つの解をもつのは，$x^2-4x+a=0$ が $(x-p)^2=0$ と変形できる場合である。

$(x-p)^2=0$ の左辺を展開すると，$x^2-2px+p^2=0$

$x^2-4x+a=0$ と $x^2-2px+p^2=0$ はまったく同じ式になるので，

$-4=-2p$，$p=2$

また，$a=p^2$ なので，$a=2^2=4$

[解が整数のとき]

[問題](2 学期期末)

x についての二次方程式 $x^2-nx+12=0$ の 2 つの解が，どちらも正の整数になったという。このとき，n の値をすべて求めよ。

[解答欄]

[解答] $n=7,\ 8,\ 13$

[解説]

二次方程式 $x^2-nx+12=0$・・・① の2つの解を $a,\ b$ とする(ただし，$a<b$)。

$x=a,\ b$ を解とする二次方程式は $(x-a)(x-b)=0$ で，

展開すると $x^2-(a+b)x+ab=0$・・・②

①と②の式はまったく同じものなので，

$a+b=n$・・・③

$ab=12$・・・④ が成り立つ。

④の式について，$a,\ b$ は正の整数なので，

かけて12になる $(a,\ b)$ の組み合わせは，$(1,\ 12),\ (2,\ 6),\ (3,\ 4)$ の3通りになる。

$(1,\ 12)$ のとき $n=a+b=1+12=13$

$(2,\ 6)$ のとき $n=a+b=2+6=8$

$(3,\ 4)$ のとき $n=a+b=3+4=7$

ゆえに $n=7,\ 8,\ 13$

[問題](2学期中間)

二次方程式 $x^2+px+6=0$ の2つの解が負の整数であるとき，p の値をすべて求めよ。

[解答欄]

[解答] $p=5,\ 7$

[解説]

二次方程式 $x^2+px+6=0$・・・① の2つの解を $a,\ b$ とする(ただし，$a>b$)。

$x=a,\ b$ を解とする二次方程式は $(x-a)(x-b)=0$ で，

展開すると $x^2-(a+b)x+ab=0$・・・②

①と②の式はまったく同じものなので，

$-(a+b)=p$・・・③

$ab=6$・・・④ が成り立つ。

④の式について，$a,\ b$ は負の整数なので，かけて6になる $(a,\ b)$ の組み合わせは，

$(-1,\ -6)$，$(-2,\ -3)$ の2通りである。

③より，$p=-a-b$

$(-1,\ -6)$ のとき，$p=1+6=7$

$(-2,\ -3)$ のとき，$p=2+3=5$

よって，$p=5,\ 7$

【】整数の問題

[～は 24 になる]

[問題](2 学期中間)

　ある正の整数に 5 を加え，これにもとの数をかけると 24 になる。もとの整数を方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[解答]

正の整数を x とすると，

$(x+5)\times x=24$

$x^2+5x-24=0$

$(x-3)(x+8)=0$

$x=3,\ -8$

x は正の整数だから， $x=-8$ は問題にあわない。

$x=3$ は問題にあっている。

もとの整数は 3

[問題](2 学期中間)

　ある正の整数から 4 をひいて，これにもとの整数をかけると 32 になるという。もとの整数を x として方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[解答]
$(x-4)\times x=32$
$x^2-4x-32=0$
$(x-8)(x+4)=0$
　$x=8,\ -4$
x は正の整数だから，$x=-4$ は問題にあわない。
$x=8$ は問題にあう。
もとの数は 8

[問題](2 学期中間)
　大小 2 つの整数があり，その差は 5，積は 84 である。方程式をつくって 2 つの整数を求めよ。
[解答欄]

[解答]
小さい方の整数を x とすると，大きい方は $x+5$ となり，
$x(x+5)=84$
$x^2+5x-84=0$
$(x+12)(x-7)=0$
　$x=-12,\ 7$
$x=-12$ のとき，$x+5=-12+5=-7$　これは問題にあう。
$x=7$ のとき，$x+5=12$　これは問題にあう。
2 つの整数は，−12 と−7，7 と 12

[問題](2 学期中間)

大小 2 つの正の整数がある。その差は 3 で，それぞれを 2 乗した数の和は 65 になる。この 2 つの正の整数を求めよ。ただし，求める過程も書け。

[解答欄]

[解答]

小さい方の整数を x とすると，大きい方は $x+3$ となり，

$x^2+(x+3)^2=65$

$x^2+x^2+6x+9-65=0$

$2x^2+6x-56=0$

$x^2+3x-28=0$

$(x+7)(x-4)=0$

$x=-7,\ 4$

x は正の整数だから， $x=-7$ は問題にあわない。

$x=4$ のとき， $x+3=4+3=7$ 　これは問題にあう。

<u>2 つの正の整数は 4，7</u>

[A は B より～大きい(小さい)]

[問題](2 学期期末)

ある正の整数 x に 4 を加えて 2 乗するところを，誤って x に 2 を加えて 4 倍してしまったので，もとの答より 53 小さくなった。 x を求めよ。

[解答欄]

[解答]
誤って計算した答$(x+2)\times 4$は，正しい答$(x+4)^2$より 53 小さいので，
$4(x+2)=(x+4)^2-53$
$4x+8=x^2+8x+16-53$
$x^2+4x-45=0$
$(x+9)(x-5)=0$
　$x=-9,\ 5$
xは正の整数だから，$x=-9$は問題にあわない。
$x=5$は問題にあう。
$\underline{x=5}$
[解説]
「A は B より 53 小さい」は，A＝B－53
「A は B より 53 大きい」は，A＝B＋53
と機械的に等式に直すことができる。

[問題](2 学期中間)
　ある自然数を 2 乗しなければならないのに，誤って 2 倍したため，計算の結果が 99 だけ小さくなった。このとき，ある自然数を求めよ。
[解答欄]

[解答]
ある自然数をxとする。
xの 2 倍はxの 2 乗より 99 小さいので，
$2x=x^2-99$
$x^2-2x-99=0$
$(x-11)(x+9)=0$
　$x=11,\ -9$
xは自然数だから，$x=-9$は問題にあわない。
$x=11$は問題にあう。
<u>ある自然数は 11</u>

[問題](後期中間)

十の位が 7 である 3 けたの正の整数がある。一の位は百の位より 2 大きく，百の位と一の位の積は，十の位と一の位の積より 18 小さい。この整数を求めよ。

[解答欄]

[解答]

百の位を x とすると，一の位は $x+2$ 。

百の位と一の位の積 $x(x+2)$ は，十の位と一の位の積 $7(x+2)$ より 18 小さいので，

$x(x+2)=7(x+2)-18$

$x^2+2x=7x+14-18$

$x^2-5x+4=0$

$(x-1)(x-4)=0$

x ＝1，4

x ＝1 のとき，正の整数は 173 となる。これは問題にあう。

x ＝4 のとき，正の整数は 476 となる。これは問題にあう

この整数は 173，476

[連続する 2 つの整数]

[問題](2 学期中間)

連続する 2 つの正の整数がある。それぞれを 2 乗した数の和が 61 になるとき，これら 2 つの整数を求めよ。ただし，2 つのうち小さい方を x として方程式をつくり，答を求めるまでの過程も式と計算を含めて書け。

[解答欄]

[解答]

この 2 つの整数は x, $x+1$ なので，

$x^2+(x+1)^2=61$

$x^2+x^2+2x+1-61=0$

$2x^2+2x-60=0$

$x^2+x-30=0$

$(x-5)(x+6)=0$

$x=5,\ -6$

x は正の整数だから，$x=-6$ は問題にあわない。

$x=5$ のとき，2 数は $5,\ 6$ となり，問題にあっている。

2 つの整数は 5，6

[解説]例えば，連続する 2 つの整数 $5, 6$ は，$5, 5+1$ と表すことができる。小さい数を x とすると，連続する 2 つの整数は x, $x+1$ と表すことができる。

[問題](2 学期中間)

連続した 2 つの正の整数がある。それぞれを 2 乗した数の和が 41 になるとき，これら 2 つの整数を方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[解答]

小さい方の整数を x とすると，大きい方の整数は $x+1$ となり，

$x^2+(x+1)^2=41$

$x^2+x^2+2x+1-41=0$

$2x^2+2x-40=0$

$x^2+x-20=0$

$(x+5)(x-4)=0$

$x=-5,\ 4$

x は正の整数だから，$x=-5$ は問題にあわない。

$x=4$ のとき，2 数は $4,\ 5$ となり，問題にあっている。

2 つの正の整数は，4，5

[連続する 3 つの整数]

[問題](2 学期中間)

連続する 3 つの正の整数がある。もっとも小さい数ともっとも大きい数の積が，まん中の数の 6 倍より 6 大きくなる。次の各問いに答えよ。

(1) もっとも小さい数を x として方程式をつくり， $ax^2+bx+c=0$ の形で書け。

(2) これら 3 つの整数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x^2-4x-12=0$ (2) 6, 7, 8

[解説]

＊例えば，連続する 3 つの整数 5, 6, 7 は， $5, 5+1, 5+2$ と表すことができる。一番小さい数を x とすると，連続する 3 つの整数は $x,\ x+1,\ x+2$ と表すことができる。

＊「A は B より 6 大きい」は，A＝B＋6，「A は B より 6 小さい」は，A＝B－6 と機械的に数式に直すことができる。

(1) もっとも小さい数を x とするので，連続する 3 つの正の整数は， $x,\ x+1,\ x+2$ と表すことができる。

(もっとも小さい数ともっとも大きい数の積)＝(まん中の数の 6 倍)＋6 なので

$x(x+2)=(x+1)\times 6+6$ が成り立つ。

整理すると， $x^2+2x=6x+6+6$， $x^2-4x-12=0$

(2) かけて -12，加えて -4 になる 2 数は $-6,\ 2$ なので， $x^2-4x-12=0$ の左辺を因数分解して， $(x-6)(x+2)=0$ よって $x-6=0,\ x+2=0$ ゆえに $x=6,\ -2$

x は正の整数だから， $x=-2$ は問題にあわない。

$x=6$ のとき，連続する 3 つの正の整数は， 6, 7, 8 となり，問題にあっている。

[問題](2 学期中間)

連続した 3 つの整数がある。まん中の数の 2 乗は，残りの 2 数の和より 15 大きくなる。この連続した 3 つの整数を次の手順で求めよ。

(1) まん中の数を x として方程式をつくれ。

(2) この連続した 3 つの整数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x^2=(x-1)+(x+1)+15$ (2) $-4,\ -3,\ -2$ か， 4, 5, 6

[解説]

(1) この 3 つの整数は，$x-1,\ x,\ x+1$ と表すことができる。

まん中の数の 2 乗は，残りの 2 数の和より 15 大きくなるので，

$x^2=(x-1)+(x+1)+15$ が成り立つ。

(2) $x^2=(x-1)+(x+1)+15$ より，

$x^2=2x+15,\ x^2-2x-15=0$，$(x+3)(x-5)=0$，$x=-3,\ 5$

$x=-3$ のとき，$x-1=-4,\ x=-3,\ x+1=-2$

$x=5$ のとき，$x-1=4,\ x=5,\ x+1=6$

この解は問題にあっている。

連続する 3 整数は，$-4,\ -3,\ -2$　か，$4,\ 5,\ 6$

[問題](1 学期期末)

連続する 3 つの整数のうち, もっとも小さい数の 2 乗は他の 2 数の積より 29 小さくなる。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 連続する 3 つの整数を，整数 x を使って表せ。

(2) この 3 つの数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x-1,\ x,\ x+1$（$x,\ x+1,\ x+2$） (2) $9, 10, 11$

[解説]

(1) 真ん中の数を x とおくと，計算が楽になる場合が多い。

(2)「A は B より 5 大きい」は A＝B＋5，「A は B より 5 小さい」は A＝B－5 と機械的に等式に直すことができる。

もっとも小さい数 $x-1$ の 2 乗は他の 2 数 $x,\ x+1$ の積より 29 小さくなるので，

$(x-1)^2=x(x+1)-29,\ x^2-2x+1=x^2+x-29,\ x^2-2x-x^2-x=-29-1$

$-3x=-30$，$x=10$

$x-1=10-1=9,\ x+1=10+1=11$ なので，3 数は $9, 10, 11$

この解は問題にあっている。

[問題](2 学期中間)

3，4，5 のように連続する 3 つの自然数がある。大きい方の 2 つの数の積は 3 つの数の和の 5 倍になる。これらの 3 つの自然数を方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[解答]

3 つの自然数を $x,\ x+1,\ x+2$ とおく。

$(x+1)(x+2)=(x+x+1+x+2)\times 5$

$x^2+3x+2=15x+15$

$x^2-12x-13=0$

$(x+1)(x-13)=0$

$x=-1,\ 13$

x は自然数だから，$x=-1$ は問題にあわない。

$x=13$ のとき，3 数は $13,\ 14,\ 15$ となり，問題にあっている。

よって 3 数は，13，14，15

[問題](2 学期中間)

連続する 3 つの自然数がある。まん中の数の 2 乗は，残りの 2 数の和よりも 8 大きい。この連続する 3 つの整数を方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[解答]

3 つの自然数を $x,\ x+1,\ x+2$ とおく。

$(x+1)^2 = x+(x+2)+8$

$x^2+2x+1=2x+10$

$x^2=9$

$x=\pm 3$

x は自然数だから， $x=-3$ は問題にあわない。

$x=3$ のとき，3 つの自然数は， 3, 4, 5 となり，問題にあっている。

<u>3 つの自然数は，3，4，5</u>

【】面積・体積の問題

[面積]

[問題](1 学期中間)

　面積が 144cm² となる正方形の 1 辺の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答]

この正方形の 1 辺の長さを x cm とすると,

$x^2=144$

$x=\pm 12$

$x>0$ だから, $x=-12$ は問題にあわない。

$x=12$ は問題にあう。

1 辺の長さは 12cm

[問題](1 学期中間)

　面積が 5 cm² の正方形の 1 辺の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答]

この正方形の 1 辺の長さを x cm とすると,

$x^2=5$

$x=\pm\sqrt{5}$

$x>0$ だから, $x=-\sqrt{5}$ は問題にあわない。

$x=\sqrt{5}$ は問題にあう。

1 辺の長さは $\sqrt{5}$ cm

[問題](1 学期中間)

半径が 2 m と 4 m の 2 つの円がある。面積が, この 2 円の面積の和になる円をつくるには, その半径をいくらにすればよいか。

[解答欄]

[解答]

求める半径を x m とすると,

$4\pi + 16\pi = \pi x^2$

$x^2 = 20$

$x = \pm\sqrt{20} = \pm\sqrt{4\times 5} = \pm 2\sqrt{5}$

$x > 0$ だから, $x = -2\sqrt{5}$ は問題にあわない。

$x = 2\sqrt{5}$ は問題にあう。

<u>求める円の半径は $2\sqrt{5}$ m</u>

[長方形の縦と横の長さ]

[問題](2 学期中間)

次の問題について,(　　)の中にあてはまるもっとも簡単な数または式を解答欄に記入せよ。

ある正方形の縦を 4 cm 短くし,横を 3 cm 長くした長方形をつくったら,面積が 60 cm² になった。もとの正方形の 1 辺の長さを求めよ。

＜解＞

はじめの正方形の 1 辺の長さを x cm とし,縦横それぞれの長さを x を用いて表すと,

縦の長さは(　①　)cm,横の長さは(　②　)cm となる。

これらの方程式をたてると,(　　③　　)＝60

この方程式を解くと, x ＝(　④　),(　⑤　)　x は正の数だから, x ＝(　⑥　)

これは問題に合う。

よって,はじめの正方形の 1 辺の長さは(　⑦　)cm になる。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥
⑦		

[解答]① $x-4$　② $x+3$　③ $(x-4)(x+3)$　④ -8　⑤ 9　⑥ 9　⑦ 9

[解説]

正方形の 1 辺の長さを x cm とすると，縦は $x-4$(cm)，横は $x+3$(cm)

この長方形の面積は 60cm² なので,

$(x-4)(x+3)=60$

$x^2-x-12=60$

$x^2-x-72=0$

$(x+8)(x-9)=0$

$x=-8,\ 9$

x は正の数なので，$x=-8$ は問題にあわない。

$x=9$ は問題にあう。

よって，はじめの正方形の 1 辺の長さは 9 cm になる。

[問題](2 学期中間)

長さ 40 cm のひもで長方形をつくり，その面積が 84 cm² になるようにする。長方形の縦と横の長さを次の手順で求めよ。ただし，縦が横より短い長方形をつくるものとする。

(1) 長方形の縦の長さを x cm として方程式をつくれ。

(2) 長方形の縦と横の長さ求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x(20-x)=84$　(2) 縦は 6 cm，横は 14 cm

[解説]

(1) 長方形の縦の長さを x cm とすると，(縦)＋(横)＝ $40\div 2=20$ (cm)なので,

横の長さは $20-x$ (cm)である。

(長方形の面積)＝(縦)×(横)＝ $x(20-x)=84$，$20x-x^2=84$，$x^2-20x+84=0$

(2) $x^2-20x+84=0$ の左辺を因数分解すると，$(x-6)(x-14)=0$

$x=6,\ 14$

縦 $x=6$ のとき，横＝ $20-x=20-6=14$

縦が横より短いので問題にあっている。

縦 $x=14$ のとき，横＝ $20-x=20-14=6$
縦が横より長いので問題にあわない。
よって縦は6 cm，横は14 cm

[問題](2 学期中間)
　ある長方形の周の長さが 26cm で，その面積は 36cm^2 であるという。この長方形の縦と横の長さをそれぞれ求めよ。ただし，横の長さは縦の長さより長いものとする。
[解答欄]

[解答]
この長方形の縦の長さを x cm とすると，横の長さは $13-x$ (cm)なので，
$x(13-x)=36$
$x^2-13x+36=0$
$(x-4)(x-9)=0$
　$x=4,\ 9$
$x=4$ のとき，縦は 4cm，横は 13－4＝9(cm)　これは問題にあう。
$x=9$ のとき，縦は 9cm，横は 13－9＝4(cm)　これは問題にあわない。
縦は 4cm，横は 9cm

[問題](2 学期中間)
　正方形の土地がある。この土地の縦を 4 m 短くし，横を 6 m 長くして長方形にすると，その面積は 600 m^2 になる。この正方形の土地の 1 辺の長さを x m として方程式をつくり，正方形の土地の 1 辺の長さを求めよ。
[解答欄]

[解答]
長方形の縦の長さは $x-4$ (m)，横の長さは $x+6$ (m)なので，
$(x-4)(x+6)=600$
$x^2+2x-24=600$
$x^2+2x-624=0$
$(x-24)(x+26)=0$
$x=24,\ -26$
$x>0$ なので， $x=-26$ は問題にあわない。
$x=24$ は問題にあう。
<u>正方形の 1 辺の長さは 24m</u>
[解説]
縦を 4 m 短くするので，長方形の縦の長さは， $x-4$ (m)
横を 6 m 長くするので，長方形の横の長さは， $x+6$ (m)
(長方形の面積)＝(縦)×(横)＝ $(x-4)\times(x+6)=600$ (m²)

[問題](2 学期中間)
1 辺が x cm の正方形の縦の長さを 3cm 長くし，横の長さを 1cm 短くしてつくった長方形の面積は，正方形の面積の 2 倍より 27cm² 小さかった。次の各問いに答えよ。
(1) 方程式をつくれ。
(2) もとの正方形の 1 辺の長さを求めよ。
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $(x+3)(x-1)=2x^2-27$ (2) 6cm
[解説]
この長方形の縦の長さは $x+3$ (cm)，横の長さは $x-1$ (cm)なので，
(長方形の面積)＝ $(x+3)(x-1)$
「長方形の面積は，正方形の面積の 2 倍より 27cm² 小さかった」ので，
$(x+3)(x-1)=2x^2-27$
$x^2+2x-3=2x^2-27$
$x^2-2x-24=0$
$(x+4)(x-6)=0$
$x=-4,\ 6$
$x=-4$ は問題にあわない。
$x=6$ は問題にあう。
正方形の 1 辺の長さは 6cm

[円柱・円錐の底面の半径]

[問題](1 学期中間)

体積が 500π cm^3，高さが 10 cm の円柱がある。この円柱の底面の円の半径を求めよ。

[解答欄]

[解答]

底面の円の半径を x cm とすると，

$\pi x^2 \times 10 = 500\pi$

$x^2 = 50$

$x = \pm\sqrt{50}$

$x = \pm 5\sqrt{2}$

$x > 0$ なので，$x = -5\sqrt{2}$ は問題にあわない。

$x = 5\sqrt{2}$ は問題にあう。

底面の半径は $5\sqrt{2}$ cm

[解説]

底面の円の半径を x cm とすると，底面の円の面積は，πx^2

(柱の体積)＝(底面積)×(高さ)＝ $\pi x^2 \times 10 = 500\pi$

[問題](前期期末)

体積が 900 π cm^3 の円錐がある。円錐の高さが 9cm のとき，底面の円の半径の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答]
この円錐の底面の円の半径を x cm とすると，

$$\frac{1}{3}\times\pi x^2\times 9=900\pi$$

$3\pi x^2=900\pi$

$x^2=300$

$x=\pm\sqrt{300}$

$x=\pm 10\sqrt{3}$

$x>0$ なので，$x=-10\sqrt{3}$ は問題にあわない。

$x=10\sqrt{3}$ は問題にあう。

<u>底面の半径は $10\sqrt{3}$ cm</u>

[解説]
この円錐の底面の円の半径を x cm とすると，
底面の円の面積は πx^2 (cm²)である。

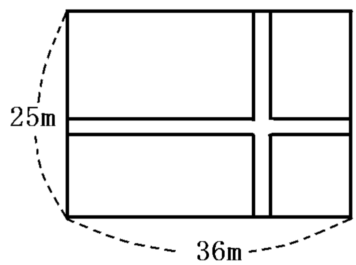
(円錐の体積)＝$\frac{1}{3}$×(底面積)×(高さ)＝$\frac{1}{3}\times\pi x^2\times 9=3\pi x^2$ (cm³)

円錐の体積は 900 π cm³ なので，

$3\pi x^2=900\pi$，$x^2=900\pi\div 3\pi$，$x^2=300$

[道幅を求める問題]
[問題](2 学期中間)

2 辺の長さが 25 m，36 m の長方形の畑がある。これに右の図のように縦と横に同じ幅の道をつくり，残った畑の面積が 840 m² になるようにする。道幅を次の手順で求めよ。

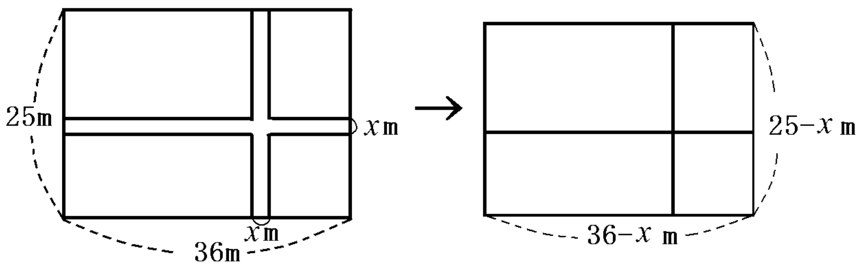


(1) 道幅を x m として方程式をつくれ。
(2) 道幅をいくらにすればよいか。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $(25-x)(36-x)=840$ (2) 1m
[解説]
(1) 図のように，道の部分を切り取ると，縦が $25-x$ (m)，横が $36-x$ (m)の長方形ができる。
この面積が 840 m² なので，
(面積)＝(縦)×(横)＝$(25-x)(36-x)=840$



(2) $(25-x)(36-x)=840$， $900-25x-36x+x^2=840$

$x^2-61x+60=0$ の左辺を因数分解して，

$(x-1)(x-60)=0$

$x=1,\ 60$

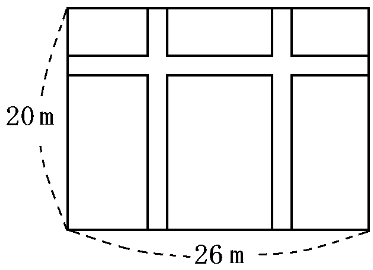
$x=60$ は問題にあわない。

$x=1$ は問題にあう。

よって，道幅は1m である。

[問題](2 学期中間)

縦 20m，横 26m の長方形の土地に，図のように同じ幅の道をつけたところ，残りの土地の面積が 396m² になった。道幅を x m として次の各問いに答えよ。



(1) 方程式をつくれ。

(2) (1)の方程式を解いて，道路の幅を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $(20-x)(26-2x)=396$ (2) 2m

[解説]

道路の部分を切り取って，残りの土地をつなげると，縦 $20-x$ (m)，横 $26-2x$ (m)の長方形になる。よって，$(20-x)(26-2x)=396$

$520-40x-26x+2x^2=396$

$2x^2-66x+124=0$

$x^2-33x+62=0$

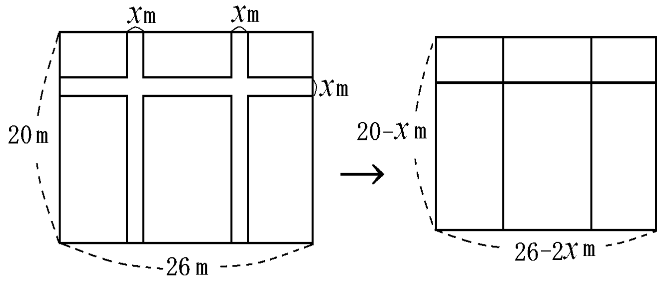
$(x-2)(x-31)=0$

$x=2,\ 31$

$x=31$ は問題にあわない。

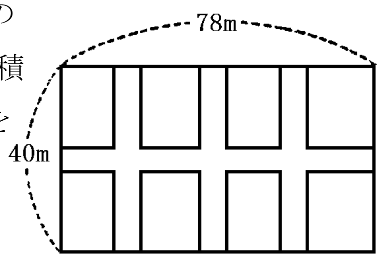
$x=2$ は問題にあう。

よって，道路の幅は 2m である。



[問題](2 学期期末)

縦 40 m，横 78 m の長方形の土地がある。右の図のように，同じ幅の道路を縦 3 本，横 1 本つけて，面積が等しい 8 区画の土地に分け，1区画の土地の面積を 255 m² にした。このとき，道路の幅を求めよ。



[解答欄]

[解答]

道路の幅を x m とする。

道路の部分を切り取って，残りの土地をつなげると，縦 $40-x$ (m)，横 $78-3x$ (m)の長方形になるので，

$(40-x)(78-3x)=255\times 8$

式を整理すると，

$x^2-66x+360=0$

$(x-6)(x-60)=0$

$x=6,\ 60$

$x=60$ は問題にあわない。

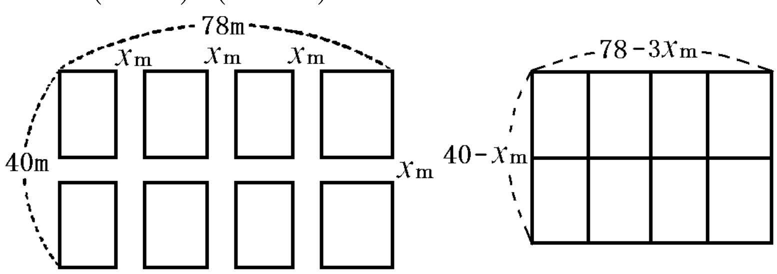
$x=6$ は問題にあう。

<u>道路の幅は 6m</u>

[解説]

道路の幅を x m とする。道路部分を切り取って 8 区画をつなげると，次の図のようになるので，その面積は $(40-x)\times(78-3x)$ となる。1区画の面積が 255 m² なので，

(面積)$=(40-x)\times(78-3x)=255\times 8$



＊(別解)　道路の幅を x m とすると，道路部分の面積の合計は，

$x\times 78+40\times x\times 3-3x^2=-3x^2+198x$

土地の面積は，$40\times 78=255\times 8+\left(-3x^2+198x\right)$

整理すると，$x^2-66x+360=0$

$(x-6)(x-60)=0$ で $x=6,\ 60$

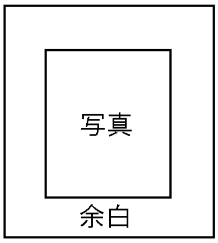
$x=60$ は問題にあわない。

$x=6$ は問題にあう。

道路の幅は 6 m である。

[問題](2 学期中間)

右の図のように，写真立ての中に縦，横の長さがそれぞれ 10cm，6cm の写真を余白の縦，横の幅が同じになるように入れ，写真立ての面積が写真の面積の $\dfrac{7}{3}$ になるようにする。写真立ての余白の幅を何 cm にすればよいか求めよ。



[解答欄]

[解答]

写真立ての余白の幅を x cm とすると，

$(2x+10)(2x+6)=60\times\dfrac{7}{3}$

式を整理すると，

$x^2+8x-20=0$

$(x-2)(x+10)=0$

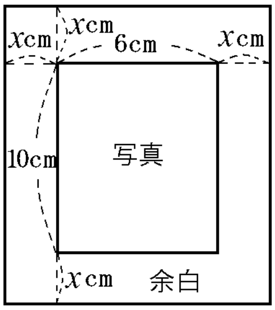
$x=2,\ -10$

$x=-10$ は問題にあわない。

$x=2$ は問題にあう。

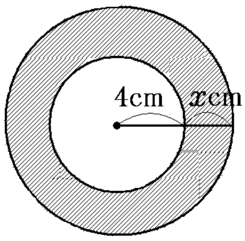
余白の幅は 2cm

[解説]
写真立ての余白の幅を x cm とすると，
写真立ての縦は $10+2x$ (cm)，横は $6+2x$ (cm)
(写真立ての面積) $= (10+2x)(6+2x) = (2x+10)(2x+6)$
(写真の面積) $= 10\times6 = 60$ で，
写真立ての面積が写真の面積の $\dfrac{7}{3}$ なので，



$(2x+10)(2x+6) = 60\times\dfrac{7}{3}$，$(2x)^2+16\times2x+60=140$
$4x^2+32x-80=0$，$x^2+8x-20=0$

[問題](後期中間)
半径 4cm の円がある。右の図のように，この円より半径が x cm 大きい円をかいた。次の各問いに答えよ。



(1) 2 つの円にはさまれた部分(かげがついた部分)の面積を，x を使った式で表せ。
(2) 外側の円の面積が，内側の円の面積の 2 倍になるときの x の値を求めよ。

[解答欄]

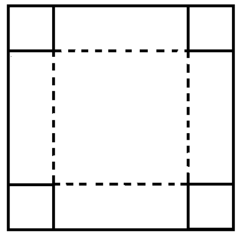
(1)	(2)

[解答](1) $\pi x^2+8\pi x$ (cm²)　(2) $x=-4+4\sqrt{2}$
[解説]
(1) (外側の円の面積) $= \pi(x+4)^2 = \pi(x^2+8x+16)$ (cm²)
(内側の円の面積) $= \pi\times4^2 = 16\pi$ (cm²)
よって，(2 つの円にはさまれた部分の面積) $= \pi(x^2+8x+16)-16\pi$
$= \pi(x^2+8x+16-16) = \pi(x^2+8x) = \pi x^2+8\pi x$ (cm²)
(2) 外側の円の面積が，内側の円の面積の 2 倍になるとき，
$\pi(x^2+8x+16) = 16\pi\times2$ が成り立つ。
$x^2+8x+16-32=0$，$x^2+8x-16=0$
因数分解できないので，解の公式を使って解くと，
$$x=\frac{-8\pm\sqrt{64-4\times1\times(-16)}}{2}=\frac{-8\pm\sqrt{128}}{2}=\frac{-8\pm8\sqrt{2}}{2}=-4\pm4\sqrt{2}$$
$x>0$ なので，$x=-4-4\sqrt{2}$ は問題にあわない。
$x=-4+4\sqrt{2}$ は問題にあう。

[容積の問題]

[問題](2 学期中間)

　正方形の紙がある。右の図のように，この 4 すみから 1 辺が 5 cm の正方形を切り取り，直方体の容器をつくると，容積が 720 cm³ になった。もとの正方形の紙の 1 辺の長さは何 cm か。方程式をつくって求めよ。



[解答欄]

[解答]

もとの正方形の紙の 1 辺の長さを x cm とすると，

$(x-10)^2 \times 5 = 720$

$(x-10)^2 = 144$

$x-10 = \pm 12$

$x = -2,\ 22$

$x = -2$ は問題にあわない。

$x = 22$ は問題にあう。

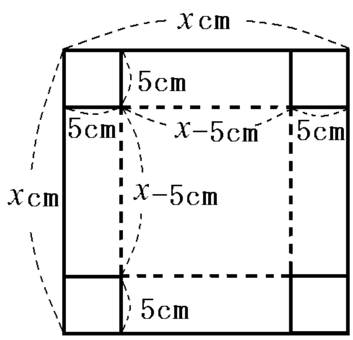
<u>もとの正方形の 1 辺の長さは 22cm</u>

[解説]

もとの正方形の紙の 1 辺の長さを x cm とすると，

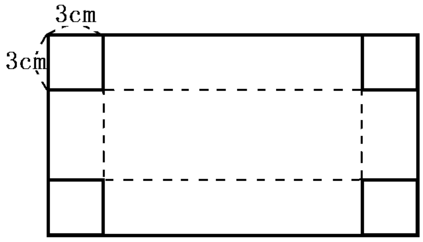
底辺の正方形の 1 辺の長さは $x-10$ cm なので

(容積)＝(底面積)×(高さ)＝$(x-10)^2 \times 5 = 720$



[問題](2 学期中間)

右の図のように横の長さが縦の長さの 2 倍の長方形の厚紙がある。この厚紙の 4 すみから 1 辺が 3cm の正方形を切り取り，ふたのない直方体の箱をつくったところ，容積は 168cm^3 であった。方程式をつくって，もとの厚紙の縦の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]

もとの厚紙の縦の長さを $x\text{cm}$ とすると，

$(x-6)\times(2x-6)\times 3=168$

式を整理すると，

$x^2-9x-10=0$

$(x-10)(x+1)=0$

$x=10,\ -1$

$x=-1$ は問題にあわない。

$x=10$ は問題にあう。

<u>縦の長さは 10cm</u>

[解説]

厚紙の横の長さは縦の長さ $x\text{cm}$ の 2 倍なので $2x\text{cm}$

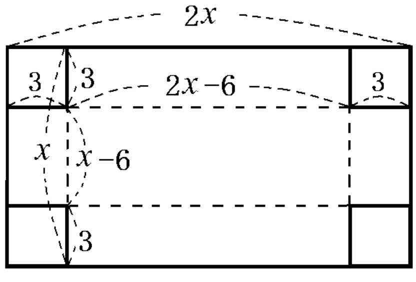
直方体の底面の長方形の縦は

$x-3-3=x-6\text{cm}$,

直方体の底面の長方形の横は

$2x-3-3=2x-6\text{cm}$,

高さは 3cm



(直方体の容積)＝(底面の縦)×(底面の横)×(高さ)

$=(x-6)\times(2x-6)\times 3=168$

$(x-6)\times 2(x-3)\times 3=168$,　$(x-6)(x-3)=28$,　$x^2-9x+18=28$

$x^2-9x-10=0$

[問題](3 学期)

図 1 のような，横の長さが縦の長さの 4 倍の長方形の厚紙を使い，影をつけた部分を切り取って，図 2 のようなふたのついた直方体の箱をつくる。出来上がった直方体の体積が，128 cm^3 になるときのもとの厚紙の縦の長さを求めよ。

図1

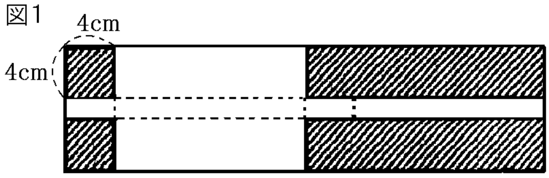
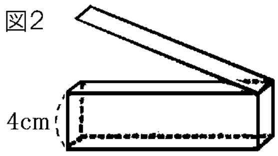


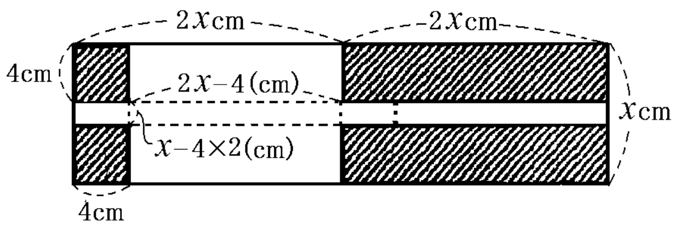
図2



[解答欄]

[解答] 10 cm

[解説]



縦の長さを x cm とすると，

この立体の底面の縦は

$x-4\times2=x-8$ (cm)

底面の横は $2x-4$ (cm)

よって，

(体積)＝(縦)×(横)×(高さ)＝$(x-8)\times(2x-4)\times4=128$

$(x-8)\times2(x-2)\times4=128$，両辺を 8 でわると，$(x-8)(x-2)=16$

$x^2-10x+16=16$, $x^2-10x=0$, $x(x-10)=0$，$x=0$, 10

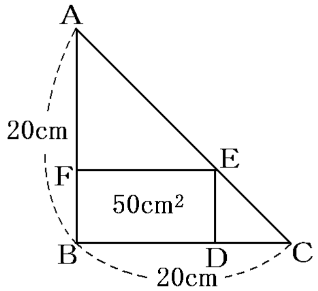
$x=0$ は問題にあわない。$x=10$ は問題にあう。

よって，もとの厚紙の縦の長さは 10cm である。

[その他]

[問題](後期中間)

右の図のように，縦と横が 20cm の直角二等辺三角形 ABC の中に，面積が 50cm² の長方形 BDEF をつくりたい。ただし，長方形 BDEF は横長の長方形とする。このとき，BD の長さを何 cm にすればよいかを考える。次の各問いに答えよ。



(1) BD の長さを x (cm)として方程式をつくれ。

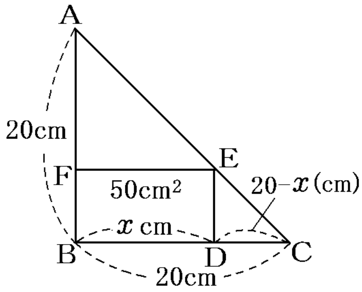
(2) (1)の方程式を解くことで，BD の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $(20-x)x=50$　(2) $10+5\sqrt{2}$ (cm)

[解説]



右図のように，BD＝ x (cm)とすると，

DC＝ $20-x$ (cm)

△ABC が直角二等辺三角形なので，△EDC も直角二等辺三角形で，ED＝DC となる。

よって，ED＝ $20-x$ (cm)

したがって，長方形 BDEF の面積は，

$(20-x)\times x$ (cm²)

ゆえに，$(20-x)x=50$ が成り立つ。この二次方程式を解く。

$20x-x^2=50$，$x^2-20x+50=0$

左辺は因数分解できないので，解の公式を使うと，

$$x=\frac{20\pm\sqrt{400-200}}{2}=\frac{20\pm\sqrt{200}}{2}=\frac{20\pm10\sqrt{2}}{2}=10\pm5\sqrt{2}$$

$x=10+5\sqrt{2}$ のとき，BD＝$10+5\sqrt{2}$ (cm)，ED＝ $20-(10+5\sqrt{2})=10-5\sqrt{2}$ (cm)

$\sqrt{2}=1.41$ として計算すると，

BD＝10＋5×1.41＝17.05(cm)，ED＝10－5×1.41＝2.95(cm)

これは問題にあっている。

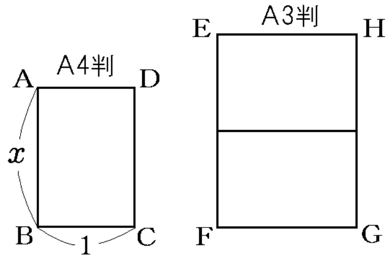
$x=10-5\sqrt{2}$ のとき，BD＝$10-5\sqrt{2}$ (cm)

ED＝ $20-(10-5\sqrt{2})=10+5\sqrt{2}$ (cm)

BD＜ED で，「横長の長方形」にならないので，問題にあわない。

[問題](前期期末)

　普段使われる紙の規格の中に，A4 判と呼ばれる大きさがある。A4 判の紙を右の図のように 2 枚並べると，A3 判と呼ばれる大ささになる。A4 判と A3 判の 2 つの長方形の縦と横の長さの比は等しい。



(1) 右図のように AB＝ x とすると，2 つの長方形の縦と横の長さの比が等しいことから，

　x ：1＝(　　)：x が成り立つ。(　　)に適する数字をかけ。

(2) (1)の比例式を解いて，x の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 2　(2) $x=\sqrt{2}$

[解説]

FG＝AB なので，FG＝ x

EF＝2BC なので，EF＝2

A4 判と A3 判の 2 つの長方形の縦と横の長さの比は等しいので，

(縦)：(横)＝AB：BC＝EF：FG

よって， x ：1＝2： x

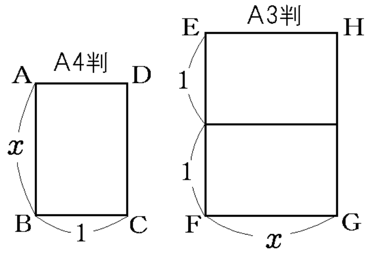
比の外項の積は，内項の積に等しいので，

$x \times x = 1 \times 2$, $x^2 = 2$

よって， $x = \pm\sqrt{2}$

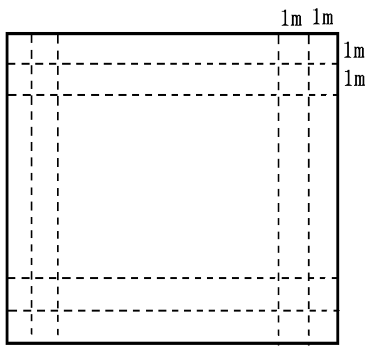
$x = -\sqrt{2}$ は問題にあわない。

$x = \sqrt{2}$ は問題にあう。



[問題](2 学期中間)

縦，横に 1m 間隔に花を植え，横が縦より 2m 長い長方形の花だんをつくったところ，花を 143 本使った。花だんの縦の長さを求めよ。ただし，長方形の周辺部にも花を植えるものとする。また，縦の長さは整数とする。



[解答欄]

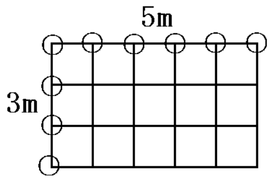
[解答]10m

[解説]

例えば，縦 3m，横 5m の花壇の場合，右図のように，

横 1 列に植える花は，5＋1＝6 本で，

縦 1 列に植える花は，3＋1＝4 本である。



花だんの縦の長さを x m とすると，横の長さは $x+2$ (m)である。

横に 1m 間隔で花を植えるので，横 1 列に植える花は $x+3$ (本)になる。

縦の長さが x m なので，縦に $x+1$ (列)になる。

よって，花の総数は， $(x+3)(x+1) = 143$

$x^2 + 4x + 3 - 143 = 0$, $x^2 + 4x - 140 = 0$

よって， $(x+14)(x-10) = 0$

$x = -14,\ 10$

$x = -14$ は問題にあわない。

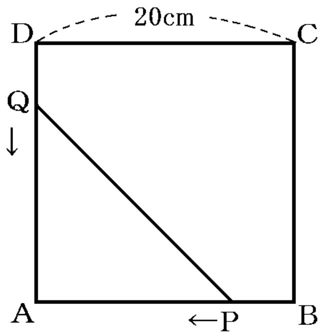
$x = 10$ は問題にあう。

よって，縦の長さは 10m となる。

【】動点の問題

[問題](2 学期中間)

右の図のように，1 辺の長さが 20cm の正方形 ABCD の辺 AB，辺 AD 上に点 P，Q があり，P，Q はそれぞれ B，D から A に向かって毎秒 2cm の速さで動くものとする。点 P, Q が B, D を同時に出発するとき，△APQ の面積が 98cm² になるのは何秒後になるかを次の手順で求めよ。



(1) x 秒後に, △APQ の面積が 98cm² になるとして方程式をつくれ。

(2) △APQ の面積が 98cm² になるのは何秒後か。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\frac{1}{2}(20-2x)^2=98$　(2) 3 秒後

[解説]

(1) 毎秒 2cm で x 秒の間に動く距離は $2\times x=2x$ cm なので，BP＝DQ＝ $2x$ cm

よって，AP＝AB－BP＝ $20-2x$ cm，AQ＝AD－DQ＝ $20-2x$ cm

△APQ の面積＝ $\frac{1}{2}$ ×AP×AQ＝ $\frac{1}{2}(20-2x)^2=98$

$\frac{1}{2}\{2(10-x)\}^2=98$, $\frac{1}{2}\times 2^2\times(10-x)^2=98$, $2(10-x)^2=98$

ゆえに，$(x-10)^2=49$

(2) $(x-10)^2=49$ より $x-10=\pm 7$

$x-10=7$ のとき $x=17$

$x-10=-7$ のとき $x=3$

P，Q がそれぞれ AB，AD 上にあるのは $0\leqq x\leqq 10$ なので，

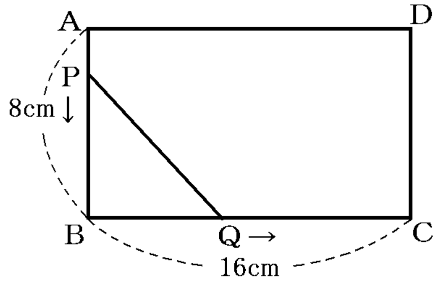
$x=17$ は問題にあわない。

$x=3$ は問題にあう。

△APQ の面積が 98cm² になるのは3秒後である。

[問題](2 学期中間)

AB＝8cm，BC＝16cm の長方形 ABCD がある。点 P は，辺 AB 上を A から B まで毎秒 1cm の速さで動き，点 Q は辺 BC 上を B から C まで毎秒 2cm の速さで動くものとする。 P，Q が同時に出発するとき，△PBQ の面積が 15cm² になるのは何秒後か。方程式をつくって求めよ。



[解答欄]

[解答]

x 秒後に△PBQ の面積が 15cm² になったとすると，

$$\frac{1}{2}\times 2x\times(8-x)=15$$

$$8x-x^2=15$$

$$x^2-8x+15=0$$

$$(x-3)(x-5)=0$$

$$x=3,\ 5$$

点 P は A から B まで，点 Q は B から C まで動くので，$0\leqq x\leqq 8$ だから，

$x=3,\ 5$ はともに問題にあっている。

3 秒後，5 秒後

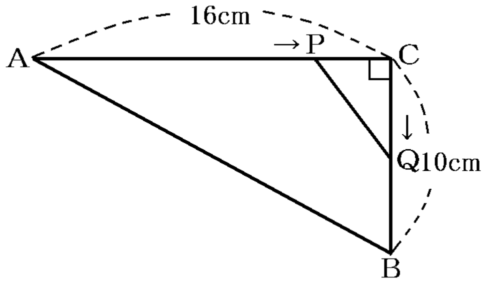
[解説]

x 秒後，BQ＝ $2x$ cm，AP＝ x cm なので BP＝ $8-x$ cm

△PBQ の面積＝ $\frac{1}{2}\times 2x\times(8-x)=15$

[問題](2 学期中間)

右の図のような，∠C＝90°である直角三角形ABC がある。いま，点 P は A を出発して，辺 AC 上を C に向かって毎秒 2cm の速さで動き，点 Q は C を出発して,辺 CB 上を B に向かって毎秒 1cm の速さで動く。P，Q がそれぞれ A，C を同時に出発してから何秒後に，△PQC の面積が 15cm² になるか。方程式をつくって求めよ。



[解答欄]

[解答]

x 秒後に△PQC の面積が 15cm² になったとすると，

$$\frac{1}{2}\times(16-2x)\times x=15$$

$$8x-x^2=15$$

$$x^2-8x+15=0$$

$$(x-3)(x-5)=0$$

$$x=3,\ 5$$

点 P は A から C まで動くので，$0\leqq x\leqq 8$

点 Q は C から B まで動くので，$0\leqq x\leqq 10$

よって，$x=3,\ 5$ はともに問題にあっている。

[解説]

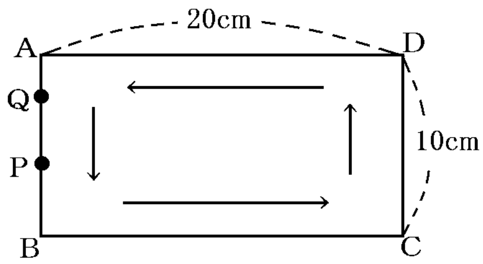
x 秒後には AP＝$2x$ なので，PC＝$16-2x$。また，CQ＝x

△PQC の面積＝$\frac{1}{2}\times(16-2x)\times x=15$

[問題](2 学期期末)

右の図のような長方形 ABCD で点 P は毎秒 5cm，点 Q は毎秒 2cm の速さで，頂点 A を同時に出発し，矢印の向きに長方形の辺上を 1 周する。

P が辺 BC 上に，Q が辺 AB 上にあって，△QBP＝10cm² になるのは，点 P が頂点 A を出発してから何秒後か。方程式をつくって求めよ。



[解答欄]

[解答]

x 秒後に，P が辺 BC 上に，Q が辺 AB 上にあって，△QBP＝10cm² になるとすると，

$$\frac{1}{2}\times(5x-10)\times(10-2x)=10$$

式を整理すると，

$$x^2-7x+12=0$$
$$(x-3)(x-4)=0$$
$$x=3,\ 4$$

$x=3$ のとき，P は辺 BC 上に，Q は辺 AB 上にあるので，問題にあう。

$x=4$ のとき，P は辺 BC 上に，Q は辺 AB 上にあるので，問題にあう。

<u>3 秒後，4 秒後</u>

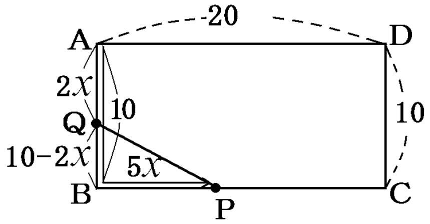
[解説]

x 秒後に右図のような位置にあるとき，

AQ＝$2x$ なので，BQ＝$10-2x$

AB＋BP＝$5x$ なので，BP＝$5x-10$

(△QBP の面積)＝$\frac{1}{2}$×BP×BQ＝10 なので，



$$\frac{1}{2}\times(5x-10)\times(10-2x)=10$$

$\frac{1}{2}\left(-10x^2+70x-100\right)=10$

$-5x^2+35x-50-10=0$, $-5x^2+35x-60=0$, $x^2-7x+12=0$

$(x-3)(x-4)=0$

$x=3,\ 4$

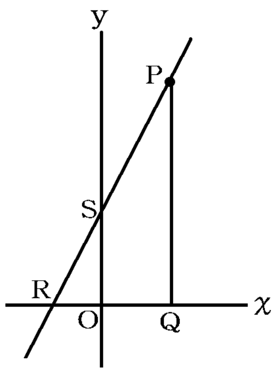
$x=3,\ 4$ ともに問題にあう。

[問題](2 学期期末)

右の図のように, 直線 $y=2x+4$ 上の y 軸より右側に点 P をとり, P から x 軸にひいた垂線を PQ とする。

直線 $y=2x+4$ と x 軸, y 軸との交点をそれぞれ R, S とする。

点 P の x 座標を a として,



(1) 点 P の y 座標を a を使って表せ。

(2) 台形 SOQP の面積が 12 になるとき，次の方程式を完成してそれを解き，P の座標を求めよ。

(　　　　　　　　　)＝12

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y=2a+4$　(2) $\frac{1}{2}(4+2a+4)\times a$，$\mathrm{P}(2,\ 8)$

[解説]

(1) $y=2x+4$ に $x=a$ を代入すると, $y=2a+4$

(2) SO＝4，OP=$2a+4$，OQ=a なので,

(台形 SOQP の面積)＝$\frac{1}{2}(4+2a+4)\times a=12$

$a^2+4a-12=0$，$(a-2)(a+6)=0$

$a>0$ なので, $a=-6$ は問題にあわない。

$a=2$ は問題にあう。

$y=2a+4=2\times 2+4=8$

ゆえに，点 P の座用は $\mathrm{P}(2,\ 8)$

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。
※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

【Fd 教材開発】(092) 404－2266
Mail：info2@fdtext.com