【】x の 2 乗に比例する関数
[$y$ が $x$ の 2 乗に比例するものを選べ]

[問題](2 学期期末)

次のア～カの関数について，$y$ が $x$ の 2 乗に比例しているものをすべて選べ。

ア　$y=3x^2$　　イ　$y=\dfrac{1}{x^2}$　　ウ　$y=-x^2$　　エ　$y=\dfrac{1}{2}x^2$　　オ　$y=3^2x$

カ　$y=-\dfrac{x^2}{2}$

[解答欄]

[解答]ア，ウ，エ，カ

[解説]

<Point>　$y$ が $x$ の 2 乗に比例
$y=ax^2$（$a$ は比例定数)

イは $x^2$ が分母にきているので $y$ が $x$ の 2 乗に比例する関数ではない。オは $x$ の指数は 1 なので一次関数

[問題](2 学期中間)

次の関数のうち，$y$ が $x$ の 2 乗に比例するものはどれか。

ア　$y=-2x$　　イ　$y=\dfrac{3}{x^2}$　　ウ　$y=\dfrac{x}{2}$　　エ　$y=\dfrac{x^2}{5}$

[解答欄]

[解答]エ

[解説]

イは $x^2$ が分母にきているので $y$ が $x$ の 2 乗に比例する関数ではない。
アとウは $x$ の指数は 1 なので一次関数である。

[問題](2 学期期末)
　$y$ が $x$ の関数であり，変数 $x$ と $y$ の間に，$a$ を 0 でない定数として $y=ax^2$ という関係が成り立つとき，$y$ は $x$ の 2 乗に比例するといい，この定数 $a$ を(　　　)という。

[解答欄]

[解答]比例定数

[問題](2 学期期末)
　次のア～エのうち，$y$ が $x$ の 2 乗に比例するものをすべて選び，記号で答えよ。

ア　周の長さが 40cm の長方形の縦の長さ $x$ cm と横の長さ $y$ cm

イ　半径 $x$ cm の円の面積 $y$ cm²

ウ　底面が 1 辺 $x$ cm の正方形で，高さが 5cm の正四角柱の体積 $y$ cm³

エ　1 辺が $x$ cm の立方体の体積 $y$ cm³

[解答欄]

[解答]イ，ウ

[解説]

ア　$(x+y)\times 2=40$，$x+y=20$，$y=-x+20$ なので一次関数である。

イ　$y=\pi x^2$ なので，$y$ は $x$ の 2 乗に比例する。

ウ　$y=x^2\times 5$，$y=5x^2$ なので，$y$ は $x$ の 2 乗に比例する。

エ　$y=x^3$ で，$x$ の指数部分は 3 なので，$y$ は $x$ の 3 乗に比例する。

[問題](2 学期中間)
　次のア～エについて，$y$ が $x$ の 2 乗に比例するものをすべて選び，記号で答えよ。

ア　半径 $x$ cm，中心角が 18°のおうぎ形の面積を $y$ cm² とする。

イ　$x$ km の道のりを毎時 $y$ km の速さで進むときにかかる時間は 2 時間である。

ウ　底辺の半径が $x$ cm，高さが 2cm の円錐の体積を $y$ cm³ とする。

エ　縦 $2x$ cm，横 $3x$ cm，高さ $x$ cm の直方体の体積を $y$ cm³ とする。

[解答欄]

[解答]ア，ウ

[解説]

ア　$y=\pi x^2\times\dfrac{18}{360}$，$y=\dfrac{\pi}{20}x^2$ なので，$y$ は $x$ の 2 乗に比例する。

イ（速さ）＝(道のり)÷(時間)　$y=x\div 2$，$y=\dfrac{1}{2}x$ なので一次関数である。

ウ　$y=\dfrac{1}{3}\times\pi x^2\times 2$，$y=\dfrac{2\pi}{3}x^2$ なので，$y$ は $x$ の 2 乗に比例する。

エ　$y=2x\times 3x\times x$，$y=6x^3$ なので，$y$ は $x$ の 3 乗に比例する。

[式の決定]

[問題](2 学期中間)

　$y$ が $x$ の 2 乗に比例し，$x=-3$ のとき $y=72$ である。このとき，$x$，$y$ の関係を式に表せ。

[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答] $y=8x^2$

[解説]

$y$ が $x$ の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

$x=-3,\ y=72$ を代入すると，$72=a\times(-3)^2$，$9a=72$，$a=8$

よって，$y=8x^2$

[問題](2 学期期末)

　$y$ は $x$ の 2 乗に比例し，$x=2$ のとき，$y=12$ である。次の各問いに答えよ。

(1)　$y$ を $x$ の式で表せ。

(2)　$x=-3$ のとき $y$ の値を求めよ。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1)　$y=3x^2$　(2)　$y=27$

[解説]

(1)　$y$ が $x$ の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

$y=ax^2$ に $x=2,\ y=12$ を代入すると，$12=a\times 4$，$a=3$

よって，$y=3x^2$

(2)　$y=3x^2$ に $x=-3$ を代入すると，$y=3\times(-3)^2=27$

[問題](2 学期期末)

$y$ が $x$ の 2 乗に比例していて，$x=2$ のとき $y=36$ である。次の各問いに答えよ。

(1) $y$ を $x$ の式で表せ。

(2) $x=-3$ のとき $y$ の値を求めよ。

(3) $y=9$ のときの $x$ の値を求めよ。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1) $y=9x^2$ (2) $y=81$ (3) $x=\pm1$

[解説]

(1) $y$ が $x$ の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。この式に $x=2$，$y=36$ を代入すると，$36=a\times4$，$a=9$ よって，$y=9x^2$

(2) $y=9x^2$ に $x=-3$ を代入すると，$y=9\times(-3)^2=81$

(3) $y=9x^2$ に $y=9$ を代入すると，$9=9x^2$，$x^2=1$, $x=\pm1$

[問題](2 学期期末)

$y$ は $x$ の 2 乗に比例し，$x=3$ のとき $y=18$ である。このとき，次の各問いに答えよ。

① $x$, $y$ の関係を式に表せ。

② $x=2$ のときの $y$ の値を求めよ。

③ $y=72$ のときの $x$ の値を求めよ。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |

[解答]① $y=2x^2$ ② $y=8$ ③ $x=\pm6$

[解説]

① $y$ が $x$ の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

$y=ax^2$ に $x=3$，$y=18$ を代入すると，$18=a\times3^2$，$9a=18$, $a=2$ よって，$y=2x^2$

② $x=2$ を $y=2x^2$ に代入すると，$y=2\times2^2=8$

③ $y=72$ を $y=2x^2$ に代入すると，$72=2x^2$，$x^2=36$，$x=\pm6$

[問題](2 学期期末)

$y$ が $x$ の 2 乗に比例し，$x=4$ のとき，$y=8$ である。$x=-6$ のときの $y$ の値を求めよ。

[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答] $y=18$

[解説]

$y$ が $x$ の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおく。この式に $x=4$， $y=8$ を代入。

$8=a\times 4^2$，$16a=8$， $a=\dfrac{1}{2}$　よって， $y=\dfrac{1}{2}x^2$

この式に $x=-6$ を代入すると， $y=\dfrac{1}{2}\times(-6)^2=18$

[ $y=ax^2$ の表]

[問題](2 学期期末)

関数 $y=ax^2$ で，$x$，$y$ の関係が次の表のようになるとき，①ア，イにあてはまる数を求め，②$y$ を $x$ の式で表せ。

| $x$ | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 27 | 12 | ア | 0 | ア | 12 | 27 | イ |

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ①ア | イ | ② |

[解答]①ア　3　イ　48　②　$y=3x^2$

[解説]

$y=ax^2$ に $x=2$，$y=12$ を代入すると，$12=a\times 4$，$a=3$ よって，式は $y=3x^2$

$y=3x^2$ に $x=-1$ を代入すると， $y=3\times(-1)^2=3$

$y=3x^2$ に $x=4$ を代入すると， $y=3\times 4^2=48$

[問題](2 学期期末)

次の各問いに答えよ。

(1)　次の表の空欄をうめて対応表を完成せよ。ただし， $y$ は $x$ の 2 乗に比例する。

| $x$ | … | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | 27 | | | 0 | | 12 | | … |

(2)　(1)の対応表から $x$ と $y$ の関係を式で表せ。

(3)　(2)の式の比例定数を答えよ。

[解答欄]

(1)

| $x$ | … | $-3$ | $-2$ | $-1$ | 0 | 1 | 2 | 3 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | 27 | | | 0 | | 12 | | … |

| (2) | (3) |
|---|---|

[解答](1) (左から) 12, 3, 3, 27 (2) $y=3x^2$ (3) 3

[解説]

(1)～(3) $y$ は $x$ の 2 乗に比例するので, $y=ax^2$ とおくことができる。

表の $x=2,\ y=12$ を $y=ax^2$ に代入すると, $12=a\times 4$, $a=3$

よって比例定数は3で, $y=3x^2$

表の数値は, $y=3x^2$ に $x$ の値を入れて計算すればよい。

[問題](2 学期期末)

関数 $y=2x^2$ について, 次の各問いに答えよ。

(1) 下の表の空欄をうめよ。

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | | | | | |

(2) $x$ の値が 3 倍になると, $y$ の値は何倍になるか。

[解答欄]

| (1) | (2) |
|---|---|

[解答](1) (左から順に) 0, 2, 8, 18, 32 (2) 9倍

[解説]

(1) $y=2x^2$ に代入

$x=0,\ y=2\times 0^2=0$ $x=1,\ y=2\times 1^2=2$ $x=2,\ y=2\times 2^2=8\cdots$

(2) 例えば, $x=1$ のとき $y=2$, $x$ を3倍して $x=3$ のとき $y=2\times 3^2=18$ で,

$y$ の値は9倍になる。一般に, 2 乗に比例する関数では, $x$ の値が 2, 3, 4 ･･･倍になると $y$ の値は $2^2,\ 3^2,\ 4^2$ ･･･倍となる。

[図形：2 乗に比例する関係]
[問題](2 学期中間)

底辺と高さがともに $x$ cm である三角形の面積を $y$ cm² とするとき，$x$，$y$ の関係を式に表せ。

[解答欄]

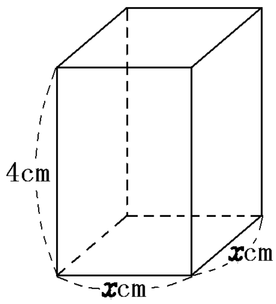
[解答] $y=\frac{1}{2}x^2$

[解説]

(三角形の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺)×(高さ) なので，$y=\frac{1}{2}\times x\times x$，$y=\frac{1}{2}x^2$

[問題](2 学期期末)

底辺が 1 辺 $x$ cm の正方形で，高さが 4cm の正四角柱の体積を $y$ cm³ とするとき，① $y$ を $x$ の式で表せ。②また，$x=5$ のときの $y$ の値は，$x=1$ のときの $y$ の値の何倍か。




[解答欄]

| | |
|---|---|
| ① | ② |

[解答]① $y=4x^2$　② 25 倍

[解説]

(四角柱の体積)＝(底面積)×(高さ)＝$x\times x\times 4$　よって，$y=4x^2$

この式より，$y$ は $x^2$ に比例するので，$x$ が 5 倍になると $y$ は $5^2$＝25 倍になる。

[問題](2 学期中間)

円の半径がもとの長さの 6 倍になると，面積はもとの面積の何倍になるか。

[解答欄]

[解答] 36 倍

[解説]

(円の面積)＝π×(半径)² なので，円の面積は半径の 2 乗に比例する。したがって，半径が 6 倍になると，面積は $6^2$ 倍になる。

【】二次関数のグラフ

[問題](3 学期)

$y=\frac{1}{4}x^2$ について，次の各問いに答えよ。

(1) 下の表の空らんにあてはまる数を解答用紙の表に書き入れ，表を完成せよ。

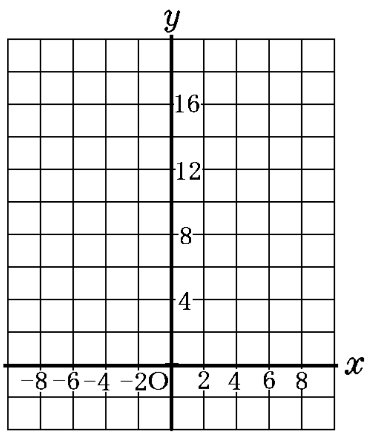
| $x$ | −8 | −6 | −4 | −2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | | | | | | | | | |

(2) $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを解答用紙の座標平面にかけ。

[解答欄]

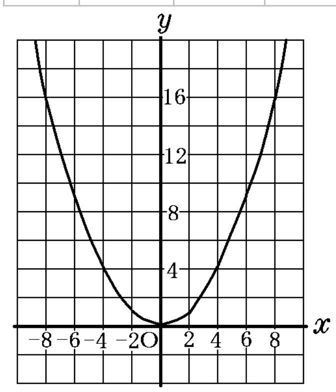
(1)

| $x$ | −8 | −6 | −4 | −2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | | | | | | | | | |




[解答]

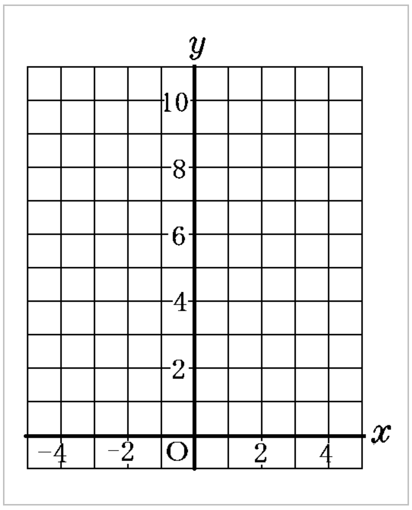
| $x$ | −8 | −6 | −4 | −2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 16 | 9 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 |



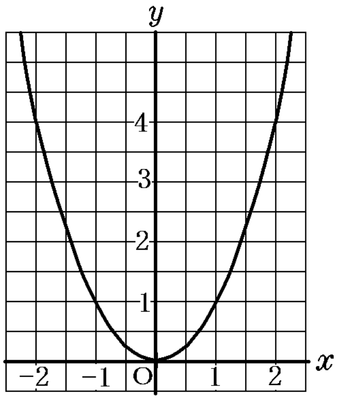
[問題](2 学期中間)

関数 $y=x^2$ のグラフをかけ。

[解答欄]




[解答]

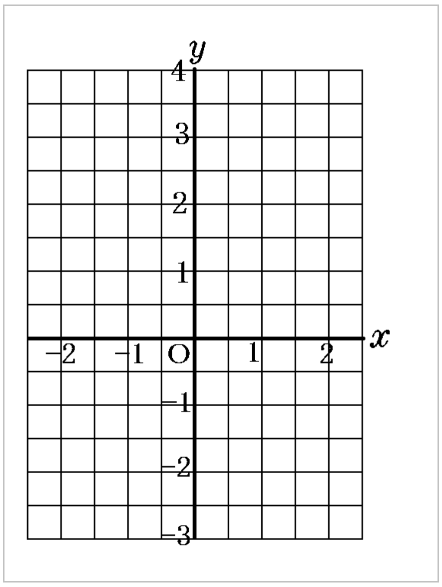


[問題](2 学期期末)

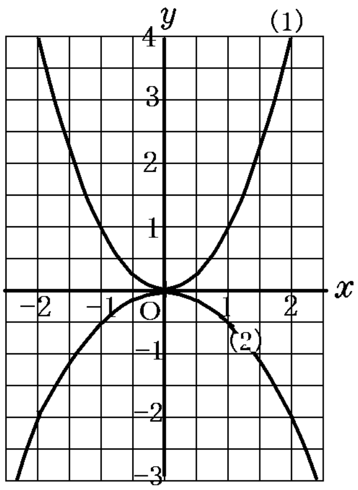
次の関数のグラフをかけ。

① $y = x^2$　　　② $y = -\frac{1}{2}x^2$

[解答欄]




[解答]



[問題](3 学期)

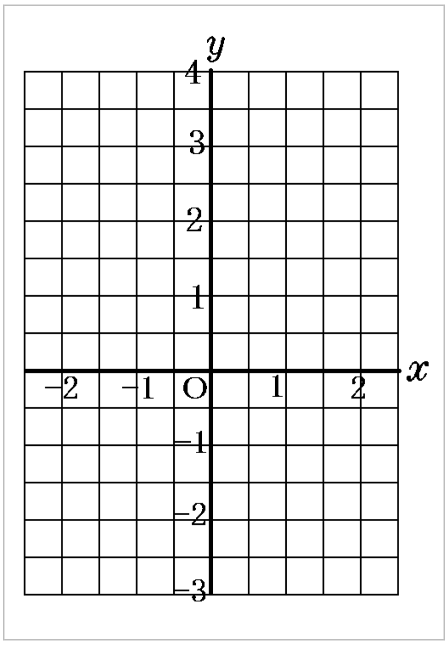
次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y = x^2$

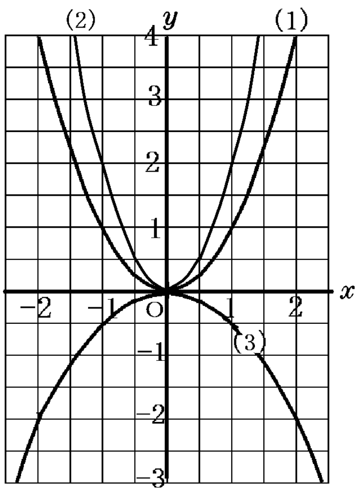
(2)　$y = 2x^2$

(3)　$y = -\frac{1}{2}x^2$

[解答欄]



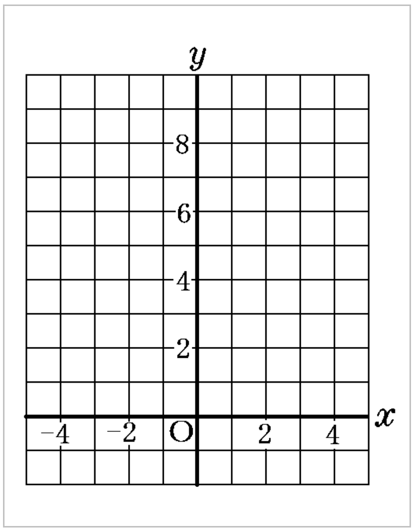

[解答]



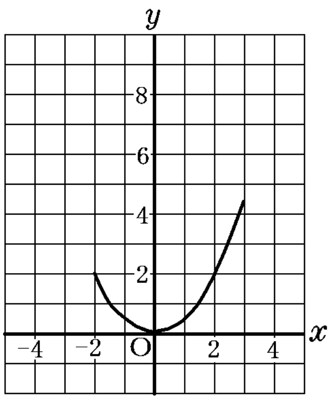
[問題](2 学期中間)

関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフをかけ。ただし $x$ の変域を $-2 \leqq x \leqq 3$ とする。

[解答欄]




[解答]

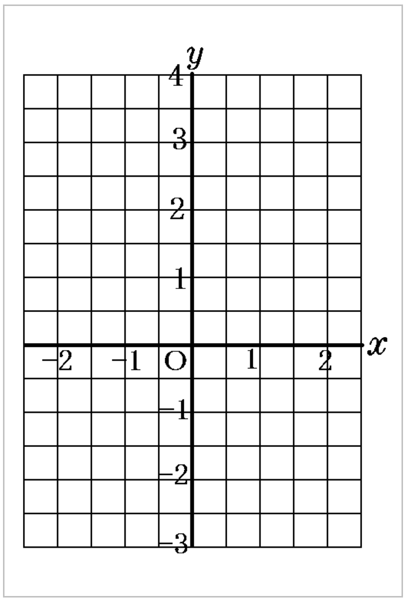


[問題](2 学期中間)

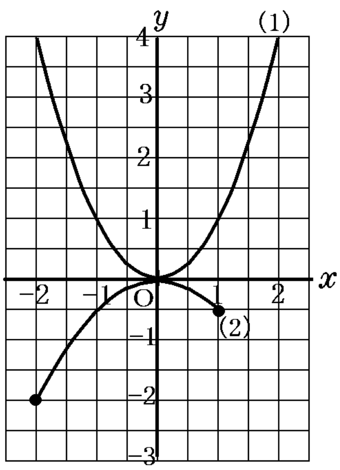
次の式のグラフをかけ。

(1)　$y = x^2$　　　　(2)　$y = -\dfrac{1}{2}x^2 \quad (-2 \leqq x \leqq 1)$

[解答欄]




[解答]

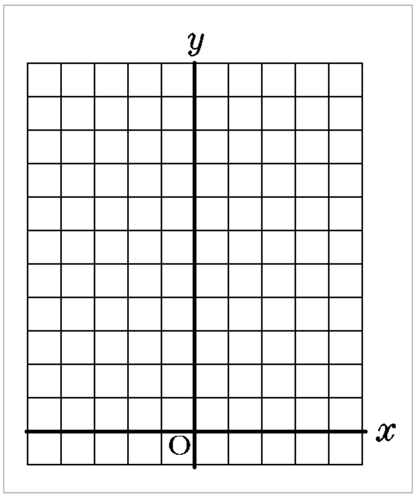


[問題](2 学期中間)

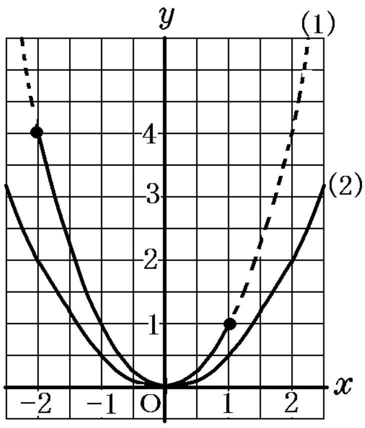
次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = x^2 \ (-2 \leqq x \leqq 1)$　　　(2) $y = \frac{1}{2}x^2$

[解答欄]



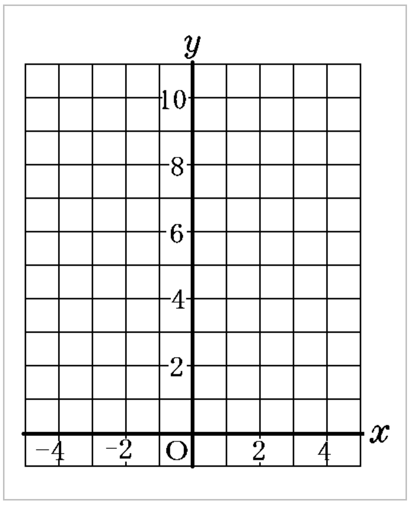

[解答]



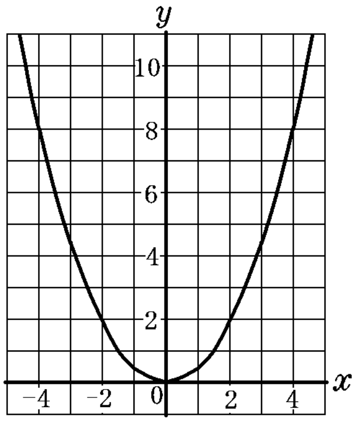
[問題](2 学期期末)

$y$ は $x$ の 2 乗に比例し， $x=2$ のとき $y=2$ である。この関数のグラフをかけ。

[解答欄]




[解答]




[解説]

$y$ が $x$ の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおく。 $x=2$， $y=2$ を $y=ax^2$ に代入すると，

$2=a\times 2^2$， $4a=2,\ a=\dfrac{1}{2}$

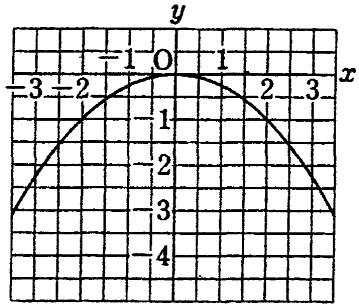
よって，この関数の式は $y=\dfrac{1}{2}x^2$

[問題](2 学期期末)

右の曲線は $y=ax^2$ のグラフである。

(1) $a$ の値を求めよ。

(2) $x=1.5$ のときの $y$ の値を求めよ。



[解答欄]

| (1) | (2) |
|---|---|

[解答](1)　$a=-\frac{1}{4}$　(2)　$y=-\frac{9}{16}$

[解説]

(1) グラフより，この曲線は点(2，－1)を通るので，$x=2,\ y=-1$ を $y=ax^2$ に代入して，

$-1=a\times4,\ a=-\frac{1}{4}$

(2) (1)よりこの曲線の式は $y=-\frac{1}{4}x^2$　これに $x=1.5=\frac{3}{2}$ を代入すると，

$y=-\frac{1}{4}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{1}{4}\times\frac{9}{4}=-\frac{9}{16}$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=ax^2$ のグラフが点(3，－36)を通るとき，$a$ の値を求めよ。

[解答欄]

| |
|---|

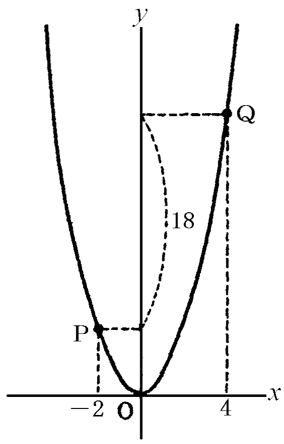
[解答] $a=-4$

[解説]

$y=ax^2$ に $x=3, y=-36$ を代入。$-36=a\times3^2$，$9a=-36$，$a=-4$

[問題](2 学期期末)

右のグラフは $y=ax^2$ のグラフである。このグラフは，$x$ の座標が－2 の点 P と $x$ 座標が 4 の点 Q を通り，それぞれの点の $y$ 座標の差は 18 である。$a$ の値を求めよ。




[解答欄]

| |
|---|

[解答] $a=\frac{3}{2}$

[解説]

点 P の $y$ 座標は，　$y = a \times (-2)^2 = 4a$

点 Q の $y$ 座標は，　$y = a \times 4^2 = 16a$

P，Q の $y$ 座標の差は 18 なので，$16a - 4a = 18$

$12a = 18$,　$a = 18 \div 12 = \dfrac{18}{12} = \dfrac{3}{2}$

[問題](2 学期期末)

　関数 $y = 2x^2$ が直線 $y = 8$ と交わる点を A，B とするとき，線分 AB の長さを求めよ。

[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答] 4

[解説]

$y = 2x^2$ に $y = 8$ を代入すると $8 = 2x^2$，　$x^2 = 4$，　$x = \pm 2$

よって，(線分 AB の長さ)＝ $2 - (-2) = 4$

## 【】二次関数のグラフの特徴

[放物線・原点を通る・$y$軸に対称]

[問題](2 学期期末)

次の文中の①～③に適語を入れよ。

$y=ax^2$ のグラフを(　①　)線という。このグラフは(　②　)軸について線対称で，$a$がどのような値をとっても(　③　)点を通る。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |

[解答]①　放物　②　$y$　③　原

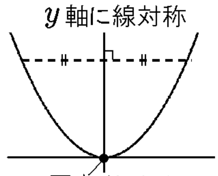
[解説]

<Point>二次関数 $y=ax^2$ の性質

・原点を通る(頂点は原点にある)

・$y$軸に線対称な放物線になる。

　($y$軸が放物線の軸)




[問題](2 学期期末)

次の文中の①～⑤に適語を入れよ。

$y$が$x$の 2 乗に比例する関数は，比例定数を$a$とすると，(　①　)と表され，そのグラフは，(　②　)を通る曲線で，(　③　)と呼ばれる。また，(　④　)軸について(　⑤　)である。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |
| ④ | ⑤ | |

[解答]①　$y=ax^2$　②　原点　③　放物線　④　$y$　⑤　線対称(対称)

[$a$→グラフの位置・開き方]

[問題](2 学期期末)

次の文中の①～③の(　　)内からそれぞれ適語を選べ。

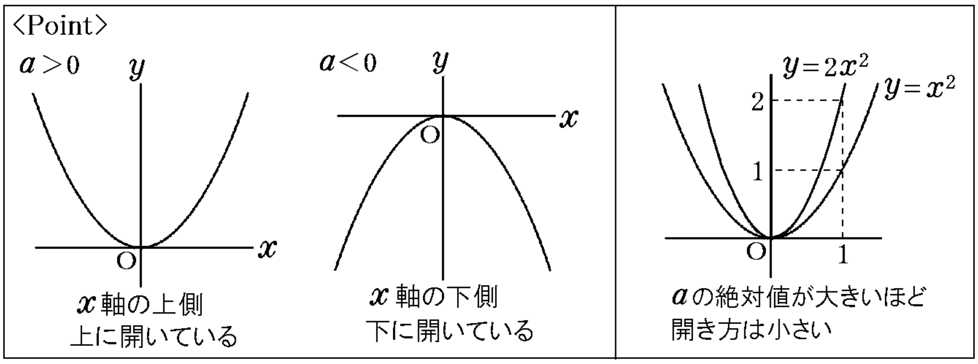
$y=ax^2$ のグラフは，$a<0$ のとき，$x$軸の①(上／下)側にあり，②(上／下)に開いている。$a$の絶対値が大きいほど開き方は③(大きく／小さく)なる。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |

[解答]① 下　② 下　③ 小さく

[解説]




[問題](2 学期中間)

次の①～⑤は，関数 $y=ax^2$ のグラフについて特徴を述べたものである。(　　)にあてはまる適当なことばや記号を入れよ。

・(　①　)を通り，(　②　)に関して線対称である。

・ $a$ (　③　) 0 のとき，曲線は上に開いている。

・ $a$ の(　④　)が大きいほどグラフの開き方が小さくなる。

・ $y=ax^2$ のグラフと $y=-ax^2$ のグラフは，(　⑤　)について線対称である。

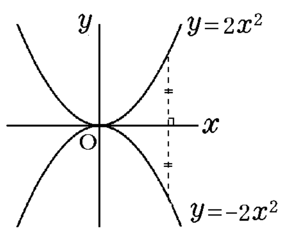
[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |
| ④ | ⑤ | |

[解答]① 原点　② $y$ 軸　③ ＞　④ 絶対値　⑤ $x$ 軸

[解説]

⑤ 例えば， $y=2x^2$ と $y=-2x^2$ は，右図のように $x$ 軸について線対称(対称)である。




[問題](後期中間)

関数 $y=ax^2$ のグラフが， $y=-3x^2$ のグラフと $x$ 軸について対称になるとき， $a$ の値を求めよ。

[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答] $a=3$

[問題](2 学期期末)

次のア～エの関数について，後の各問いに答えよ。

ア　$y=x^2$　　イ　$y=-3x^2$　　ウ　$y=\frac{1}{2}x^2$　　エ　$y=-\frac{1}{3}x^2$

(1)　グラフが上に開いた放物線であるものをすべて選び，記号で答えよ。

(2)　グラフの開き方が最も大きいものを選び，記号で答えよ。

(3)　グラフがウのグラフと $x$ 軸について線対称である関数の式を求めよ。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1)　ア，ウ　(2)　エ　(3)　$y=-\frac{1}{2}x^2$

[解説]

(1)　$y=ax^2$ で，$a>0$ のときグラフは上に開いている。$a<0$ のときは下に開いている。

$a>0$ であるのはアとウ

(2)　$y=ax^2$ の $a$ の絶対値が小さいほど開き方は大きい。ア～エで $a$ の絶対値が一番小さいのはエの $y=-\frac{1}{3}x^2$

(3)　$y=ax^2$ の $a$ の絶対値が同じで符号が反対の 2 つの放物線は $x$ 軸について線対称であるので，ウの $y=\frac{1}{2}x^2$ と $x$ 軸について線対称である関数の式は $y=-\frac{1}{2}x^2$ である。

[問題](3 学期)

次のア～キの関数について，(1)～(4)にあてはまるものをそれぞれすべて選び，記号で答えよ。

ア　$y=-x^2$　　イ　$y=0.2x^2$　　ウ　$y=-\frac{1}{3}x^2$　　エ　$y=\frac{1}{5}x^2$

オ　$y=-\frac{1}{10}x^2$　　カ　$y=x^2$　　キ　$y=-\frac{1}{2}x^2$

(1)　グラフが(3，－3)を通るもの

(2)　グラフが上に開いているもの

(3)　グラフの開き方が最も大きいもの

(4)　グラフが $x$ 軸について線対称であるものの組み合わせ

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

[解答](1) ウ　(2) イ，エ，カ　(3) オ　(4) アとカ

[解説]

(1) $y=-\frac{1}{3}x^2=-\frac{1}{3}\times 3^2=-3$ なので，$x=3$ を代入すると $y=-3$ になるのはウである。

(2) 放物線 $y=ax^2$ のグラフで，$a>0$ のとき，グラフは上に開き，$a<0$ のときグラフは下に開く。$a>0$ なのは，イ，エ，カ。

(3) $a$ の絶対値が小さいほど開き方は大きくなる。したがって，オのグラフの開き方が最も大きい。

(4) $y=2x^2$ と $y=-2x^2$ など $a$ の絶対値が同じで，符号が反対のものは $x$ 軸について線対称になる。

[増加・減少のようす]

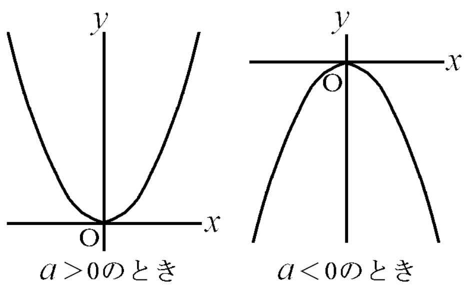
[問題](2 学期期末)

右の $y=ax^2$ のグラフを見て，次の文の①～④に「増加」または「減少」の言葉を入れよ。

関数 $y=ax^2$ について，

・$a>0$ のとき，$x$ の値を増加させると $y$ の値は，
　$x\leqq 0$ で(　①　)し，$x\geqq 0$ で(　②　)する。

・$a<0$ のとき，$x$ の値を増加させると $y$ の値は，
　$x\leqq 0$ で(　③　)し，$x\geqq 0$ で(　④　)する。



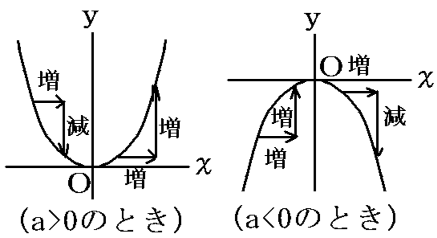

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |
| ④ | | |

[解答]① 減少　② 増加　③ 増加　④ 減少

[解説]

グラフが右上がりのとき $x$ が増加すると $y$ も増加
グラフが右下がりのとき $x$ が増加すると $y$ は減少



[問題](2 学期期末)

次の関数のうち，①，②に当てはまるものをすべて選び，記号で答えよ。

ア　$y=\frac{1}{4}x^2$　　イ　$y=-5x^2$　　ウ　$y=2x+1$

①　グラフが $y$ 軸について対称である。

②　$x>0$ の範囲で，$x$ の値が増加すると，$y$ の値も増加する。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| ① | ② |

[解答]①　ア，イ　②　ア，ウ

[解説]

①　放物線のグラフ(アとイ)は $y$ 軸について線対称(対称)である。ウは一次関数で直線であるので $y$ 軸について線対称ではない。

②　アの $y=\frac{1}{4}x^2$ は比例定数が正なので $x>0$ の範囲で，$x$ の値が増加すると，$y$ の値も増加する。イの $y=-5x^2$ は比例定数が負なので $x>0$ の範囲で，$x$ の値が増加すると，$y$ の値は減少する。ウの $y=2x+1$ はすべての $x$ の範囲で，$x$ の値が増加すると，$y$ の値も増加する。

[グラフの特徴全般]

[問題](2 学期期末)

次の関数について，後の各問いに答えよ。

①　$y=2x^2$　　②　$y=-3x^2$　　③　$y=-\frac{1}{3}x^2$　　④　$y=3x^2$

(1)　グラフが上に開いているものはどれか。

(2)　グラフの開き方が，もっとも大きいものはどれか。

(3)　$x$ 軸について対称になっている関数のグラフはどれとどれか。

(4)　$x<0$ の範囲で，$x$ の値が増加すると，$y$ の値も増加するものはどれか。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

[解答](1)　①と④　(2)　③　(3)　②と④　(4)　②と③

[解説]

(1)　$y=ax^2$ で，$a>0$ のときグラフは上に開いている。$a<0$ のときは下に開いている。

(2)　$y=ax^2$ の $a$ の絶対値が小さいほど開き方は大きい。例えば，$y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフは $y=2x^2$

のグラフより開き方は大きい。

(3) 例えば，$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと $y=-\frac{1}{2}x^2$ は $x$ 軸について線対称。

(4) $x$ の値が増加するとき $y$ の値も増加する場合，グラフは右上がり。

$x<0$ の範囲で右上がりになる放物線は，例えば $y=-\frac{1}{2}x^2$，$y=-5x^2$ のように比例定数が負のグラフである。

[問題](3 学期)

次の関数について，後の各問いに答えよ。

ア $y=x$　イ $y=-2x+1$　ウ $y=\frac{x}{2}$　エ $y=\frac{2}{x}$　オ $y=x^2$

カ $y=-2x^2$　キ $y=-\frac{1}{2}x^2$

(1) グラフが直線になるものをすべてあげよ。

(2) グラフが下に開いた放物線になるものをすべてあげよ。

(3) $x<0$ の範囲で，$x$ の値が増加すると，$y$ の値が減少するものをすべてあげよ。

(4) グラフが原点を通らないものをすべてあげよ。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

[解答](1)ア，イ，ウ　(2) カ，キ　(3) イ，エ，オ　(4) イ，エ

[解説]

(1) 直線のグラフの式は $y=ax+b$ である。$y=ax+b$ の形をしているのはア，イ，ウ。

(2) 放物線のグラフの式は $y=ax^2$ で，$a>0$ のとき上に開いており，$a<0$ のとき下に開いている。したがって，下に開いた放物線になるものは，カ，キ。

(3) 直線のグラフ $y=ax+b$ の場合，$a<0$ なら $x$ の値が増加すると，$y$ の値が減少する。これを満たすのは，ア，イ，ウのうちイである。

放物線のグラフ $y=ax^2$ で $a>0$ の場合，$x<0$ の範囲で，$x$ の値が増加すると，$y$ の値が減少する。この条件を満たすものはオである。

エは反比例のグラフで $x<0$ の範囲で，$x$ の値が増加すると，$y$ の値は減少するので条件にあてはまる。

(4) ア，ウ，オ，カ，キは $x=0$ のとき $y=0$ なので原点を通る。イ，エは原点を通らない。

[問題](2 学期中間)

次の①～⑧の関数のうちで，下の(1)～(4)にあてはまるものを，それぞれすべてあげ，記号で答えよ。

① $y=-2x$　② $y=\frac{1}{2}x$　③ $y=\frac{3}{x}$　④ $y=-x+3$

⑤ $y=-3x^2$　⑥ $y=2x+3$　⑦ $y=-\frac{1}{2}x^2$　⑧ $y=3x^2$

(1) グラフが放物線になる。

(2) $x$ が 1 から 3 まで増加するとき， $y$ の値も増加する。

(3) $x<0$ で $x$ の値が増加するとき， $y$ の値も増加する。

(4) $y$ 軸について対称。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

[解答](1) ⑤，⑦，⑧　(2) ②，⑥，⑧　(3) ②，⑤，⑥，⑦　(4) ⑤，⑦，⑧

[解説]

(1) グラフが放物線になる曲線の式は $y=ax^2$， この形をしているのは⑤，⑦，⑧

(2) 直線(①，②，④，⑥)の場合，グラフの傾きが正である②と⑥が条件を満たす。

放物線の場合， $x$ が正の範囲で増加するのは比例定数が正のとき。よって，⑧が条件を満たす。③は反比例のグラフだが， $x>0$ の範囲では減少するので不適。よって，②，⑥，⑧

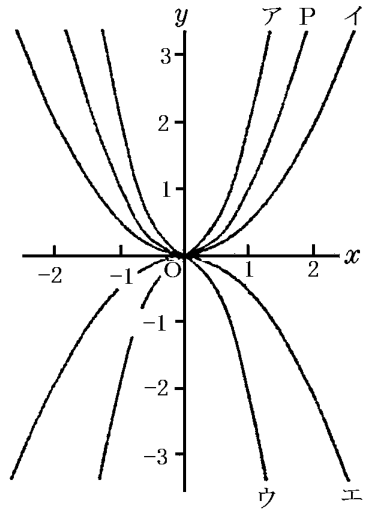
(4) $y$ 軸について線対称なのは放物線。よって，⑤，⑦，⑧

[式→グラフを選べ]

[問題](2 学期期末)

次の図で，P は関数 $y=x^2$ のグラフである。ア～エのグラフの中に，次の(1)，(2)のグラフがある。それはどれか，それぞれ記号で答えよ。

(1) $y=\dfrac{1}{2}x^2$ (2) $y=-2x^2$




[解答欄]

| (1) | (2) |
|---|---|

[解答](1) イ (2) ウ

[解説]

＊二次関数 $y=ax^2$ で，

・$a>0$ のときグラフは $x$ 軸より上(図のア，P，イ)

$a<0$ のときグラフは $x$ 軸より下(図のウ，エ)

・$a$ の絶対値が大きいほど開き方は小さくなる

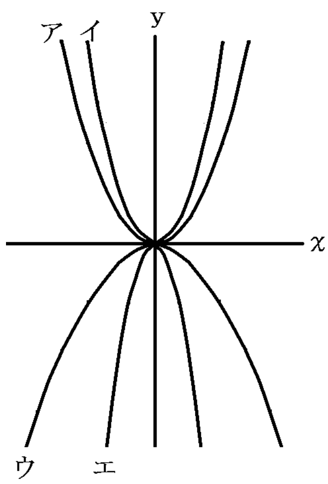
この問題では P のグラフ： $y=x^2$ を基準にして判断する。

(1)の $y=\dfrac{1}{2}x^2$ の比例定数は正なのでグラフは $x$ 軸より上。また，比例定数 $\dfrac{1}{2}$ は $y=x^2$ の比例定数の絶対値より小さいので開き方が P より大きい。よって(1)のグラフはイ。

(2) $y=-2x^2$ の比例定数は負なのでグラフは $x$ 軸より下。また，比例定数 $-2$ の絶対値は $y=x^2$ の比例定数の絶対値より大きいので開き方が P より小さい。よって(2)のグラフはウ。

[問題](2 学期中間)

右の図のア～エのグラフのうち，次の関数の式にあてはまるものを選び，記号で答えよ。ただし，アは $y=x^2$ のグラフである。




① $y=2x^2$

② $y=-3x^2$

[解答欄]

| | |
|---|---|
| ① | ② |

[解答]① イ　② エ

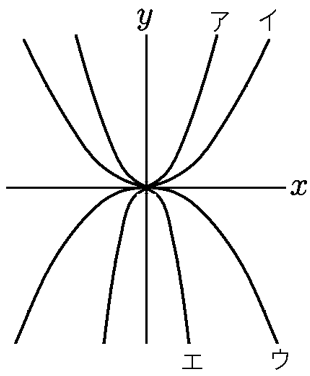
[解説]

① $y=2x^2$ の比例定数は正なのでグラフは $x$ 軸より上。したがってグラフはイ。

② $y=-3x^2$ の比例定数は負なのでグラフは $x$ 軸より下。また $y=-3x^2$ の比例定数 $-3$ の絶対値は $y=x^2$ の比例定数1の絶対値より大きいので開き方は $y=x^2$ のグラフより小さい。よってグラフはエ。

[問題](2 学期期末)

次の①～④の関数のグラフは，右の図のア～エのどれか。




① $y=-\frac{1}{3}x^2$

② $y=\frac{3}{2}x^2$

③ $y=-3x^2$

④ $y=\frac{2}{5}x^2$

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |
| ④ | | |

[解答]① ウ　② ア　③ エ　④ イ

[解説]

アとイは $y=ax^2$ の比例定数 $a$ が $a>0$ なので，② $y=\frac{3}{2}x^2$，④ $y=\frac{2}{5}x^2$ のどちらかである。$a$ の絶対値が大きいほど開き方が小さいので，② $y=\frac{3}{2}x^2$ はアで，④ $y=\frac{2}{5}x^2$ はイである。

ウとエは比例定数 $a$ が $a<0$ なので，① $y=-\frac{1}{3}x^2$，③ $y=-3x^2$ のどちらかである。

$a$ の絶対値が大きいほど開き方が小さいので，③ $y=-3x^2$ はエで，① $y=-\frac{1}{3}x^2$ はウである。

【】二次関数の変域

[$y$ の変域を求める]

[問題](3 学期)

関数 $y=-2x^2$ で，$x$ の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの $y$ の変域を求めよ。

[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答] $-18 \leqq y \leqq 0$

[解説]

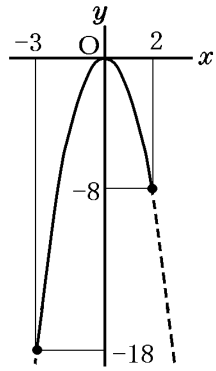
$x=0$ が $x$ の変域内にあるときは 3 点を比較

$x=0$ のとき，$y=0$

$x=-3$ のとき，$y=-2\times(-3)^2=-18$

$x=2$ のとき，$y=-2\times 2^2=-8$

よって，$y$ の変域は，$-18 \leqq y \leqq 0$




[問題](2 学期期末)

関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，$x$ の変域が次のときの $y$ の変域を求めよ。

① $2 \leqq x \leqq 6$　　　② $-4 \leqq x \leqq 1$

[解答欄]

| | |
|---|---|
| ① | ② |

[解答]① $2 \leqq y \leqq 18$　② $0 \leqq y \leqq 8$

[解説]

①＊ $x=0$ が $x$ の変域内にないときは 2 点を比較

$x=0$ は $2 \leqq x \leqq 6$ の範囲内にないので，

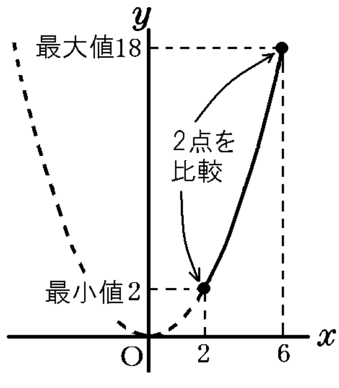
$x=2, 6$ のときの $y$ の値を比較する。

$x=2$ のとき $y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$

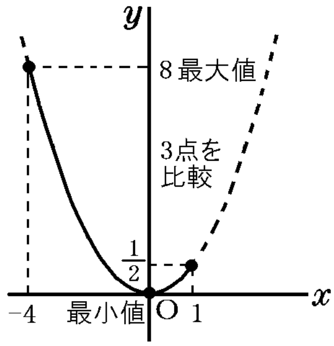
$x=6$ のとき $y=\frac{1}{2}\times 6^2=18$

よって最小値は $y=2$，最大値は $y=18$

よって，$2 \leqq y \leqq 18$



②＊ $x=0$ が $x$ の変域内にあるときは 3 点を比較




$x=0$ が $-4 \leqq x \leqq 1$ の変域内にあるので，

$x=0,\ -4,\ 1$ のときの $y$ の値を比較する。

$x=0$ のとき $y=0$

$x=-4$ のとき $y=\dfrac{1}{2}\times(-4)^2=8$

$x=1$ のとき $y=\dfrac{1}{2}\times 1^2=\dfrac{1}{2}$

よって最小値は $y=0$，最大値は $y=8$

よって，$0 \leqq y \leqq 8$

[問題](2 学期中間)

次の関数について，$y$ の変域を求めよ。

(1) 関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ について，$x$ の変域が $-2<x\leqq 4$ のときの $y$ の変域。

(2) 関数 $y=x^2$ について，$x$ の変域が $2\leqq x\leqq 3$ のときの $y$ の変域。

(3) 関数 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ について，$x$ の変域が $-1\leqq x\leqq 4$ のときの $y$ の変域。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1) $0\leqq y\leqq 8$　(2) $4\leqq y\leqq 9$　(3) $-8\leqq y\leqq 0$

[解説]

(1) $x=0$ は $-2<x\leqq 4$ の変域の中。よって，$x=0,\ -2,\ 4$ のときの $y$ の値を求める。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=-2$ のとき $y=\dfrac{1}{2}\times(-2)^2=2$，$x=4$ のとき $y=\dfrac{1}{2}\times 4^2=8$。

よって $y$ の最小値は $y=0$，最大値は $y=8$　よって，$0\leqq y\leqq 8$

(2) $x=0$ は $2\leqq x\leqq 3$ の変域内にはない。よって，$x=2,\ 3$ のときの $y$ の値を求める。

$x=2$ のとき $y=2^2=4$，$x=3$ のとき $y=3^2=9$

よって $y$ の最小値は $y=4$，最大値は $y=9$　よって，$4\leqq y\leqq 9$

(3) $x=0$ は $-1\leqq x\leqq 4$ の変域の中。よって，$x=0,\ -1,\ 4$ のときの $y$ の値を求める。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=-1$ のとき $y=-\dfrac{1}{2}\times(-1)^2=-\dfrac{1}{2}$，$x=4$ のとき $y=-\dfrac{1}{2}\times 4^2=-8$

よって，最小値は $y=-8$，最大値は $y=0$　よって，$-8\leqq y\leqq 0$

[問題](3 学期)

関数 $y = ax^2$ において，$x = 2$ のとき $y = 12$ である。$x$ の変域が $-4 \leqq x \leqq -1$ のとき，$y$ の変域を求めよ。

[解答欄]

[解答] $3 \leqq y \leqq 48$

[解説]

$y = ax^2$ に $x = 2$，$y = 12$ を代入すると，$12 = a \times 2^2$，$a = 12 \div 4 = 3$

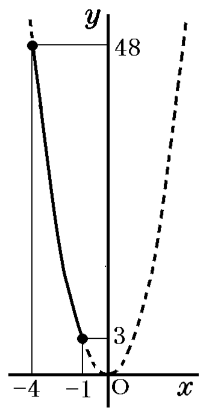
よって，$y = 3x^2$

$x = 0$ は $-4 \leqq x \leqq -1$ の範囲内にないので，

$x = -4,\ -1$ のときの $y$ の値を比較する。

$x = -4$ のとき，$y = 3 \times (-4)^2 = 48$　$x = -1$ のとき，$y = 3 \times (-1)^2 = 3$

よって，$3 \leqq y \leqq 48$




[$x,\ y$ の変域→$a$ の値を求める]

[問題](3 学期)

関数 $y = ax^2$ について，$x$ の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき，$y$ の変域は $-8 \leqq y \leqq 0$ となる。このとき $a$ の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a = -\dfrac{1}{2}$

[解説]

$y$ の変域が $-8 \leqq y \leqq 0$ で負の範囲にあるので，比例定数 $a$ は負の値をとる。

$x = 0$ は $-2 \leqq x \leqq 4$ の変域内にあるので，まず，$x = 0,\ -2,\ 4$ のときの $y$ の値を比較して最大値と最小値を求める。

$x = 0$ のとき $y = a \times 0^2 = 0$，$x = -2$ のとき $y = a \times (-2)^2 = 4a$

$x = 4$ のとき $y = a \times 4^2 = 16a$

$a < 0$ なので最小値は $y = 16a$，最大値は $y = 0$　よって，$16a \leqq y \leqq 0$

$y$ の変域は $-8 \leqq y \leqq 0$ と与えられているので，$16a = -8$　よって，$a = -\dfrac{1}{2}$

[問題](3 学期)

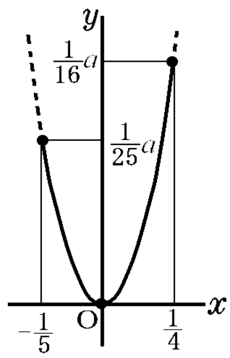
関数 $y=ax^2$ について，$x$ の変域が $-\dfrac{1}{5} \leqq x \leqq \dfrac{1}{4}$ のときの $y$ の変域が $0 \leqq y \leqq 1$ であるとき，$a$ の値を求めよ。

[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答] $a=16$

[解説]




右図のように，$y$ の値が最大になるのは，$x=\dfrac{1}{4}$ のときで，

そのときの $y$ の値は $y=a\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{1}{16}a$

$y$ の変域が $0 \leqq y \leqq 1$ なので，$\dfrac{1}{16}a=1$　よって $a=16$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=ax^2$ において，$x$ の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，$y$ の変域は $b \leqq y \leqq 8$ である。このとき，$a$, $b$ の値を求めよ。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| $a=$ | $b=$ |

[解答] $a=2$　 $b=0$

[解説]

$y$ の変域が $b \leqq y \leqq 8$ と正の範囲にあるので，グラフは上に開いており $a>0$

$x=0$ は $-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲内にあるので，$x=0, -1, 2$ のときの $y$ の値を比較する。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=-1$ のとき $y=a\times(-1)^2=a$，$x=2$ のとき $y=a\times 2^2=4a$

$a>0$ なので，最小値は $y=0$，最大値は $y=4a$　 よって，$0 \leqq y \leqq 4a$ ･･･①

$y$ の変域は $b \leqq y \leqq 8$ で，①と同じになるので，$b=0$, $4a=8$

よって，$a=2$, $b=0$

[問題](2 学期中間)

関数 $y=ax^2$ において，$x$ の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき，$y$ の変域が $b \leqq y \leqq 18$ である。$a$, $b$ の値を求めよ。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| $a=$ | $b=$ |

[解答] $a=2$　 $b=0$

[解説]
$y$ の変域が $b \leqq y \leqq 18$ と正の範囲にあるので，グラフは上に開いており $a > 0$
$x = 0$ は $-2 \leqq x \leqq 3$ の範囲内にあるので， $x = 0, -2, 3$ のときの $y$ の値を比較する。
$x = 0$ のとき $y = 0$， $x = -2$ のとき $y = a \times (-2)^2 = 4a$， $x = 3$ のとき $y = a \times 3^2 = 9a$
$a > 0$ なので，最小値は $y = 0$，最大値は $y = 9a$　よって， $0 \leqq y \leqq 9a$ …①
$y$ の変域は $b \leqq y \leqq 18$ で，①と同じになるので， $b = 0,\ 9a = 18$
よって， $a = 2,\ b = 0$

[問題](3 学期)
関数 $y = -x^2$ について，$x$ の変域が $-3 \leqq x \leqq a$ とき，$y$ の変域が $-16 \leqq y \leqq b$ である。$a,\ b$ の値を求めよ。
[解答欄]

| | |
|---|---|
| $a =$ | $b =$ |

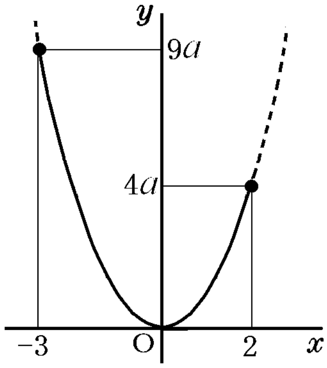
[解答] $a = 4$　$b = 0$
[解説]
比例定数が負であるので，最小値 $-16$ をとるのは $x = -3$ か $x = a$ のときである。
$x = -3$ のときは $y = -(-3)^2 = -9$ で最小値にはならない。
よって，$x = a$ のときに最小値をとる。$x = a$ のとき $y = -a^2$ であるので，$-a^2 = -16$，$a = \pm 4$
ところで $-3 \leqq x \leqq a$ なので $-3 \leqq a$　よって $a = 4$
$x$ の変域が $-3 \leqq x \leqq 4$ なので， $x = 0$ のとき最大値 $y = 0$ をとる。
よって， $b = 0$

[一次関数の変域と一致する]
[問題](3 学期)
2 つの関数 $y = 2x + 6$， $y = ax^2$ において， $x$ の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき $y$ の変域が一致する。 $a$ の値を求めよ。
[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答] $a = \dfrac{10}{9}$

[解説]
まず，$x$ の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの $y = 2x + 6$ の変域を求める。




$x = -3$ のとき，$y = 2 \times (-3) + 6 = 0$，
$x = 2$ のとき，$y = 2 \times 2 + 6 = 10$
よって，$y$ の変域は，$0 \leqq y \leqq 10$
$y = ax^2$ の変域も $0 \leqq y \leqq 10$ になる。
右図のように，$y = ax^2$ の $y$ の値が最大になるのは，
$x = -3$ のときで，
そのときの $y$ の値は $y = a \times (-3)^2 = 9a$ となる
よって，$9a = 10$，$a = \dfrac{10}{9}$

[問題](2 学期期末)
2 つの関数 $y = -3x^2$ と $y = ax + b$（$a$，$b$ は定数，$a > 0$）は，$x$ の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，$y$ の変域が同じになる。このとき，$a$，$b$ の値を求めよ。
[解答欄]

| | |
|---|---|
| $a =$ | $b =$ |

[解答] $a = 4$　$b = -8$
[解説]
まず，$y = -3x^2$ の変域を求める。
$x = 0$ は $-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲内にあるので，$x = 0, -1, 2$ のときの $y$ の値を比較する。
$x = 0$ のとき $y = 0$，$x = -1$ のとき $y = -3 \times (-1)^2 = -3$，$x = 2$ のとき $y = -3 \times 2^2 = -12$
よって最小値は $y = -12$，最大値は $y = 0$　よって，変域は $-12 \leqq y \leqq 0$ ･･･①
次に，$y = ax + b$ の変域を求める。
$a > 0$ なので，$x = -1$ のときに最小値 $y = -a + b$，$x = 2$ のときに最大値 $y = 2a + b$ をとる。
よって，$y$ の変域は $-a + b \leqq y \leqq 2a + b$ ･･･②
変域①，②が同じなので，
$-a + b = -12$ ･･･①
$2a + b = 0$ ･･･②
これを $a, b$ の連立方程式として解く。②－①より，$3a = 12$，$a = 4$
②に $a = 4$ を代入すると，$2 \times 4 + b = 0$，$b = -8$
よって，$a = 4, b = -8$

[問題](2 学期期末)

次の文章中の①，②に数値を入れよ。

$x$ の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，$y = x^2$ と $y = ax + b$ ($a > 0$) の $y$ の変域が一致するのは，$a$ =( ① )，$b$ =( ② )のときである。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| ① | ② |

[解答]① $\dfrac{4}{3}$　② $\dfrac{4}{3}$

[解説]

まず，$y = x^2$ の変域を求める。

$x = 0$ は $-1 \leqq x \leqq 2$ の変域内にあるので，$x = 0, -1, 2$ のときの $y$ の値を比較して $y = x^2$ の最大値と最小値を求める。

$x = 0$ のとき $y = 0$，$x = -1$ のとき $y = (-1)^2 = 1$，$x = 2$ のとき $y = 2^2 = 4$

よって $y = x^2$ の最大値は $y = 4$，最小値は $y = 0$　よって $y$ の変域は $0 \leqq y \leqq 4$ ･･･①

次に，$y = ax + b$ の変域を求める。

$a > 0$ なので，直線は右上がりで $x = -1$ のとき最小値 $y = -a + b$

$x = 2$ のとき最大値 $y = 2a + b$ をとる。

よって，$y$ の変域は $-a + b \leqq y \leqq 2a + b$ ･･･②

①と②の変域が一致するので，$-a + b = 0$ ･･･③，$2a + b = 4$ ･･･④

これを $a, b$ の連立方程式として解く。④－③より，$3a = 4$，$a = \dfrac{4}{3}$

③に $a = \dfrac{4}{3}$ を代入すると，$-\dfrac{4}{3} + b = 0$，$b = \dfrac{4}{3}$

【】二次関数の変化の割合

[二次関数の変化の割合]

[問題](2 学期期末)

関数 $y = 2x^2$ について，$x$ の値が $1$ から $3$ まで増加するときの変化の割合を求めよ。

[解答欄]

[解答] 8

[解説]

<Point>
（変化の割合）$= \dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$

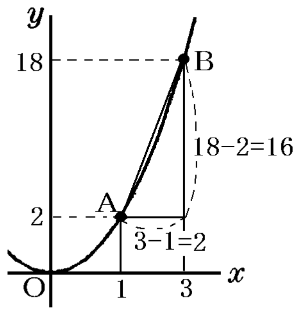
$x=1$ のとき $y = 2\times1^2 = 2$

$x=3$ のとき $y = 2\times3^2 = 18$

$x$ ：$1\to3$　(増加量)$= 3-1 = 2$

$y$ ：$2\to18$　(増加量)$= 18-2 = 16$

(変化の割合)$= \dfrac{(\text{y}の増加量)}{(\text{x}の増加量)} = \dfrac{16}{2} = 8$




[問題](3 学期)

関数 $y = 3x^2$ で，$x$ の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

[解答欄]

[解答] 15

[解説]

$x=1$ のとき $y = 3\times1^2 = 3$，$x = 4$ のとき $y = 3\times4^2 = 48$

$x$ ：$1\to4$　(増加量)$= 4-1 = 3$

$y$ ：$3\to48$　(増加量)$= 48-3 = 45$

(変化の割合)$= \dfrac{(\text{y}の増加量)}{(\text{x}の増加量)} = \dfrac{45}{3} = 15$

[問題](2 学期中間)

関数 $y=-\dfrac{3}{2}x^2$ について，$x$ の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答] $-9$

[解説]

$x=2$ のとき $y=-\dfrac{3}{2}\times 2^2=-6$，$x=4$ のとき $y=-\dfrac{3}{2}\times 4^2=-24$

$x$ ： $2\rightarrow 4$　(増加量)＝$4-2=2$

$y$ ： $-6\rightarrow -24$　(増加量)＝$-24-(-6)=-18$

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{-18}{2}=-9$

[問題](2 学期中間)

関数 $y=-2x^2$ において，$x$ が次のように変わるときの変化の割合をそれぞれ求めよ。

(1) 1から3　(2) $-3$ から $-1$　(3) $-2$ から 2

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1) $-8$　(2) 8　(3) 0

[解説]

(1) $x=1$ のとき $y=-2\times 1^2=-2$，$x=3$ のとき $y=-2\times 3^2=-18$

$y$ ： $-2\rightarrow -18$　(増加量)＝$-18-(-2)=-16$

$x$ ： $1\rightarrow 3$　(増加量)＝$3-1=2$

(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{-16}{2}=-8$

＊(参考)

2 乗に比例する関数の変化の割合の簡単な計算方法

$y=ax^2$ で $x$ が $p$ から $q$ に変化するとき，

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}=\dfrac{a(q^2-p^2)}{q-p}=\dfrac{a(q+p)(q-p)}{q-p}=a(q+p)$

これを使うと，(変化の割合)＝$a(p+q)=-2\times(1+3)=-8$

(2)，(3)はこの簡単な計算方法を使ってみる。

(2) (変化の割合)＝$a(p+q)=-2\times(-3-1)=8$

(3) (変化の割合)$= a(p+q) = -2\times(-2+2) = 0$
＊(1)～(3)でわかるように，$y = ax^2$ の場合，変化の割合は一定ではない。

[問題](2 学期中間)
次に問いに答えよ。
(1) 関数 $y = x^2$ で，$x$ の値が $-3$ から $-1$ まで増加するときの変化の割合を求めよ。
(2) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について $x$ の値が $1$ から $3$ まで増加するときの変化の割合を求めよ。
(3) 関数 $y = 2x^2$ について，$x$ が $-3$ から $1$ まで増加するときの変化の割合を求めよ。
[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1) $-4$　(2) $2$　(3) $-4$
[解説]
＊2 乗に比例する関数の変化の割合の簡単な計算方法
$y = ax^2$ で $x$ が $p$ から $q$ に変化するとき，

(変化の割合) $= \dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})} = \dfrac{aq^2 - ap^2}{q-p} = \dfrac{a(q^2-p^2)}{q-p} = \dfrac{a(q+p)(q-p)}{q-p} = a(q+p)$

(1) (変化の割合)$= 1\times(-3-1) = -4$
(2) (変化の割合)$= \frac{1}{2}\times(1+3) = 2$
(3) (変化の割合)$= 2\times(-3+1) = -4$

[二次関数以外の変化の割合]
[問題](3 学期)
次の関数について，$x$ の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。
(1) $y = 3x - \frac{1}{2}$　　(2) $y = \frac{8}{x}$　　(3) $y = 2x^2$
[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1) 3　(2) $-1$　(3) 12

[解説]

(1)　$x=2$ のとき $y=3\times 2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{11}{2}$，　$x=4$ のとき $y=3\times 4-\dfrac{1}{2}=\dfrac{23}{2}$

$x$ ： $4\to 2$　(増加量)＝ $4-2=2$

$y$ ： $\dfrac{11}{2}\to\dfrac{23}{2}$　(増加量)＝ $\dfrac{23}{2}-\dfrac{11}{2}=6$

(変化の割合)＝ $\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$ ＝ $\dfrac{6}{2}=3$

＊一次関数 $y=ax+b$ で $a$ は変化の割合を表すので，計算せずに，(変化の割合)＝3と答えをだすこともできる。

(2)　$x=2$ のとき $y=\dfrac{8}{2}=4$，　$x=4$ のとき $y=\dfrac{8}{4}=2$

$x$ ： $2\to 4$　(増加量)＝ $4-2=2$

$y$ ： $4\to 2$　(増加量)＝ $2-4=-2$

(変化の割合)＝ $\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$ ＝ $\dfrac{-2}{2}=-1$

(3)　$x=2$ のとき $y=2\times 2^2=8$，　$x=4$ のとき $y=2\times 4^2=32$

$x$ ： $2\to 4$　(増加量)＝ $4-2=2$

$y$ ： $8\to 32$　(増加量)＝ $32-8=24$

(変化の割合)＝ $\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$ ＝ $\dfrac{24}{2}=12$

[問題](2 学期期末)

　関数 $y=ax^2$ では，その変化の割合は，一次関数の場合と異なり(　　　)ではない。

[解答欄]

[解答]一定

[解説]

例えば，一次関数 $y=3x+5$ の場合，

$x$ が $1\to 3$ と 2 増加するとき，$y$ は $8\to 14$ と 6 増加する

$x$ が $3\to 6$ と 3 増加するとき，$y$ は $14\to 23$ と 9 増加する

$y$ の増加量は異なっているが，変化の割合( $x$ が 1 増加するときの $y$ の増加量)は

(変化の割合)＝ $\dfrac{14-8}{3-1}=\dfrac{6}{2}=3$，(変化の割合)＝ $\dfrac{23-14}{6-3}=\dfrac{9}{3}=3$

と等しくなる。直線の場合の変化の割合は一定で，直線の傾きと等しくなる。
これに対し，二次関数の場合は一定ではない。

[変化の割合→$a$の値]

[問題](2 学期中間)

関数 $y=ax^2$ で，$x$ の値が $1$ から $3$ まで増加するときの変化の割合が $12$ になった。このとき，$a$ の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=3$

[解説]

$x=1$ のとき $y=a\times1^2=a$， $x=3$ のとき $y=a\times3^2=9a$

$x$ ： $1\to3$ 　(増加量)＝$3-1=2$

$y$ ： $a\to9a$ 　(増加量)＝$9a-a=8a$

(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{8a}{2}=4a$

変化の割合は $12$ なので， $4a=12$， $a=3$

[問題](3 学期)

関数 $y=ax^2$ において， $x$ の値が $1$ から $3$ まで増加するときの変化の割合は $2$ である。 $a$ の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=\dfrac{1}{2}$

[解説]

$x=1$ のとき $y=a\times1^2=a$， $x=3$ のとき $y=a\times3^2=9a$

$x$ ： $1\to3$ 　(増加量)＝$3-1=2$

$y$ ： $a\to9a$ 　(増加量)＝$9a-a=8a$

(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{8a}{2}=4a$

変化の割合は $2$ なので， $4a=2$， $a=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

[問題](2 学期中間)

$y$ が $x$ の 2 乗に比例し，$x$ の値が1から3まで増加するときの変化の割合が2であるような関数の式を求めよ。

[解答欄]

[解答] $y=\frac{1}{2}x^2$

[解説]

求める関数の式を $y=ax^2$ とおくと，

$x=1$ のとき $y=a\times1^2=a$，$x=3$ のとき $y=a\times3^2=9a$

$x$ ：$1\rightarrow3$　(増加量)＝$3-1=2$

$y$ ：$a\rightarrow9a$　(増加量)＝$9a-a=8a$

(変化の割合) ＝$\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$＝$\frac{8a}{2}=4a$

変化の割合は2なので，$4a=2$，$a=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

よって，求める式は $y=\frac{1}{2}x^2$

[問題](後期中間)

関数 $y=ax^2$ で，$x$ の値が 2 から 5 まで増加するとき，変化の割合が $y=-7x+3$ と同じになった。このとき，$a$ の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=-1$

[解説]

$x=2$ のとき $y=a\times2^2=4a$，$x=5$ のとき $y=a\times5^2=25a$

$x$ ：$2\rightarrow5$　(増加量)＝$5-2=3$

$y$ ：$4a\rightarrow25a$　(増加量)＝$25a-4a=21a$

(変化の割合) ＝$\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$＝$\frac{21a}{3}=7a$

一次関数 $y=-7x+3$ の変化の割合はつねに－7 である。

よって，$7a=-7$，$a=-1$

[問題](3 学期)

関数 $y=ax^2$ について，$x$ が 2 から 4 まで増加したときの $y$ の増加量は 24 であった。$a$ の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=2$

[解説]

$x=2$ のとき $y=a\times 2^2=4a$，$x=4$ のとき $y=a\times 4^2=16a$

したがって，($y$ の増加量)＝$16a-4a=24,\ 12a=24,\ a=2$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=x^2$ で，$x$ の値が $a$ から $a+2$ まで増加するときの変化の割合は $4$ である。このとき，$a$ の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=1$

[解説]

$x=a$ のとき $y=a^2$，$x=a+2$ のとき $y=(a+2)^2=a^2+4a+4$

$x$ : $a\to a+2$　(増加量)＝$a+2-a=2$

$y$ : $a^2\to a^2+4a+4$　(増加量)＝$a^2+4a+4-a^2=4a+4$

(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{4a+4}{2}=2a+2$

変化の割合は $4$ なので，$2a+2=4,\ 2a=2,\ a=1$

[問題](2 学期期末)

$x$ の値が $a$ から $a+3$ まで増加するとき，2 つの関数 $y=2x^2$ と $y=2x+1$ の変化の割合が等しい。このとき，$a$ の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=-1$

[解説]

まず，$y=2x^2$ の変化の割合を求める。

$x=a$ のとき $y=2a^2$，$x=a+3$ のとき $y=2(a+3)^2=2(a^2+6a+9)=2a^2+12a+18$

$x$ ：$a \to a+3$　(増加量)＝$a+3-a=3$

$y$ ：$2a^2 \to 2a^2+12a+18$　(増加量)＝$2a^2+12a+18-2a^2=12a+18$

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{12a+18}{3}=4a+6$

一次関数の変化の割合はつねに傾きに等しいので，$y=2x+1$ の変化の割合は $2$

よって，$4a+6=2$，$4a=-4$，$a=-1$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=ax^2$ ($a$ は定数)について，$x$ の値が $1$ から $4$ まで増加するときの変化の割合は，$x$ の値が $0$ から $1$ まで増加するときの変化の割合よりも $3$ 大きくなる。このとき，$a$ の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=\dfrac{3}{4}$

[解説]

まず，$x$ の値が $1$ から $4$ まで増加するときの変化の割合を求める。

$x=1$ のとき $y=a\times1^2=a$，$x=4$ のとき $y=a\times4^2=16a$

$x$ ：$1\to4$　(増加量)＝$4-1=3$

$y$ ：$a\to16a$　(増加量)＝$16a-a=15a$

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{15a}{3}=5a$ ･･･①

次に，$x$ の値が $0$ から $1$ まで増加するときの変化の割合を求める。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=1$ のとき $y=a\times1^2=a$

$x$ ：$0\to1$　(増加量)＝$1-0=1$

$y$ ：$0\to a$　(増加量)＝$a-0=a$

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{a}{1}=a$ ･･･②

条件より①の変化量は②の変化量より $3$ 大きいので，$5a=a+3$, $4a=3$，$a=\dfrac{3}{4}$

[平均の速さ]

[問題](2 学期期末)

ある斜面をころがりはじめてから $x$ 秒間にころがる距離を $y$ m とすると， $y=3x^2$ という関係がある。このとき，1秒後から4秒後までの平均の速さは秒速何 m か。

[解答欄]

[解答]秒速 15m

[解説]

$x=1$ のとき $y=3\times1^2=3$， $x=4$ のとき $y=3\times4^2=48$

$x$ ：$1\to4$　　(増加量)＝(かかった時間)＝ $4-1=3$(秒)

$y$ ：$3\to48$　(増加量)＝(進んだ距離)＝ $48-3=45$(m)

$$(\text{平均の速さ})=\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\frac{45}{3}=15\,(\text{m／秒})$$

よって，平均の速さは，秒速 15m である。

[問題](2 学期中間)

ボールが斜面をころがり始めてからの時間を $x$ 秒，その間にころがった距離を $y$ m とすると， $x$ と $y$ との間には， $y=2x^2$ という関係がある。この運動について，3秒から5秒までの平均の速さを求めよ。

[解答欄]

[解答]秒速 16m

[解説]

$x=3$ のとき $y=2\times3^2=18$， $x=5$ のとき $y=2\times5^2=50$

$y$ ：$18\to50$　(増加量)＝(進んだ距離)＝ $50-18=32$ m

$x$ ：　$3\to5$　(増加量)＝(かかった時間)＝ $5-3=2$ 秒

$$(\text{平均の速さ})=\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\frac{32}{2}=16\,(\text{m／秒})$$

よって，平均の速さは，秒速 16m である。

[問題](2 学期期末)

　ある斜面で球をころがしたところ，球がころがり始めて $x$ 秒間にころがる距離を $y$ m として，$y=ax^2$ の関係が成り立つ。球がころがり始めて 2 秒後から 5 秒後までの間の平均の速さは，秒速 14m であった。このとき，$a$ の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=2$

[解説]

$x=2$ のとき $y=a\times2^2=4a$，$x=5$ のとき $y=a\times5^2=25a$

$y$ : $4a\to25a$　(増加量)＝(進んだ距離)＝$25a-4a=21a$ (m)

$x$ : $2\to5$　(増加量)＝(かかった時間)＝$5-2=3$ (秒)

(平均の速さ)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{21a}{3}=7a$ (m／秒)

よって，$7a=14$，$a=2$

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。
※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

【Fd 教材開発】(092) 404－2266
Mail：info2@fdtext.com