【】係数の決定

[係数aを求める]

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2+2x-a=0$ の 1 つの解が-3であるとき，aの値を求めよ。また，もう 1 つの解を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=3$　$x=1$

[解説]

$x^2+2x-a=0$・・・①の解の 1 つが-3であるので，$x=-3$を①の左辺に代入しても①の等式が成り立つ。

$x^2+2x-a=0$ に $x=-3$ を代入すると，$9-6-a=0$，$3-a=0$，$a=3$

$x^2+2x-a=0$ に $a=3$ を代入すると $x^2+2x-3=0$

かけて-3，加えて2になる 2 数は$-1, 3$なので，$(x-1)(x+3)=0$

よって $x-1=0, x+3=0$　ゆえに $x=1, -3$

以上より $a=3$，他の解は $x=1$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2+ax-10=0$ の解の 1 つが 2 であるとき，aの値を求めよ。また，他の解を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=3$　$x=-5$

[解説]

$x^2+ax-10=0$ に $x=2$ を代入すると，$4+2a-10=0$，$2a-6=0, 2a=6, a=3$

次に $x^2+ax-10=0$ に $a=3$ を代入すると，$x^2+3x-10=0$

かけて-10，加えて3になる 2 数は$-2, 5$　よって $(x-2)(x+5)=0$

$x-2=0, x+5=0$　ゆえに $x=2, -5$

以上より $a=3$，他の解は $x=-5$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2+ax-4=0$ の解の 1 つは -1 である。このとき，a の値ともう 1 つの解を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=-3$　$x=4$

[解説]

$x^2+ax-4=0$ に $x=-1$ を代入すると，$1-a-4=0$，$-3-a=0$，$a=-3$

$a=-3$ を $x^2+ax-4=0$ に代入すると，$x^2-3x-4=0$

かけて -4，加えて -3 になる 2 数は $-4,\ 1$ なので，$(x-4)(x+1)=0$

よって $x-4=0,\ x+1=0$　ゆえに $x=4,\ -1$

以上より $a=-3$，他の解は $x=4$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2-ax+3=0$ の解の 1 つが 3 であるとき，a の値を求めよ。また，他の解を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=4$　$x=1$

[解説]

$x^2-ax+3=0$ に $x=3$ を代入すると，$9-3a+3=0$，$-3a=-12$，$a=4$

$a=4$ を $x^2-ax+3=0$ に代入すると，$x^2-4x+3=0$，かけて 3，加えて -4 になる 2 数は $-1,\ -3$ なので，$(x-1)(x-3)=0$　ゆえに $x=1,\ 3$

以上より $a=4$，他の解は $x=1$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2-ax+6=0$ の解の 1 つが 2 であるとき，a の値を求めよ。また他の解も求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=5$　 $x=3$

[解説]

$x^2-ax+6=0$ に $x=2$ を代入すると，$4-2a+6=0$，$-2a=-10$，$a=5$

$a=5$ を $x^2-ax+6=0$ に代入すると，$x^2-5x+6=0$

かけて 6，加えて -5 になる 2 数は $-2,\ -3$ なので $(x-2)(x-3)=0$，ゆえに $x=2,\ 3$

以上より $a=5$，他の解は $x=3$

[問題](3 学期)

二次方程式 $x^2+ax-7=0$ の解が－1 と b であるとき，$a,\ b$ の値を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$b=$

[解答] $a=-6$　 $b=7$

[解説]

$x=-1$ を $x^2+ax-7=0$ に代入すると，$1-a-7=0,\ a=-6$

$a=-6$ を $x^2+ax-7=0$ に代入すると，$x^2-6x-7=0,\ (x+1)(x-7)=0$

$x+1=0,\ x-7=0$　ゆえに $x=-1,\ 7$

よって，$b=7$

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2+ax-14=0$ の解の 1 つが 2 であるとき，他の解を求めよ。

[解答欄]

[解答] $x=-7$

[解説]

$x^2+ax-14=0$ に $x=2$ を代入すると，$4+2a-14=0$，$10-2a=0$，$a=5$

$x^2+ax-14=0$ に $a=5$ を代入すると，$x^2+5x-14=0$，$(x-2)(x+7)=0$

$x=2,\ -7$

よって，他の解は $x=-7$

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2+3x-4a=0$ の解の 1 つが -8 であるとき，他の解を求めよ。

[解答欄]

[解答] $x=5$

[解説]

$x^2+3x-4a=0$ に $x=-8$ を代入すると，

$64-24-4a=0,\ -4a=-64+24,\ -4a=-40$， $a=10$

$a=10$ を $x^2+3x-4a=0$ に代入すると， $x^2+3x-40=0$， $(x-5)(x+8)=0$

$x-5=0,\ x+8=0$ ゆえに， $x=5,\ -8$

したがって，他の解は $x=5$

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2-2x-15=0$ の負の解が, 二次方程式 $x^2+ax-2a+6=0$ の解の 1 つになっている。このとき， a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=3$

[解説]

まず二次方程式 $x^2-2x-15=0$ ･･･①を解くために左辺を因数分解する。かけて -15，加えて -2 になる 2 数は $-5,\ 3$ なので, $(x-5)(x+3)=0$，$x-5=0$ または $x+3=0$，$x=5,\ -3$

このうちの負の解 $x=-3$ は $x^2+ax-2a+6=0$ ･･･②の解の 1 つにもなっているので, $x=-3$ を②に代入して， $9-3a-2a+6=0$ が成り立つ。 a についての方程式として解くと， $-5a=-15$， $a=3$

[問題](2 学期中間)

　二次方程式 $x^2-ax+3=0$ の解の 1 つが，二次方程式 $x^2-6x+9=0$ の解と等しいとき，a の値を求めよ。また，二次方程式 $x^2-ax+3=0$ の他の解も求めよ。

[解答欄]

$a=$	$x=$

[解答] $a=4$　$x=1$

[解説]

まず，$x^2-6x+9=0$ を解く。$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ の公式を使って左辺を因数分解すると，$(x-3)^2=0$，$x=3$

$x^2-ax+3=0$ の解の 1 つが $x=3$ なので，$x=3$ を $x^2-ax+3=0$ に代入すると，

$9-3a+3=0$，$-3a+12=0$，$-3a=-12$，$a=4$

$x^2-ax+3=0$ に $a=4$ を代入すると，$x^2-4x+3=0$，かけて 3，加えて -4 になる 2 数は -1，-3 なので $(x-1)(x-3)=0$　よって $x-1=0$，$x-3=0$　ゆえに $x=1$，3

以上より，$a=4$，他の解は $x=1$

[係数 a，b を求める]

[問題](2 学期中間)

　二次方程式 $x^2+ax+b=0$ の 2 つの解が $x=2$，5 であるとき，a，b の値を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$b=$

[解答] $a=-7$　$b=10$

[解説]

$x^2+ax+b=0$ に $x=2$ を代入すると，$4+2a+b=0$・・・①

また，$x=5$ を代入すると，$25+5a+b=0$・・・②

①，②を連立方程式の加減法で解く。

②－①で b を消去すると，$21+3a=0$，$3a=-21$，$a=-7$

①に $a=-7$ を代入すると，$4-14+b=0$，$-10+b=0$，$b=10$

ゆえに $a=-7$，$b=10$

＊(別解) $x=2$，5 を 2 解とする二次方程式は $(x-2)(x-5)=0$，$x^2-7x+10=0$

よって，$a=-7$，$b=10$

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2+px+q=0$ の解が 3 と 7 のとき p, q の値を求めよ。

[解答欄]

$p=$	$q=$

[解答] $p=-10$　$q=21$

[解説]

$x^2+px+q=0$ に $x=3$ を代入して，$9+3p+q=0$ ･･･①

$x^2+px+q=0$ に $x=7$ を代入して，$49+7p+q=0$ ･･･②

①，②を連立方程式の加減法で解く。②－①より，$40+4p=0$，$4p=-40$, $p=-10$

①に $p=-10$ を代入すると，$9-30+q=0$，$q=21$

(別解)

2 解が 3 と 7 である二次方程式は，$(x-3)(x-7)=0$, $x^2-10x+21=0$

よって，$p=-10$, $q=21$

[問題](2 学期中間)

$x^2-ax-b=0$ の解が -1 と 7 であるとき，二次方程式 $x^2-bx+a=0$ を解け。

[解答欄]

[解答] $x=6,\ 1$

[解説]

$x^2-ax-b=0$ に $x=-1$ を代入して，$1+a-b=0$ ･･･①

$x^2-ax-b=0$ に $x=7$ を代入して，$49-7a-b=0$ ･･･②

①，②を連立方程式の加減法で解く。①－②より，

$-48+8a=0$，$8a=48$，$a=6$

$a=6$ を①に代入すると，$1+6-b=0$，$b=7$

次に，$a=6$，$b=7$ を二次方程式 $x^2-bx+a=0$ に代入すると，

$x^2-7x+6=0$

$(x-6)(x-1)=0$

よって，$x=6,\ 1$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2+3ax-4b=0$ と $x^2-ax+2b=0$ の 1 つの解がどちらも $x=2$ である。このとき，a, b の値を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$b=$

[解答] $a=-6$　$b=-8$

[解説]

$x^2+3ax-4b=0$ に $x=2$ を代入して，$4+6a-4b=0$・・・①

$x^2-ax+2b=0$ に $x=2$ を代入して，$4-2a+2b=0$・・・②

①，②を連立方程式の加減法で解く。

①÷2 より，$2+3a-2b=0$・・・①'

①'＋②より，$6+a=0$，$a=-6$

$a=-6$ を②に代入すると，$4+12+2b=0$，$16+2b=0$，$2b=-16$，$b=-8$

よって，$a=-6$，$b=-8$

[ただ 1 つの解をもつとき]

[問題](2 学期中間)

$x^2+12x+a=0$ がただ 1 つの解をもつように，a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=36$

[解説]

ただ 1 つの解をもつのは，$x^2+12x+a=0$ が $(x+p)^2=0$ と変形できる場合である。

$(x+p)^2=0$ の左辺を展開すると，

$x^2+2px+p^2=0$

$x^2+12x+a=0$ と $x^2+2px+p^2=0$ はまったく同じ式になるので，

$12=2p$，$p=6$

また，$a=p^2$ なので，$a=6^2=36$

[問題](前期期末)

　二次方程式 $x^2-3x=x-a$ の解が 1 つだけのとき，a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=4$

[解説]

$x^2-3x=x-a$ を整理すると，$x^2-4x+a=0$

ただ 1 つの解をもつのは，$x^2-4x+a=0$ が $(x-p)^2=0$ と変形できる場合である。

$(x-p)^2=0$ の左辺を展開すると，$x^2-2px+p^2=0$

$x^2-4x+a=0$ と $x^2-2px+p^2=0$ はまったく同じ式になるので,

$-4=-2p$，$p=2$

また，$a=p^2$ なので，$a=2^2=4$

[解が整数のとき]

[問題](2 学期期末)

　x についての二次方程式 $x^2-nx+12=0$ の 2 つの解が，どちらも正の整数になったという。このとき，n の値をすべて求めよ。

[解答欄]

[解答] $n=7,\ 8,\ 13$

[解説]

二次方程式 $x^2-nx+12=0$ ･･･① の 2 つの解を $a,\ b$ とする(ただし，$a<b$)。

$x=a,\ b$ を解とする二次方程式は $(x-a)(x-b)=0$ で,

展開すると $x^2-(a+b)x+ab=0$ ･･･②

①と②の式はまったく同じものなので,

$a+b=n$ ･･･③

$ab=12$ ･･･④ が成り立つ。

④の式について，$a,\ b$ は正の整数なので,

かけて12になる $(a,\ b)$ の組み合わせは，$(1,\ 12),\ (2,\ 6),\ (3,\ 4)$ の 3 通りになる。

$(1,\ 12)$ のとき $n=a+b=1+12=13$

$(2,\ 6)$のとき$n=a+b=2+6=8$

$(3,\ 4)$のとき$n=a+b=3+4=7$

ゆえに$n=7,\ 8,\ 13$

[問題](2 学期中間)

　二次方程式$x^2+px+6=0$の 2 つの解が負の整数であるとき，pの値をすべて求めよ。

[解答欄]

[解答] $p=5,\ 7$

[解説]

二次方程式$x^2+px+6=0\cdots$① の 2 つの解を$a,\ b$とする(ただし，$a>b$)。

$x=a,\ b$を解とする二次方程式は$(x-a)(x-b)=0$で，

展開すると$x^2-(a+b)x+ab=0\cdots$②

①と②の式はまったく同じものなので，

$-(a+b)=p\cdots$③

$ab=6\cdots$④ が成り立つ。

④の式について，$a,\ b$は負の整数なので，かけて6になる$(a,\ b)$の組み合わせは，

$(-1,\ -6)$，$(-2,\ -3)$の 2 通りである。

③より，$p=-a-b$

$(-1,\ -6)$のとき，$p=1+6=7$

$(-2,\ -3)$のとき，$p=2+3=5$

よって，$p=5,\ 7$

【】整数の問題

[～は 24 になる]

[問題](2 学期中間)

ある正の整数に 5 を加え，これにもとの数をかけると 24 になる。もとの整数を方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[解答]

正の整数を x とすると，

$(x+5)\times x=24$

$x^2+5x-24=0$

$(x-3)(x+8)=0$

$x=3,\ -8$

x は正の整数だから， $x=-8$ は問題にあわない。

$x=3$ は問題にあっている。

もとの整数は 3

[問題](2 学期中間)

ある正の整数から 4 をひいて，これにもとの整数をかけると 32 になるという。もとの整数を x として方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[解答]

$(x-4)\times x=32$

$x^2-4x-32=0$

$(x-8)(x+4)=0$

　$x=8,\ -4$

x は正の整数だから，$x=-4$ は問題にあわない。

$x=8$ は問題にあう。

<u>もとの数は 8</u>

[問題](2 学期中間)

　大小 2 つの整数があり，その差は 5，積は 84 である。方程式をつくって 2 つの整数を求めよ。

[解答欄]

[解答]

小さい方の整数を x とすると，大きい方は $x+5$ となり，

$x(x+5)=84$

$x^2+5x-84=0$

$(x+12)(x-7)=0$

　$x=-12,\ 7$

$x=-12$ のとき，$x+5=-12+5=-7$　これは問題にあう。

$x=7$ のとき，$x+5=12$　これは問題にあう。

<u>2 つの整数は，－12 と－7，7 と 12</u>

[問題](2 学期中間)

大小 2 つの正の整数がある。その差は 3 で, それぞれを 2 乗した数の和は 65 になる。この 2 つの正の整数を求めよ。ただし，求める過程も書け。

[解答欄]

[解答]

小さい方の整数を x とすると，大きい方は $x+3$ となり，

$x^2+(x+3)^2=65$

$x^2+x^2+6x+9-65=0$

$2x^2+6x-56=0$

$x^2+3x-28=0$

$(x+7)(x-4)=0$

$x=-7,\ 4$

x は正の整数だから， $x=-7$ は問題にあわない。

$x=4$ のとき， $x+3=4+3=7$ 　これは問題にあう。

<u>2 つの正の整数は 4，7</u>

[A は B より～大きい(小さい)]

[問題](2 学期期末)

ある正の整数 x に 4 を加えて 2 乗するところを，誤って x に 2 を加えて 4 倍してしまったので，もとの答より 53 小さくなった。x を求めよ。

[解答欄]

[解答]

誤って計算した答 $(x+2)\times 4$ は，正しい答 $(x+4)^2$ より 53 小さいので，

$4(x+2)=(x+4)^2-53$

$4x+8=x^2+8x+16-53$

$x^2+4x-45=0$

$(x+9)(x-5)=0$

$x=-9,\ 5$

x は正の整数だから，$x=-9$ は問題にあわない。

$x=5$ は問題にあう。

$\underline{x=5}$

[解説]

「A は B より 53 小さい」は，A＝B－53

「A は B より 53 大きい」は，A＝B＋53

と機械的に等式に直すことができる。

[問題](2 学期中間)

ある自然数を 2 乗しなければならないのに，誤って 2 倍したため，計算の結果が 99 だけ小さくなった。このとき，ある自然数を求めよ。

[解答欄]

[解答]

ある自然数を x とする。

x の 2 倍は x の 2 乗より 99 小さいので,

$2x=x^2-99$

$x^2-2x-99=0$

$(x-11)(x+9)=0$

$x=11,\ -9$

x は自然数だから，$x=-9$ は問題にあわない。

$x=11$ は問題にあう。

<u>ある自然数は 11</u>

[問題](後期中間)

十の位が 7 である 3 けたの正の整数がある。一の位は百の位より 2 大きく，百の位と一の位の積は，十の位と一の位の積より 18 小さい。この整数を求めよ。

[解答欄]

[解答]

百の位をxとすると，一の位は$x+2$。

百の位と一の位の積$x(x+2)$は，十の位と一の位の積$7(x+2)$より 18 小さいので，

$x(x+2)=7(x+2)-18$

$x^2+2x=7x+14-18$

$x^2-5x+4=0$

$(x-1)(x-4)=0$

　x＝1，4

x＝1 のとき，正の整数は 173 となる。これは問題にあう。

x＝4 のとき，正の整数は 476 となる。これは問題にあう

<u>この整数は 173，476</u>

[連続する 2 つの整数]

[問題](2 学期中間)

　連続する 2 つの正の整数がある。それぞれを 2 乗した数の和が 61 になるとき，これら 2 つの整数を求めよ。ただし，2 つのうち小さい方をxとして方程式をつくり，答を求めるまでの過程も式と計算を含めて書け。

[解答欄]

[解答]

この 2 つの整数はx，$x+1$なので，

$x^2+(x+1)^2=61$

$x^2+x^2+2x+1-61=0$

$2x^2+2x-60=0$

$x^2+x-30=0$

$(x-5)(x+6)=0$

$x=5,\ -6$

xは正の整数だから，$x=-6$は問題にあわない。

$x=5$のとき，2 数は$5,\ 6$となり，問題にあっている。

2 つの整数は 5，6

[解説]

例えば，連続する 2 つの整数$5, 6$は，$5, 5+1$と表すことができる。小さい数をxとすると，連続する 2 つの整数は$x,\ x+1$と表すことができる。

[問題](2 学期中間)

連続した 2 つの正の整数がある。それぞれを 2 乗した数の和が41になるとき，これら 2 つの整数を方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[解答]

小さい方の整数をxとすると，大きい方の整数は$x+1$となり，

$x^2+(x+1)^2=41$

$x^2+x^2+2x+1-41=0$

$2x^2+2x-40=0$

$x^2+x-20=0$

$(x+5)(x-4)=0$

$x=-5,\ 4$

xは正の整数だから，$x=-5$は問題にあわない。

$x=4$のとき，2 数は$4,\ 5$となり，問題にあっている。

2 つの正の整数は，4，5

[連続する 3 つの整数]

[問題](2 学期中間)

　連続する 3 つの正の整数がある。もっとも小さい数ともっとも大きい数の積が，まん中の数の 6 倍より 6 大きくなる。次の各問いに答えよ。

(1)　もっとも小さい数を x として方程式をつくり，$ax^2+bx+c=0$ の形で書け。

(2)　これら 3 つの整数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$x^2-4x-12=0$　(2)　6，7，8

[解説]

＊例えば，連続する 3 つの整数5, 6, 7 は，5, 5＋1, 5＋2 と表すことができる。一番小さい数を x とすると，連続する 3 つの整数は x，$x+1$，$x+2$ と表すことができる。

＊「A は B より 6 大きい」は，A＝B＋6，「A は B より 6 小さい」は，A＝B－6 と機械的に数式に直すことができる。

(1) もっとも小さい数を x とするので，連続する 3 つの正の整数は，x，$x+1$，$x+2$ と表すことができる。

(もっとも小さい数ともっとも大きい数の積)＝(まん中の数の 6 倍)＋6 なので

$x(x+2)=(x+1)\times 6+6$ が成り立つ。

整理すると，$x^2+2x=6x+6+6$，$x^2-4x-12=0$

(2) かけて -12，加えて -4 になる 2 数は -6，2 なので，$x^2-4x-12=0$ の左辺を因数分解して，$(x-6)(x+2)=0$　よって $x-6=0$，$x+2=0$　ゆえに $x=6$，-2

x は正の整数だから，$x=-2$ は問題にあわない。

$x=6$ のとき，連続する 3 つの正の整数は，6，7，8 となり，問題にあっている。

[問題](2 学期中間)

　連続した 3 つの整数がある。まん中の数の 2 乗は，残りの 2 数の和より15大きくなる。この連続した 3 つの整数を次の手順で求めよ。

(1)　まん中の数を x として方程式をつくれ。

(2)　この連続した 3 つの整数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x^2=(x-1)+(x+1)+15$ (2) $-4,\ -3,\ -2$ か， $4,\ 5,\ 6$

[解説]

(1) この 3 つの整数は， $x-1,\ x,\ x+1$ と表すことができる。

まん中の数の 2 乗は，残りの 2 数の和より15大きくなるので，

$x^2=(x-1)+(x+1)+15$ が成り立つ。

(2) $x^2=(x-1)+(x+1)+15$ より，

$x^2=2x+15,\ x^2-2x-15=0$， $(x+3)(x-5)=0$， $x=-3,\ 5$

$x=-3$ のとき， $x-1=-4,\ x=-3,\ x+1=-2$

$x=5$ のとき， $x-1=4,\ x=5,\ x+1=6$

この解は問題にあっている。

連続する 3 整数は， $-4,\ -3,\ -2$ か， $4,\ 5,\ 6$

[問題](1 学期期末)

連続する 3 つの整数のうち，もっとも小さい数の 2 乗は他の 2 数の積より 29 小さくなる。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 連続する 3 つの整数を，整数 x を使って表せ。

(2) この 3 つの数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x-1,\ x,\ x+1$（$x,\ x+1,\ x+2$） (2) $9, 10, 11$

[解説]

(1) 真ん中の数を x とおくと，計算が楽になる場合が多い。

(2)「A は B より 5 大きい」は A＝B＋5，「A は B より 5 小さい」は A＝B－5 と機械的に等式に直すことができる。

もっとも小さい数 $x-1$ の 2 乗は他の 2 数 $x,\ x+1$ の積より 29 小さくなるので，

$(x-1)^2=x(x+1)-29,\ x^2-2x+1=x^2+x-29,\ x^2-2x-x^2-x=-29-1$

$-3x=-30$， $x=10$

$x-1=10-1=9,\ x+1=10+1=11$ なので，3 数は $9, 10, 11$

この解は問題にあっている。

[問題](2 学期中間)

3，4，5 のように連続する 3 つの自然数がある。大きい方の 2 つの数の積は 3 つの数の和の 5 倍になる。これらの 3 つの自然数を方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[解答]

3 つの自然数を $x,\ x+1,\ x+2$ とおく。

$(x+1)(x+2)=(x+x+1+x+2)\times 5$

$x^2+3x+2=15x+15$

$x^2-12x-13=0$

$(x+1)(x-13)=0$

$x=-1,\ 13$

x は自然数だから，$x=-1$ は問題にあわない。

$x=13$ のとき，3 数は $13,\ 14,\ 15$ となり，問題にあっている。

<u>よって 3 数は，13，14，15</u>

[問題](2 学期中間)

連続する 3 つの自然数がある。まん中の数の 2 乗は，残りの 2 数の和よりも 8 大きい。この連続する 3 つの整数を方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[解答]

3 つの自然数を $x,\ x+1,\ x+2$ とおく。

$(x+1)^2 = x + (x+2) + 8$

$x^2 + 2x + 1 = 2x + 10$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

x は自然数だから， $x = -3$ は問題にあわない。

$x = 3$ のとき，3 つの自然数は， $3,\ 4,\ 5$ となり，問題にあっている。

<u>3 つの自然数は，3，4，5</u>

【】面積・体積の問題

[面積]

[問題](1 学期中間)

　面積が 144cm²となる正方形の 1 辺の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答]

この正方形の 1 辺の長さを x cm とすると，

$x^2=144$

　$x=\pm 12$

$x>0$ だから，$x=-12$ は問題にあわない。

$x=12$ は問題にあう。

<u>1 辺の長さは 12cm</u>

[問題](1 学期中間)

　面積が 5 cm²の正方形の 1 辺の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答]

この正方形の1辺の長さをx cmとすると，

$x^2 = 5$

$x = \pm\sqrt{5}$

$x > 0$だから，$x = -\sqrt{5}$は問題にあわない。

$x = \sqrt{5}$は問題にあう。

1辺の長さは$\underline{\sqrt{5}}$ cm

[問題](1学期中間)

　半径が2 mと4 mの2つの円がある。面積が，この2円の面積の和になる円をつくるには，その半径をいくらにすればよいか。

[解答欄]

[解答]

求める半径をx mとすると，

$4\pi + 16\pi = \pi x^2$

$x^2 = 20$

$x = \pm\sqrt{20} = \pm\sqrt{4\times5} = \pm2\sqrt{5}$

$x > 0$だから，$x = -2\sqrt{5}$は問題にあわない。

$x = 2\sqrt{5}$は問題にあう。

求める円の半径は$\underline{2\sqrt{5}}$ m

[長方形の縦と横の長さ]

[問題](2 学期中間)

次の問題について, (　　)の中にあてはまるもっとも簡単な数または式を解答欄に記入せよ。

ある正方形の縦を 4 cm短くし，横を 3 cm長くした長方形をつくったら，面積が 60 cm²になった。もとの正方形の 1 辺の長さを求めよ。

＜解＞

はじめの正方形の 1 辺の長さを x cm とし，縦横それぞれの長さを x を用いて表すと，縦の長さは(　①　)cm，横の長さは(　②　)cm となる。

これらの方程式をたてると，(　　③　　)＝60

この方程式を解くと，x ＝(　④　)，(　⑤　)　x は正の数だから，x ＝(　⑥　)

これは問題に合う。

よって，はじめの正方形の 1 辺の長さは(　⑦　)cm になる。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥
⑦		

[解答]①　$x-4$　②　$x+3$　③　$(x-4)(x+3)$　④　-8　⑤　9　⑥　9　⑦　9

[解説]

正方形の 1 辺の長さを x cm とすると，縦は $x-4$ (cm)，横は $x+3$ (cm)

この長方形の面積は 60cm²なので,

$(x-4)(x+3)=60$

$x^2-x-12=60$

$x^2-x-72=0$

$(x+8)(x-9)=0$

$x=-8,\ 9$

x は正の数なので，$x=-8$ は問題にあわない。

$x=9$ は問題にあう。

よって，はじめの正方形の 1 辺の長さは 9 cm になる。

[問題](2 学期中間)

長さ 40 cmのひもで長方形をつくり，その面積が 84 cm²になるようにする。長方形の縦と横の長さを次の手順で求めよ。ただし，縦が横より短い長方形をつくるものとする。

(1) 長方形の縦の長さを x cm として方程式をつくれ。

(2) 長方形の縦と横の長さ求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x(20-x)=84$ (2) 縦は 6 cm，横は 14 cm

[解説]

(1) 長方形の縦の長さを x cm とすると，(縦)＋(横)＝ $40 \div 2 = 20$ (cm)なので，

横の長さは $20-x$ (cm)である。

(長方形の面積)＝(縦)×(横)＝ $x(20-x)=84$， $20x-x^2=84$， $x^2-20x+84=0$

(2) $x^2-20x+84=0$ の左辺を因数分解すると，$(x-6)(x-14)=0$

$x=6,\ 14$

縦 $x=6$ のとき，横＝ $20-x=20-6=14$

縦が横より短いので問題にあっている。

縦 $x=14$ のとき，横＝ $20-x=20-14=6$

縦が横より長いので問題にあわない。

よって縦は 6 cm，横は 14 cm

[問題](2 学期中間)

ある長方形の周の長さが 26cm で，その面積は 36cm²であるという。この長方形の縦と横の長さをそれぞれ求めよ。ただし，横の長さは縦の長さより長いものとする。

[解答欄]

[解答]

この長方形の縦の長さを x cm とすると，横の長さは $13-x$ (cm)なので，

$x(13-x)=36$

$x^2-13x+36=0$

$(x-4)(x-9)=0$

$x=4,\ 9$

$x=4$ のとき，縦は 4cm，横は 13－4＝9(cm)　これは問題にあう。

$x=9$ のとき，縦は 9cm，横は 13－9＝4(cm)　これは問題にあわない。

縦は 4cm，横は 9cm

[問題](2 学期中間)

正方形の土地がある。この土地の縦を 4 m短くし，横を 6 m長くして長方形にすると，その面積は600 m^2になる。この正方形の土地の 1 辺の長さを x mとして方程式をつくり，正方形の土地の 1 辺の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答]

長方形の縦の長さは $x-4$ (m)，横の長さは $x+6$ (m)なので，

$(x-4)(x+6)=600$

$x^2+2x-24=600$

$x^2+2x-624=0$

$(x-24)(x+26)=0$

$x=24,\ -26$

$x>0$ なので， $x=-26$ は問題にあわない。

$x=24$ は問題にあう。

正方形の 1 辺の長さは 24m

[解説]
縦を4 m 短くするので，長方形の縦の長さは，$x-4$(m)
横を6 m 長くするので，長方形の横の長さは，$x+6$(m)
(長方形の面積)＝(縦)×(横)＝$(x-4)\times(x+6)=600$ (m²)

[問題](2 学期中間)
　1 辺が x cmの正方形の縦の長さを 3cm長くし，横の長さを 1cm短くしてつくった長方形の面積は，正方形の面積の 2 倍より 27cm²小さかった。次の各問いに答えよ。
(1)　方程式をつくれ。
(2)　もとの正方形の 1 辺の長さを求めよ。
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $(x+3)(x-1)=2x^2-27$　(2) 6cm
[解説]
この長方形の縦の長さは $x+3$(cm)，横の長さは $x-1$(cm)なので，
(長方形の面積)＝$(x+3)(x-1)$
「長方形の面積は，正方形の面積の 2 倍より 27cm²小さかった」ので，
$(x+3)(x-1)=2x^2-27$
$x^2+2x-3=2x^2-27$
$x^2-2x-24=0$
$(x+4)(x-6)=0$
$x=-4,\ 6$
$x=-4$ は問題にあわない。
$x=6$ は問題にあう。
正方形の 1 辺の長さは 6cm

[円柱・円錐の底面の半径]

[問題](1 学期中間)

体積が500π cm^3, 高さが10 cmの円柱がある。この円柱の底面の円の半径を求めよ。

[解答欄]

[解答]

底面の円の半径を x cm とすると,

$\pi x^2 \times 10 = 500\pi$

$x^2 = 50$

$x = \pm\sqrt{50}$

$x = \pm 5\sqrt{2}$

$x > 0$ なので, $x = -5\sqrt{2}$ は問題にあわない。

$x = 5\sqrt{2}$ は問題にあう。

底面の半径は$5\sqrt{2}$ cm

[解説]

底面の円の半径を x cm とすると, 底面の円の面積は, πx^2

(柱の体積)=(底面積)×(高さ)= $\pi x^2 \times 10 = 500\pi$

[問題](前期期末)

体積が 900 π cm^3の円錐がある。円錐の高さが 9cmのとき，底面の円の半径の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答]

この円錐の底面の円の半径を x cm とすると，

$\frac{1}{3}\times\pi x^2\times 9=900\pi$

$3\pi x^2=900\pi$

$x^2=300$

$x=\pm\sqrt{300}$

$x=\pm 10\sqrt{3}$

$x>0$ なので， $x=-10\sqrt{3}$ は問題にあわない。

$x=10\sqrt{3}$ は問題にあう。

底面の半径は$10\sqrt{3}$ cm

[解説]

この円錐の底面の円の半径を x cm とすると，

底面の円の面積は πx^2 (cm^2)である。

(円錐の体積)＝$\frac{1}{3}$ ×(底面積)×(高さ)＝$\frac{1}{3}\times\pi x^2\times 9=3\pi x^2$ (cm^3)

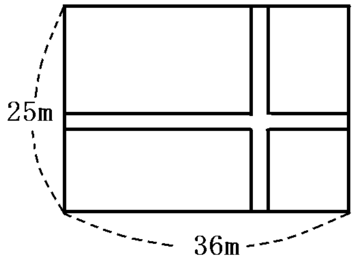
円錐の体積は 900 π cm^3なので，

$3\pi x^2=900\pi$， $x^2=900\pi\div 3\pi$， $x^2=300$

[道幅を求める問題]

[問題](2 学期中間)

2 辺の長さが 25 m，36 mの長方形の畑がある。これに右の図のように縦と横に同じ幅の道をつくり，残った畑の面積が 840 m²になるようにする。道幅を次の手順で求めよ。



(1)　道幅を x m として方程式をつくれ。

(2)　道幅をいくらにすればよいか。

[解答欄]

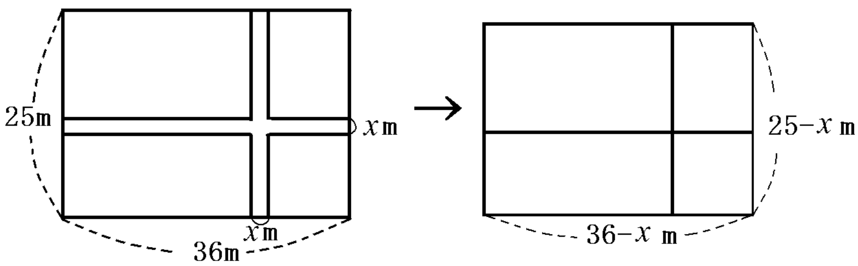
(1)	(2)

[解答](1) $(25-x)(36-x)=840$　(2) 1m

[解説]

(1) 図のように，道の部分を切り取ると，縦が $25-x$ (m)，横が $36-x$ (m)の長方形ができる。この面積が 840 m²なので，

(面積)＝(縦)×(横)＝$(25-x)(36-x)=840$



(2) $(25-x)(36-x)=840$，$900-25x-36x+x^2=840$

$x^2-61x+60=0$ の左辺を因数分解して，

$(x-1)(x-60)=0$

$x=1,\ 60$

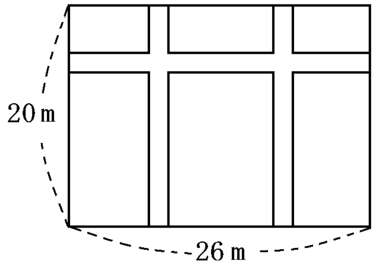
$x=60$ は問題にあわない。

$x=1$ は問題にあう。

よって，道幅は1m である。

[問題](2 学期中間)

縦 20m，横 26mの長方形の土地に，図のように同じ幅の道をつけたところ，残りの土地の面積が 396m²になった。道幅を x mとして次の各問いに答えよ。



(1) 方程式をつくれ。

(2) (1)の方程式を解いて，道路の幅を求めよ。

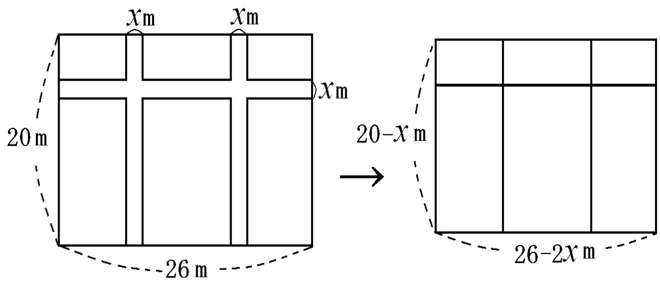
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $(20-x)(26-2x)=396$ (2) 2m

[解説]

道路の部分を切り取って，残りの土地をつなげると，縦 $20-x$ (m)，横 $26-2x$ (m)の長方形になる。



よって，$(20-x)(26-2x)=396$

$520-40x-26x+2x^2=396$

$2x^2-66x+124=0$

$x^2-33x+62=0$

$(x-2)(x-31)=0$

$x=2,\ 31$

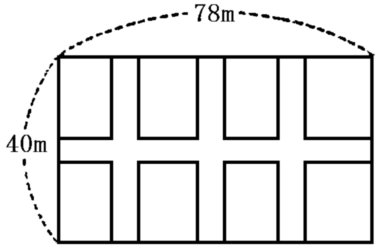
$x=31$ は問題にあわない。

$x=2$ は問題にあう。

よって，道路の幅は 2m である。

[問題](2 学期期末)

縦 40 m，横 78 m の長方形の土地がある。右の図のように，同じ幅の道路を縦 3 本，横 1 本つけて，面積が等しい 8 区画の土地に分け，1区画の土地の面積を 255 m²にした。このとき，道路の幅を求めよ。



[解答欄]

[解答]

道路の幅を x m とする。

道路の部分を切り取って，残りの土地をつなげると，縦 $40-x$ (m)，横 $78-3x$ (m)の長方形になるので，

$\left(40-x\right)\left(78-3x\right)=255\times 8$

式を整理すると，

$x^2-66x+360=0$

$\left(x-6\right)\left(x-60\right)=0$

$x=6,\ 60$

$x=60$ は問題にあわない。

$x=6$ は問題にあう。

道路の幅は 6m

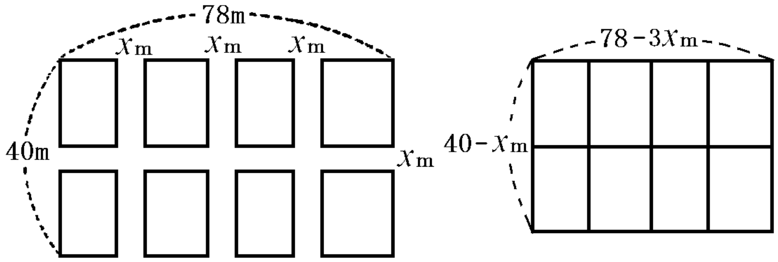
[解説]

道路の幅を x m とする。

道路部分を切り取って 8 区画をつなげると，次の図のようになるので，

その面積は $\left(40-x\right)\times\left(78-3x\right)$ となる。1 区画の面積が 255 m²なので，

(面積)$=\left(40-x\right)\times\left(78-3x\right)=255\times 8$



＊(別解)　道路の幅を x m とすると，道路部分の面積の合計は，

$x\times78+40\times x\times3-3x^2=-3x^2+198x$

土地の面積は，$40\times78=255\times8+\left(-3x^2+198x\right)$

整理すると，$x^2-66x+360=0$

$(x-6)(x-60)=0$ で $x=6,\ 60$

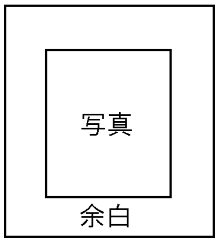
$x=60$ は問題にあわない。

$x=6$ は問題にあう。

道路の幅は6 mである。

[問題](2 学期中間)

　右の図のように，写真立ての中に縦，横の長さがそれぞれ 10cm，6cm の写真を余白の縦，横の幅が同じになるように入れ，写真立ての面積が写真の面積の $\dfrac{7}{3}$ になるようにする。写真立ての余白の幅を何 cm にすればよいか求めよ。



[解答欄]

[解答]

写真立ての余白の幅を x cm とすると，

$$(2x+10)(2x+6)=60\times\frac{7}{3}$$

式を整理すると，

$x^2+8x-20=0$

$(x-2)(x+10)=0$

$x=2,\ -10$

$x=-10$ は問題にあわない。

$x=2$ は問題にあう。

余白の幅は 2cm

[解説]

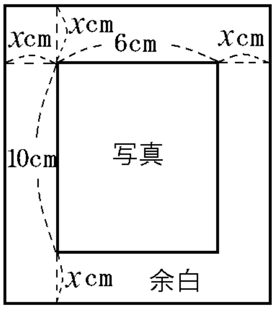
写真立ての余白の幅を x cm とすると,

写真立ての縦は $10+2x$ (cm), 横は $6+2x$ (cm)

(写真立ての面積)＝$(10+2x)(6+2x)=(2x+10)(2x+6)$

(写真の面積)＝$10\times6=60$ で,

写真立ての面積が写真の面積の $\dfrac{7}{3}$ なので,



$(2x+10)(2x+6)=60\times\dfrac{7}{3}$, $(2x)^2+16\times2x+60=140$

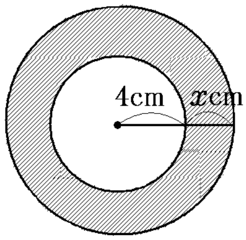
$4x^2+32x-80=0$, $x^2+8x-20=0$

[問題](後期中間)

半径 4cm の円がある。右の図のように, この円より半径が x cm 大きい円をかいた。次の各問いに答えよ。

(1) 2 つの円にはさまれた部分(かげがついた部分)の面積を, x を使った式で表せ。

(2) 外側の円の面積が, 内側の円の面積の 2 倍になるときの x の値を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\pi x^2+8\pi x$ (cm²) (2) $x=-4+4\sqrt{2}$

[解説]

(1) (外側の円の面積)＝$\pi(x+4)^2=\pi(x^2+8x+16)$(cm²)

(内側の円の面積)＝$\pi\times4^2=16\pi$ (cm²)

よって, (2 つの円にはさまれた部分の面積)＝$\pi(x^2+8x+16)-16\pi$

＝$\pi(x^2+8x+16-16)=\pi(x^2+8x)=\pi x^2+8\pi x$ (cm²)

(2) 外側の円の面積が，内側の円の面積の 2 倍になるとき，

$\pi\left(x^2+8x+16\right)=16\pi\times 2$ が成り立つ。

$x^2+8x+16-32=0,\ x^2+8x-16=0$

因数分解できないので，解の公式を使って解くと，

$$x=\frac{-8\pm\sqrt{64-4\times 1\times(-16)}}{2}=\frac{-8\pm\sqrt{128}}{2}=\frac{-8\pm 8\sqrt{2}}{2}=-4\pm 4\sqrt{2}$$

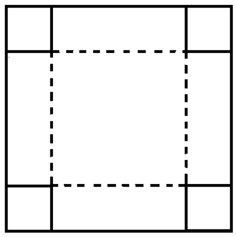
$x>0$ なので，$x=-4-4\sqrt{2}$ は問題にあわない。

$x=-4+4\sqrt{2}$ は問題にあう。

[容積の問題]

[問題](2 学期中間)

正方形の紙がある。右の図のように，この 4 すみから 1 辺が 5cm の正方形を切り取り，直方体の容器をつくると，容積が 720 cm^3 になった。もとの正方形の紙の 1 辺の長さは何cmか。方程式をつくって求めよ。



[解答欄]

[解答]

もとの正方形の紙の 1 辺の長さを x cm とすると，

$(x-10)^2\times 5=720$

$(x-10)^2=144$

$x-10=\pm 12$

$x=-2,\ 22$

$x=-2$ は問題にあわない。

$x=22$ は問題にあう。

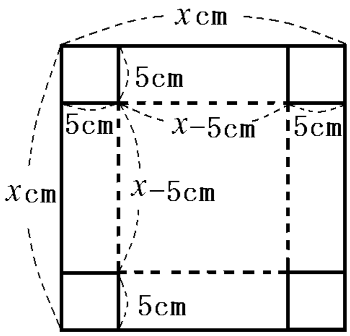
<u>もとの正方形の 1 辺の長さは 22cm</u>

[解説]

もとの正方形の紙の１辺の長さを x cm とすると，

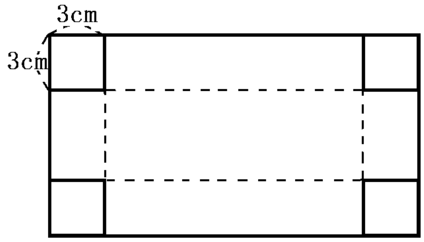
底辺の正方形の１辺の長さは $x-10$ cm なので

(容積)＝(底面積)×(高さ)＝ $(x-10)^2\times5=720$



[問題](2 学期中間)

右の図のように横の長さが縦の長さの２倍の長方形の厚紙がある。この厚紙の４すみから１辺が３cmの正方形を切り取り，ふたのない直方体の箱をつくったところ，容積は168 cm³であった。方程式をつくって，もとの厚紙の縦の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]

もとの厚紙の縦の長さを x cm とすると，

$(x-6)\times(2x-6)\times3=168$

式を整理すると，

$x^2-9x-10=0$

$(x-10)(x+1)=0$

$x=10,\ -1$

$x=-1$ は問題にあわない。

$x=10$ は問題にあう。

<u>縦の長さは 10cm</u>

[解説]

厚紙の横の長さは縦の長さ x cm の 2 倍なので $2x$ cm

直方体の底面の長方形の縦は

$x-3-3=x-6$ cm,

直方体の底面の長方形の横は

$2x-3-3=2x-6$ cm,

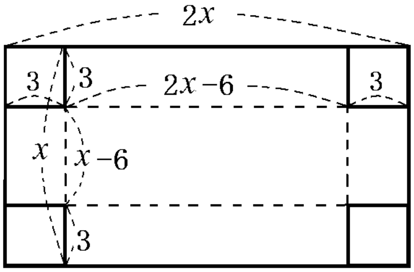
高さは 3cm

(直方体の容積)＝(底面の縦)×(底面の横)×(高さ)

$=(x-6)\times(2x-6)\times3=168$

$(x-6)\times2(x-3)\times3=168$， $(x-6)(x-3)=28$， $x^2-9x+18=28$

$x^2-9x-10=0$



[問題](3 学期)

右の図 1 のような，横の長さが縦の長さの 4 倍の長方形の厚紙を使い，影をつけた部分を切り取って，図 2 のようなふたのついた直方体の箱をつくる。出来上がった直方体の体積が，128 cm³になるときのもとの厚紙の縦の長さを求めよ。

図1

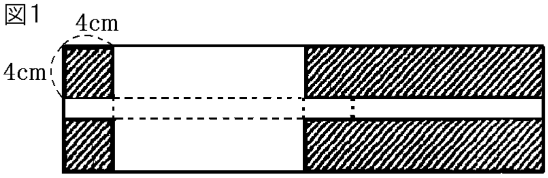
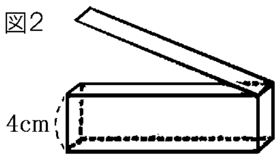


図2



[解答欄]

[解答]10 cm

[解説]

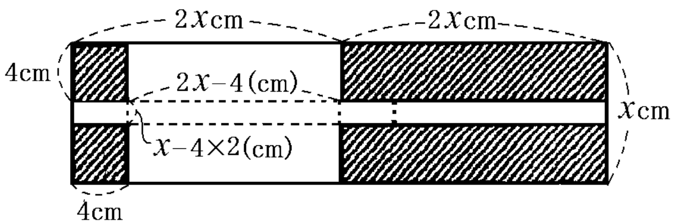
縦の長さを x cm とすると，

この立体の底面の縦は

$x-4\times2=x-8$ (cm)

底面の横は $2x-4$ (cm)

よって，



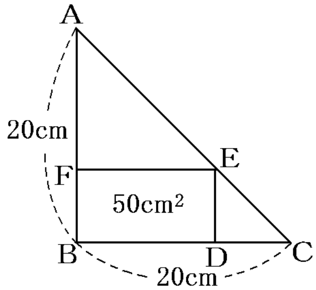
(体積)＝(縦)×(横)×(高さ)＝ $(x-8)\times(2x-4)\times4=128$

$(x-8)\times2(x-2)\times4=128$，両辺を 8 でわると，$(x-8)(x-2)=16$

$x^2-10x+16=16$, $x^2-10x=0$, $x(x-10)=0$， $x=0$, 10

$x=0$ は問題にあわない。$x=10$ は問題にあう。
よって，もとの厚紙の縦の長さは 10cm である。

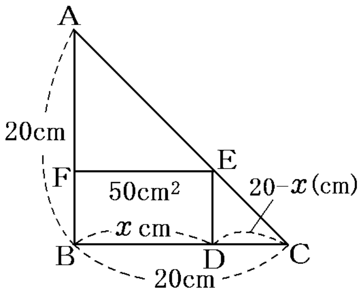
[その他]
[問題](後期中間)
右の図のように，縦と横が 20cmの直角二等辺三角形ABCの中に，面積が 50cm²の長方形BDEFをつくりたい。ただし，長方形BDEFは横長の長方形とする。このとき，BDの長さを何cmにすればよいかを考える。次の各問いに答えよ。



(1) BD の長さを x(cm)として方程式をつくれ。
(2) (1)の方程式を解くことで，BD の長さを求めよ。
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $(20-x)x=50$　(2) $10+5\sqrt{2}$ (cm)
[解説]
右図のように，BD＝x(cm)とすると，
DC＝$20-x$(cm)
△ABC が直角二等辺三角形なので，△EDC も直角二等辺三角形で，ED＝DC となる。
よって，ED＝$20-x$(cm)
したがって，長方形 BDEF の面積は，
$(20-x)\times x$ (cm²)



ゆえに，$(20-x)x=50$ が成り立つ。この二次方程式を解く。
$20x-x^2=50$，$x^2-20x+50=0$
左辺は因数分解できないので，解の公式を使うと，
$$x=\frac{20\pm\sqrt{400-200}}{2}=\frac{20\pm\sqrt{200}}{2}=\frac{20\pm10\sqrt{2}}{2}=10\pm5\sqrt{2}$$
$x=10+5\sqrt{2}$ のとき，BD＝$10+5\sqrt{2}$ (cm)，ED＝ $20-(10+5\sqrt{2})=10-5\sqrt{2}$ (cm)
$\sqrt{2}=1.41$ として計算すると，

BD＝10＋5×1.41＝17.05(cm)，ED＝10－5×1.41＝2.95(cm)

これは問題にあっている。

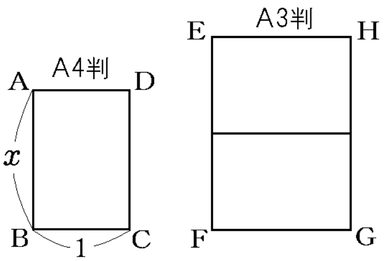
$x=10-5\sqrt{2}$ のとき，BD＝$10-5\sqrt{2}$ (cm)

ED＝$20-\left(10-5\sqrt{2}\right)=10+5\sqrt{2}$ (cm)

BD＜ED で，「横長の長方形」にならないので，問題にあわない。

[問題](前期期末)

普段使われる紙の規格の中に，A4 判と呼ばれる大きさがある。A4 判の紙を右の図のように 2 枚並べると，A3 判と呼ばれる大きさになる。A4 判と A3 判の 2 つの長方形の縦と横の長さの比は等しい。



(1) 右図のように AB＝x とすると，2 つの長方形の縦と横の長さの比が等しいことから，
x ：1＝(　　)：x が成り立つ。(　　)に適する数字をかけ。

(2) (1)の比例式を解いて，x の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

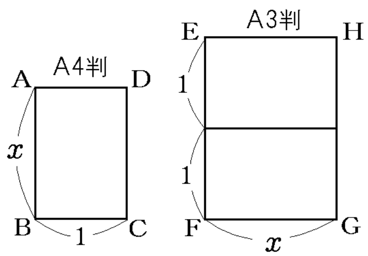
[解答](1) 2　(2) $x=\sqrt{2}$

[解説]

FG＝AB なので，FG＝x

EF＝2BC なので，EF＝2

A4 判と A3 判の 2 つの長方形の縦と横の長さの比は等しいので，



(縦)：(横)＝AB：BC＝EF：FG

よって，x ：1＝2：x

比の外項の積は，内項の積に等しいので，

$x\times x=1\times 2$，$x^2=2$

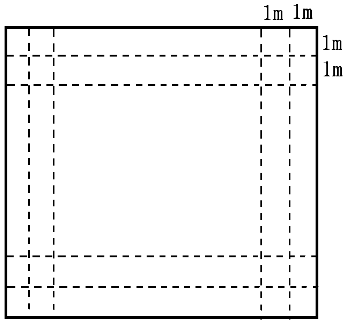
よって，$x=\pm\sqrt{2}$

$x=-\sqrt{2}$ は問題にあわない。

$x=\sqrt{2}$ は問題にあう。

[問題](2 学期中間)

縦，横に 1m 間隔に花を植え，横が縦より 2m 長い長方形の花だんをつくったところ，花を 143 本使った。花だんの縦の長さを求めよ。ただし，長方形の周辺部にも花を植えるものとする。また，縦の長さは整数とする。

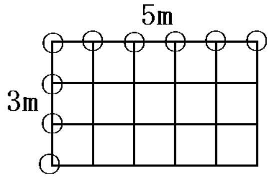


[解答欄]

[解答]10m

[解説]

例えば，縦 3m，横 5m の花壇の場合，右図のように，



横 1 列に植える花は，5＋1＝6 本で,

縦 1 列に植える花は，3＋1＝4 本である。

花だんの縦の長さを x m とすると, 横の長さは $x+2$ (m)である。

横に 1m 間隔で花を植えるので，横 1 列に植える花は $x+3$ (本)になる。

縦の長さが x m なので，縦に $x+1$ (列)になる。

よって，花の総数は，$(x+3)(x+1)=143$

$x^2+4x+3-143=0$, $x^2+4x-140=0$

よって，$(x+14)(x-10)=0$

$x=-14,\ 10$

$x=-14$ は問題にあわない。

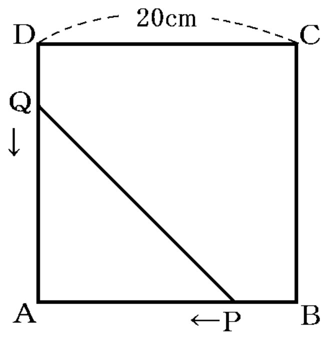
$x=10$ は問題にあう。

よって，縦の長さは 10m となる。

【】動点の問題

[問題](2 学期中間)

右の図のように，1 辺の長さが 20cmの正方形ABCDの辺AB，辺AD上に点P，Qがあり，P，QはそれぞれB，DからAに向かって毎秒 2cmの速さで動くものとする。点P，QがB，Dを同時に出発するとき，△APQの面積が 98cm²になるのは何秒後になるかを次の手順で求めよ。



(1) x 秒後に，△APQの面積が 98cm²になるとして方程式をつくれ。

(2) △APQの面積が 98cm²になるのは何秒後か。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\frac{1}{2}(20-2x)^2=98$ (2) 3 秒後

[解説]

(1) 毎秒 2cm で x 秒の間に動く距離は $2\times x=2x$ cm なので，BP＝DQ＝ $2x$ cm

よって，AP＝AB－BP＝ $20-2x$ cm，AQ＝AD－DQ＝ $20-2x$ cm

△APQ の面積＝ $\frac{1}{2}$ ×AP×AQ＝ $\frac{1}{2}(20-2x)^2=98$

$\frac{1}{2}\{2(10-x)\}^2=98$, $\frac{1}{2}\times 2^2\times(10-x)^2=98$, $2(10-x)^2=98$

ゆえに，$(x-10)^2=49$

(2) $(x-10)^2=49$ より $x-10=\pm 7$

$x-10=7$ のとき $x=17$

$x-10=-7$ のとき $x=3$

P，Q がそれぞれ AB，AD 上にあるのは $0\leqq x\leqq 10$ なので，

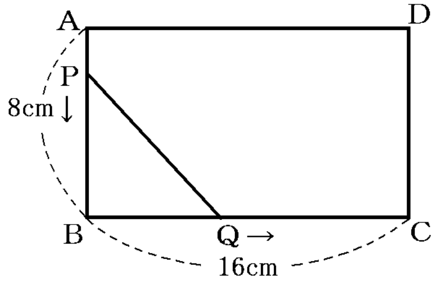
$x=17$ は問題にあわない。

$x=3$ は問題にあう。

△APQの面積が 98cm²になるのは3秒後である。

[問題](2 学期中間)

AB＝8cm，BC＝16cmの長方形ABCDがある。点Pは，辺AB上をAからBまで毎秒 1cmの速さで動き，点Qは辺BC上をBからCまで毎秒 2cmの速さで動くものとする。 P，Qが同時に出発するとき，△PBQの面積が 15cm²になるのは何秒後か。方程式をつくって求めよ。



[解答欄]

[解答]

x 秒後に△PBQの面積が 15cm²になったとすると，

$$\frac{1}{2}\times 2x\times(8-x)=15$$

$$8x-x^2=15$$

$$x^2-8x+15=0$$

$$(x-3)(x-5)=0$$

$x=3,\ 5$

点 P は A から B まで，点 Q は B から C まで動くので，$0\leqq x\leqq 8$ だから，

$x=3,\ 5$ はともに問題にあっている。

3 秒後，5 秒後

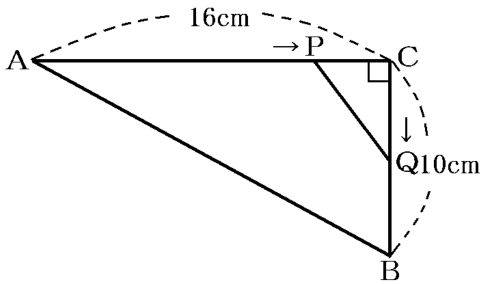
[解説]

x 秒後，BQ＝ $2x$ cm，AP＝ x cm なので BP＝ $8-x$ cm

△PBQ の面積＝ $\frac{1}{2}\times 2x\times(8-x)=15$

[問題](2 学期中間)

右の図のような，∠C＝90° である直角三角形ABCがある。いま，点PはAを出発して，辺AC上をCに向かって毎秒 2cmの速さで動き，点QはCを出発して，辺CB上をBに向かって毎秒 1cmの速さで動く。P，Qがそれぞれ A，Cを同時に出発してから何秒後に，△PQCの面積が 15cm²になるか。方程式をつくって求めよ。



[解答欄]

[解答]

x 秒後に△PQCの面積が 15cm²になったとすると，

$$\frac{1}{2}\times(16-2x)\times x=15$$

$$8x-x^2=15$$

$$x^2-8x+15=0$$

$$(x-3)(x-5)=0$$

$$x=3,\ 5$$

点 P は A から C まで動くので，$0\leqq x\leqq 8$

点 Q は C から B まで動くので，$0\leqq x\leqq 10$

よって，$x=3,\ 5$ はともに問題にあっている。

[解説]

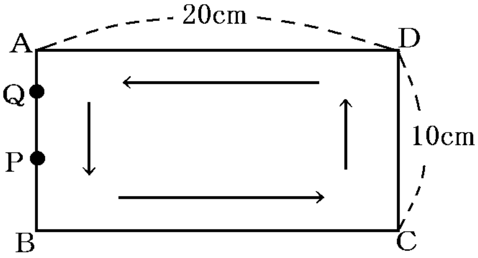
x 秒後には AP＝$2x$ なので，PC＝$16-2x$。また，CQ＝x

△PQC の面積＝$\frac{1}{2}\times(16-2x)\times x=15$

[問題](2 学期期末)

右の図のような長方形 ABCD で点 P は毎秒 5cm，点 Q は毎秒 2cm の速さで，頂点 A を同時に出発し，矢印の向きに長方形の辺上を 1 周する。

P が辺 BC 上に，Q が辺 AB 上にあって，△QBP＝10cm²になるのは，点Pが頂点Aを出発してから何秒後か。方程式をつくって求めよ。



[解答欄]

[解答]

x 秒後に，Pが辺BC上に，Qが辺AB上にあって，△QBP＝10cm²になるとすると，

$$\frac{1}{2}\times(5x-10)\times(10-2x)=10$$

式を整理すると，

$$x^2-7x+12=0$$

$$(x-3)(x-4)=0$$

$$x=3,\ 4$$

$x=3$ のとき，P は辺 BC 上に，Q は辺 AB 上にあるので，問題にあう。

$x=4$ のとき，P は辺 BC 上に，Q は辺 AB 上にあるので，問題にあう。

<u>3 秒後，4 秒後</u>

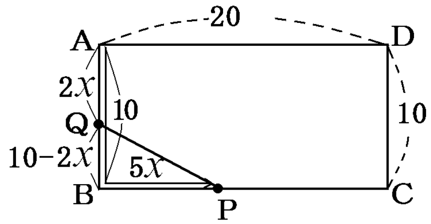
[解説]

x 秒後に右図のような位置にあるとき，

AQ＝$2x$ なので，BQ＝$10-2x$

AB＋BP＝$5x$ なので，BP＝$5x-10$

(△QBP の面積)＝$\frac{1}{2}$×BP×BQ＝10 なので，



$$\frac{1}{2}\times(5x-10)\times(10-2x)=10$$

$$\frac{1}{2}\left(-10x^2+70x-100\right)=10$$

$-5x^2+35x-50-10=0$，$-5x^2+35x-60=0$，$x^2-7x+12=0$

$(x-3)(x-4)=0$

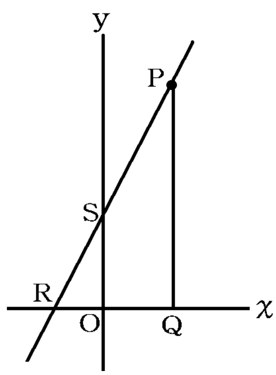
$x=3,\ 4$

$x=3,\ 4$ ともに問題にあう。

[問題](2 学期期末)

右の図のように，直線 $y=2x+4$ 上の y 軸より右側に点 P をとり，P から x 軸にひいた垂線を PQ とする。

直線 $y=2x+4$ と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ R，S とする。点 P の x 座標を a として，



(1) 点 P の y 座標を a を使って表せ。

(2) 台形 SOQP の面積が 12 になるとき，次の方程式を完成してそれを解き，P の座標を求めよ。

(　　　　　　　　　)＝12

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y=2a+4$ (2) $\frac{1}{2}(4+2a+4)\times a$，P$(2,\ 8)$

[解説]

(1)　$y=2x+4$ に $x=a$ を代入すると，$y=2a+4$

(2) SO＝4，OP=$2a+4$，OQ=a なので，

(台形 SOQP の面積)＝$\frac{1}{2}\left(4+2a+4\right)\times a=12$

$a^2+4a-12=0$，$\left(a-2\right)\left(a+6\right)=0$

$a>0$ なので，$a=-6$ は問題にあわない。

$a=2$ は問題にあう。

$y=2a+4=2\times 2+4=8$

ゆえに，点 P の座用は P$\left(2,\ 8\right)$

[印刷／他のPDFファイルについて]

※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

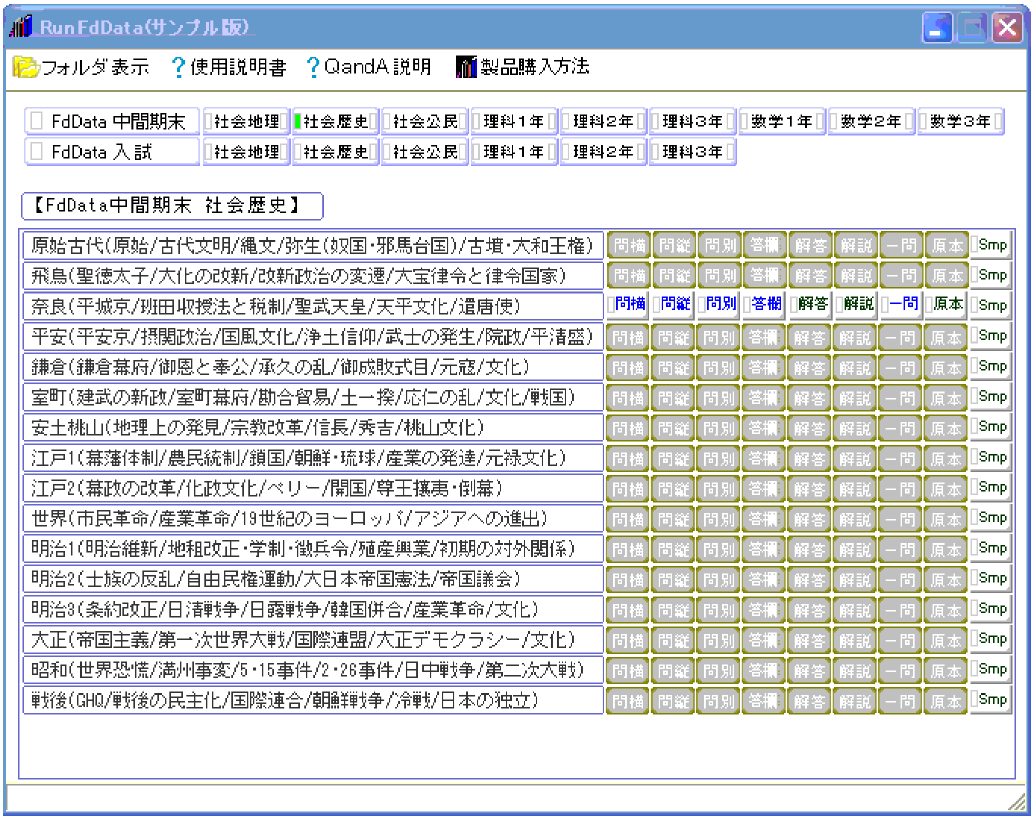
※FdData中間期末(社会･理科･数学)全分野のPDFファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば， FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1800 ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【 http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】

※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd教材開発】(092) 404-2266

http://www.fdtext.com/dat/