【】相似な図形

[対応する線分の長さの比，対応する角]

[問題](後期中間)

次の文中の①，②に適語を入れよ。

ある図形を拡大または縮小した図形があるとき，その図形ともとの図形は(　①　)であるという。また，△ABC と△DEF が相似であることを(　②　)と表す。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| ① | ② |

[解答]① 相似　② △ABC∽△DEF

[解説]

1 つの図形を,形を変えずに拡大または縮小して得られる図形はもとの図形と相似であるという。相似な図形では，対応する角はそれぞれ等しく，対応する線分の長さの比はすべて等しい。線分の長さの比を相似比という。2 つの図形の相似比が 1：1 であるとき，2 つの図形は合同である。

[解説]

<Point> 相似な図形では
・対応する線分の長さの比は，すべて等しい(相似比)
・対応する角の大きさは，それぞれ等しい

[問題](後期中間)

次の文中の①～④に適語を入れよ。

1 つの図形を，形を変えずに拡大または(　①　)して得られる図形はもとの図形と相似であるという。相似な図形では，(　②　)する角はそれぞれ等しく，(②)する線分の長さの比はすべて等しい。また，線分の長さの比を(　③　)という。(③)が 1：1 であるとき，それらの図形は(　④　)である。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |
| ④ | | |

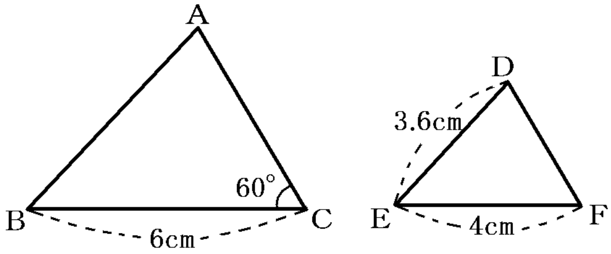
[解答]① 縮小　② 対応　③ 相似比　④ 合同

[問題](2 学期期末)

右の図で，△ABC∽△DEF である。

(1) ∠F の大きさを求めよ。

(2) 辺 AB の長さを求めよ。




[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1) | (2) |

[解答](1) 60°　(2) 5.4cm

[解説]

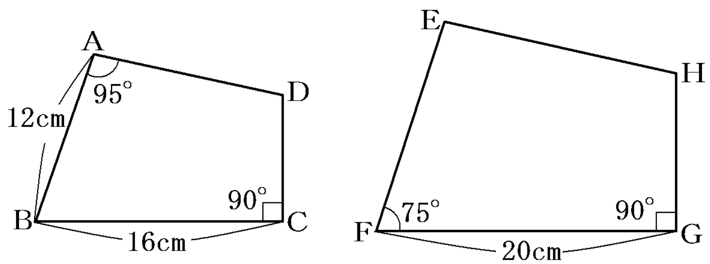
(1) 図より，A と D，B と E，C と F が対応している。よって，∠F＝∠C＝60°

(2) 辺の対応関係より，AB：DE＝BC：EF，AB：3.6＝6：4

比の外項の積は内項の積に等しいので，AB×4＝3.6×6，AB＝3.6×6÷4＝5.4(cm)

[問題](3 学期)

次の図の 2 つの四角形は相似である。後の各問いに答えよ。




(1) 次の角の大きさを求めよ。

① ∠B　② ∠E

(2) 四角形 ABCD と四角形 EFGH の相似比を求めよ。

(3) 辺 EF の長さを求めよ。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1)① | ② | (2) |
| (3) | | |

[解答](1)① 75°　② 95°　(2) 4：5　(3) 15cm

[解説]

(1) 相似な 2 つの図形の対応する角は等しいので，∠B＝∠F＝75°，∠E＝∠A＝95°

(2) 対応する辺の比をとると，BC：FG＝16：20＝4：5

(3) 相似な 2 つの図形の対応する辺の比は等しいので，

AB：EF＝BC：FG，12：EF＝16：20，12：EF＝4：5

比の内項の積は外項の積に等しいので，EF×4＝12×5，EF＝12×5÷4＝15(cm)

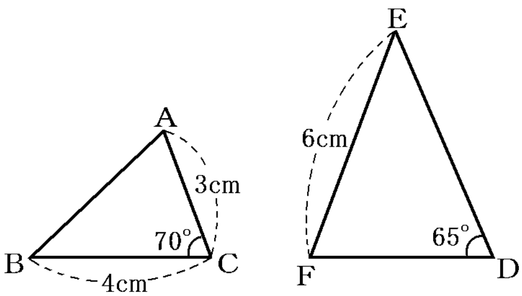
[問題](3 学期)

右の図で，△ABC∽△DEF であるとき，次の各問いに答えよ。

(1) △ABC と△DEF の相似比を求めよ。

(2) DF の長さを求めよ。

(3) ∠E の大きさを求めよ。



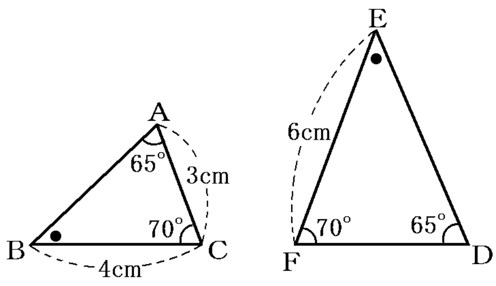

[解答欄]

| (1) | (2) | (3) |
|---|---|---|

[解答](1) 2：3　(2) $\dfrac{9}{2}$cm(4.5cm)　(3) 45°

[解説]

相似な図形では対応する角の大きさは，それぞれ等しい。一番小さい角は，△ABC では∠B，△DEF では∠E である。したがって，角の対応関係は右図のようになる。




(1) 右図より，両端の角(●と 70°)に注目すると，辺 BC と辺 EF が対応していることがわかる。したがって，△ABC と△DEF の相似比は，BC：EF＝4：6＝2：3 である。

(2) 右図より，両端の角(70° と 65°)に注目すると，△DEF の DF に対応するのは，△ABC の AC である。(1)より，△ABC と△DEF の相似比は 2：3 であるので，

AC：DF＝2：3 である。AC＝3(cm)なので，3：DF＝2：3

比の内項の積は外項の積に等しいので，2DF＝3×3，DF＝$\dfrac{9}{2}$(cm)

(3) 三角形の内角の和は 180° なので，∠E＋∠F＋∠D＝180°
∠E＋70° ＋65° ＝180° ，∠E＋135° ＝180° ，∠E＝45°

[常に相似である図形]

[問題](2 学期期末)

次の各組の図形は常に相似であるといえるか。いえる場合は○，いえない場合は×で答えよ。

(1) 2 つの二等辺三角形　　(2) 2 つの正三角形
(3) 2 つの直角三角形　　(4) 2 つのひし形
(5) 2 つの正五角形

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) |
| (4) | (5) | |

[解答](1) ×　(2) ○　(3) ×　④ ×　⑤ ○

[解説]

(1) 例えば，3 辺が 3cm，3cm，1cm の二等辺三角形と，3 辺が 3cm，3cm，2cm の二等辺三角形は相似ではない。
(2)(5) 2 つの正三角形は同じ形になるので相似である。一般に正多角形(正三角形，正方形，正五角形，正六角形･･･)の場合は相似になる。
正多角形以外でも，例えば，直角二等辺三角形や円などは常に相似になる。
(3) 例えば，30° 60° 90° の直角三角形と 45° 45° 90° の直角三角形は相似ではない。
(4) ひし形は 4 つの辺が等しい四角形で，対角線は直交する。例えば，対角線が 2cm，3cm のひし形と，対角線が 2cm，4cm のひし形は相似ではない。

[問題](3 学期)

次のア～カで，2 つの図形が常に相似であるものはどれか。記号で答えよ。

ア　2 つの長方形　　イ　2 つの正三角形
ウ　2 つの正方形　　エ　2 つの直角二等辺三角形
オ　2 つのひし形　　カ　2 つの直角三角形

[解答欄]

[解答]イ，ウ，エ

[問題](後期中間)

　正多角形以外の平面図形で，常に相似な図形を 2 つ答えよ。

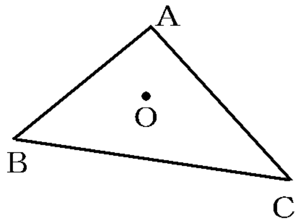
[解答欄]

[解答]円，直角二等辺三角形

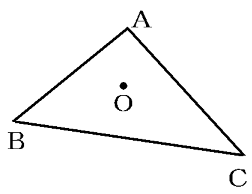
[作図]

[問題](2 学期期末)

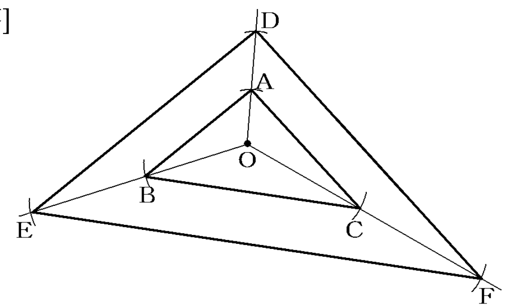
　右の図の△ABC を，点 O を相似の中心として，2 倍に拡大した△DEF を作図せよ。(ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと)




[解答欄]



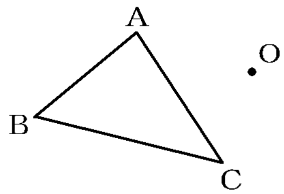

[解答]



[解説]

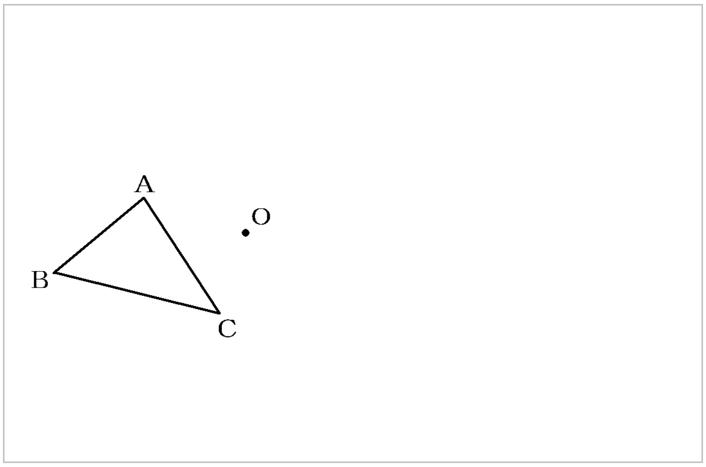
まず，半直線 OA をひく。コンパスを使って OA＝AD となる点 D を求める。同様にして，点 E，点 F を求める。DEF をむすんだ図形が求める△DEF である。

[問題](2 学期期末)

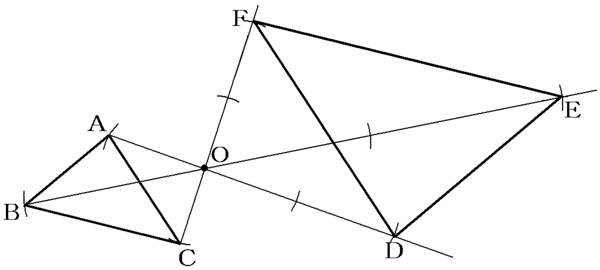



右の図で，点 O を相似の中心として，△ABC の各辺を 2 倍に拡大した△DEF を，コンパスと定規を使って作図せよ。

[解答欄]

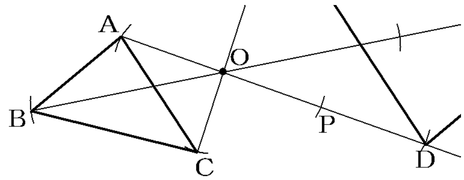



[解答]



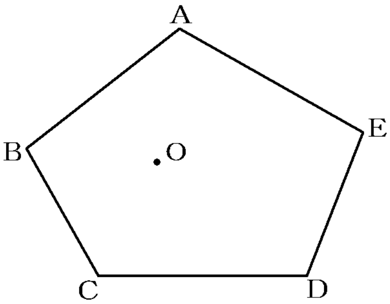

[解説]

まず，直線 AO をひく。コンパスの針を O におき，右図のように OA＝OP になる点 P をとる。コンパスの半径をそのままにした状態でコンパスの針を P におき PO＝PD になるようにして点 D を求める。残りの E，F も同様にして求める。

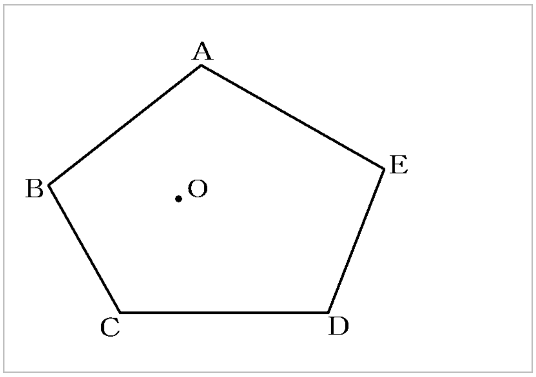


[問題](2 学期期末)

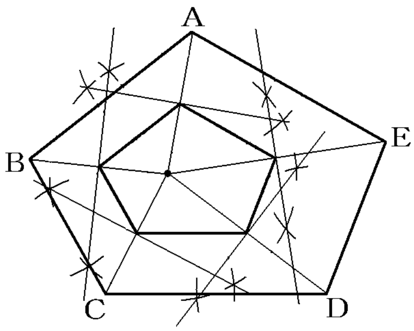
次の図の点 O を相似の中心して，五角形 ABCDE を$\dfrac{1}{2}$倍にした図形を作図せよ。




[解答欄]

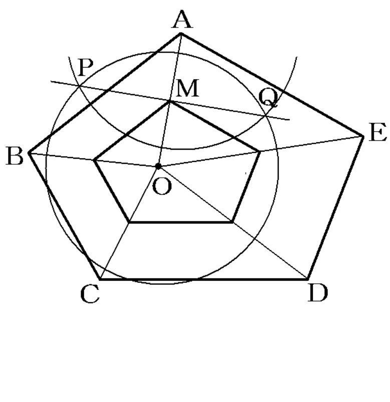



[解答]



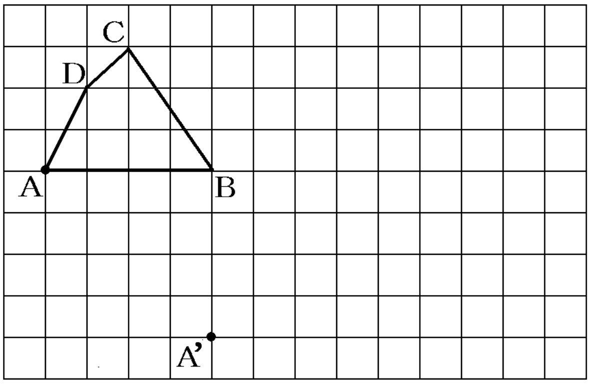

[解説]

OA，OB，OC，OD，OE をそれぞれむすび，
それぞれの中点を作図によって求める。
例えば，OA の中点は，次のようにして求める。
まず，点 O を中心とする円をかく。この円と半径が同じである円を，点 A を中心としてかく。
この 2 つの円の交点を P，Q とする。直線 PQ と OA の交点 M が OA の中点である。

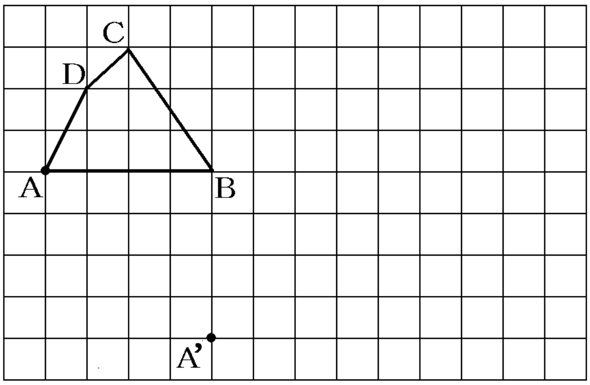


[問題](3 学期)

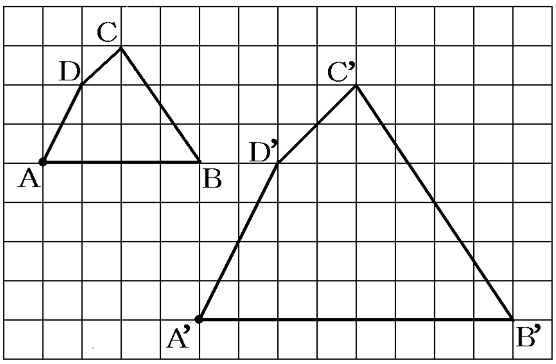
次の四角形 ABCD を 2 倍に拡大した四角形 A'B'C'D'かけ。なお，点 A に対応する点を A'とする。




[解答欄]



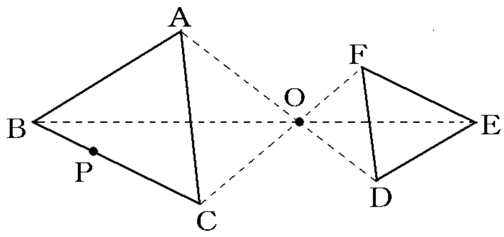

[解答]



[相似の位置]

[問題](後期期末)

右の△DEF は，1 点 O を定めて，△ABC を$\dfrac{2}{3}$倍に縮小したものである。次の各問いに答えよ。




(1) 次の①，②に適する言葉を答えよ。

「△ABC と△DEF は(　①　)にあるといい，点 O を(　②　)という。」

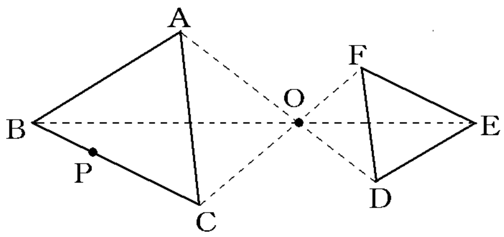
(2) 点 P に対応する点 P’を，解答の図にかきいれよ。

(3) AO：DO の値を求めよ。

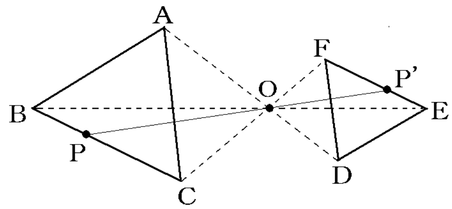
[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| (1)① | ② | (3) |

(2)




[解答](1)① 相似の位置　② 相似の中心　(2)




(3) 3：2

[解説]

2 つの図形の対応する点どうしを通る直線がすべて 1 点 O に集まり，O から対応する点までの長さの比がすべて等しいとき(問題の図では，OA：OD＝OB：OE＝OC：OF)，それらの図形は，O を相似の中心として相似の位置にあるという。

※「相似の位置」が出ている教科書と，出ていない教科書がある。

[問題](後期中間)

次の文章中の①～③に適語を入れよ。

2 つの図形の(　①　)する点どうしを通る直線がすべて 1 点 O に集まり，O から(①)する点までの長さの比がすべて等しいとき，それらの図形は，O を相似の(　②　)として相似の(　③　)にあるという。

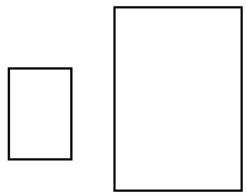
[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |

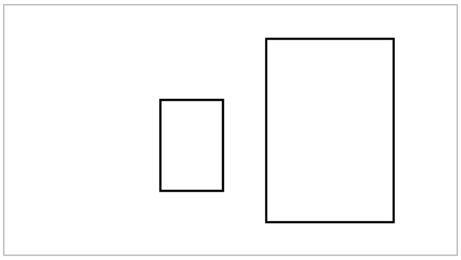
[解答]① 対応　② 中心　③ 位置

[問題](後期中間)

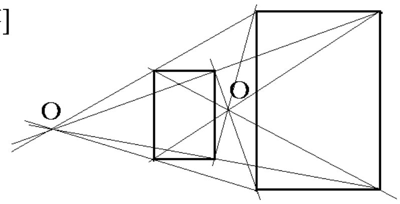
右の図の 2 つの長方形は相似の位置にある。相似の中心 O の位置を作図によってすべて求めよ。(点 O の記号は複数の点に使用してもよい。また作図のあとを残すこと)



[解答欄]

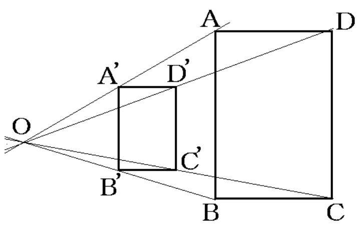


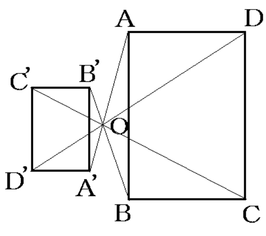
[解答]




[解説]

相似の位置にあるとき，対応する点を結ぶ直線は 1 点(相似の中心)で交わる。この問題では，次の 2 つの場合が考えられる。



【】三角形の相似条件

[三角形の相似条件を 3 つ答えよ]

[問題](2 学期期末)

　三角形の相似条件は，次の①～③がある。文中のア～ウに適語を入れよ。

① 3 組の(　ア　)が，すべて等しい。

② 2 組の(ア)とその(　イ　)が，それぞれ等しい。

③ 2 組の(　ウ　)が，それぞれ等しい。

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ア | イ | ウ |

[解答]ア 辺の比　イ 間の角　ウ 角

[解説]

<Point> 三角形の相似条件

・3 組の辺の比が，すべて等しい。

・2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい。

・2 組の角が，それぞれ等しい。

[問題](2 学期期末)

　三角形の相似条件を 3 つ答えよ。

[解答欄]

| |
|---|
| |
| |
| |

[解答]

3 組の辺の比が，すべて等しい。

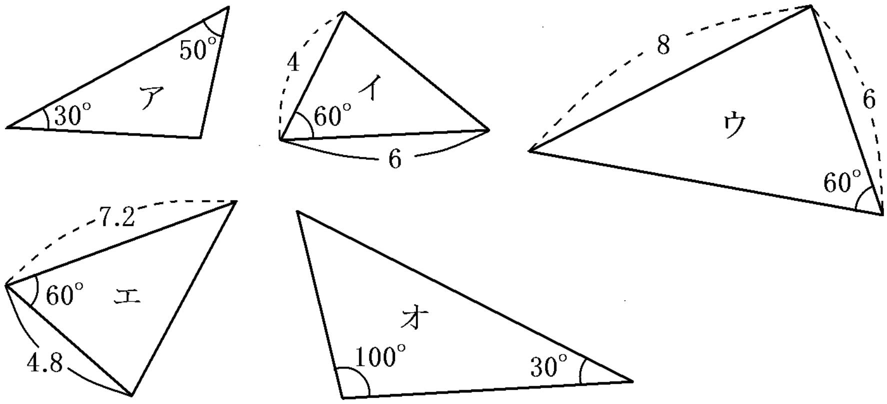
2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい。

2 組の角が，それぞれ等しい。

[相似な三角形の組を選べ]

[問題](2 学期期末)

下の図から，相似な三角形の組をみつけ，そのとき使った相似条件を答えよ。(2 組ある)




[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答]アとオ：2 組の角が，それぞれ等しい，イとエ：2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい

[解説]

三角形の相似条件は，①3 組の辺の比が，すべて等しい，② 2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい，③ 2 組の角が，それぞれ等しい の 3 つ。

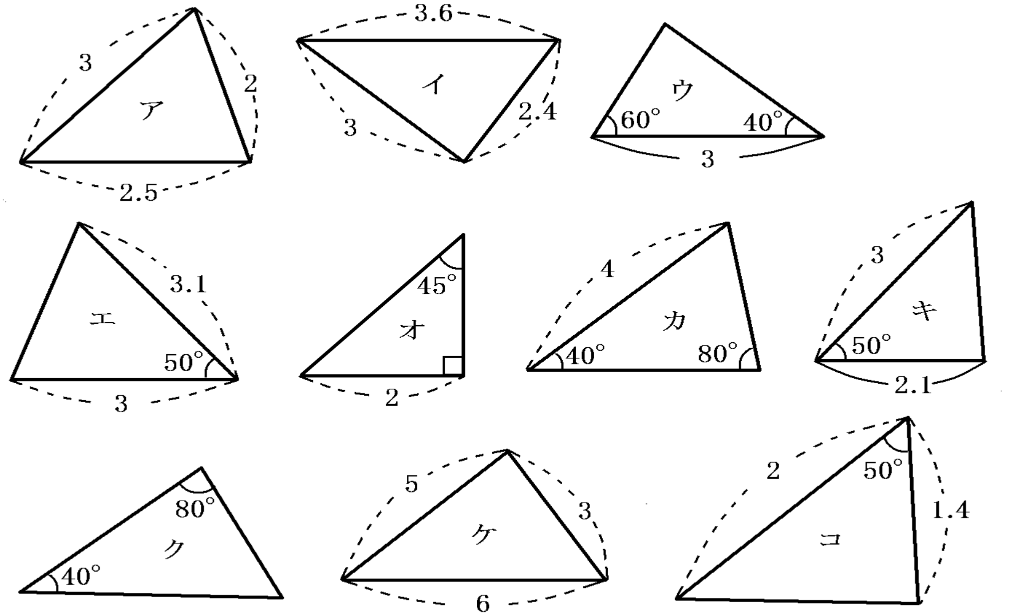
オでは 100° と 30° が与えられているが，残りの角は，180° −(100° ＋30° )＝50° なので，アと 2 角が等しくなり，相似条件を満たす。

イとエは角が 60° で等しく，辺の比は 4：4.8＝40：48＝5：6,

6：7.2＝60：72＝5：6 で，2 組の辺の比が等しくなるので相似条件を満たす。

[問題](2 学期期末)

次の図の中から相似な三角形の組をすべて記号で選べ。また，その相似条件を答えよ。




[解答欄]

[解答]ア，イ：3 組の辺の比が，すべて等しい　ウ，カ，ク：2 組の角が，それぞれ等しい　キ，コ：2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい

[解説]

三角形の相似条件は，①3 組の辺の比が，すべて等しい，②2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい，③2 組の角が，それぞれ等しいの 3 つ。

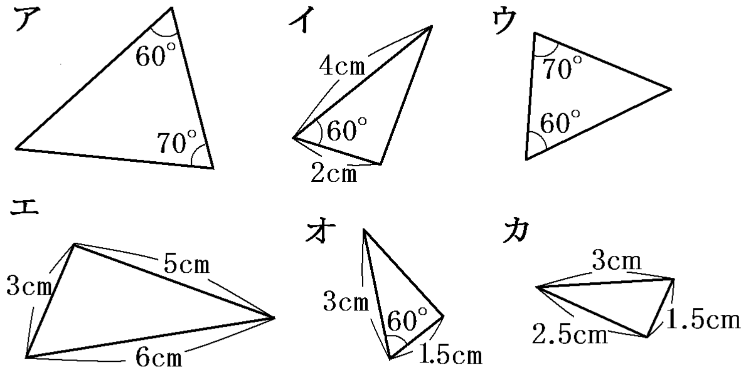
アとイは短い辺からアとイの比を調べると，2：2.4＝20：24＝5：6,

2.5：3＝25：30＝5：6，3：3.6＝30：36＝5：6 で 3 辺の比は 5：6 ですべて等しくなり相似条件を満たす。

ウ，カ，クは残りの角を計算すると，ウ：180－(60＋40)＝80°，カ：180－(40＋80)＝60°，ク：180－(40＋80)＝60° ですべて，40° 60° 80° を内角とする三角形である。キ，コは角 50° が等しく，辺の比は 1.4：2.1＝2：3，で，2 組の辺の比が等しくなるので相似条件を満たす。

[問題](3 学期)

下の図の中から相似な三角形の組を選び記号で答えよ。また，そのときに用いた相似条件を答えよ。




[解答欄]

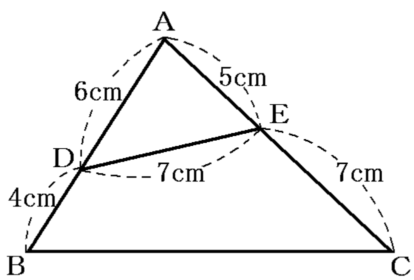
| |
|---|
| |

[解答]アとウ：2 組の角が，それぞれ等しい，イとオ：2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい，エとカ：3 組の辺の比が，すべて等しい

[図の中から相似な三角形を見つけよ]

[問題](後期中間)

次の図において，1)相似な三角形を記号∽を使って表せ。2)また，そのときに使った相似条件を書け。




[解答欄]

| | |
|---|---|
| 1) | 2) |

[解答]1) △AED∽△ABC　2) 2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい。

[解説]

△AED と△ABC で，

AD : AC＝6 : (5＋7)＝6 : 12＝1 : 2

AE : AB＝5 : (6＋4)＝5 : 10＝1 : 2

よって，AD : AC＝AE : AB ･･･①

また，共通な角だから，∠A＝∠A･･･②

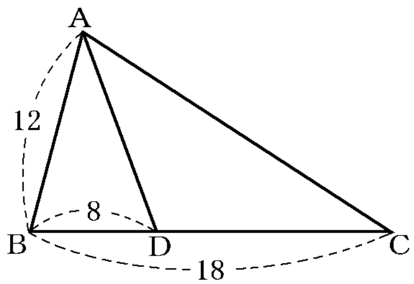
①，②より，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

△AED∽△ABC

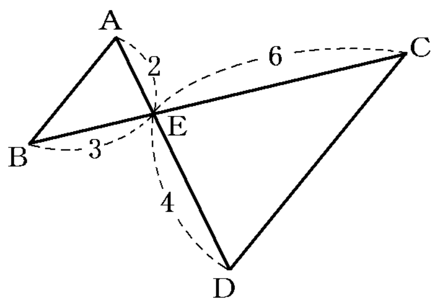
[問題](後期中間)

　次の各図において，1)相似な三角形を記号を使って表せ。2)また，そのときに使った相似条件も書け。

(1)




(2)




[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1)1) | 2) |
| (2)1) | 2) |

[解答](1)1) △ABD∽△CBA　2) 2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい。

(2)1) △ABE∽△DCE　2) 2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい。

[解説]

(1) △ABD と△CBA で，

AB : CB＝12 : 18＝2 : 3

BD : BA＝8 : 12＝2 : 3

よって，AB : CB＝BD : BA ･･･①

また，共通な角だから，∠B＝∠B･･･②

①，②より，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

△ABD∽△CBA

(2) △ABE と△DCE で，

AE：DE＝2：4＝1：2

BE：CE＝3：6＝1：2

よって，AE：DE＝BE：CE ･･･①

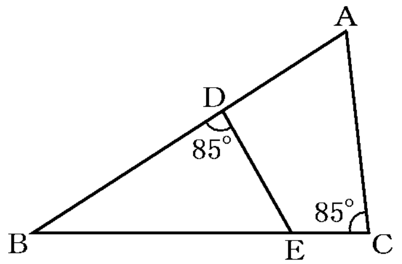
また，対頂角は等しいので，∠AEB＝∠DEC ･･･②

①，②より，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

△ABE∽△DCE

[問題](2 学期期末)

次の図において，1)相似な三角形を記号を使って表せ。2)また，そのときに使った相似条件も書け。




[解答欄]

| | |
|---|---|
| 1) | 2) |

[解答]1) △ABC∽△EBD　2) 2 組の角が，それぞれ等しい。

[解説]

△ABC と△EBD で，

∠ACB＝∠EDB ･･･①

共通な角だから，∠B＝∠B ･･･②

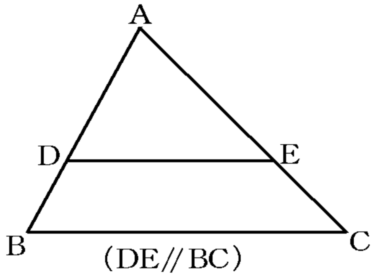
①，②より，2 組の角が，それぞれ等しいので，

△ABC∽△EBD

[問題](後期中間)

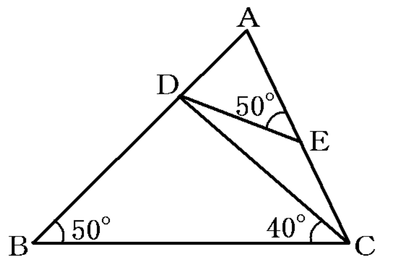
次の各図において，1)相似な三角形を，記号を使って表せ。2)また，そのときに使った相似条件も書け。

(1)




(DE∥BC)

(2)




[解答欄]

| | |
|---|---|
| (1)1) | 2) |
| (2)1) | 2) |

[解答](1)1) △ABC∽△ADE　2) 2 組の角が，それぞれ等しい。

(2)1) △ABC∽△AED　2) 2 組の角が，それぞれ等しい。

[解説]

(1)△ABC と△ADE で，

DE // BC で，平行線の同位角は等しいので，

∠ABC＝∠ADE ･･･①

∠ACB＝∠AED ･･･②

①，②より，2 組の角が，それぞれ等しいので，

△ABC∽△ADE

＊∠A が共通を使うこともできる

(2) △ABC と△AED で，

∠ABC＝∠AED ･･･①

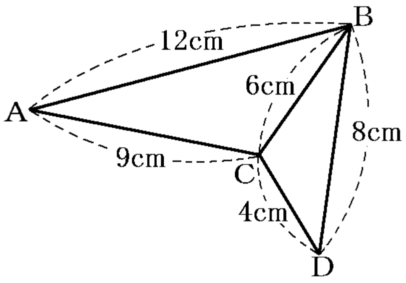
共通な角だから，∠A＝∠A ･･･②

①，②より，2 組の角が，それぞれ等しいので，

△ABC∽△AED

[問題](2 学期期末)

　次の図において，1)相似な三角形を記号∽を使って表せ。2)また，そのときに使った相似条件を書け。




[解答欄]

| | |
|---|---|
| 1) | 2) |

[解答]1) △ABC∽△BDC　2) 3 組の辺の比が，すべて等しい。

[解説]

△ABC と△BDC において

AB：BD＝12：8＝3：2

AC：BC＝9：6＝3：2

BC：DC＝6：4＝3：2

よって，3 組の辺の比が，すべて等しいので，

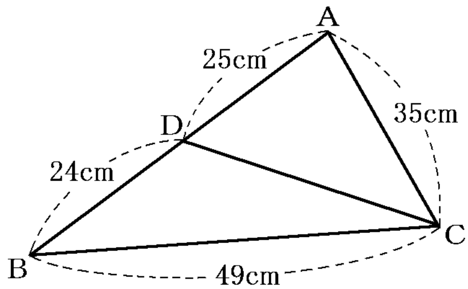
△ABC∽△BDC

【】相似の証明

【】2 辺の比とその間の角

[問題](2 学期期末)

右の図のような三角形があるとき，以下の空欄ア～カに適切な式や言葉を入れ，図内の 2 つの三角形が相似であることを証明せよ。




(証明)

△ABC と(　ア　)で，

AB : (　イ　)＝(　ウ　) : 5･･･①

AC : (　エ　)＝(　ウ　) : 5･･･②

①，②より，　AB : (　イ　)＝AC : (　エ　)･･･③

共通な角なので，(　オ　)＝(　オ　)･･･④

③，④より，(　　　　カ　　　　)ので，

△ABC∽(　ア　)

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ア | イ | ウ |
| エ | オ | |
| カ | | |

[解答]ア　△ACD　イ　AC　ウ　7　エ　AD　オ　∠A　カ　2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい

[解説]

「図内の 2 つの三角形」とは，△ABC と△ACD である。

この 2 つの三角形は∠A を共有しており，図中には各辺の長さが与えられているので，相似条件「2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい」を使って証明を行うと推測できる。

辺の対応関係は，∠A の対辺になっている BC と CD が対応している。また，残りの 2 辺のうち，長い方の AB と AC，短い方の AC と AD が対応していると見当がつく。

AB : AC＝(25＋24) : 35＝49 : 35＝7 : 5，AC : AD＝35 : 25＝7 : 5 なので，

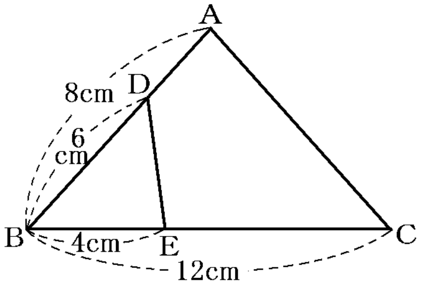
AB : AC＝AC : AD

共通な角だから，∠A＝∠A。

よって，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，△ABC∽△ACD

[問題](2 学期期末)

次の図で，△ABC∽△EBD であることを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△ABC と△EBD で,

仮定より,

AB : EB＝8 : 4＝2 : 1 ･･･①

CB : DB＝12 : 6＝2 : 1 ･･･②

①，②より,

AB : EB＝CB : DB ･･･③

共通な角だから，∠B＝∠B ･･･④

③，④から，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので,

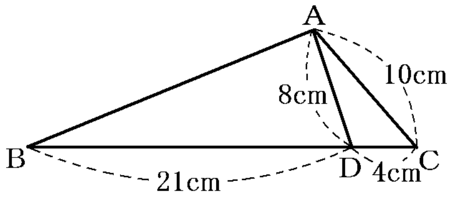
△ABC∽△EBD

[解説]

∠B の対辺の AC と ED が対応している。残りの 2 組の辺のうち, 短い方の AB と EB, 長い方の CB と DB がそれぞれ対応している。

[問題](2 学期期末)

次の図で，△ABC∽△DAC であることを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△ABC と△DAC で，

仮定より，

BC : AC＝25 : 10＝5 : 2 ･･･①

AC : DC＝10 : 4＝5 : 2 ･･･②

①，②より，

BC : AC＝AC : DC ･･･③

共通な角だから，∠C＝∠C ･･･④

③，④から，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

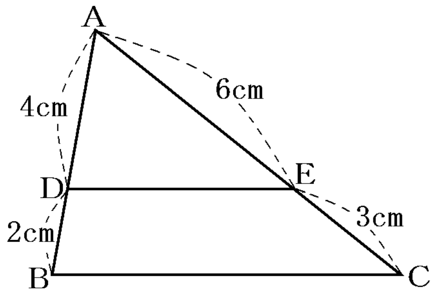
△ABC∽△DAC

[解説]

共通な∠C の対辺 AB と DA が対応している。残りの 2 組の辺のうち，長い方の BC と AC，短い方の AC と DC がそれぞれ対応している。

[問題](3 学期)

次の図で，△ADE∽△ABC であることを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△ADE と△ABC で，

仮定より，

AD : AB＝4 : 6＝2 : 3 ･･･①

AE : AC＝6 : 9＝2 : 3 ･･･②

①，②より，

AD : AB＝AE : AC ･･･③

共通な角だから，∠A＝∠A ･･･④

③，④から，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

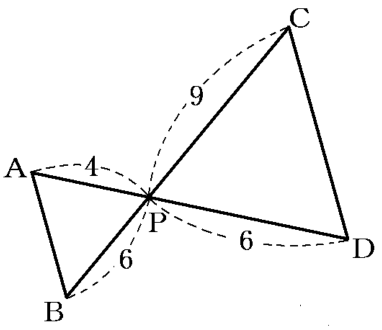
△ADE∽△ABC

[解説]

AD と AB，AE と AC がそれぞれ対応している。

[問題](後期中間)

次の図で AP＝4，BP＝6，CP＝9，DP＝6 のとき AB // CD であることを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△ABP と△DCP で，

仮定より，

AP：DP＝4：6＝2：3 ･･･①

BP：CP＝6：9＝2：3 ･･･②

①，②より，

AP：DP＝BP：CP ･･･③

対頂角は等しいので，

∠APB＝∠DPC ･･･④

③，④から，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

△ABP∽△DCP

相似な図形では，対応する角は等しいので，∠PAB＝∠PDC

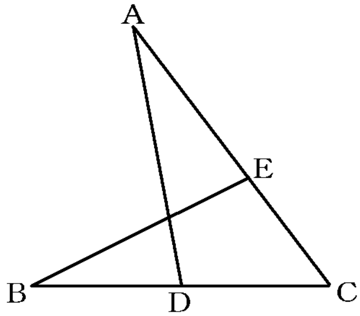
錯角が等しいので，AB // CD

【】2 組の角が等しい

[共通の角]

[問題](2 学期期末)

次の図で，∠CAD＝∠CBE であるとき，△ADC∽△BEC であることを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△ADC と△BEC で，

仮定より，

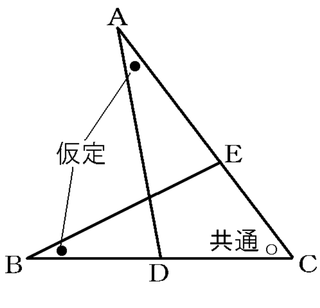
∠CAD＝∠CBE ･･･①

共通な角だから，∠C＝∠C ･･･②

①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので，

△ADC∽△BEC

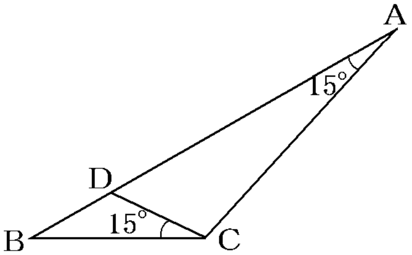
[解説]




三角形の相似の証明問題などで，もっともよく使われる相似条件が「2 組の角が，それぞれ等しい」である。与えられた条件から等しいことが分かる角を図に記入，また共通に使われている角があるときには，それにも印をつける。

[問題](2 学期期末)

相似な三角形の組をみつけ，それを証明せよ




[解答欄]

[解答]

△BCD と△BAC で，

仮定より，

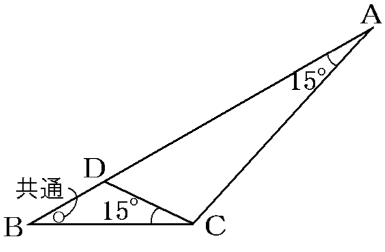
∠BCD＝∠BAC ・・・①

共通な角なので，∠B＝∠B ・・・②

①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので，

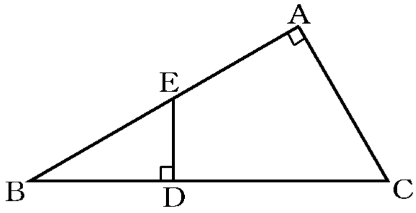
△BCD∽△BAC

[解説]



[問題](2 学期期末)

右の図で，∠BAC＝∠BDE＝90°である。このとき，△ABC∽△DBE であることを，次のように証明した。空欄にあてはまるものを入れよ。




[証明]

△ABC と△DBE で，

(　　　ア　　　)･･･①(仮定より)

(　　　イ　　　)･･･②(共通な角)

①，②から，(　　　ウ　　　)が，それぞれ等しいので，

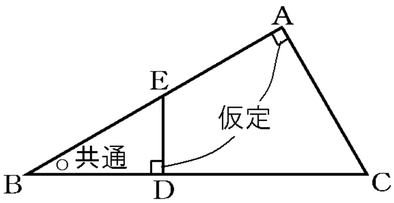
△ABC∽△DBE

[解答欄]

| ア | イ | ウ |
|---|---|---|

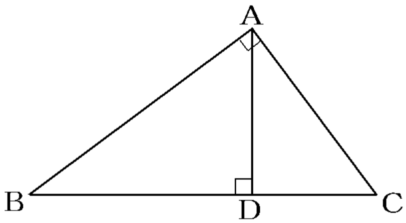
[解答]ア ∠BAC＝∠BDE　イ ∠B＝∠B　ウ 2 組の角

[解説]




[問題](2 学期期末)

右の図のように，∠A を直角とする直角三角形 ABC がある。頂点 A から辺 BC に垂線をひき，辺 BC との交点を D とするとき，△ABC∽△DBA であることを証明せよ。




[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答]

△ABC と△DBA で，

仮定より，

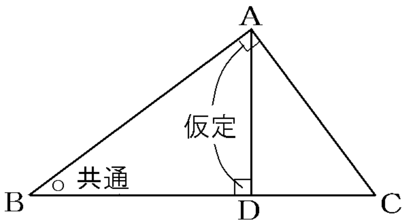
　　∠BAC＝∠BDA ･･･①

共通な角だから，∠B＝∠B ･･･②

①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので，

　　△ABC∽△DBA

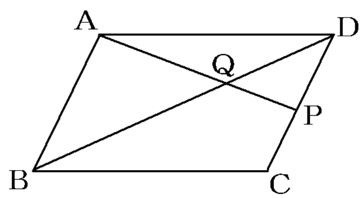
[解説]




[平行→錯角を利用]

[問題](後期中間)

　平行四辺形 ABCD の辺 CD の中点を P，対角線 BD と AP との交点を Q とするとき，△ABQ∽△PDQ であることを次のように証明した。ア～ウをうめて，証明を完成せよ。




(証明)

△ABQ と△PDQ で対頂角が等しいから，∠AQB＝(　ア　)･･･①

AB // DC より，錯角が等しいから∠QAB＝(　イ　)･･･②

①，②から，(　　ウ　　)ので，

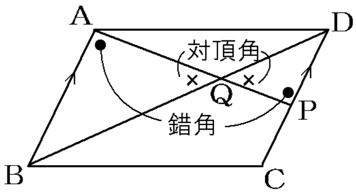
△ABQ∽△PDQ

[解答欄]

| | |
|---|---|
| ア | イ |
| ウ | |

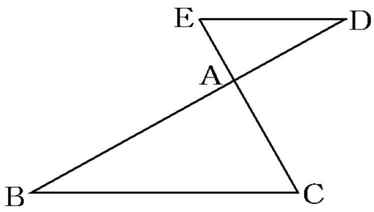
[解答]ア ∠PQD　イ ∠QPD　ウ 2 組の角が，それぞれ等しい

[解説]




[問題](2 学期期末)

右の図のように，△ABC の辺 BA，CA の延長線上に DE // BC となるように，点 D，E をとる。△ADE∽△ABC となることを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△ADE と△ABC で,

DE // BC より錯角が等しいので,

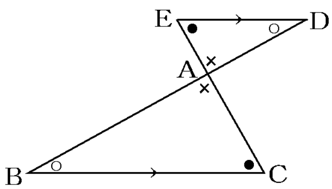
　　∠ADE＝∠ABC ･･･①

　　∠AED＝∠ACB ･･･②

①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので,

　　△ADE∽△ABC

※∠EAD＝∠CAB(対頂角は等しい)を使うこともできる。

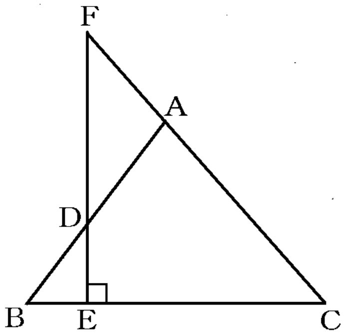


[二等辺三角形→底角を利用]

[問題](後期中間)

AB＝AC である二等辺三角形 ABC で，辺 AB 上の点 D から底辺 BC に，垂線 DE をひき，直線 DE と辺 CA の延長との交点を F とする。

このとき，△DBE∽△FCE であることを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△DBE と△FCE で，

仮定より，

∠BED＝90°，∠CEF＝90° なので，

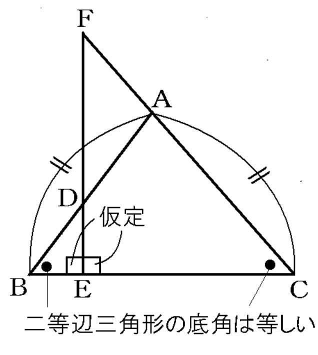
∠BED＝∠CEF ･･･①

仮定より，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので，

∠DBE＝∠FCE ･･･②

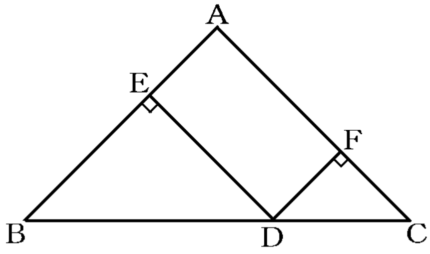
①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので，

△DBE∽△FCE



[問題](2 学期期末)

AB＝AC である二等辺三角形 ABC で, 底辺 BC 上の点 D から辺 AB，AC に，それぞれ垂線 DE, DF を引くとき, △EBD∽△FCD であることを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△EBD と△FCD で,

仮定より,

∠BED＝90°，∠CFD＝90° なので,

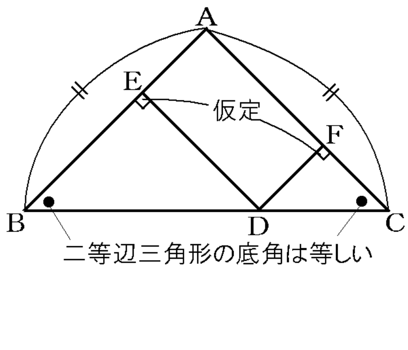
∠BED＝∠CFD ･･･①

仮定より, △ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので,

∠DBE＝∠DCF ･･･②

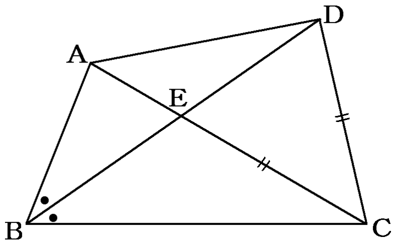
①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので,

△EBD∽△FCD



[問題](2 学期期末)

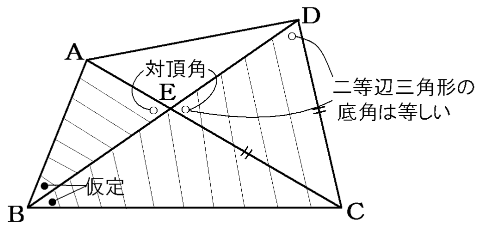
右の図の四角形 ABCD において，対角線 AC， BD の交点を E とする。∠ABE＝∠EBC，CD＝CE が成り立っているとき， △ABE∽△CBD であることを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△ABE と△CBD で，




仮定より，

∠ABE＝∠CBD･･･①

対頂角は等しいので，

∠AEB＝∠CED ･･･②

仮定より，CD＝CE なので，△CDE は二等辺三角形で，

∠CED＝∠CDB ･･･③

②，③より，∠AEB＝∠CDB ･･･④

①，④より，2 組の角が，それぞれ等しいので，

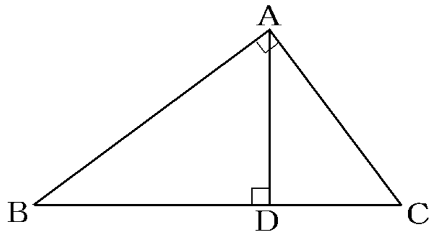
△ABE∽△CBD

【】直角三角形など

[直角三角形]

[問題](2 学期期末)

　右の図のように, ∠A を直角とする直角三角形 ABC がある。頂点 A から辺 BC に垂線をひき，辺 BC との交点を D とするとき, △ABD∽△CAD であることを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△ABD と△CAD で,

仮定より,

∠ADB＝90°，∠CDA＝90° なので,

∠ADB＝∠CDA･･･①

また,

∠ABD＋∠BAD＝180°－90°＝90°･･･②

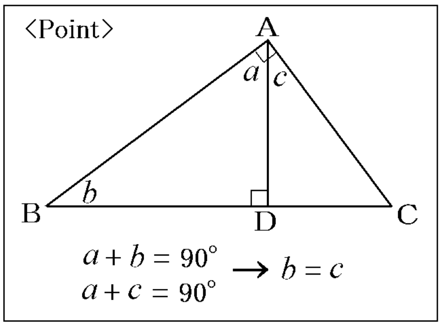
∠CAD＋∠BAD＝∠BAC＝90°･･･③

②，③より,

∠ABD＝∠CAD･･･④

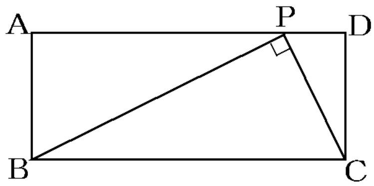
①，④より，2 組の角が，それぞれ等しいので,

△ABD∽△CAD



[問題](2 学期中間)

長方形 ABCD がある。辺 AD 上に∠BPC＝90°となるような点 P をとったとき,
△ABP∽△DPC となることを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△ABP と△DPC で,

仮定より,

∠BAP＝90°，∠PDC＝90°なので,

∠BAP＝∠PDC ･･･①

△ABP で,

∠ABP＋∠APB＝180°－90°＝90° ･･･②

APD は 1 直線上にあるので,

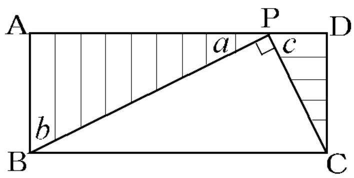
∠DPC＋∠APB＝180°－90°＝90° ･･･③

②，③より,

∠ABP＝∠DPC･･･④

①，④より，2 組の角が，それぞれ等しいので,

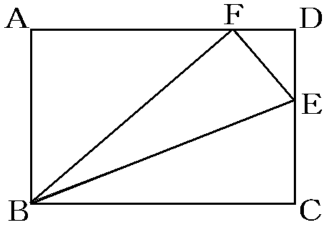
△ABP∽△DPC




$a+b=90°$
$a+c=90°$ → $b=c$

[問題](後期中間)

長方形ABCDのCD上にEをとり，BEを折り目にしてCがAD上にくるように折り返した。この点をFとするとき，△ABFと△DFEが相似になることを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△ABFと△DFEで,

仮定より,

∠BAF＝90°，∠FDE＝90° なので,

∠BAF＝∠FDE ･･･①

△ABFで,

∠ABF＋∠AFB＝180°－90°＝90° ･･･②

AFDは1直線上にあるので,

∠DFE＋∠AFB＝180°－∠BFE

BEを折り目にして折り返しているので,

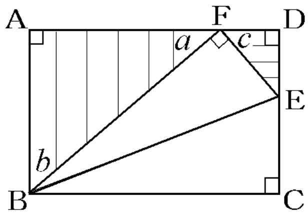
∠BFE＝∠BCE＝90°

よって，∠DFE＋∠AFB＝180°－∠BFE＝180°－90°＝90° ･･･③

②，③より，∠ABF＝∠DFE･･･④

①，④より，2組の角が，それぞれ等しいので,

△ABF∽△DFE



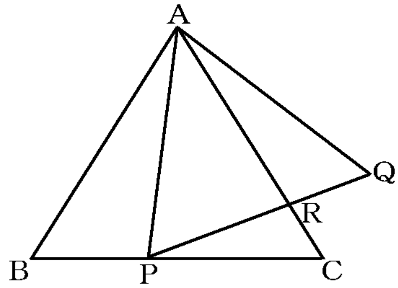

$a+b=90°$

$a+c=90°$ $\rightarrow$ $b=c$

[正三角形]

[問題](後期中間)

　右図のように正三角形ABC で，辺 BC 上に点 P をとり, AP を 1 辺とする正三角形APQ をつくる。AC と PQ の交点を R とすると，△ABP∽△AQR である。このことを証明せよ。




[解答欄]

[解答]

△ABP と△AQR で,

正三角形の内角はすべて 60°なので,

　　∠ABP＝60°，∠AQR＝60°

　　よって，∠ABP＝∠AQR ・・・①

また,

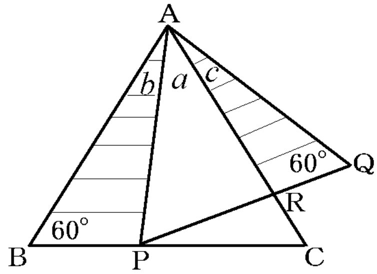
　　∠BAP＋∠PAC＝60° ・・・②

　　∠QAR＋∠PAC＝60° ・・・③

　　②，③より，∠BAP＝∠QAR ・・・④

①，④より，2 組の角が，それぞれ等しいので,

　　△ABP∽△AQR

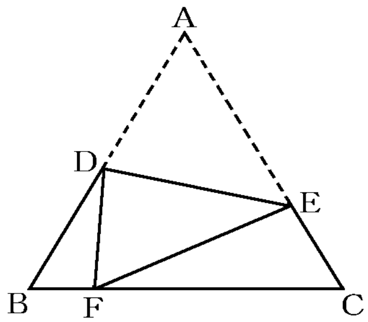



$a+b=60^\circ$
$a+c=60^\circ$ → $b=c$

[問題](2 学期期末)

　右の図のように，正三角形 ABC を辺 AB 上の点 D と辺 AC 上の点 E を結ぶ線分で折り曲げたところ，頂点 A が辺 BC 上の点 F と重なった。

このとき，△DBF∽△FCE であることを次のように証明した。文中のア～オの空欄をうめよ.




[証明]

△DBF と△FCE で,

仮定より，∠DBF＝∠(　ア　)＝60°・・・①

三角形の外角と内角の関係から,

∠DFC＝∠B＋∠(　イ　)＝60°＋∠(　イ　)

また，∠DFC＝∠(　ウ　)＋∠(　エ　)＝60°＋∠(　エ　)

よって，∠(　イ　)＝∠(　エ　)・・・②

①，②より，(　　　オ　　　)ので,

△DBF∽△FCE

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ア | イ | ウ |
| エ | オ | |

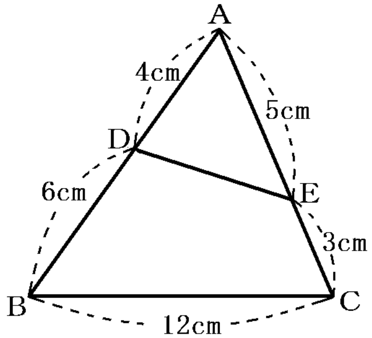
[解答]ア FCE　イ BDF　ウ DFE　エ CFE　オ 2 組の角が，それぞれ等しい

【】三角形の相似と長さ

[2 辺の比とその間の角]

[問題](3 学期)

　次の図の三角形において，DE の長さを求めよ。




[解答欄]

[解答]6cm

[解説]

△ADE と△ACB が相似であると見当をつけ，∠A をはさむ 2 組の辺(長い方の AE と AB，短い方の AD と AC)の比を計算する。

△ADE と△ACB で，

仮定より，

　　AD : AC＝4 : 8＝1 : 2

　　AE : AB＝5 : 10＝1 : 2

　　よって，AD : AC＝AE : AB …①

また，共通な角だから，∠A＝∠A …②

①，②より，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

　　△ADE∽△ACB

相似比は 1 : 2

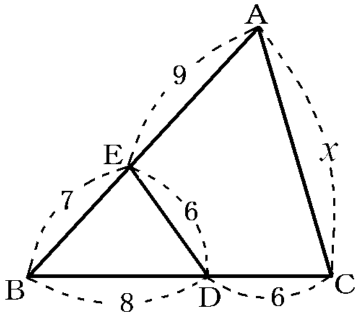
よって，DE : CB＝1 : 2，DE : 12＝1 : 2

比の外項の積 2 は内項の積に等しいので

2DE＝12，DE＝6(cm)

[問題](2 学期期末)

次の図で$x$の値を求めよ。




[解答欄]

[解答] $x=12$

[解説]

△BED と△BCA で,

仮定より,

BE : BC＝7 : 14＝1 : 2

BD : BA＝8 : 16＝1 : 2

よって，BE : BC＝BD : BA ･･･①

また，共通な角だから，∠B＝∠B ･･･②

①，②より，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので,

△BED∽△BCA

相似比は1 : 2

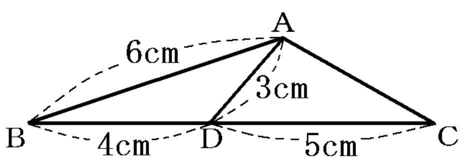
ゆえに DE : AC＝1 : 2，6 : $x$＝1 : 2

比の内項の積は，外項の積に等しいので,

$x\times1=6\times2$，$x=12$

[問題](2 学期期末)

右の図で，AB＝6cm，BD＝4cm，DC＝5cm，AD＝3cm のとき，AC の長さを求めよ。




[解答欄]

[解答] $\frac{9}{2}$ cm(4.5cm)

[解説]

△ABC と△DBA で,

AB：DB＝6：4＝3：2，CB：AB＝9：6＝3：2 なので，AB：DB＝CB：AB･･･①

共通な角だから，∠B＝∠B･･･②

①，②より，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

△ABC∽△DBA で，相似比は 3：2

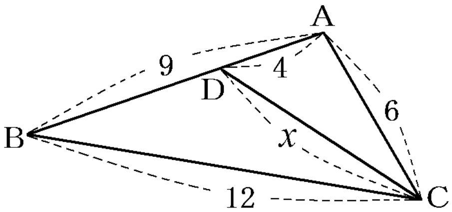
よって，AC：DA＝3：2，AC：3＝3：2

比の外項の積は，内項の積に等しいので，

AC×2＝3×3，よって AC＝3×3÷2＝$\frac{9}{2}$(cm)

[問題](3 学期)

次の図で，$x$ の値を求めよ。




[解答欄]

[解答] $x$ ＝8

[解説]

△ADC と△ACB で，

AD：AC＝4：6＝2：3，AC：AB＝6：9＝2：3 なので，AD：AC＝AC：AB･･･①

共通な角だから，∠A＝∠A･･･②

①，②より，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

△ADC∽△ACB

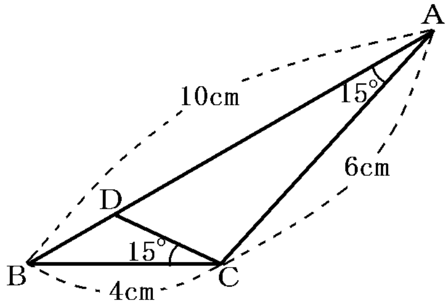
相似比は 2：3 なので，$x$ ：12＝2：3

比の外項の積は内項の積に等しいので，$x$ ×3＝12×2，$x$ ＝12×2÷3＝8

[2 組の角が等しい]

[問題](2 学期期末)

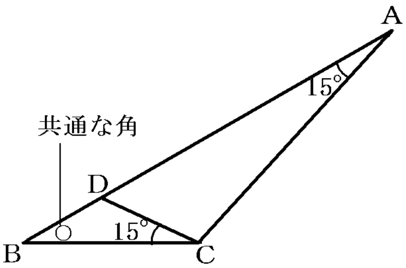
次の図において DA の長さを求めよ。




[解答欄]

[解答] $\dfrac{42}{5}$ cm(8.4cm)

[解説]




△BCD と△BAC で，∠BCD＝∠BAC･･･①

共通な角だから，∠B＝∠B･･･②

①，②より 2 組の角が，それぞれ等しいので，

△BCD∽△BAC

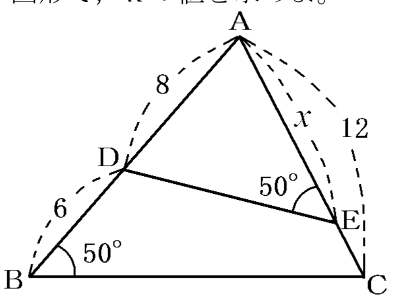
BD：BC＝BC：BA，BD：4＝4：10，BD：4＝2：5

比の外項の積は，内項の積に等しいので

BD×5＝4×2，5BD＝8，BD＝$\dfrac{8}{5}$　よって，DA＝10$-\dfrac{8}{5}=\dfrac{42}{5}$ cm

[問題](2 学期期末)

次の図形で， $x$ の値を求めよ。



[解答欄]

[解答] $x=\dfrac{28}{3}$

[解説]

△ADE と△ACB で,

∠A は共通，∠AED＝∠ABC より 2 組の角がそれぞれ等しいので，△ADE∽△ACB

よって，AE：AB＝AD：AC，$x$：14＝8：12,

比の外項の積は，内項の積と等しいので,

$x\times12=14\times8$，12$x$＝14×8，$x=\dfrac{14\times8}{12}=\dfrac{28}{3}$

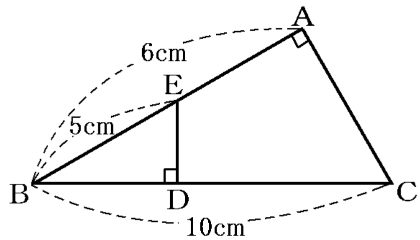
[直角三角形]

[問題](2 学期期末)

右の図で，∠BAC＝∠BDE＝90°である。

AB＝6cm，BC＝10cm，BE＝5cm のとき，

線分 DB の長さを求めよ。




[解答欄]

[解答]3cm

[解説]

△DBE と△ABC で,

∠B は共通，∠BDE＝∠BAC＝90°

2 組の角がそれぞれ等しいので,

△DBE∽△ABC

よって，DB：AB＝BE：BC

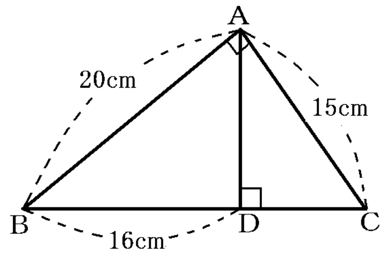
DB：6＝5：10

比の外項の積は内項の積と等しいので,

DB×10＝6×5，10DB＝30，DB＝3(cm)

[問題](3 学期)

右の図のような，∠A＝90°の△ABC において，A から辺 BC に垂線 AD をひく。このとき，AD の長さを求めよ。




[解答欄]

| |
|---|
| |

[解答]12cm

[解説]

△ABC と△DBA で，

∠B は共通，∠BAC＝∠BDA＝90°

2 組の角がそれぞれ等しいので，△ABC∽△DBA

よって，AB：DB＝AC：DA，20：15＝16：DA

外項の積 DA×20 は，内項の積 15×16 に等しいので

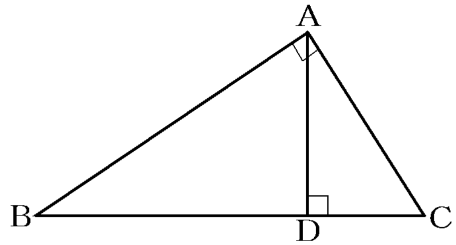
DA×20＝15×16，DA＝15×16÷20，AD＝12cm

[問題](3 学期)

右の図で，∠BAC＝∠ADC＝90°とする。次の各問いに答えよ。

(1) △ABC と相似な三角形をすべてあげよ。

(2) AB＝6cm，BC＝8cm として，BD の長さを求めよ。




[解答欄]

| (1) | (2) |
|---|---|

[解答](1) △DBA，△DAC (2) $\dfrac{9}{2}$cm

[解説]

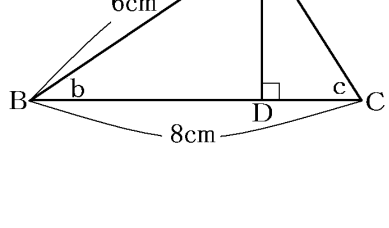
(1) 右図のように，∠B＝b，∠C＝c とすると，

∠B＋∠C＝90°なので b＋c＝90°

△ABD で∠ADB＝90°なので，

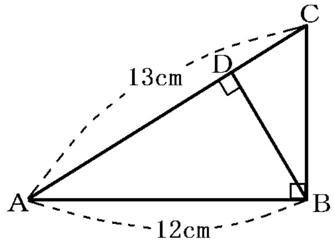
∠ABD＋∠BAD＝90°

よって，b＋∠BAD＝90°，∠BAD＝90°－b



ゆえに，∠BAD＝c
△ACD で同様にして，∠CAD＝b
△ABC と△DBA と△DAC は，それぞれ b と c を内角にもつので，2 角が等しく，互いに相似である。
⑵ ⑴より△ABC∽△DBA で，相似な図形の対応する辺の比は等しいので，
BC：AB＝AB：BD，8：6＝6：BD
比の外項の積は内項の積に等しいので，
8×BD＝6×6，BD＝6×6÷8＝$\dfrac{36}{8}=\dfrac{9}{2}$(cm)

[問題](2 学期期末)
　右の図は，AB＝12cm，AC＝13cm の直角三角形 ABC で，直角の頂点 B から斜辺 AC に垂線 BD をひいたものである。AD の長さを求めよ。




[解答欄]

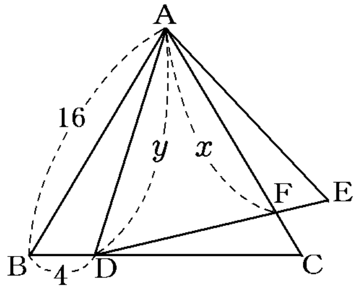
[解答]$\dfrac{144}{13}$cm
[解説]
△ABD と△ACB で，
∠ADB＝∠ABC＝90°，∠A は共通
2 角が等しいので△ABD∽△ACB
ゆえに AD：AB＝AB：AC，AD：12＝12：13
比の外項の積は，内項の積と等しいので
AD×13＝12×12　ゆえに AD＝$\dfrac{144}{13}$cm

[正三角形]

[問題](2 学期期末)

　次の図で，△ABC と△ADE は正三角形である。このとき，$x$，$y$ の長さを求めよ。

(ヒント：△ABD，△DCF，△AEF は相似である)



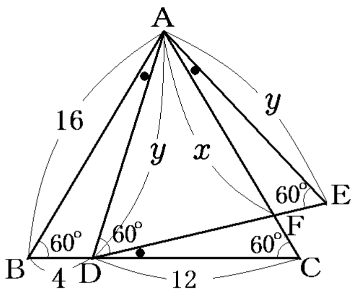

[解答欄]

| $x=$ | $y=$ |
|---|---|

[解答] $x=13$　$y=4\sqrt{13}$

[解説]

まず，右図で「●」印をつけた 3 つの角が等しいことに注目する。




△ABD の内角の和：60°＋∠ADB＋∠BAD＝180°

BDC は一直線：　60°＋∠ADB＋∠CDF＝180°

よって，∠BAD＝∠CDF

次に，

∠BAC＝60° なので，∠BAD＋∠DAC＝60°

∠DAE＝60° なので，∠EAF＋∠DAC＝60°

よって，∠BAD＝∠EAF

したがって，△ABD，△DCF，△AEF の三角形は対応する 2 角(図の「●」の角，60°)がそれぞれ等しいので，たがいに相似になる。

△ABD∽△DCF より，AB：DC＝BD：CF

AB＝16，DC＝BC－BD＝16－4＝12，BD＝4 なので，

16：12＝4：CF

比で，外項の積は内項の積に等しいので，

16×CF＝12×4，CF＝12×4÷16＝3

よって，$x$＝AC－CF＝16－3＝13

次に，$y$ を求めるために，△ABD∽△AEF に注目すると，

AB：AE＝AD：AF

$16 : y = y : x$

$x = 13$ なので，$16 : y = y : 13$

比の内項の積は外項の積に等しいので，

$y^2 = 16 \times 13$

よって，$y = \sqrt{16 \times 13} = 4\sqrt{13}$

[印刷／他のPDFファイルについて]

※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

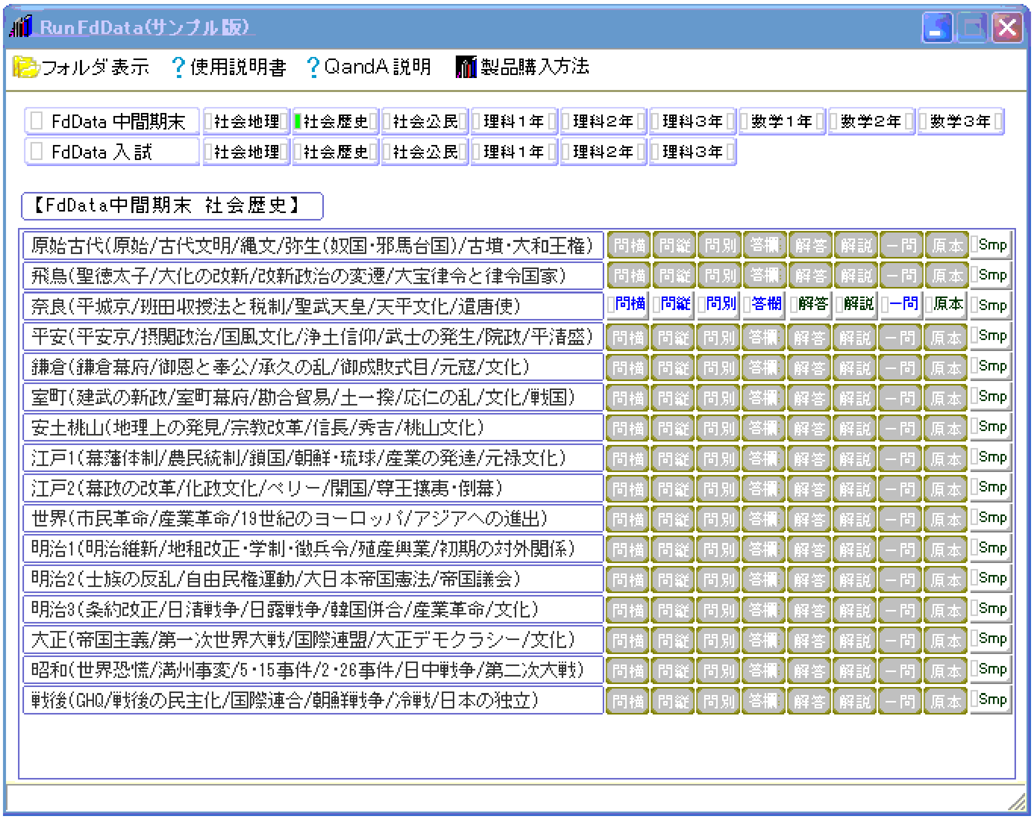
※FdData中間期末(社会･理科･数学)全分野のPDFファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば， FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1800 ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【 http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】

※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】




【Fd教材開発】(092) 404-2266
http://www.fdtext.com/dat/