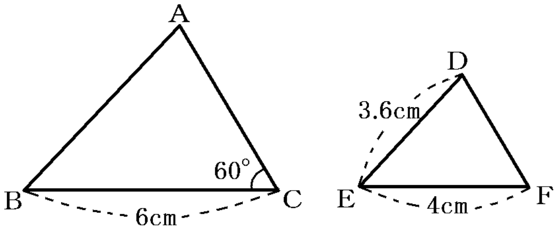
【】相似な図形

[問題](2 学期期末)

右の図で，△ABC∽△DEF である。

(1) ∠F の大きさを求めよ。

(2) 辺 AB の長さを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 60° (2) 5.4cm

[解説]

(1) 図より，A と D，B と E，C と F が対応している。ゆえに∠F＝∠C＝60°

(2) 辺の対応関係より，AB：DE＝BC：EF，AB：3.6＝6：4

比の外項の積は内項の積に等しいので，AB×4＝3.6×6，AB＝3.6×6÷4＝5.4cm

[問題](2 学期期末)

右の図で，△ABC と△DEF が相似であるとき，次の問いに答えなさい。

(1) 辺 AB に対応する辺はどれですか。

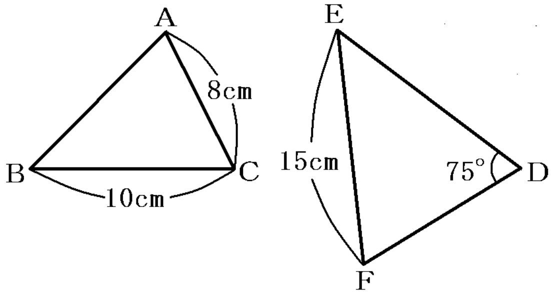
(2) ∠C に対応する角はどれですか。

(3) △ABC と△DEF が相似であることを記号を使って表しなさい。

(4) △ABC と△DEF の相似比を書きなさい。

(5) 辺 FD の長さを求めなさい。

(6) ∠A の大きさを求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) 辺 DE (2) ∠F (3) △ABC∽△DEF (4) 2：3 (5) 12cm (6) 75°

[解説]

(1)(2) 図から，∠A＝∠D，∠B＝∠E，∠C＝∠F と判断できるので A と D，B と E，C と F が対応している。また，「△ABC と△DEF」と三角形の表記もこの対応順になっている。したがって，辺 AB に対応するのは，辺 DE。∠C に対応するのは∠F。

(4) 相似比は長さの比。辺 BC と辺 EF が対応しているので，△ABC と△DEF の相似比は 10：15＝2：3

(5) 辺 FD と対応しているのは辺 CA。相似比が 2：3 なので，

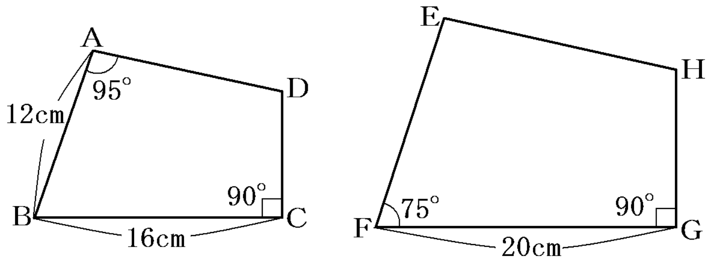
CA：FD＝2：3，8：FD＝2：3，比の内項の積は外項の積に等しいので，2×FD＝8×3

ゆえに FD＝8×3÷2＝12cm

(6) ∠A＝∠D＝75°

[問題](3 学期)

下の図の 2 つの四角形は相似である。次の問いに答えなさい。



(1) 次の角の大きさを求めなさい。

① ∠B　　　② ∠E

(2) 四角形 ABCD と四角形 EFGH の相似比を求めなさい。

(3) 辺 EF の長さを求めなきい。

[解答欄]

(1)①	②	(2)
(3)		

[解答](1)① 75°　② 95°　(2) 4：5　(3) 15cm

[解説]

(1) 相似な 2 つの図形の対応する角は等しいので，∠B＝∠F＝75°，∠E＝∠A＝95°

(2) 対応する辺の比をとる。BC：FG＝16：20＝4：5

(3) 相似な 2 つの図形の対応する辺の比は等しいので，

AB：EF＝BC：FG，12：EF＝16：20，12：EF＝4：5

比の内項の積は外項の積に等しいので，EF×4＝12×5，EF＝12×5÷4＝15cm

[問題](2 学期期末)

次の各組の図形は常に相似であるといえますか。いえる場合は○，いえない場合は×で答えなさい。

(1) 2 つの二等辺三角形　　(2) 2 つの正三角形

(3) 2 つの直角三角形　　(4) 2 つのひし形

(5) 2 つの正五角形

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) ×　(2) ○　(3) ×　④ ×　⑤ ○

[問題](3 学期)

次のア～カで，2 つの図形が常に相似であるものはどれか。記号で答えなさい。

ア　2 つの長方形　　イ　2 つの正三角形

ウ　2 つの正方形　　エ　2 つの直角二等辺三角形

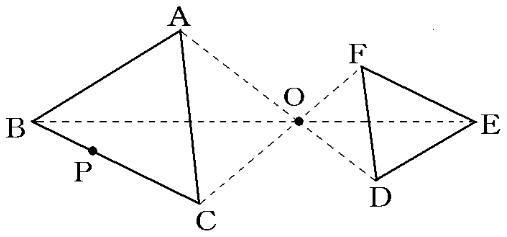
オ　2 つのひし形　　カ　2 つの直角三角形

[解答欄]

[解答]イ，ウ，エ

[問題](後期期末)

右の△DEF は，1 点 O を定めて，△ABC を$\dfrac{2}{3}$倍に縮小したものである。次の各問いに答えよ。



(1) 次の①，②に適する言葉を答えよ。

「△ABC と△DEF は(　①　)にあるといい，点 O を(　②　)という。」

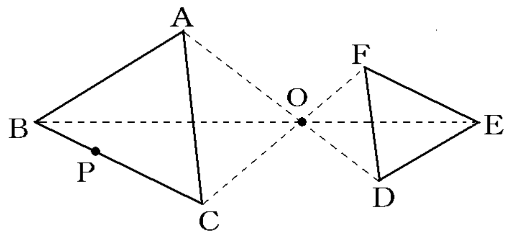
(2) 点 P に対応する点 P'を，解答の図にかきいれよ。

(3) AO : DO の値を求めよ。

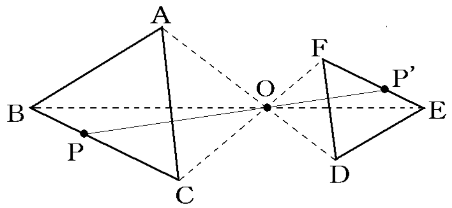
[解答欄]

(1)①	②	(3)

(2)



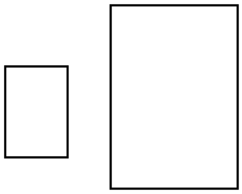
[解答](1)① 相似の位置　② 相似の中心　(2)



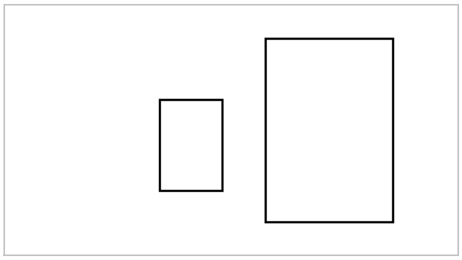
(3) 3：2

[問題](後期中間)

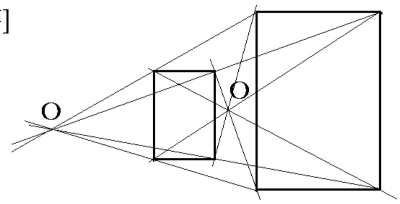
図の 2 つの長方形は相似の位置にある。相似の中心 O の位置を作図によってすべて求めよ。(点 O の記号は複数の点に使用してもよい。また作図のあとを残すこと)



[解答欄]

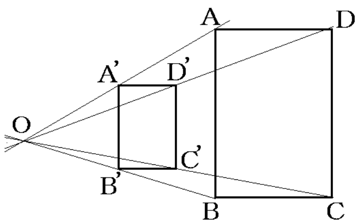


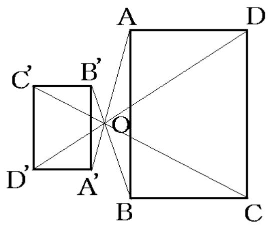
[解答]



[解説]

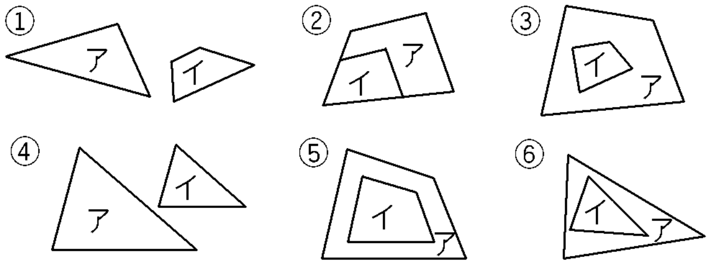
相似の位置にあるとき, 対応する点を結ぶ直線は 1 点(相似の中心)で交わる。この問題では, 次の 2 つの場合が考えられる。





[問題](後期中間)

次の①～⑥で，図形アと図形イはそれぞれ相似な図形である。これら相似な図形の中で，相似の位置にあるものには○を，相似の位置にないものには×をかけ。また，相似の位置にあるものには，相似の中心が図形のどこにあるかについても答えよ。(答え方：外部にあるときは「外部」，内部にあるときは「内部」，それ以外のところにあるときは，「頂点」や「辺上」など，簡潔に答えよ。)



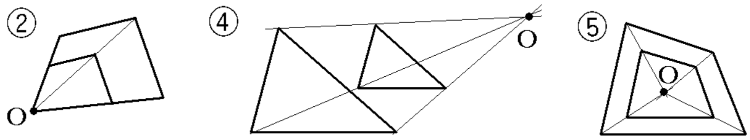
[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥

[解答]①　×　②　○，頂点　③　×　④　○，外部　⑤　○，内部　⑥　×

[解説]

相似の位置にあるのは②，④，⑤で，それぞれの相似の中心の位置Oは次の通りである。

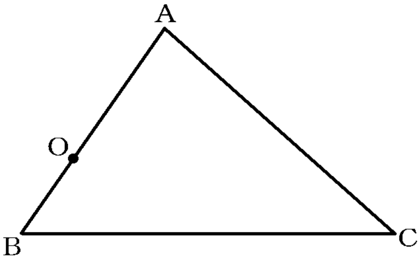


[問題](2 学期期末)

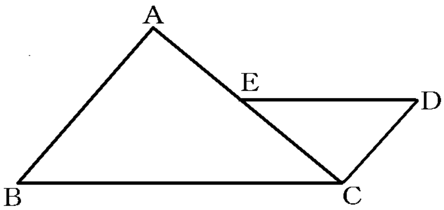
作図問題

※作図に利用したコンパスおよび定規の補助線が残ってないと，得点になりません。

(1) 点Oを相似の中心として△ABC に対する相似比が 2 : 1 である△A'B'C'を書きなさい。

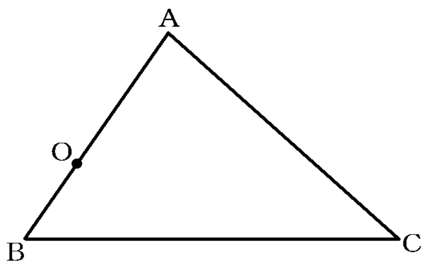


(2)　△ABC∽△CDE です。相似の中心 O を求めなさい。

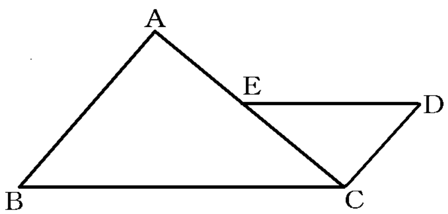


[解答欄]

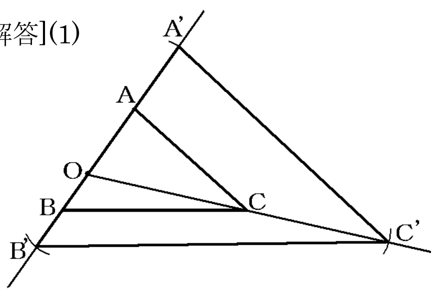
(1)



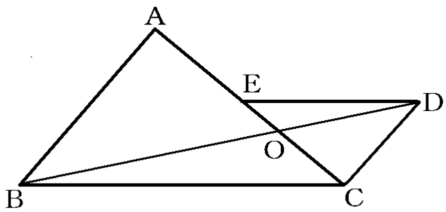
(2)



[解答](1)

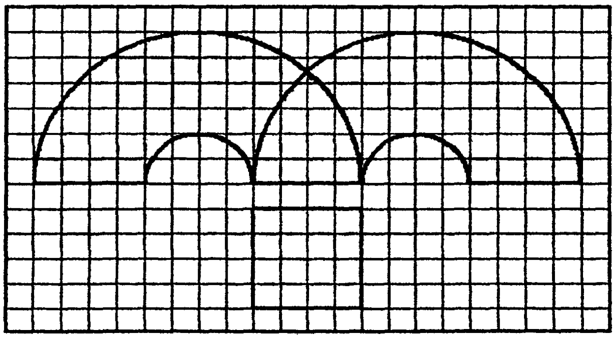


(2)

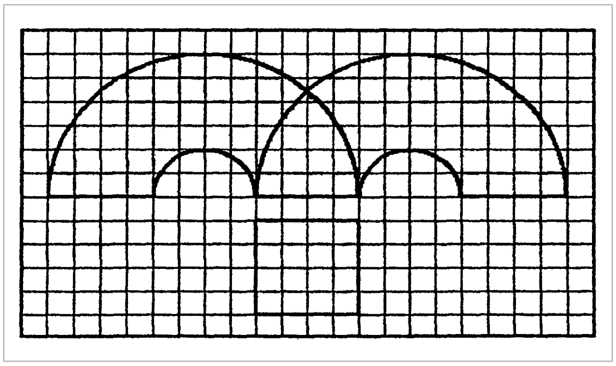


[問題](2 学期期末)

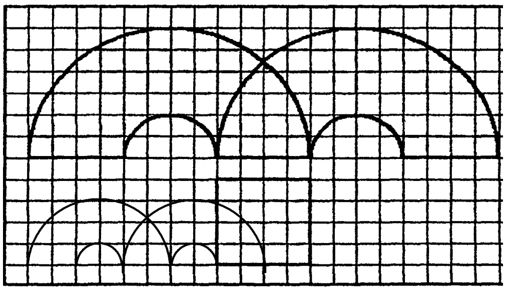
次の図の$\frac{1}{2}$倍の縮図をかきなさい。(定規とコンパスを使うこと)



[解答欄]



[解答]



【】三角形の相似条件

[問題](2 学期期末)

2 つの三角形は，次のどれか 1 つが成り立てば，相似である。

① (　　　　　)が等しい。

② (　　　　　)がそれぞれ等しい。

③ (　　　　　)がそれぞれ等しい。

[解答欄]

①	②
③	

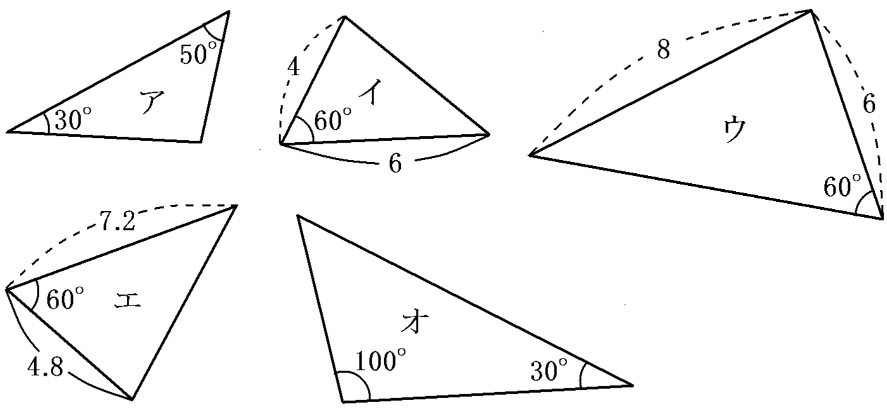
[解答]①3 組の辺の比　② 2 組の辺の比とそのはさむ角　③ 2 組の角

[解説]

この 3 つが三角形の相似条件。証明問題などでもっともよく使われるのは，「2 組の角がそれぞれ等しい。」

[問題](2 学期期末)

下の図から，相似な三角形の組をみつけ，そのとき使った相似条件をいいなさい。(2 組あります)



[解答欄]

[解答]アとオ：2 組の角がそれぞれ等しい，イとエ：2 組の辺の比が等しく，そのはさむ角がそれぞれ等しい

[解説]

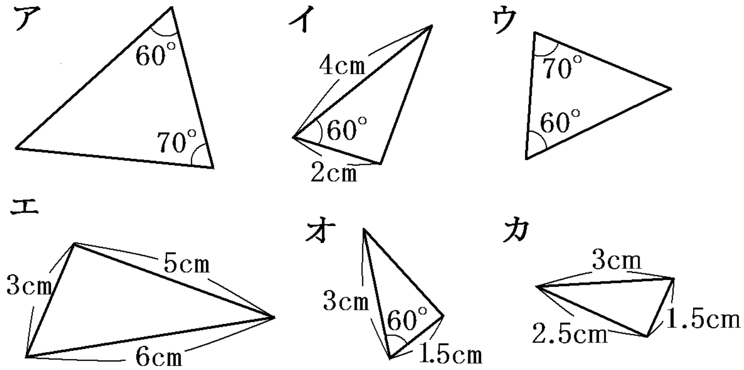
三角形の相似条件は，①3 組の辺の比が等しい，② 2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しい，③ 2 組の角がそれぞれ等しい の 3 つ。

オでは 100° と 30° が与えられているが，残りの角は，180° −(100° ＋30°)＝50° なので，アと 2 角が等しくなり，相似条件を満たす。

イとエは角が 60° で等しく，辺の比は 4：4.8＝40：48＝5：6，6：7.2＝60：72＝5：6 で，2 組の辺の比が等しくなるので相似条件を満たす。

[問題](3 学期)

下の図の中から相似な三角形の組を選び記号で答えなさい。また，そのときに用いた相似条件を答えなさい。



[解答欄]

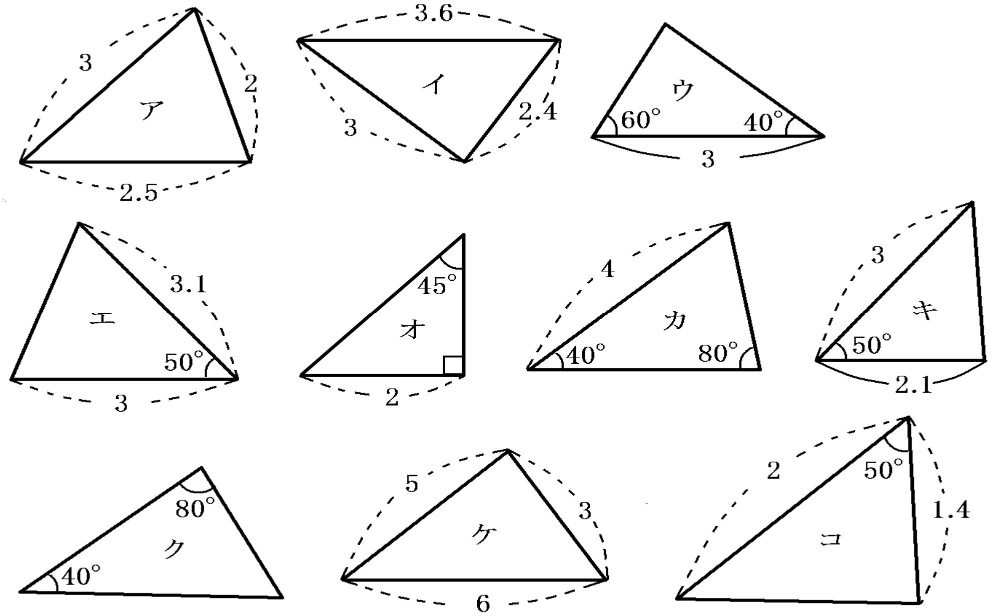
[解答]アとウ：2 組の角がそれぞれ等しい，イとオ：2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しい，エとカ：3 組の辺の比が等しい

[解説]

三角形の相似条件は，① 3 組の辺の比が等しい，② 2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しい，③ 2 組の角がそれぞれ等しい の 3 つ。

[問題](2 学期期末)

次の図の中から相似な三角形の組をすべて記号で選びなさい。また，その相似条件をいいなさい。



[解答欄]

[解答]ア，イ：3 組の辺の比が等しい　　ウ，カ，ク：2 組の角がそれぞれ等しい

キ，コ：2 組の辺が等しく，そのはさむ角が等しい

[解説]

三角形の相似条件は，①3 組の辺の比が等しい，② 2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しい，③ 2 組の角がそれぞれ等しい の 3 つ。

アとイは短い辺からアとイの比を調べると，2：2.4＝20：24＝5：6,

2.5：3＝25：30＝5：6，3：3.6＝30：36＝5：6 で 3 辺の比は 5：6 ですべて等しくなり相似条件を満たす。

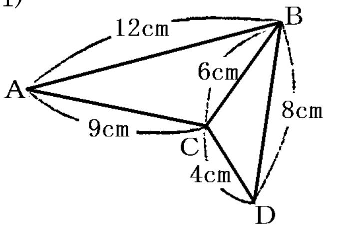
ウ, カ, クは残りの角を計算すると, ウ：180－(60＋40)＝80°，カ：180－(40＋80)＝60°，ク：180－(40＋80)＝60° ですべて，40° 60° 80° を内角とする三角形である。

キ，コは角 50° が等しく，辺の比は 1.4：2.1＝2：3，で，2 組の辺の比が等しくなるので相似条件を満たす。

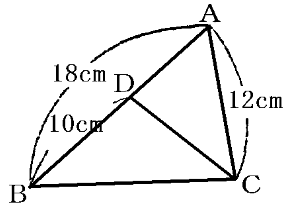
[問題](2 学期期末)

次の(1)～(3)の図の中から，それぞれ相似な三角形をすべて見つけ出しなさい。

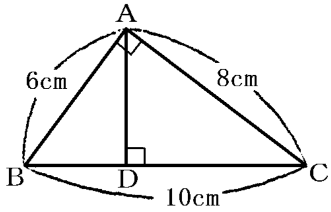
(1)



(2)



(3)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) △ABC と△BDC　(2) △ABC と△ACD　(3) △ABC と△DAC と△DBA

[解説]

(1) 左の三角形(△ABC)と右の三角形(△BDC)に注目する。

＊相似の証明・計算において重要なのは頂点の対応関係。見た目の角の大きさから 2 つの三角形の頂点の対応関係をつかむ。

左の三角形の頂点 A に対応するのは，右の三角形の B (一番小さい角)

左の B に対応するのは右の D (二番目に小さい角)

左の C に対応するのは右の C(一番大きい角)

この対応関係にしたがって△･･･を書く。A と B，B と D，C と C が対応するので

△ABC と△BDC と表記(この対応の順番が非常に重要)

次に，この問題の 2 つの三角形の対応する辺をしらべてみる。

△ABC の辺 AB に対応するのは，△BDC の辺 BD

＊AB は△ABC の前 2 つの文字，△BDC の前 2 つの文字は BD

△ABC の辺 AC に対応するのは，△BDC の辺 BC　(＊両端の文字)

△ABC の辺 BC に対応するのは，△BDC の辺 DC　(＊後の 2 文字)

△ABC と△BDC において

AB : BD＝12 : 8＝3 : 2

AC : BC＝9 : 6＝3 : 2

BC : DC＝6 : 4＝3 : 2

なので 3 組の辺の比が等しくなり，相似条件を満たす。

(2) △ABC と△ACD で，∠A は共通。AB : AC＝18 : 12＝3 : 2,

AC : AD＝12 : (18－10)＝12 : 8＝3 : 2　よって 2 組の辺が等しく，そのはさむ角が等し

いので相似条件を満たす。

(3) $\triangle$ABC と$\triangle$DAC と$\triangle$DBA で，$\angle$BAC＝$\angle$ADC＝$\angle$BDA＝90°,

$\angle$ABC＝$\angle$DBA，$\angle$DBA＝90°－$\angle$BAD＝$\angle$DAC なので,

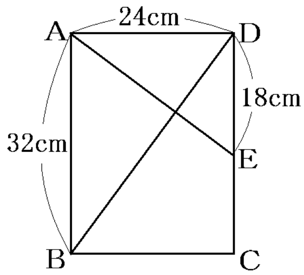
$\angle$ABC＝$\angle$DAC＝$\angle$DBA

よって 2 角が等しいので相似条件を満たす。

【】相似の証明①：2 辺の比とその間の角

[問題](後期中間)

右の図のように，長方形 ABCD の辺 CD 上に，DE＝18cm となる点 E をとる。このとき，△ABD∽△DAE であることを次のように証明した。ア，イ，ウにあてはまる語句や記号を答えよ。ただし，同じ記号の欄には同じものが入る。



(証明)

△ABD と△DAE で，

仮定より

AB：DA＝32：24＝(　　ア　　)

DA：ED＝24：18＝(　　ア　　)

よって，AB：DA＝DA：ED･･･①

また，四角形 ABCD は長方形だから，∠DAB＝(　　イ　　)＝90°･･･②

①，②から，(　　　ウ　　　)ので，

△ABD∽△DAE

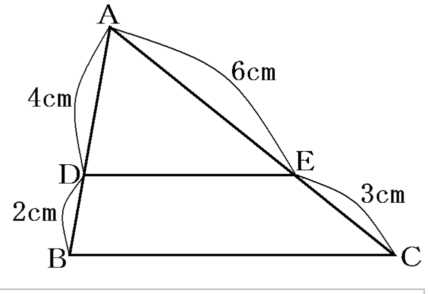
[解答欄]

ア	イ
ウ	

[解答]ア　4：3　イ　∠EDA　ウ　2 組の辺の比が等しく，そのはさむ角がそれぞれ等しい

[問題](3 学期)

右の図で，△ADE∽△ABC であることを証明しなさい。(ただし，仮定･結論は省略する)



[解答欄]

[解答]

△ADE と△ABC において，

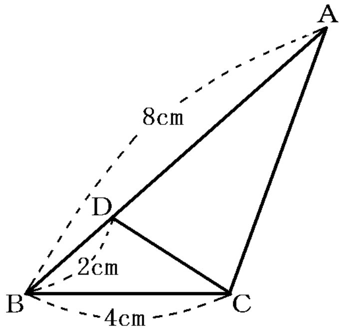
∠A は共通･･･①

AD : AB＝4 : 6＝2 : 3，AE : AC＝6 : 9＝2 : 3 なので，AD : AB＝AE : AC･･･②

①，②より 2 組の辺の比が等しく，そのはさむ角がそれぞれ等しいので，△ADE∽△ABC

[問題](3 学期)

次の図で，相似な三角形を記号∽を使って表しなさい。また，そのとき使った相似条件をいいなさい。



[解答欄]

[解答]△ABC∽△CBD，2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しい

[解説]

＊相似の証明・計算において重要なのは頂点の対応関係。見た目の角の大きさから 2 つの三角形の頂点の対応関係をつかむ。

△ABC･･･①と，△CBD･･･②で，①の A，②の C が対応（一番小さい角）

①の B，②の B が対応（共通の角） ①の C と②の D (一番大きい角)

△ABC と△CBD で，

∠B は共通。

AB : CB＝8 : 4＝2 : 1

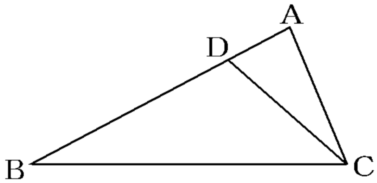
CB : DB＝4 : 2＝2 : 1

2 組の辺の比が等しく，そのはさむ角がそれぞれ等しいので，△ABC∽△CBD

[問題](入試問題)

　右の図は，AB＝2AC の三角形で，D は辺 AB を 4 等分する点のうち A にもっとも近い点である。このとき，△ABC と△ACD が相似であることを証明せよ。

(沖縄県)



[解答欄]

[解答]

AD＝a とおくと，仮定より AB＝4a

また，AB＝2AC なので，AC＝2a

△ABC と△ACD において，

∠A は共通･･･①

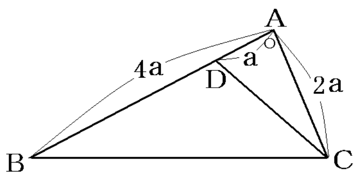
AB：AC＝4a：2a＝2：1

AC：AD＝2a：a＝2：1

よって，AB：AC＝AC：AD･･･②

①，②より，2 組の辺の比が等しく，そのはさむ角がそれぞれ等しいので，

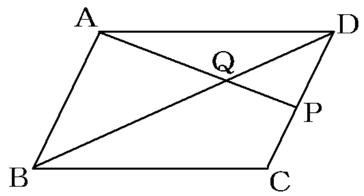
△ABC∽△ACD



【】相似の証明②：2 組の角が等しい

[問題](後期中間)

平行四辺形 ABCD の辺 CD の中点を P，対角線 BD と AP との交点を Q とするとき，△ABQ∽△PDQ であることを次のように証明した。ア～ウをうめて，証明を完成させなさい。



(証明)

△ABQ と△PDQ で対頂角が等しいから，∠AQB＝(　ア　)･･･①

AB // DC より，錯角が等しいから∠QAB＝(　イ　)･･･②

①，②から，(　　ウ　　)ので，

△ABQ∽△PDQ

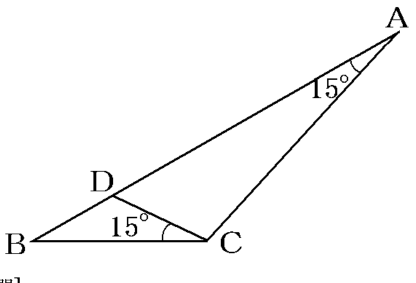
[解答欄]

ア	イ
ウ	

[解答]ア　∠PQD　イ　∠QPD　ウ　2 組の角がそれぞれ等しい

[問題](2 学期期末)

相似な三角形の組をみつけ，それを証明しなさい



[解答欄]

[解答]

△BCD と△BAC において

仮定より，∠BCD＝∠BAC･･･①

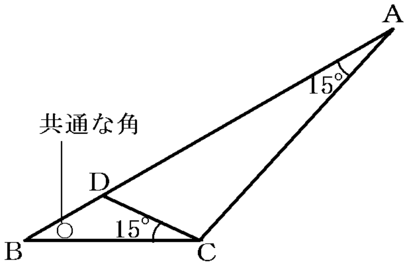
∠B は共通･･･②

①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので，

△BCD∽△BAC

＊三角形の相似の証明問題で，もっともよく使われる

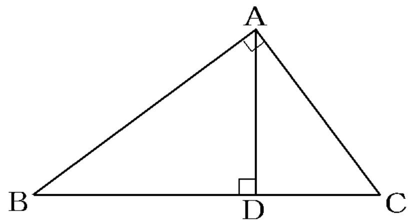
相似条件が「2 組の角がそれぞれ等しい」



与えられた条件から等しいことが分かる角を図に記入，また共通に使われている角があるときには，それにも印をつける。

[問題](2 学期期末)

右の図のように，∠A を直角とする直角三角形 ABC がある。頂点 A から辺 BC に垂線をひき，辺 BC との交点を D とするとき，△ABC∽△DBA であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

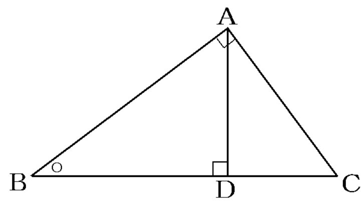
△ABC と△DBA において，

∠B は共通。

∠BAC＝∠BDA＝90°

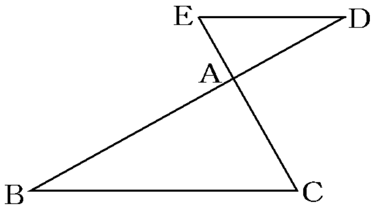
2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ABC∽△DBA



[問題](2 学期期末)

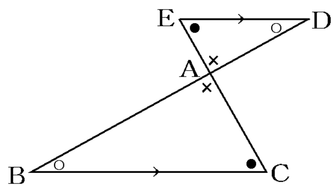
右の図のように，△ABC の辺 BA，CA の延長線上に DE // BC となるように，点 D，E をとる。
△ADE∽△ABC となることを証明しなさい。



[解答欄]

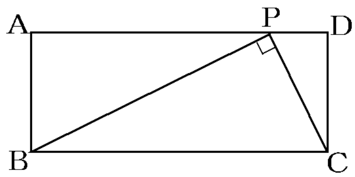
[解答]

△ADE と△ABC において，
DE // BC なので，
∠ADE＝∠ABC，∠AED＝∠ACB
2 組の角がそれぞれ等しいので，△ADE∽△ABC
※∠EAD＝∠CAB(対頂角は等しい)を使うこともできる。



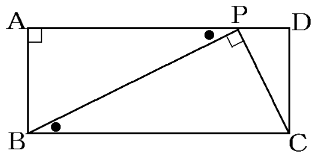
[問題](補充問題)

長方形 ABCD がある。辺 AD 上に∠BPC＝90° となるような点 P をとったとき，△ABP∽△PCB となることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]



△ABP と△PCB において，

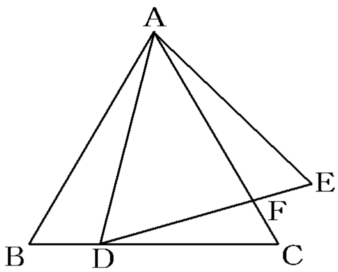
∠BAP＝∠CPB＝90°　･･･①

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので，

∠APB＝∠PBC･･･②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△ABP∽△PCB

[問題](入試問題)

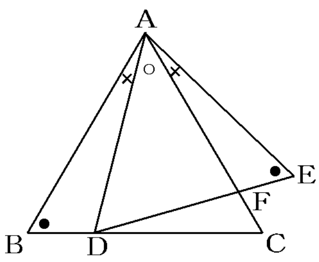


　右の図のように, 正三角形 ABC の辺 BC 上に点 D をとり，AD を 1 辺とする正三角形 ADE をつくり，AC と DE の交点を F とする。このとき，△ABD∽△AEF であることを証明せよ。

(和歌山県)

[解答欄]

[解答]



△ABD と△AEF において，

仮定より，∠ABD＝60° ∠AEF＝60° なので，

∠ABD＝∠AEF･･･①

∠BAD＝∠BAC－∠DAF＝60° －∠DAF

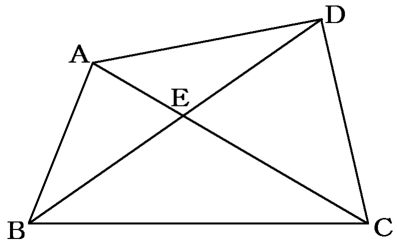
∠EAF＝∠EAD－∠DAF＝60° －∠DAF

よって，∠BAD＝∠EAF･･･②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△ABD∽△AEF

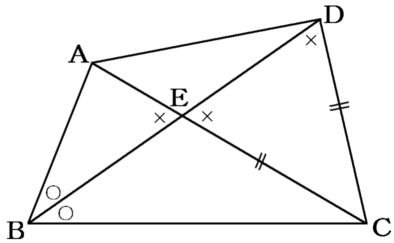
[問題](2 学期期末)

右の図の四角形 ABCD において，対角線 AC，BD の交点を E とする。∠ABE＝∠EBC，CD＝CE が成り立っているとき，△ABE∽△CBD であることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]



△ABE と△CBD において

仮定より，∠ABE＝∠CBD・・・①

対頂角は等しいので，∠AEB＝∠CED

仮定より，CD＝CE なので，△CDE は二等辺三角形で

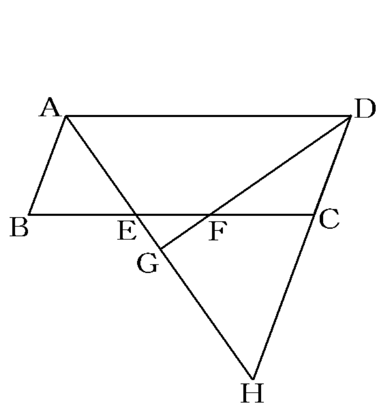
∠CED＝∠CDE

よって，∠AEB＝∠CDE＝∠CDB で，∠AEB＝∠CDB・・・②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△ABE∽△CBD

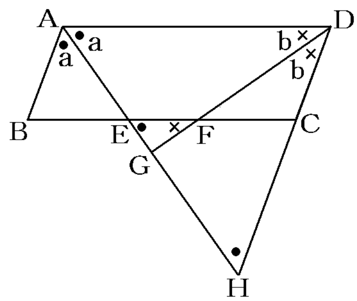
[問題](入試問題)

右の図のような平行四辺形 ABCD がある。∠A の二等分線と辺 BC との交点を E, ∠D の二等分線と辺 BC との交点を F, ∠A の二等分線と∠D の二等分線との交点を G とする。また，DC の延長と∠A の二等分線との交点を H とする。このとき，△GFE∽△GDH であることを証明しなさい。(茨城県)



[解答欄]

[解答]



△GFE と△GDH において,

∠DAE＝a，∠ADF＝b とおく。

AD // BC で，平行線の同位角は等しいので,

∠FEG＝∠DAE＝a･･･①

AE は∠A の二等分線なので，∠BAE＝∠DAE＝a

AB // DH で，平行線の錯角は等しいので,

∠DHG＝∠BAE＝a･･･②

①，②より，∠FEG＝∠DHG･･･③

次に，DF は∠D の二等分線なので，∠HDG＝∠ADF＝b･･･④

AD // BC で，平行線の同位角は等しいので，∠EFG＝∠ADF＝b･･･⑤

④，⑤より，∠EFG＝∠HDG･･･⑥

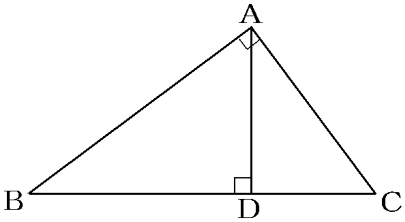
③，⑥より，2 組の角がそれぞれ等しいので,

△GFE∽△GDH

【】相似の証明③：直角三角形など

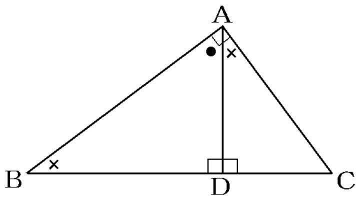
[問題](補充問題)

右の図のように，∠A を直角とする直角三角形 ABC かある。頂点 A から辺 BC に垂線をひき，辺 BC との交点を D とするとき，△ABD∽△CAD であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]



△ABD と△CAD において，

∠ADB＝∠CDA＝90°・・・①

∠ABD＋∠BAD＝180°－90°＝90°・・・②

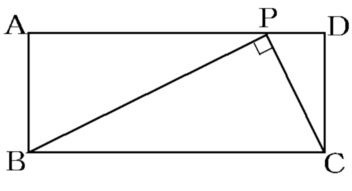
∠CAD＋∠BAD＝∠BAC＝90°・・・③

②，③より，∠ABD＝∠CAD・・・④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△ABD∽△CAD

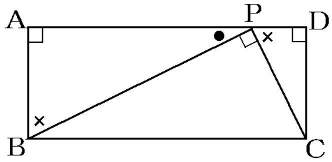
[問題](2 学期中間)

長方形 ABCD がある。辺 AD 上に∠BPC＝90° となるような点 P をとったとき，△ABP∽△DPC となることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]



△ABP と△DPC において，

∠BAP＝∠PDC＝90° ･･･①

△ABP で，∠ABP＋∠APB＝180° −90° ＝90° ･･･②

APD は 1 直線上にあるので，

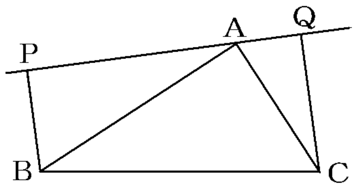
∠DPC＋∠APB＝180° −90° ＝90° ･･･③

②，③より，∠ABP＝∠DPC･･･④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ABP∽△DPC

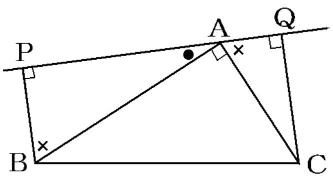
[問題](補充問題)



∠A が直角の直角三角形 ABC の頂点 A を通る直線に B，C からそれぞれ垂線 BP，CQ をひく。このとき，△ABP と△CAQ が相似になることを証明せよ。

[解答欄]

[解答]



△ABP と△CAQ において，

仮定より，∠APB＝∠CQA＝90° ･･･①

△ABP で，∠ABP＋∠BAP＝180° −90° ＝90° ･･･②

PAQ は 1 直線上にあるので，

∠CAQ＋∠BAP＝180° −90° ＝90° ･･･③

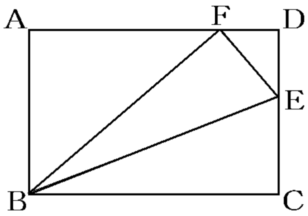
②，③より，∠ABP＝∠CAQ･･･④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ABP∽△CAQ

[問題](補充問題)

　長方形 ABCD の CD 上に E をとり，BE を折り目にして C が AD 上にくるように折り返した。この点を F とするとき，△ABF と△DFE が相似になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABF と△DFE において，

∠BAF＝∠FDE＝90° ･･･①

△ABF で，∠ABF＋∠AFB＝180° −90° ＝90° ･･･②

AFD は 1 直線上にあるので，

∠DFE＋∠AFB＝180° −∠BFE

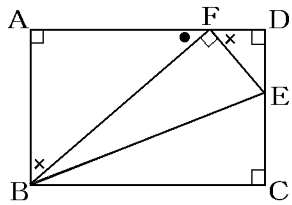
BE を折り目にして折り返しているので，∠BFE＝∠BCE＝90°

よって，∠DFE＋∠AFB＝180° −∠BFE＝180° −90° ＝90° ･･･③

②，③より，∠ABF＝∠DFE･･･④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

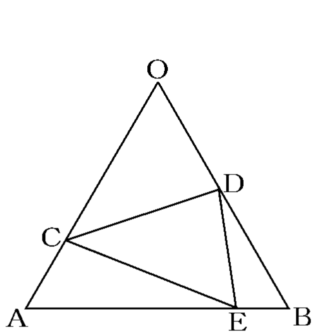
△ABF∽△DFE



[問題](入試問題)

　右の図のような正三角形 OAB において，辺 OA 上に点 C，辺 OB 上に点 D をとる。線分 CD を折り目として△OCD を折り返すと，頂点 O は辺 AB 上の点 E と重なる。このとき，△AEC∽△BDE であることを証明せよ。

(沖縄県改)



[解答欄]

[解答]

△AEC と△BDE において,

△OAB は正三角形なので，∠CAE＝60°　∠EBD＝60°

よって，∠CAE＝∠EBD･･･①

△CED は△COD を折り返したものなので,

∠CED＝∠COD＝60°

△BDE で，2 つの内角の和は他の頂点の外角に等しいので,

∠DBE＋∠BDE＝∠AED で，∠DBE＝60°なので,

60°＋∠BDE＝∠AED･･･②

∠AED＝∠AEC＋∠CED で，∠CED＝60°なので,

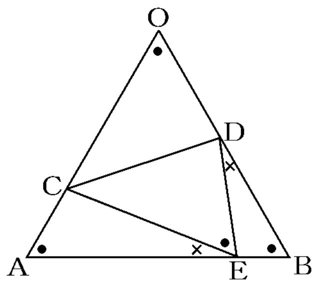
∠AED＝∠AEC＋60°･･･③

②，③より，60°＋∠BDE＝∠AEC＋60°

したがって，∠AEC＝∠BDE･･･④

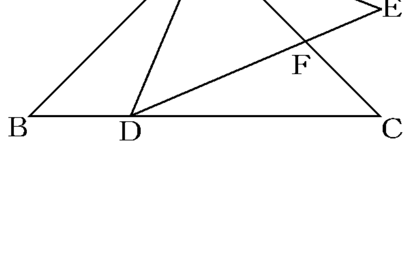
①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので,

△AEC∽△BDE



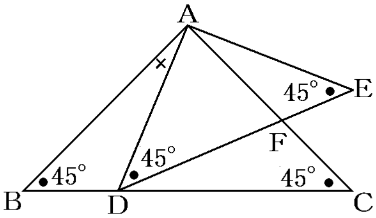
[問題](入試問題)

　右の図のように, AB＝AC の直角二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に点 D をとり, AD＝AE となる直角三等辺三角形 ADE をつくる。また，線分 AC と線分 DE の交点を F とする。このとき，△ABD∽△DCF であることを証明しなさい。(三重県)



[解答欄]

[解答]



△ABC，△ADE はともに直角二等辺三角形なので，

∠ABC＝∠ACB＝∠ADE＝∠AED＝45°・・・①

△ABD と△DCF において，

①より，∠ABD＝∠DCF・・・②

△ABD で，2 つの内角の和は他の頂点の外角に等しいので，∠BAD＋∠ABD＝∠ADC，∠BAD＋45°＝∠ADC・・・③

∠ADC＝∠CDF＋∠ADE，∠ADC＝∠CDF＋45°・・・④

③，④より，∠BAD＋45°＝∠CDF＋45°

よって，∠BAD＝∠CDF・・・⑤

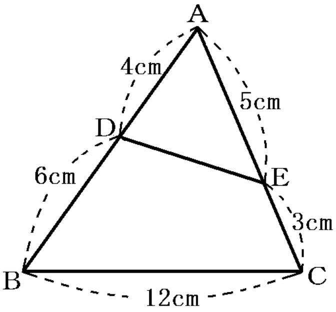
②，⑤より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ABD∽△DCF

【】三角形の相似と長さ①

[問題](3 学期)

図の三角形において，DE の長さを求めなさい。



[解答欄]

[解答]6cm

[解説]

△ADE と△ACB において，

AD：AC＝4：8＝1：2

AE：AB＝5：10＝1：2

∠A は共通

2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しいので，△ADE∽△ACB

相似比は 1：2

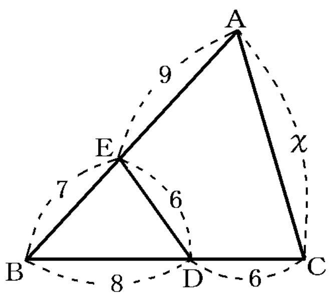
ゆえに DE：CB＝1：2，DE：12＝1：2

外項の積 DE×2 は，内項の積 12×1 に等しいので

2DE＝12　ゆえに DE＝6cm

[問題](2 学期期末)

下の図で x の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答] $x=12$

[解説]

△BED と△BCA において,

∠B は共通，BE : BC＝7 : 14＝1 : 2，BD : BA＝8 : 16＝1 : 2

2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しいので，△BED∽△BCA

また，相似比は1 : 2

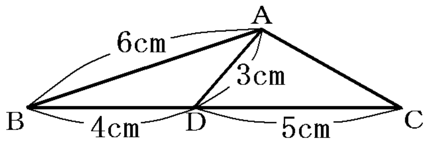
ゆえに DE : AC＝1 : 2，6 : x ＝1 : 2

内項の積 x ×1 は，外項の積 6×2 に等しいので

x ＝6×2　ゆえに x ＝12

[問題](2 学期期末)

右の図で，AB＝6cm，BD＝4cm，DC＝5cm，AD＝3cm のとき，AC の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]AC＝$\frac{9}{2}$cm

[解説]

△ABC と△DBA において,

AB : DB＝6 : 4＝3 : 2，CB : AB＝9 : 6＝3 : 2

∠B は共通

2 組の辺の比とそのはさむ角がそれぞれ等しいので,

△ABC∽△DBA で，相似比は 3 : 2

ゆえに，AC : DA＝3 : 2，AC : 3＝3 : 2

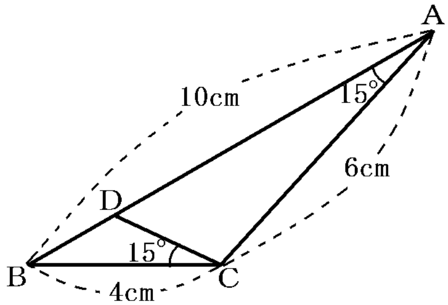
外項の積 AC×2 は，内項の積 3×3 に等しいので,

2AC＝3×3，よって AC＝3×3÷2＝$\frac{9}{2}$cm

【】三角形の相似と長さ②

[問題](2 学期期末)

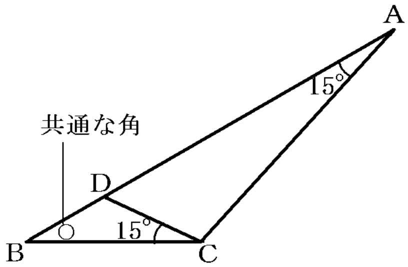
次の図において DA の長さを求めなさい。



[解答欄]

[解答] $\frac{42}{5}$ cm

[解説]



△BCD と△BAC において，∠BCD＝∠BAC･･･①

∠B は共通･･･②

①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので，

△BCD∽△BAC

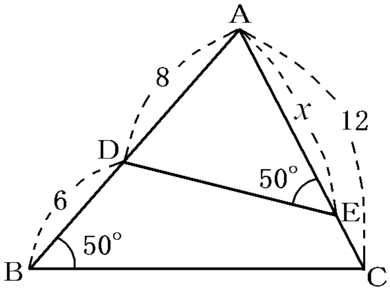
BD：BC＝BC：BA，BD：4＝4：10，BD：4＝2：5

外項の積 BD×5 は，内項の積 4×2 に等しいので

5BD＝8　BD＝8÷5＝$\frac{8}{5}$　ゆえに DA＝$10-\frac{8}{5}=\frac{42}{5}$ cm

[問題](2 学期期末)

次の図形で，x の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答] $x=\dfrac{28}{3}$

[解説]

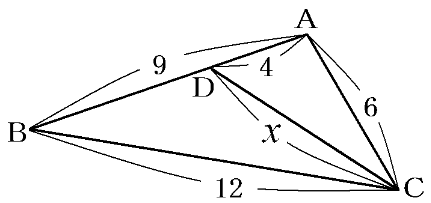
△ADE と△ACB において

∠A は共通，∠AED＝∠ABC より 2 組の角がそれぞれ等しいので，△ADE∽△ACB

ゆえに AE : AB＝AD : AC，x : 14＝8 : 12，外項の積 x ×12 は，内項の積 14×8 と等しいので，12 x ＝14×8　ゆえに，$x=\dfrac{14\times8}{12}=\dfrac{28}{3}$

[問題](3 学期)

下の図で，x の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答] x ＝8

[解説]

△ADC と△ACB において，

∠A は共通･･･①

AD : AC＝4 : 6＝2 : 3，AC : AB＝6 : 9＝2 : 3 なので，AD : AC＝AC : AB･･･②

①，②より 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，

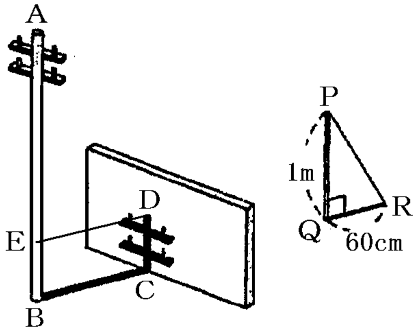
△ADC∽△ACB

相似比は 2 : 3 なので，x : 12＝2 : 3

外項の積は内項の積に等しいので，x ×3＝12×2，x ＝12×2÷3＝8

[問題](2 学期期末)

右の図のように, 1m の棒の影の長さが 60cm である。BC＝4.8m，CD＝1.5m のとき，この電柱の高さを求めなさい。



[解答欄]

[解答]9.5m

[解説]

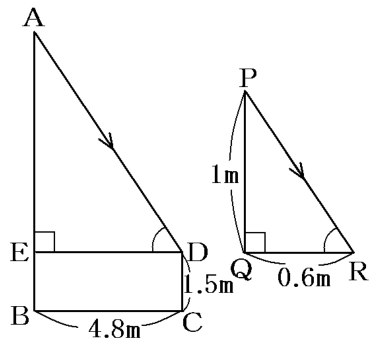
AB 上に点 E をとり，ED // BC となるようにする。

△AED と△PQR において,

∠AED＝∠PQR＝90°，∠ADE＝∠PRQ

2 組の角がそれぞれ等しいので，△AED∽△PQR

AE：PQ＝DE：RQ，AE：1＝4.8：0.6



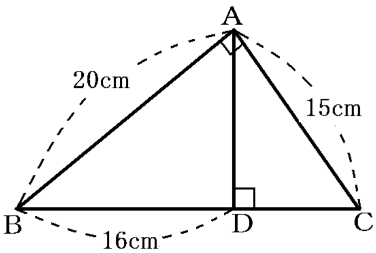
外項の積 AE×0.6 は，内項の積 1×4.8 と等しいので,

AE×0.6＝4.8

ゆえに AE＝4.8÷0.6＝8　よって AB＝AE＋EB＝8＋1.5＝9.5m

[問題](3 学期)

右の図のような，∠A＝90° の△ABC において，A から辺 BC に垂線 AD をひく。このとき，AD の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]AD＝12cm

[解説]

△ABC と△DBA において,

∠BAC＝∠BDA＝90°，∠B は共通

2 組の角がそれぞれ等しいので，△ABC∽△DBA

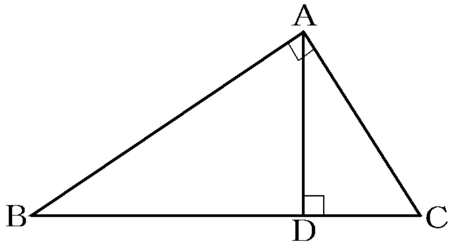
ゆえに AB：DB＝AC：DA，20：15＝16：DA

外項の積 DA×20 は，内項の積 15×16 に等しいので

DA×20＝15×16，DA＝15×16÷20　ゆえに AD＝12 cm

[問題](3 学期)

右の図で，∠BAC＝∠ADC＝90°とする。次の問いに答えなさい。



(1)　△ABC と相似な三角形をすべていいなさい。

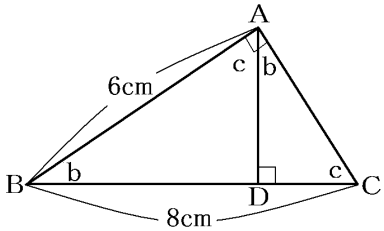
(2)　AB＝6cm，BC＝8cm として，BD の長さを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) △DBA，△DAC　(2) $\dfrac{9}{2}$ cm

[解説]



(1) 右図のように，∠B＝b，∠C＝c とすると，

∠B＋∠C＝90°なので b＋c＝90°

△ABD で∠ADB＝90°なので，∠ABD＋∠BAD＝90°

よって，b＋∠BAD＝90°，∠BAD＝90°－b

ゆえに，∠BAD＝c

△ACD で同様にして，∠CAD＝b

△ABC と△DBA と△DAC は，それぞれ b と c を内角にもつので，2 角が等しく，互いに相似である。

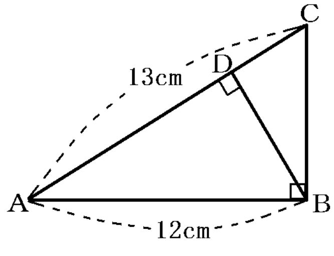
(2) (1)より△ABC∽△DBA で，相似な図形の対応する辺の比は等しいので，

BC : AB＝AB : BD，8 : 6＝6 : BD

外項の積は内項の積に等しいので，8×BD＝6×6，BD＝6×6÷8＝$\dfrac{36}{8}=\dfrac{9}{2}$ cm

[問題](2 学期期末)

右の図は，AB＝12cm，AC＝13cm の直角三角形 ABC で，直角の頂点 B から斜辺 AC に垂線 BD をひいたものである。AD の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答] $\dfrac{144}{13}$ cm

[解説]

△ABD と△ACB において

∠ADB＝∠ABC＝90°，∠A は共通

2 角が等しいので△ABD∽△ACB

ゆえに AD：AB＝AB：AC，AD：12＝12：13

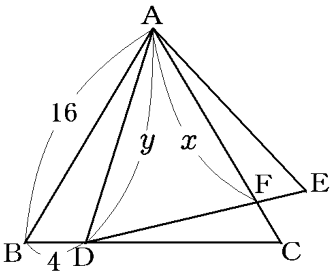
外項の積 AD×13 は，内項の積 12×12 と等しいので

AD×13＝12×12　ゆえに AD＝$\dfrac{144}{13}$ cm

[問題](2 学期期末)

次の図で，△ABC と△ADE は正三角形である。このとき，x，y の長さを求めよ。

(ヒント：△ABD，△DCF，△AEF は相似である)



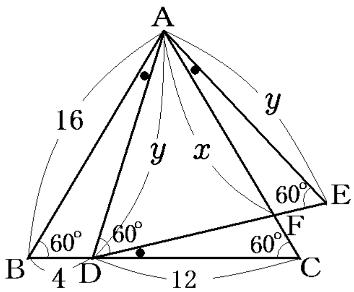
[解答欄]

$x=$	$y=$

[解答] $x=13$　$y=4\sqrt{13}$

[解説]

まず，右図で「●」印をつけた 3 つの角が等しいことに注目する。



△ABD の内角の和：60° ＋∠ADB＋∠BAD＝180°

BDC は一直線：　　60° ＋∠ADB＋∠CDF＝180°

よって，∠BAD＝∠CDF

次に，

∠BAC＝60°なので，∠BAD＋∠DAC＝60°

∠DAE＝60°なので，∠EAF＋∠DAC＝60°

よって，∠BAD＝∠EAF

したがって，△ABD，△DCF，△AEF の三角形は対応する 2 角(図の「●」の角，60°)がそれぞれ等しいので，たがいに相似になる。

△ABD∽△DCF より，AB：DC＝BD：CF

AB＝16，DC＝BC－BD＝16－4＝12，BD＝4 なので,

16：12＝4：CF

比で，外項の積は内項の積に等しいので,

16×CF＝12×4，CF＝12×4÷16＝3

よって，x＝AC－CF＝16－3＝13

次に，y を求めるために，△ABD∽△AEF に注目すると,

AB：AE＝AD：AF

16：y＝y：x

$x=13$ なので，16：y＝y：13

比で，内項の積は外項の積に等しいので,

y^2＝16×13

よって，$y=\sqrt{16\times13}=4\sqrt{13}$

[印刷／他のPDFファイルについて]

※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

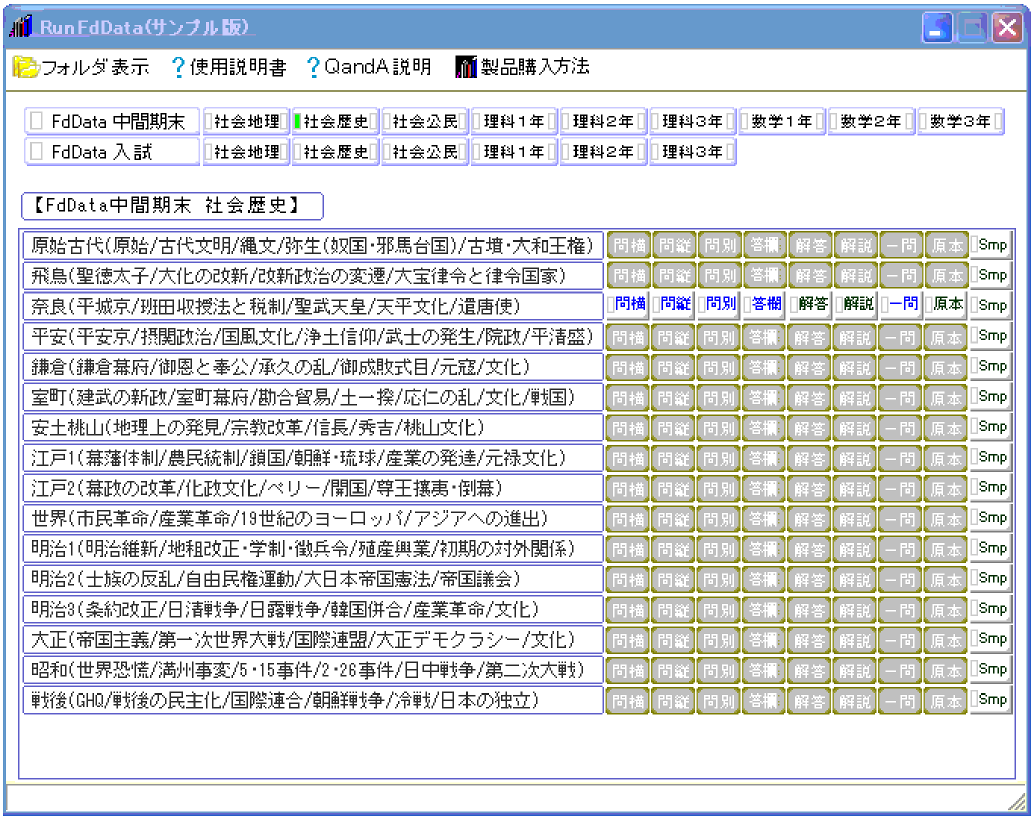
※FdData中間期末(社会･理科･数学)全分野のPDFファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば， FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1800 ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【 http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】

※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd教材開発】(092) 404-2266
http://www.fdtext.com/dat/