

【】 相似な図形

[対応する線分の長さの比, 対応する角]

[問題](後期中間)

次の文中の①, ②に適語を入れよ。

ある図形を拡大または縮小した図形があるとき, その図形ともとの図形は( ① )であるという。また,  $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  が相似であることを( ② )と表す。

[解答欄]

①	②
---	---

[解答]① 相似 ②  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

[解説]

1 つの図形を, 形を変えずに拡大または縮小して得られる図形はもとの図形と相似であるという。相似な図形では, 対応する角はそれぞれ等しく, 対応する線分の長さの比はすべて等しい。線分の長さの比を相似比という。2 つの図形の相似比が  $1:1$  であるとき, 2 つの図形は合同である。

[解説]

<Point> 相似な図形では

- ・ 対応する線分の長さの比は, すべて等しい(相似比)
- ・ 対応する角の大きさは, それぞれ等しい

[問題](後期中間)

次の文中の①~④に適語を入れよ。

1 つの図形を, 形を変えずに拡大または( ① )して得られる図形はもとの図形と相似であるという。相似な図形では, ( ② )する角はそれぞれ等しく, (②)する線分の長さの比はすべて等しい。また, 線分の長さの比を( ③ )という。(③)が  $1:1$  であるとき, それらの図形は( ④ )である。

[解答欄]

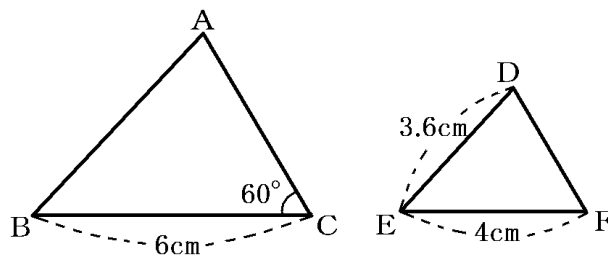
①	②	③
④		

[解答]① 縮小 ② 対応 ③ 相似比 ④ 合同

[問題](2 学期期末)

右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  である。

- (1)  $\angle F$  の大きさを求めよ。  
 (2) 辺  $AB$  の長さを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

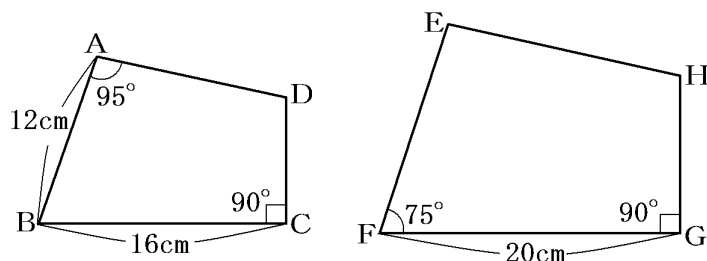
[解答](1)  $60^\circ$  (2) 5.4cm

[解説]

- (1) 図より、 $A$  と  $D$ 、 $B$  と  $E$ 、 $C$  と  $F$  が対応している。よって、 $\angle F = \angle C = 60^\circ$   
 (2) 辺の対応関係より、 $AB : DE = BC : EF$ 、 $AB : 3.6 = 6 : 4$   
 比の外項の積は内項の積に等しいので、 $AB \times 4 = 3.6 \times 6$ 、 $AB = 3.6 \times 6 \div 4 = 5.4(\text{cm})$

[問題](3 学期)

次の図の 2 つの四角形は相似である。後の各問いに答えよ。



- (1) 次の角の大きさを求めよ。  
 ①  $\angle B$       ②  $\angle E$   
 (2) 四角形  $ABCD$  と四角形  $EFGH$  の相似比を求めよ。  
 (3) 辺  $EF$  の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)①	②	(2)
(3)		

[解答](1)①  $75^\circ$     ②  $95^\circ$     (2) 4 : 5    (3) 15cm

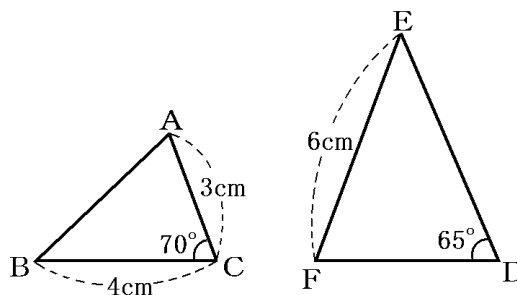
[解説]

- (1) 相似な 2 つの図形の対応する角は等しいので、 $\angle B = \angle F = 75^\circ$ 、 $\angle E = \angle A = 95^\circ$   
 (2) 対応する辺の比をとると、 $BC : FG = 16 : 20 = 4 : 5$   
 (3) 相似な 2 つの図形の対応する辺の比は等しいので、  
 $AB : EF = BC : FG$ 、 $12 : EF = 16 : 20$ 、 $12 : EF = 4 : 5$   
 比の内項の積は外項の積に等しいので、 $EF \times 4 = 12 \times 5$ 、 $EF = 12 \times 5 \div 4 = 15(\text{cm})$

[問題](3 学期)

右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  であるとき、次の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  の相似比を求めよ。
- (2)  $DF$  の長さを求めよ。
- (3)  $\angle E$  の大きさを求めよ。



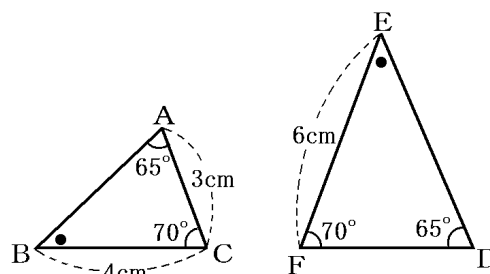
[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1)  $2 : 3$  (2)  $\frac{9}{2}$ cm(4.5cm) (3)  $45^\circ$

[解説]

相似な図形では対応する角の大きさは、それぞれ等しい。一番小さい角は、 $\triangle ABC$  では  $\angle B$ 、 $\triangle DEF$  では  $\angle E$  である。したがって、角の対応関係は右図のようになる。



(1) 右図より、両端の角(●と  $70^\circ$ )に注目すると、辺  $BC$  と辺  $EF$  が対応していることがわかる。したがって、 $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  の相似比は、 $BC : EF = 4 : 6 = 2 : 3$  である。

(2) 右図より、両端の角( $70^\circ$  と  $65^\circ$ )に注目すると、 $\triangle DEF$  の  $DF$  に対応するのは、 $\triangle ABC$  の  $AC$  である。(1)より、 $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  の相似比は  $2 : 3$  であるので、 $AC : DF = 2 : 3$  である。 $AC = 3(\text{cm})$ なので、 $3 : DF = 2 : 3$

比の内項の積は外項の積に等しいので、 $2DF = 3 \times 3$ 、 $DF = \frac{9}{2}(\text{cm})$

(3) 三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、 $\angle E + \angle F + \angle D = 180^\circ$   
 $\angle E + 70^\circ + 65^\circ = 180^\circ$ 、 $\angle E + 135^\circ = 180^\circ$ 、 $\angle E = 45^\circ$

[常に相似である図形]

[問題](2 学期期末)

次の各組の図形は常に相似であるといえるか。いえる場合は○、いえない場合は×で答えよ。

- |               |             |
|---------------|-------------|
| (1) 2つの二等辺三角形 | (2) 2つの正三角形 |
| (3) 2つの直角三角形  | (4) 2つのひし形  |
| (5) 2つの正五角形   |             |

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) × (2) ○ (3) × (4) × (5) ○

[解説]

(1) 例えば、3 辺が 3cm, 3cm, 1cm の二等辺三角形と、3 辺が 3cm, 3cm, 2cm の二等辺三角形は相似ではない。

(2)(5) 2 つの正三角形は同じ形になるので相似である。一般に正多角形(正三角形, 正方形, 正五角形, 正六角形...)の場合は相似になる。

正多角形以外でも、例えば、直角二等辺三角形や円などは常に相似になる。

(3) 例えば、 $30^\circ$   $60^\circ$   $90^\circ$  の直角三角形と  $45^\circ$   $45^\circ$   $90^\circ$  の直角三角形は相似ではない。

(4) ひし形は 4 つの辺が等しい四角形で、対角線は直交する。例えば、対角線が 2cm, 3cm のひし形と、対角線が 2cm, 4cm のひし形は相似ではない。

[問題](3 学期)

次のア～カで、2 つの図形が常に相似であるものはどれか。記号で答えよ。

ア 2 つの長方形

イ 2 つの正三角形

ウ 2 つの正方形

エ 2 つの直角二等辺三角形

オ 2 つのひし形

カ 2 つの直角三角形

[解答欄]

[解答]イ, ウ, エ

[問題](後期中間)

正多角形以外の平面図形で、常に相似な図形を 2 つ答えよ。

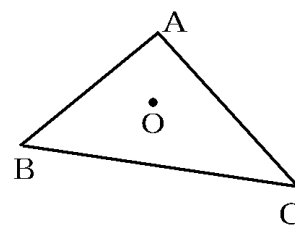
[解答欄]

[解答]円, 直角二等辺三角形

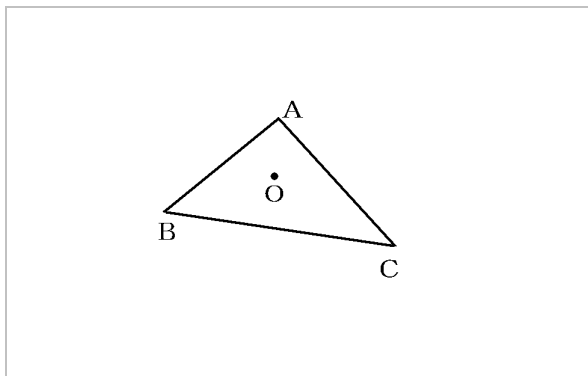
[作図]

[問題](2 学期期末)

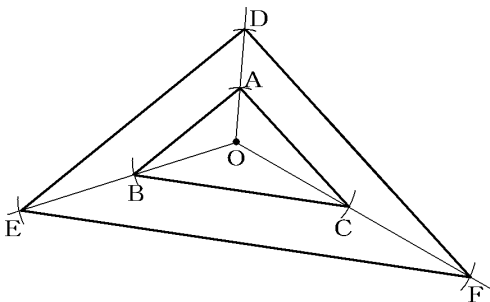
右の図の $\triangle ABC$ を、点 $O$ を相似の中心として、2倍に拡大した $\triangle DEF$ を作図せよ。(ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと)



[解答欄]



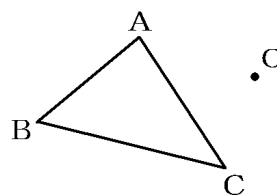
[解答]



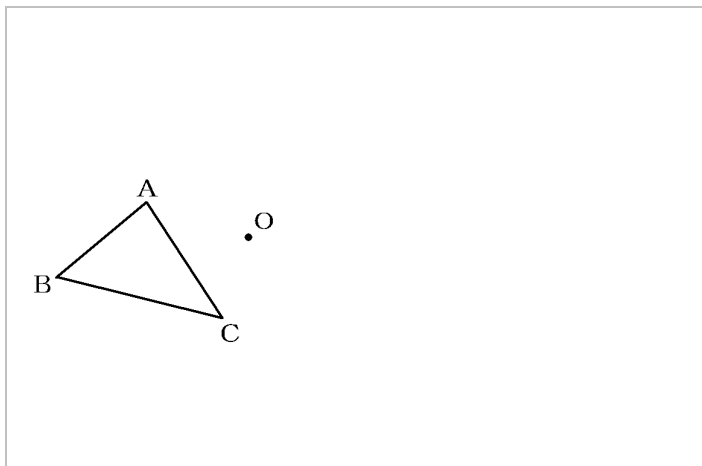
[解説]まず、半直線 $OA$ をひく。コンパスを使って $OA=AD$ となる点 $D$ を求める。同様にし、点 $E$ 、点 $F$ を求める。 $DEF$ をむすんだ図形が求める $\triangle DEF$ である。

[問題](2 学期期末)

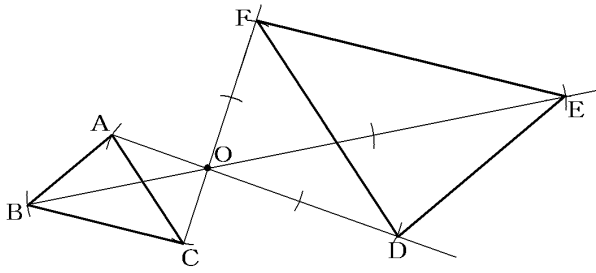
右の図で、点 $O$ を相似の中心として、 $\triangle ABC$ の各辺を2倍に拡大した $\triangle DEF$ を、コンパスと定規を使って作図せよ。



[解答欄]

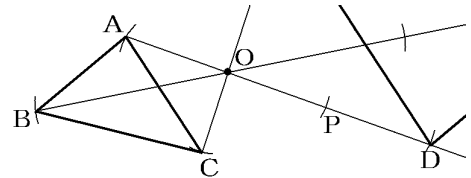


[解答]



[解説]

まず、直線 AO をひく。コンパスの針を O におき、右図のように  $OA=OP$  になる点 P をとる。コンパスの半径をそのままにした状態でコンパスの針を P におき  $PO=PD$  になるようにして点 D を求める。残りの E, F も同様にして求める。

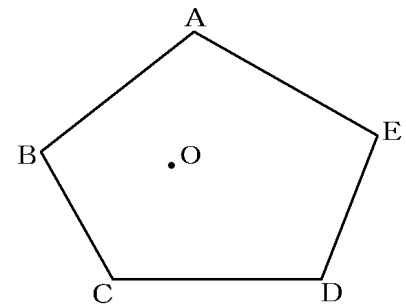
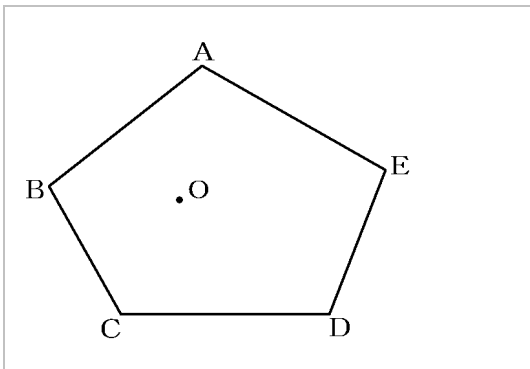


[問題](2学期期末)

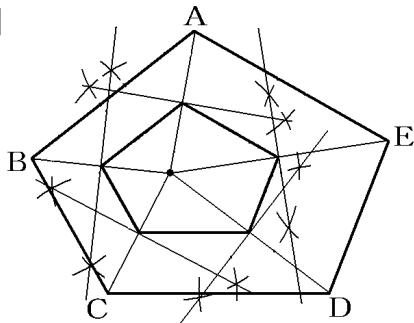
次の図の点 O を相似の中心として、五角形

ABCDE を  $\frac{1}{2}$  倍にした図形を作図せよ。

[解答欄]



[解答]



[解説]

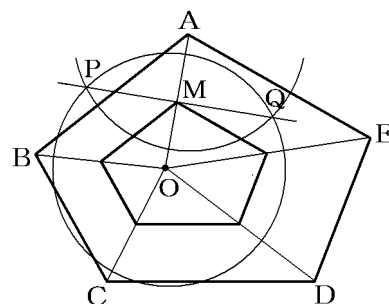
OA, OB, OC, OD, OE をそれぞれむすび、

それぞれの中点を作図によって求める。

例えば、OA の中点は、次のようにして求める。

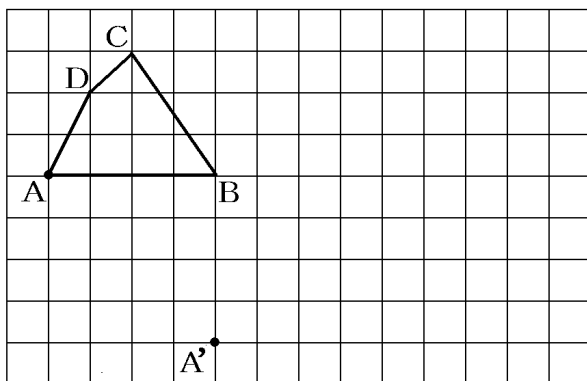
まず、点 O を中心とする円をかく。この円と半径が同じである円を、点 A を中心としてかく。

この 2 つの円の交点を P, Q とする。直線 PQ と OA の交点 M が OA の中点である。

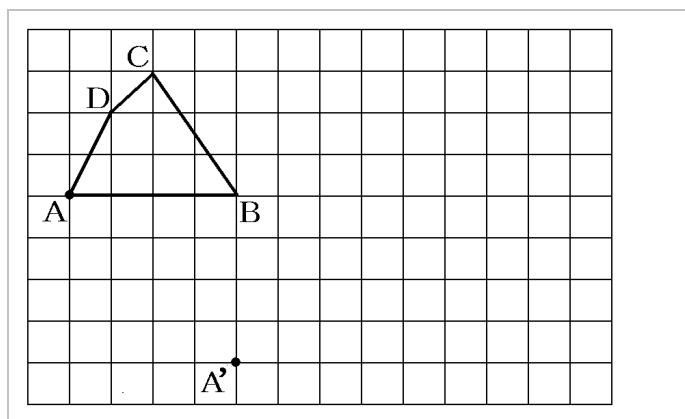


[問題](3 学期)

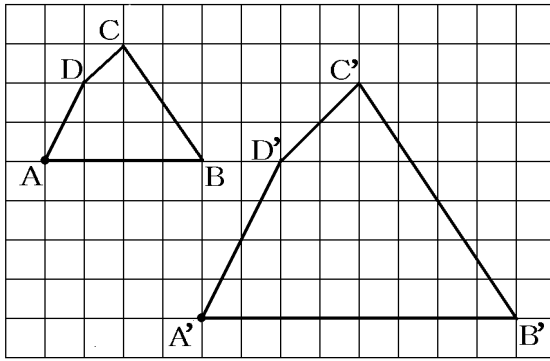
次の四角形 ABCD を 2 倍に拡大した四角形 A'B'C'D' かけ。なお、点 A に対応する点を A' とする。



[解答欄]



[解答]



[相似の位置]

[問題](後期期末)

右の $\triangle DEF$ は、1点 $O$ を定めて、 $\triangle ABC$ を $\frac{2}{3}$ 倍

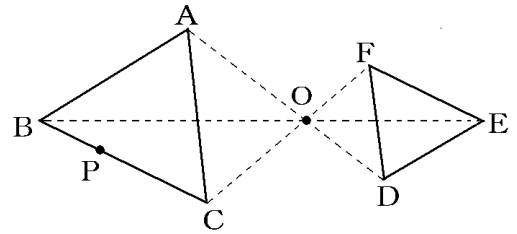
に縮小したものである。次の各問いに答えよ。

(1) 次の①, ②に適する言葉を答えよ。

「 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は( ① )にあるといい、点 $O$ を( ② )という。」

(2) 点 $P$ に対応する点 $P'$ を、解答の図にかきいれよ。

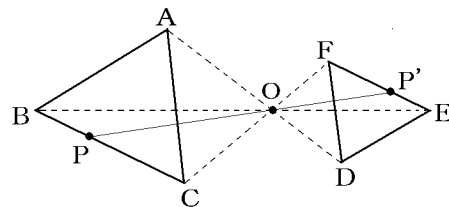
(3)  $AO : DO$ の値を求めよ。



[解答欄]

(1)①	②	(3)
(2)		

[解答](1)① 相似の位置 ② 相似の中心 (2)



(3) 3 : 2



[解説]

2つの図形の対応する点どうしを通る直線がすべて1点Oに集まり、Oから対応する点までの長さの比がすべて等しいとき(問題の図では、 $OA : OD = OB : OE = OC : OF$ )、それらの図形は、Oを相似の中心として相似の位置にあるという。

※「相似の位置」が出ている教科書と、出していない教科書がある。

[問題](後期中間)

次の文章中の①～③に適語を入れよ。

2つの図形の( ① )する点どうしを通る直線がすべて1点Oに集まり、Oから(①)する点までの長さの比がすべて等しいとき、それらの図形は、Oを相似の( ② )として相似の( ③ )にあるという。

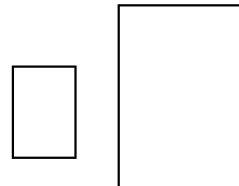
[解答欄]

①	②	③
---	---	---

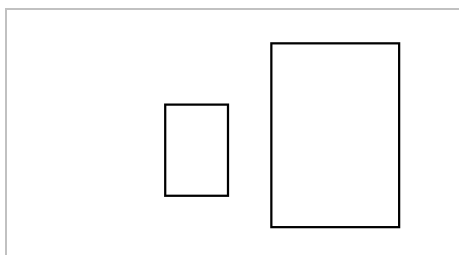
[解答]① 対応 ② 中心 ③ 位置

[問題](後期中間)

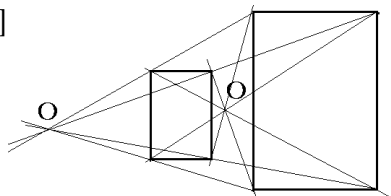
右の図の2つの長方形は相似の位置にある。相似の中心Oの位置を作図によってすべて求めよ。(点Oの記号は複数の点に使用してもよい。また作図のあとを残すこと)



[解答欄]

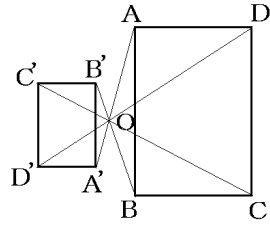
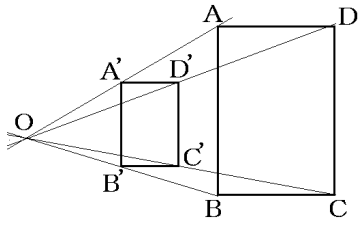


[解答]



[解説]

相似の位置にあるとき、対応する点を結ぶ直線は1点(相似の中心)で交わる。この問題では、次の2つの場合が考えられる。



【】 三角形の相似条件

[三角形の相似条件を 3 つ答えよ]

[問題](2 学期期末)

三角形の相似条件は、次の①～③がある。文中のア～ウに適語を入れよ。

- ① 3 組の( ア )が、すべて等しい。
- ② 2 組の(ア)とその( イ )が、それぞれ等しい。
- ③ 2 組の( ウ )が、それぞれ等しい。

[解答欄]

ア	イ	ウ
---	---	---

[解答]ア 辺の比 イ 間の角 ウ 角

[解説]

<Point> 三角形の相似条件

- ・ 3 組の辺の比が、すべて等しい。
- ・ 2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。
- ・ 2 組の角が、それぞれ等しい。

[問題](2 学期期末)

三角形の相似条件を 3 つ答えよ。

[解答欄]

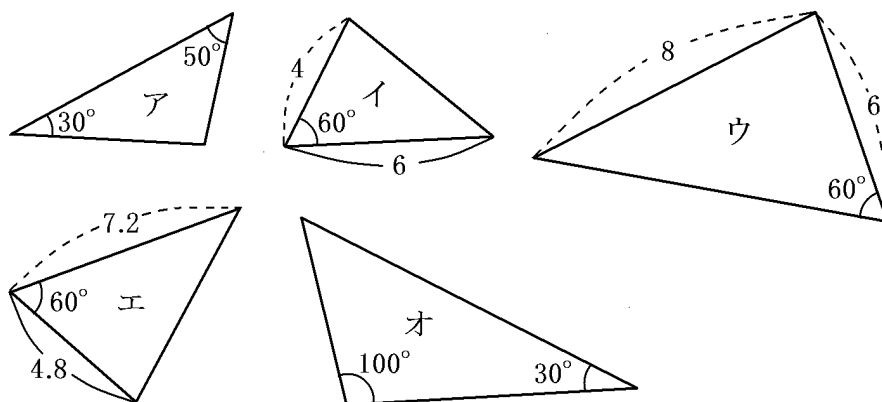

[解答]

- 3 組の辺の比が、すべて等しい。
- 2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。
- 2 組の角が、それぞれ等しい。

[相似な三角形の組を選べ]

[問題](2学期期末)

下の図から、相似な三角形の組をみつけ、そのとき使った相似条件を答えよ。(2組ある)



[解答欄]


[解答]アとオ：2組の角が、それぞれ等しい、イとエ：2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい

[解説]

三角形の相似条件は、①3組の辺の比が、すべて等しい、②2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい、③2組の角が、それぞれ等しいの3つ。

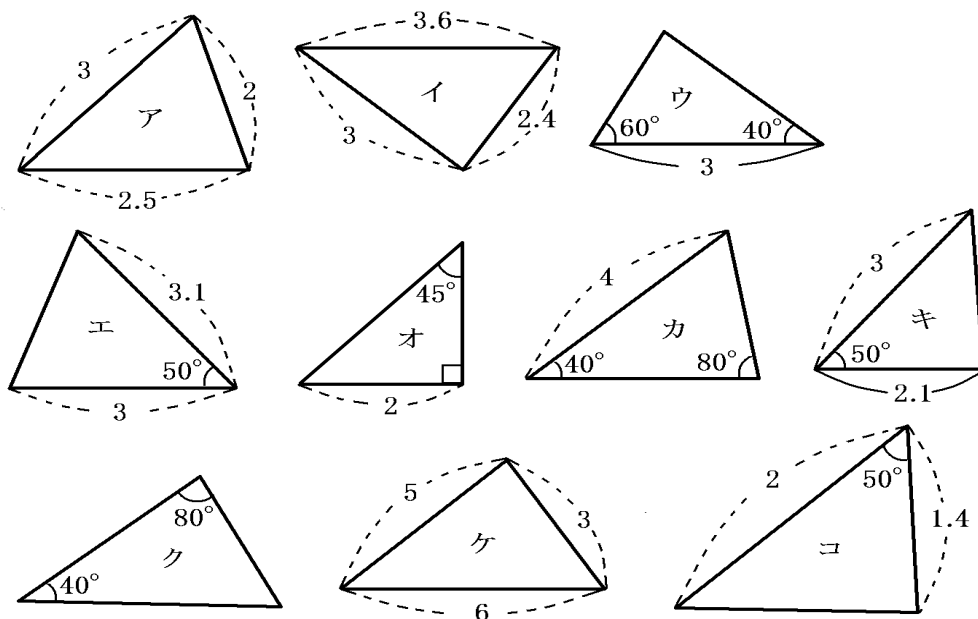
オでは100°と30°が与えられているが、残りの角は、 $180^\circ - (100^\circ + 30^\circ) = 50^\circ$ なので、アと2角が等しくなり、相似条件を満たす。

イとエは角が60°で等しく、辺の比は  $4 : 4.8 = 40 : 48 = 5 : 6$ ,

$6 : 7.2 = 60 : 72 = 5 : 6$ で、2組の辺の比が等しくなるので相似条件を満たす。

[問題](2 学期期末)

次の図の中から相似な三角形の組をすべて記号で選べ。また、その相似条件を答えよ。



[解答欄]

[解答]ア, イ : 3 組の辺の比が, すべて等しい ウ, カ, ク : 2 組の角が, それぞれ等しい キ, コ : 2 組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しい

[解説]

三角形の相似条件は, ①3 組の辺の比が, すべて等しい, ②2 組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しい, ③2 組の角が, それぞれ等しいの 3 つ。

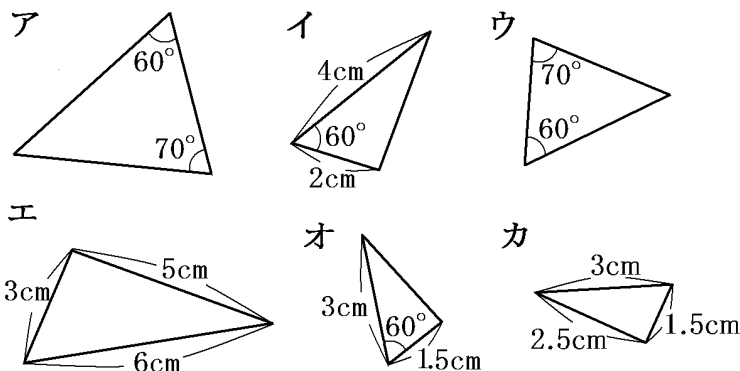
アとイは短い辺からアとイの比を調べると,  $2 : 2.4 = 20 : 24 = 5 : 6$ ,

$2.5 : 3 = 25 : 30 = 5 : 6$ ,  $3 : 3.6 = 30 : 36 = 5 : 6$  で 3 辺の比は  $5 : 6$  ですべて等しくなり相似条件を満たす。

ウ, カ, クは残りの角を計算すると,  $ウ : 180 - (60 + 40) = 80^\circ$ ,  $カ : 180 - (40 + 80) = 60^\circ$ ,  $ク : 180 - (40 + 80) = 60^\circ$  ですべて,  $40^\circ$   $60^\circ$   $80^\circ$  を内角とする三角形である。キ, コは角  $50^\circ$  が等しく, 辺の比は  $1.4 : 2.1 = 2 : 3$ , で, 2 組の辺の比が等しくなるので相似条件を満たす。

[問題](3学期)

下の図の中から相似な三角形の組を選び記号で答えよ。また、そのときに用いた相似条件を答えよ。



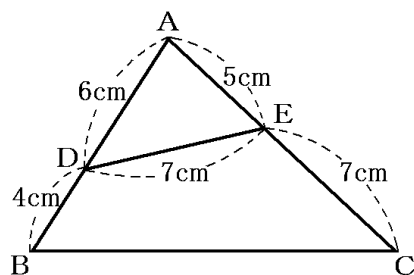
[解答欄]

[解答]アとウ：2組の角が、それぞれ等しい、イとオ：2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい、エとカ：3組の辺の比が、すべて等しい

[図の中から相似な三角形を見つけよ]

[問題](後期中間)

次の図において、1)相似な三角形を記号のを使って表せ。2)また、そのときに使った相似条件を書け。



[解答欄]

1)	2)
----	----

[解答]1)  $\triangle AED \sim \triangle ABC$  2) 2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。

[解説]

$\triangle AED$  と  $\triangle ABC$  で、

$$AD : AC = 6 : (5 + 7) = 6 : 12 = 1 : 2$$

$$AE : AB = 5 : (6 + 4) = 5 : 10 = 1 : 2$$

$$\text{よって, } AD : AC = AE : AB \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{また, 共通な角だから, } \angle A = \angle A \cdots \textcircled{2}$$

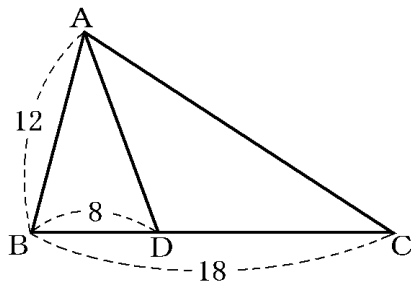
①, ②より, 2組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle AED \sim \triangle ABC$$

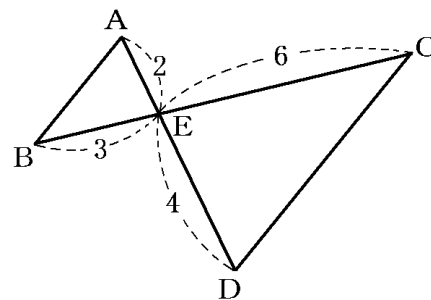
[問題](後期中間)

次の各図において, 1)相似な三角形を記号を使って表せ。2)また, そのときに使った相似条件も書け。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)1)	2)
(2)1)	2)

[解答](1)1)  $\triangle ABD \sim \triangle CBA$  2) 2組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しい。

(2)1)  $\triangle ABE \sim \triangle DCE$  2) 2組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しい。

[解説]

(1)  $\triangle ABD$  と  $\triangle CBA$  で,

$$AB : CB = 12 : 18 = 2 : 3$$

$$BD : BA = 8 : 12 = 2 : 3$$

$$\text{よって, } AB : CB = BD : BA \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{また, 共通な角だから, } \angle B = \angle B \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より, 2組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle ABD \sim \triangle CBA$$

(2)  $\triangle ABE$  と  $\triangle DCE$  で,

$$AE : DE = 2 : 4 = 1 : 2$$

$$BE : CE = 3 : 6 = 1 : 2$$

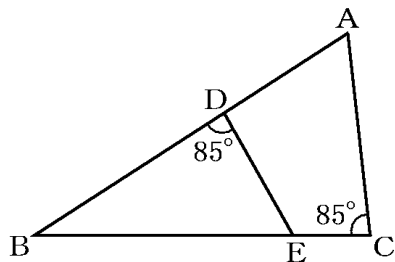
$$\text{よって, } AE : DE = BE : CE \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{また, 対頂角は等しいので, } \angle AEB = \angle DEC \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より, 2組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しいので,  $\triangle ABE \sim \triangle DCE$

[問題](2学期期末)

次の図において、1)相似な三角形を記号を使って表せ。2)また、そのときに使った相似条件も書け。



[解答欄]

1)	2)
----	----

[解答]1)  $\triangle ABC \sim \triangle EBD$  2) 2組の角が、それぞれ等しい。

[解説]

$\triangle ABC$  と  $\triangle EBD$  で、

$$\angle ACB = \angle EDB \cdots \text{①}$$

共通な角だから、 $\angle B = \angle B \cdots \text{②}$

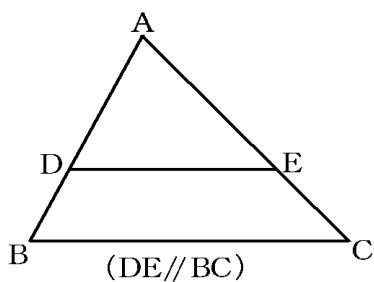
①、②より、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle EBD$$

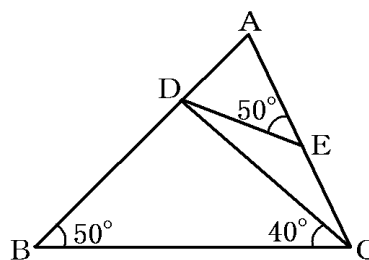
[問題](後期中間)

次の各図において、1)相似な三角形を、記号を使って表せ。2)また、そのときに使った相似条件も書け。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)1)	2)
(2)1)	2)

[解答](1)1)  $\triangle ABC \sim \triangle ADE$  2) 2組の角が、それぞれ等しい。

(2)1)  $\triangle ABC \sim \triangle AED$  2) 2組の角が、それぞれ等しい。



[解説]

(1)  $\triangle ABC$  と  $\triangle ADE$  で,

$DE \parallel BC$  で, 平行線の同位角は等しいので,

$$\angle ABC = \angle ADE \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ACB = \angle AED \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より, 2組の角が, それぞれ等しいので,

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$

\*  $\angle A$  が共通を使うこともできる

(2)  $\triangle ABC$  と  $\triangle AED$  で,

$$\angle ABC = \angle AED \cdots \textcircled{1}$$

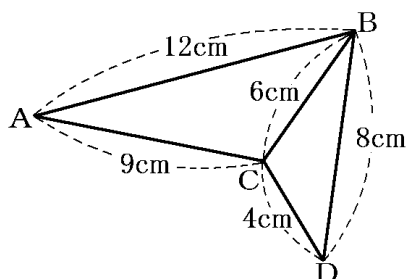
共通な角だから,  $\angle A = \angle A \cdots \textcircled{2}$

①, ②より, 2組の角が, それぞれ等しいので,

$\triangle ABC \sim \triangle AED$

[問題](2学期期末)

次の図において, ①相似な三角形を記号 $\sim$ を使って表せ。②また, そのときに使った相似条件を書け。



[解答欄]

①	②
---	---

[解答]①  $\triangle ABC \sim \triangle BDC$  ② 3組の辺の比が, すべて等しい。

[解説]

$\triangle ABC$  と  $\triangle BDC$  において

$$AB : BD = 12 : 8 = 3 : 2$$

$$AC : BC = 9 : 6 = 3 : 2$$

$$BC : DC = 6 : 4 = 3 : 2$$

よって, 3組の辺の比が, すべて等しいので,

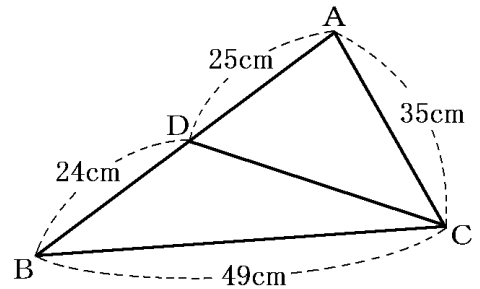
$\triangle ABC \sim \triangle BDC$

【】 相似の証明

【】 2 辺の比とその間の角

[問題](2 学期期末)

右の図のような三角形があるとき、以下の空欄ア～カに適切な式や言葉を入れ、図内の 2 つの三角形が相似であることを証明せよ。



(証明)

△ABC と( ア )で、

$$AB : (イ) = (ウ) : 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$AC : (エ) = (ウ) : 5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より, } AB : (イ) = AC : (エ) \cdots \textcircled{3}$$

共通な角なので、(オ) = (オ)  $\cdots \textcircled{4}$

$\textcircled{3}, \textcircled{4}$ より、(カ) ので、

△ABC  $\sim$  (ア)

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

[解答]ア △ACD イ AC ウ 7 エ AD オ  $\angle A$  カ 2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい

[解説]

「図内の 2 つの三角形」とは、△ABC と △ACD である。

この 2 つの三角形は  $\angle A$  を共有しており、図中には各辺の長さが与えられているので、相似条件「2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい」を使って証明を行うと推測できる。

辺の対応関係は、 $\angle A$  の対辺になっている BC と CD が対応している。また、残りの 2 辺のうち、長い方の AB と AC、短い方の AC と AD が対応していると見当がつく。

$$AB : AC = (25 + 24) : 35 = 49 : 35 = 7 : 5, \quad AC : AD = 35 : 25 = 7 : 5 \text{ なので,}$$

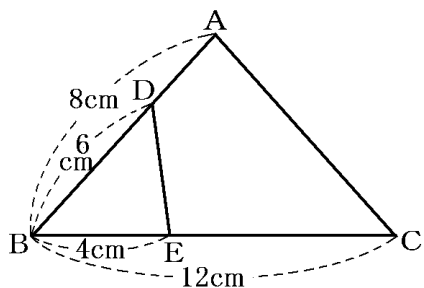
$$AB : AC = AC : AD$$

共通な角だから、 $\angle A = \angle A$ 。

よって、2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、△ABC  $\sim$  △ACD

[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABC$  と  $\triangle EBD$  で、

仮定より、

$$AB : EB = 8 : 4 = 2 : 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$CB : DB = 12 : 6 = 2 : 1 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より、

$$AB : EB = CB : DB \cdots \textcircled{3}$$

共通な角だから、 $\angle B = \angle B \cdots \textcircled{4}$

③, ④から、2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

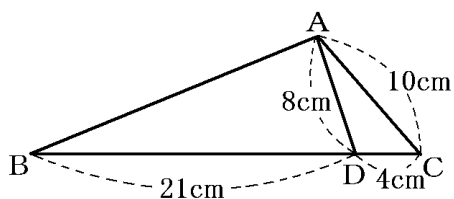
$$\triangle ABC \sim \triangle EBD$$

[解説]

$\angle B$  の対辺の  $AC$  と  $ED$  が対応している。残りの 2 組の辺のうち、短い方の  $AB$  と  $EB$ 、長い方の  $CB$  と  $DB$  がそれぞれ対応している。

[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABC$  と  $\triangle DAC$  で、

仮定より、

$$BC : AC = 25 : 10 = 5 : 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$AC : DC = 10 : 4 = 5 : 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より、

$$BC : AC = AC : DC \cdots \textcircled{3}$$

共通な角だから、 $\angle C = \angle C \cdots \textcircled{4}$

③, ④から、2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

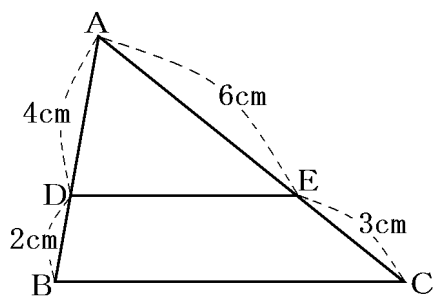
$$\triangle ABC \sim \triangle DAC$$

[解説]

共通な $\angle C$ の対辺 $AB$ と $DA$ が対応している。残りの2組の辺のうち、長い方の $BC$ と $AC$ , 短い方の $AC$ と $DC$ がそれぞれ対応している。

[問題](3学期)

次の図で、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ADE$  と  $\triangle ABC$  で、

仮定より、

$$AD : AB = 4 : 6 = 2 : 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$AE : AC = 6 : 9 = 2 : 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より、

$$AD : AB = AE : AC \cdots \textcircled{3}$$

共通な角だから、 $\angle A = \angle A \cdots \textcircled{4}$

③, ④から、2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

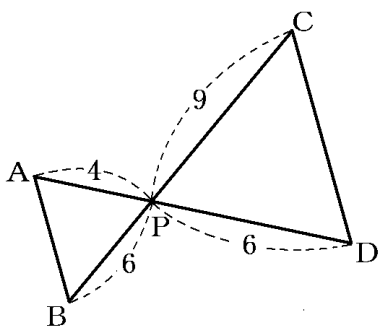
$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

[解説]

AD と AB, AE と AC がそれぞれ対応している。

[問題](後期中間)

次の図で  $AP=4$ ,  $BP=6$ ,  $CP=9$ ,  $DP=6$  のとき  $AB \parallel CD$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABP$  と  $\triangle DCP$  で,

仮定より,

$$AP : DP = 4 : 6 = 2 : 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$BP : CP = 6 : 9 = 2 : 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より,

$$AP : DP = BP : CP \cdots \textcircled{3}$$

対頂角は等しいので,

$$\angle APB = \angle DPC \cdots \textcircled{4}$$

③, ④から, 2組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle ABP \sim \triangle DCP$$

相似な図形では, 対応する角は等しいので,  $\angle PAB = \angle PDC$

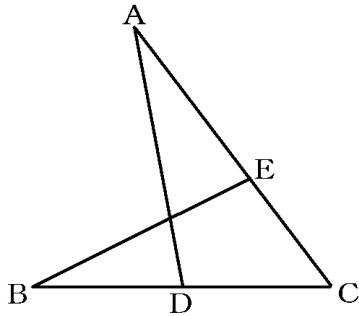
錯角が等しいので,  $AB \parallel CD$

【】 2組の角が等しい

[共通の角]

[問題](2学期期末)

次の図で、 $\angle CAD = \angle CBE$  であるとき、 $\triangle ADC \sim \triangle BEC$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ADC$  と  $\triangle BEC$  で、

仮定より、

$$\angle CAD = \angle CBE \cdots \text{①}$$

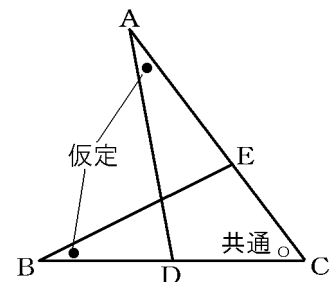
共通な角だから、 $\angle C = \angle C \cdots \text{②}$

①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ADC \sim \triangle BEC$$

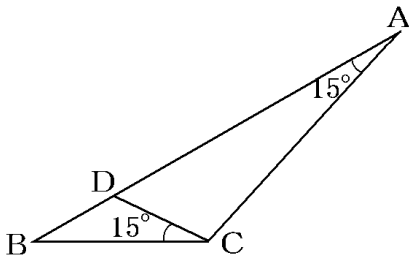
[解説]

三角形の相似の証明問題などで、もっともよく使われる相似条件が「2組の角が、それぞれ等しい」である。与えられた条件から等しいことが分かる角を図に記入、また共通に使われている角があるときには、それにも印をつける。



[問題](2学期期末)

相似な三角形の組をみつけ、それを証明せよ



[解答欄]

[解答]

$\triangle BCD$  と  $\triangle BAC$  で、

仮定より、

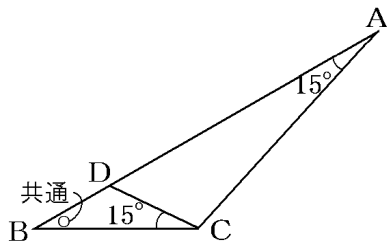
$$\angle BCD = \angle BAC \cdots \textcircled{1}$$

共通な角なので、 $\angle B = \angle B \cdots \textcircled{2}$

①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle BCD \sim \triangle BAC$

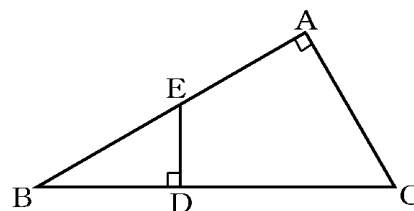
[解説]





[問題](2学期期末)

右の図で、 $\angle BAC = \angle BDE = 90^\circ$  である。このとき、 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$  であることを、次のように証明した。空欄にあてはまるものを入れよ。



[証明]

$\triangle ABC$  と  $\triangle DBE$  で、

( ア ) ……①(仮定より)

( イ ) ……②(共通な角)

①, ②から、( ウ ) が、それぞれ等しいので、

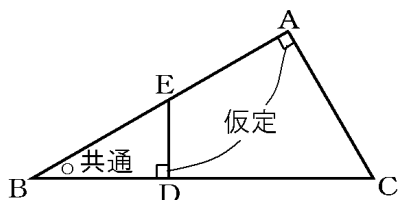
$\triangle ABC \sim \triangle DBE$

[解答欄]

ア	イ	ウ
---	---	---

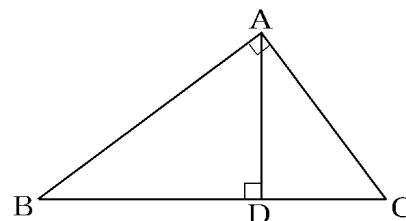
[解答]ア  $\angle BAC = \angle BDE$  イ  $\angle B = \angle B$  ウ 2組の角

[解説]



[問題](2学期期末)

右の図のように、 $\angle A$  を直角とする直角三角形  $ABC$  がある。頂点  $A$  から辺  $BC$  に垂線をひき、辺  $BC$  との交点を  $D$  とするとき、 $\triangle ABC \sim \triangle DBA$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABC$  と  $\triangle DBA$  で、

仮定より、

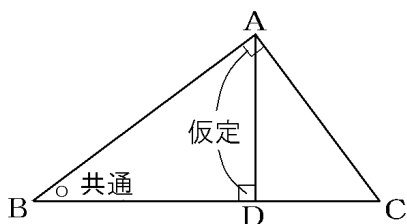
$$\angle BAC = \angle BDA \cdots \textcircled{1}$$

共通な角だから、 $\angle B = \angle B \cdots \textcircled{2}$

①, ②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle DBA$$

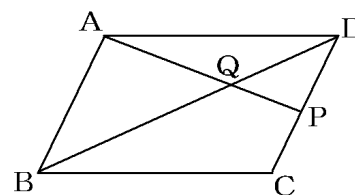
[解説]



[平行→錯角を利用]

[問題](後期中間)

平行四辺形  $ABCD$  の辺  $CD$  の中点を  $P$ 、対角線  $BD$  と  $AP$  との交点を  $Q$  とするとき、 $\triangle ABQ \sim \triangle PDQ$  であることを次のように証明した。ア～ウをうめて、証明を完成せよ。



(証明)

$\triangle ABQ$  と  $\triangle PDQ$  で対頂角が等しいから、 $\angle AQB = (\text{ア}) \cdots$

①

$AB \parallel DC$  より、錯角が等しいから  $\angle QAB = (\text{イ}) \cdots \textcircled{2}$

①, ②から、(ウ)ので、

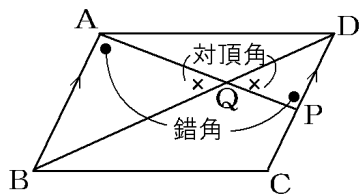
$$\triangle ABQ \sim \triangle PDQ$$

[解答欄]

ア	イ
ウ	

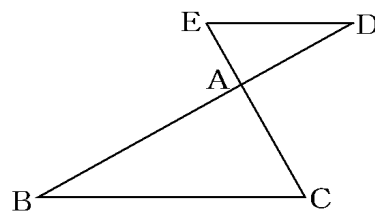
[解答]ア  $\angle PQD$  イ  $\angle QPD$  ウ 2組の角が、それぞれ等しい

[解説]

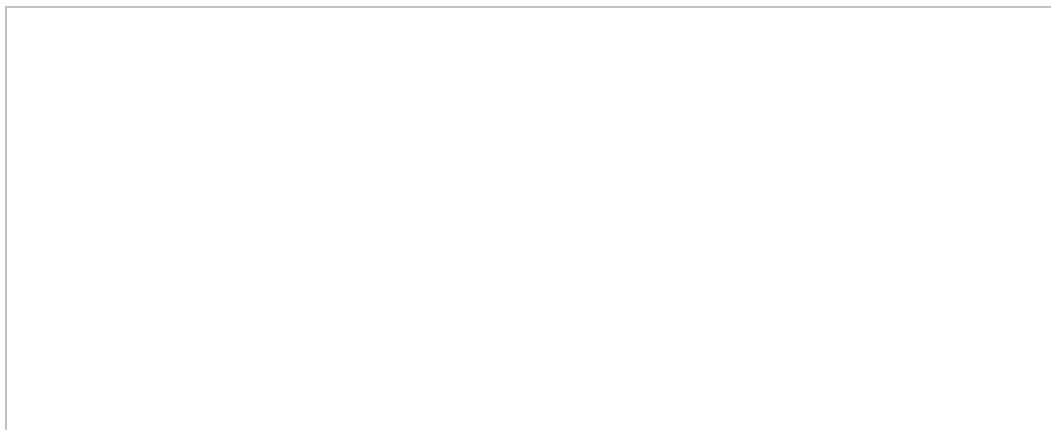


[問題](2学期期末)

右の図のように、 $\triangle ABC$  の辺  $BA$ 、 $CA$  の延長線上に  $DE \parallel BC$  となるように、点  $D$ 、 $E$  をとる。  
 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  となることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

$\triangle ADE$  と  $\triangle ABC$  で、

$DE \parallel BC$  より錯角が等しいので、

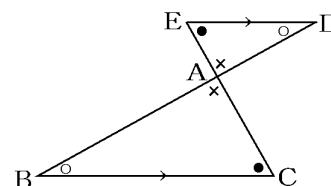
$$\angle ADE = \angle ABC \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle AED = \angle ACB \cdots \textcircled{2}$$

①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

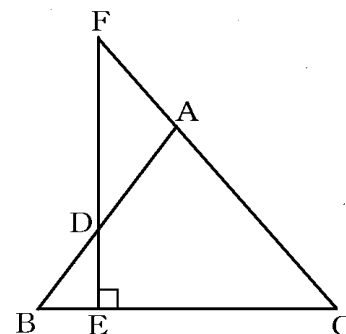
※ $\angle EAD = \angle CAB$ (対頂角は等しい)を使うこともできる。



[二等辺三角形→底角を利用]

[問題](後期中間)

$AB = AC$  である二等辺三角形  $ABC$  で、辺  $AB$  上の点  $D$  から底辺  $BC$  に、垂線  $DE$  をひき、直線  $DE$  と辺  $CA$  の延長との交点を  $F$  とする。  
 このとき、 $\triangle DBE \sim \triangle FCE$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle DBE$  と  $\triangle FCE$  で、

仮定より、

$\angle BED = 90^\circ$  ,  $\angle CEF = 90^\circ$  なので、

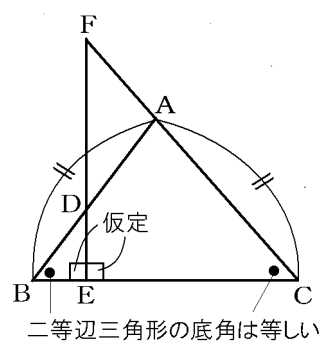
$\angle BED = \angle CEF \cdots \textcircled{1}$

仮定より、 $\triangle ABC$  は  $AB = AC$  の二等辺三角形なので、

$\angle DBE = \angle FCE \cdots \textcircled{2}$

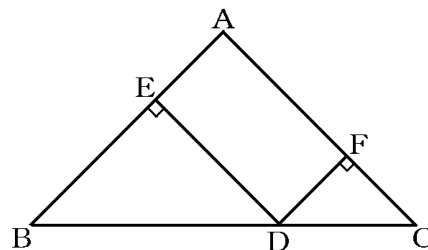
①, ②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle DBE \cong \triangle FCE$



[問題](2学期期末)

$AB = AC$  である二等辺三角形  $ABC$  で、底辺  $BC$  上の点  $D$  から辺  $AB$ ,  $AC$  に、それぞれ垂線  $DE$ ,  $DF$  を引くとき、 $\triangle EBD \cong \triangle FCD$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle EBD$  と  $\triangle FCD$  で、

仮定より、

$\angle BED = 90^\circ$  ,  $\angle CFD = 90^\circ$  なので、

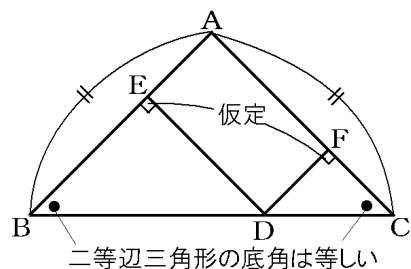
$$\angle BED = \angle CFD \cdots \textcircled{1}$$

仮定より、 $\triangle ABC$  は  $AB=AC$  の二等辺三角形なので、

$$\angle DBE = \angle DCF \cdots \textcircled{2}$$

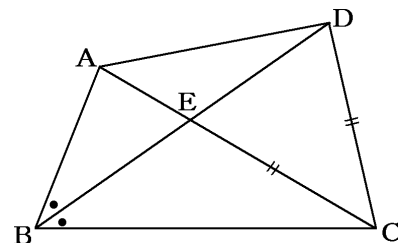
①, ②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle EBD \sim \triangle FCD$$



[問題](2 学期期末)

右の図の四角形 ABCD において、対角線 AC, BD の交点を E とする。 $\angle ABE = \angle EBC$ ,  $CD = CE$  が成り立っているとき、 $\triangle ABE \sim \triangle CBD$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle CBD$  で、

仮定より、

$$\angle ABE = \angle CBD \cdots \textcircled{1}$$

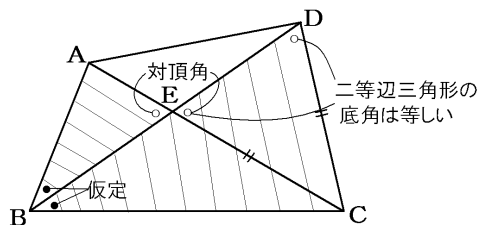
対頂角は等しいので、

$$\angle AEB = \angle CED \cdots \textcircled{2}$$

仮定より、 $CD = CE$  なので、 $\triangle CDE$  は二等辺三角形で、

$$\angle CED = \angle CDB \cdots \textcircled{3}$$

②, ③より、 $\angle AEB = \angle CDB \cdots \textcircled{4}$



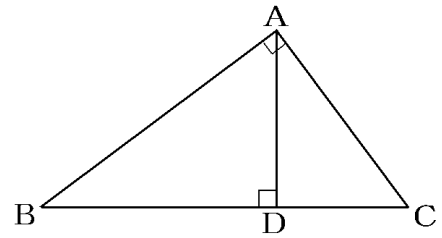
①, ④より, 2組の角が, それぞれ等しいので,  
 $\triangle ABE \sim \triangle CBD$

【】 直角三角形など

[直角三角形]

[問題](2 学期期末)

右の図のように、 $\angle A$  を直角とする直角三角形  $ABC$  がある。頂点  $A$  から辺  $BC$  に垂線をひき、辺  $BC$  との交点を  $D$  とするとき、 $\triangle ABD \sim \triangle CAD$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABD$  と  $\triangle CAD$  で、

仮定より、

$$\angle ADB = 90^\circ, \angle CDA = 90^\circ \text{ なので,}$$

$$\angle ADB = \angle CDA \cdots \textcircled{1}$$

また、

$$\angle ABD + \angle BAD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

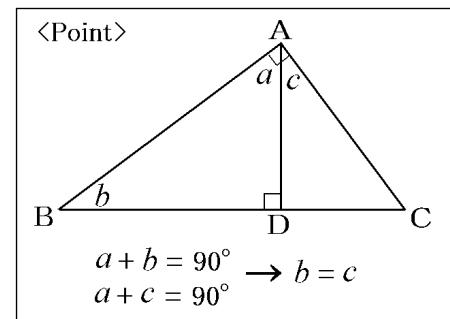
$$\angle CAD + \angle BAD = \angle BAC = 90^\circ \cdots \textcircled{3}$$

②, ③より、

$$\angle ABD = \angle CAD \cdots \textcircled{4}$$

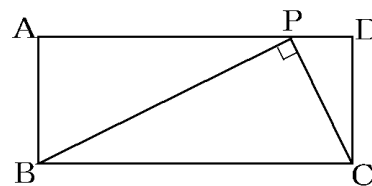
①, ④より、2組の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABD \sim \triangle CAD$



[問題](2学期中間)

長方形 ABCD がある。辺 AD 上に  $\angle BPC=90^\circ$  となるような点 P をとったとき、  
 $\triangle ABP \sim \triangle DPC$  となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABP$  と  $\triangle DPC$  で、

仮定より、

$\angle BAP=90^\circ$  ,  $\angle PDC=90^\circ$  なので、

$$\angle BAP = \angle PDC \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle ABP$  で、

$$\angle ABP + \angle APB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

APD は 1 直線上にあるので、

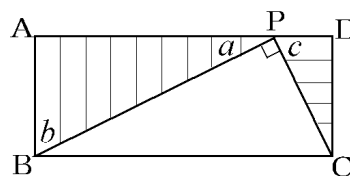
$$\angle DPC + \angle APB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \cdots \textcircled{3}$$

②, ③より、

$$\angle ABP = \angle DPC \cdots \textcircled{4}$$

①, ④より、2 組の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABP \sim \triangle DPC$

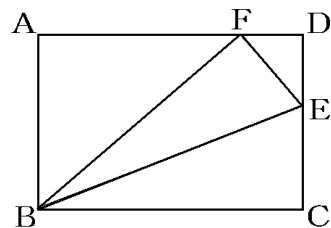


$$\begin{aligned} a + b &= 90^\circ \\ a + c &= 90^\circ \end{aligned} \rightarrow b = c$$



[問題](後期中間)

長方形 ABCD の CD 上に E をとり、BE を折り目にして C が AD 上にくるように折り返した。この点を F とするとき、 $\triangle ABF$  と  $\triangle DFE$  が相似になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABF$  と  $\triangle DFE$  で、

仮定より、

$$\angle BAF = 90^\circ, \angle FDE = 90^\circ \text{ なので,}$$

$$\angle BAF = \angle FDE \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle ABF$  で、

$$\angle ABF + \angle AFB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

AFD は 1 直線上にあるので、

$$\angle DFE + \angle AFB = 180^\circ - \angle BFE$$

BE を折り目にして折り返しているので、

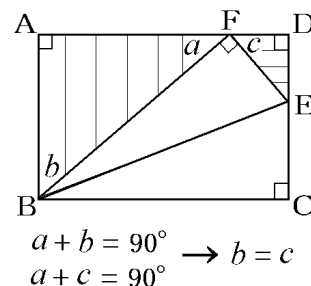
$$\angle BFE = \angle BCE = 90^\circ$$

$$\text{よって, } \angle DFE + \angle AFB = 180^\circ - \angle BFE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ より, } \angle ABF = \angle DFE \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{4}$  より、2 組の角が、それぞれ等しいので、

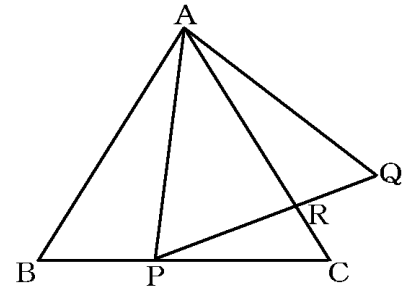
$$\triangle ABF \sim \triangle DFE$$



[正三角形]

[問題](後期中間)

右図のように正三角形ABCで、辺BC上に点Pをとり、APを1辺とする正三角形APQをつくる。ACとPQの交点をRとすると、 $\triangle ABP \sim \triangle AQR$ である。このことを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABP$  と  $\triangle AQR$  で、

正三角形の内角はすべて  $60^\circ$  なので、

$$\angle ABP = 60^\circ, \quad \angle AQR = 60^\circ$$

$$\text{よって, } \angle ABP = \angle AQR \cdots \textcircled{1}$$

また、

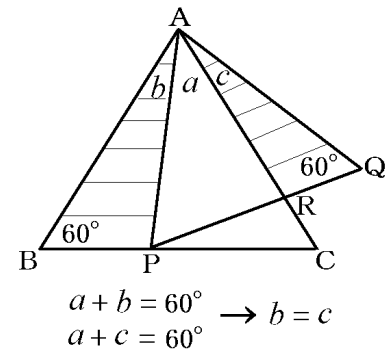
$$\angle BAP + \angle PAC = 60^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle QAR + \angle PAC = 60^\circ \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{より, } \angle BAP = \angle QAR \cdots \textcircled{4}$$

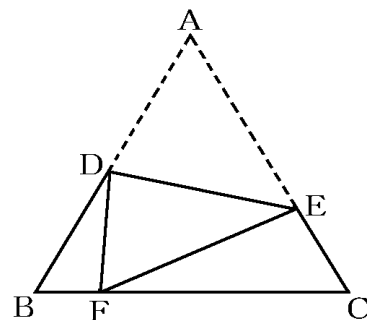
$\textcircled{1}, \textcircled{4}$ より、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABP \sim \triangle AQR$$



[問題](2 学期期末)

右の図のように、正三角形  $ABC$  を辺  $AB$  上の点  $D$  と辺  $AC$  上の点  $E$  を結ぶ線分で折り曲げたところ、頂点  $A$  が辺  $BC$  上の点  $F$  と重なった。このとき、 $\triangle DBF \sim \triangle FCE$  であることを次のように証明した。文中のア～オの空欄をうめよ。



[証明]

$\triangle DBF$  と  $\triangle FCE$  で、

仮定より、 $\angle DBF = \angle(\text{ア}) = 60^\circ \dots \text{①}$

三角形の外角と内角の関係から、

$\angle DFC = \angle B + \angle(\text{イ}) = 60^\circ + \angle(\text{イ})$

また、 $\angle DFC = \angle(\text{ウ}) + \angle(\text{エ}) = 60^\circ + \angle(\text{エ})$

よって、 $\angle(\text{イ}) = \angle(\text{エ}) \dots \text{②}$

①, ②より、( オ ) ので、

$\triangle DBF \sim \triangle FCE$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

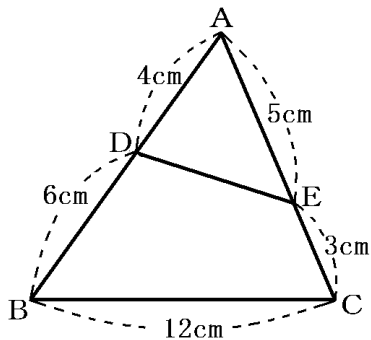
[解答]ア FCE イ BDF ウ DFE エ CFE オ 2組の角が、それぞれ等しい

【】 三角形の相似と長さ

[2 辺の比とその間の角]

[問題](3 学期)

次の図の三角形において、DE の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]6cm

[解説]

$\triangle ADE$  と  $\triangle ACB$  が相似であると見当をつけ、 $\angle A$  をはさむ 2 組の辺(長い方の  $AE$  と  $AB$ , 短い方の  $AD$  と  $AC$ )の比を計算する。

$\triangle ADE$  と  $\triangle ACB$  で、

仮定より、

$$AD : AC = 4 : 8 = 1 : 2$$

$$AE : AB = 5 : 10 = 1 : 2$$

$$\text{よって、} AD : AC = AE : AB \cdots \text{①}$$

また、共通な角だから、 $\angle A = \angle A \cdots \text{②}$

①、②より、2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ADE \sim \triangle ACB$$

相似比は  $1 : 2$

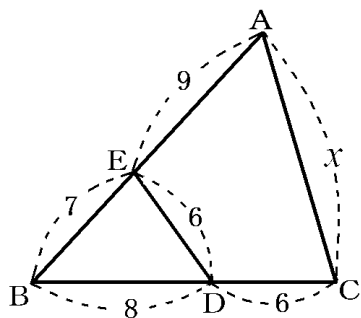
$$\text{よって、} DE : CB = 1 : 2, DE : 12 = 1 : 2$$

比の外項の積 2 は内項の積に等しいので

$$2DE = 12, DE = 6(\text{cm})$$

[問題](2 学期期末)

次の図で  $x$  の値を求めよ。



[解答欄]

[解答]  $x = 12$

[解説]

$\triangle BED$  と  $\triangle BCA$  で、

仮定より、

$$BE : BC = 7 : 14 = 1 : 2$$

$$BD : BA = 8 : 16 = 1 : 2$$

$$\text{よって、} BE : BC = BD : BA \cdots \text{①}$$

また、共通な角だから、 $\angle B = \angle B \cdots \text{②}$

①、②より、2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle BED \sim \triangle BCA$

相似比は  $1 : 2$

$$\text{ゆえに } DE : AC = 1 : 2, \quad 6 : x = 1 : 2$$

比の内項の積は、外項の積に等しいので、

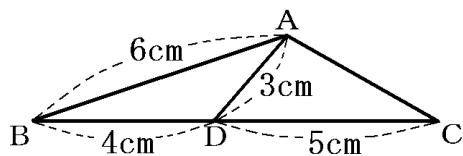
$$x \times 1 = 6 \times 2, \quad x = 12$$

[問題](2 学期期末)

右の図で、 $AB = 6\text{cm}$ 、 $BD = 4\text{cm}$ 、 $DC = 5\text{cm}$ 、 $AD = 3\text{cm}$  のとき、 $AC$  の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答]  $\frac{9}{2}\text{cm}$  (4.5cm)



[解説]

$\triangle ABC$  と  $\triangle DBA$  で、

$AB : DB = 6 : 4 = 3 : 2$ ,  $CB : AB = 9 : 6 = 3 : 2$  なので,  $AB : DB = CB : AB \cdots \textcircled{1}$

共通な角だから,  $\angle B = \angle B \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ より, 2組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しいので,

$\triangle ABC \sim \triangle DBA$  で, 相似比は  $3 : 2$

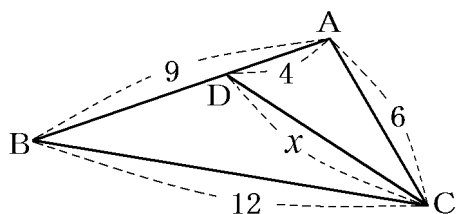
よって,  $AC : DA = 3 : 2$ ,  $AC : 3 = 3 : 2$

比の外項の積は, 内項の積に等しいので,

$$AC \times 2 = 3 \times 3, \text{ よって } AC = 3 \times 3 \div 2 = \frac{9}{2} \text{ (cm)}$$

[問題](3学期)

次の図で,  $x$ の値を求めよ。



[解答欄]

[解答]  $x = 8$

[解説]

$\triangle ADC$  と  $\triangle ACB$  で、

$AD : AC = 4 : 6 = 2 : 3$ ,  $AC : AB = 6 : 9 = 2 : 3$  なので,  $AD : AC = AC : AB \cdots \textcircled{1}$

共通な角だから,  $\angle A = \angle A \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ より, 2組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しいので,

$\triangle ADC \sim \triangle ACB$

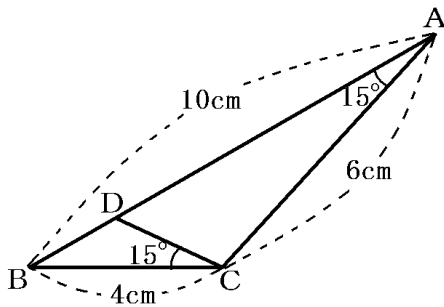
相似比は  $2 : 3$  なので,  $x : 12 = 2 : 3$

比の外項の積は内項の積に等しいので,  $x \times 3 = 12 \times 2$ ,  $x = 12 \times 2 \div 3 = 8$

[2組の角が等しい]

[問題](2学期期末)

次の図において DA の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]  $\frac{42}{5}$  cm(8.4cm)

[解説]

$\triangle BCD$  と  $\triangle BAC$  で,  $\angle BCD = \angle BAC \cdots \textcircled{1}$

共通な角だから,  $\angle B = \angle B \cdots \textcircled{2}$

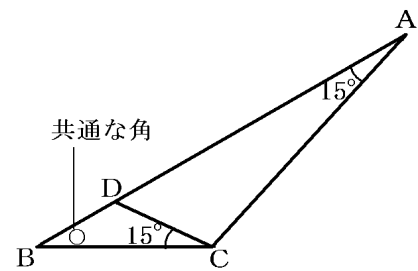
$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ より 2組の角が, それぞれ等しいので,

$\triangle BCD \sim \triangle BAC$

$BD : BC = BC : BA$ ,  $BD : 4 = 4 : 10$ ,  $BD : 4 = 2 : 5$

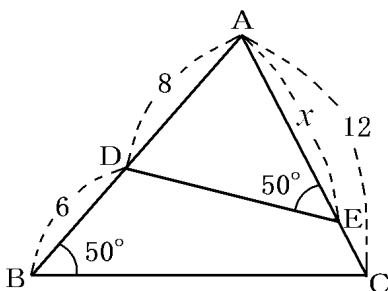
比の外項の積は, 内項の積に等しいので

$BD \times 5 = 4 \times 2$ ,  $5BD = 8$ ,  $BD = \frac{8}{5}$  よって,  $DA = 10 - \frac{8}{5} = \frac{42}{5}$  cm



[問題](2学期期末)

次の図形で,  $x$  の値を求めよ。



[解答欄]

[解答]  $x = \frac{28}{3}$

[解説]

$\triangle ADE$  と  $\triangle ACB$  で、

$\angle A$  は共通、 $\angle AED = \angle ABC$  より 2 組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$

よって、 $AE : AB = AD : AC$ ,  $x : 14 = 8 : 12$ ,

比の外項の積は、内項の積と等しいので、

$$x \times 12 = 14 \times 8, \quad 12x = 14 \times 8, \quad x = \frac{14 \times 8}{12} = \frac{28}{3}$$

[直角三角形]

[問題](2 学期期末)

右の図で、 $\angle BAC = \angle BDE = 90^\circ$  である。

$AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 10\text{cm}$ ,  $BE = 5\text{cm}$  のとき、

線分  $DB$  の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答]  $3\text{cm}$

[解説]

$\triangle DBE$  と  $\triangle ABC$  で、

$\angle B$  は共通、 $\angle BDE = \angle BAC = 90^\circ$

2 組の角がそれぞれ等しいので、

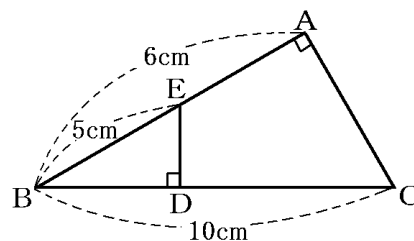
$\triangle DBE \sim \triangle ABC$

よって、 $DB : AB = BE : BC$

$$DB : 6 = 5 : 10$$

比の外項の積は内項の積と等しいので、

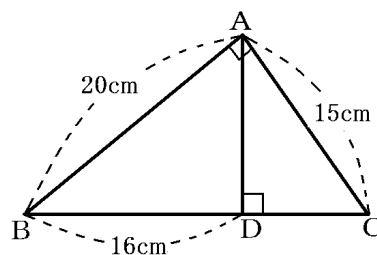
$$DB \times 10 = 6 \times 5, \quad 10DB = 30, \quad DB = 3(\text{cm})$$





[問題](3 学期)

右の図のような、 $\angle A=90^\circ$  の $\triangle ABC$ において、 $A$  から辺  $BC$  に垂線  $AD$  をひく。このとき、 $AD$  の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]12cm

[解説]

$\triangle ABC$  と  $\triangle DBA$  で、

$\angle B$  は共通、 $\angle BAC = \angle BDA = 90^\circ$

2 組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle DBA$

よって、 $AB : DB = AC : DA$ ,  $20 : 15 = 16 : DA$

外項の積  $DA \times 20$  は、内項の積  $15 \times 16$  に等しいので

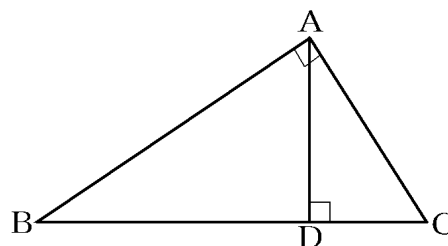
$DA \times 20 = 15 \times 16$ ,  $DA = 15 \times 16 \div 20$ ,  $AD = 12\text{cm}$

[問題](3 学期)

右の図で、 $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$  とする。次の各問いに答えよ。

(1)  $\triangle ABC$  と相似な三角形をすべてあげよ。

(2)  $AB=6\text{cm}$ ,  $BC=8\text{cm}$  として、 $BD$  の長さを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $\triangle DBA$ ,  $\triangle DAC$  (2)  $\frac{9}{2}\text{cm}$

[解説]

(1) 右図のように、 $\angle B=b$ ,  $\angle C=c$  とすると、

$\angle B + \angle C = 90^\circ$  なので  $b + c = 90^\circ$

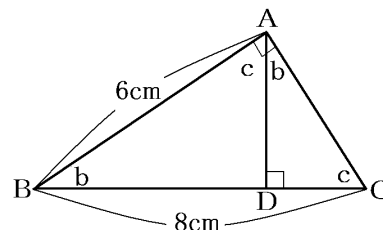
$\triangle ABD$  で  $\angle ADB = 90^\circ$  なので、

$\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$

よって、 $b + \angle BAD = 90^\circ$ ,  $\angle BAD = 90^\circ - b$

ゆえに、 $\angle BAD = c$

$\triangle ACD$  で同様にして、 $\angle CAD = b$



$\triangle ABC$  と  $\triangle DBA$  と  $\triangle DAC$  は、それぞれ  $b$  と  $c$  を内角にもつので、2角が等しく、互いに相似である。

(2) (1)より  $\triangle ABC \sim \triangle DBA$  で、相似な図形の対応する辺の比は等しいので、

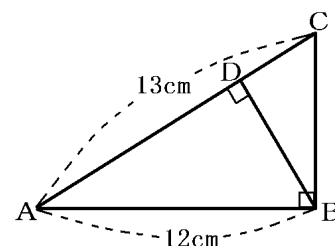
$$BC : AB = AB : BD, \quad 8 : 6 = 6 : BD$$

比の外項の積は内項の積に等しいので、

$$8 \times BD = 6 \times 6, \quad BD = 6 \times 6 \div 8 = \frac{36}{8} = \frac{9}{2} \text{ (cm)}$$

【問題】(2 学期期末)

右の図は、 $AB=12\text{cm}$ 、 $AC=13\text{cm}$  の直角三角形  $ABC$  で、直角の頂点  $B$  から斜辺  $AC$  に垂線  $BD$  をひいたものである。 $AD$  の長さを求めよ。



【解答欄】

【解答】  $\frac{144}{13} \text{ cm}$

【解説】

$\triangle ABD$  と  $\triangle ACB$  で、

$\angle ADB = \angle ABC = 90^\circ$  ,  $\angle A$  は共通

2角が等しいので  $\triangle ABD \sim \triangle ACB$

ゆえに  $AD : AB = AB : AC$ ,  $AD : 12 = 12 : 13$

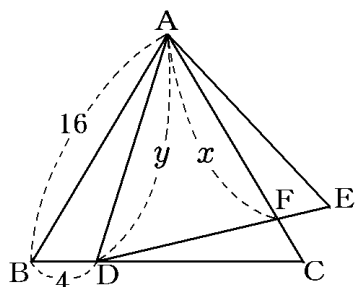
比の外項の積は、内項の積と等しいので

$$AD \times 13 = 12 \times 12 \quad \text{ゆえに} \quad AD = \frac{144}{13} \text{ cm}$$

[正三角形]

[問題](2学期期末)

次の図で、 $\triangle ABC$  と  $\triangle ADE$  は正三角形である。このとき、 $x$ 、 $y$  の長さを求めよ。  
(ヒント： $\triangle ABD$ 、 $\triangle DCF$ 、 $\triangle AEF$  は相似である)



[解答欄]

$x =$	$y =$
-------	-------

[解答]  $x = 13$      $y = 4\sqrt{13}$

[解説]

まず、右図で「●」印をつけた3つの角が等しいことに注目する。

$$\triangle ABD \text{ の内角の和 : } 60^\circ + \angle ADB + \angle BAD = 180^\circ$$

$$BDC \text{ は一直線 : } 60^\circ + \angle ADB + \angle CDF = 180^\circ$$

$$\text{よって, } \angle BAD = \angle CDF$$

次に,

$$\angle BAC = 60^\circ \text{ なので, } \angle BAD + \angle DAC = 60^\circ$$

$$\angle DAE = 60^\circ \text{ なので, } \angle EAF + \angle DAC = 60^\circ$$

$$\text{よって, } \angle BAD = \angle EAF$$

したがって、 $\triangle ABD$ 、 $\triangle DCF$ 、 $\triangle AEF$  の三角形は対応する2角(図の「●」の角、 $60^\circ$ )がそれぞれ等しいので、たがいに相似になる。

$$\triangle ABD \sim \triangle DCF \text{ より, } AB : DC = BD : CF$$

$$AB = 16, DC = BC - BD = 16 - 4 = 12, BD = 4 \text{ なので,}$$

$$16 : 12 = 4 : CF$$

比で、外項の積は内項の積に等しいので、

$$16 \times CF = 12 \times 4, CF = 12 \times 4 \div 16 = 3$$

$$\text{よって, } x = AC - CF = 16 - 3 = 13$$

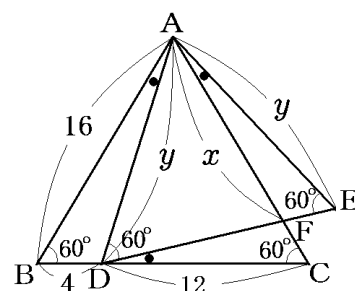
次に、 $y$  を求めるために、 $\triangle ABD \sim \triangle AEF$  に注目すると、

$$AB : AE = AD : AF$$

$$16 : y = y : x$$

$$x = 13 \text{ なので, } 16 : y = y : 13$$

$$\text{比の内項の積は外項の積に等しいので, } y^2 = 16 \times 13 \text{ よって, } y = \sqrt{16 \times 13} = 4\sqrt{13}$$



[印刷／他の PDF ファイルについて]

※このファイルは、FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

※FdData 中間期末(社会・理科・数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は <http://www.fdttext.com/dat/> に掲載しております。

【Fd 教材開発】(092) 404-2266

Mail : info2@fdtext.com