【】xの２乗に比例する関数

[y が x の２乗に比例するものを選べ]

[問題](2 学期期末)

　次のア～カの関数について， y が x の２乗に比例しているものをすべて選べ。

ア　$y=3x^2$　　イ　$y=\dfrac{1}{x^2}$　　ウ　$y=-x^2$　　エ　$y=\dfrac{1}{2}x^2$　　オ　$y=3^2x$

カ　$y=-\dfrac{x^2}{2}$

[解答欄]

[解答]ア，ウ，エ，カ

[解説]

<Point>　y が x の２乗に比例

$y=ax^2$（a は比例定数)

イは x^2 が分母にきているので y が x の２乗に比例する関数ではない。オは x の指数は１なので一次関数

[問題](2 学期中間)

　次の関数のうち， y が x の２乗に比例するものはどれか。

ア　$y=-2x$　　イ　$y=\dfrac{3}{x^2}$　　ウ　$y=\dfrac{x}{2}$　　エ　$y=\dfrac{x^2}{5}$

[解答欄]

[解答]エ

[解説]

イは x^2 が分母にきているので y が x の２乗に比例する関数ではない。

アとウは x の指数は１なので一次関数である。

[問題](2 学期期末)

y が x の関数であり，変数 x と y の間に，a を 0 でない定数として $y=ax^2$ という関係が成り立つとき， y は x の 2 乗に比例するといい，この定数 a を(　　　)という。

[解答欄]

[解答]比例定数

[問題](2 学期期末)

次のア～エのうち， y が x の 2 乗に比例するものをすべて選び，記号で答えよ。

ア　周の長さが 40cm の長方形の縦の長さ x cm と横の長さ y cm

イ　半径 x cmの円の面積 y cm^2

ウ　底面が 1 辺 x cmの正方形で，高さが 5cmの正四角柱の体積 y cm^3

エ　1 辺が x cmの立方体の体積 y cm^3

[解答欄]

[解答]イ，ウ

[解説]

ア　$(x+y)\times 2=40$， $x+y=20$， $y=-x+20$ なので一次関数である。

イ　$y=\pi x^2$ なので， y は x の 2 乗に比例する。

ウ　$y=x^2\times 5$， $y=5x^2$ なので， y は x の 2 乗に比例する。

エ　$y=x^3$ で， x の指数部分は 3 なので， y は x の 3 乗に比例する。

[問題](2 学期中間)

次のア～エについて， y が x の 2 乗に比例するものをすべて選び，記号で答えよ。

ア　半径 x cm，中心角が 18°のおうぎ形の面積を y cm^2とする。

イ　x km の道のりを毎時 y km の速さで進むときにかかる時間は 2 時間である。

ウ　底辺の半径が x cm，高さが 2cmの円錐の体積を y cm^3とする。

エ　縦 $2x$ cm，横 $3x$ cm，高さ x cmの直方体の体積を y cm^3とする。

[解答欄]

[解答]ア，ウ

[解説]

ア　$y=\pi x^2\times\dfrac{18}{360}$，$y=\dfrac{\pi}{20}x^2$ なので，y は x の 2 乗に比例する。

イ（速さ）＝（道のり）÷（時間）　$y=x\div 2$，$y=\dfrac{1}{2}x$ なので一次関数である。

ウ　$y=\dfrac{1}{3}\times\pi x^2\times 2$，$y=\dfrac{2\pi}{3}x^2$ なので，y は x の 2 乗に比例する。

エ　$y=2x\times 3x\times x$，$y=6x^3$ なので，y は x の 3 乗に比例する。

[式の決定]

[問題](2 学期中間)

　y が x の 2 乗に比例し，$x=-3$ のとき $y=72$ である。このとき，x, y の関係を式に表せ。

[解答欄]

[解答] $y=8x^2$

[解説]

y が x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

$x=-3,\ y=72$ を代入すると，$72=a\times(-3)^2$，$9a=72$，$a=8$

よって，$y=8x^2$

[問題](2 学期期末)

　y は x の 2 乗に比例し，$x=2$ のとき，$y=12$ である。次の各問いに答えよ。

(1)　y を x の式で表せ。

(2)　$x=-3$ のとき y の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$y=3x^2$　(2)　$y=27$

[解説]

(1) y が x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

$y=ax^2$ に $x=2$，$y=12$ を代入すると，$12=a\times4$，$a=3$

よって，$y=3x^2$

(2) $y=3x^2$ に $x=-3$ を代入すると，$y=3\times(-3)^2=27$

[問題](2 学期期末)

y が x の 2 乗に比例していて，$x=2$ のとき $y=36$ である。次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) $x=-3$ のとき y の値を求めよ。

(3) $y=9$ のときの x の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $y=9x^2$ (2) $y=81$ (3) $x=\pm1$

[解説]

(1) y が x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。この式に $x=2$，$y=36$ を代入すると，$36=a\times4$，$a=9$ よって，$y=9x^2$

(2) $y=9x^2$ に $x=-3$ を代入すると，$y=9\times(-3)^2=81$

(3) $y=9x^2$ に $y=9$ を代入すると，$9=9x^2$，$x^2=1$，$x=\pm1$

[問題](2 学期期末)

y は x の 2 乗に比例し，$x=3$ のとき $y=18$ である。このとき，次の各問いに答えよ。

① x，y の関係を式に表せ。

② $x=2$ のときの y の値を求めよ。

③ $y=72$ のときの x の値を求めよ。

[解答欄]

①	②	③

[解答]① $y=2x^2$ ② $y=8$ ③ $x=\pm6$

[解説]

① y が x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

$y=ax^2$ に $x=3$，$y=18$ を代入すると, $18=a\times 3^2$，$9a=18$, $a=2$　よって，$y=2x^2$

② $x=2$ を $y=2x^2$ に代入すると，$y=2\times 2^2=8$

③ $y=72$ を $y=2x^2$ に代入すると，$72=2x^2$，$x^2=36$，$x=\pm 6$

[問題](2 学期期末)

y が x の 2 乗に比例し，$x=4$ のとき，$y=8$ である。$x=-6$ のときの y の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $y=18$

[解説]

y が x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。この式に $x=4$，$y=8$ を代入。

$8=a\times 4^2$，$16a=8$，$a=\dfrac{1}{2}$　よって，$y=\dfrac{1}{2}x^2$

この式に $x=-6$ を代入すると，$y=\dfrac{1}{2}\times(-6)^2=18$

[$y=ax^2$ の表]

[問題](2 学期期末)

関数 $y=ax^2$ で，x, y の関係が次の表のようになるとき，①ア，イにあてはまる数を求め，② y を x の式で表せ。

x	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	27	12	ア	0	ア	12	27	イ

[解答欄]

①ア	イ	②

[解答]①ア　3　イ　48　②　$y=3x^2$

[解説]

$y=ax^2$ に $x=2$, $y=12$ を代入すると，$12=a\times 4$, $a=3$ よって，式は $y=3x^2$

$y=3x^2$ に $x=-1$ を代入すると， $y=3\times(-1)^2=3$

$y=3x^2$ に $x=4$ を代入すると， $y=3\times 4^2=48$

[問題](2 学期期末)

　次の各問いに答えよ。

(1)　次の表の空欄をうめて対応表を完成せよ。ただし， y は x の 2 乗に比例する。

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…	27			0		12		…

(2)　(1)の対応表から x と y の関係を式で表せ。

(3)　(2)の式の比例定数を答えよ。

[解答欄]

(1)

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…	27			0		12		…

(2)	(3)

[解答](1) (左から) 12, 3, 3, 27　(2)　$y=3x^2$　(3)　3

[解説]

(1)～(3) y は x の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおくことができる。

表の $x=2$, $y=12$ を $y=ax^2$ に代入すると，$12=a\times 4$, $a=3$

よって比例定数は3で， $y=3x^2$

表の数値は， $y=3x^2$ に x の値を入れて計算すればよい。

[問題](2 学期期末)

　関数 $y=2x^2$ について，次の各問いに答えよ。

(1)　下の表の空欄をうめよ。

x	0	1	2	3	4
y					

(2)　x の値が 3 倍になると， y の値は何倍になるか。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) (左から順に) 0, 2, 8, 18, 32　(2) 9倍

[解説]

(1) $y=2x^2$ に代入

$x=0,\ y=2\times0^2=0$　$x=1,\ y=2\times1^2=2$　$x=2,\ y=2\times2^2=8\cdots$

(2) 例えば，$x=1$ のとき $y=2$，x を3倍して $x=3$ のとき $y=2\times3^2=18$ で，y の値は9倍になる。一般に，2乗に比例する関数では，x の値が2, 3, 4…倍になると y の値は $2^2, 3^2, 4^2$…倍となる。

[図形：2乗に比例する関係]

[問題](2学期中間)

底辺と高さがともに x cmである三角形の面積を y cm²とするとき，x，y の関係を式に表せ。

[解答欄]

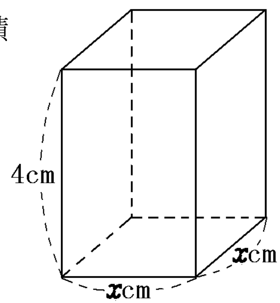
[解答] $y=\frac{1}{2}x^2$

[解説]

(三角形の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺)×(高さ) なので，$y=\frac{1}{2}\times x\times x$，$y=\frac{1}{2}x^2$

[問題](2学期期末)

底辺が1辺 x cmの正方形で，高さが4cmの正四角柱の体積を y cm³とするとき，① y を x の式で表せ。②また，$x=5$ のときの y の値は，$x=1$ のときの y の値の何倍か。



[解答欄]

①	②

[解答]① $y=4x^2$　② 25倍

[解説]

(四角柱の体積)＝(底面積)×(高さ)＝$x \times x \times 4$　よって，$y = 4x^2$

この式より，y は x^2 に比例するので，x が 5 倍になると y は 5^2＝25 倍になる。

[問題](2 学期中間)

円の半径がもとの長さの 6 倍になると，面積はもとの面積の何倍になるか。

[解答欄]

[解答] 36 倍

[解説]

(円の面積)＝π ×(半径)^{2}なので，円の面積は半径の 2 乗に比例する。したがって，半径が 6 倍になると，面積は 6^2倍になる。

【】二次関数のグラフ

[問題](3 学期)

$y=\frac{1}{4}x^2$ について，次の各問いに答えよ。

(1) 下の表の空らんにあてはまる数を解答用紙の表に書き入れ，表を完成せよ。

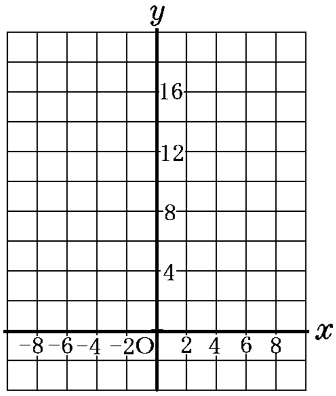
x	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
y									

(2) $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを解答用紙の座標平面にかけ。

[解答欄]

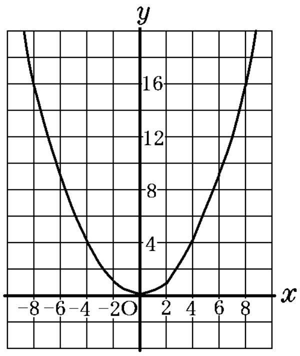
(1)

x	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
y									



[解答]

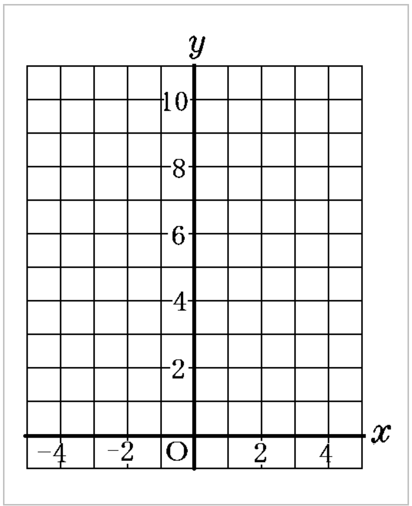
x	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16



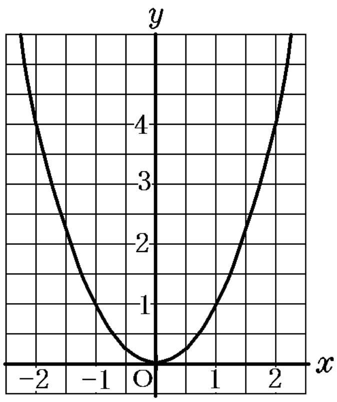
[問題](2 学期中間)

関数 $y = x^2$ のグラフをかけ。

[解答欄]



[解答]

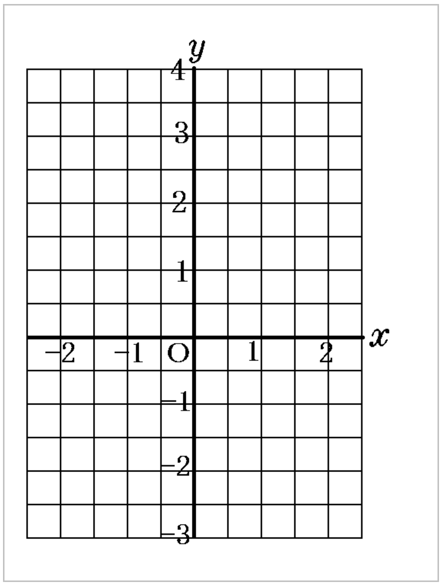


[問題](2 学期期末)

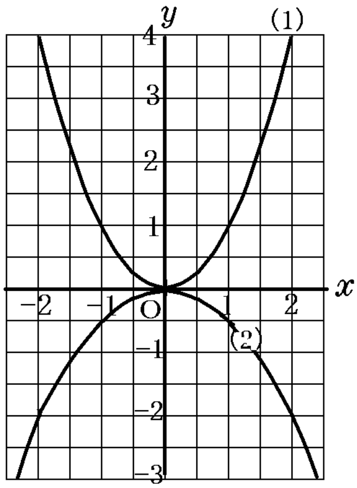
　次の関数のグラフをかけ。

①　$y = x^2$　　　　　②　$y = -\dfrac{1}{2}x^2$

[解答欄]



[解答]



[問題](3 学期)

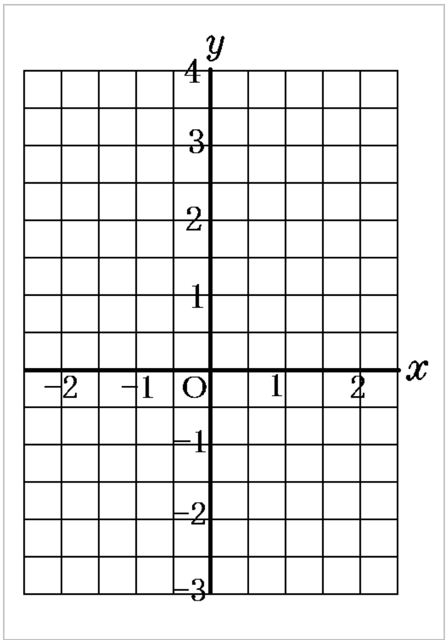
次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y = x^2$

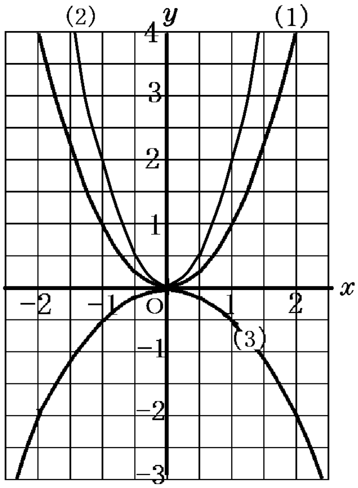
(2)　$y = 2x^2$

(3)　$y = -\frac{1}{2}x^2$

[解答欄]



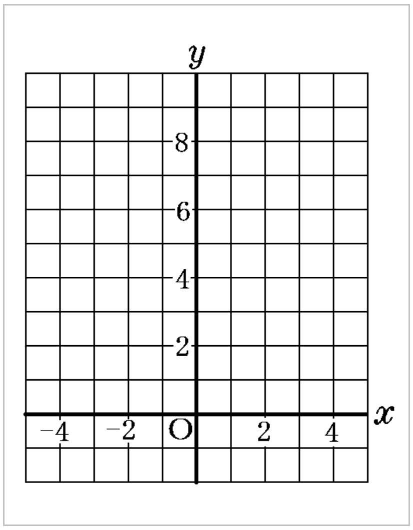
[解答]



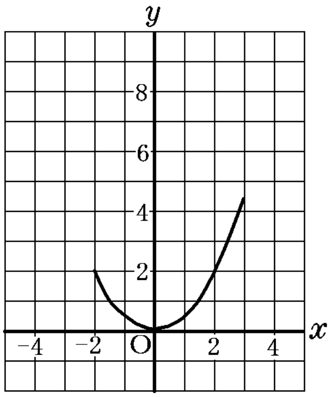
[問題](2 学期中間)

関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフをかけ。ただし x の変域を $-2\leqq x\leqq 3$ とする。

[解答欄]



[解答]



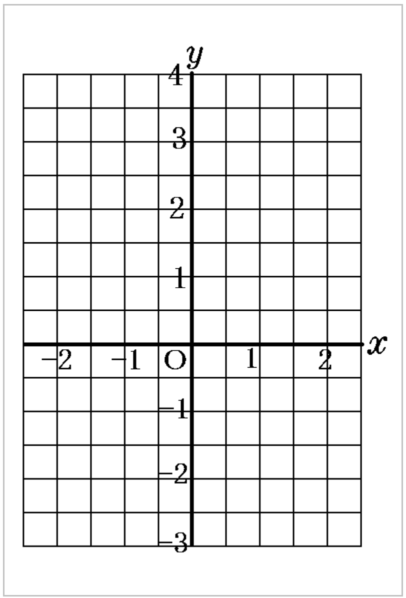
[問題](2 学期中間)

次の式のグラフをかけ。

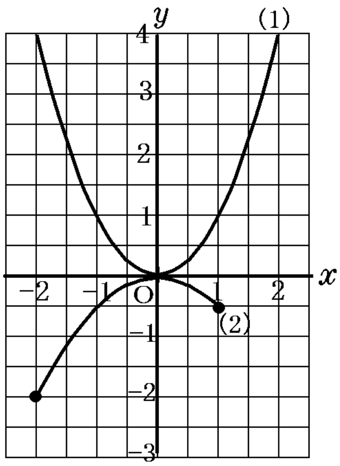
(1) $y = x^2$

(2) $y = -\dfrac{1}{2}x^2 \ \left(-2 \leqq x \leqq 1\right)$

[解答欄]



[解答]

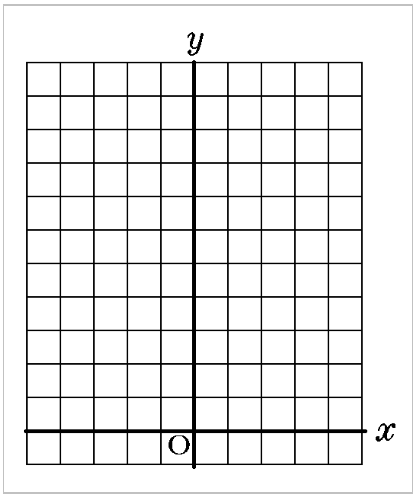


[問題](2 学期中間)

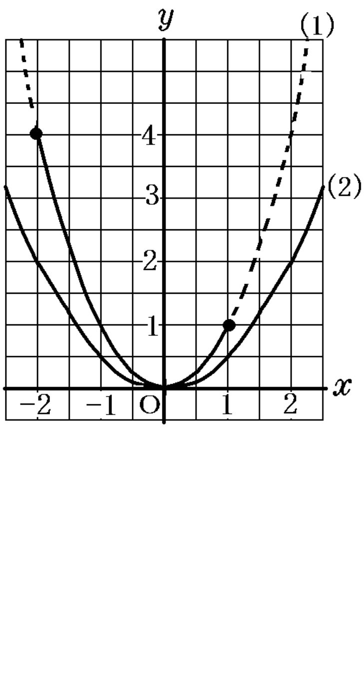
次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y = x^2 \quad (-2 \leqq x \leqq 1)$　　　　(2)　$y = \dfrac{1}{2}x^2$

[解答欄]



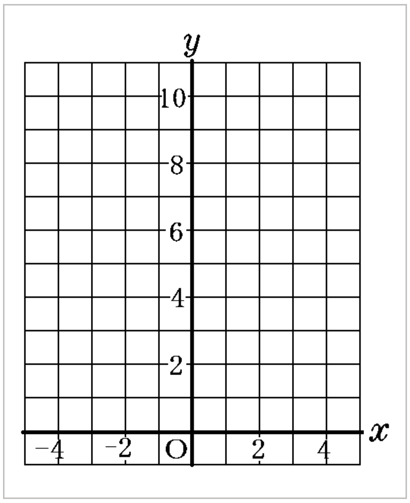
[解答]



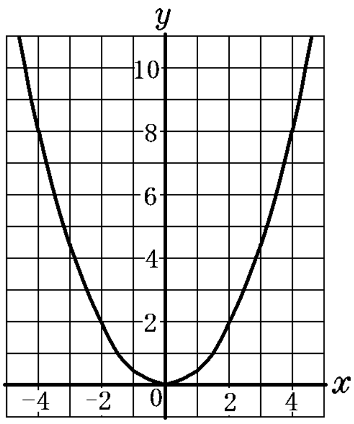
[問題](2 学期期末)

y は x の 2 乗に比例し，$x = 2$ のとき $y = 2$ である。この関数のグラフをかけ。

[解答欄]



[解答]



[解説]

y が x の 2 乗に比例するので，$y = ax^2$ とおく。$x = 2$，$y = 2$ を $y = ax^2$ に代入すると，

$2 = a \times 2^2$，$4a = 2,\ a = \dfrac{1}{2}$

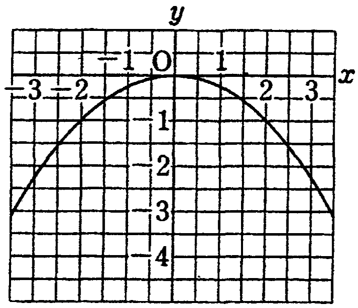
よって，この関数の式は $y = \dfrac{1}{2}x^2$

[問題](2 学期期末)

右の曲線は $y=ax^2$ のグラフである。

(1)　a の値を求めよ。

(2)　$x=1.5$ のときの y の値を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　$a=-\frac{1}{4}$　(2)　$y=-\frac{9}{16}$

[解説]

(1) グラフより，この曲線は点(2，−1)を通るので，$x=2$，$y=-1$ を $y=ax^2$ に代入して，

$-1=a\times4,\ a=-\frac{1}{4}$

(2) (1)よりこの曲線の式は $y=-\frac{1}{4}x^2$　これに $x=1.5=\frac{3}{2}$ を代入すると，

$$y=-\frac{1}{4}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{1}{4}\times\frac{9}{4}=-\frac{9}{16}$$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=ax^2$ のグラフが点(3，−36)を通るとき，a の値を求めよ。

[解答欄]

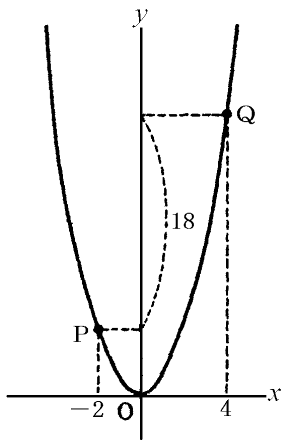
[解答] $a=-4$

[解説]

$y=ax^2$ に $x=3, y=-36$ を代入。$-36=a\times3^2$，$9a=-36$，$a=-4$

[問題](2 学期期末)

右のグラフは $y=ax^2$ のグラフである。このグラフは，x の座標が－2 の点 P と x 座標が 4 の点 Q を通り，それぞれの点の y 座標の差は 18 である。a の値を求めよ。



[解答欄]

[解答] $a=\dfrac{3}{2}$

[解説]

点 P の y 座標は，$y=a\times(-2)^2=4a$

点 Q の y 座標は，$y=a\times4^2=16a$

P，Q の y 座標の差は 18 なので，$16a-4a=18$

$12a=18,\ a=18\div12=\dfrac{18}{12}=\dfrac{3}{2}$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=2x^2$ が直線 $y=8$ と交わる点を A, B とするとき, 線分 AB の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答] 4

[解説]

$y=2x^2$ に $y=8$ を代入すると $8=2x^2$，$x^2=4$，$x=\pm2$

よって，(線分 AB の長さ)$=2-(-2)=4$

【】二次関数のグラフの特徴

[放物線・原点を通る・ y 軸に対称]

[問題](2 学期期末)

次の文中の①～③に適語を入れよ。

$y = ax^2$ のグラフを(　①　)線という。このグラフは(　②　)軸について線対称で, a がどのような値をとっても(　③　)点を通る。

[解答欄]

①	②	③

[解答]① 放物　② y　③ 原

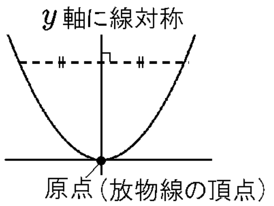
[解説]

<Point>二次関数 $y = ax^2$ の性質

・原点を通る(頂点は原点にある)

・ y 軸に線対称な放物線になる。

　(y 軸が放物線の軸)



[問題](2 学期期末)

次の文中の①～⑤に適語を入れよ。

y が x の 2 乗に比例する関数は, 比例定数を a とすると, (　①　)と表され, そのグラフは, (　②　)を通る曲線で, (　③　)と呼ばれる。また, (　④　)軸について(　⑤　)である。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	

[解答]① $y = ax^2$　② 原点　③ 放物線　④ y　⑤ 線対称(対称)

[a→グラフの位置・開き方]

[問題](2 学期期末)

次の文中の①～③の(　　)内からそれぞれ適語を選べ。

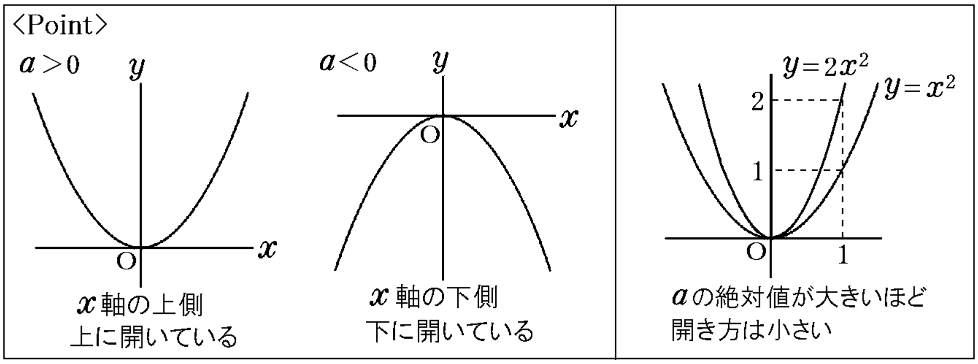
$y = ax^2$ のグラフは，$a < 0$ のとき，　x 軸の①(上／下)側にあり，②(上／下)に開いている。a の絶対値が大きいほど開き方は③(大きく／小さく)なる。

[解答欄]

①	②	③

[解答]① 下　② 下　③ 小さく

[解説]



[問題](2 学期中間)

次の①～⑤は，関数 $y = ax^2$ のグラフについて特徴を述べたものである。(　　)にあてはまる適当なことばや記号を入れよ。

・(　①　)を通り，(　②　)に関して線対称である。

・ a(　③　)0 のとき，曲線は上に開いている。

・ a の(　④　)が大きいほどグラフの開き方が小さくなる。

・ $y = ax^2$ のグラフと $y = -ax^2$ のグラフは，(　⑤　)について線対称である。

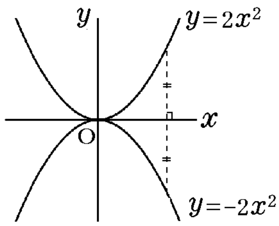
[解答欄]

①	②	③
④	⑤	

[解答]① 原点　② y 軸　③ ＞　④ 絶対値　⑤ x 軸

[解説]

⑤ 例えば，$y=2x^2$ と $y=-2x^2$ は，右図のように x 軸について線対称(対称)である。



[問題](後期中間)

関数 $y=ax^2$ のグラフが，$y=-3x^2$ のグラフと x 軸について対称になるとき，a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=3$

[問題](2 学期期末)

次のア～エの関数について，後の各問いに答えよ。

ア $y=x^2$　　イ $y=-3x^2$　　ウ $y=\frac{1}{2}x^2$　　エ $y=-\frac{1}{3}x^2$

(1) グラフが上に開いた放物線であるものをすべて選び，記号で答えよ。

(2) グラフの開き方が最も大きいものを選び，記号で答えよ。

(3) グラフがウのグラフと x 軸について線対称である関数の式を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) ア，ウ　(2) エ　(3) $y=-\frac{1}{2}x^2$

[解説]

(1) $y=ax^2$ で，$a>0$ のときグラフは上に開いている。$a<0$ のときは下に開いている。$a>0$ であるのはアとウ

(2) $y=ax^2$ の a の絶対値が小さいほど開き方は大きい。ア～エで a の絶対値が一番小さいのはエの $y=-\frac{1}{3}x^2$

(3)　$y=ax^2$ の a の絶対値が同じで符号が反対の 2 つの放物線は x 軸について線対称であるので，ウの $y=\frac{1}{2}x^2$ と x 軸について線対称である関数の式は $y=-\frac{1}{2}x^2$ である。

[問題](3 学期)

　次のア～キの関数について，(1)～(4)にあてはまるものをそれぞれすべて選び，記号で答えよ。

ア　$y=-x^2$　　イ　$y=0.2x^2$　　ウ　$y=-\frac{1}{3}x^2$　　エ　$y=\frac{1}{5}x^2$

オ　$y=-\frac{1}{10}x^2$　　カ　$y=x^2$　　キ　$y=-\frac{1}{2}x^2$

(1)　グラフが(3，－3)を通るもの

(2)　グラフが上に開いているもの

(3)　グラフの開き方が最も大きいもの

(4)　グラフが x 軸について線対称であるものの組み合わせ

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)　ウ　(2)　イ，エ，カ　(3)　オ　(4)　アとカ

[解説]

(1)　$y=-\frac{1}{3}x^2=-\frac{1}{3}\times3^2=-3$ なので，$x=3$ を代入すると $y=-3$ になるのはウである。

(2)　放物線 $y=ax^2$ のグラフで，$a>0$ のとき，グラフは上に開き，$a<0$ のときグラフは下に開く。$a>0$ なのは，イ，エ，カ。

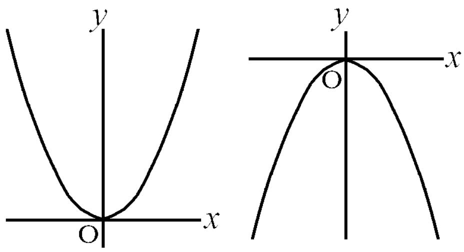
(3)　a の絶対値が小さいほど開き方は大きくなる。したがって，オのグラフの開き方が最も大きい。

(4)　$y=2x^2$ と $y=-2x^2$ など a の絶対値が同じで, 符号が反対のものは x 軸について線対称になる。

[増加・減少のようす]

[問題](2 学期期末)

右の $y=ax^2$ のグラフを見て，次の文の①～④に「増加」または「減少」の言葉を入れよ。



$a>0$のとき　　$a<0$のとき

関数 $y=ax^2$ について，

・$a>0$ のとき，x の値を増加させると y の値は，

　$x \leqq 0$ で(　①　)し，$x \geqq 0$ で(　②　)する。

・$a<0$ のとき，x の値を増加させると y の値は，

　$x \leqq 0$ で(　③　)し，$x \geqq 0$ で(　④　)する。

[解答欄]

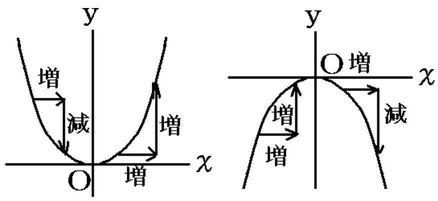
①	②	③
④		

[解答]①　減少　②　増加　③　増加　④　減少

[解説]

グラフが右上がりのとき x が増加すると y も増加

グラフが右下がりのとき x が増加すると y は減少



(a>0のとき)　(a<0のとき)

[問題](2 学期期末)

次の関数のうち，①，②に当てはまるものをすべて選び，記号で答えよ。

ア　$y=\dfrac{1}{4}x^2$　　イ　$y=-5x^2$　　ウ　$y=2x+1$

①　グラフが y 軸について対称である。

②　$x>0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値も増加する。

[解答欄]

①	②

[解答]①　ア，イ　②　ア，ウ

[解説]

① 放物線のグラフ(アとイ)は y 軸について線対称(対称)である。ウは一次関数で直線であるので y 軸について線対称ではない。

② アの $y=\frac{1}{4}x^2$ は比例定数が正なので $x>0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値も増加する。イの $y=-5x^2$ は比例定数が負なので $x>0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値は減少する。ウの $y=2x+1$ はすべての x の範囲で，x の値が増加すると，y の値も増加する。

[グラフの特徴全般]

[問題](2 学期期末)

　次の関数について，後の各問いに答えよ。

① $y=2x^2$　　② $y=-3x^2$　　③ $y=-\frac{1}{3}x^2$　　④ $y=3x^2$

(1)　グラフが上に開いているものはどれか。

(2)　グラフの開き方が，もっとも大きいものはどれか。

(3)　x 軸について対称になっている関数のグラフはどれとどれか。

(4)　$x<0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値も増加するものはどれか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) ①と④　(2) ③　(3) ②と④　(4) ②と③

[解説]

(1)　$y=ax^2$ で，$a>0$ のときグラフは上に開いている。$a<0$ のときは下に開いている。

(2)　$y=ax^2$ の a の絶対値が小さいほど開き方は大きい。例えば，$y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフは $y=2x^2$ のグラフより開き方は大きい。

(3) 例えば，$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと $y=-\frac{1}{2}x^2$ は x 軸について線対称。

(4) x の値が増加するとき y の値も増加する場合，グラフは右上がり。

$x<0$ の範囲で右上がりになる放物線は，例えば $y=-\frac{1}{2}x^2$，$y=-5x^2$ のように比例定数が負のグラフである。

[問題](3 学期)

次の関数について，後の各問いに答えよ。

ア　$y=x$　　イ　$y=-2x+1$　　ウ　$y=\frac{x}{2}$　　エ　$y=\frac{2}{x}$　　オ　$y=x^2$

カ　$y=-2x^2$　　キ　$y=-\frac{1}{2}x^2$

(1)　グラフが直線になるものをすべてあげよ。

(2)　グラフが下に開いた放物線になるものをすべてあげよ。

(3)　$x<0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値が減少するものをすべてあげよ。

(4)　グラフが原点を通らないものをすべてあげよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)ア，イ，ウ　(2) カ，キ　(3) イ，エ，オ　(4) イ，エ

[解説]

(1) 直線のグラフの式は $y=ax+b$ である。$y=ax+b$ の形をしているのはア, イ, ウ。

(2) 放物線のグラフの式は $y=ax^2$ で，$a>0$ のとき上に開いており，$a<0$ のとき下に開いている。したがって，下に開いた放物線になるものは，カ，キ。

(3) 直線のグラフ $y=ax+b$ の場合，$a<0$ なら x の値が増加すると，y の値が減少する。これを満たすのは，ア，イ，ウのうちイである。

放物線のグラフ $y=ax^2$ で $a>0$ の場合，$x<0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値が減少する。この条件を満たすものはオである。

エは反比例のグラフで $x<0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値は減少するので条件にあてはまる。

(4) ア，ウ，オ，カ，キは $x=0$ のとき $y=0$ なので原点を通る。イ，エは原点を通らない。

[問題](2 学期中間)

次の①～⑧の関数のうちで，下の(1)～(4)にあてはまるものを，それぞれすべてあげ，記号で答えよ。

① $y=-2x$　② $y=\frac{1}{2}x$　③ $y=\frac{3}{x}$　④ $y=-x+3$

⑤ $y=-3x^2$　⑥ $y=2x+3$　⑦ $y=-\frac{1}{2}x^2$　⑧ $y=3x^2$

(1)　グラフが放物線になる。

(2)　x が 1 から 3 まで増加するとき，y の値も増加する。

(3)　$x<0$ で x の値が増加するとき，y の値も増加する。

(4)　y 軸について対称。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) ⑤，⑦，⑧　(2) ②，⑥，⑧　(3) ②，⑤，⑥，⑦　(4) ⑤，⑦，⑧

[解説]

(1) グラフが放物線になる曲線の式は $y=ax^2$，この形をしているのは⑤，⑦，⑧

(2) 直線(①，②，④，⑥)の場合，グラフの傾きが正である②と⑥が条件を満たす。放物線の場合，x が正の範囲で増加するのは比例定数が正のとき。よって，⑧が条件を満たす。③は反比例のグラフだが，$x>0$ の範囲では減少するので不適。よって，②，⑥，⑧

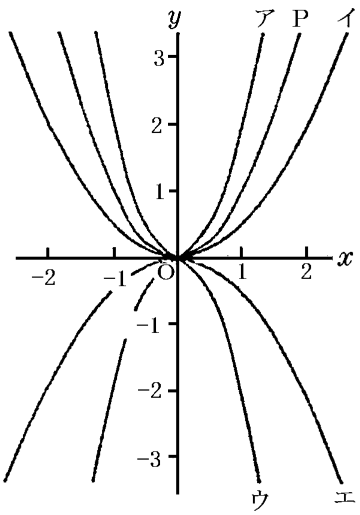
(4)　y 軸について線対称なのは放物線。よって，⑤，⑦，⑧

[式→グラフを選べ]

[問題](2 学期期末)

次の図で，P は関数 $y=x^2$ のグラフである。ア～エのグラフの中に，次の(1)，(2)のグラフがある。それはどれか，それぞれ記号で答えよ。

(1) $y=\dfrac{1}{2}x^2$　　　(2) $y=-2x^2$



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) イ　(2) ウ

[解説]

＊二次関数 $y=ax^2$ で，

・ $a>0$ のときグラフは x 軸より上(図のア，P，イ)

$a<0$ のときグラフは x 軸より下(図のウ，エ)

・ a の絶対値が大きいほど開き方は小さくなる

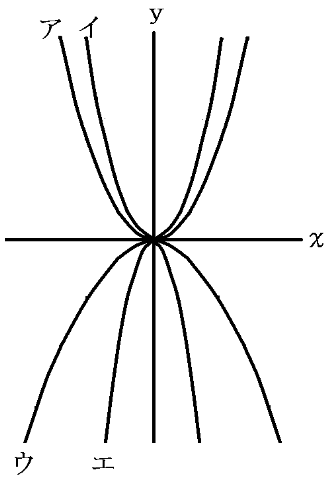
この問題では P のグラフ： $y=x^2$ を基準にして判断する。

(1)の $y=\dfrac{1}{2}x^2$ の比例定数は正なのでグラフは x 軸より上。また，比例定数 $\dfrac{1}{2}$ は $y=x^2$ の比例定数の絶対値より小さいので開き方が P より大きい。よって(1)のグラフはイ。

(2) $y=-2x^2$ の比例定数は負なのでグラフは x 軸より下。また，比例定数 -2 の絶対値は $y=x^2$ の比例定数の絶対値より大きいので開き方が P より小さい。よって(2)のグラフはウ。

[問題](2 学期中間)

右の図のア～エのグラフのうち，次の関数の式にあてはまるものを選び，記号で答えよ。ただし，アは $y = x^2$ のグラフである。



① $y = 2x^2$

② $y = -3x^2$

[解答欄]

①	②

[解答]① イ　② エ

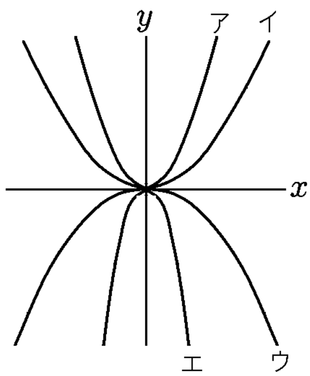
[解説]

① $y = 2x^2$ の比例定数は正なのでグラフは x 軸より上。したがってグラフはイ。

② $y = -3x^2$ の比例定数は負なのでグラフは x 軸より下。また $y = -3x^2$ の比例定数 -3 の絶対値は $y = x^2$ の比例定数1の絶対値より大きいので開き方は $y = x^2$ のグラフより小さい。よってグラフはエ。

[問題](2 学期期末)

次の①～④の関数のグラフは，右の図のア～エのどれか。



① $y = -\frac{1}{3}x^2$

② $y = \frac{3}{2}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = \frac{2}{5}x^2$

[解答欄]

①	②	③
④		

[解答]① ウ　② ア　③ エ　④ イ

[解説]

アとイは$y=ax^2$の比例定数aが$a>0$なので，② $y=\dfrac{3}{2}x^2$，④ $y=\dfrac{2}{5}x^2$のどちらかである。aの絶対値が大きいほど開き方が小さいので，② $y=\dfrac{3}{2}x^2$はアで，④ $y=\dfrac{2}{5}x^2$はイである。

ウとエは比例定数aが$a<0$なので，① $y=-\dfrac{1}{3}x^2$，③ $y=-3x^2$のどちらかである。

aの絶対値が大きいほど開き方が小さいので，③ $y=-3x^2$はエで，① $y=-\dfrac{1}{3}x^2$はウである。

【】二次関数の変域

[y の変域を求める]

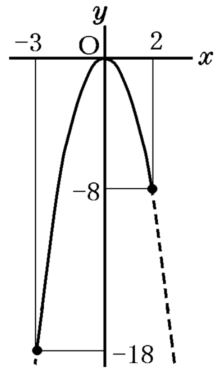
[問題](3 学期)

関数 $y=-2x^2$ で， x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めよ。

[解答欄]

[解答] $-18 \leqq y \leqq 0$

[解説]



$x=0$ が x の変域内にあるときは 3 点を比較

$x=0$ のとき， $y=0$

$x=-3$ のとき， $y=-2\times(-3)^2=-18$

$x=2$ のとき， $y=-2\times 2^2=-8$

よって， y の変域は， $-18 \leqq y \leqq 0$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ について， x の変域が次のときの y の変域を求めよ。

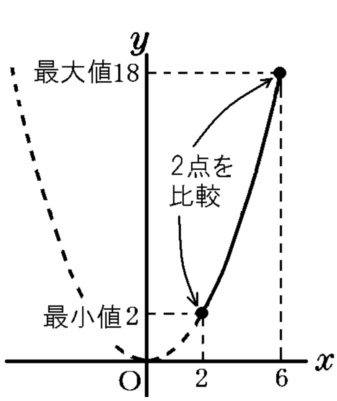
① $2 \leqq x \leqq 6$　　　② $-4 \leqq x \leqq 1$

[解答欄]

①	②

[解答]① $2 \leqq y \leqq 18$　② $0 \leqq y \leqq 8$

[解説]



①＊ $x=0$ が x の変域内にないときは 2 点を比較

$x=0$ は $2 \leqq x \leqq 6$ の範囲内にないので,

$x=2,\ 6$ のときの y の値を比較する。

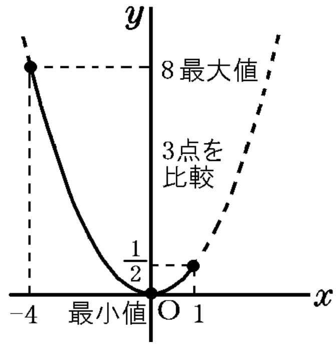
$x=2$ のとき $y=\dfrac{1}{2}\times 2^2=2$

$x=6$ のとき $y=\dfrac{1}{2}\times 6^2=18$

よって最小値は $y=2$，最大値は $y=18$

よって，$2 \leqq y \leqq 18$

②＊ $x=0$ が x の変域内にあるときは3点を比較



$x=0$ が $-4 \leqq x \leqq 1$ の変域内にあるので，

$x=0,\ -4,\ 1$ のときの y の値を比較する。

$x=0$ のとき $y=0$

$x=-4$ のとき $y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

$x=1$ のとき $y=\frac{1}{2}\times1^2=\frac{1}{2}$

よって最小値は $y=0$，最大値は $y=8$

よって，$0 \leqq y \leqq 8$

[問題](2 学期中間)

次の関数について，y の変域を求めよ。

(1) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-2<x \leqq 4$ のときの y の変域。

(2) 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $2 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域。

(3) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 4$ のときの y の変域。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $0 \leqq y \leqq 8$　(2) $4 \leqq y \leqq 9$　(3) $-8 \leqq y \leqq 0$

[解説]

(1) $x=0$ は $-2<x \leqq 4$ の変域の中。よって，$x=0,\ -2,\ 4$ のときの y の値を求める。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=-2$ のとき $y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$，$x=4$ のとき $y=\frac{1}{2}\times4^2=8$。

よって y の最小値は $y=0$，最大値は $y=8$　よって，$0 \leqq y \leqq 8$

(2) $x=0$ は $2 \leqq x \leqq 3$ の変域内にはない。よって，$x=2,\ 3$ のときの y の値を求める。

$x=2$ のとき $y=2^2=4$，$x=3$ のとき $y=3^2=9$

よって y の最小値は $y=4$，最大値は $y=9$　よって，$4 \leqq y \leqq 9$

(3)　$x=0$ は $-1 \leqq x \leqq 4$ の変域の中。よって，$x=0,\ -1,\ 4$ のときの y の値を求める。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=-1$ のとき $y=-\frac{1}{2}\times(-1)^2=-\frac{1}{2}$，

$x=4$ のとき $y=-\frac{1}{2}\times 4^2=-8$

よって，最小値は $y=-8$，最大値は $y=0$　よって，$-8 \leqq y \leqq 0$

[問題](3 学期)

関数 $y=ax^2$ において，$x=2$ のとき $y=12$ である。x の変域が $-4 \leqq x \leqq -1$ のとき，y の変域を求めよ。

[解答欄]

[解答] $3 \leqq y \leqq 48$

[解説]

$y=ax^2$ に $x=2$，$y=12$ を代入すると，$12=a\times 2^2$，$a=12\div 4=3$

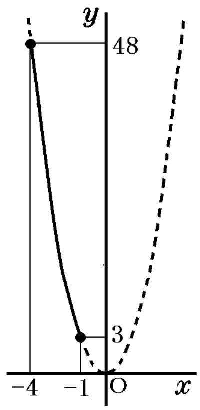
よって，$y=3x^2$

$x=0$ は $-4 \leqq x \leqq -1$ の範囲内にないので，

$x=-4,\ -1$ のときの y の値を比較する。

$x=-4$ のとき，$y=3\times(-4)^2=48$　$x=-1$ のとき，$y=3\times(-1)^2=3$

よって，$3 \leqq y \leqq 48$



[$x,\ y$ の変域→a の値を求める]

[問題](3 学期)

関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域は $-8 \leqq y \leqq 0$ となる。このとき a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=-\frac{1}{2}$

[解説]

y の変域が $-8 \leqq y \leqq 0$ で負の範囲にあるので，比例定数 a は負の値をとる。

$x=0$ は $-2 \leqq x \leqq 4$ の変域内にあるので，まず， $x=0, -2, 4$ のときの y の値を比較して最大値と最小値を求める。

$x=0$ のとき $y=a \times 0^2=0$， $x=-2$ のとき $y=a \times (-2)^2=4a$

$x=4$ のとき $y=a \times 4^2=16a$

$a<0$ なので最小値は $y=16a$，最大値は $y=0$　よって，$16a \leqq y \leqq 0$

y の変域は $-8 \leqq y \leqq 0$ と与えられているので，$16a=-8$　よって， $a=-\dfrac{1}{2}$

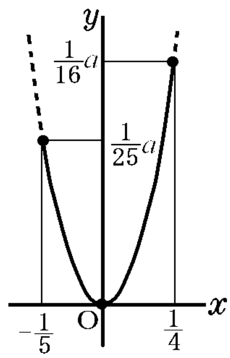
[問題](3 学期)

関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-\dfrac{1}{5} \leqq x \leqq \dfrac{1}{4}$ のときの y の変域が $0 \leqq y \leqq 1$ であるとき， a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=16$

[解説]



右図のように， y の値が最大になるのは， $x=\dfrac{1}{4}$ のときで，

そのときの y の値は $y=a \times \left(\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{1}{16}a$

y の変域が $0 \leqq y \leqq 1$ なので， $\dfrac{1}{16}a=1$　よって $a=16$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=ax^2$ において， x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき， y の変域は $b \leqq y \leqq 8$ である。このとき， a, b の値を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$b=$

[解答] $a=2$　 $b=0$

[解説]

y の変域が $b \leqq y \leqq 8$ と正の範囲にあるので，グラフは上に開いており $a>0$

$x=0$ は $-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲内にあるので， $x=0,\ -1,\ 2$ のときの y の値を比較する。

$x=0$ のとき $y=0$， $x=-1$ のとき $y=a\times(-1)^2=a$， $x=2$ のとき $y=a\times 2^2=4a$

$a>0$ なので，最小値は $y=0$，最大値は $y=4a$　よって， $0 \leqq y \leqq 4a$ ･･･①

y の変域は $b \leqq y \leqq 8$ で，①と同じになるので， $b=0,\ 4a=8$

よって， $a=2,\ b=0$

[問題](2 学期中間)

関数 $y=ax^2$ において， x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき， y の変域が $b \leqq y \leqq 18$ である。 $a,\ b$ の値を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$b=$

[解答] $a=2$　 $b=0$

[解説]

y の変域が $b \leqq y \leqq 18$ と正の範囲にあるので，グラフは上に開いており $a>0$

$x=0$ は $-2 \leqq x \leqq 3$ の範囲内にあるので， $x=0,\ -2,\ 3$ のときの y の値を比較する。

$x=0$ のとき $y=0$， $x=-2$ のとき $y=a\times(-2)^2=4a$， $x=3$ のとき $y=a\times 3^2=9a$

$a>0$ なので，最小値は $y=0$，最大値は $y=9a$　よって， $0 \leqq y \leqq 9a$ ･･･①

y の変域は $b \leqq y \leqq 18$ で，①と同じになるので， $b=0,\ 9a=18$

よって， $a=2,\ b=0$

[問題](3 学期)

関数 $y=-x^2$ について， x の変域が $-3 \leqq x \leqq a$ とき， y の変域が $-16 \leqq y \leqq b$ である。 $a,\ b$ の値を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$b=$

[解答] $a=4$　 $b=0$

[解説]

比例定数が負であるので，最小値-16をとるのは$x=-3$か$x=a$のときである。

$x=-3$のときは$y=-(-3)^2=-9$で最小値にはならない。

よって，$x=a$のときに最小値をとる。$x=a$のとき$y=-a^2$であるので，$-a^2=-16$，

$a=\pm 4$

ところで$-3 \leqq x \leqq a$なので$-3 \leqq a$　よって$a=4$

xの変域が$-3 \leqq x \leqq 4$なので，$x=0$のとき最大値$y=0$をとる。

よって，$b=0$

[一次関数の変域と一致する]

[問題](3 学期)

　2 つの関数$y=2x+6$，$y=ax^2$において，xの変域が$-3 \leqq x \leqq 2$のときyの変域が一致する。aの値を求めよ。

[解答欄]

[解答]$a=\dfrac{10}{9}$

[解説]

まず，xの変域が$-3 \leqq x \leqq 2$のときの$y=2x+6$の変域を求める。

$x=-3$のとき，$y=2\times(-3)+6=0$，

$x=2$のとき，$y=2\times 2+6=10$

よって，yの変域は，$0 \leqq y \leqq 10$

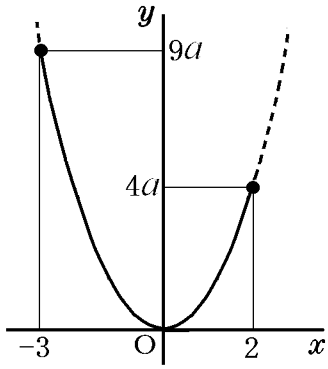
$y=ax^2$の変域も$0 \leqq y \leqq 10$になる。

右図のように，$y=ax^2$のyの値が最大になるのは，

$x=-3$のときで，

そのときのyの値は$y=a\times(-3)^2=9a$となる

よって，$9a=10$，$a=\dfrac{10}{9}$



[問題](2 学期期末)

2 つの関数 $y=-3x^2$ と $y=ax+b$ (a, b は定数, $a>0$)は, x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき, y の変域が同じになる。このとき, a, b の値を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$b=$

[解答] $a=4$　$b=-8$

[解説]

まず, $y=-3x^2$ の変域を求める。

$x=0$ は $-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲内にあるので, $x=0, -1, 2$ のときの y の値を比較する。

$x=0$ のとき $y=0$, $x=-1$ のとき $y=-3\times(-1)^2=-3$, $x=2$ のとき $y=-3\times2^2=-12$

よって最小値は $y=-12$, 最大値は $y=0$　よって, 変域は $-12 \leqq y \leqq 0$ ･･･①

次に, $y=ax+b$ の変域を求める。

$a>0$ なので, $x=-1$ のときに最小値 $y=-a+b$, $x=2$ のときに最大値 $y=2a+b$ をとる。よって, y の変域は $-a+b \leqq y \leqq 2a+b$ ･･･②

変域①, ②が同じなので,

$-a+b=-12$ ･･･①

$2a+b=0$ ･･･②

これを a, b の連立方程式として解く。②－①より, $3a=12$, $a=4$

②に $a=4$ を代入すると, $2\times4+b=0$, $b=-8$

よって, $a=4, b=-8$

[問題](2 学期期末)

次の文章中の①, ②に数値を入れよ。

x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき, $y=x^2$ と $y=ax+b$ ($a>0$)の y の変域が一致するのは, a =(　①　), b =(　②　)のときである。

[解答欄]

①	②

[解答]① $\dfrac{4}{3}$　② $\dfrac{4}{3}$

[解説]

まず，$y=x^2$ の変域を求める。

$x=0$ は $-1\leqq x\leqq 2$ の変域内にあるので，$x=0,\ -1,\ 2$ のときの y の値を比較して $y=x^2$ の最大値と最小値を求める。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=-1$ のとき $y=(-1)^2=1$，$x=2$ のとき $y=2^2=4$

よって $y=x^2$ の最大値は $y=4$，最小値は $y=0$　よって y の変域は $0\leqq y\leqq 4$・・・①

次に，$y=ax+b$ の変域を求める。

$a>0$ なので，直線は右上がりで $x=-1$ のとき最小値 $y=-a+b$

$x=2$ のとき最大値 $y=2a+b$ をとる。

よって，y の変域は $-a+b\leqq y\leqq 2a+b$・・・②

①と②の変域が一致するので，$-a+b=0$・・・③，$2a+b=4$・・・④

これを $a,\ b$ の連立方程式として解く。④－③より，$3a=4$，$a=\dfrac{4}{3}$

③に $a=\dfrac{4}{3}$ を代入すると，$-\dfrac{4}{3}+b=0$，$b=\dfrac{4}{3}$

【】二次関数の変化の割合

[二次関数の変化の割合]

[問題](2 学期期末)

関数 $y=2x^2$ について，x の値が1から3まで増加するときの変化の割合を求めよ。

[解答欄]

[解答]8

[解説]

〈Point〉

(変化の割合)$=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$

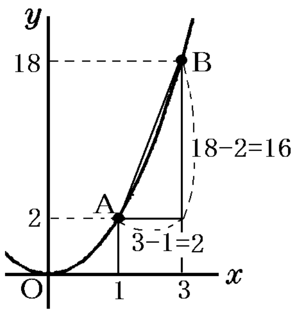
$x=1$ のとき $y=2\times1^2=2$

$x=3$ のとき $y=2\times3^2=18$

x ：$1\to3$　(増加量)$=3-1=2$

y ：$2\to18$　(増加量)$=18-2=16$

(変化の割合)$=\dfrac{(\text{y}\text{の増加量})}{(\text{x}\text{の増加量})}=\dfrac{16}{2}=8$



[問題](3 学期)

関数 $y=3x^2$ で，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

[解答欄]

[解答]15

[解説]

$x=1$ のとき $y=3\times1^2=3$，$x=4$ のとき $y=3\times4^2=48$

x ：$1\to4$　(増加量)$=4-1=3$

y ：$3\to48$　(増加量)$=48-3=45$

(変化の割合)$=\dfrac{(\text{y}\text{の増加量})}{(\text{x}\text{の増加量})}=\dfrac{45}{3}=15$

[問題](2 学期中間)

関数 $y=-\frac{3}{2}x^2$ について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

[解答欄]

[解答] -9

[解説]

$x=2$ のとき $y=-\frac{3}{2}\times 2^2=-6$，$x=4$ のとき $y=-\frac{3}{2}\times 4^2=-24$

x ： $2\to 4$ (増加量)$=4-2=2$

y ： $-6\to -24$ (増加量)$=-24-(-6)=-18$

(変化の割合) $=\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\frac{-18}{2}=-9$

[問題](2 学期中間)

関数 $y=-2x^2$ において，x が次のように変わるときの変化の割合をそれぞれ求めよ。

(1) 1から3 (2) -3 から -1 (3) -2 から 2

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) -8 (2) 8 (3) 0

[解説]

(1) $x=1$ のとき $y=-2\times 1^2=-2$，$x=3$ のとき $y=-2\times 3^2=-18$

y ： $-2\to -18$ (増加量)$=-18-(-2)=-16$

x ： $1\to 3$ (増加量)$=3-1=2$

(変化の割合)$=\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\frac{-16}{2}=-8$

＊(参考)

2 乗に比例する関数の変化の割合の簡単な計算方法

$y=ax^2$ で x が p から q に変化するとき，

$$(\text{変化の割合}) = \frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})} = \frac{aq^2-ap^2}{q-p} = \frac{a\left(q^2-p^2\right)}{q-p} = \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p} = a(q+p)$$

これを使うと，(変化の割合)＝ $a(p+q)=-2\times(1+3)=-8$

(2)，(3)はこの簡単な計算方法を使ってみる。

(2) (変化の割合)＝ $a(p+q)=-2\times(-3-1)=8$

(3) (変化の割合)＝ $a(p+q)=-2\times(-2+2)=0$

＊(1)～(3)でわかるように， $y=ax^2$ の場合，変化の割合は一定ではない。

[問題](2 学期中間)

次に問いに答えよ。

(1) 関数 $y=x^2$ で， x の値が -3 から -1 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(2) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(3) 関数 $y=2x^2$ について， x が -3 から 1 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) -4 (2) 2 (3) -4

[解説]

＊2 乗に比例する関数の変化の割合の簡単な計算方法

$y=ax^2$ で x が p から q に変化するとき，

$$(\text{変化の割合}) = \frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})} = \frac{aq^2-ap^2}{q-p} = \frac{a\left(q^2-p^2\right)}{q-p} = \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p} = a(q+p)$$

(1) (変化の割合)＝ $1\times(-3-1)=-4$

(2) (変化の割合)＝ $\frac{1}{2}\times(1+3)=2$

(3) (変化の割合)＝ $2\times(-3+1)=-4$

[二次関数以外の変化の割合]

[問題](3 学期)

　次の関数について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(1)　$y=3x-\frac{1}{2}$　　　　(2)　$y=\frac{8}{x}$

(3)　$y=2x^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　3　(2)　−1　(3)　12

[解説]

(1)　$x=2$ のとき $y=3\times2-\frac{1}{2}=\frac{11}{2}$，　$x=4$ のとき $y=3\times4-\frac{1}{2}=\frac{23}{2}$

x ： $4\to2$　(増加量)＝ $4-2=2$

y ： $\frac{11}{2}\to\frac{23}{2}$　(増加量)＝ $\frac{23}{2}-\frac{11}{2}=6$

(変化の割合)＝ $\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\frac{6}{2}=3$

＊一次関数 $y=ax+b$ で a は変化の割合を表すので，計算せずに，(変化の割合)＝3 と答えをだすこともできる。

(2)　$x=2$ のとき $y=\frac{8}{2}=4$，　$x=4$ のとき $y=\frac{8}{4}=2$

x ： $2\to4$　(増加量)＝ $4-2=2$

y ： $4\to2$　(増加量)＝ $2-4=-2$

(変化の割合)＝ $\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\frac{-2}{2}=-1$

(3)　$x=2$ のとき $y=2\times2^2=8$，　$x=4$ のとき $y=2\times4^2=32$

x ： $2\to4$　(増加量)＝ $4-2=2$

y ： $8\to32$　(増加量)＝ $32-8=24$

(変化の割合)＝ $\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\frac{24}{2}=12$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=ax^2$ では，その変化の割合は，一次関数の場合と異なり(　　　　)ではない。

[解答欄]

[解答]一定

[解説]

例えば，一次関数 $y=3x+5$ の場合，

x が $1\to3$ と 2 増加するとき， y は $8\to14$ と 6 増加する

x が $3\to6$ と 3 増加するとき， y は $14\to23$ と 9 増加する

y の増加量は異なっているが，変化の割合(x が 1 増加するときの y の増加量)は

(変化の割合)＝$\dfrac{14-8}{3-1}=\dfrac{6}{2}=3$，(変化の割合)＝$\dfrac{23-14}{6-3}=\dfrac{9}{3}=3$

と等しくなる。直線の場合の変化の割合は一定で，直線の傾きと等しくなる。

これに対し，二次関数の場合は一定ではない。

[変化の割合→ a の値]

[問題](2 学期中間)

関数 $y=ax^2$ で， x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 12 になった。このとき， a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=3$

[解説]

$x=1$ のとき $y=a\times1^2=a$， $x=3$ のとき $y=a\times3^2=9a$

x ： $1\to3$　　(増加量)＝$3-1=2$

y ： $a\to9a$　(増加量)＝$9a-a=8a$

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{8a}{2}=4a$

変化の割合は 12 なので， $4a=12$， $a=3$

[問題](3 学期)

関数 $y=ax^2$ において，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は 2 である。a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=\dfrac{1}{2}$

[解説]

$x=1$ のとき $y=a\times1^2=a$，$x=3$ のとき $y=a\times3^2=9a$

x ：$1\to3$　(増加量)＝$3-1=2$

y ：$a\to9a$　(増加量)＝$9a-a=8a$

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{8a}{2}=4a$

変化の割合は 2 なので，$4a=2$，$a=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

[問題](2 学期中間)

y が x の 2 乗に比例し，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 2 であるような関数の式を求めよ。

[解答欄]

[解答] $y=\dfrac{1}{2}x^2$

[解説]

求める関数の式を $y=ax^2$ とおくと，

$x=1$ のとき $y=a\times1^2=a$，$x=3$ のとき $y=a\times3^2=9a$

x ：$1\to3$　(増加量)＝$3-1=2$

y ：$a\to9a$　(増加量)＝$9a-a=8a$

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{8a}{2}=4a$

変化の割合は2なので，$4a=2$，$a=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

よって，求める式は$y=\frac{1}{2}x^2$

[問題](後期中間)

関数$y=ax^2$で，xの値が2から5まで増加するとき，変化の割合が$y=-7x+3$と同じになった。このとき，aの値を求めよ。

[解答欄]

[解答]$a=-1$

[解説]

$x=2$のとき$y=a\times 2^2=4a$，$x=5$のとき$y=a\times 5^2=25a$

x : $2\to 5$　(増加量)＝$5-2=3$

y : $4a\to 25a$　(増加量)＝$25a-4a=21a$

(変化の割合) ＝$\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$＝$\frac{21a}{3}=7a$

一次関数$y=-7x+3$の変化の割合はつねに－7である。

よって，$7a=-7$，$a=-1$

[問題](3学期)

関数$y=ax^2$について，xが2から4まで増加したときのyの増加量は24であった。aの値を求めよ。

[解答欄]

[解答]$a=2$

[解説]

$x=2$のとき$y=a\times 2^2=4a$，$x=4$のとき$y=a\times 4^2=16a$

したがって，(yの増加量)＝$16a-4a=24$, $12a=24$, $a=2$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=x^2$ で，x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合は 4 である。このとき，a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=1$

[解説]

$x=a$ のとき $y=a^2$，$x=a+2$ のとき $y=(a+2)^2=a^2+4a+4$

x : $a \to a+2$　(増加量)$=a+2-a=2$

y : $a^2 \to a^2+4a+4$　(増加量)$=a^2+4a+4-a^2=4a+4$

(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{4a+4}{2}=2a+2$

変化の割合は 4 なので，$2a+2=4$, $2a=2$, $a=1$

[問題](2 学期期末)

x の値が a から $a+3$ まで増加するとき，2 つの関数 $y=2x^2$ と $y=2x+1$ の変化の割合が等しい。このとき，a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=-1$

[解説]

まず，$y=2x^2$ の変化の割合を求める。

$x=a$ のとき $y=2a^2$，$x=a+3$ のとき $y=2(a+3)^2=2(a^2+6a+9)=2a^2+12a+18$

x : $a \to a+3$　(増加量)$=a+3-a=3$

y : $2a^2 \to 2a^2+12a+18$　(増加量)$=2a^2+12a+18-2a^2=12a+18$

(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{12a+18}{3}=4a+6$

一次関数の変化の割合はつねに傾きに等しいので，$y=2x+1$ の変化の割合は 2

よって，$4a+6=2$，$4a=-4$，$a=-1$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=ax^2$(aは定数)について，xの値が1から4まで増加するときの変化の割合は，xの値が0から1まで増加するときの変化の割合よりも3大きくなる。このとき，aの値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=\dfrac{3}{4}$

[解説]

まず，xの値が1から4まで増加するときの変化の割合を求める。

$x=1$のとき $y=a\times 1^2=a$，$x=4$のとき $y=a\times 4^2=16a$

x : $1\rightarrow 4$ (増加量)＝$4-1=3$

y : $a\rightarrow 16a$ (増加量)＝$16a-a=15a$

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{15a}{3}=5a\cdots$①

次に，xの値が0から1まで増加するときの変化の割合を求める。

$x=0$のとき $y=0$，$x=1$のとき $y=a\times 1^2=a$

x : $0\rightarrow 1$ (増加量)＝$1-0=1$

y : $0\rightarrow a$ (増加量)＝$a-0=a$

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{a}{1}=a\cdots$②

条件より①の変化量は②の変化量より3大きいので，$5a=a+3,\ 4a=3$，$a=\dfrac{3}{4}$

[平均の速さ]

[問題](2 学期期末)

ある斜面をころがりはじめてから x 秒間にころがる距離を y m とすると，$y=3x^2$ という関係がある。このとき，1秒後から4秒後までの平均の速さは秒速何 m か。

[解答欄]

[解答]秒速 15m

[解説]

$x=1$ のとき $y=3\times1^2=3$，$x=4$ のとき $y=3\times4^2=48$

x ：$1\to4$ (増加量)＝(かかった時間)＝$4-1=3$(秒)

y ：$3\to48$ (増加量)＝(進んだ距離)＝$48-3=45$(m)

(平均の速さ)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{45}{3}=15$(m／秒)

よって，平均の速さは，秒速 15m である。

[問題](2 学期中間)

ボールが斜面をころがり始めてからの時間を x 秒，その間にころがった距離を y m とすると，x と y との間には，$y=2x^2$ という関係がある。この運動について，3秒から5秒までの平均の速さを求めよ。

[解答欄]

[解答]秒速 16m

[解説]

$x=3$ のとき $y=2\times3^2=18$，$x=5$ のとき $y=2\times5^2=50$

y ：$18\to50$ (増加量)＝(進んだ距離)＝$50-18=32$ m

x ： $3\to5$ (増加量)＝(かかった時間)＝$5-3=2$ 秒

(平均の速さ)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{32}{2}=16$(m／秒)

よって，平均の速さは，秒速 16m である。

[問題](2 学期期末)

ある斜面で球をころがしたところ，球がころがり始めて x 秒間にころがる距離を y m として， $y=ax^2$ の関係が成り立つ。球がころがり始めて 2 秒後から 5 秒後までの間の平均の速さは，秒速 14m であった。このとき， a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=2$

[解説]

$x=2$ のとき $y=a\times2^2=4a$， $x=5$ のとき $y=a\times5^2=25a$

y ： $4a\rightarrow25a$ (増加量)＝(進んだ距離)＝ $25a-4a=21a$ (m)

x ： $2\rightarrow5$ (増加量)＝(かかった時間)＝ $5-2=3$ (秒)

(平均の速さ)＝ $\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{21a}{3}=7a$ (m／秒)

よって， $7a=14$， $a=2$

[印刷／他のPDFファイルについて]

※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

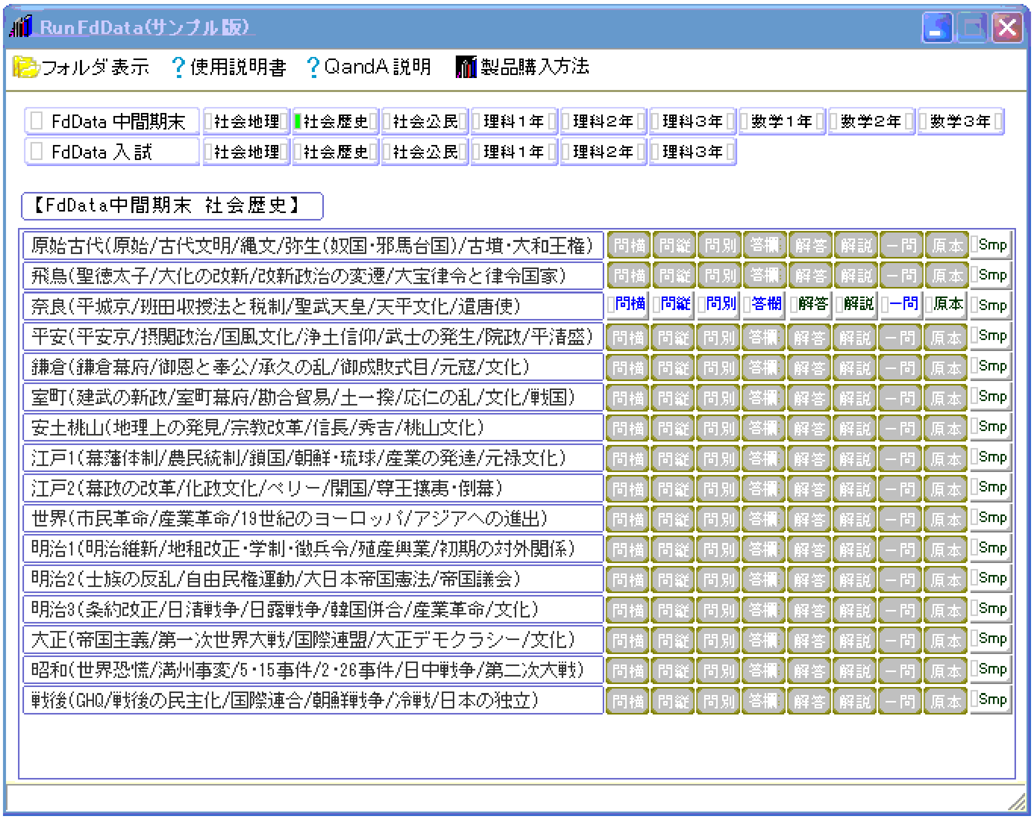
※FdData中間期末(社会･理科･数学)全分野のPDFファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば， FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1800 ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【 http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】

※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd教材開発】(092) 404-2266

http://www.fdtext.com/dat/