【】放物線と直線

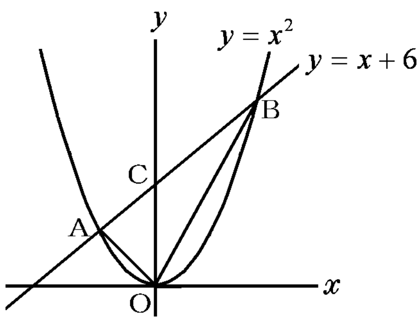
【】面積

[問題](2 学期期末)

右の図は，関数 $y=x^2$ ･･･①， $y=x+6$ ･･･② のグラフである。次の各問いに答えよ。

(1) 交点 A，B の座標を求めよ。

(2) △AOB の面積を求めよ。




[解答欄]

| (1)A | B | (2) |
|---|---|---|

[解答](1) $A(-2,\ 4)$ $B(3,\ 9)$ (2) 15

[解説]

(1) 交点においては，$y=ax^2$ の $y$ と $y=bx+c$ の $y$ が同じなので，$ax^2$ と $bx+c$ が等しくなる。よって， $ax^2=bx+c$ が成り立つ。

| <Point> 放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=bx+c$ の交点→ $ax^2=bx+c$ を解く |
|---|

$y=x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めるために， $x^2=x+6$ とおく。

$x^2-x-6=0$， $(x-3)(x+2)=0$， $x=3,\ -2$

$x=3$ のとき $y=x+6=3+6=9$， $x=-2$ のとき $y=x+6=-2+6=4$

よって，$A(-2,\ 4)$，$B(3,\ 9)$

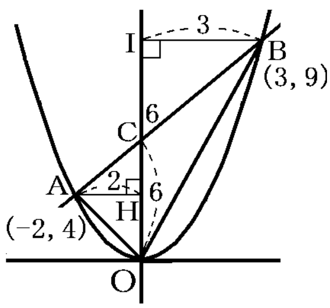
(2) △AOB を△AOC と△BOC に分けて考える。

| <Point> △AOB の面積→ $y$ 軸で 2 つの三角形に分けて求める。 |
|---|

右図の△AOC で，OC を底辺とすると高さは AH

$y=x+6$ の切片が 6 なので，OC＝6

また，点 A の $x$ 座標が－2 なので AH＝2 よって，




(△AOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OC×AH＝$\dfrac{1}{2}$×6×2＝6

同様にして，

(△BOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OC×BI＝$\dfrac{1}{2}$×6×3＝9

よって，(△AOB の面積)＝(△AOC の面積)＋(△BOC の面積)＝6＋9＝15

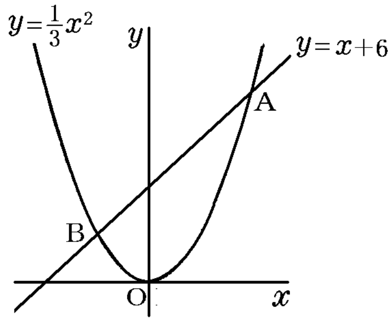
[問題](後期中間)

右の図は $y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=x+6$ のグラフである。

A，B はその交点である。原点を O として，
次の各問いに答えよ。

(1) 交点 A，B の座標を求めよ。

(2) △AOB の面積を求めよ。




[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1)A | B | (2) |

[解答](1)A(6，12)　B(−3，3)　(2) 27

[解説]

(1) $y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めるために，$\frac{1}{3}x^2=x+6$ とおく。

両辺を 3 倍して，$x^2=3x+18$，$x^2-3x-18=0$，$(x+3)(x-6)=0$，$x=-3,\ 6$

$x=-3$ のとき $y=x+6=-3+6=3$，$x=6$ のとき $y=x+6=6+6=12$

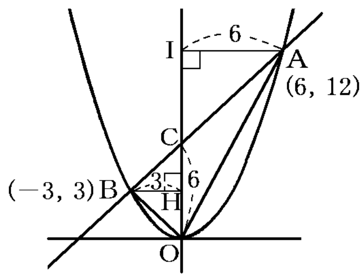
よって，A(6，12)，B(−3，3)

(2) △AOB を△AOC と△BOC に分けて考える。

右図の△AOC で，OC を底辺とすると高さは AI

$y=x+6$ の切片が 6 なので，OC＝6

また，点 A の $x$ 座標が 6 なので AI＝6　よって，




(△AOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×AI＝$\frac{1}{2}$×6×6＝18

同様にして，

(△BOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×BH＝$\frac{1}{2}$×6×3＝9

よって，(△AOB の面積)＝(△AOC の面積)＋(△BOC の面積)＝18＋9＝27

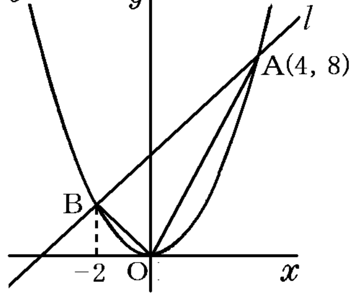
[問題](後期中間)

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $l$ が 2 点 A，B で交わっている。点 A の座標は(4，8)，点 B の $x$ 座標は−2 である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 点 B の座標を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

(3) △AOB の面積を求めよ。



[解答欄]

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|

[解答](1) B(－2，2)　(2)　$y = x + 4$　(3) 12

[解説]

<Point>　$y = ax^2$ の $a$ →点 B の座標→直線の式

(1)　$y = ax^2$ の $a$ がわかれば，　$y = ax^2$ に点 B の $x$ 座標を代入することで，点 B の $y$ 座標を求めることができる。そこで，まず $a$ の値を求める。

$y = ax^2$ は点 A(4，8)を通るので，　$y = ax^2$ に $x = 4$, $y = 8$ を代入すると，

$8 = a \times 4^2$，$16a = 8$，　$a = \dfrac{8}{16}$，　$a = \dfrac{1}{2}$ になる。よって，放物線の式は $y = \dfrac{1}{2}x^2$

$y = \dfrac{1}{2}x^2$ に点 B の $x$ 座標の $x = -2$ を代入すると，　$y = \dfrac{1}{2} \times (-2)^2 = 2$

よって，点 B の座標は(－2，2)である。

(2) 直線 AB は，A(4，8)，B(－2，2)を通るので，

(直線 AB の傾き)＝$\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{8-2}{4-(-2)} = \dfrac{6}{6} = 1$

傾きが 1 なので，この直線の式は $y = x + b$ とおくことができる。

点 A(4，8)を通るので，　$y = x + b$ に $x = 4$, $y = 8$ を代入すると，

$8 = 4 + b$，　$b = 4$

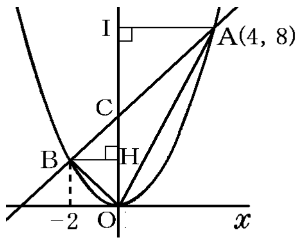
よって，直線 AB の式は，　$y = x + 4$ である。

(3) △AOB を△AOC と△BOC に分けて考える。

右図の△AOC で，OC を底辺とすると高さは AI

$y = x + 4$ の切片が 4 なので，OC＝4

また，点 A の $x$ 座標が 4 なので AI＝4　よって，




(△AOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OC×AI＝$\dfrac{1}{2}$×4×4＝8

同様にして，

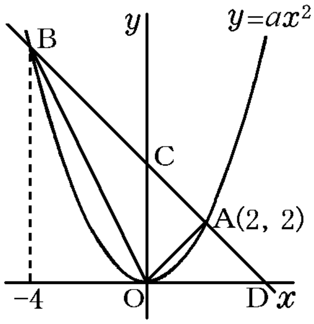
(△BOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OC×BH＝$\dfrac{1}{2}$×4×2＝4

よって，(△AOB の面積)＝(△AOC の面積)＋(△BOC の面積)＝8＋4＝12

[問題](後期中間)

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A(2，2)，B があり，点 B の $x$ 座標は－4 である。
また，直線 AB と $x$ 軸との交点を D とする。
次の各問いに答えよ。

(1) $a$ の値を求めよ。
(2) 点 D の座標を求めよ。
(3) △AOB の面積を求めよ。




[解答欄]

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|

[解答](1) $a=\dfrac{1}{2}$　(2) (4，0)　(3) 12

[解説]

(1) $y=ax^2$ は点 A(2，2)を通るので，$y=ax^2$ に $x=2$，$y=2$ を代入すると，

$2=a\times 2^2$，$4a=2$，$a=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

(2) 「点 B の座標→直線 AB の式→点 D の座標」の順で求める。

(1)より，この放物線の式は $y=\dfrac{1}{2}x^2$ である。点 B の $x$ 座標は－4 なので，

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入すると，$y=\dfrac{1}{2}\times(-4)^2=8$

よって，点 B の座標は(－4，8)である。

直線 AB は，A(2，2)，B(－4，8)を通るので，

(直線 AB の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{2-8}{2-(-4)}=\dfrac{-6}{6}=-1$

傾きが－1 なので，この直線の式は $y=-x+b$ とおくことができる。

点 A(2，2)を通るので，$y=-x+b$ に $x=2$，$y=2$ を代入すると，

$2=-2+b$，$b=4$　よって，直線 AB の式は，$y=-x+4$ である。

点 D は $y=-x+4$ 上にあって，$y$ 座標が 0 であるので，

$y=-x+4$ に $y=0$ を代入して，$0=-x+4$，$x=4$

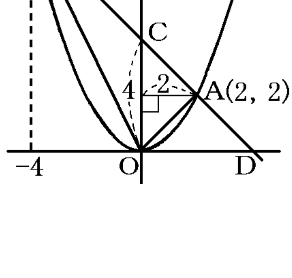
よって，点 D の座標は(4，0)である。

(3) △AOB を△AOC と△BOC に分けて考える。

△AOC と△BOC で，共通の底辺を OC とする。

AB の式は(2)より $y=-x+4$ なので，切片は 4 である。

したがって，OC＝4 である。



△AOC の高さは 2，△BOC の高さは 4 なので，

(△AOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×4×2＝4

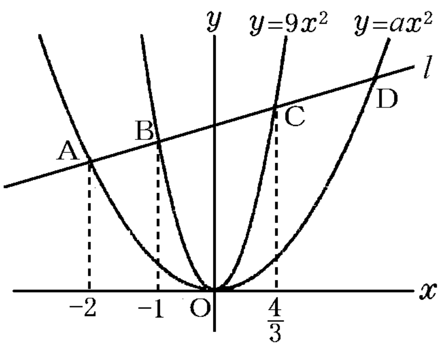
(△BOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×4×4＝8

よって，(△AOB の面積)＝(△AOC の面積)＋(△BOC の面積)＝4＋8＝12

[問題](後期中間)

右の図のように，直線 $l$ が放物線 $y=ax^2$ と 2 点 A，D で，放物線 $y=9x^2$ と 2 点 B，C でそれぞれ交わっている。点 A，B，C の $x$ 座標は，それぞれ，

−2，−1，$\frac{4}{3}$ である。




このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 直線 $l$ の式を求めよ。

(2) $a$ の値を求めよ。

(3) △OAD の面積を求めよ。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1) $y=3x+12$　(2) $a=\frac{3}{2}$　(3) 36

[解説]

(1) 「B，C の座標→直線 $l$ の式」の順で求める。

点 B は $y=9x^2$ 上にあるので，$x=-1$ を代入して，$y=9\times(-1)^2=9$

点 C は $y=9x^2$ 上にあるので，$x=\frac{4}{3}$ を代入して，$y=9\times\left(\frac{4}{3}\right)^2=9\times\frac{16}{9}=16$

よって，点 B(−1，9)，点 C($\frac{4}{3}$，16)である。

(直線 BC の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{16-9}{\frac{4}{3}-(-1)}=\frac{7}{\frac{7}{3}}=\frac{7\times3}{\frac{7}{3}\times3}=\frac{7\times3}{7}=3$

傾きが 3 なので，直線 $l$ の式は $y=3x+b$ とおくことができる。

点 B(−1，9)を通るので，$y=3x+b$ に $x=-1$，$y=9$ を代入すると，

$9=3\times(-1)+b$，$b=12$　よって，直線 $l$ の式は，$y=3x+12$ である。

(2) 「点Aの座標→$a$」の順で求める。

点Aは $y=3x+12$ 上にあり，点Aの $x$ 座標は－2なので，

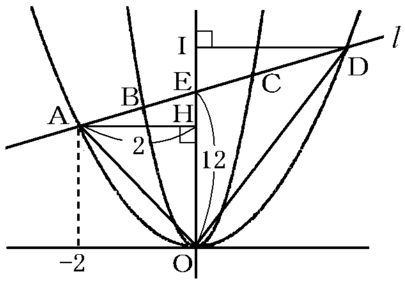
$y=3x+12$ に $x=-2$ を代入して， $y=3\times(-2)+12=-6+12=6$

よって，点Aの座標は(－2，6)である。

点Aは $y=ax^2$ 上にあるので， $y=ax^2$ に $x=-2,\ y=6$ を代入して，

$6=a\times(-2)^2$， $4a=6$， $a=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

(3) 右図のように，△OADを△OAEと△ODEに分けて考える。




△OAEと△ODEで，共通の底辺をOEとすると，

点Eは直線$l$： $y=3x+12$ の切片なので，

OE＝12である。△OAEの高さは2なので，

(△OAEの面積)＝$\frac{1}{2}$×12×2＝12･･･①

△ODEについては，底辺OE＝12はわかっているが，高さDIがわかっていない。

そこで，点Dの $x$ 座標を求める。

点Dはこの放物線と直線$l$の交点である。

(1)，(2)より，放物線の式は $y=\frac{3}{2}x^2$，直線$l$の式は $y=3x+12$ である。

交点の $x$ 座標を求めるために， $\frac{3}{2}x^2=3x+12$ とおく。

両辺を2倍すると， $3x^2=6x+24$，両辺を3でわって， $x^2=2x+8$

$x^2-2x-8=0$， $(x+2)(x-4)=0$， $x=-2,\ 4$

$x=-2$ は点Aの $x$ 座標なので，点Dの $x$ 座標は $x=4$ である。

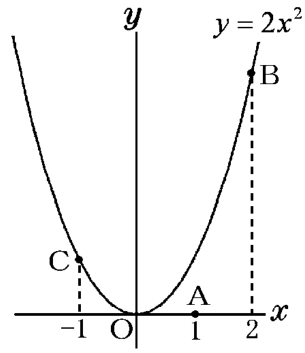
よって，△ODEの高さは4である。

したがって，(△ODEの面積)＝$\frac{1}{2}$×12×4＝24･･･②

①，②より，(△OADの面積)＝(△OAEの面積)＋(△ODEの面積)＝12＋24＝36

[問題](2 学期期末)

右の図のように，関数 $y=2x^2$ のグラフと，3 点 A，B，C がある。点 A の座標は(1，0)で，点 B，C は放物線上にあり，それぞれの $x$ 座標は 2，－1 である。次の各問いに答えよ。




(1) 直線 BC の式を求めよ。

(2) △ABC の面積を求めよ。

[解答欄]

| (1) | (2) |
|---|---|

[解答](1) $y=2x+4$ (2) 9

[解説]

(1) 点 B の $x$ 座標は 2 なので， $y=2x^2$ に $x=2$ を代入して $y=2\times 2^2=8$

よって，$\mathrm{B}(2,\ 8)$

点 C の $x$ 座標は $-1$ なので， $y=2x^2$ に $x=-1$ を代入して $y=2\times(-1)^2=2$

よって，$\mathrm{C}(-1,\ 2)$

(直線 BC の傾き)$=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{8-2}{2-(-1)}=\dfrac{6}{3}=2$

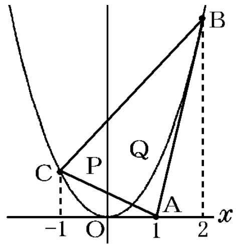
傾きが 2 なので，直線 BC の式は $y=2x+b$ とおくことができる。

$\mathrm{B}(2,\ 8)$ を通るので， $y=2x+b$ に $x=2,\ y=8$ を代入すると，

$8=2\times 2+b$， $8=4+b$， $b=4$

よって，直線 BC の式は， $y=2x+4$

(2) △ABC を $y$ 軸で 2 つの部分に分けようとすると，右図のように，三角形 P と四角形 Q になる。しかし，四角形 Q の部分の面積を求めるのは，簡単ではない。そこで，点 A を通って $y$ 軸に平行な直線を使う。



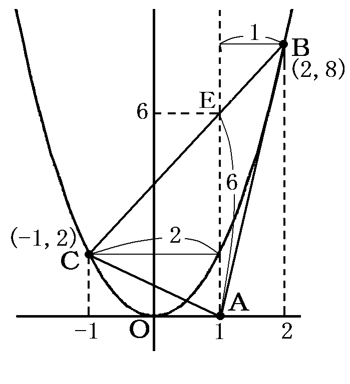

<Point> △ABC の面積→ $y$ 軸に平行な直線で 2 つの三角形に分けて求める。

点 A を通って $y$ 軸に平行な直線を引き，直線 BC との交点を E とする。

$y=2x+4$ に $x=1$ を代入すると $y=6$

よって，点 E の $y$ 座標は 6 で，AE＝6

△ABE の底辺を AE＝6 とする。点 B の $x$ 座標が 2，点 A の $x$ 座標は 1 なので△ABE の高さは $2-1=1$




よって，(△ABE の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times 6\times 1=3$

△ACE の底辺を AE＝6 とする。

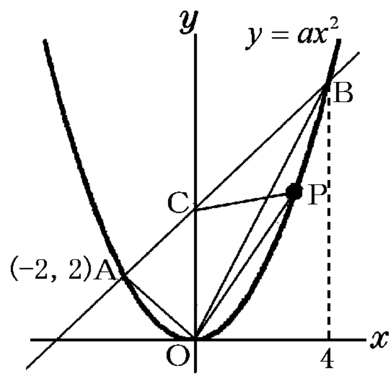
点 C の $x$ 座標が $-1$，点 A の $x$ 座標は $1$ なので△ABE の高さは $1-(-1)=2$

よって，(△ACE の面積)＝$\frac{1}{2}\times 6\times 2=6$

したがって，(△ABC の面積)＝(△ABE の面積)＋(△ACE の面積)＝$3+6=9$

[問題](2 学期中間)

右の図の曲線は，関数 $y=ax^2$ のグラフであり，点 A, B は曲線上の点で，点 A の座標は(−2，2)，点 B の $x$ 座標は 4 である。また, 点 C は直線 AB と $y$ 軸との交点で, 点 P は放物線上を原点 O から点 B まで動く点である。




(1) 関数 $y=ax^2$ について， $a$ の値を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

(3) 三角形 OAB の面積を求めよ。

(4) 三角形 OCP の面積が三角形 OAB の面積の $\frac{1}{2}$ になるとき，点 P の座標を求めよ。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

[解答](1) $a=\frac{1}{2}$　(2) $y=x+4$　(3) 12　(4) $\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

[解説]

(1) 点 A(−2，2)は $y=ax^2$ 上にあるので， $x=-2,\ y=2$ を $y=ax^2$ に代入して，

$2=a\times(-2)^2$， $4a=2$， $a=\frac{1}{2}$

(2) 点 B の $x$ 座標は 4 なので， $x=4$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して， $y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$

よって，点 B の座標は(4，8)である。

直線 AB は，A(−2，2)，B(4，8)を通るので，

(直線 AB の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{8-2}{4-(-2)}=\frac{6}{6}=1$

傾きが 1 なので，直線 AB の式は $y=x+b$ とおくことができる。

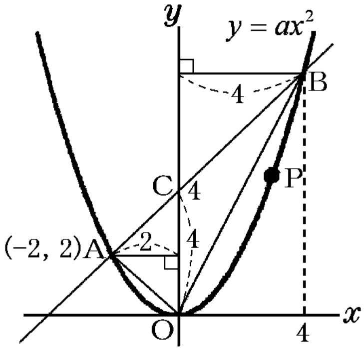
点 A(−2，2)を通るので， $y=x+b$ に $x=-2,\ y=2$ を代入すると， $2=-2+b$， $b=4$

よって，直線 AB の式は，$y=x+4$

(3) 直線 AB の式が $y=x+4$ なので，点 C の $y$ 座標は $4$ で

OC＝4

△OBC で OC＝4 を底辺とすると，点 B の $x$ 座標が $4$ であることから△OBC の高さは $4$



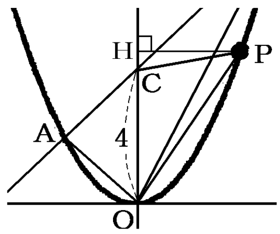

よって，(△OBC の面積)＝$\frac{1}{2}\times4\times4=8$

△OAC で OC＝4 を底辺とすると，点 A の $x$ 座標が $-2$ であることから△OAC の高さは $2$

よって，(△OAC の面積)＝$\frac{1}{2}\times4\times2=4$

したがって，(△OAB の面積)＝(△OBC の面積)＋(△OAC の面積)＝8＋4＝12

(4) △OPC の面積は△OAB の面積の $\frac{1}{2}$ なので $12\times\frac{1}{2}=6$




△OPC の底辺を OC＝4 とすると，高さは，右図の PH になるので，$\frac{1}{2}$×OC×PH＝(△OPC の面積)となる。

よって，$\frac{1}{2}\times4$×PH＝6，2PH＝6，PH＝3　よって，点 P の $x$ 座標は 3

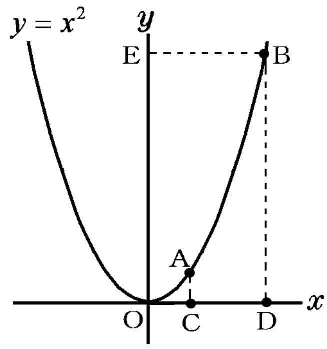
$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=3$ を代入すると，$y=\frac{1}{2}\times3^2=\frac{9}{2}$

よって，点 P の座標は $\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

[問題](2 学期期末)

右の図で，2 点 A，B は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点であり，2 点 C，D は $x$ 軸上の点である。また，点 E は $y$ 軸上の点である。

線分 AC，BD がそれぞれ $y$ 軸に平行で，線分 EB が $x$ 軸に平行であるとき，次の各問いに答えよ。ただし，2 点 C，D の $x$ 座標は正であり，点 D の $x$ 座標は点 C の $x$ 座標より大きいとする。




(1) 点 D の $x$ 座標が点 C の $x$ 座標の 3 倍であるとき，点 B の $y$ 座標は点 A の $y$ 座標の何倍か。

(2) 線分 CD の長さが 2，△ABE の面積が 40 であるとき，点 A の座標を求めよ。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

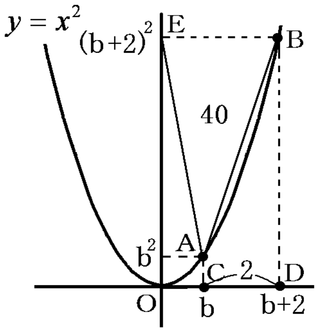
[解答](1) 9 倍　(2) (3，9)

[解説]

(1) 点 C の $x$ 座標を $a$ とすると，点 B の $x$ 座標は $3a$

このとき点 C の $y$ 座標は $y=a^2$，点 B の $y$ 座標は $y=(3a)^2=9a^2$　よって $9$ 倍

(2) 点 A の $x$ 座標を $b$ とおくと $y$ 座標は $b^2$，




線分 CD の長さが 2 なので，点 B の $x$ 座標は $b+2$，

$y$ 座標は $(b+2)^2$

△ABE で，底辺を BE とすると，底辺＝$b+2$

高さ＝$(b+2)^2-b^2=4b+4$

よって，面積＝$\dfrac{1}{2}\times(b+2)\times(4b+4)=40$

$\dfrac{1}{2}(4b^2+4b+8b+8)=40$　，　$2b^2+6b+4=40$　，

$2b^2+6b-36=0$

$b^2+3b-18=0$，$(b+6)(b-3)=0$

$b>0$ なので $b=3$

ゆえに点 A の $x$ 座標は $3$，$y$ 座標は $y=x^2$ に $x=3$ を代入して $y=3^2=9$

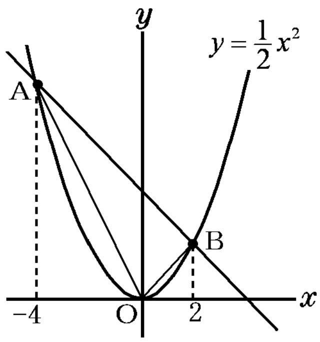
ゆえに点 A の座標は $(3,\ 9)$

【】面積の二等分

[△OAB の面積を二等分]

[問題](2 学期中間)

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に，点 A，B がある。点 A，B の $x$ 座標は，それぞれ－4，2 である。点 O を通り，△OAB の面積を二等分する直線の式を求めよ。

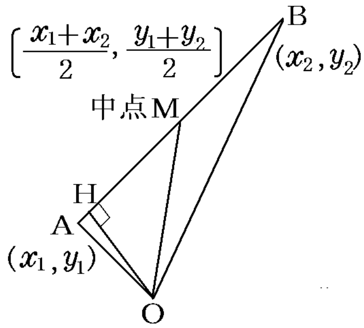



[解答欄]

[解答] $y=-5x$

[解説]

まず，右図を使って，△OAB の面積を二等分する直線 OM について考える。




△OAM で AM を底辺とすると，高さは OH

△OBM で BM を底辺とすると，高さは OH

高さ OH が共通なので，AM＝BM なら面積が等しい。

すなわち, 線分 AB の中点を M とすると, 直線 OM は△OAB の面積を二等分する。

<Point> △AOB の面積を二等分する OM

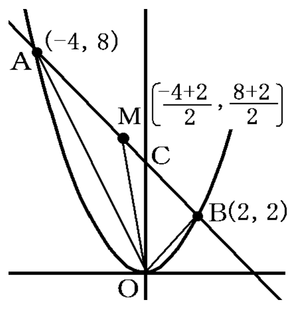
→M は AB の中点

中点の求め方：2 つの座標の平均をとる。

そこで，この問題を解く。

まず，点 A，B の座標を求める。

点 A の $x$ 座標は－4 なので， $x$ ＝－4 を $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に代入して，




$y=\dfrac{1}{2}\times(-4)^2=8$　よって，点 A の座標は(－4，8)

点 B の $x$ 座標は 2 なので， $x$ ＝2 を $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に代入して，

$y=\dfrac{1}{2}\times 2^2=2$　よって，点 B の座標は(2，2)

中点 M の座標の $x$ 座標は点 A，B のそれぞれの $x$ 座標の平均に，

中点 M の座標の $y$ 座標は点 A，B のそれぞれの $y$ 座標の平均になる。

$A(-4,\ 8)$，$B(2,\ 2)$なので， $M\left(\dfrac{-4+2}{2},\ \dfrac{8+2}{2}\right)$，すなわち$M(-1,\ 5)$

OM は原点を通る直線なので，(OM の傾き)＝$\dfrac{5}{-1}=-5$

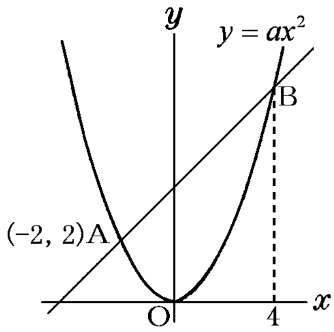
よって，OM の式は $y=-5x$ である。

[問題](2 学期中間)

右の図は，放物線 $y=ax^2$ と放物線上の 2 点 A，B を通る直線のグラフである。A(−2，2)で，B の $x$ 座標が 4 のとき，次の各問いに答えよ。

(1) $a$ の値を求めよ。

(2) 原点 O を通り，△AOB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。




[解答欄]

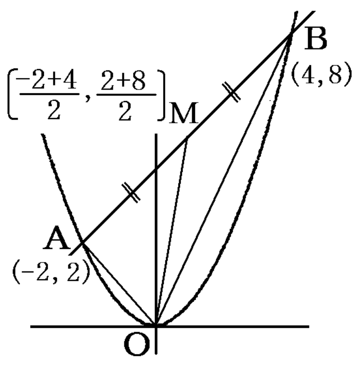
| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1) $a=\dfrac{1}{2}$　(2) $y=5x$

[解説]

(1) $y=ax^2$ が A(−2, 2)を通るので，$x=-2$，$y=2$ を $y=ax^2$ に代入する。$2=a\times(-2)^2$，$2=4a$，$a=\dfrac{1}{2}$

(2) 原点 O を通り, △AOB の面積を 2 等分する直線は AB の中点 M を通る。




点 B の $x$ 座標は 4 なので， $x=4$ を $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に代入して，

$y=\dfrac{1}{2}\times 4^2=8$　よって，点 B の座標は(4，8)

点 A(−2，2)，B(4，8)の中点 M の座標は

$\left(\dfrac{-2+4}{2},\ \dfrac{2+8}{2}\right)=(1,\ 5)$

OM は原点を通る直線なので，(OM の傾き)＝$\dfrac{5}{1}=5$

よって，OM の式は $y=5x$ である。

[問題](2 学期中間)

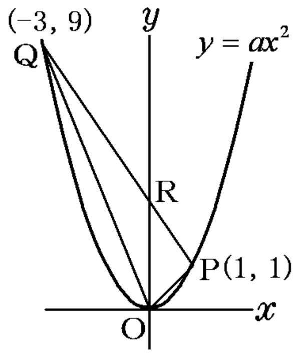
右の図で，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に，2 点 P(1，1)，Q(－3，9)がある。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) $a$ の値を求めよ。

(2) 2 点 P，Q を通る直線の式を求めよ。

(3) OPQ の面積を求めよ。ただし，1 目盛りを 1cm とする。

(4) 原点を通り△OPQ の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。




[解答欄]

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|
| (4) | | |

[解答](1) $a=1$ (2) $y=-2x+3$ (3) 6 cm² (4) $y=-5x$

[解説]

(1) $y=ax^2$ は点 P(1，1)を通るので，$y=ax^2$ に $x=1,\ y=1$ を代入して，

$1=a\times1^2$，$a=1$

(2) 直線 PQ は，2 点 P(1，1)，Q(－3，9)を通るので，

(直線 PQ の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{1-9}{1-(-3)}=\dfrac{-8}{4}=-2$

傾きが－2 なので，直線 PQ の式は $y=-2x+b$ とおくことができる。

点 P(1，1)を通るので，$y=-2x+b$ に $x=1,\ y=1$ を代入すると，

$1=-2+b$，$b=3$

よって，直線 PQ の式は，$y=-2x+3$

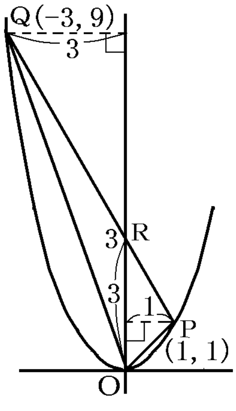
(3) $y=-2x+3$ の $y$ 切片は $3$ なので OR＝3

△OPR の底辺を OR＝3 とする。点 P の $x$ 座標は $1$ なので，△OPR の高さは $1$

ゆえに(△OPR の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times3\times1=\dfrac{3}{2}$

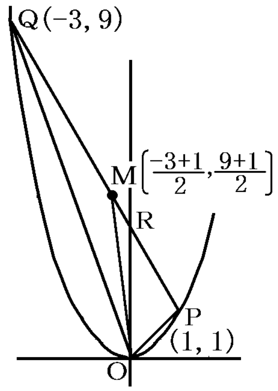
△OQR の底辺を OR＝3 とする。点 Q の $x$ 座標は $-3$ なので，△OQR の高さは $3$

ゆえに(△OQR の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times3\times3=\dfrac{9}{2}$



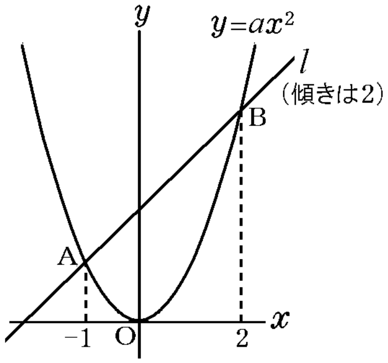

よって(△OPQ の面積)＝$\dfrac{3}{2}+\dfrac{9}{2}=\dfrac{12}{2}=6$(cm²)

(4) 線分 PQ の中点を M とすると，
直線 OM は△OPQ の面積を 2 等分する。
P(1，1)，Q(−3，9)なので，
中点 M は$\left(\dfrac{-3+1}{2},\ \dfrac{9+1}{2}\right)=(-1,\ 5)$




OM は原点を通る直線なので，(OM の傾き)＝$\dfrac{5}{-1}=-5$
よって，OM の式は $y=-5x$ である。

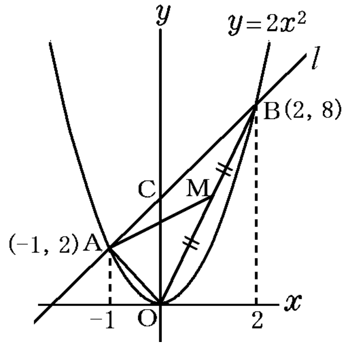
[その他の三角形の面積の二等分]
[問題](2 学期中間)
右の図のように，放物線 $y=ax^2$ と直線 $l$ が 2 点 A，B で交わっている。点 A, B の $x$ 座標はそれぞれ−1, 2 である。直線 $l$ の傾きが 2 であるとき，次の各問いに答えよ。
(1) $a$ の値を求めよ。
(2) 点 A を通り，△OAB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。




[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1) $a=2$　(2) $y=x+3$
[解説]
(1) まず，直線 $l$ 上の 2 点 A，B の座標から直線 $l$ の傾きを $a$ を使って表す。
点 A の $x$ 座標は−1 なので， $y=ax^2$ に $x=-1$ を代入して， $y=a\times(-1)^2=a$
よって，点 A の座標は$(-1,\ a)$
点 B の $x$ 座標は 2 なので， $y=ax^2$ に $x=2$ を代入して， $y=a\times2^2=4a$
よって，点 B の座標は$(2,\ 4a)$
よって，(直線 AB(直線 $l$)の傾き)＝$\dfrac{4a-a}{2-(-1)}=\dfrac{3a}{3}=a$
直線 $l$ の傾きは 2 なので， $a=2$
(2) 点 A を通り，△OAB の面積を 2 等分する直線は，右図のように，線分 OB の中点 M を通る。
点 B の $x$ 座標は 2 なので， $y=2x^2$ に $x=2$ を代入して，
$y=2\times2^2=8$　よって，点 B の座標は(2，8)である。
M は線分 OB の中点なので，M の座標は，



$M\left(\dfrac{0+2}{2},\ \dfrac{0+8}{2}\right)$，M(1，4)である。

△OAB の面積を 2 等分する直線 AM は，A(−1，2)，M(1，4)を通るので，

(直線 AM の傾き)$=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{4-2}{1-(-1)}=\dfrac{2}{2}=1$

傾きが 1 なので，直線 AM の式は $y=x+b$ とおくことができる。

A(−1，2)を通るので， $y=x+b$ に $x=-1,\ y=2$ を代入すると，

$2=-1+b$， $b=3$

よって，直線 AM の式は $y=x+3$

[問題](2 学期期末)

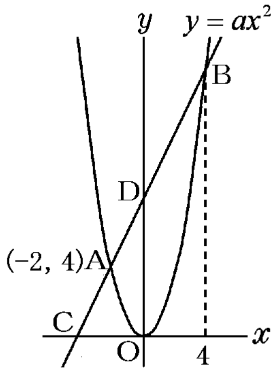
関数 $y=ax^2$ のグラフの上に 2 点 A，B がある。点 A の座標が(−2，4)で，点 B の $x$ 座標が 4 であるとき，次の各問いに答えよ。

(1) $a$ の値を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

(3) △OAB の面積を求めよ。

(4) B を通り，△OCB の面積を二等分する直線の式を求めよ。




[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

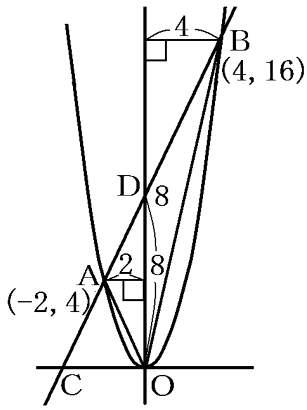
[解答](1) $a=1$ (2) $y=2x+8$ (3) 24 (4) $y=\dfrac{8}{3}x+\dfrac{16}{3}$

[解説]

(1) $y=ax^2$ が点 A(−2，4)を通るので， $y=ax^2$ に $x=-2,\ y=4$ を代入すると，

$4=a\times(-2)^2$，$4a=4,\ a=1$

(2) 点 A，B の座標から直線 AB の式を求める。




点 B は $y=x^2$ の上にあり，点 B の $x$ 座標は 4 なので，$y=x^2$ に $x=4$ を代入して，

$y=4^2=16$ よって，点 B は(4，16)

点 A は(−2，4)

(直線 AB の傾き)$=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{16-4}{4-(-2)}=\dfrac{12}{6}=2$

傾きが 2 なので，直線 AB の式は $y=2x+b$ とおくことができる。

点 A(−2，4)を通るので， $y=2x+b$ に $x=-2$, $y=4$ を代入すると，

$4=2\times(-2)+b$， $4=-4+b$， $b=8$

よって，直線 AB の式は， $y=2x+8$

(3) AB の式が $y=2x+8$ であることより，点 D の $y$ 座標は 8

△OBD の底辺を OD＝8 とする。

点 B の $x$ 座標が 4 であることより高さは 4

よって，(△OBD の面積)＝$\frac{1}{2}\times8\times4=16$

△OAD の底辺を OD＝8 とする。

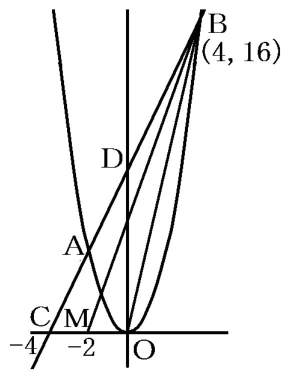
点 A の $x$ 座標が $-2$ であることより高さは 2

よって，(△OAD の面積)＝$\frac{1}{2}\times8\times2=8$

(△OAB の面積)＝(△OBD の面積)＋(△OAD の面積)＝$16+8=24$

(4) $y=2x+8$ に $y=0$ を代入すると， $0=2x+8$

$x=-4$　ゆえに C$(-4,\ 0)$




B を通り，△OCB の面積を二等分する直線は OC の中点

M$(-2,\ 0)$を通る

B$(4,\ 16)$，M$(-2,\ 0)$を通る直線の式を求める。

(直線 MB の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{16-0}{4-(-2)}=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$

傾きが $\frac{8}{3}$ なので, 直線 MB の式は $y=\frac{8}{3}x+c$ とおくことができる。

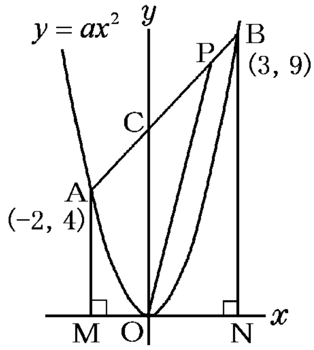
点 M$(-2,\ 0)$を通るので， $y=\frac{8}{3}x+c$ に $x=-2$, $y=0$ を代入すると，

$0=\frac{8}{3}\times(-2)+b$， $0=-\frac{16}{3}+b$， $b=\frac{16}{3}$　よって，直線 MB の式は， $y=\frac{8}{3}x+\frac{16}{3}$

[台形の面積の二等分]

[問題](2 学期期末)

右の図のように放物線 $y=ax^2$ 上に点 A(−2，4)，点 B (3，9)がある。また，A，B から $x$ 軸に下ろした垂線と $x$ 軸の交点をそれぞれ M，N とするとき次の各問いに答えよ。




(1) $a$ の値を求めよ。

(2) 点 A，B を通る直線の方程式を求めよ。

(3) 線分 AB 上に点 P をとる。線分 OP が台形 AMNB の面積を 2 等分するとき，点 P の座標を求めよ。

[解答欄]

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|
| | | |

[解答](1) $a=1$ (2) $y=x+6$ (3) $\left(\dfrac{25}{12},\ \dfrac{97}{12}\right)$

[解説]

(1) $y=ax^2$ 上に点 A(−2，4)があるので， $x=-2,\ y=4$ を $y=ax^2$ に代入して，

$4=a\times(-2)^2$， $4a=4$， $a=1$

(2) 直線 AB は点 A(−2，4)，B(3，9)を通るので，

(直線 AB の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{9-4}{3-(-2)}=\dfrac{5}{5}=1$

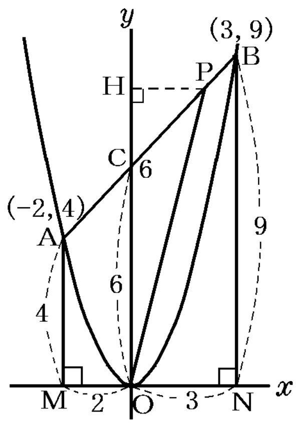
傾きが 1 なので，直線 AB の式は $y=x+b$ とおくことができる。

点 A(−2，4)を通るので， $y=x+b$ に $x=-2,\ y=4$ を代入すると，

$4=-2+b$， $b=6$

よって，直線 AB の式は， $y=x+6$

(3) まず，台形 AMNB の面積を計算する。




(台形 AMNB の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times(4+9)\times5=\dfrac{65}{2}$

(台形 AMOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times(4+6)\times2=10$

線分 OP が台形 AMNB の面積を 2 等分するので，

(台形 AMOC の面積)＋(△OPC の面積)＝$\dfrac{65}{2}\times\dfrac{1}{2}$

したがって，(△OPC の面積)＝$\dfrac{65}{2}\times\dfrac{1}{2}-10=\dfrac{25}{4}$

底辺を OC とすると，右図の PH が高さになる。

ゆえに，(△OPC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times$OC$\times$PH＝$\dfrac{25}{4}$

OC＝6 なので， $\dfrac{1}{2}\times6\times$PH＝$\dfrac{25}{4}$

ゆえに，PH＝$\dfrac{25}{4}\div3=\dfrac{25}{12}$

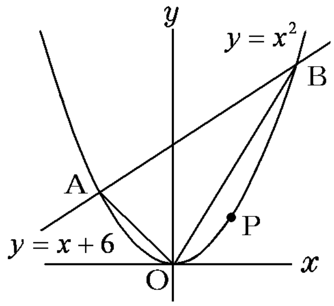
よって，点 P の $x$ 座標は$\dfrac{25}{12}$ $y=x+6=\dfrac{25}{12}+6=\dfrac{97}{12}$

ゆえに点 P の座標は$\left(\dfrac{25}{12},\ \dfrac{97}{12}\right)$

【】等積変形

[問題](2 学期期末)

右の図のように，放物線 $y=x^2$ と直線 $y=x+6$ との交点を A，B とする。O を原点とするとき，放物線 $y=x^2$ 上の O から B までの間に点 P をとって，△AOB の面積と△APB の面積が等しくなるようにする。このとき，点 P の座標を求めよ。

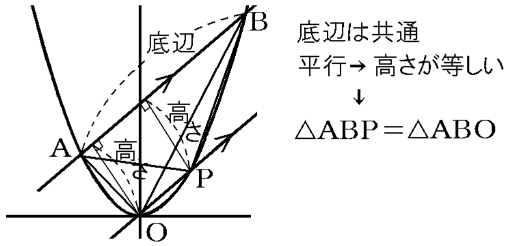



[解答欄]

[解答](1，1)

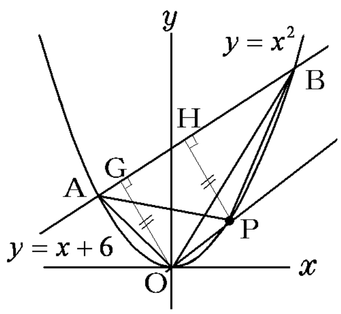
[解説]

<Point> 平行線を引き，等積変形




右図のように，原点を通って，AB に平行な直線を引く。この直線と放物線と交わる点が求める点 P になる。

△AOB と△APB の共通の底辺を AB とすると，AB // OP ならば，右図のように，OG＝PH となり，高さが等しくなるので，2 つの三角形の面積は等しくなる。




OP の傾きは直線 AB($y=x+6$)の傾きと同じなので，OP の式は，$y=x$ となる。$y=x$ と $y=x^2$ の交点を求めるために，$y=x$ と $y=x^2$ を連立方程式として解く。$y=x^2$ を $y=x$ に代入して，

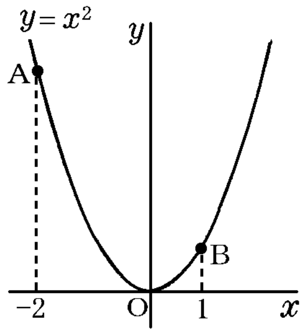
$x^2=x,\ x^2-x=0,\ x(x-1)=0,\ x=0,\ 1$

よって，点 P の $x$ 座標は 1 になる。$x=1$を $y=x$ に代入すると，$y=1$

よって，点 P の座標は，(1，1)となる。

[問題](2学期期末)

右の図のように関数 $y=x^2$ のグラフ上に2点A，Bがあり，点Aの $x$ 座標が－2，点Bの $x$ 座標が1であるとき，次の各問いに答えよ。




(1) 点Aの座標を求めよ。

(2) 直線ABの式を求めよ。

(3) 点Pが関数 $y=x^2$ のグラフ上にあるとき，△PABの面積が△OABの面積と等しくなるような点Pの $x$ 座標を求めよ。ただし，点PはAとBの間にあるものとする。

[解答欄]

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|

[解答](1) (－2，4)　(2) $y=-x+2$　(3) $x=-1$

[解説]

(1)(2) 点Aの $x$ 座標は－2なので， $y=x^2$ に $x=-2$ を代入すると， $y=(-2)^2=4$

よって，点Aの座標は(－2，4)

同様に，点Bの $x$ 座標は1なので， $y=x^2$ に $x=1$ を代入すると， $y=1^2=1$

よって，点Bの座標は(1，1)

直線ABは，A(－2，4)，B(1，1)を通るので，

(直線ABの傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{1-4}{1-(-2)}=\dfrac{-3}{3}=-1$

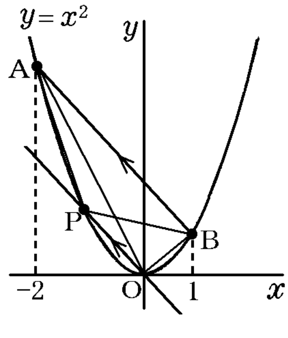
傾きが－1なので，直線ABの式は $y=-x+b$ とおくことができる。

点B(1，1)を通るので， $y=-x+b$ に $x=1,\ y=1$ を代入すると，

$1=-1+b$， $b=2$

よって，直線ABの式は， $y=-x+2$

(3) 右図のように，OP // BA となるような直線OPを引くと，△PABの面積と△OABの面積は等しくなる(底辺ABが共通で，高さが等しいから)。



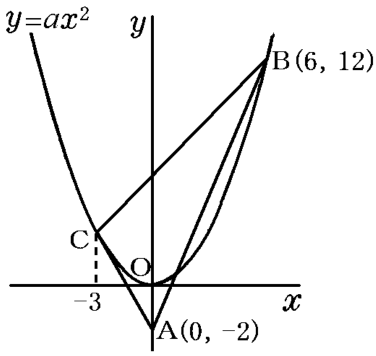

このとき，OP の傾きは，直線 AB( $y=-x+2$ )の傾き－1 と等しくなるので，OPの式は $y=-x$ となる。

$y=-x$ と $y=x^2$ の交点を求めるために， $x^2=-x$ とおく。

$x^2+x=0$， $x(x+1)=0$， $x=0,\ -1$　よって，点Pの $x$ 座標は $x=-1$

[問題](3 学期)

右の図のように，放物線 $y=ax^2$ と点 A(0，−2)がある。この放物線上に点 B(6，12)と点 C があり，点 C の $x$ 座標は−3 である。このとき，次の各問いに答えよ。




(1) $a$ の値を求めよ。
(2) 2 点 B，C を通る直線の式を求めよ。
(3) $x$ 軸上に点 P($t$，0)(ただし，$t>0$)をとり，△PBC と△ABC の面積が等しくなるとき，$t$ の値を求めよ。

[解答欄]

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|

[解答](1) $a=\frac{1}{3}$　(2) $y=x+6$　(3) $t=2$

[解説]

(1) 点 B(6，12)は $y=ax^2$ 上にあるので，$x=6$, $y=12$ を $y=ax^2$ に代入すると，

$12=a\times6^2$，$36a=12$，$a=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

(2) まず，点 C の座標を求める。点 C は放物線 $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあるので，

$x=-3$ を $y=\frac{1}{3}x^2$ に代入すると，$y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$

よって，点 C の座標は(−3，3)

直線 BC は，B(6，12)，C(−3，3)を通るので，

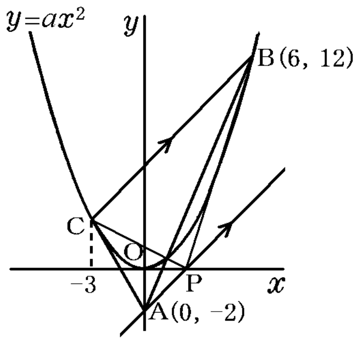
(直線 BC の傾き)$=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{12-3}{6-(-3)}=\frac{9}{9}=1$

傾きが 1 なので，直線 BC の式は $y=x+b$ とおくことができる。

点 C(−3，3)を通るので，$y=x+b$ に $x=-3$, $y=3$ を代入すると，$3=-3+b$，$b=6$

よって，直線 BC の式は，$y=x+6$

(3) 右図のように，AP // CB となるように，$x$ 軸上に点 P をとると，△PBC と△ABC の面積が等しくなる(底辺 BC が共通で，高さが等しいから)。



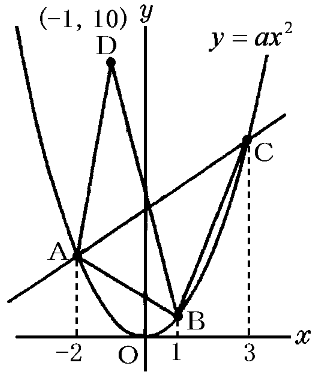

このとき，直線 AP の傾きは直線 BC($y=x+6$)の傾きと同じなので 1 である。また，点 A の座標が(0，−2)であるので，AP の切片は−2 である。

よって，直線 AP の式は，$y=x-2$ である。

$y=x-2$ は点 P($t$，0)を通るので，$x=t$, $y=0$ を代入すると，$0=t-2$，$t=2$

[問題](3 学期)

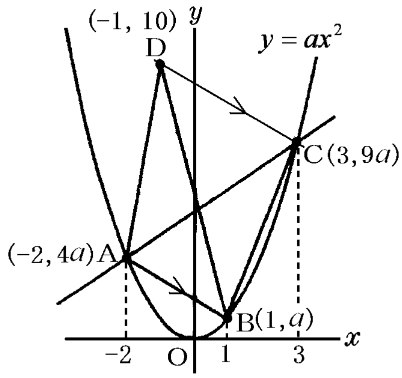
右の図のように，$y=ax^2(a>0)$上に 3 点 A，B，C をそれぞれ $x$ 座標が，－2，1，3 となるようにとる。点 D の座標が(－1，10)のとき，△ABC と△ABD の面積が等しくなる。このとき，$a$ の値を求めよ。




[解答欄]

[解答] $a=\dfrac{10}{13}$

[解説]




△ABC と△ABD の底辺を AB とすると，面積が等しくなることから，この 2 つの三角形の高さは等しい。

よって, AB // DC で, 直線 AB と直線 DC の傾きは等しい。

点 A は $y=ax^2$ 上にあり，$x$ 座標が－2 なので,

$x=-2$ を $y=ax^2$ に代入して，$y=a\times(-2)^2=4a$

よって，点 A の座標は$(-2，4a)$になる。

同様にして，点 B$(1，a)$，点 C$(3，9a)$になる。

また，点 D(－1，10)なので,

(直線 AB の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{a-4a}{1-(-2)}=\dfrac{-3a}{3}=-a$

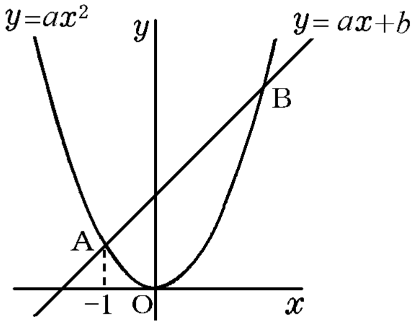
(直線 DC の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{9a-10}{3-(-1)}=\dfrac{9a-10}{4}$

直線 AB と直線 DC の傾きは等しいので,

$-a=\dfrac{9a-10}{4}$，$-4a=9a-10$, $-13a=-10$，$a=\dfrac{10}{13}$

[問題](3 学期)

右の図のように，放物線 $y=ax^2$ ( $a>0$ ) と直線 $y=ax+b$ との交点を A，B とする。点 A の $x$ 座標が－1 であるとき，次の各問いに答えよ。




(1) $b$ を $a$ の式で表せ。

(2) 点 B の $x$ 座標を求めよ。

(3) 点 B の $y$ 座標が 4 であるとき，$a$, $b$ の値を求めよ。

(4) (3)のとき，△OAB＝△PAB となるような放物線上の点 P の座標を求めよ。ただし，点 P の $x$ 座標は 0 以上で，点 B の $x$ 座標より小さいとする。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) $a=$ |
| $b=$ | (4) | |

[解答](1) $b=2a$ (2) $x=2$ (3) $a=1$ $b=2$ (4) (1，1)

[解説]

(1) 点Aの$x$座標は－1である。

点Aは$y=ax^2$上にあるので，$y$座標は，$y=a\times(-1)^2=a$

点Aは$y=ax+b$上にもあるので，$y$座標は，$y=a\times(-1)+b=-a+b$

この2つの$y$座標は等しいので，$-a+b=a$，$b=2a$

(2) (1)より$b=2a$なので，直線$y=ax+b$の式は，$y=ax+2a$となる。

$y=ax^2$と$y=ax+2a$の交点の$x$座標を求めるために，

$ax^2=ax+2a$とおく。両辺を$a$でわると，

$x^2=x+2$，$x^2-x-2=0$，$(x+1)(x-2)=0$，$x=-1,\ 2$

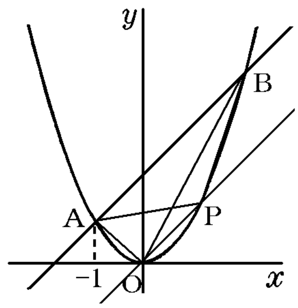
よって，点Bの$x$座標は2である(－1は点Aの$x$座標である)。

(3) 点Bの$x$座標は2であるので，$y=ax^2$に$x=2$を代入すると，$y=a\times 2^2=4a$

点Bの$y$座標は4であるので，$4a=4$，$a=1$ また，(1)より$b=2a$なので，

$b=2\times1=2$

(4) 右図のように，OP // AB となるように，放物線上に点Pをとると，△OAB＝△PABになる(底辺ABが共通で，高さが等しいから)。(3)より，直線ABの傾き$a$は1なので，直線OPの傾きも1になる。




よって，直線OPの式は，$y=x$になる。

放物線の式は，(3)より$a=1$なので，$y=x^2$である。

$y=x^2$と$y=x$の交点の$x$座標を求めるために，

$x^2=x$とおく。$x^2-x=0$，$x(x-1)=0$，$x=0,\ 1$

よって，点Pの$x$座標は1になる。

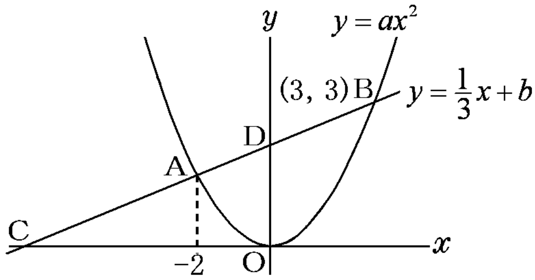
$y=x^2$に$x=1$を代入すると，$y=1^2=1$

したがって，点Pの座標は(1，1)

【】線分比と面積比

[問題](後期中間)

右の図のように，放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=\frac{1}{3}x+b$ がある。放物線と直線の交点を A, B とし，直線と $x$ 軸，$y$ 軸の交点をそれぞれ C, D とする。また，点 A の $x$ 座標は－2，点 B の座標は(3, 3)である。このとき，次の各問いに答えよ。




(1) $a$, $b$ の値を求めよ。

(2) 点 C の座標を求めよ。

(3) $y$ 軸上に点 E(0, 7)をとるとき△ABE と△ACE の面積の比を最も簡単な整数比で表せ。

[解答欄]

| (1) $a=$ | $b=$ | (2) |
|---|---|---|
| (3) | | |

[解答](1) $a=\frac{1}{3}$　$b=2$　(2) (－6, 0)　(3) 5 : 4

[解説]

(1) $y=ax^2$ は点 B(3, 3)を通るので，$x=3$, $y=3$ を $y=ax^2$ に代入すると，

$3=a\times3^2$，$9a=3$，$a=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

$y=\frac{1}{3}x+b$ は点 B(3, 3)を通るので，$x=3$, $y=3$ を直線 $y=\frac{1}{3}x+b$ に代入すると，

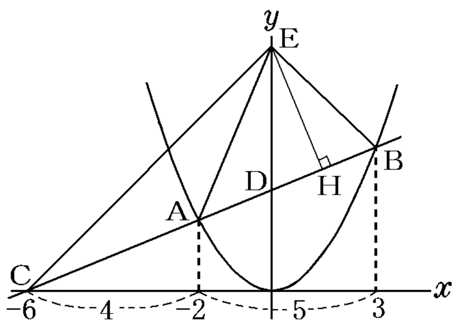
$3=\frac{1}{3}\times3+b$，$3=1+b$，$b=2$

(2) 点 C は $x$ 軸上にあるので，$y$ 座標は 0

$y=\frac{1}{3}x+2$ に $y=0$ を代入すると，$0=\frac{1}{3}x+2$，

両辺を 3 倍して，$0=x+6$，$x=-6$

よって，点 C の座標は(－6, 0)

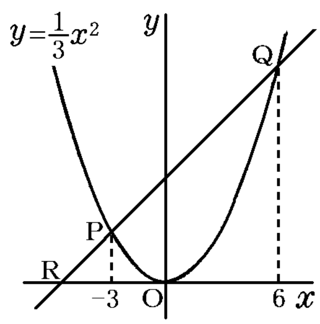



(3) C, A, B の $x$ 座標がそれぞれ－6, －2, 3 であることから CA : AB＝4 : 5

△ABE と△ACE の底辺をそれぞれ AB, AC とすると，高さ(右図 EH)は共通になる。よって底辺の比が面積比となる。よって，△ABE : △ACE＝5 : 4

[問題](2 学期期末)

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に，2 点 P，Q がある。P，Q の $x$ 座標がそれぞれ，－3，6 であるとき，次の各問いに答えよ。




(1) 点 P の座標を求めよ。
(2) 点 Q の座標を求めよ。
(3) 直線 PQ の式を求めよ。
(4) 直線 PQ と $x$ 軸との交点を R とするとき，
(△ROP の面積)：(△POQ の面積)を求めよ。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

[解答](1) (－3，3)　(2) (6，12)　(3) $y=x+6$　(4) 1：3

[解説]

(1) 点 P は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり，その $x$ 座標は－3 なので，

$x=-3$ を $y=\frac{1}{3}x^2$ に代入すると，$y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$　よって，点 P の座標は(－3，3)

(2) 点 Q は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり，その $x$ 座標は 6 なので，

$x=6$ を $y=\frac{1}{3}x^2$ に代入すると，$y=\frac{1}{3}\times 6^2=12$　よって，点 Q の座標は(6，12)

(3) P(－3，3)，Q(6，12)なので，

(直線 PQ の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$＝$\frac{12-3}{6-(-3)}=\frac{9}{9}=1$

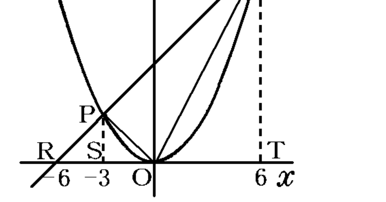
傾きが 1 なので，直線 PQ の式は $y=x+b$ とおくことができる。

点 P(－3，3)を通るので，$y=x+b$ に $x=-3$, $y=3$ を代入すると，

$3=-3+b$，$b=6$

よって，直線 PQ の式は，$y=x+6$

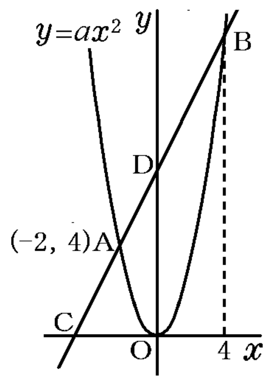
(4) △ROP の底辺を RP，△POQ の底辺を PQ とすると，高さは共通になる。(この問題では, 直線 QR の傾きが 1 で，直線 OP の傾きが－1 なので，OP⊥QR となり，OP が高さになる)



したがって，2 つの三角形の面積比は，底辺の長さの比と等しくなる。すなわち，
(△ROP の面積)：(△POQ の面積)＝RP：PQ
また，PS // QT なので，RP：PQ＝RS：ST である。
そこで，点 R の $x$ 座標を求める。点 R は $y=x+6$ 上にあり，その $y$ 座標は 0 なので，
$y=x+6$ に $y=0$ を代入すると， $0=x+6$， $x=-6$
よって，点 R の $x$ 座標は－6 である。
したがって，RS＝－3－(－6)＝－3＋6＝3
ST＝6－(－3)＝6＋3＝9
よって，(△ROP の面積)：(△POQ の面積)＝RP：PQ＝RS：ST＝3：9＝1：3

[問題](2 学期期末)

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフの上に 2 点 A，B がある。点 A の座標が(－2，4)で，点 B の $x$ 座標が 4 である。2 点 A，B を通る直線と $x$ 軸， $y$ 軸との交点をそれぞれ点 C，点 D とするとき，次の各問いに答えよ。




(1)　$a$ の値を求めよ。
(1) 直線 AB の式を求めよ。
(2) △OAB の面積は△OCB の面積の何倍か。

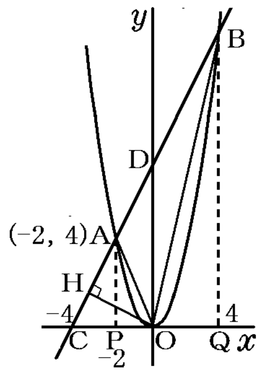
[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1)　$a=1$　(2)　$y=2x+8$　(3)　$\dfrac{3}{4}$倍

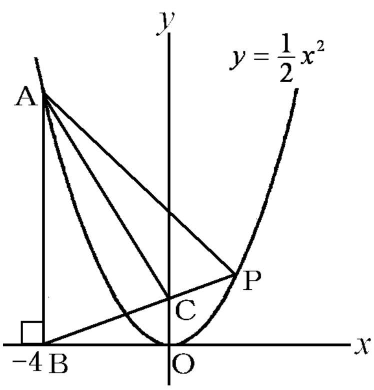
[解説]
(1) 点 A(－2，4)は $y=ax^2$ 上にあるので， $x=-2$, $y=4$ を $y=ax^2$ に代入して，
$4=a\times(-2)^2$， $4a=4$， $a=1$
(2) 点 B の $x$ 座標は 4 なので， $y=x^2$ に $x=4$ を代入して， $y=4^2=16$
よって点 B の座標は(4，16)である。点 A の座標は(－2，4)なので，
(直線 AB の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{16-4}{4-(-2)}=\dfrac{12}{6}=2$
傾きが 2 なので，直線 AB の式は $y=2x+b$ とおくことができる。
点 A(－2，4)を通るので， $y=2x+b$ に $x=-2$, $y=4$ を代入すると，
$4=-4+b$, $b=8$
よって，直線 AB の式は， $y=2x+8$

(3) 右図のように，△OAB の底辺を AB とすると，高さは OH である。また，△OCB の底辺を CB とすると，高さは OH である。よって，この 2 つの三角形は高さが共通なので，
面積比は底辺の長さの比になる。すなわち，
(△OAB の面積)：(△OCB の面積)＝AB：CB
AP // BQ なので，AB：CB＝PQ：CQ
点 C の $x$ 座標を求めるために， $y=2x+8$ に $y=0$ を代入する。
$0=2x+8$， $2x=-8$， $x=-4$
したがって，点 C の $x$ 座標は－4
PQ＝4－(－2)＝6，CQ＝4－(－4)＝8
よって，
(△OAB の面積)：(△OCB の面積)＝AB：CB＝PQ：CQ＝6：8＝3：4
したがって，△OAB の面積は△OCB の面積の $\frac{3}{4}$ 倍になる。




[問題](3 学期)

右の図で，A は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点で，線分 AB は $x$ 軸に垂直である。また，P は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあって $x>0$ の範囲を動く点であり, C は直線 PB と $y$ 軸との交点である。点 A の $x$ 座標が $-4$ のとき，次の各問いに答えよ。




(1) 点 P の $x$ 座標が 2 であるとき直線 PA の式を求めよ。
(2) △PAB が，PA＝PB の二等辺三角形になるとき，点 P の座標を求めよ。
(3) △ABC の面積が△ACP の面積の 2 倍になるとき，点 B を通り，△ABP の面積を二等分する直線の式を求めよ。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1) $y=-x+4$ (2) $(2\sqrt{2}, 4)$ (3) $y=\frac{5}{3}x+\frac{20}{3}$

[解説]

(1) 点 A の $x$ 座標が $-4$ なので，点 A の $y$ 座標は $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入して

$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$　よって，点 A の座標は(−4，8)

点 P の $x$ 座標が 2 なので，点 P の $y$ 座標は $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=2$ を代入して

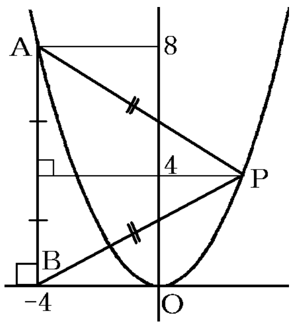
$y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$　よって，点 P の座標は(2，2)

(直線 AP の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-8}{2-(-4)}=\frac{-6}{6}=-1$

傾きが−1 なので，直線 AP の式は $y=-x+b$ とおくことができる。

点 P(2，2)を通るので，$y=-x+b$ に $x=2$，$y=2$ を代入すると，

$2=-2+b$，$b=4$　よって，直線 AP の式は，$y=-x+4$

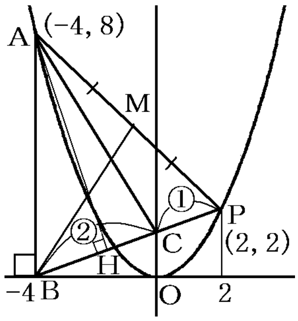



(2) △PAB が，PA＝PB の二等辺三角形であることから，点 P の $y$ 座標は点 A と点 B の $y$ 座標の中点となる。点 A の $y$ 座標は(1)より 8 なので，点 P の $y$ 座標は $y=\frac{8+0}{2}=4$

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $y=4$ を代入すると $4=\frac{1}{2}x^2$，$x^2=8$，$x>0$ なので

$x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

ゆえに点 P の座標は($2\sqrt{2}$，4)




(3) △ABC の底辺を BC，△ACP の底辺を CP とすると，高さはともに図の AH になる。高さが同じなので底辺の長さの比が面積比と等しくなる。

△ABC の面積が△ACP の面積の 2 倍になるので，

BC : CP＝2 : 1 となる。

よって，点 B の $x$ 座標が $-4$ なので，点 P の $x$ 座標は 2，点 P の $y$ 座標は $y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$　ゆえに点 P の座標は(2，2)となる。(1)より点 A の座標は(−4，8)　点 B(−4，0)を通り，△ABP の面積を 2 等分する直線は AP の中点 $\mathrm{M}\left(\frac{-4+2}{2},\ \frac{8+2}{2}\right)$＝(−1，5)を通る。

(直線 BM の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{5-0}{-1-(-4)}=\frac{5}{3}$

傾きが$\frac{5}{3}$なので，直線BMの式は$y=\frac{5}{3}x+b$とおくことができる。

点B(−4，0)を通るので，$y=\frac{5}{3}x+b$に$x=-4$, $y=0$を代入すると，

$0=\frac{5}{3}\times(-4)+b$，$0=-\frac{20}{3}+b$，$b=\frac{20}{3}$

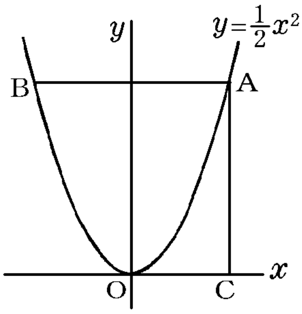
よって，直線BMの式は，$y=\frac{5}{3}x+\frac{20}{3}$

【】正方形・平行四辺形など

[正方形]

[問題](2 学期期末)

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点 A，B，$x$ 軸上に点 C があり，AB，AC はそれぞれ $x$ 軸，$y$ 軸に平行である。AB＝AC のとき，点 A の座標を求めよ。
ただし，点 A の $x$ 座機は正の数である。

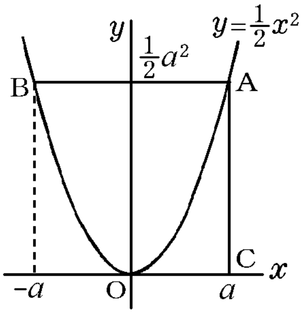



[解答欄]

[解答](4，8)

[解説]

点 A の $x$ 座標を $a$ とする(ただし，$a>0$)。




点 A は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあるので，$y$ 座標は，$y=\frac{1}{2}a^2$

よって，AC＝$\frac{1}{2}a^2$

AB は $x$ 軸に平行なので，点 B は $y$ 軸について点 A と対称である。
したがって，点 B の $x$ 座標は $-a$ である。
よって，AB＝$a-(-a)=2a$

AB＝AC なので，$2a=\frac{1}{2}a^2$，$a^2=4a$，$a^2-4a=0$，$a(a-4)=0$

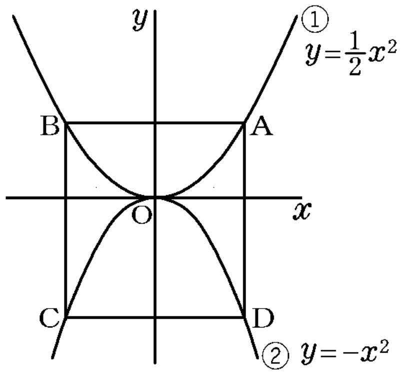
$a>0$ なので，$a=4$

点 A の $y$ 座標は，$y=\frac{1}{2}a^2=\frac{1}{2}\times 4^2=8$

したがって，点 A の座標は(4，8)

[問題](2 学期中間)

右の図のように，2 つの関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ ･･･①，




$y=-x^2$ ･･･②のグラフがある。①のグラフ上の $x>0$ の範囲に点 A をとり，A を通り $x$ 軸， $y$ 軸に平行な直線と①，②との交点をそれぞれ B, D として正方形 ABCD をつくりたい。点 A の $x$ 座標を $a$ として，次の各問いに答えよ。

(1) 点 B の座標を $a$ を使って表せ。

(2) $a$ の値を求めよ。

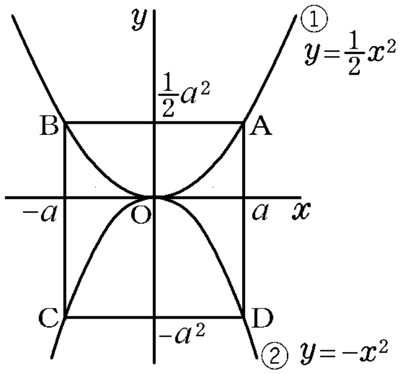
[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1) $\left(-a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$ (2) $a=\frac{4}{3}$

[解説]

| |
|---|
| <Point> 正方形になる→AB＝AD |




右図より，点 A，B，D の座標は，

A$\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$，B$\left(-a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$，D$\left(a,\ -a^2\right)$である。

四角形 ABCD が正方形になることから，

AB＝AD

AB＝$a-(-a)=2a$，AD＝$\frac{1}{2}a^2-\left(-a^2\right)=\frac{3}{2}a^2$

よって，$2a=\frac{3}{2}a^2$，$3a^2=4a$，$a^2=\frac{4}{3}a$，

$a^2-\frac{4}{3}a=0$，$a\left(a-\frac{4}{3}\right)=0$

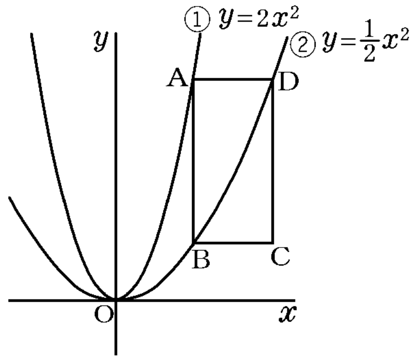
$a>0$ なので，$a=\frac{4}{3}$

[問題](後期中間)

右の図のように，2 つの放物線

$$y=2x^2 \cdots ①,\quad y=\frac{1}{2}x^2 \cdots ②$$

がある。放物線①上に点 A をとり，点 A を通り $y$ 軸に平行な直線と，放物線②との交点を B，点 A を通り $x$ 軸に平行な直線と，放物線②との交点を D，線分 AB，AD を 2 辺とする長方形を ABCD とする。ただし，2 点 A，D の $x$ 座標は正の数であるものとする。




(1) 点 A の $x$ 座標を $a\,(a>0)$とするとき，点 D の座標を $a$ を用いて表せ。

(2) 長方形 ABCD が正方形となるときの点 A の座標を求めよ。

[解答欄]

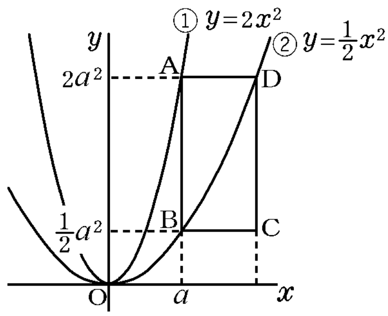
| (1) | (2) |
|---|---|

[解答](1) $\left(2a,\ 2a^2\right)$　(2) $\left(\frac{2}{3},\ \frac{8}{9}\right)$

[解説]

点 A，B の座標は，右図より，

$A\left(a,\ 2a^2\right)$，$B\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$




点 D の $y$ 座標は，右図より $2a^2$ なので，

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $y=2a^2$ を代入して，

$2a^2=\frac{1}{2}x^2$，$x^2=4a^2$，$x=\pm 2a$，$x>0$ なので，$x=2a$

よって，点 D の座標は$\left(2a,\ 2a^2\right)$

ABCD が正方形のとき AB＝AD，AB＝$2a^2-\frac{1}{2}a^2=\frac{3}{2}a^2$，AD＝$2a-a=a$

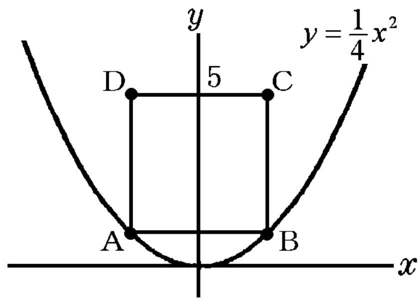
よって，$\frac{3}{2}a^2=a$，$3a^2=2a$，$3a^2-2a=0$，$3a\left(a-\frac{2}{3}\right)=0$

$a>0$ なので，$a=\frac{2}{3}$

$A\left(a,\ 2a^2\right)$なので，$A\left(\frac{2}{3},\ 2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)$，$A\left(\frac{2}{3},\ \frac{8}{9}\right)$

[問題](3 学期)

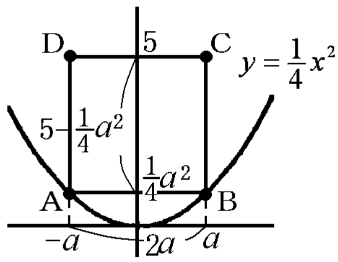
右の図で，A，B は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点で，四角形 ABCD は正方形である。辺 AB が $x$ 軸に平行で，点 C の $y$ 座標が 5 のとき，点 B の座標を求めよ。




[解答欄]

[解答](2，1)

[解説]




点 B の $x$ 座標を $a$ とすると B$\left(a,\ \frac{1}{4}a^2\right)$

点Cの $y$ 座標が5なので，BC=$5-\frac{1}{4}a^2$

また，点 B の $x$ 座標は $a$ なので，AB＝$2a$

四角形 ABCD は正方形なので，

$2a=5-\frac{1}{4}a^2$，$8a=20-a^2$，$a^2+8a-20=0$，$(a-2)(a+10)=0$

$a=2,\ -10$

$a>0$ なので，$a=2$

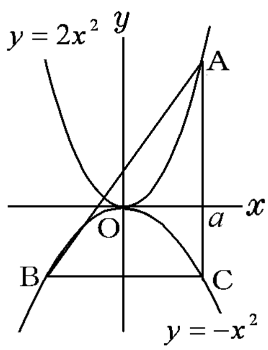
$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=2$ を代入すると，$y=1$

よって，点 B の座標は(2，1)

[問題](補充問題)

右の図のように，頂点 A は関数 $y=2x^2$ のグラフ上に，頂点 B，C は関数 $y=-x^2$ のグラフ上にあり，辺 AC が $y$ 軸に平行，辺 BC が $x$ 軸に平行な直角三角形 ABC がある。頂点 A の $x$ 座標を $a$（$a>0$)とする。直角三角形 ABC が AC＝BC の直角二等辺三角形になるとき，$a$ の値を求めよ。

(岩手県)

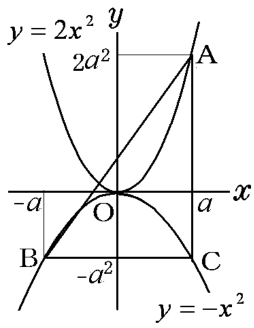



[解答欄]

[解答] $a=\dfrac{2}{3}$

[解説]

まず，BC の長さを $a$ を使って表す。




BC は $x$ 軸に平行なので，B は $y$ 軸について C と対称になる。

点 C の $x$ 座標が $x=a$ なので，点 B の $x$ 座標は $x=-a$ になる。

したがって，BC＝ $a-(-a)=a+a=2a$ ･･･①

次に，AC の長さを $a$ を使って表す。

点 A の $y$ 座標は，$y=2x^2$ に $x=a$ を代入して，$y=2a^2$

点 C の $y$ 座標は，$y=-x^2$ に $x=a$ を代入して，$y=-a^2$

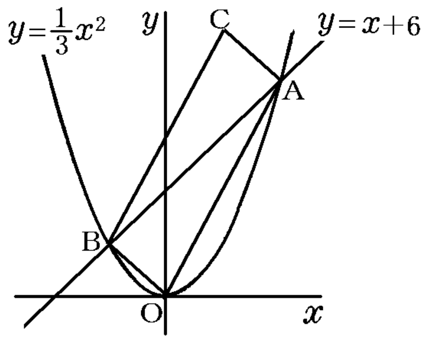
したがって，AC＝ $2a^2-(-a^2)=2a^2+a^2=3a^2$ ･･･②

AC＝BC なので，①，②より，$3a^2=2a$，

$a^2-\dfrac{2}{3}a=0$，$a\left(a-\dfrac{2}{3}\right)=0$，$a>0$ なので，$a=\dfrac{2}{3}$

[平行四辺形]

[問題](2 学期期末)




右の図のように，放物線 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ と直線 $y=x+6$ があり，その交点を A，B とする。また，四角形 AOBC が平行四辺形になるように点 C をとる。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 点 A，B の座標を求めよ。

(2) C の座標を求めよ。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1)A | B | (2) |

[解答](1)A(6，12)　B(－3，3)　(2) (3，15)

[解説]

(1) $y=\dfrac{1}{3}x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めるために，$\dfrac{1}{3}x^2=x+6$ とおく。

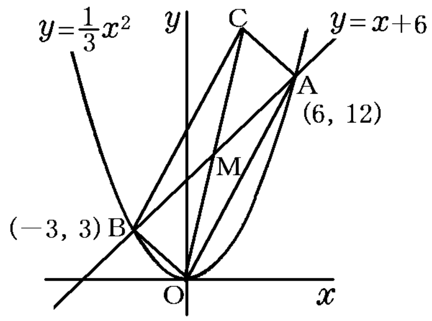
$x^2=3x+18$，$x^2-3x-18=0$，$(x+3)(x-6)=0$，$x=-3,\ 6$

$x=-3$ のとき，$y=x+6=-3+6=3$　よって，点 B の座標は(－3，3)

$x=6$ のとき，$y=x+6=6+6=12$　よって，点 A の座標は(6，12)

(2)

<Point>平行四辺形→対角線はそれぞれ中点で交わる




平行四辺形 AOBC の対角線 AB と OC の交点を M とすると，M は AB の中点であり，かつ，OC の中点である。

M は A(6，12)，B(−3，3)の中点なので，

M$\left(\frac{6-3}{2}, \frac{12+3}{2}\right)$，M$\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{2}\right)$

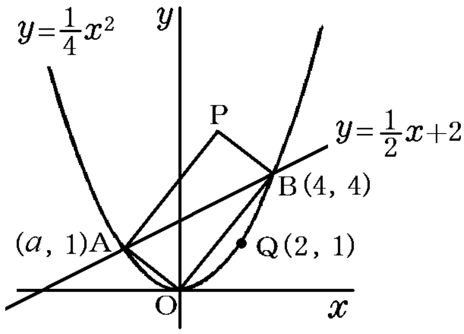
C の座標を C$(p, q)$とすると，

M は OC の中点なので，$\left(\frac{0+p}{2}, \frac{0+q}{2}\right)$，$\left(\frac{p}{2}, \frac{q}{2}\right)$

よって，$\frac{p}{2}=\frac{3}{2}$，$\frac{q}{2}=\frac{15}{2}$

したがって，$p=3,\ q=15$で，点 C の座標は(3，15)

[問題](後期中間)




右の図で，$y=\frac{1}{4}x^2$ と $y=\frac{1}{2}x+2$ のグラフの交点を A($a$，1)，B(4，4)とする。線分 AB を対角線とする平行四辺形 AOBP をつくる。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) $a$ の値を求めよ。

(2) 点 P の座標を求めよ。

(3) $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，点 Q(2，1)をとる。この点 Q を通り，平行四辺形 AOBP の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

[解答欄]

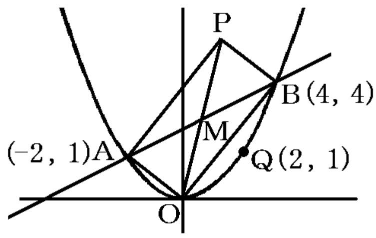
| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1) $a$ ＝−2　(2) (2，5)　(3) $y=-\frac{3}{2}x+4$

[解説]

(1) 点 A($a$，1)は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあるので， $x=a,\ y=1$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入して，

$1=\frac{1}{4}a^2$， $a^2=4$，図より $a<0$ なので， $a=-2$




(2) 対角線 OP と AB の交点を M とする。

M は AB の中点なので，

$\mathrm{M}\left(\frac{-2+4}{2},\ \frac{1+4}{2}\right)$， $\mathrm{M}\left(1,\ \frac{5}{2}\right)$

P の座標を $\mathrm{P}(p,\ q)$ とすると，

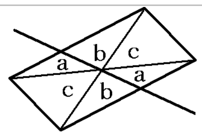
M は OP の中点なので， $\left(\frac{0+p}{2},\ \frac{0+q}{2}\right)$， $\left(\frac{p}{2},\ \frac{q}{2}\right)$

したがって， $\frac{p}{2}=1$， $\frac{q}{2}=\frac{5}{2}$， $p=2,\ q=5$

よって，点 P の座標は(2，5)

(3)

<Point>平行四辺形の対角線の交点を通る直線は，
平行四辺形の面積を二等分する




点 Q(2，1)を通り，平行四辺形 AOBP の面積を 2 等分する直線は対角線の交点 M を通る。

(2)より， $\mathrm{M}\left(1,\ \frac{5}{2}\right)$ である。

(直線 QM の傾き)$=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-\frac{5}{2}}{2-1}=\frac{-\frac{3}{2}}{1}=-\frac{3}{2}$

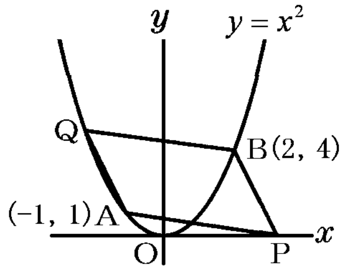
傾きが $-\frac{3}{2}$ なので，この直線の式は $y=-\frac{3}{2}x+b$ とおくことができる。

点 Q(2，1)を通るので， $y=-\frac{3}{2}x+b$ に $x=2,\ y=1$ を代入すると，

$1=-\frac{3}{2}\times 2+b$， $1=-3+b$， $b=4$　よって，直線 QM の式は， $y=-\frac{3}{2}x+4$

[問題](補充問題)

右の図で，曲線は関数 $y=x^2$ のグラフであり，グラフ上に 2 点 A(−1，1)，B(2，4)をとる。また，$x$ 軸上に $x$ 座標が正である点 P をとり，グラフ上に点 Q をとって，四角形 APBQ をつくる。この四角形 APBQ が平行四辺形になるとき，点 Q の座標を求めよ。



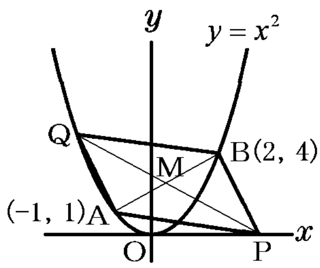

(埼玉県)

[解答欄]

[解答] $\left(-\sqrt{5},\ 5\right)$

[解説]

右図のように対角線 AB，PQ の交点を M とする。
対角線の交点はそれぞれの中点になるので，
M の座標は A(−1，1)，B(2，4)から，
$\left(\dfrac{-1+2}{2},\ \dfrac{1+4}{2}\right)=\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{5}{2}\right)$ と計算できる。



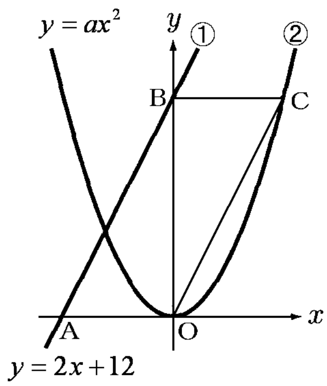

また，M は PQ の中点でもある。

点 P の $y$ 座標は 0 である。点 Q の $y$ 座標を $b$ とすると，$\dfrac{0+b}{2}=\dfrac{5}{2}$，$b=5$

点 Q は $y=x^2$ 上にあるので，$y=5$ を $y=x^2$ に代入すると，
$5=x^2$，点 Q の $x$ 座標は負なので，$x=-\sqrt{5}$
よって，点 Q の座標は $\left(-\sqrt{5},\ 5\right)$

[問題](補充問題)

右の図で，①は一次関数 $y=2x+12$ のグラフ，②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。①と $x$ 軸，$y$ 軸との交点を，それぞれ A，B とする。②上に点 C をとり，平行四辺形 BAOC をつくるとき，$a$ の値を求めよ。



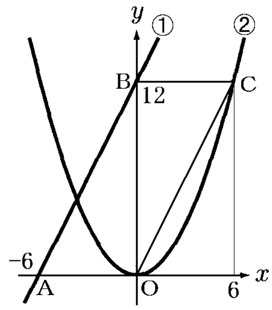

(山形県)

[解答欄]

[解答] $a=\dfrac{1}{3}$

[解説]

<Point>平行四辺形→対辺が平行で長さが等しい




$y=2x+12$ の $y$ 切片は 12 なので，点 B の座標は(0，12)

$y=2x+12$ に $y=0$ を代入すると，

$0=2x+12,\ 2x=-12,\ x=-12\div 2,\ x=-6$

よって，点 A の座標は(−6，0)

四角形 BAOC は平行四辺形なので，

BC // AO，BC＝AO＝6

よって，点 C の座標は(6，12)

点 C は $y=ax^2$ 上の点なので， $x=6,\ y=12$ を $y=ax^2$ に代入して，

$12=a\times 6^2,\ 36a=12,\ a=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

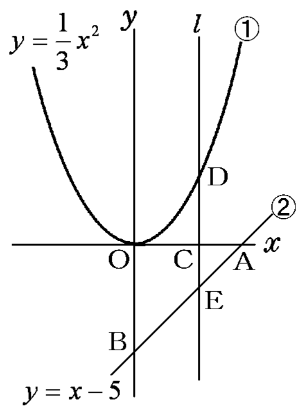
[問題](補充問題)

右の図の①，②は関数

$y=\frac{1}{3}x^2\cdots$①　$y=x-5\cdots$②

のグラフである。点 O は原点で，点 A，B はそれぞれ②のグラフが $x$ 軸，$y$ 軸と交わる点である。また，$y$ 軸に平行な直線 $l$ が $x$ 軸および①，②のグラフと交わる点をそれぞれ C，D，E とする。四角形 OBED が平行四辺形になるとき，点 C の $x$ 座標を求めよ。

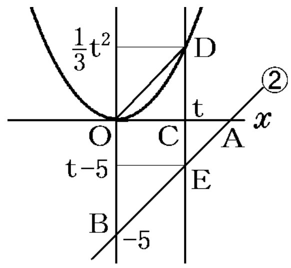
(佐賀県)




[解答欄]

[解答]3

[解説]




四角形 OBED は平行四辺形なので，DE＝OB

点 B は $y=x-5$ の $y$ 切片なので，B の $y$ 座標は−5

よって，OB＝5　点 C の $x$ 座標を $x=t$ とすると，

点 D の $y$ 座標は $y=\frac{1}{3}t^2$ で，点 E の $y$ 座標は $y=t-5$

よって，DE＝$\frac{1}{3}t^2-(t-5)=\frac{1}{3}t^2-t+5$

DE＝OB なので，$\frac{1}{3}t^2-t+5=5,\ \frac{1}{3}t^2-t=0,\ t^2-3t=0,\ t(t-3)=0$

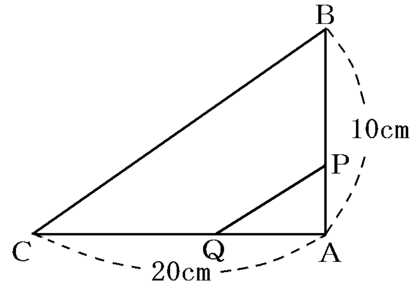
$t>0$ なので，$t=3$

【】いろんな事象と関数

【】動点の問題

[問題](2 学期中間)

右の図のような直角三角形 ABC がある。点 P は辺 AB 上を毎秒 1cm の速さで，A から B まで動き，点 Q は辺 AC 上を毎秒 2cm の速さで，A から C まで動く。P，Q が同時に A を出発してから $x$ 秒後の△APQ の面積を $y$ cm² とするとき，次の各問いに答えよ。




(1) ① $y$ を $x$ の式で表せ。②また，$x$ の変域も求めよ。

(2) △APQ の面積が 12cm² になるのは，P，Q が出発してから何秒後か。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1)① | ② | (2) |

[解答](1) $y = x^2$　② $0 \leqq x \leqq 10$　(2) $2\sqrt{3}$ 秒後

[解説]

(1) $x$ 秒後には，AP＝$x$ cm，AQ＝$2x$ cm　よって $y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$

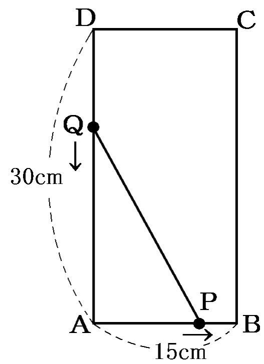
P が B 点に達するのは 10 秒後，Q が C 点に達するのも 10 秒後

よって，$x$ の変域は，$0 \leqq x \leqq 10$

(2) $y = x^2$ に $y = 12$ を代入すると，$12 = x^2$　$x \geqq 0$ なので $x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

[問題](2 学期中間)

AB＝15cm, AD＝30cm の長方形 ABCD がある。右の図のように，P は AB 上を毎秒 3cm の速さで A から B まで動く。また，Q は毎秒 2cm の速さで D から A の方向へ動く。P，Q が同時に出発して $x$ 秒後にできる△DPQ の面積を $y$ cm² とするとき，次の各問いに答えよ。ただし，$x$ の変域は，$0 \leqq x \leqq 5$ とする。




(1) $y$ を $x$ の式で表せ。

(2) △DPQ の面積が長方形 ABCD の面積の $\frac{1}{6}$ になるのは，P が出発してから何秒後か。

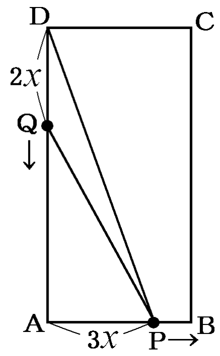
[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1) $y = 3x^2$　(2) 5 秒後

[解説]

(1) $x$ 秒後には，DQ＝$2x$ cm，AP＝$3x$ cm なので，




(△DPQ の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺 DQ)×(高さ PA)

$y=\frac{1}{2}\times 2x\times 3x=3x^2$

(2) 長方形の面積は 30×15＝450cm² なので，

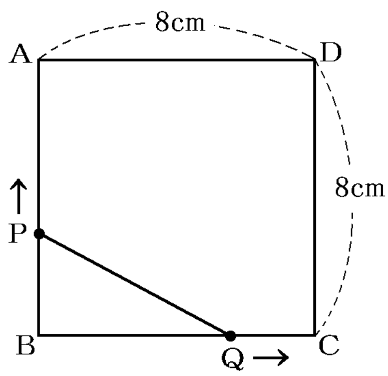
$y=450\times\frac{1}{6}=75$ cm²

よって，$y=3x^2$ に $y=75$ を代入すると，$75=3x^2$，$x^2=75\div 3$，$x^2=25$

$x>0$ なので $x=5$　これは条件を満たす。

[問題](後期中間)

右の図のような正方形 ABCD で，点 P は B を出発して辺 AB 上を A まで毎秒 1cm の速さで動く。点 Q は，P が B を出発するのと同時に B を出発して，辺 BC，CD 上を点 D まで毎秒 2cm の速さで動く。点 P，Q が B を出発してから $x$ 秒後の△BPQ の面積を $y$ cm² として，各問いに答えよ。




(1) 次の場合について，$y$ を $x$ の式で表せ。また，$x$ の変域を求めよ。
　① 点 Q が辺 BC 上を動くとき
　② 点 Q が辺 CD 上を動くとき

(2) △BPQ の面積が 24 cm² になるのは，点 P が B を出発してから何秒後か。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1)①式： | 変域： | ②式： |
| 変域： | (2) | |

[解答](1)①式：$y=x^2$　変域：0≦ $x$ ≦4　②式：$y=4x$　変域：4≦ $x$ ≦8

(2) 6 秒後

[解説]

(1)① 点Qは毎秒2cmの速さで動くので，

BC間の8cmを移動するのにかかる時間は，

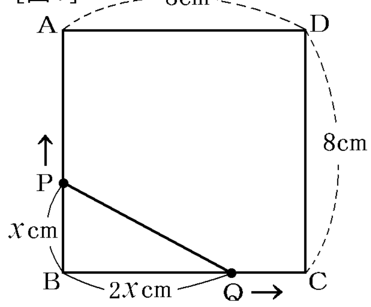
8(cm)÷2(cm／秒)＝4(秒)である。したがって，点Qが辺BC上を動くときの$x$の変域は$0 \leqq x \leqq 4$である。

このときのP, Qの位置関係は右の図1のようになっており，

BQ＝2(cm／秒)×$x$(秒)＝$2x$(cm)

BP＝1(cm／秒)×$x$(秒)＝$x$(cm)なので，

[図1]




$$(\triangle \text{BPQの面積}) = \frac{1}{2} \times \text{BQ} \times \text{BP} = \frac{1}{2} \times 2x \times x = x^2$$

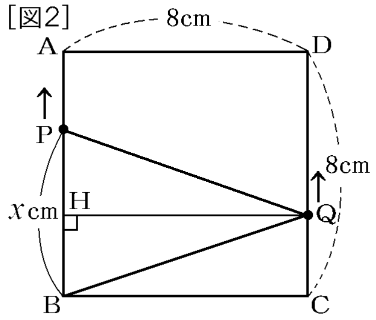
よって，$y = x^2$

② 点Qが辺CD間の8cmを移動するのにかかる時間は，

8(cm)÷2(cm／秒)＝4(秒)である。したがって，点Qが辺CD上を動くときの$x$の変域は$4 \leqq x \leqq 8$である。

このときのP，Qの位置関係は右の図2のようになっている。△BPQの底辺をBPとすると高さはQHなので，

[図2]




$$(\triangle \text{BPQの面積}) = \frac{1}{2} \times \text{BP} \times \text{QH} = \frac{1}{2} \times x \times 8 = 4x$$

よって，$y = 4x$

(2) (1)より，$0 \leqq x \leqq 4$のとき$y = x^2$であるが，$x = 4$のとき$y = 4^2 = 16$なので，

このときの$y$の変域は，$0 \leqq y \leqq 16$である。したがって，この範囲のとき，面積が24 $cm^2$になることはない。

$4 \leqq x \leqq 8$のとき$y = 4x$なので，$x = 4$のとき$y = 4 \times 4 = 16$，$x = 8$のとき

$y = 4 \times 8 = 32$で，$y$の変域は，$16 \leqq y \leqq 32$である。したがって，この範囲のとき，面積が24 $cm^2$になることがある。

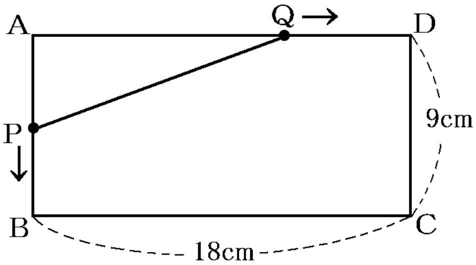
$y = 4x$に$y = 24$を代入すると，

$24 = 4x$，$x = 6$

よって，△BPQの面積が24 $cm^2$になるのは，点PがBを出発してから6秒後である。

[問題](2学期中間)

右の図のように，縦が 9cm，横が 18cm の長方形 ABCD がある。点 P は A を出発して，毎秒 1cm の速さで B まで動く。また，点 Q は点 P と同時に A を出発して，毎秒 3cm の速さで D を通って C まで動く。P，Q が出発してから $x$ 秒後の△APQ の面積を $y$ cm² として，次の各問いに答えよ。




(1) $x$ の変域が次の①，②のとき， $y$ を $x$ の式で表せ。

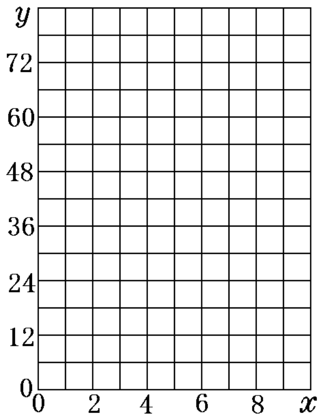
① $0 \leqq x \leqq 6$　　② $6 \leqq x \leqq 9$

(2) $x$ と $y$ の関係を表すグラフを解答欄の図にかき入れよ。

[解答欄]

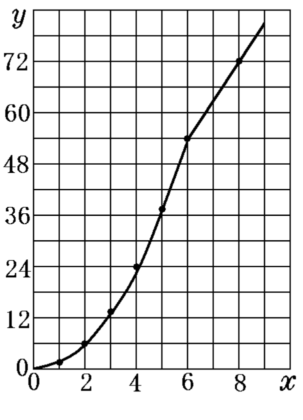
| (1)① | ② |
|---|---|

(2)




[解答](1)① $y=\dfrac{3}{2}x^2$　② $y=9x$

(2)



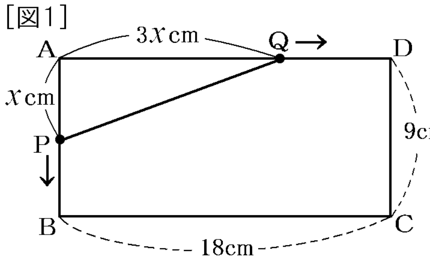
[解説]

(1)① 点 Q が D に到着するのは,

18(cm)÷3(cm／秒)＝6(秒)後なので,

$0 \leqq x \leqq 6$ のとき，P，Q は右の図 1 のような位置関係にある。したがって,

[図1]

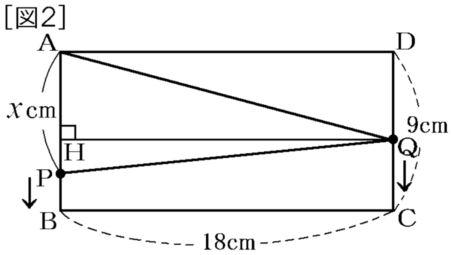



$$(\triangle \mathrm{APQ}\text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times \mathrm{AQ} \times \mathrm{AP} = \frac{1}{2} \times 3x \times x$$

よって， $y = \frac{3}{2}x^2$

② $6 \leqq x \leqq 9$ のとき，P，Q は右の図 2 のような位置関係にある。

[図2]



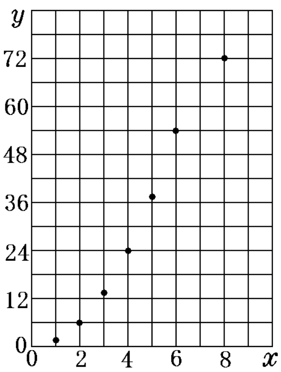

△APQ の底辺を AP とすると高さは QH なので,

$$(\triangle \mathrm{APQ}\text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times \mathrm{AP} \times \mathrm{QH} = \frac{1}{2} \times x \times 18$$

よって， $y = 9x$

(2) $0 \leqq x \leqq 6$ のとき $y = \frac{3}{2}x^2$ なので,

右図のように， $x$ が 1～6 のときの $y$ の値を計算し,




グラフ上に点をとる。その点をなめらかな曲線になるように結ぶ。

$6 \leqq x \leqq 9$ のとき $y = 9x$ で直線になる。

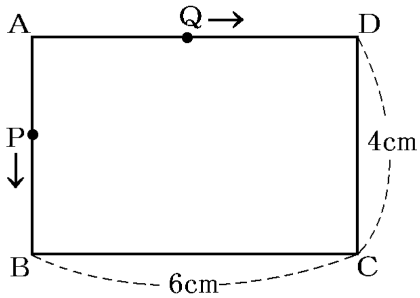
$x = 6$ のとき $y = 9 \times 6 = 54$

$x = 8$ のとき $y = 9 \times 8 = 72$

なので, (6, 54), (8, 72)を通る直線を $6 \leqq x \leqq 9$ の範囲でかく。

[問題](2 学期期末)

縦が 4cm，横が 6cm の長方形 ABCD がある。点 P と Q は頂点 A を同時に出発して矢印の方向へ進む。P は毎秒 1cm，Q は毎秒 1.5cm の速さで辺上を動く。P は辺上を A→B→C→D の順に動き，頂点 D に到達すると止まり，Q は辺 AD 上を A から D まで動き，頂点 D に到達すると止まる。出発してから $x$ 秒後の△APQ の面積を $y$ cm² とするとき，次の問いに答えよ。



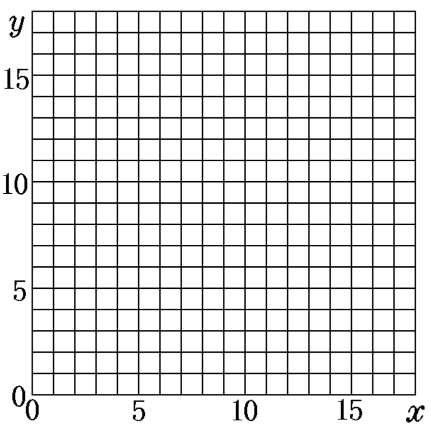

(1) 次の各場合について， $y$ を $x$ の式で表せ。

① $0 \leqq x \leqq 4$　　② $4 \leqq x \leqq 10$　　③ $10 \leqq x \leqq 14$

(2) 出発してから 7 秒後の△APQ の面積を求めよ。

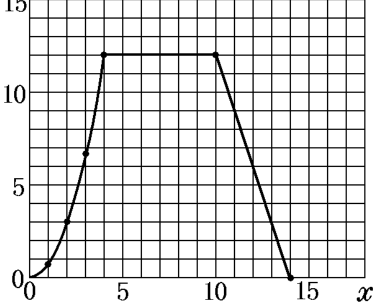
(3) $y$ と $x$ の関係を表すグラフを解答欄の図にかき入れよ。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1)① | ② | ③ |
| (2) | | |
| (3)  | | |

[解答](1)① $y=\frac{3}{4}x^2$　② $y=12$　③ $y=-3x+42$　(2) 12cm²

(3)



[解説]

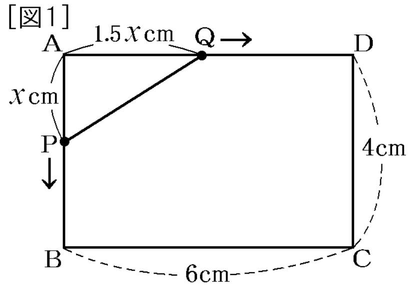
(1)①$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，右の図１のように，P は AB 上に，Q は AD 上にある。

$x$ 秒で P は，1(cm／秒)×$x$(秒)＝$x$(cm)

$x$ 秒で Q は，1.5(cm／秒)×$x$(秒)＝$1.5x$(cm)

進む。

[図1]




(△APQ の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$AQ×AP$=\dfrac{1}{2}\times1.5x\times x$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}x\times x=\dfrac{3}{4}x^2$ (cm²)　よって，$y=\dfrac{3}{4}x^2$

② 4 秒で Q は，1.5(cm／秒)×4(秒)＝6(cm)

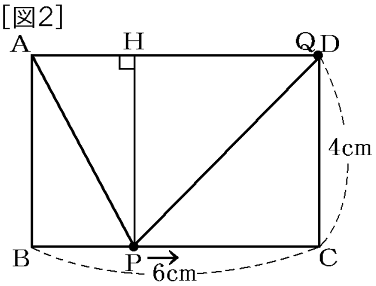
進み，D の位置に到着して停止するので，

$4 \leqq x \leqq 10$ のとき Q は D の位置にある。

また，P は BC 間にある。

よって，$4 \leqq x \leqq 10$ のときの位置関係は右の図 2 のようになる。

[図2]



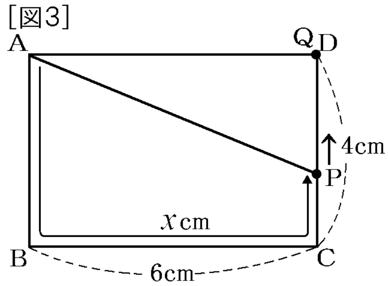

△APQ の底辺を AQ とすると，高さは PH になるので，

(△APQ の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$AQ×PH$=\dfrac{1}{2}\times6\times4=12$(cm²)

よって，$y=12$

③ $10 \leqq x \leqq 14$ のとき，右の図 3 のように，Q は D の位置に停止しており，P は CD 間にある。

[図3]




△APQ の底辺を AQ とすると，高さは PQ になる。

図 3 より，PQ＝AB＋BC＋CQ－$x=4+6+4-x=14-x$

(△APQ の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$AQ×PQ$=\dfrac{1}{2}\times6\times(14-x)=3(14-x)=-3x+42$ (cm²)

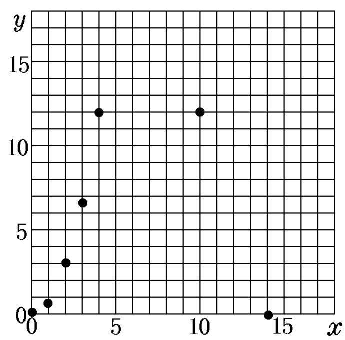
よって，$y=-3x+42$

(2) 出発してから 7 秒後は，$4 \leqq x \leqq 10$ の範囲にあるので，(1)より $y=12$

よって，そのときの面積は 12cm²

(3) $0 \leqq x \leqq 4$ のときは $y=\dfrac{3}{4}x^2$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $y$ | 0 | 0.75 | 3 | 6.75 | 12 |




右図のように点を打ち，なめらかな曲線でむすぶ。

$4 \leqq x \leqq 10$ のときは $y=12$ なので，$x$ 軸に平行な線分をかく。

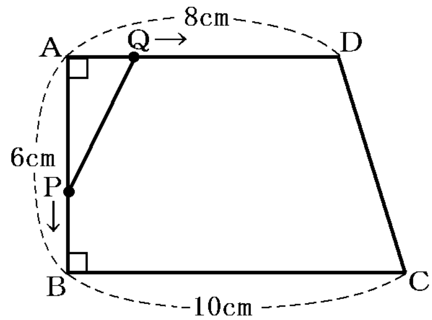
$10 \leqq x \leqq 14$ のときは $y = -3x + 42$

$x = 10$ のとき $y = 12$， $x = 14$ のとき $y = 0$

2 点(10，12)，(14，0)をむすぶ。

[問題](2 学期期末)

右の図のような，AD // BC の台形 ABCD があり，AB＝6cm，BC＝10cm，AD＝8cm，∠A＝∠B＝90° である。点 P，Q はそれぞれ点 A を同時に出発して，点 P は辺 AB，BC 上を点 A から点 C まで毎秒 2cm の速さで移動し，点 Q は辺 AD 上を点 A から点 D まで毎秒 1cm の速さで移動する。このとき，次の各問いに答えよ。




(1) 点 P，Q がそれぞれ点 A を同時に出発してから $x$ 秒後の△APQ の面積を $y$ cm² とするとき，次のそれぞれの場合について $y$ を $x$ の式で表し，$x$ の変域も求めよ。

① 点 P が AB 上にあるとき

② 点 P が BC 上にあるとき

(2) AP＝PQ となるときの△APQ の面積を求めよ。ただし，点 P，Q が点 A の位置にあるときは除く。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1)① | ② |
| (2) | |

[解答](1)① $y = x^2$， $0 \leqq x \leqq 3$ ② $y = 3x$， $3 \leqq x \leqq 8$ (2) 12cm²

[解説]

(1)① 点 P が点 B に到着するのは $6 \div 2 = 3$ 秒後

よって，点 P が AB 上にあるときの $x$ の変域は $0 \leqq x \leqq 3$

AP＝ $2x$，AQ＝ $x$ なので，面積は $y = \dfrac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$

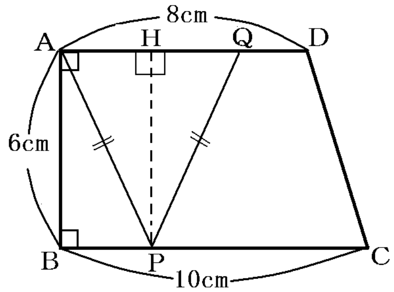
② 点 P が点 C に到着するのは，$(6+10) \div 2 = 8$ 秒後 ゆえに点 P が BC 上にあるときの $x$ の変域は $3 \leqq x \leqq 8$

AQ＝ $x$ cm を底辺とすると，高さは常に 6cm

ゆえに $y = \dfrac{1}{2} \times x \times 6 = 3x$

(2) P が AB 上にあるときは AP＜PQ で AP＝PQ とならない。

P が BC 上にあるとき，AP＝PQ であるので右図のような状態になる。




図から明らかなように△APH≡△QPH

ゆえに BP=AH＝$\frac{1}{2}$AQ，ゆえに AQ＝2BP，AQ＝$x$cm

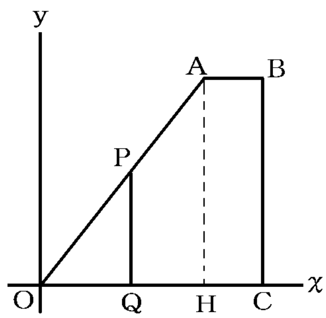
AP＋BP＝$2x$，6＋BP＝$2x$，BP＝$2x-6$

ゆえに $x=2(2x-6)$　これを解いて $x=4$

よって，$y=3x=3\times4=12$

[問題](2 学期期末)

右の図のように，点 O(0，0)，A(2，3)，B(3，3)，C(3, 0)を頂点とする四角形 OABC において, 動点 P は辺 OA, AB 上を O から B まで動く。P から $x$ 軸に垂線をひき，$x$ 軸との交点を Q($x$，0)とする。線分 PQ によって分けられた四角形 OABC の 2 つの部分のうち, 頂点 O の側にある方の面積を $y$ として，次の各問いに答えよ。



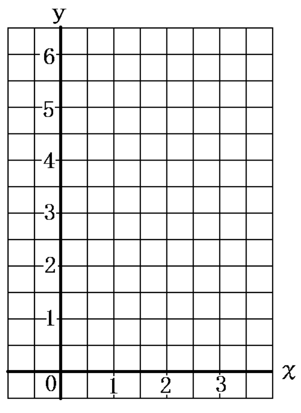

(1)　次の場合について，$y$ を $x$ の式で表せ。

　①　$0\leqq x\leqq2$ のとき

　②　$2\leqq x\leqq3$ のとき

(2)　$x$ と $y$ との関係を表すグラフをかけ。

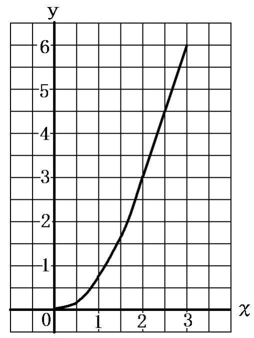
[解答欄]

| (1)① | ② |
| --- | --- |
| (2)  | |



[解答](1)①　$y=\frac{3}{4}x^2$　②　$y=3x-3$

(2)




[解説]

(1)① 直線 OA の式は原点を通るので $y=ax$ とおける。

点 A を通るので $x=2,\ y=3$ を代入して $3=2a$

ゆえに $a=\dfrac{3}{2}$　ゆえに OA の式は $y=\dfrac{3}{2}x$

ゆえに OQ＝$x$ のとき PQ＝$\dfrac{3}{2}x$

よって面積 $y=\dfrac{1}{2}\times x\times\dfrac{3}{2}x$　$y=\dfrac{3}{4}x^2$

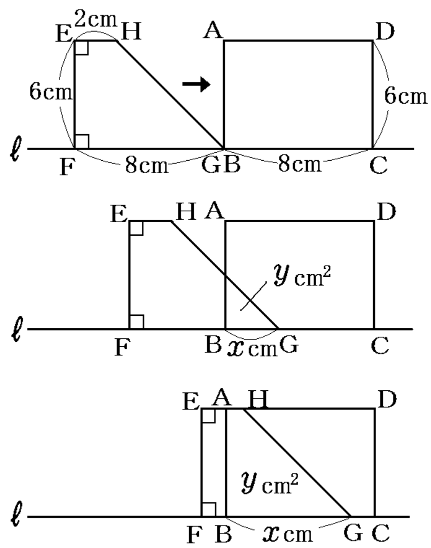
② P が AB 上にあるとき，AP＝$x-2$ なので

(面積)＝△OAH＋四角形

ゆえに $y=\dfrac{1}{2}\times2\times3+(x-2)\times3$　$y=3x-3$

[問題](後期中間)

右の図のように, 長方形 ABCD と台形 EFGH が直線 $\ell$ 上に並んでいる。長方形を固定し, 台形を矢印の方向に, 頂点 G が C に重なるまで移動させる。線分 BG の長さを $x$ (cm) とするときに重なってできる図形の面積を $y$ (cm²) とする。次の各問いに答えよ。




(1) $x$ の変域を $0\leqq x\leqq6$ と $6<x\leqq8$ の場合に分けて，$y$ を $x$ の式で表せ。

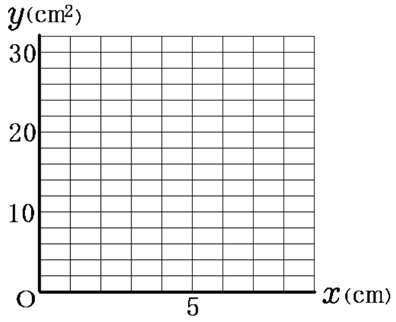
(2) $x$ の変域に注意して，解答用紙の座標平面にグラフをかけ。

(3) 重なってできる図形の面積が，もとの台形 EFGH の面積の $\dfrac{2}{3}$ になるときの，BG の長さを求めよ。

[解答欄]

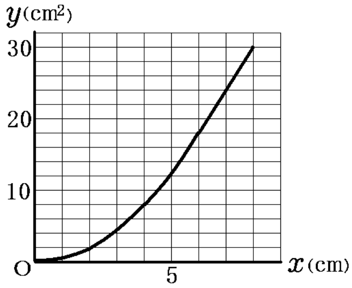
| (1)0≦ $x$ ≦6： | 6＜ $x$ ≦8： | (3) |
|---|---|---|

(2)

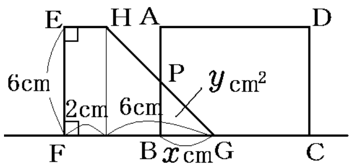



[解答](1)0≦ $x$ ≦6： $y=\frac{1}{2}x^2$　6＜ $x$ ≦8： $y=6x-18$　(3) $\frac{19}{3}$cm

(2)




[解説]

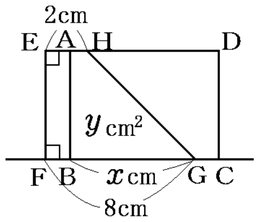



(1) 0≦ $x$ ≦6 のときは，右図のような状態になっている。

右図で，BP＝BG＝ $x$ (cm)なので，

(△BPG の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×BG×BP＝ $\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2$ (cm²)

よって， $y=\frac{1}{2}x^2$




6＜ $x$ ≦8 のときは，右図のような状態になっている。

(台形 ABGH の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×(AH＋BG)×AB

BG＝ $x$ (cm)，AB＝6cm である。

AH は次のようにして求める。

図より，FB＝8－ $x$ (cm)なので，EA＝FB＝8－ $x$ (cm)

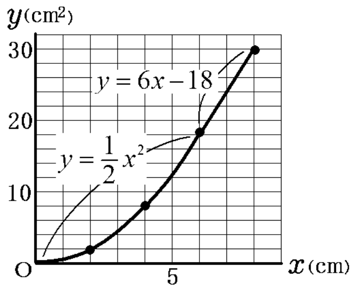
AH＝EH－EA＝2－(8－ $x$ )＝ $x$ －6

よって，(台形 ABGH の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×(AH＋BG)×AB

＝ $\frac{1}{2}\times(x-6+x)\times 6=3(2x-6)=6x-18$

したがって， $y=6x-18$

(2) $0 \leqq x \leqq 6$ のときは $y=\dfrac{1}{2}x^2$




$x=2$ のとき，$y=2$

$x=4$ のとき，$y=8$

$x=6$ のとき，$y=18$

たとえば，この 3 点を打って，なめらかな曲線で結ぶ。

$6< x \leqq 8$ のときは $y=6x-18$

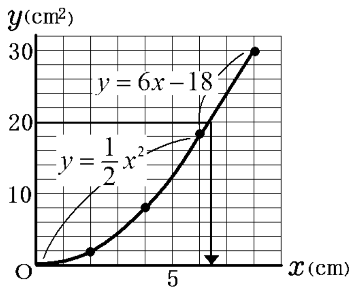
$x=6$ のとき，$y=18$

$x=8$ のとき，$y=30$

この 2 点を直線で結ぶ。

(3) (台形 EFGH の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$(EH＋FG)$\times$EF$=\dfrac{1}{2}\times(2+8)\times6=30$(cm²)

30(cm²)の $\dfrac{2}{3}$ は 20(cm²)




右のグラフより，$y=20$ のとき，$x>6$

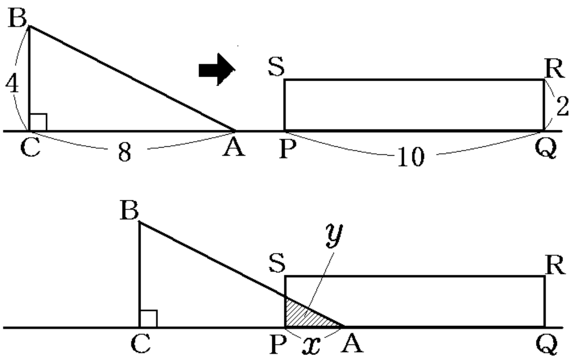
よって，$y=6x-18$ に $y=20$ を代入して，

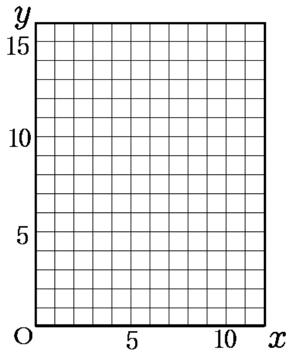
$20=6x-18,\ 6x=38$

$x=\dfrac{38}{6}=\dfrac{19}{3}$

[問題](2 学期中間)

下の図のように，直線上を矢印の方向に一定の速さで移動している直角三角形 ABC と，直線上で静止している長方形 PQRS がある。直角三角形 ABC と長方形 PQRS が重なり始めたときからの PA の長さを $x$ とし，重なった部分の面積を $y$ するとき，次の各問いに答えよ。



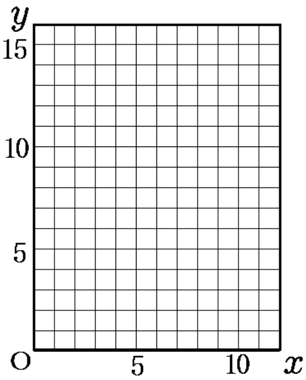

(1) $x=2$ のとき，$y$ の値を求めよ。

(2) 直角三角形 ABC と長方形 PQRS の重なった部分の図形が直角三角形となるような $x$ の範囲を求めよ。

(3) $x=6$ のときの $y$ の値を求めよ。

(4) $y$ の変化を右のグラフにかけ。ただし，$x$ の変域は $0 \leqq x \leqq 10$ とする。

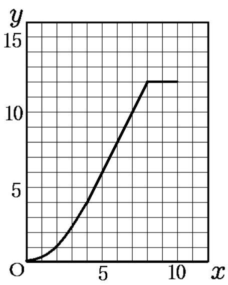
[解答欄]

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|
| (4)  | | |



[解答](1) $y=1$ (2) $0 < x \leqq 4$ (3) $y=8$

(4)

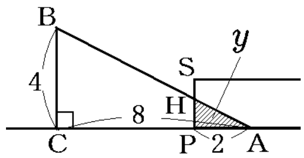


[解説]

(1) $x=2$ のとき，右図のような状態になっており，

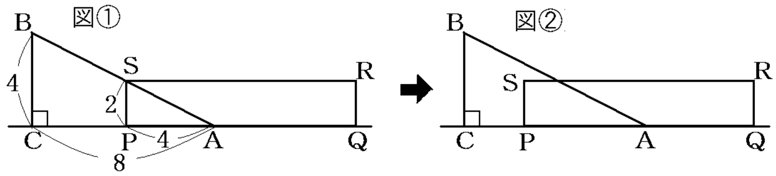
HP : PA＝BC : CA＝4 : 8＝1 : 2 なので,

HP : PA＝1 : 2，HP : 2＝1 : 2 で，HP＝1 になる。




したがって，$y=\frac{1}{2}\times\mathrm{PA}\times\mathrm{HP}=\frac{1}{2}\times2\times1=1$

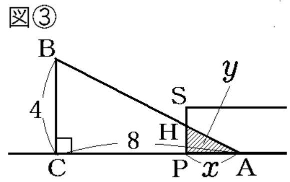
(2) 重なった部分の図形が直角三角形となるのは，右の図①の $x=4$ の場合までである。$x$ が 4 より大きくなると，重なった部分は図②のように台形になる。




したがって，重なった部分の図形が直角三角形となるのは，$0<x\leqq4$ の範囲である。

(3)(4) $0<x\leqq4$ のとき，右の図③のような状態になる。

このとき，重なった部分は三角形になるので,

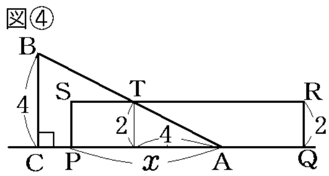



(重なった部分の面積)＝$\frac{1}{2}\times\mathrm{PA}\times\mathrm{PH}$ となる

PA＝$x$，PH＝$\frac{1}{2}x$ なので，$y=\frac{1}{2}\times x\times\frac{1}{2}x$　よって，$y=\frac{1}{4}x^2$

$4<x\leqq8$ のとき，右の図④のような状態になる。

重なった部分は，台形 STAP になる。



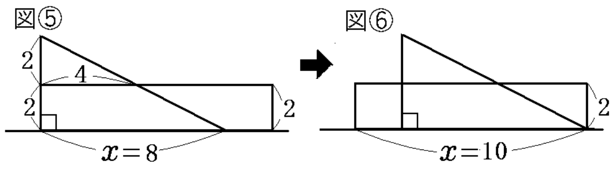

(重なった部分の面積)＝$\frac{1}{2}\times(\mathrm{ST}+\mathrm{PA})\times\mathrm{SP}$

図より，ST＝$x-4$ なので，$y=\frac{1}{2}(x-4+x)\times2=2x-4$

したがって，$x=6$ のとき，$y=2\times6-4=8$ となる。

$8<x\leqq10$ のとき，

右の図⑤→図⑥のように，重なった部分は一定で,




(重なった部分の面積)

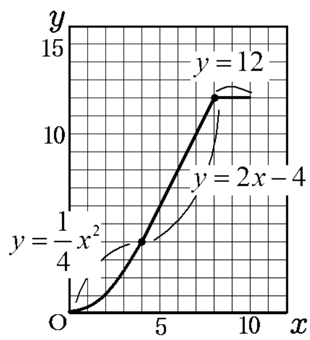
$=\frac{1}{2}\times(4+8)\times2=12$ となる。以上より，

$0<x\leqq4$ のとき，$y=\frac{1}{4}x^2$

$4<x\leqq8$ のとき，$y=2x-4$

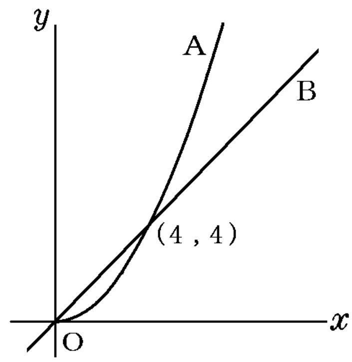
$8<x\leqq10$ のとき，$y=12$

で，グラフは右図のようになる。



[問題](後期中間)

乗り物Bが，地点Oを通過すると同時に乗り物Aが地点Oを出発する。出発してから$x$秒間に進む距離を$y$ mとして，$x$と$y$の関係をグラフで表すと，$0 \leqq x \leqq 10$ の範囲では，右のように，Aが放物線で，Bは直線になり，2つのグラフは点(4，4)で交わった。これについて，次の各問いに答えよ。




(1) 乗り物Aについて，$y$を$x$の式で表せ。

(2) 乗り物Aが出発してから8秒後には，乗り物Aと乗り物Bはどれだけ離れているか。

(3) 乗り物A, Bが出発してから6秒後から10秒後までの平均の速さはどちらがどれだけ速いか。

[解答欄]

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|

[解答](1) $y=\frac{1}{4}x^2$　(2) 8m　(3) Aの方が3m／s速い。

[解説]

Aは放物線なので，$y=ax^2$とおくことができる。

Aは(4，4)を通ので，$y=ax^2$に$x=4$, $y=4$を代入して，$4=16a$

よって，$a=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$　したがって，Aの式は$y=\frac{1}{4}x^2$となる。

(2) Bは原点を通る直線なので，$y=bx$とおくことができる。

Bは(4，4)を通ので，$y=bx$に$x=4$, $y=4$を代入して，$4=4b$

よって，$b=1$　したがって，Bの式は，$y=x$

8秒後のA，Bの進んだ距離は，

A：$y=\frac{1}{4}x^2$に$x=8$を代入して，$y=\frac{1}{4}\times 64=16$

B：$y=x$に$x=8$を代入して，$y=8$

したがって，8秒後には，AとBは，16－8＝8(m)離れている。

(3) A：$x=6$のとき，$y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times 36=9$，$x=10$のとき，$y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times 100=25$

したがって，(平均の速さ)＝$\frac{(\text{進んだ距離})}{(\text{かかった時間})}=\frac{25-9}{10-6}=\frac{16}{4}=4$(m／s)

B：$x=6$のとき，$y=x=6$，$x=10$のとき，$y=x=10$

したがって，(平均の速さ)＝$\frac{10-6}{10-6}=\frac{4}{4}=1$(m／s)

以上より，Aの方が，4－1＝3(m／s)速い。

【】落下運動・制動距離など

[落下運動]

[問題](2 学期中間)

物が自然に落ちるとき，落ちる距離は，落ち始めてからの時間の 2 乗に比例する。また，物が落ち始めてから 3 秒間に落ちる距離を 45m とする。落ち始めてから $x$ 秒間に落ちる距離を $y$ m として，次の各問いに答えよ。

(1) $y$ を $x$ の式で表せ。

(2) 5 秒間に落ちる距離を求めよ。

(3) 405m の高さから落とすと，地面に着くまでに何秒かかるか。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1) $y=5x^2$ (2) 125m (3) 9 秒

[解説]

(1) 落ちる距離は，落ち始めてからの時間の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおくことができる($a$ は定数)。

$y=ax^2$ に $x=3,\ y=45$ を代入すると，$45=a\times 9$ となり，$a=5$

よって，$y=5x^2$ が成り立つ。

(2) $y=5x^2$ に $x=5$ を代入して，$y=5\times 5^2=125$

(3) $y=5x^2$ に $y=405$ を代入して，$405=5x^2$，$x^2=405\div 5=81$

$x>0$ なので，$x=9$

[問題](2 学期期末)

物が自然に落ちるとき，落ちる距離は，落ち始めてからの時間の 2 乗に比例する。ある物体が落ち始めてから 4 秒間に落ちた距離が 80 m であるとき，この物体を 500m の所から落下させれば，地上に落ちるまでに何秒かかるか。

[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答]10 秒

[解説]

落ちる距離を $y$ m，落ち始めてからの時間を $x$ 秒とすると，

落ちる距離 $y$ は，落ち始めてからの時間 $x$ の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおくことができる($a$ は定数)。

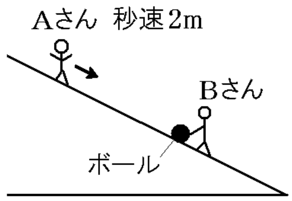
4 秒間に落ちた距離が 80 m であるので，$80=a\times 4^2$，$a=5$

よって $y=5x^2$ この式に $y=500$ を代入すると，$500=5x^2$，$x^2=100$

$x>0$ なので，$x=10$ よって，10 秒かかる。

[問題](後期中間)

　右の図のような坂をAさんは秒速2mの一定の速さで歩いて下り，その途中でボールを地面に置いて立っているBさんがいる。Aさんがボールの横を通過すると同時にBさんがボールから手をはなす。ボールがBさんの手をはなれ，転がり始めてから$x$秒間に$y$m転がるとすると，$x$と$y$の関係は$y=ax^2$で表されるという。ボールが転がり始めてから4秒間に転がる距離は4mであった。次の各問いに答えよ。




(1) $a$の値を求めよ。

(2) ボールが転がり始めてから2秒後から6秒後までの平均の速さを求めよ。

(3) Aさんがボールに追いつかれるのは，ボールが転がり始めてから何秒後か。

(4) Bさんがボールをはなしてから12秒後には,Aさんとボールはどれだけはなれているか。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | | |

[解答](1) $a=\frac{1}{4}$　(2) 2m／s　(3) 8秒後　(4) 12m

[解説]

(1)「ボールが転がり始めてから4秒間に転がる距離は4mであった」ので，$x=4$のとき$y=4$になる。$y=ax^2$に$x=4$，$y=4$を代入すると，

$4=a\times16$，よって，$a=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

(2) (1)より，転がり始めてから$x$秒後のボールの進んだ距離は，$y=\frac{1}{4}x^2$である。

$x=2$のとき，$y=\frac{1}{4}\times2^2=1$

$x=6$のとき，$y=\frac{1}{4}\times6^2=9$

したがって，(平均の速さ)＝$\frac{(\text{進んだ距離})}{(\text{かかった時間})}=\frac{9-1}{6-2}=\frac{8}{4}=2$(m／s)

(3) ボールが転がり始めてから$x$秒間に進んだ距離は$y=\frac{1}{4}x^2$(m)である。Aさんは秒速2mの速さで進んでいるので，$x$秒間に進んだ距離は$2x$mである。

Aさんがボールに追いつかれるとき，Aさんとボールの進んだ距離は等しくなるので,

$\frac{1}{4}x^2=2x$が成り立つ。

$\frac{1}{4}x^2=2x,\ x^2=8x,\ x^2-8x=0,\ x(x-8)=0$

よって， $x=0,\ 8$　 $x>0$ なので， $x=8$

(4) $x=12$ のとき，

A さんは， $2x=2\times12=24$ (m)進んでいる。

ボールは， $y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times12^2=\frac{1}{4}\times144=36$ (m) 進んでいる。

したがって，A さんとボールは，36－24＝12(m)はなれている。

[制動距離]

[問題](2 学期中間)

時速 $x$ km で走っている自動車がブレーキをかけてから止まるまでに進む距離 $y$ m とすると， $y$ は $x$ の 2 乗に比例する。時速 40km で走っている自動車がブレーキをかけてから止まるまでに進む距離が 10m であるとき， $y$ を $x$ の式で表せ。

[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答] $y=\frac{1}{160}x^2$

[解説]

$y$ は $x$ の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおく。

$x=40,\ y=10$ を代入すると， $10=a\times40^2$　ゆえに $a=\frac{1}{160}$　ゆえに $y=\frac{1}{160}x^2$

[問題](3 学期)

車がブレーキをかけて，きき始めてから止まるまでに進む距離を制動距離という。制動距離は，およそ車の速さの 2 乗に比例する。車が時速 50km で走っているときの制動距離を 20m として，次の問に答えよ。

(1) 時速 $x$ km のときの制動距離を $y$ m として， $y$ を $x$ の式で表せ。

(2) 制動距離が 60m のとき，車の速さは時速何 km と考えられるか。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1) $y=\frac{1}{125}x^2$　(2) 時速 $50\sqrt{3}$ km

[解説]

(1) 制動距離が車の速さの 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおく。

$y=ax^2$ に $x=50,\ y=20$ を代入すると， $20=a\times 50^2$　ゆえに $a=\dfrac{20}{2500}=\dfrac{1}{125}$

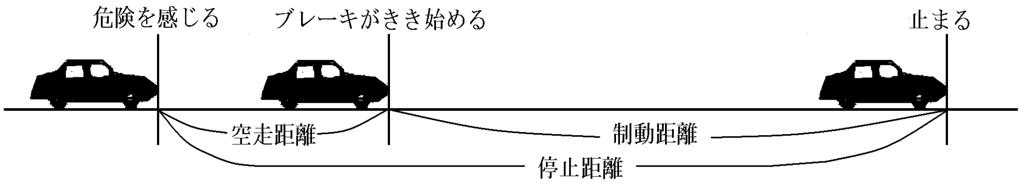
ゆえに $y=\dfrac{1}{125}x^2$

(2) $y=60$ を $y=\dfrac{1}{125}x^2$ に代入すると， $60=\dfrac{1}{125}x^2$　ゆえに $x^2=60\times 125$

$x>0$ なので， $x=\sqrt{60\times 125}=\sqrt{12\times 5\times 5^3}=25\sqrt{12}=50\sqrt{3}$ (km/時)

[問題](2 学期中間)

運転者が危険を感じてからブレーキをふみ，ブレーキが実際にきき始めるまでに進む距離を空走距離といい，ブレーキがきき始めてから自動車が止まるまでに進む距離を制動距離という。




空走距離は，自動車の速さに比例し，制動距離は，自動車の速さの 2 乗に比例する。今，時速 30km で走る自動車の制動距離が 8m であった。この自動車の速さを時速 $x$ km，そのときの制動距離を $y$ m として，次の各問いに答えよ。

(1) $y$ を $x$ の式で表せ。

(2) 制動距離を 40m にするには，時速をどれだけにすればよいか。小数第 1 位を四捨五入して整数で求めよ。ただし， $\sqrt{3}=1.73$， $\sqrt{5}=2.24$ とする。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1) $y=\dfrac{2}{225}x^2$　(2) 時速 67km

[解説]

(1) 制動距離は，自動車の速さの 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおくことができる。

$x=30$， $y=8$ を代入すると， $8=a\times 900$　ゆえに， $a=\dfrac{2}{225}$， $y=\dfrac{2}{225}x^2$

⑵ 制動距離が 40m なので，$y=40$

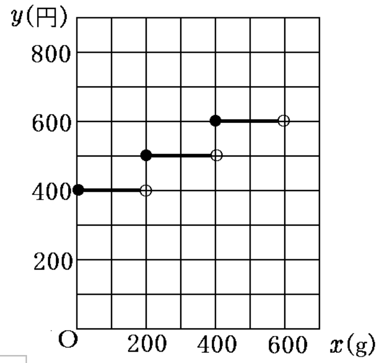
これを $y=\dfrac{2}{225}x^2$ に代入すると，$40=\dfrac{2}{225}x^2$，$x^2=4500$

$x>0$ なので，$x=30\sqrt{5}=67.2$

【】いろいろな関数

[問題](2 学期期末)

右のグラフは，重さ $x$ g の荷物の配送料金を $y$ 円として，$x$ と $y$ の関係を表したものである。次の各問いに答えよ。ただし，グラフで，端の点をふくむ場合は「●」，ふくまない場合は「○」で表している。




(1) 重さ 300g の荷物の配送料金はいくらになるか。

(2) 重さ 400g の荷物の配送料金はいくらになるか。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1) 500 円　(2) 600 円

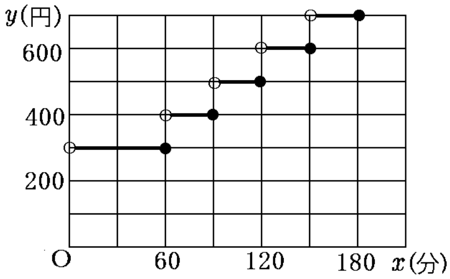
[解説]

$x$ =300(g)は，200≦ $x$ ＜400 の範囲に入っているので $y$ =500(円)である。

$x$ =400(g)は，400≦ $x$ ＜600 の範囲に入っているので $y$ =600(円)である。

[問題](2 学期期末)

駅のとなりの駐車場の駐車料金は，60 分以内が 300 円で，その後 30 分ごとに 100 円ずつ加算される。右の図は，この駐車場に $x$ 分間駐車したときの料金を $y$ 円として，$x$ と $y$ の関係を表したものの一部である。次の各問いに答えよ。ただし，グラフで，端の点をふくむ場合は「●」，ふくまない場合は「○」で表している。




(1) 120 分間駐車したとき，駐車料金は何円か求めよ。

(2) 3 時間 45 分駐車したとき，駐車料金は何円か求めよ。

(3) $x$ と $y$ の関係について，次のア～エから最も適切なものを 1 つ選べ。

　ア　$x$ は $y$ の関数である。

　イ　$y$ は $x$ の関数である。

　ウ　$x$ は $y$ の関数であり，$y$ は $x$ の関数である。

　エ　$x$ は $y$ の関数でなく，$y$ は $x$ の関数でない。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |

[解答](1) 500 円　(2) 900 円　(3) イ

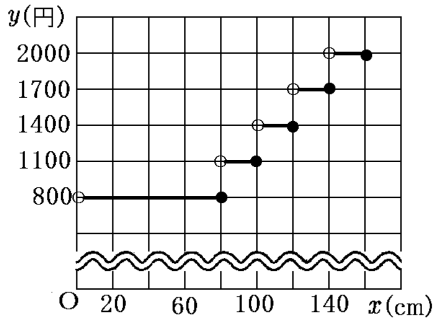
[解説]

(1) $x=120$(分)は，$90< x \leqq 120$ の範囲に入っているので $y=500$(円)である。

(2) 3 時間 45 分＝225 分である。
グラフでは，「$150< x \leqq 180$ のときは $y=700$」までしか表示されていないが，
30 分ごとに 100 円ずつ加算されるので，
$180< x \leqq 210$ のときは $y=700+100=800$
$210< x \leqq 240$ のときは $y=800+100=900$
である。したがって，$x=225$ のときは $y=900$ になる。

(3) $x$(分)が決まると $y$(円)の値はただ 1 つ決まるので，$y$ は $x$ の関数である。
これに対し，例えば，$y=300$(円)になるときの $x$(分)は，10 分，20 分・・・と複数あるので，$y$(円)の値が決まっても $x$(分)の値は決まらない。したがって，$x$ は $y$ の関数とはいえない。

[問題](後期中間)




右のグラフはある運送会社の送料のグラフである。縦，横，高さの合計が $x$ cm までのときの運賃が $y$ 円であることを表している。このとき，次の各問いに答えよ。ただし，グラフで，端の点をふくむ場合は「●」，ふくまない場合は「○」で表している。

(1) $y$ は $x$ の関数であるといえるか。「いえる」か「いえない」という形で答えよ。

(2) 所持金が 1693 円のとき，荷物の縦，横，高さの合計は何 cm までを送ることができるか。

[解答欄]

| (1) | (2) |
|---|---|

[解答](1) いえる　(2) 120cm

[解説]

(1) $x$(cm)が決まると $y$(円)の値はただ 1 つ決まるので，$y$ は $x$ の関数である。

(2) 所持金が 1693 円のとき運賃 1700 円は支払えない。1400 円までしか支払えない。
$y=1400$(円)に対応する $x$(cm)は，$100< x \leqq 120$ であるので，荷物の縦，横，高さの合計が 120cm までを送ることができる。

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。
※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

【Fd 教材開発】(092) 404－2266
Mail：info2@fdtext.com