

【】二次方程式の利用(係数の決定)

[問題](2学期中間)

2次方程式 $x^2 + 2x - a = 0$ の1つの解が -3 であるとき, a の値を求めなさい。また, もう1つの解を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a = 3$, 他の解は $x = 1$

[解説]

$x^2 + 2x - a = 0 \cdots$ の解の1つが -3 であるので, $x = -3$ を の左辺に代入しても の等式が成り立つ。 $x^2 + 2x - a = 0$ に $x = -3$ を代入すると, $9 - 6 - a = 0$ ゆえに $a = 3$
 $x^2 + 2x - a = 0$ に $a = 3$ を代入すると $x^2 + 2x - 3 = 0$
かけて -3 , 加えて 2 になる2数は $-1, 3$ なので, $(x - 1)(x + 3) = 0$
よって $x - 1 = 0, x + 3 = 0$ ゆえに $x = -3, 1$
以上より $a = 3$, 他の解は $x = 1$

[問題](2学期中間)

二次方程式 $x^2 + ax - 10 = 0$ の解の1つが 2 であるとき, a の値を求めなさい。また, 他の解を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a = 3$, 他の解は $x = -5$

[解説]

$x^2 + ax - 10 = 0 \cdots$ の解の1つが 2 であるので, $x = 2$ を の左辺に代入しても の等式が成り立つ。 $x^2 + ax - 10 = 0$ に $x = 2$ を代入すると, $4 + 2a - 10 = 0$
 $2a - 6 = 0, 2a = 6, a = 3$
次に $x^2 + ax - 10 = 0$ に $a = 3$ を代入すると, $x^2 + 3x - 10 = 0$ かけて -10 , 加えて 3 になる2数は $-2, 5$ よって $(x - 2)(x + 5) = 0, x - 2 = 0, x + 5 = 0$ ゆえに $x = -5, 2$
以上より $a = 3$, 他の解は -5

[問題](3 学期)

2 次方程式 $x^2 + ax - 7 = 0$ の解が -1 と b であるとき, a, b の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a = -6, b = 7$

[解説]

$x = -1$ を $x^2 + ax - 7 = 0$ に代入すると, $1 - a - 7 = 0, a = -6$

$a = -6$ を $x^2 + ax - 7 = 0$ に代入すると, $x^2 - 6x - 7 = 0, (x+1)(x-7) = 0$

$x+1=0, x-7=0$ ゆえに $x = -1, 7$

よって, $b = 7$

[問題](2 学期期末)

2 次方程式 $x^2 + ax - 14 = 0$ の解の 1 つが 2 であるとき, 他の解を求めよ。

[解答欄]

[解答] 他の解は $x = -7$

[解説]

$x^2 + ax - 14 = 0 \cdots$ の解の 1 つが 2 であるので, $x = 2$ を の左辺に代入しても の等式が成り立つ。

$x^2 + ax - 14 = 0$ に $x = 2$ を代入すると, $4 + 2a - 14 = 0 \quad a = 5$

$x^2 + ax - 14 = 0$ に $a = 5$ を代入すると, $x^2 + 5x - 14 = 0 \quad (x-2)(x+7) = 0$

よって, 他の解は $x = -7$

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2 + 3x - 4a = 0$ の解の 1 つが -8 であるとき, 他の解を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $x = 5$

[解説]

$x^2 + 3x - 4a = 0$ に $x = -8$ を代入すると、

$64 - 24 - 4a = 0$, $-4a = -64 + 24$, $-4a = -40$ よって、 $a = 10$

$a = 10$ を $x^2 + 3x - 4a = 0$ に代入すると、 $x^2 + 3x - 40 = 0$, $(x - 5)(x + 8) = 0$

$x - 5 = 0$, $x + 8 = 0$ ゆえに、 $x = 5, -8$

したがって、他の解は $x = 5$

[問題](2 学期中間)

2 次方程式 $x^2 + ax - 4 = 0$ の解の 1 つは -1 である。このとき、 a の値ともう 1 つの解を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a = -3$, 他の解は $x = 4$

[解説]

$x^2 + ax - 4 = 0 \cdots$ の解の 1 つが $x = -1$ であるので、 $x = -1$ を の左辺に代入しても

の等式が成り立つ。 $x^2 + ax - 4 = 0$ に $x = -1$ を代入すると、 $1 - a - 4 = 0$ ゆえに $a = -3$

$a = -3$ を $x^2 + ax - 4 = 0$ に代入すると、 $x^2 - 3x - 4 = 0$

かけて -4 , 加えて -3 になる 2 数は $-4, 1$ なので、 $(x - 4)(x + 1) = 0$

よって $x - 4 = 0$, $x + 1 = 0$ ゆえに $x = 4, -1$

以上より $a = -3$, 他の解は $x = 4$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2 - ax + 3 = 0$ の解の 1 つが 3 であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a = 4$, 他の解は $x = 1$

[解説]

$x^2 - ax + 3 = 0 \cdots$ の解の 1 つが 3 であるので、 $x = 3$ を の左辺に代入しても の等式が成り立つ。

$x^2 - ax + 3 = 0$ に $x = 3$ を代入すると、 $9 - 3a + 3 = 0$, $-3a = -12$ ゆえに $a = 4$

$a = 4$ を $x^2 - ax + 3 = 0$ に代入すると、 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 、かけて3、加えて-4になる2数は-1、-3なので $(x-1)(x-3) = 0$ ゆえに $x = 1, 3$

以上より $a = 4$ 、他の解は $x = 1$

[問題](2学期中間)

二次方程式 $x^2 - ax + 6 = 0$ の解の1つが2であるとき、 a の値を求めなさい。また他の解も求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a = 5$ 、他の解は $x = 3$

[解説]

$x^2 - ax + 6 = 0 \cdots$ の解の1つが2であるので、 $x = 2$ を の左辺に代入しても の等式が成り立つ。

に $x = 2$ を代入すると、 $4 - 2a + 6 = 0$ 、 $-2a = -10$ ゆえに $a = 5$

$a = 5$ を $x^2 - ax + 6 = 0$ に代入すると、 $x^2 - 5x + 6 = 0$

かけて6、加えて-5になる2数は-2、-3なので $(x-2)(x-3) = 0$ 、ゆえに $x = 2, 3$

以上より $a = 5$ 、他の解は $x = 3$

[問題](2学期中間)

二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の2つの解が $x = 2, 5$ であるとき、 a, b の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a = -7, b = 10$

[解説]

$x^2 + ax + b = 0$ に $x = 2$ を代入すると、 $4 + 2a + b = 0 \cdots$

また、 $x = 5$ を代入すると、 $25 + 5a + b = 0 \cdots$

- で b を消去すると、 $21 + 3a = 0, 3a = -21, a = -7$

に $a = -7$ を代入すると、 $4 - 14 + b = 0$ よって $b = 10$

ゆえに $a = -7, b = 10$

* (別解) $x = 2, 5$ を 2 解とする 2 次方程式は $(x-2)(x-5) = 0$, $x^2 - 7x + 10 = 0$
ゆえに $a = -7$, $b = 10$

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2 + px + q = 0$ の解が 3 と 7 のとき p , q の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答] $p = -10$, $q = 21$

[解説]

$x^2 + px + q = 0$ に $x = 3$ を代入して , $9 + 3p + q = 0$, $3p + q = -9 \cdots$

$x^2 + px + q = 0$ に $x = 7$ を代入して , $49 + 7p + q = 0$, $7p + q = -49 \cdots$

, を連立方程式の加減法で解く。 - より , $4p = -40$, $p = -10$

に $p = -10$ を代入すると , $-30 + q = -9$, $q = 21$

(別解)

2 解が 3 と 7 である二次方程式は , $(x-3)(x-7) = 0$, $x^2 - 10x + 21 = 0$

よって , $p = -10$, $q = 21$

[問題](2 学期中間)

2 次方程式 $x^2 - ax + 3 = 0$ の解の 1 つが , 2 次方程式 $x^2 - 6x + 9 = 0$ の解と等しいとき , a の値を求めなさい。また , 2 次方程式 $x^2 - ax + 3 = 0$ の他の解も求めなさい。

[解答欄]

[解答] $a = 4$, 他の解は $x = 1$

[解説]

まず , $x^2 - 6x + 9 = 0$ を解く。 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ の公式を使って左辺を因数分解すると , $(x-3)^2 = 0$, ゆえに $x = 3$

$x^2 - ax + 3 = 0$ の解の 1 つが $x = 3$ なので ,

$x = 3$ を $x^2 - ax + 3 = 0$ に代入すると , $9 - 3a + 3 = 0$, $-3a + 12 = 0$, $-3a = -12$

ゆえに $a = 4$

$x^2 - ax + 3 = 0$ に $a = 4$ を代入すると, $x^2 - 4x + 3 = 0$, かけて 3, 加えて -4 になる 2 数は $-1, -3$ なので $(x-1)(x-3) = 0$ よって $x-1=0, x-3=0$ ゆえに $x=1, 3$
以上より, $a = 4$, 他の解は $x = 1$

[問題](2 学期中間)

2 次方程式 $x^2 + ax + 6 = 0$ の 2 つの解が負の整数であるとき, a の値をすべて求めなさい。

[解答欄]

--

[解答] $a = 5, 7$

[解説]

かけて 6 になる 2 整数の組み合わせは, $(1, 6), (-1, -6), (2, 3), (-2, -3)$
よって, 考えられる式は,

$$(x-1)(x-6) = 0, (x+1)(x+6) = 0, (x-2)(x-3) = 0, (x+2)(x+3) = 0$$

このうち, 2 つの解が負になるのは, $(x+1)(x+6) = 0$ と $(x+2)(x+3) = 0$

$$(x+1)(x+6) = 0 \text{ の左辺を展開すると, } x^2 + 7x + 6 = 0 \text{ よって, } a = 7$$

$$(x+2)(x+3) = 0 \text{ の左辺を展開すると, } x^2 + 5x + 6 = 0 \text{ よって, } a = 5$$

ゆえに, $a = 5, 7$

[問題](2 学期期末)

次の問いに答えなさい。

(1) 二次方程式 $x^2 - 2x - 15 = 0$ の負の解が, 二次方程式 $x^2 + ax - 2a + 6 = 0$ の解の 1 つになっている。このとき, a の値を求めなさい。

(2) n を正の整数とするととき, x についての二次方程式 $x^2 - nx + 12 = 0$ の 2 つの解が, どちらも正の整数になったという。このとき, n の値をすべて求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $a = 3$ (2) $n = 13, 8, 7$

[解説]

(1) まず二次方程式 $x^2 - 2x - 15 = 0 \dots$ を解くために左辺を因数分解する。かけて -15 , 加えて -2 になる 2 数は $-5, 3$ なので, $(x-5)(x+3) = 0$ よって $x-5=0$ また

は $x+3=0$ ゆえに $x=5, -3$

このうちの負の解 $x=-3$ は $x^2+ax-2a+6=0\cdots$ の解の 1 つにもなっているので、
 $x=-3$ を に代入して、 $9-3a-2a+6=0$ が成り立つ。 a についての方程式として解くと、
 $-5a=-15$ ゆえに $a=3$

(2) 二次方程式 $x^2-nx+12=0\cdots$ の 2 つの解を a, b とする。 $x=a, b$ を解とする二次方程式は $(x-a)(x-b)=0$ で、展開すると $x^2+(-a-b)x+ab=0\cdots$

と の式はまったく同じものになるはずなので、 x の項の係数、定数項も同じになる。
よって $-n=-a-b, n=a+b\cdots 12=ab\cdots$ が成り立つ。 a, b は正の整数なので、
かけて 12 になる組み合わせは、 $(1, 12), (2, 6), (3, 4)$ の 3 通り

$(1, 12)$ のとき $n=a+b=1+12=13$, $(2, 6)$ のとき $n=a+b=2+6=8$

$(3, 4)$ のとき $n=a+b=3+4=7$

ゆえに $n=13, 8, 7$

[問題](3 学期)

次の問いに答えよ。

(1) 2 次方程式 $x^2-26x-120=0$ の解のうち、大きい方の解を a , 小さい方の解を b とするとき、 $a-2b$ の値を求めよ。

(2) 2 次方程式 $3x^2-39x+36=0$ の解のうち、大きい方の解が 2 次方程式 $x^2-5x-a=0$ の解であるとき a の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) 38 (2) $a=84$

[解説]

(1) $x^2-26x-120=0$, $(x-30)(x+4)=0$, $x=30, -4$

よって $a=30, b=-4$ ゆえに $a-2b=30+8=38$

(2) $3x^2-39x+36=0$, $x^2-13x+12=0$, $(x-1)(x-12)=0$, $x=1, 12$

$x=12$ を $x^2-5x-a=0$ に代入すると、 $144-60-a=0$ ゆえに $a=84$

[問題](2 学期中間)

2 次方程式 $x^2 - ax + 48 = 0$ の 2 つの解が正の整数であるとき, a の最小の値を求めなさい。

[解答欄]

[解答]14

[解説]

(少し難しい問題)

2 次方程式 $x^2 - ax + 48 = 0 \cdots$ の 2 つの解を m, n とすると, 条件より m, n は正の整数。 m, n を 2 解とする二次方程式は $(x - m)(x - n) = 0$ と表すことができる。

$(x - m)(x - n) = 0$ を展開すると, $x^2 + (-m - n)x + mn = 0 \cdots$

と の式はまったく同じ式にならないので, x の項の係数を比較して, $-a = -m - n, a = m + n$

定数項を比較して, $mn = 48$

$nm = 48$ になる正の数 n, m の組み合わせの中で $a = n + m$ が最小になるのは,

$(n, m) = (6, 8), (8, 6)$ このとき $a = 6 + 8 = 14$

【】二次方程式の利用（数の問題）

[問題](2学期中間)

ある正の整数から4をひいて、これにもとの整数をかけると32になるという。もとの整数を x として方程式を作り求めなさい。

[解答欄]

[解答]

$$(x-4) \times x = 32, \quad x^2 - 4x - 32 = 0$$

かけて-32, 加えて-4になる2数は-8, 4なので $(x-8)(x+4) = 0$

よって $x-8=0, x+4=0$ ゆえに $x=8, -4$

$x > 0$ なので, $x=8$ よってもとの数は8...答

[問題](2学期中間)

ある正の数に5を加え、これにもとの数をかけると24になる。もとの数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

$$\text{正の数を } x \text{ とすると, } (x+5) \times x = 24, \quad x^2 + 5x - 24 = 0$$

かけて-24, 加えて5になる2数は-3, 8なので, $(x-3)(x+8) = 0$

よって $x-3=0, x+8=0$ ゆえに $x=3, -8$

$x > 0$ なので, $x=3$

よって, もとの数は3...答

[問題](2 学期期末)

ある正の整数 x に 4 を加えて 2 乗するところを、誤って x に 2 を加えて 4 倍してしまったので、もとの答より 53 小さくなった。 x を求めよ。

[解答欄]

[解答]

誤って計算した答 $(x+2) \times 4$ は、正しい答 $(x+4)^2$ より 53 小さいので、

$$4(x+2) = (x+4)^2 - 53$$

$$4x+8 = x^2 + 8x + 16 - 53, \quad x^2 + 4x - 45 = 0$$

かけて -45 , 加えて 4 になる 2 数は 9, -5 なので、 $(x+9)(x-5) = 0$

よって $x+9=0$, $x-5=0$ ゆえに $x=-9$, 5

$x > 0$ なので、 $x=5 \cdots$ 答

[問題](2 学期中間)

ある自然数を 2 乗しなければならないのに、誤って 2 倍したため、計算の結果が 99 だけ小さくなった。このとき、ある自然数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

ある自然数を x とする。

条件より、 x の 2 倍は x の 2 乗より 99 小さいので、 $2x = x^2 - 99$

$$x^2 - 2x - 99 = 0, \quad (x-11)(x+9) = 0$$

x は自然数で $x > 0$ なので、 $x=11$ これは条件にあてはまる。

よって、ある自然数は 11 \cdots 答

[問題](2 学期中間)

連続した 2 つの正の整数があります。それぞれを 2 乗した数の和が 61 になるとき、これら 2 つの整数を求めなさい。ただし、2 つのうち小さい方を x として方程式をつくり、答を求めるまでの過程も式と計算を含めて書きなさい。

[解答欄]

[解答]

この 2 つの整数は $x, x+1$

それぞれを 2 乗した数の和が 61 になるので $x^2 + (x+1)^2 = 61$, $x^2 + x - 30 = 0$,

かけて -30 , 加えて 1 になる 2 数は $-5, 6$ なので $(x-5)(x+6) = 0$

よって $x-5=0, x+6=0$ ゆえに $x=5, -6$ $x > 0$ なので $x=5$

よって、2 つの整数は $5, 6$ … 答

[解説]

* 例えば、連続する 2 つの整数 $5, 6$ は、 $5, 5+1$ と表すことができる。小さい数を x とすると、連続する 2 つの整数は $x, x+1$ と表すことができる。

[問題](2 学期中間)

連続した 2 つの正の整数があります。それぞれを 2 乗した数の和が 41 になるとき、これら 2 つの整数を求めなさい。(2 つの正の整数のうち小さいほうの数を x として方程式をつくって求めなさい。)

[解答欄]

[解答]

小さい数を x とすると、大きい方の数は $x+1$

それぞれを 2 乗した数の和が 41 になるので、

$$x^2 + (x+1)^2 = 41$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 - 41 = 0, 2x^2 + 2x - 40 = 0, x^2 + x - 20 = 0$$

かけて -20 ，加えて 1 になる 2 数は $5, -4$ なので

$$(x+5)(x-4) = 0 \quad \text{よって } x+5=0, x-4=0 \quad \text{ゆえに } x=-5, 4$$

連続した 2 つの正の整数なので $x=4$

よって連続した 2 つの正の整数は、 $4, 5 \cdots$ 答

[解説]

* 例えば、連続する 2 つの整数 $5, 6$ は、 $5, 5+1$ と表すことができる。小さい数を x とすると、連続する 2 つの整数は $x, x+1$ と表すことができる。

[問題](2 学期中間)

$3, 4, 5$ のように連続する 3 つの自然数があります。大きい方の 2 つの数の積は 3 つの数の和の 5 倍になります。これらの 3 つの自然数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

3 つの自然数を $x, x+1, x+2$ とおく。

大きい方の 2 つの数の積 $(x+1)(x+2)$ は、3 つの数の和 $x+(x+1)+(x+2)$ の 5 倍になるので、

$$(x+1)(x+2) = (x+x+1+x+2) \times 5$$

$$x^2 + 3x + 2 = 5x + 15$$

$$x^2 - 2x - 13 = 0 \quad \text{かけて } -13, \text{ 加えて } -2 \text{ になる 2 数は } 1, -13 \text{ なので,}$$

$$(x+1)(x-13) = 0 \quad \text{よって } x+1=0, x-13=0 \quad \text{ゆえに } x=-1, 13$$

x は自然数なので、 $x=13$

よって 3 数は、 $13, 14, 15 \cdots$ 答

[解説]

* 例えば、連続する 3 つの整数 5, 6, 7 は、 $5, 5+1, 5+2$ と表すことができる。一番小さい数を x とすると、連続する 3 つの整数は $x, x+1, x+2$ と表すことができる。

[問題](2 学期中間)

連続する 3 つの自然数がある。まん中の数の 2 乗は、残りの 2 数の和よりも 8 大きい。
この連続する 3 つの整数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

3 つの自然数を $x, x+1, x+2$ とおく。

まん中の数の 2 乗 $(x+1)^2$ は、残りの 2 数の和 $x+(x+2)$ よりも 8 大きいので、

$$(x+1)^2 = x+(x+2)+8$$

$$x^2 + 2x + 1 = 2x + 10, x^2 = 9 \quad \text{ゆえに } x = \pm 3$$

$$x > 0 \text{ なので } x = 3$$

よって 3 つの自然数は、3, 4, 5... 答

[解説]

* 例えば、連続する 3 つの整数 5, 6, 7 は、 $5, 5+1, 5+2$ と表すことができる。一番小さい数を x とすると、連続する 3 つの整数は $x, x+1, x+2$ と表すことができる。

* 「A は B より 8 大きい」は、 $A = B + 8$ 、「A は B より 8 小さい」は、 $A = B - 8$ と機械的に等式に直すことができる。

[問題](2 学期中間)

連続する 3 つの正の整数があります。もっとも小さい数ともっとも大きい数の積が、まん中の数の 6 倍より 6 大きくなります。次の問いに答えなさい。

(1) もっとも小さい数を x として方程式をつくり、 $ax^2 + bx + c = 0$ の形で書きなさい。

(2) これら 3 つの整数を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $x^2 - 4x - 12 = 0$ (2) 6, 7, 8

[解説]

* 例えば, 連続する3つの整数5, 6, 7は, 5, $5+1$, $5+2$ と表すことができる。一番小さい数を x とすると, 連続する3つの整数は x , $x+1$, $x+2$ と表すことができる。

* 「AはBより6大きい」は, $A=B+6$, 「AはBより6小さい」は, $A=B-6$ と機械的に数式に直すことができる。

(1) もっとも小さい数を x とするので, 連続する3つの正の整数は, x , $x+1$, $x+2$ と表すことができる。

(もっとも小さい数ともっとも大きい数の積) = (まん中の数の6倍) + 6 なので

$x(x+2) = (x+1) \times 6 + 6$ が成り立つ。

整理すると, $x^2 + 2x = 6x + 6 + 6$, $x^2 + 2x - 6x - 6 - 6 = 0$, $x^2 - 4x - 12 = 0$

(2) かけて-12, 加えて-4になる2数は-6, 2なので, $x^2 - 4x - 12 = 0$ の左辺を因数分解して, $(x-6)(x+2) = 0$ よって $x-6=0$, $x+2=0$ ゆえに $x=6$, -2

「連続する3つの正の整数」という条件より $x > 0$ なので $x=6$

ゆえに, 連続する3つの正の整数は, 6, 7, 8

[問題](2 学期中間)

連続した3つの整数があります。まん中の数の2乗は, 残りの2数の和より15大きくなります。この連続した3つの整数を次の手順で求めなさい。

(1) まん中の数を x として方程式をつくりなさい。

(2) この連続した3つの整数を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

(1) この3つの整数は, $x-1$, x , $x+1$ と表すことができる。

まん中の数の2乗は, 残りの2数の和より15大きくなるので,

$x^2 = (x-1) + (x+1) + 15$ が成り立つ。

$x^2 = 2x + 15$, $x^2 - 2x - 15 = 0$ …答

(2) $x^2 - 2x - 15 = 0$ より $(x+3)(x-5) = 0$

よって $x = -3, 5$

$x = -3$ のとき, $x-1 = -4$, $x = -3$, $x+1 = -2$

$x = 5$ のとき, $x-1 = 4$, $x = 5$, $x+1 = 6$

連続する3整数は, $-4, -3, -2$ か, $4, 5, 6$ …答

[解説]

*例えば, 連続する3つの整数5, 6, 7は, 真ん中の6を基準にとれば, $6-1$, 6 , $6+1$ と表すことができる。真ん中の整数を x とおくと, $x-1$, x , $x+1$ と表すことができる。

*「AはBより15大きい」は, $A = B + 15$, 「AはBより15小さい」は, $A = B - 15$ と機械的に数式に直すことができる。

【】二次方程式の利用（面積・体積の問題）

[問題](1 学期中間)

面積が 144cm^2 となる正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

[解答欄]

[解答] 12 cm

[解説]

この正方形の 1 辺を $x\text{ cm}$ とすると、面積は $x^2 = 144$
 $x > 0$ なので、 $x = 12$

[問題](1 学期中間)

面積が 5 cm^2 の正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

[解答欄]

[解答] $\sqrt{5}\text{ cm}$

[解説]

この正方形の 1 辺を $x\text{ cm}$ とすると、 $x^2 = 5$ $x > 0$ なので $x = \sqrt{5}$

[問題](1 学期中間)

半径が 2 m と 4 m の 2 つの円がある。面積が、この 2 円の面積の和になる円をつくるには、その半径をいくらにすればよいか。

[解答欄]

[解答] $2\sqrt{5}\text{ m}$

[解説]

求める半径を $x\text{ m}$ とすると、 $4\pi + 16\pi = \pi x^2$ 、 $x^2 = 20$
よって $x = \pm\sqrt{20} = \pm\sqrt{4 \times 5} = \pm 2\sqrt{5}$ $x > 0$ なので $x = 2\sqrt{5}$

[問題](1 学期中間)

体積が $500\pi \text{ cm}^3$,高さが 10 cm の円柱があります。この円柱の底面の半径を求めなさい。

[解答欄]

[解答]

底面の円の半径を $x \text{ cm}$ とすると、底面の円の面積は、 πx^2

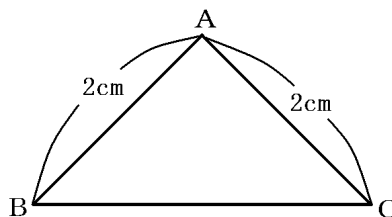
(柱の体積) = (底面積) \times (高さ) = $\pi x^2 \times 10 = 500\pi$

両辺を 10π でわると、 $x^2 = 50$, $x = \pm\sqrt{50} = \pm\sqrt{25 \times 2} = \pm 5\sqrt{2}$

$x > 0$ なので $x = 5\sqrt{2}$ よって底面の半径は $5\sqrt{2} \text{ cm}$ … 答

[問題](1 学期中間)

右の図のような直角二等辺三角形 ABC の辺 BC の長さを求めなさい。(図や式など考え方を書いて求めなさい。)



[解答欄]

[解答]

BC の長さを $2x \text{ cm}$ とすると、AH は $x \text{ cm}$ なので、

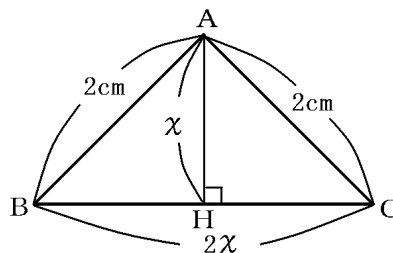
ABC の面積は $\frac{1}{2} \times 2x \times x = x^2 \dots$

また AB を底辺と考えると、AC が高さになる。

したがって ABC の面積は、 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \dots$

、より $x^2 = 2$ よって $x = \sqrt{2}$

したがって、BC の長さは $2\sqrt{2} \text{ cm}$ … 答



[問題](2 学期中間)

長さ 40 cm のひもで長方形をつくり，その面積が 84 cm^2 になるようにします。長方形の縦と横の長さを次の手順で求めなさい。ただし，縦が横より短い長方形をつくるものとします。

- (1) 長方形の縦の長さを $x \text{ cm}$ として方程式をつくりなさい。
- (2) 長方形の縦と横の長さ求めなさい。

[解答欄]

[解答]

(1) 長方形の縦の長さを $x \text{ cm}$ とすると，(縦) + (横) = $40 \div 2 = 20 \text{ cm}$ なので，横の長さは $20 - x \text{ cm}$

長方形の面積 = (縦) \times (横) = $x(20 - x) = 84$

$20x - x^2 = 84$ よって $x^2 - 20x + 84 = 0 \cdots$ 答

(2) かけて 84，加えて -20 になる 2 数は $-6, -14$ なので， $x^2 - 20x + 84 = 0$ の左辺を因数分解すると， $(x - 6)(x - 14) = 0$ よって $x - 6 = 0, x - 14 = 0$

ゆえに $x = 6, 14$

縦 $x = 6$ のとき，横 = $20 - x = 20 - 6 = 14$

縦 $x = 14$ のとき，横 = $20 - x = 20 - 14 = 6$

縦が横より短いので $x = 6$

よって縦は 6 cm ，横は $14 \text{ cm} \cdots$ 答

[問題](2 学期中間)

正方形の土地があります。この土地の縦を 4 m 短くし，横を 6 m 長くして長方形にすると，その面積は 600 m^2 になります。この正方形の土地の 1 辺の長さを $x \text{ m}$ として方程式を作り，正方形の土地の 1 辺の長さを求めなさい。

[解答欄]

--

[解答]

縦を4 m 短くするので、長方形の縦の長さは、 $x - 4$ (m)

横を6 m 長くするので、長方形の横の長さは、 $x + 6$ (m)

(長方形の面積) = (縦) × (横) = $(x - 4) \times (x + 6) = 600$ (m²)

$$x^2 + 2x - 24 = 600, x^2 + 2x - 624 = 0$$

かけて-624, 加えて2 になる2 数は-24, 26 なので $(x - 24)(x + 26) = 0$

よって $x - 24 = 0, x + 26 = 0$ ゆえに $x = 24, -26$

$x > 0$ なので、 $x = 24$ よって正方形の1 辺の長さは24 m... 答

[問題](2 学期中間)

次の問題について、()の中にあてはまるもっとも簡単な数または式を解答欄に記入しなさい。

ある正方形の縦を4 cm 短くし、横を3 cm 長くした長方形をつくったら、面積が60 cm² になった。もとの正方形の1 辺の長さを求めなさい。

< 解 >

はじめの正方形の1 辺の長さを x cm とし、それぞれの長さを x を用いて表すと、縦の長さは()cm、横の長さは()cm となる。

これらの方程式をたてると、() = 60

この方程式を解くと、 $x = ()$ 、() x は正の数だから、 $x = ()$

これは問題に合う。

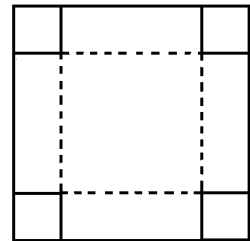
よって、はじめの正方形の1 辺の長さは()cm になる。

[解答欄]

[解答] $x-4$ $x+3$ $(x-4)(x+3)$ -8 9 9 9

[問題](2学期中間)

正方形の紙がある。右の図のように、この4すみから1辺が5 cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくと、容積が 720 cm^3 になった。もとの正方形の紙の1辺の長さは何 cm か。方程式をつくって求めなさい。



[解答欄]

[解答]

もとの正方形の紙の1辺の長さを $x \text{ cm}$ とすると、

底辺の正方形の1辺の長さは $x - 10 \text{ cm}$ なので

$$(\text{容積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = (x - 10)^2 \times 5 = 720$$

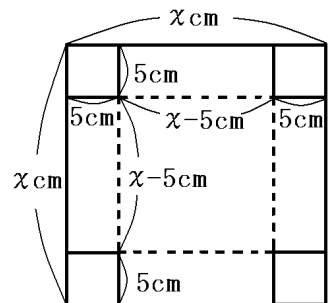
$$(x - 10)^2 = 144, \quad x - 10 = \pm 12$$

$$x - 10 = -12 \text{ のとき } x = -2$$

$$x - 10 = 12 \text{ のとき } x = 22$$

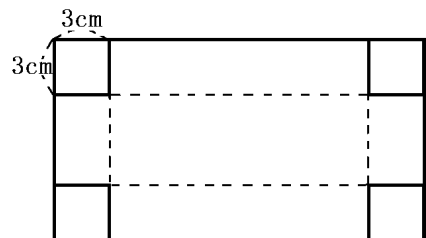
$$x > 10 \text{ なので, } x = 22$$

もとの正方形の1辺の長さは 22 cm ・・・答



[問題](2学期中間)

右の図のように横の長さが縦の長さの2倍の長方形の厚紙があります。この厚紙の4すみから1辺が3 cmの正方形を切り取り、ふたのない直方体の箱を作ったところ、容積は 168 cm^3 でした。もとの厚紙の縦の長さを求めなさい。



(1) もとの厚紙の縦の長さを x として方程式をつくりなさい。

(2) 答えを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $x^2 - 9x - 10 = 0$ (2) 10 cm

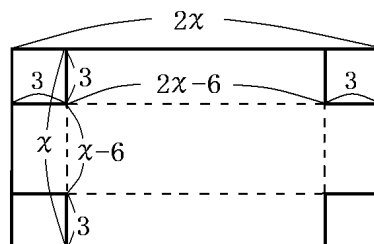
[解説]

(1) 厚紙の横の長さは縦の長さ x cm の 2 倍なので $2x$ cm。

直方体の底面の長方形の縦は $x - 3 - 3 = x - 6$ cm ,

直方体の底面の長方形の横は $2x - 3 - 3 = 2x - 6$ cm ,

高さは 3cm



(直方体の容積) = (底面の縦) × (底面の横) × (高さ)

$$= (x - 6) \times (2x - 6) \times 3 = 168 ,$$

$$(x - 6) \times 2(x - 3) \times 3 = 168$$

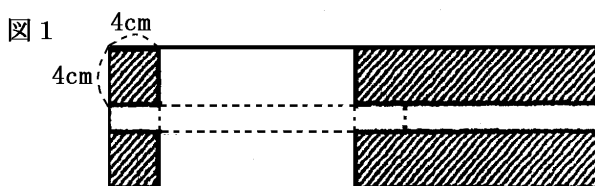
両辺を 6 で割ると , $(x - 6)(x - 3) = 28$, $x^2 - 9x + 18 = 28$, $x^2 - 9x - 10 = 0$

(2) かけて -10 , 加えて -9 になる 2 数は -10 , 1 なので , $x^2 - 9x - 10 = 0$ の左辺を因数分解して , $(x - 10)(x + 1) = 0$ よって $x - 10 = 0$, $x + 1 = 0$ ゆえに $x = 10$, -1

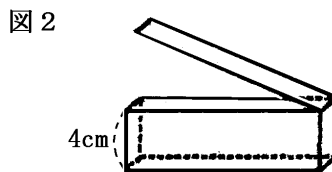
$x > 0$ なので $x = 10$ ゆえに , 縦の長さは 10 cm

[問題](3 学期)

右の図 1 のような , 横の長さが縦の長さの 4 倍の長方形の厚紙を使い , 影をつけた部分を切り取って , 図 2 のようなふたのついた直方体の箱をつくる。このとき , 次の各問いに答えよ。



(1) もとの厚紙の縦の長さが , 12 cm であるとき , 出来上がった直方体の体積を求めよ。



(2) 出来上がった直方体の体積が , 128 cm³ になるときのもとの厚紙の縦の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

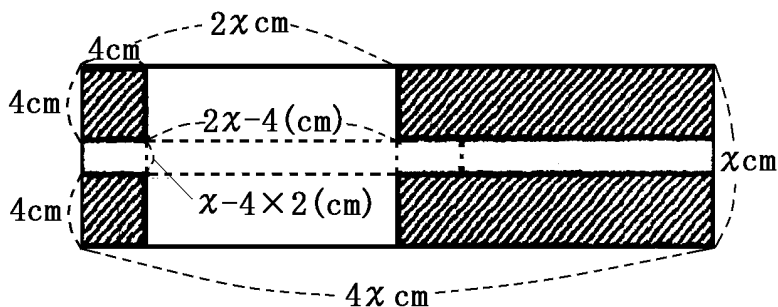
[解答](1) 320 cm³ (2) 10 cm

[解説]

(1) 底面の長方形の縦は $12 - 4 \times 2 = 4$, 底面の横は $(12 \times 4 - 4 \times 2) \div 2 = 20$

ゆえに直方体の体積は, $4 \times 20 \times 4 = 320 \text{ cm}^3$

(2) 縦の長さを $x \text{ cm}$ とすると, この立体の底面の縦は $x - 4 \times 2 = x - 8 \text{ (cm)}$



底面の横は $2x - 4 \text{ (cm)}$

よって, (体積) = (縦) \times (横) \times (高さ) = $(x - 8) \times (2x - 4) \times 4 = 128$

$(x - 8) \times 2(x - 2) \times 4 = 128$, 両辺を8でわると, $(x - 8)(x - 2) = 16$

$x^2 - 10x + 16 = 16$, $x^2 - 10x = 0$, $x(x - 10) = 0$

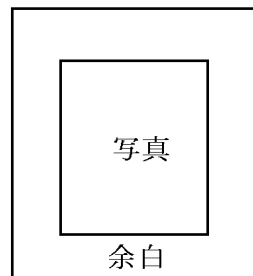
よって $x = 0$, $x - 10 = 0$ ゆえに $x = 0, 10$

$x > 0$ なので $x = 10$

[問題](2 学期中間)

右の図のように, 写真立ての中に縦, 横の長さがそれぞれ 10 cm , 6 cm の写真を余白の縦, 横の幅が同じになるように入れ, 写真立ての面積が写真の面積の $\frac{7}{3}$ になるようにする。写真立ての余白の幅を何 cm にすればよいか求めなさい。

[解答欄]



[解答]

写真立ての余白の幅を x cm とすると,

写真立ての縦は $10 + 2x$ (cm), 横は $6 + 2x$ (cm)

$$(\text{写真立ての面積}) = (10 + 2x)(6 + 2x) = (2x + 10)(2x + 6)$$

(写真の面積) = $10 \times 6 = 60$ で,

写真立ての面積が写真の面積の $\frac{7}{3}$ なので,

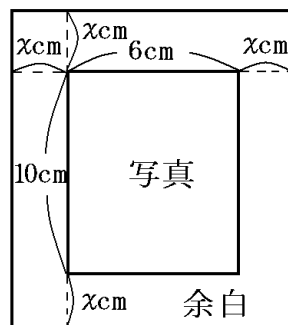
$$(2x + 10)(2x + 6) = 60 \times \frac{7}{3}, (2x)^2 + 16 \times 2x + 60 = 140$$

$$4x^2 + 32x - 80 = 0, x^2 + 8x - 20 = 0$$

かけて -20 , 加えて 8 になる 2 数は $-2, 10$ なので, $(x - 2)(x + 10) = 0$

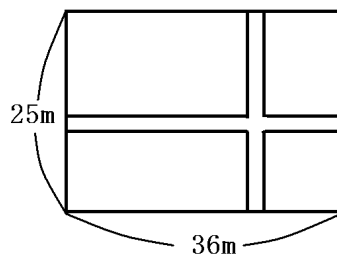
よって $x - 2 = 0, x + 10 = 0$ ゆえに $x = 2, -10$

$x > 0$ なので $x = 2$ ゆえに, 余白の幅は 2 cm...答



[問題](2学期中間)

2辺の長さが 25 m, 36 m の長方形の畑があります。これに右の図のように縦と横に同じ幅の道を作り, 残った畑の面積が 840 m^2 になるようにします。道幅を次の手順で求めなさい。



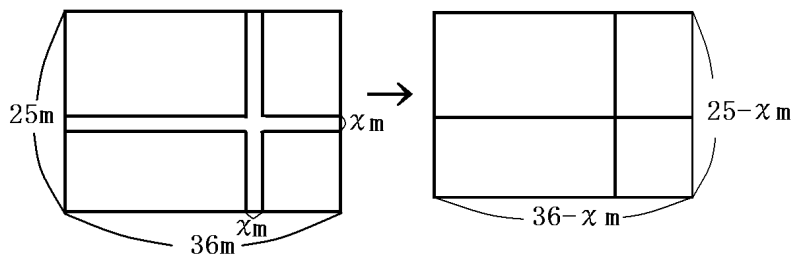
(1) 道幅を x m として方程式をつくりなさい。

(2) 道幅をいくらにすればよいですか。

[解答欄]

[解答]

(1)



図のように、道の部分を切り取ると、縦が $25 - x$ m、横が $36 - x$ m の長方形ができる。

この面積が 840 m^2 なので、

$$(\text{面積}) = (\text{縦}) \times (\text{横}) = (25 - x)(36 - x) = 840$$

$$(x - 25)(x - 36) = 840, x^2 - 61x + 900 - 840 = 0, x^2 - 61x + 60 = 0 \cdots \text{答}$$

* (別解)

道の面積は、 $36x + 25x - x^2$ で全体の面積が $25 \times 36 = 900$ なので

$$900 - (36x + 25x - x^2) = 840 \quad \text{整理すると、} x^2 - 61x + 60 = 0$$

(2) かけて 60 、加えて -61 になる 2 数は -60 なので、 $x^2 - 61x + 60 = 0$ の左辺を因数

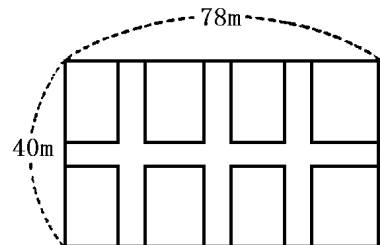
分解して、 $(x - 1)(x - 60) = 0$ よって $x - 1 = 0, x - 60 = 0$ ゆえに $x = 1, 60$

$0 < x < 25$ なので $x = 1$

よって道幅は $1 \text{ m} \cdots \text{答}$

[問題](2 学期期末)

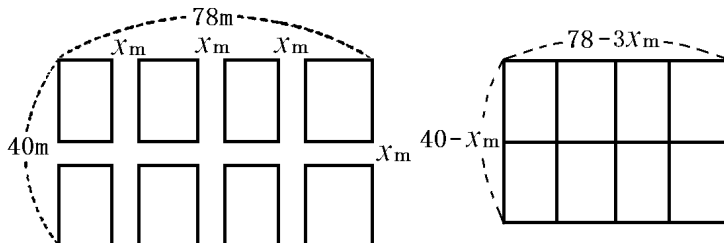
縦 40 m 、横 78 m の長方形の土地がある。右の図のように、同じ幅の道路を縦 3 本、横 1 本つけて、面積が等しい 8 区画の土地に分け、 1 区画の土地の面積を 255 m^2 にした。このとき、道路の幅を求めなさい。



[解答欄]

[解答]

道路の幅を $x \text{ m}$ とする。



道路部分を切り取って8区画をつなげると，上右図のようになるので，
その面積は $(40-x)\times(78-3x)$ となる。1区画の面積が 255 m^2 なので，
(面積) = $(40-x)\times(78-3x) = 255\times 8$

式を整理すると， $40\times 78-120x-78x+3x^2 = 2040$

$$3x^2 - 198x + 3120 - 2040 = 0, 3x^2 - 198x + 1080 = 0$$

$$x^2 - 66x + 360 = 0 \quad \text{かけて} 360, \text{加えて} -66 \text{になる} 2 \text{数は} -6, -60$$

よって $(x-6)(x-60) = 0$, $x = 6, 60$ 道幅を $x = 60$ にはできないので $x = 60$ は不適。

ゆえに $x = 6$ よって，道路の幅は $6\text{ m}\cdots$ 答

* (別解) 道路の幅を $x\text{ m}$ とすると，道路部分の面積の合計は，

$$x\times 78 + 40\times x\times 3 - 3x^2 = -3x^2 + 198x$$

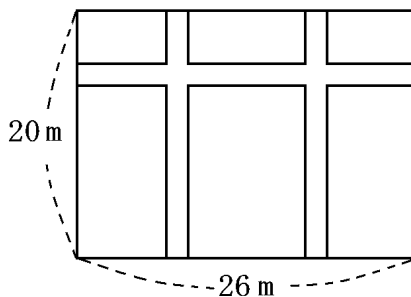
土地の面積は， $40\times 78 = 255\times 8 + (-3x^2 + 198x)$ 整理すると， $x^2 - 66x + 360 = 0$

$(x-6)(x-60) = 0$ で $x = 6, 60$ $x = 6$ のみ題意に適する。

よって，道路の幅は $6\text{ m}\cdots$ 答

[問題](2 学期中間)

縦 20 m ，横 26 m の長方形の土地に，図のように同じ幅の道をつけたところ，残りの土地の面積が 396 m^2 になった。道幅を $x\text{ m}$ として次の問いに答えなさい。



(1) 方程式を作りなさい。

(2) (1)の方程式を解いて，道路の幅を求めなさい。

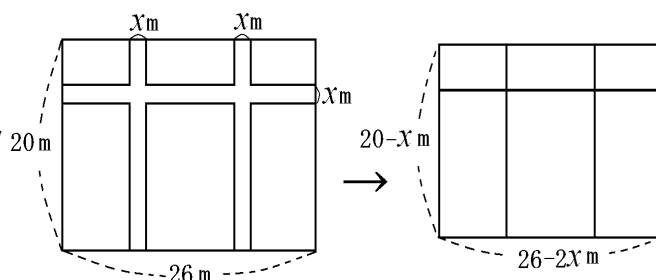
[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $(20-x)(26-2x) = 396$ (2) 2 m

[解説]

道路の部分を切り取って，残りの土地をつなげると，たて $20-x\text{ (m)}$ ，横 $26-2x\text{ (m)}$ の長方形になる。よって $(20-x)(26-2x) = 396$



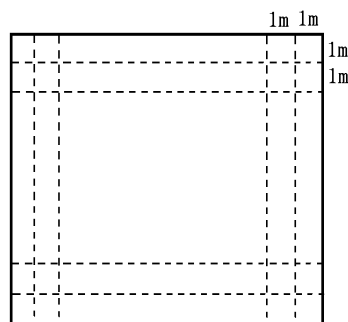
$$520 - 40x - 26x + 2x^2 = 396$$

$$2x^2 - 66x + 124 = 0, x^2 - 33x + 62 = 0$$

$(x-2)(x-31) = 0$ $x = 2, 31$ 明らかに $x = 31$ は不適 $x = 2$ は問題にあてはまる。

[問題](2 学期中間)

縦,横に 1m 間隔に花を植え,横が縦より 2m 長い長方形の花だんをつくったところ,花を 143 本使った。花だんの縦の長さを求めなさい。ただし,長方形の周辺部にも花を植えるものとする。また,縦の長さは整数とする。



[解答欄]

[解答]

例えば,たて 3m,横 5m の花壇の場合,右図のように,

横 1 列に植える花は, $5 + 1 = 6$ 本で,

たて 1 列に植える花は, $3 + 1 = 4$ 本である。

花だんの縦の長さを x m とすると,横の長さは $x + 2$ (m) である。

横に 1m 間隔で花を植えるので,横 1 列に植える花は $x + 3$ (本)

になる。

縦の長さが x m なので,縦に $x + 1$ (列) になる。

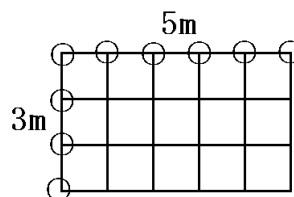
よって,花の総数は, $(x + 3)(x + 1) = 143$

$x^2 + 4x + 3 - 143 = 0$, $x^2 + 4x - 140 = 0$

$(x + 14)(x - 10) = 0$

$x > 0$ なので, $x = 10$ これは問題にあてはまる。

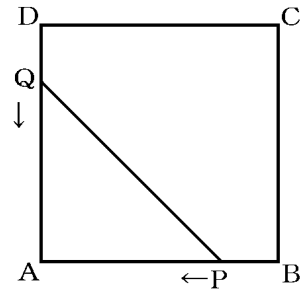
よって,縦の長さは 10m となる。…答



【】二次方程式の利用（動点の問題）

[問題](2学期中間)

右の図のように、1辺の長さが20cmの正方形ABCDの辺AB、辺AD上に点P、Qがあり、P、QはそれぞれB、DからAに向かって毎秒2cmの速さで動くものとします。点P、QがB、Dを同時に出発するとき、APQの面積が 98cm^2 になるのは何秒後になるかを次の手順で求めなさい。



(1) x 秒後に、APQの面積が 98cm^2 になるとして方程式をつくりなさい。

(2) APQの面積が 98cm^2 になるのは何秒後ですか。

[解答欄]

[解答]

(1) 毎秒2cmで x 秒の間に動く距離は $2 \times x = 2x\text{cm}$ なので、 $BP = DQ = 2x\text{cm}$ よって、 $AP = AB - BP = 20 - 2x\text{cm}$ 、 $AQ = AD - DQ = 20 - 2x\text{cm}$

$$\text{APQの面積} = \frac{1}{2} \times AP \times AQ = \frac{1}{2} (20 - 2x)^2 = 98$$

$$\frac{1}{2} \{2(10 - x)\}^2 = 98, \frac{1}{2} \times 2^2 \times (10 - x)^2 = 98, 2(10 - x)^2 = 98$$

$$\text{ゆえに、} (x - 10)^2 = 49$$

$$(2) (x - 10)^2 = 49 \text{ より } x - 10 = \pm 7$$

$$x - 10 = 7 \text{ のとき } x = 17$$

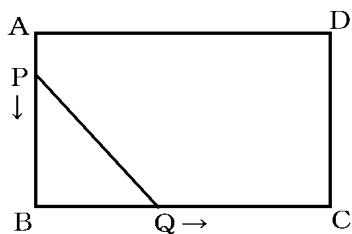
$$x - 10 = -7 \text{ のとき } x = 3$$

P、QがそれぞれAB、AD上にあるのは $0 \leq x \leq 10$ よって $x = 3$

3秒後…答

[問題](2 学期中間)

AB = 8 cm , BC = 16 cm の長方形 ABCD があります。点 P は、辺 AB 上を A から B まで毎秒 1 cm の速さで動き、点 Q は辺 BC 上を B から C まで毎秒 2 cm の速さで動くものとして、P、Q が同時に出発するとき、PBQ の面積が 15 cm^2 になるのは何秒後ですか。PBQ の面積が 15 cm^2 になる時間を x 秒後として方程式をつくって求めなさい。



[解答欄]

[解答]

x 秒後、 $BQ = 2x \text{ cm}$ 、 $AP = x \text{ cm}$ なので $BP = 8 - x \text{ cm}$

$$\text{PBQ の面積} = \frac{1}{2} \times 2x \times (8 - x) = 15$$

$$8x - x^2 = 15, \quad x^2 - 8x + 15 = 0$$

かけて15、加えて-8になる2数は-3、-5なので

$$(x - 3)(x - 5) = 0 \quad \text{よって } x - 3 = 0, \quad x - 5 = 0 \quad \text{ゆえに } x = 3, 5$$

よって3秒後と5秒後…答

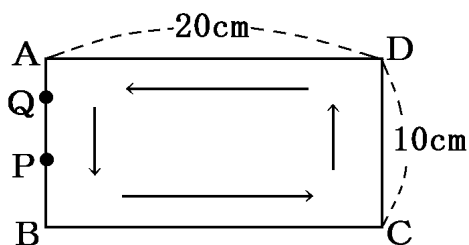
[問題](2 学期期末)

右の図のような長方形 ABCD で点 P は毎秒 5cm、点 Q は毎秒 2cm の速さで、頂点 A を同時に出発し、矢印の向きに長方形の辺上を1周します。

P が辺 BC 上に、Q が辺 AB 上にあって、

$QBP = 10 \text{ cm}^2$ になるのは、点 P が頂点 A を出

発してから何秒後ですか。 x 秒後に $QBP = 10 \text{ cm}^2$ になるとして、二次方程式をつくり解きなさい。



[解答欄]

[解答]3 秒後, 4 秒後

[解説]

x 秒後に右図のような位置にあるとき,

$AQ = 2x$ なので, $BQ = 10 - 2x$

$AB + BP = 5x$ なので, $BP = 5x - 10$

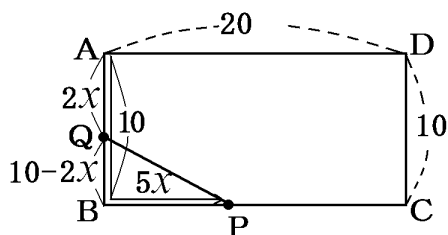
QBP の面積 = $\frac{1}{2} \times BP \times BQ = 10$ なので,

$$\frac{1}{2} \times (5x - 10) \times (10 - 2x) = 10, \quad \frac{1}{2} (-10x^2 + 70x - 100) = 10$$

$$-5x^2 + 35x - 50 - 10 = 0, \quad -5x^2 + 35x - 60 = 0, \quad x^2 - 7x + 12 = 0$$

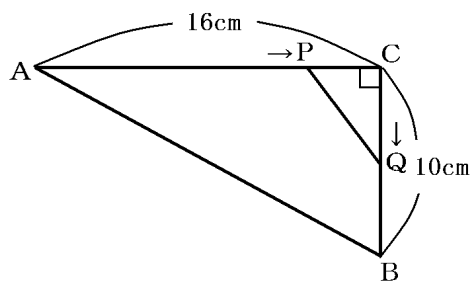
左辺を因数分解すると, $(x - 3)(x - 4) = 0, \quad x = 3, 4$

$x = 3, 4$ ともに条件を満たす。よって, 3 秒後, 4 秒後... 答



[問題](2 学期中間)

右の図のような, $C = 90^\circ$ である直角三角形 ABC がある。いま, 点 P は A を出発して, 辺 AC 上を C に向かって毎秒 2 cm の速さで動き, 点 Q は C を出発して, 辺 CB 上を引こに向かって毎秒 1 cm の速さで動く。P, Q がそれぞれ A, C を同時に出発してから何秒後に, PQC の面積が 15 cm^2 になるかを求めなさい。



[解答欄]

[解答]

x 秒後には $AP = 2x$ なので、 $PC = 16 - 2x$ 。また、 $CQ = x$

$$\text{PQC の面積} = \frac{1}{2} \times (16 - 2x) \times x = 15$$

$$(8 - x)x = 15, 8x - x^2 = 15, x^2 - 8x + 15 = 0$$

かけて15，加えて-8になる2数は-3，-5なので，

$$(x - 3)(x - 5) = 0 \quad \text{ゆえに，} x - 3 = 0, x - 5 = 0 \quad x = 3, 5$$

$x = 3$ 秒後に P は AC 上， Q は CB 上にあるので $x = 3$ は条件を満たす。

また， $x = 5$ 秒後に P は AC 上， Q は CB 上にあるので $x = 5$ は条件を満たす。

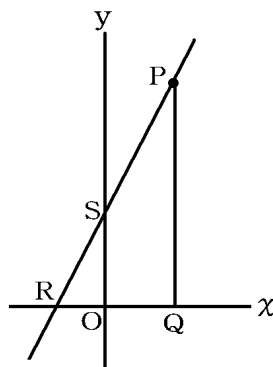
ゆえに，3秒後と5秒後・・・答

[問題](2学期期末)

右の図のように，直線 $y = 2x + 4$ 上の y 軸より右側に点 P をとり， P から x 軸にひいた垂線を PQ とする。

直線 $y = 2x + 4$ と x 軸， y 軸との交点をそれぞれ R ， S とする。点 P の x 座標を a として，

- (1) 点 P の y 座標を a を使って表しなさい。
- (2) 台形 $SOQP$ の面積が12になるとき，次の方程式を完成してそれを解き， P の座標を求めなさい。



$$(\quad) = 12$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $y = 2a + 4$ (2) $\frac{1}{2}(4 + 2a + 4) \times a$, $P(2, 8)$

[解説]

(1) $y = 2x + 4$ に $x = a$ を代入すると， $y = 2a + 4$

(2) $SO = 4$ ， $OP = 2a + 4$ ， $OQ = a$ なので ，

$$(\text{台形 } SOQP \text{ の面積}) = \frac{1}{2}(4 + 2a + 4) \times a = 12$$

$$a^2 + 4a - 12 = 0 , (a - 2)(a + 6) = 0$$

$a > 0$ なので, $a = 2$

$$y = 2a + 4 = 2 \times 2 + 4 = 8$$

ゆえに, 点Pの座用は $P(2, 8)$

[印刷 / 他の PDF ファイルについて]

このファイルは、FdData 中間期末数学 3 年(7,200 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word(または一太郎)の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。FdData 中間期末(社会・理科・数学)全分野の PDF ファイル、および製品版の購入方法は <http://www.fdtype.com/dat/> に掲載しております。

下図のような、[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData)]を、Windows のデスクトップ上にインストールすれば、FdData 中間期末・FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1500 ページ)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData(Word 版) 【 <http://www.fdtype.com/lnk/instRunFdDataWDs.exe> 】

RunFdData(一太郎版) 【 <http://www.fdtype.com/lnk/instRunFdDataTAs.exe> 】

ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd 教材開発 : URL <http://www.fdtype.com/dat/> Tel (092) 404-2266】