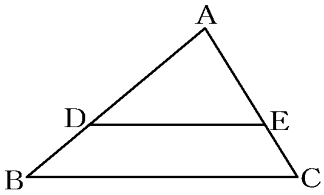
【】平行線と線分の比①：三角形

[問題](3 学期)

下の文は三角形と比の定理である。[　　]にあてはまるものを答えなさい。



(1) AD：AB＝[　　]：[　　]＝[　　]：[　　]

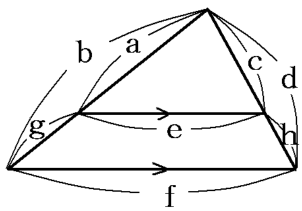
(2) AD：DB＝[　　]：[　　]

[解答欄]

(1)AD：AB＝[　　　]：[　　　]＝[　　　]：[　　　]	(2) AD：DB＝[　　　]：[　　　]

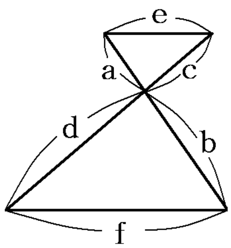
[解答](1) AD：AB＝[AE]：[AC]＝[DE]：[BC]　(2) [AE]：[EC]

[解説]



a：b＝c：d＝e：f

a：g＝c：h



a：b＝c：d＝e：f

[問題](3 学期)

次の文は，三角形と線分の比についての定理である。

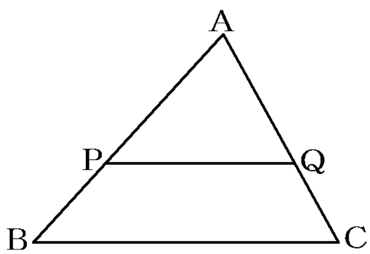
(　)をうめなさい。

△ABC で，辺 AB，AC 上の点を，それぞれ P，Q とする。

(1)　PQ // BC ならば，

AP：AB＝AQ：(　ア　)＝PQ：(　イ　)

(2)　AP：PB＝AQ：QC ならば，PQ // (　ウ　)



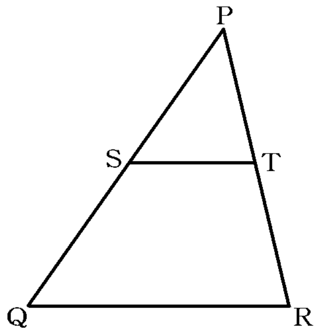
[解答欄]

ア	イ	ウ

[解答]ア　AC　イ　BC　ウ　BC

[問題](3 学期)

右図について，次の①～④の(　　)にあてはまるものを下の語群より選びなさい。



ST // QR のとき，PS : (　①　)＝(　②　) : QR

ST // QR のとき，PS : SQ＝PT : (　③　)

ST // QR で，PS＝9cm，PT＝7cm，SQ＝12cm，QR＝14cm のとき，ST＝(　④　)cm となる。

[語群]

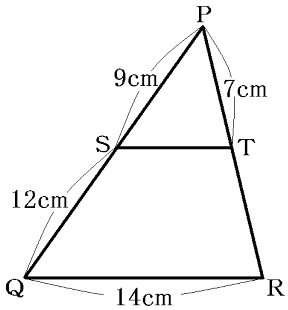
[PT　SQ　ST　PQ　QR　PR　TR　6　7　10.5　11.5]

[解答欄]

①	②	③
④		

[解答]①　PQ　②　ST　③　TR　④　6

[解説]



④　ST : QR＝PS : PQ なので，

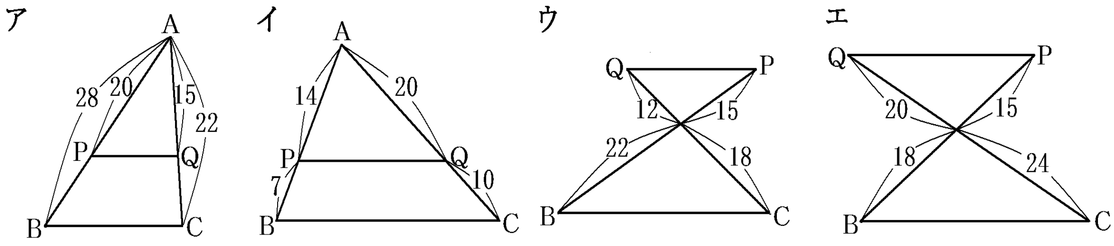
ST : 14＝9 : (9＋12)，ST : 14＝3 : 7

外項の積 ST×7 は，内項の積 14×3 と等しいので，

7ST＝14×3　ゆえに ST＝14×3÷7＝6cm

[問題](3 学期)

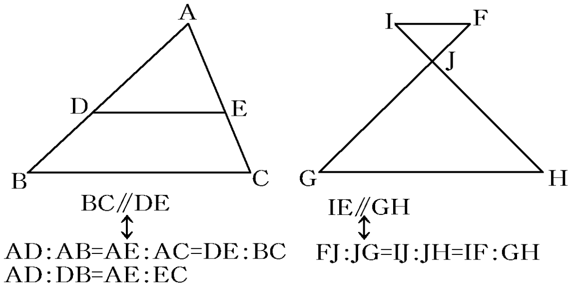
下の図で，PQ // BC が成り立つものはどれか。記号で答えなさい。



[解答欄]

[解答]イ，エ

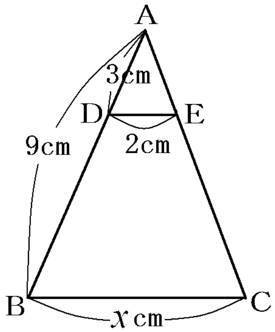
[解説]



ア 20：28≠15：22　イ 14：7＝20：10　ウ 12：18≠15：22　エ 15：18＝20：24

[問題](3 学期)

次の図で，DE // BC のとき x の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答] $x=6$

[解説]

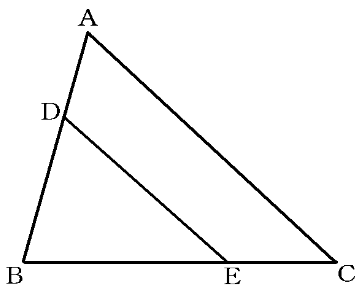
DE // BC なので，平行線の性質より，DE：BC＝AD：AB なので，$2:x=3:9$

内項の積 $x\times 3$ は外項の積 2×9 に等しいので，$3x=18$，$x=6$

[問題](2 学期期末)

AC // DE，AC＝9cm，DE＝6cn，AD＝2cm のとき，

BD の長さを求めなさい。



[解答欄]

[解答] 4 cm

[解説]

AC // DE なので，平行線の性質より，

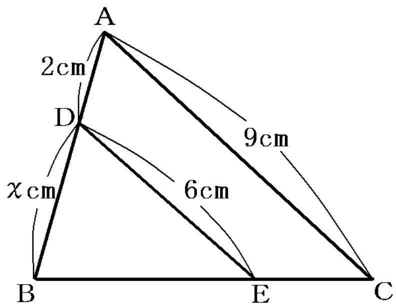
BD：BA＝DE：AC

BD＝x とおくと， $x:(x+2)=6:9$

内項の積 $(x+2)\times 6$ は外項の積 $x\times 9$ に等しいので，

$6(x+2)=9x,\ 6x+12=9x,\ 3x=12$

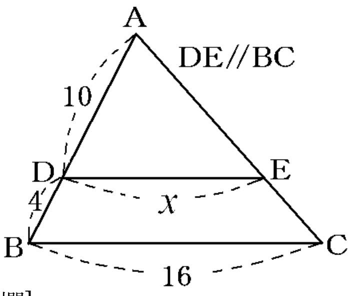
ゆえに， $x=12\div 3=4$ cm



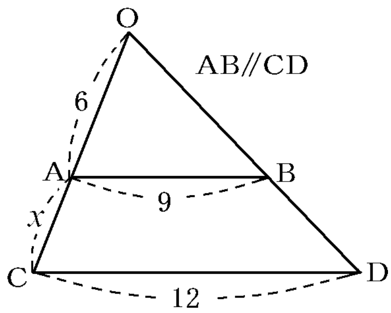
[問題](2 学期期末)

次の図形で， x の値を求めなさい。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x=\dfrac{80}{7}$ (2) $x=2$

[解説]

(1) DE // BC なので， $x:16=10:(10+4)$

外項の積 $x\times 14$ は，内項の積 16×10 に等しいので，

$14x=160$ ゆえに $x=\dfrac{160}{14}=\dfrac{80}{7}$

(2) AB // CD なので，AB：CD＝OA：OC

$9:12=6:(6+x)$

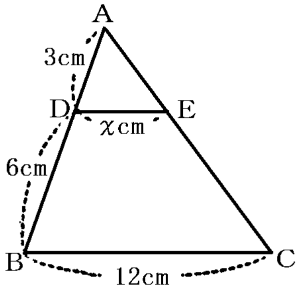
外項の積 $9\times(6+x)$ は，内項の積 12×6 に等しいので，

$9(6+x)=72,\ 6+x=8$ ゆえに， $x=2$

[問題](2 学期期末)

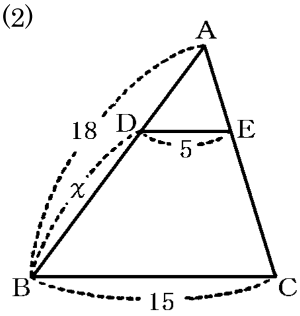
次のそれぞれの図の x を求めよ。

(1)



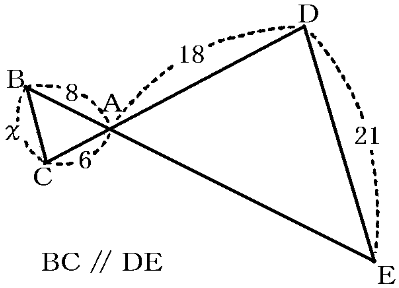
BC // DE

(2)



BC // DE

(3)



BC // DE

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $x=4$　(2) $x=12$　(3) $x=7$

[解説]

(1) BC // DE なので，DE : BC＝AD : AB，$x:12=3:(3+6)$

外項の積 $x\times 9$ は内項の積 12×3 に等しいので，　$9x=36$　ゆえに $x=4$

(2) BC // DE なので，AD : AB＝DE : BC

$(18-x):18=5:15$，$(18-x):18=1:3$

外項の積 $(18-x)\times 3$ は内項の積 18×1 に等しいので

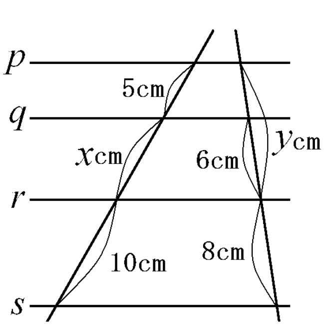
$3(18-x)=18$，$18-x=6$，$-x=6-18$, $-x=-12$　ゆえに，$x=12$

(3) BC // DE なので，BC : DE＝CA : AD，$x:21=6:18$, $x:21=1:3$

外項の積 $x\times 3$ は内項の積 21×1 に等しいので，$3x=21$　ゆえに $x=7$

[問題](3 学期)

右の図で，直線 p，q，r，s が平行のとき，x，y の値を求めなさい。



[解答欄]

$x=$	$y=$

[解答] $x=\dfrac{15}{2}$　$y=10$

[解説]

平行線の性質より，$x : 10 = 6 : 8$

外項の積 $x \times 8$ は内項の積 10×6 に等しいので，

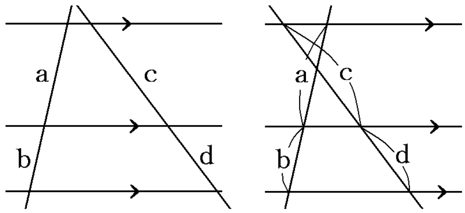
$8x = 60,\ x = 60 \div 8 = \dfrac{60}{8} = \dfrac{15}{2}$

また，$y : 8 = (x+5) : 10$

$x = \dfrac{15}{2}$ を代入すると，

$y : 8 = \left(\dfrac{15}{2} + 5\right) : 10,\ y : 8 = \dfrac{25}{2} : 10$

内項の積は外項の積に等しいので，$y \times 10 = 8 \times \dfrac{25}{2}$，$10y = 100,\ y = 10$

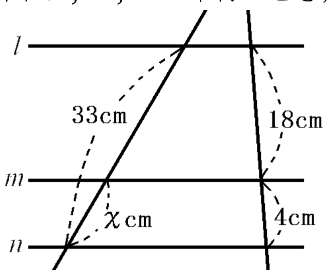


ａ ： ｂ ＝ ｃ ： ｄ
（ａ ： ｃ ＝ ｂ ： ｄ）

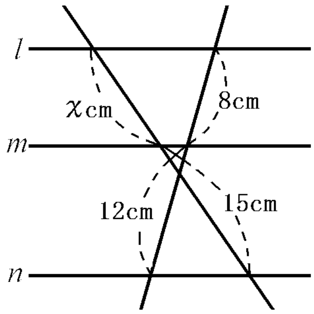
[問題](3 学期)

下の図で $l,\ m,\ n$ が平行のとき，x の値を求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x = 6$　(2) $x = 10$

[解説]

(1) $l,\ m,\ n$ が平行なので，$(33 - x) : x = 18 : 4$

内項の積 $x \times 18$ は，外項の積 $(33 - x) \times 4$ に等しいので，

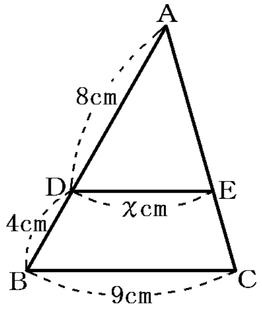
$18x = 4(33 - x)$，$18x = 132 - 4x$，$22x = 132$　ゆえに $x = 132 \div 22 = 6$

(2) $l,\ m,\ n$ が平行なので，$x : 15 = 8 : 12$ 外項の積 $x \times 12$ は，内項の積 15×8 に等しいので，$12x = 15 \times 8$，$12x = 120$　ゆえに $x = 10$

[問題](3 学期)

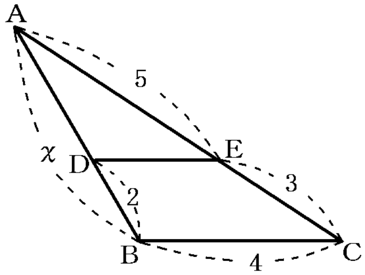
次の x の値をそれぞれ求めなさい。

(1)



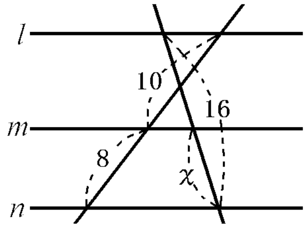
ＤＥ//ＢＣ

(2)



ＤＥ//ＢＣ

(3)



$l // m // n$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $x=6$ (2) $x=\dfrac{16}{3}$ (3) $x=\dfrac{64}{9}$

[解説]

(1) DE // BC なので, $x:9=8:(8+4)$

外項の積 $x\times12$ は, 内項の積 9×8 に等しいので,

$12x=72$, ゆえに $x=72\div12=6$

(2) DE // BC なので, AD : DB＝AE : EC

よって, $(x-2):2=5:3$

外項の積 $(x-2)\times3$ は, 内項の積 2×5 に等しいので

$3(x-2)=10,\ x-2=\dfrac{10}{3},\ x=\dfrac{10}{3}+2$

ゆえに, $x=\dfrac{16}{3}$

(3) $l // m // n$ なので, $10:8=(16-x):x$

外項の積 $10\times x$ は, 内項の積 $8\times(16-x)$ と等しいので,

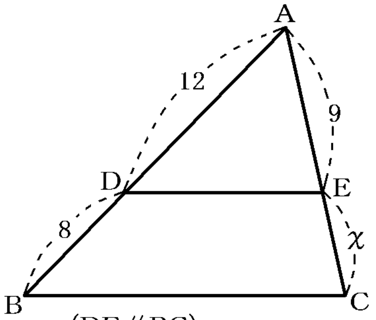
$10x=8(16-x)$

$10x=128-8x,\ 18x=128$ ゆえに $x=\dfrac{128}{18}=\dfrac{64}{9}$

[問題](2 学期期末)

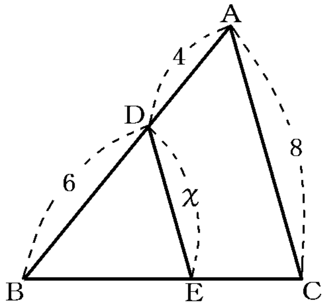
下の図で x の値を求めなさい。

(1)



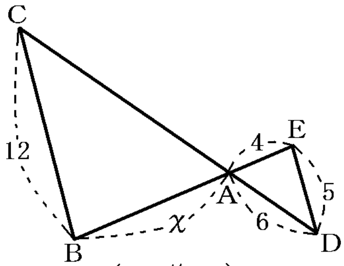
(DE∥BC)

(2)



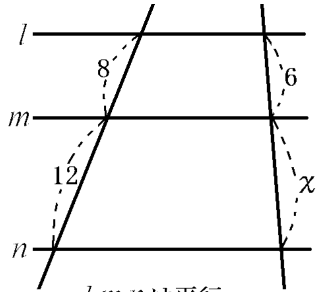
(AC // DE)

(3)



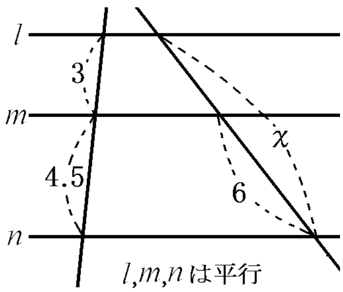
(BC∥DE)

(4)



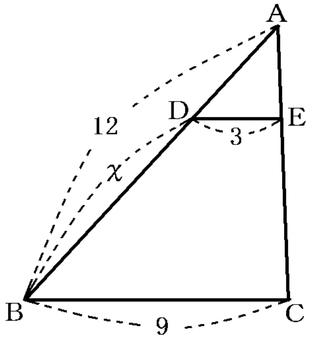
l,m,n は平行

(5)



l,m,n は平行

(6)



DE∥BC

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)

[解答](1) $x=6$ (2) $x=\dfrac{24}{5}$ (3) $x=\dfrac{48}{5}$ (4) $x=9$ (5) $x=10$ (6) $x=8$

[解説]

(1) DE // BC なので，$12:8=9:x$

外項の積$12\times x$は，内項の積8×9に等しいので,

$12x=72$， $x=72\div 12=6$

(2) AC // DE なので，DE：AC＝BD：BA

よって， $x:8=6:(6+4)$

外項の積$x\times 10$は，内項の積8×6に等しいので,

$10x=48$ ゆえに， $x=\dfrac{48}{10}=\dfrac{24}{5}$

(3) BC // DE なので， $x:4=12:5$

外項の積$x\times 5$は，内項の積4×12に等しいので,

$5x=48$ ゆえに$x=\dfrac{48}{5}$

(4) l, m, nは平行なので，$8:12=6:x$

外項の積$8\times x$は，内項の積12×6に等しいので，$8x=72$ ゆえに$x=9$

(5) l, m, nは平行なので，$3:4.5=(x-6):6$

内項の積$4.5\times(x-6)$は，外項の積3×6に等しいので,

$4.5(x-6)=18,\ x-6=4$ ゆえに， $x=10$

(6) DE // BC なので， $(12-x):12=3:9$

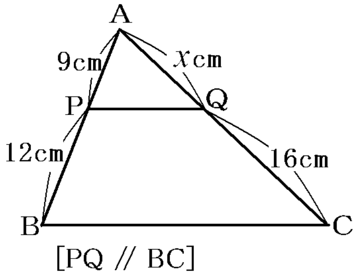
外項の積$(12-x)\times 9$は，内項の積12×3に等しいので,

$9(12-x)=36,\ 12-x=4,\ -x=4-12$ ゆえに$x=8$

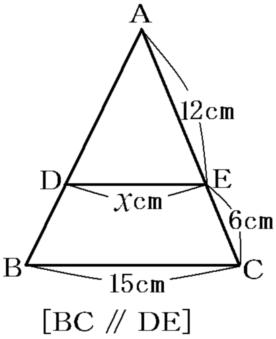
[問題](3 学期)

下の図で x の値を求めなさい。

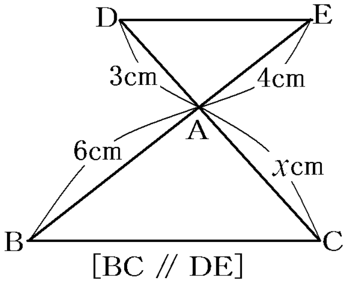
(1)



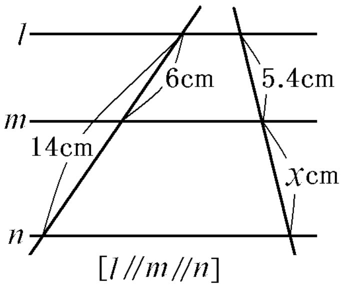
(2)



(3)



(4)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) $x=12$ (2) $x=10$ (3) $x=\frac{9}{2}$ (4) $x=7.2$

[解説]

(1) BC // DE なので，$x : 16=9 : 12$

外項の積は内項の積に等しいので，$x\times12=16\times9$，$x=16\times9\div12=12$

(2) BC // DE なので，$x : 15=12 : (12+6)$，$x : 15=12 : 18$，$x : 15=2 : 3$

外項の積は内項の積に等しいので，$x\times3=15\times2$，$x=30\div3=10$

(3) BC // DE なので，$3 : x=4 : 6$，$3 : x=2 : 3$

内項の積は外項の積に等しいので，$x\times2=3\times3$，$x=9\div2=\frac{9}{2}$

(4) $l // m // n$ なので，$5.4 : x=6 : (14-6)$，$5.4 : x=3 : 4$

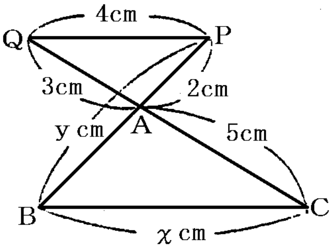
内項の積は外項の積に等しいので，$x\times3=5.4\times4$　よって，$x=5.4\times4\div3=7.2$

[問題](2 学期期末)

次の図で，x，y の値を求めなさい。

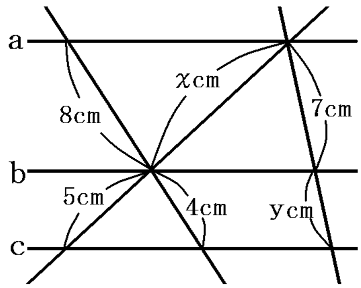
(1)

PQ // BC

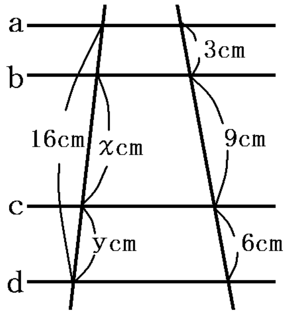


(2)

直線 a，b，c は平行



(3) 直線 a，b，c，d は平行



[解答欄]

(1) $x=$	$y=$	(2) $x=$
$y=$	(3) $x=$	$y=$

[解答](1)　$x=\dfrac{20}{3}$，$y=\dfrac{16}{3}$　(2)　$x=10$，$y=\dfrac{7}{2}$　(3)　$x=8$，$y=\dfrac{16}{3}$

[解説]

(1) PQ // BC なので，$x:4=5:3$

外項の積 $x\times 3$ は，内項の積 4×5 に等しいので，

$3x=20$　ゆえに，$x=\dfrac{20}{3}$

次に，$3:5=2:(y-2)$

外項の積 $3\times(y-2)$ は，内項の積 5×2 に等しいので，

$3(y-2)=10$，$y-2=\dfrac{10}{3}$，$y=\dfrac{10}{3}+2=\dfrac{16}{3}$

(2)　a, b, c は平行なので，$x:5=8:4$

外項の積 $x\times 4$ は，内項の積 5×8 に等しいので，

$4x=40$　ゆえに，$x=10$

次に，$8:4=7:y$

外項の積 $8\times y$ は，内項の積 4×7 に等しいので，

$8y=28$　ゆえに，$y=\dfrac{28}{8}=\dfrac{7}{2}$

(3)　a, b, c, d は平行なので，

$x : 16 = 9 : (3+9+6)$

外項の積 $x \times 18$ は，内項の積 16×9 に等しいので，

$18x = 16 \times 9$　ゆえに $x = \dfrac{16 \times 9}{18} = 8$

次に，$y : 16 = 6 : (3+9+6)$

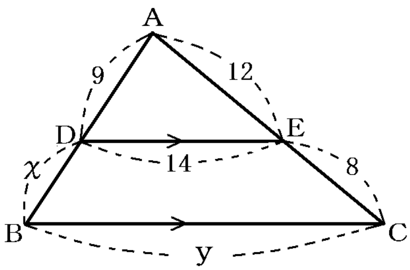
外項の積 $y \times 18$ は，内項の積 16×6 に等しいので，

$18y = 16 \times 6$　ゆえに，$y = \dfrac{16 \times 6}{18} = \dfrac{16}{3}$

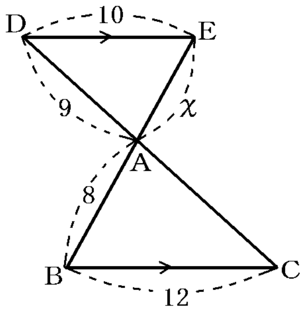
[問題](2 学期期末)

次の図で x，y の値を求めなさい。

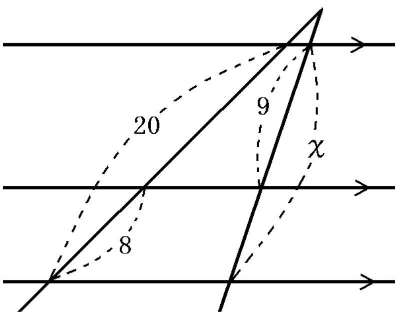
(1)



(2)



(3)



[解答欄]

(1) $x =$	$y =$	(2) $x =$
(3) $x =$		

[解答](1)　$x = 6$, $y = \dfrac{70}{3}$　(2)　$x = \dfrac{20}{3}$　(3)　$x = 15$

[解説]

⑴ BC // DE なので，$9:x=12:8$

内項の積 $x\times12$ は，外項の積 9×8 に等しいので，

$12x=72$ ゆえに $x=72\div12=6$

次に，$14:y=12:(12+8)$

内項の積 $y\times12$ は，外項の積 14×20 に等しいので，

$12y=280$ ゆえに $y=\dfrac{280}{12}=\dfrac{70}{3}$

⑵ BC // DE なので，$x:8=10:12$

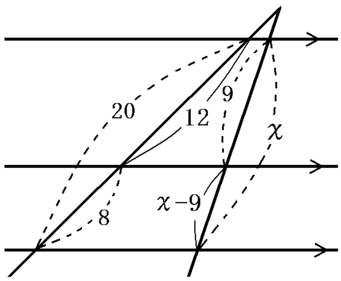
外項の積 $x\times12$ は，内項の積 8×10 に等しいので，

$12x=80$ ゆえに $x=\dfrac{80}{12}=\dfrac{20}{3}$

⑶ 3 本の直線が平行なので，$(20-8):8=9:(x-9)$

外項の積 $12\times(x-9)$ は，内項の積 8×9 に等しいので，

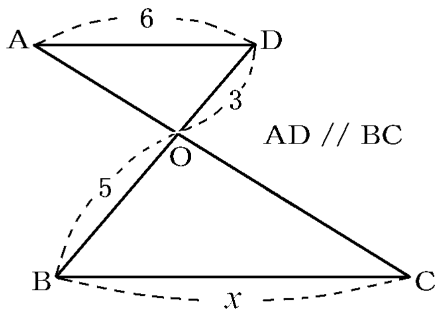
$12(x-9)=72$，$x-9=6$ ゆえに，$x=15$



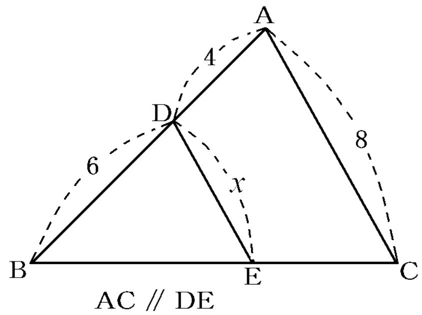
[問題](2 学期期末)

下の図で，x の値を求めなさい。

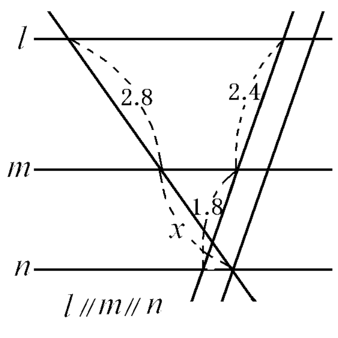
⑴



⑵



⑶



[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $x=10$　(2) $x=\frac{24}{5}$　(3) $x=2.1$

[解説]

(1) AD // BC なので，$x:6=5:3$

外項の積 $x\times 3$ は，内項の積 6×5 に等しいので，

$3x=30$　ゆえに，$x=30\div 3=10$

(2) AC // DE なので，$x:8=6:(6+4)$

外項の積 $x\times 10$ は，内項の積 8×6 に等しいので，

$10x=48$　ゆえに，$x=\frac{48}{10}=\frac{24}{5}$

(3) $l\,//\,m$ なので，$x:2.8=1.8:2.4$

外項の積 $x\times 2.4$ は，内項の積 2.8×1.8 に等しいので，

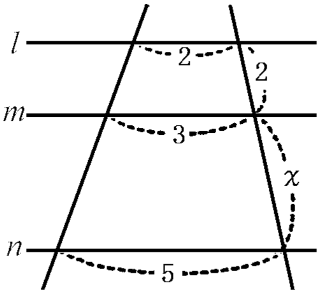
$2.4x=2.8\times 1.8$，$240x=28\times 18$

ゆえに $x=\frac{28\times 18}{240}=\frac{21}{10}$

【】平行線と線分の比②：台形

[問題](2 学期期末)

次の図の x を求めよ。



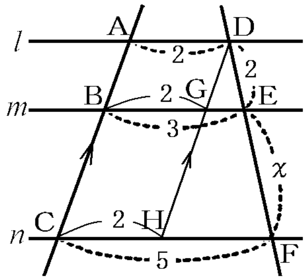
l, m, n は平行

[解答欄]

[解答] $x=4$

[解説]

右図のように AC // DH となる補助線を引くのがポイント。



l, m, n は平行

l, m, n が平行なので三角形の部分に注目すると,

GE：HF＝DE：DF

$(3-2):(5-2)=2:(2+x)$

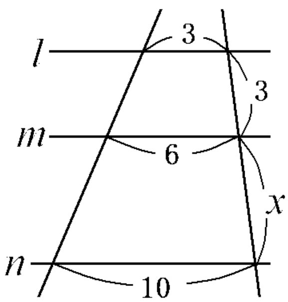
$1:3=2:(2+x)$

外項の積 $1\times(2+x)$ は，内項の積 3×2 に等しいので,

$2+x=6$ 　ゆえに, $x=4$

[問題](3 学期)

下の図の x の値を求めなさい。

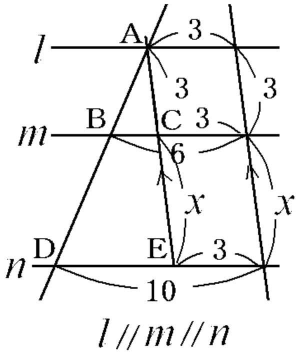


$l /\!/ m /\!/ n$

[解答欄]

[解答] $x=4$

[解説]



右図のように補助線 AE を引くのがポイント

l, m, n が平行なので三角形の部分に注目すると,

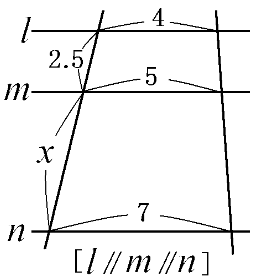
AC : AE＝BC : DE,

$3:(3+x)=(6-3):(10-3)$

$3:(3+x)=3:7$, $3+x=7$, $x=4$

[問題](3 学期)

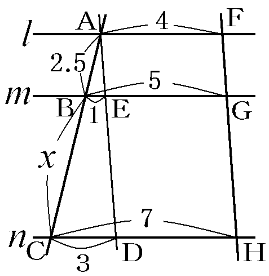
下の図で, x の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答] $x=5$

[解説]



右図のように, FH に平行になるように直線 AD をひくと,

四角形 AEGF, 四角形 EDHG はともに平行四辺形になるので,

EG＝DH＝AF＝4　よって, BE＝1, CD＝3

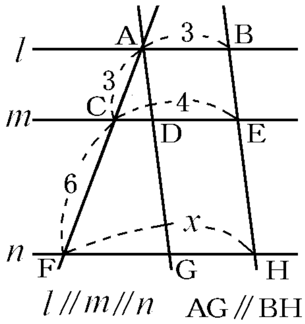
BE // CD なので, AB : AC＝BE : CD

よって, 2.5 : (2.5＋ x)＝1 : 3

内項の積は外項の積に等しいので, 2.5＋ x ＝2.5×3　よって, x ＝7.5－2.5＝5

[問題](2 学期期末)

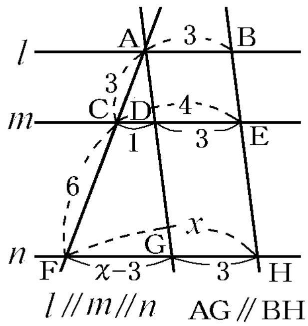
次の図形で，x の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答] $x=6$

[解説]



$m // n$ なので，CD : FG＝AC : AF，

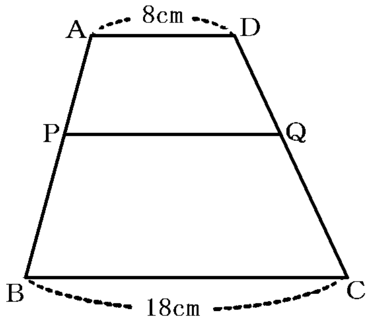
$(4-3):(x-3)=3:9$　$1:(x-3)=1:3$

内項の積 $(x-3)\times 1$ は，外項の積 1×3 と等しいので，

$x-3=3$　ゆえに，$x=6$

[問題](2 学期期末)

右の図で，四角形 ABCD は AD // BC の台形である。また，点 P，Q は，それぞれ辺 AB，CD 上の点で，PQ // AD である。AD＝8cm，BC＝18cm，$\dfrac{AP}{AB}=\dfrac{2}{5}$ のとき，PQ の長さを求めよ。

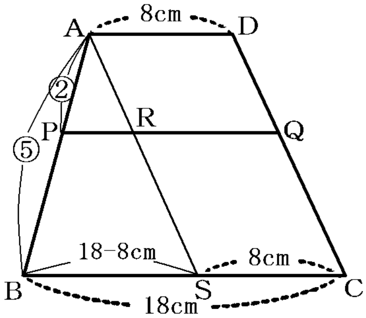


[解答欄]

[解答]12cm

[解説]

A を通って CD に平行な直線を引き，PQ，BC との交点をそれぞれ R，S とすると，



BS＝18－8＝10

PR // BS なので，PR : BS＝AP : AB

ゆえに PR : 10＝2 : 5

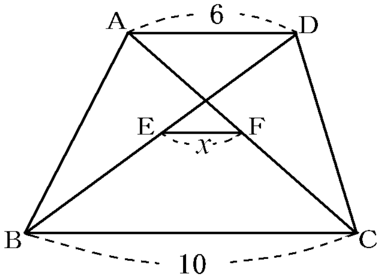
外項の積 PR×5 は，内項の積 10×2 に等しいので，

5PR＝20　ゆえに，PR＝4

また RQ＝8　ゆえに PQ＝PR＋RQ＝4＋8＝12cm

[問題](2 学期期末)

下の図で x の値を求めなさい。



AD // BC，AF＝FC ,DE＝EB

[解答欄]

[解答] $x=2$

[解説]

AF : FC＝1 : 1，DE : EB＝1 : 1 なので，EF // BC

△CAD で，FG : AD＝CF : CA＝1 : 2，FG : 6＝1 : 2

外項の積 FG×2 は，内項の積 6×1 と等しいので，

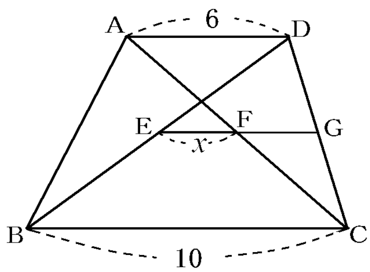
FG×2＝6　よって FG＝3

また，△DBC で，EG : BC＝DE : DB＝1 : 2

EG : BC＝1 : 2 で BC＝10 なので，EG : 10＝1 : 2

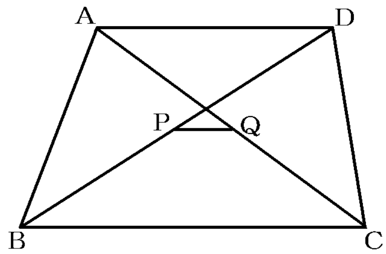
外項の積 EG×2 は，内項の積 10×1 と等しいので，

2EG＝10　ゆえに EG＝5　x＝EG－FG＝5－3＝2



[問題](2 学期期末)

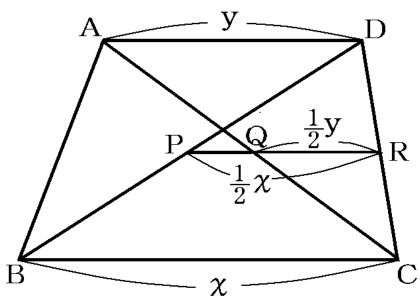
右の図において，四角形 ABCD は AD // BC，AD＜BC の台形で，対角線 BD，AC の中点をそれぞれ P，Q とする。BC＝x，AD＝y として，PQ の長さを x，y を用いた式で表せ。



[解答欄]

[解答] $\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y$

[解説]



DP：PB＝1：1，AQ：QC＝1：1 なので平行線の性質より，PQ // BC　ゆえに PR // BC，PR // AD

△DBC で，DP：DB＝1：2 なので，PR：BC＝1：2

ゆえに PR＝$\frac{1}{2}$BC＝$\frac{1}{2}x$･･･①

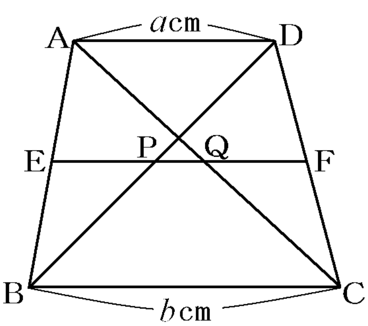
また，△CAD で，CQ：CA＝1：2 なので，

QR：AD＝1：2　ゆえに QR＝$\frac{1}{2}$AD＝$\frac{1}{2}y$･･･②

①，②より，PQ＝PR－QR＝$\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y$

[問題](3 学期)

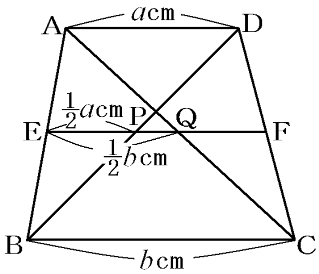
右の図は，AD // BC の台形 ABCD で，辺 AB，CD の中点を E，F とし，EF と BD，AC との交点をそれぞれ P，Q とする。このとき，PQ の長さを a，b で表しなさい。ただし，$a<b$ とする。



[解答欄]

[解答] $\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}a$ (cm)

[解説]



E，F は，それぞれ辺 AB，CD の中点なので，平行線の性質より EF は AD と BC に平行である。

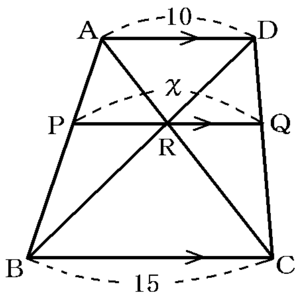
△BAD で，E は BA の中点で，EP // AD なので，

$\mathrm{EP}=\frac{1}{2}\mathrm{AD}=\frac{1}{2}a$

△ABC で，同様にして，$\mathrm{EQ}=\frac{1}{2}b$　よって，PQ＝EQ－EP＝$\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}a$ (cm)

[問題](2 学期期末)

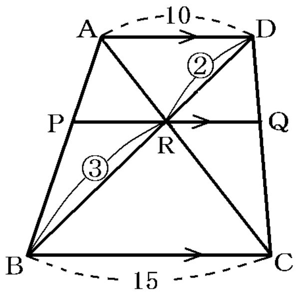
　下の図で x の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答] $x=12$

[解説]



AD // BC なので，DR：RB＝AD：BC＝10：15＝2：3

PR // AD なので，PR：AD＝BR：BD＝3：(3＋2)

ゆえに，PR：10＝3：5

外項の積 PR×5 は，内項の積 10×3 と等しいので，

5PR＝30　ゆえに，PR＝6･･･①

次に，RQ // BC なので，RQ：BC＝DR：DB

RQ：15＝2：(2＋3)

外項の積 RQ×5 は，内項の積 15×2 と等しいので，5RQ＝30　ゆえに，RQ＝6･･･②

①，②より，x＝PR＋RQ＝6＋6＝12

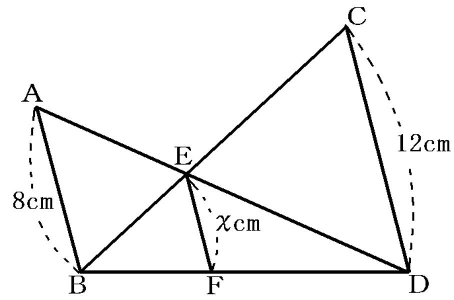
【】平行線と線分の比③：特殊な三角形

[問題](3 学期)

次の図で，AB // CD // EF である。

(1) BF : FD を求めなさい。

(2) EF の長さを求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 2 : 3　(2) $\dfrac{24}{5}$ cm

[解説]

(1) △ABE・△ECD で，AB // CD なので平行線の性質より，BE : EC＝AB : CD＝8 : 12＝2 : 3

△BCD で，EF // CD なので平行線の性質より，

BF : FD＝BE : EC＝2 : 3

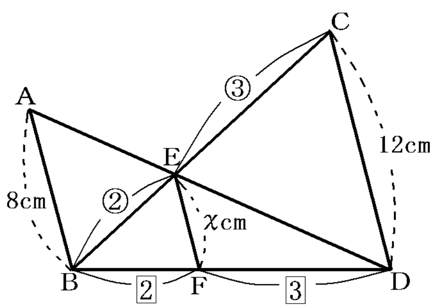
(2) △BCD で，EF // CD なので平行線の性質より，

EF : CD＝BF : BD＝2 : (2＋3)

ゆえに x : 12＝2 : 5

外項の積 $x \times 5$ は，内項の積 12×2 に等しいので，

$5x = 24$　ゆえに，$x = \dfrac{24}{5}$

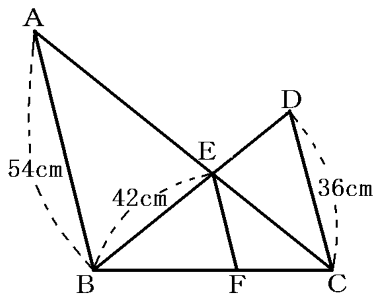


[問題](3 学期)

右の図について，AB，EF はどちらも CD と平行である。

(1) ED の長さを求めよ。

(2) EF の長さを求めよ。

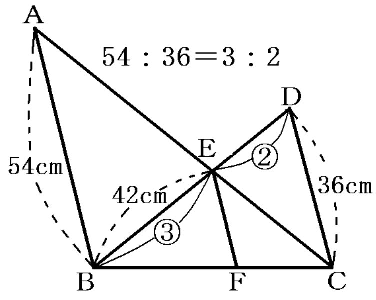


[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 28 cm　(2) $\dfrac{108}{5}$ cm

[解説]



(1) △ABE・△EDC で，AB // CD なので，

BE：ED＝AB：CD，42：ED＝54：36

42：ED＝3：2

内項の積 ED×3 は，外項の積 42×2 に等しいので，

3ED＝84　ゆえに，ED＝84÷3＝28

(2) (1)より，BE：ED＝3：2 なので

BE：BD＝3：(3＋2)＝3：5

△BDC で，EF // DC なので，EF：CD＝BE：BD

ゆえに EF：36＝3：5

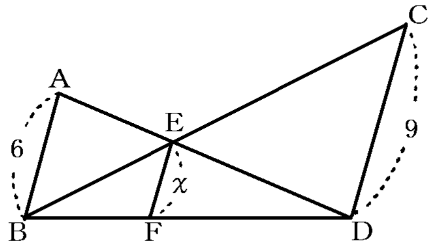
外項の積 EF×5 は，内項の積 36×3 に等しいので，

5EF＝108　ゆえに EF＝$\dfrac{108}{5}$cm

[問題](2 学期期末)

　次の図で AB，CD，EF が平行であるとき，

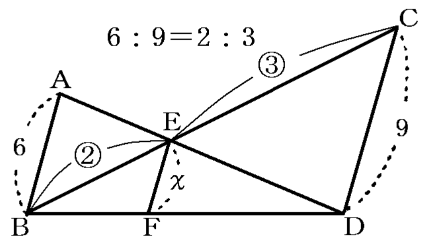
x の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答] $x=\dfrac{18}{5}$cm

[解説]



△ABE・△ECD で，AB // CD なので，

BE：EC＝AB：DC＝6：9＝2：3

よって，BE：BC＝2：(2＋3)＝2：5

△BCD で，EF // CD なので，EF：CD＝BE：BC

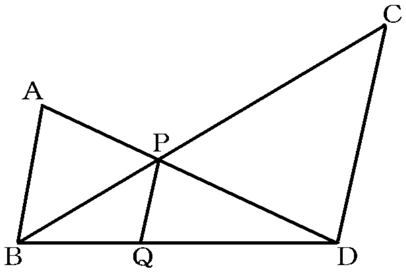
x ：9＝2：5

外項の積 x ×5 は，内項の積 9×2 に等しいので

$5x=18$　ゆえに $x=\dfrac{18}{5}$

[問題](2 学期期末)

右の図で，点 P は線分 AD と BC の交点であり，線分 AB，PQ，CD は平行である。AB＝8cm，CD＝12cm のとき，線分 PQ の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答] $\frac{24}{5}$ cm

[解説]

△ABP・△PCD で，AB // CD なので，

BP：PC＝AB：CD＝8：12＝2：3

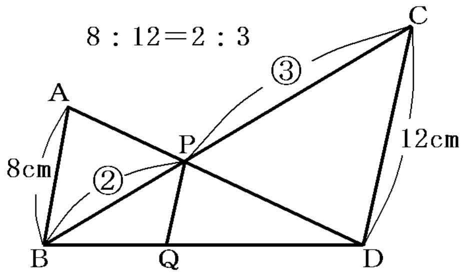
ゆえに，BP：BC＝2：(2＋3)＝2：5

△BCD で，PQ // CD なので，PQ：CD＝BP：BC

よって，PQ：12＝2：5

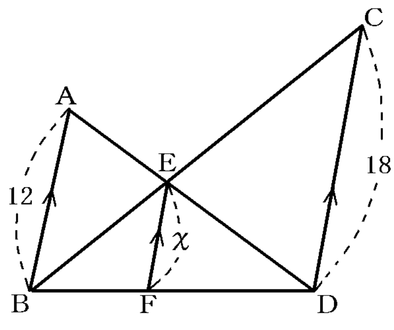
外項の積 PQ×5 は, 内項の積 12×2 に等しいので,

5PQ＝24　ゆえに PQ＝$\frac{24}{5}$ cm



[問題](2 学期期末)

下の図で x の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答] $x=\frac{36}{5}$

[解説]

△ABE・△ECD で，AB // CD なので，

BE : EC＝AB : CD＝12 : 18＝2 : 3

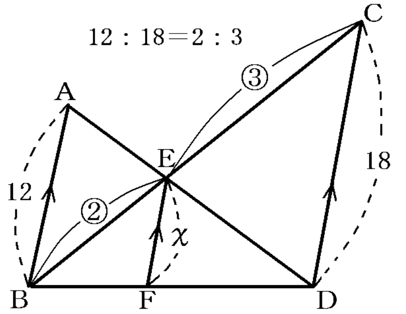
ゆえに，BE : BC＝2 : (2＋3)＝2 : 5

△BCD で，EF // CD なので，EF : CD＝BE : BC

よって，x : 18＝2 : 5

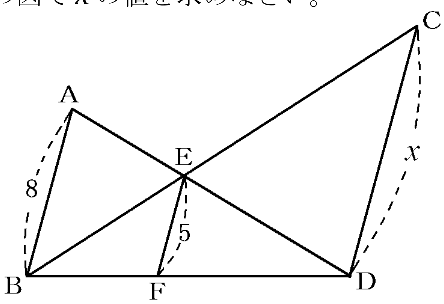
外項の積 x ×5 は，内項の積 18×2 と等しいので，

$5x＝36$　ゆえに，$x=\dfrac{36}{5}$



[問題](2 学期期末)

下の図で x の値を求めなさい。



AB//EF//CD

[解答欄]

[解答] $x=\dfrac{40}{3}$

[解説]

△DAB で，AB // EF なので，

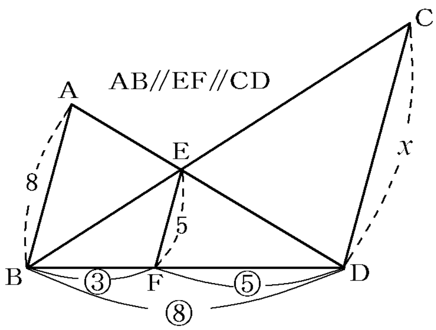
DF : DB＝EF : AB＝5 : 8

ゆえに，DF : FB＝5 : (8−5)＝5 : 3

ゆえに BF : BD＝3 : 8

△BCD で，EF // CD なので，EF : CD＝BF : BD

5 : x＝3 : 8

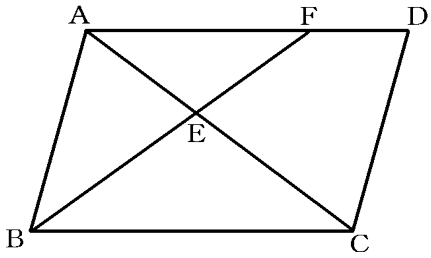


内項の積 x ×3 は，外項の積 5×8 に等しいので，$3x=40$　ゆえに，$x=\dfrac{40}{3}$

【】平行線と線分の比④：比を移す

[問題](2 学期期末)

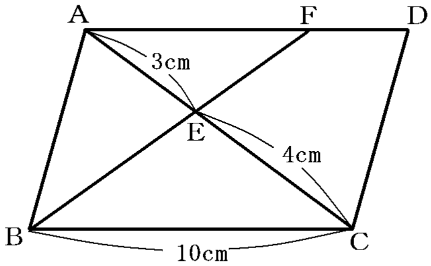
右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形である。BC＝10cm，AE＝3cm，EC＝4cm のとき，FD の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]$\dfrac{5}{2}$ cm

[解説]



△AFE・△EBC で，AF // BC なので

AF : BC＝AE : EC

AF : 10＝3 : 4

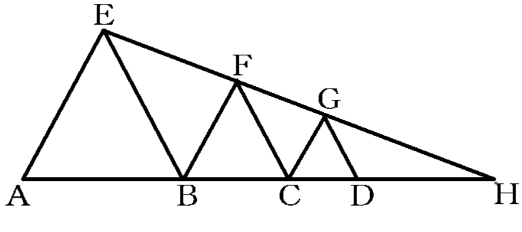
外項の積 AF×4 は, 内項の積 10×3 と等しいので,

4AF＝30　ゆえに，AF＝$\dfrac{30}{4}=\dfrac{15}{2}$ cm

よって，FD＝AD－AF＝$10-\dfrac{15}{2}=\dfrac{5}{2}$ cm

[問題](2 学期期末)

次の図で，4 点 A，B，C，D は一直線上にあり，△ABE，△BCF，△CDG はそれぞれ AB，BC，CD を 1 辺とする正三角形です。また，3 点 E，F，G は一直線上にあり，H は直線 AB と直線 EF との交点です。

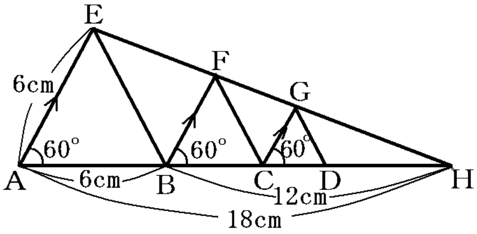


AE＝6cm，AH＝18cm のとき，線分 CG の長さを求めなさい。

[解答欄]

[解答]CG＝$\dfrac{8}{3}$ cm

[解説]



△ABE は正三角形なので AB＝6cm

BH＝18－6＝12cm

EA // FB なので，FB：EA＝HB：HA

よって，FB：6＝12：18

外項の積 FB×18 は，内項の積 6×12 と等しいので，18FB＝72　ゆえに FB＝72÷18＝4cm

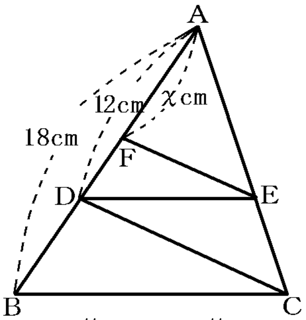
次に，GC // FB なので，GC：FB＝HC：HB

GC：4＝(12－4)：12，GC：4＝8：12，GC：4＝2：3

外項の積 GC×3 は，内項の積 4×2 に等しいので，3GC＝8　ゆえに GC＝$\frac{8}{3}$cm

[問題](3 学期)

次の x の値を求めなさい。

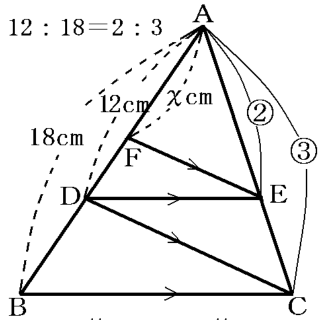


BC//DE，DC//FE

[解答欄]

[解答] $x=8$

[解説]



BC//DE，DC//FE

DE // BC なので，AE：AC＝AD：AB＝12：18＝2：3

FE // DC なので，AF：AD＝AE：AC

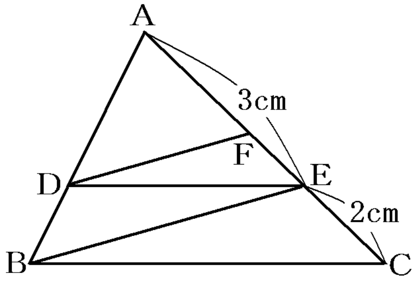
ゆえに，x：12＝2：3

外項の積 x×3 は，内項の積 12×2 と等しいので，

3x＝24　ゆえに x＝8

[問題](3 学期)

右の図は，△ABC において，BC // DE, BE // DF になるように辺 AB 上に点 D，辺 AC 上に点 E，F をそれぞれとったものである。AE＝3cm, EC＝2cm のとき，次の問いに答えなさい。



(1)　AF : FE を求めなさい。

(2)　AF の長さを求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 3：2　(2) $\frac{9}{5}$ cm

[解説]

(1) DE // BC なので，AD : DB＝AE : EC なので，AD : DB＝3 : 2

また，DF // BE なので，AF : FE＝AD : DB

よって，AF : FE＝3 : 2

(2) AF : FE＝3 : 2 より，AF : AE＝3 : 5

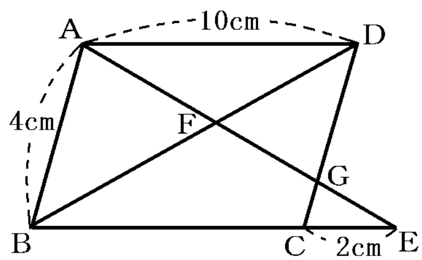
AF＝ x cm とすると， x ：3＝3 : 5

外項の積は内項の積に等しいので，

x ×5＝3×3， x ＝9÷5　よって， $x=\frac{9}{5}$

[問題](3 学期)

右の図のような平行四辺形 ABCD がある。BC の延長上に CE＝2cm となる点 E をとり，AE と BD，CD との交点をそれぞれ F，G とする。



(1)　線分 DG の長さを求めよ。

(2)　BF＝12cm のとき，FD の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

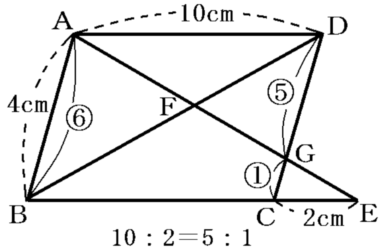
[解答](1) $\frac{10}{3}$ cm　(2)　10 cm

[解説]

(1) AD // CE，AD : CE＝10 : 2＝5 : 1 なので，

DG : GC＝5 : 1

ゆえに，DG＝DC×$\frac{5}{6}$＝4×$\frac{5}{6}$＝$\frac{10}{3}$cm



(2) AB : DG＝DC : DG＝(5＋1) : 5＝6 : 5

AB // DG なので，

BF : FD＝AB : DG

ゆえに，12 : FD＝6 : 5

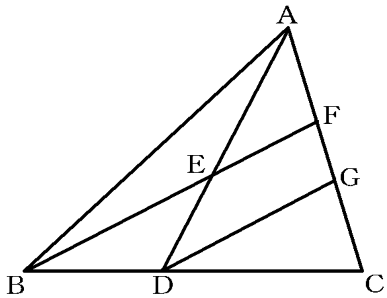
内項の積 FD×6 は，外項の積 12×5 と等しいので，

6FD＝60　ゆえに FD＝60÷6＝10cm

[問題](2 学期期末)

　次の図で，BD : DC＝2 : 3，AE : ED＝5 : 3，

BF // DG であるとき，FG : AC の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答]FG : AC＝6 : 25

[解説]

BF // DG，BD : DC＝2 : 3 なので FG : GC＝2 : 3･･･①

EF // DG，AE : ED＝5 : 3 なので AF : FG＝5 : 3･･･②

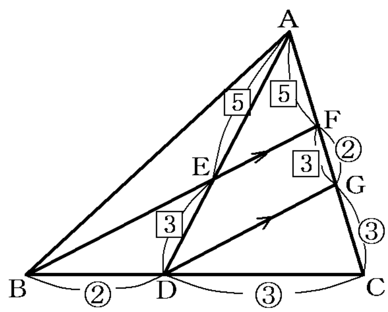
①，②の FG 部分の比を 6 にあわせる。

①より FG : GC＝2 : 3＝6 : 9

②より AF : FG＝5 : 3＝10 : 6

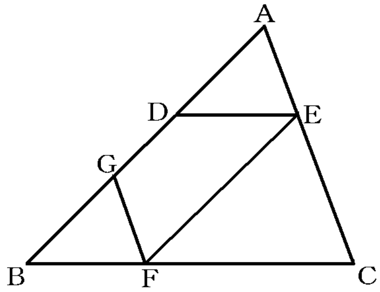
よって，AF : FG : GC＝10 : 6 : 9

ゆえに，FG : AC＝6 : (10＋6＋9)＝6 : 25



[問題](2 学期期末)

次の図の△ABC において，AB＝16cm，AD：DB＝3：5，DE // BC，EF // AB，FG // CA です。このとき，EF，DG の長さを求めなさい。

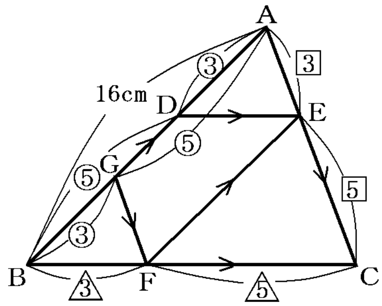


[解答欄]

EF＝	DG＝

[解答]EF＝10cm　DG＝4cm

[解説]



仮定より DE // BC なので，AE：EC＝AD：DB

仮定より AD：DB＝3：5 なので，

AE：EC＝3：5･･･①

EF // AB なので，EF：AB＝CE：CA，

ゆえに，EF：16＝5：(5＋3)

外項の積 EF×8 は，内項の積 16×5 と等しいので，

8EF＝80　よって EF＝80÷8＝10cm

次に，仮定より AB＝16cm，AD：DB＝3：5 なので，

AD＝$16\times\dfrac{3}{3+5}=6$ cm･･･②

仮定より EF // AB なので，BF：FC＝AE：EC

①より AE：EC＝3：5 なので，BF：FC＝3：5

仮定より GF // AC なので，BG：GA＝BF：FC

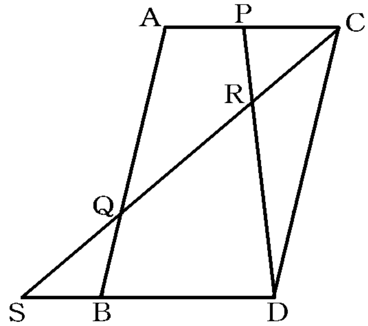
ゆえに BG：GA＝3：5

AB＝16cm なので，BG＝$16\times\dfrac{3}{3+5}=6$ cm･･･③

GD＝AB－AD－BG なので，②，③より，GD＝16－6－6＝4cm

[問題](3 学期)

右図の平行四辺形 ABDC において，辺 AC 上に AP : PC＝1 : 1，辺 AB 上に AQ : QB＝2 : 1 となる点 P，Q をとり，線分 DP と CQ の交点を R，DB の延長と CQ の延長の交点を S とする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1)　線分比 CQ : QS を最も簡単な整数の比で表せ。

(2)　線分比 PR : RD を最も簡単な整数の比で表せ。

(3)　線分比 CR : RQ を最も簡単な整数の比で表せ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 2 : 1　(2) 1 : 3　(3) 3 : 5

[解説]

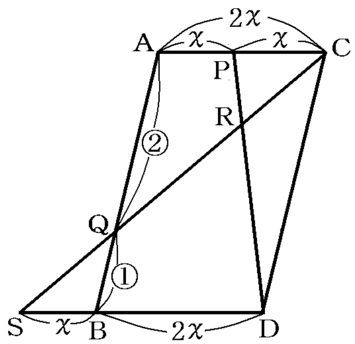
(1) AC // SB，AQ : QB＝2 : 1 なので，CQ : QS＝2 : 1

(2) CP＝x とおくと，AP:PC＝1:1 なので BD＝AC＝$2x$

AC // SB，AQ:QB＝2:1 なので，SB＝$\frac{1}{2}$AC＝$\frac{1}{2}\times 2x = x$

SD＝SB＋BD＝$x+2x=3x$

PC // SD なので，PR : RD＝PC : SD＝$x : 3x = 1 : 3$



(3) CS＝a とおくと，(1)より CQ＝$\frac{2}{3}a$，QS＝$\frac{1}{3}a$

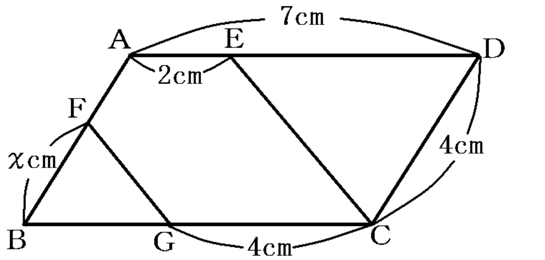
(2)より PR : RD＝1 : 3 なので，CR : RS＝1 : 3　ゆえに CR＝$\frac{1}{4}a$，RS＝$\frac{3}{4}a$

RQ＝RS－QS＝$\frac{3}{4}a-\frac{1}{3}a=\frac{5}{12}a$　ゆえに CR : RQ＝$\frac{1}{4}a : \frac{5}{12}a$＝3 : 5

【】平行線と線分の比⑤：補助線

[問題](2 学期期末)

四角形 ABCD は平行四辺形，EC // FG のとき，x を求めなさい。



[解答欄]

[解答] $x=\dfrac{12}{5}$ cm

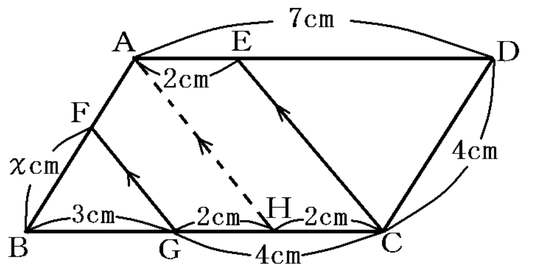
[解説]

BC 上に点 H を AH // FG となるようにとる。

AE＝HC＝2cm なので GH＝4－2＝2cm

BG＝7－4＝3cm

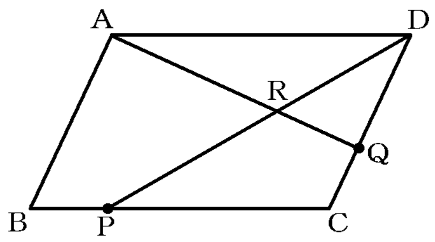
AH // FG なので，BF : BA＝BG : BH



$x:4=3:5$　外項の積 $x\times5$ は，内項の積 4×3 に等しいので，$5x=12$，$x=\dfrac{12}{5}$

[問題](2 学期期末)

右の図のように，平行四辺形 ABCD の辺 BC を 1 : 3 に分ける点を P，辺 CD を 1 : 2 に分ける点を Q, 線分 DP と線分 AQ の交点を R とする。BC＝4cm とするとき，AR : RQ を求めよ。



[解答欄]

[解答]2 : 1

[解説]

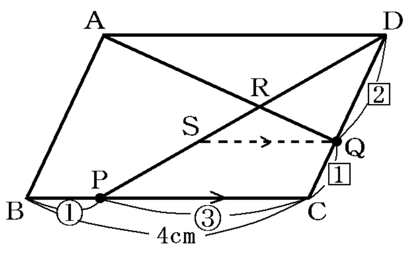
Q を通って BC に平行な直線をひき，PD との交点を S とすると，

BC＝4cm，BP : PC＝1 : 3 なので PC＝3cm

SQ : PC＝DQ : DC＝2 : (2＋1)＝2 : 3

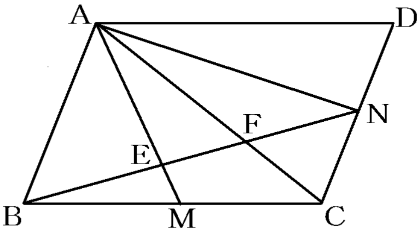
ゆえに SQ : 3＝2 : 3，SQ＝2cm

また，AD // SQ なので，AR : RQ＝AD : SQ＝4 : 2＝2 : 1



[問題](3 学期)

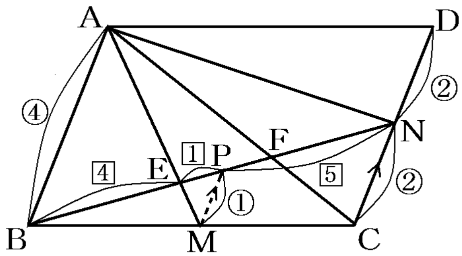
右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形で，点 M，N は，辺 BC，CD の中点である。AM，AC と BN の交点を E，F とします。このとき，BE : EN の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答]2 : 3

[解説]



右図のように MP // CN となるように補助線 MP を引く。M は BC の中点で MP // CN なので，中点連結定理より，PM : CN＝1 : 2

また，N は CD の中点なので，CN : CD＝1 : 2

よって，PM : CD＝1 : 4

また，AB＝CD なので，PM : AB＝1 : 4

AB // PM で PM : AB＝1 : 4 なので，EP : BE＝1 : 4

よって，EP＝a とおくと，BE＝$4a$，BP＝$a+4a=5a$

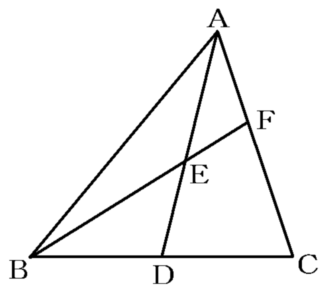
ところで，M は BC の中点で MP // CN なので，PN＝BP＝$5a$

よって，EN＝EP＋PN＝$a+5a=6a$

ゆえに，BE : EN＝$4a$: $6a$ ＝2 : 3

[問題](2 学期期末)

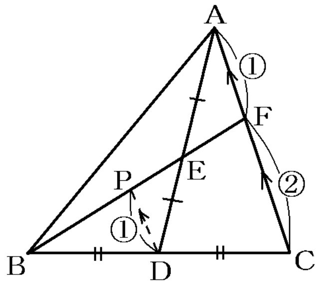
右の図で，△ABC の中線 AD の中点を E，BE の延長と，AC の交点を F とするとき，$\dfrac{AC}{AF}$ の値を求めよ。



[解答欄]

[解答]$\dfrac{AC}{AF}=3$

[解説]



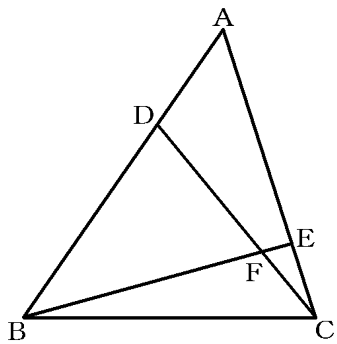
D を通って CA に平行な直線をひき BF との交点を P とする。

AF // PD，AE : DE＝1 : 1 なので，AF : PD＝1 : 1

DP // CF，BD : BC＝1 : 2 なので，DP : CF＝1 : 2

ゆえに AF : CF＝1 : 2　よって $\frac{AC}{AF}=\frac{3}{1}=3$

[問題](2 学期期末)

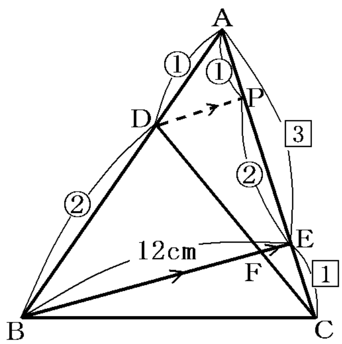


右の図のように，△ABC があり，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，AD : DB＝1 : 2，AE : EC＝3 : 1 である。点 F は線分 BE と線分 CD との交点である。BE＝12cm であるとき，線分 FE の長さは何 cm か。

[解答欄]

[解答] $\frac{4}{3}$ cm

[解説]



D を通って BE に平行な直線を引き，AC との交点を P とする。

AD : DB＝1 : 2 なので DP : BE＝AD : AB＝1 : 3

ゆえに DP : 12＝1 : 3

外項の積 DP×3 は，内項の積 12×1 に等しいので，

3DP＝12　ゆえに DP＝4cm

また，AP : PE＝AD : DB＝1 : 2･･･①

AE : EC＝3 : 1･･･②

①，②より AP : PE : EC＝1 : 2 : 1

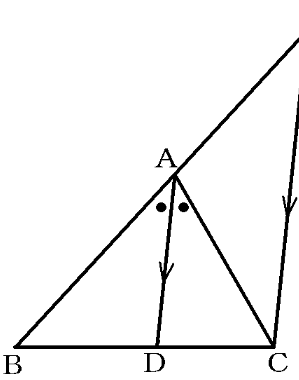
ゆえに CE : CP＝1 : 3

EF // PD なので，EF : PD＝CE : CP　ゆえに EF : 4＝1 : 3

外項の積 EF×3 は，内項の積 4×1 に等しいので，3EF＝4　ゆえに EF＝$\frac{4}{3}$ cm

[問題](2 学期期末)

△ABC で, ∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると, AB:AC＝BD:DC である。このことを，点 C を通り，AD に平行な直線を引き，辺 BA の延長との交点を E として証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

AD // EC なので，∠BAD＝∠AEC (同位角)・・・①

∠CAD＝∠ACE (錯角)・・・②

仮定より，∠BAD＝∠CAD なので,

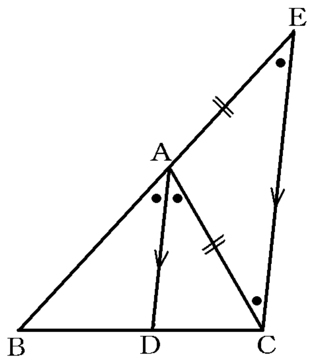
①，②より∠AEC＝∠ACE

よって△ACE は二等辺三角形で AC＝AE・・・③

また，仮定より AD // EC なので,

BA : AE＝BD : DC・・・④

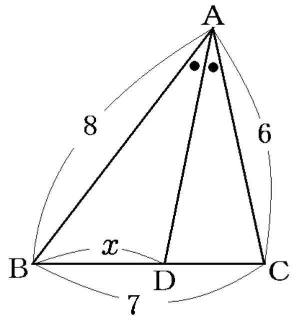
③，④より，AB : AC＝BD : DC



[問題](後期期末)

右の△ABC で AD は∠BAC の二等分線である。

このとき，x を求めよ。

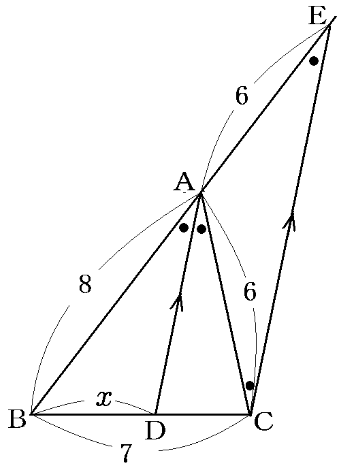


[解答欄]

[解答] $x=4$

[解説]

右図のように，点 C から DA と平行な直線を引き，BA の延長線との交点を E とする。



DA // CE で，平行線の錯角は等しいので，

∠ACE＝∠CAD

また，平行線の同位角は等しいので，

∠AEC＝∠BAD

AD は∠BAC の二等分線であるので，∠CAD＝∠BAD

よって，∠ACE＝∠AEC となる。

したがって，△ACE は二等辺三角形になり，

AE＝AC＝6 となる。

DA // CE なので，BA : AE＝BD : DC

よって，8 : 6＝x :（7－x）

比で，内項の積は外項の積に等しいので，

$6x=8(7-x)$, $6x=56-8x$, $6x+8x=56$, $14x=56$， $x=56\div 14$

よって， $x=4$

(別解)

AD は∠BAC の二等分線なので，AB : AC＝BD : CD が成り立つ。

よって，8 : 6＝x :（7－x）

比で，内項の積は外項の積に等しいので，

$6x=8(7-x)$, $6x=56-8x$, $6x+8x=56$, $14x=56$， $x=56\div 14$

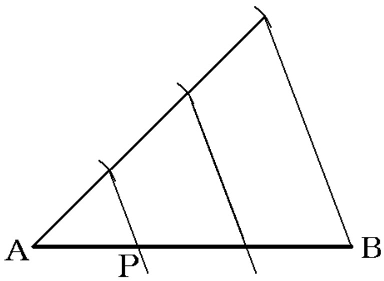
よって， $x=4$

[問題](2 学期期末)

線分 AB を 1 : 2 の比に分ける点 P を作図により求めなさい。

[解答欄]

[解答]

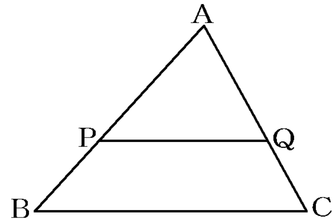


【】中点連結定理①：証明問題

[問題](3 学期)

点 P，Q が，それぞれ辺 AB，AC の中点ならば，

PQ // (　ア　)，PQ＝(　イ　)×BC



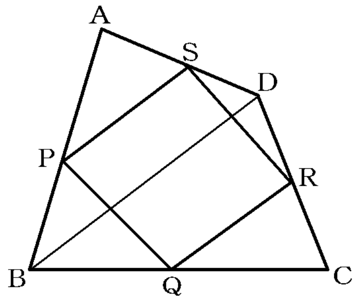
[解答欄]

ア	イ

[解答]ア　BC　イ　$\frac{1}{2}$

[問題](2 学期期末)

四角形 ABCD の 4 辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ P，Q，R，S とするとき，四角形 PQRS が平行四辺形であることを次のように証明した。空欄に適切な文字や言葉を書き入れなさい。(同じ記号が入ってもよい)



(証明)

△ABD において，点 P，S は辺 AB，AD の中点なので，

(　　ア　　)定理より，　PS＝$\frac{1}{2}$(　イ　)，PS // (　ウ　)･･･①

同様に，△CBD において

QR＝$\frac{1}{2}$(　エ　)，QR // (　オ　)･･･②

①，②より，PS＝(　カ　)，PS // (　キ　)となり

(　　　ク(平行四辺形になる条件)　　)ので，四角形 PQRS は平行四辺形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	カ
キ	ク	

[解答]ア　中点連結　イ　BD　ウ　BD　エ　BD　オ　BD　カ　QR　キ　QR　ク　向かい合う 1 組の辺が平行で等しい

[解説]

＊中点が 2 つあれば，連結

→中点連結定理を利用

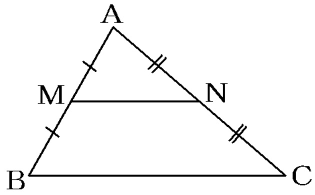
＊平行四辺形になるための条件

① 向かい合う 2 組の辺がそれぞれ平行(定義)

② 向かい合う 2 組の辺がそれぞれ等しい

③ 対角線が互いに他を 2 等分する

④ 1 組の向かい合う辺が平行で等しい→この問題では④を使う。



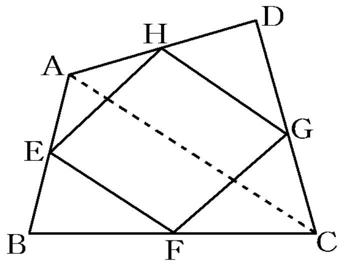
中点連結定理

M, Nが中点のとき

MN // BC　MN＝$\frac{1}{2}$BC

[問題](3 学期)

四角形 ABCD の辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ E, F, G, H とする。このとき，四角形 EFGH は平行四辺形であることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

△DAC で，H は DA の中点で，G は DC の中点なので，中点連結定理より，

HG // AC･･･①，HG＝$\frac{1}{2}$AC･･･②

同様に，△BAC で，E は BA の中点で，F は BC の中点なので，中点連結定理より，

EF // AC･･･③，EF＝$\frac{1}{2}$AC･･･④

①，③より，HG // EF

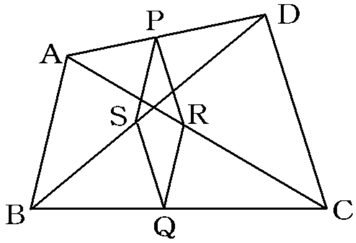
②，④より，HG＝EF

よって，四角形 EFGH で，1 組の向かい合う辺が平行で等しいので，

四角形 EFGH は平行四辺形になる。

[問題](後期期末)

右の図の四角形 ABCD において，辺 AD，BC の中点をそれぞれ P，Q とし，対角線 AC，BD の中点をそれぞれ R，S とすると，四角形 PSQR が平行四辺形であることを次のように証明した。ア～エに適語を入れよ。



(証明)

(　ア　)定理より，

△ABD において，PS // AB，PS＝(　イ　)

△ABC において，(　ウ　) // AB，(ウ)＝(イ)

よって，PS // (ウ)，PS＝(ウ)

(　　エ　　)ので，四角形 PSQR は平行四辺形である。

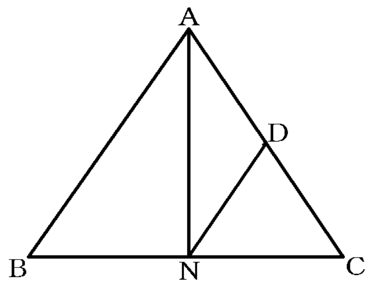
[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

[解答]ア　中点連結　イ　$\frac{1}{2}$AB　ウ　RQ　エ　1 組の向かい合う辺が平行で等しい

[問題](3 学期)

ニ等辺三角形 ABC の頂角 A の二等分線と底辺 BC との交点を N，辺 AC の中点を D とします。このとき，△DAN が二等辺三角形であることを次のように証明しました。次の(　　)にあてはまるものを書きなさい。ただし, (ア), (イ)には言葉，(ウ)，(エ)には文字を使った式を書くこと。



[証明]

AN は二等辺三角形の頂角の二等分線だから，N は BC の(　(ア)　)。

また，D は AC の中点である。

よって，(　(イ)　)定理より，DN＝(　(ウ)　)･･･①

また，AD＝$\frac{1}{2}$AC･･･②　　AB＝AC･･･③

①，②，③より，DN＝(　(エ)　)　よって，△DAN は二等辺三角形である。

[解答欄]

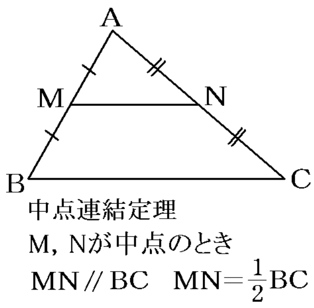
(ア)	(イ)	(ウ)
(エ)		

[解答](ア) 中点　(イ) 中点連結　(ウ) $\frac{1}{2}$AB　(エ) DA

[解説]

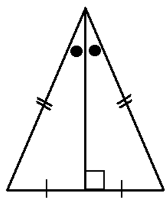
＊中点が 2 つあれば，連結

→中点連結定理を利用



＊二等辺三角形の頂角の二等分線

は底辺を垂直二等分する。

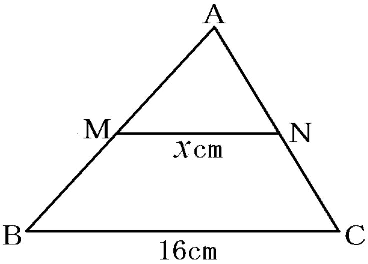


【】中点連結定理②：長さ

[問題](3 学期)

右の図で，M，N はそれぞれ辺 AB，AC の中点です。

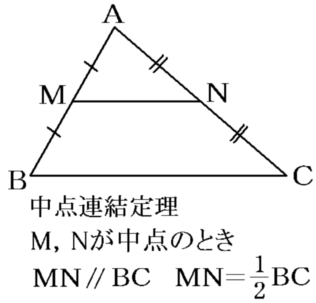
このとき，x の値を求めなさい。



[解答欄]

[解答] $x = 8$

[解説]

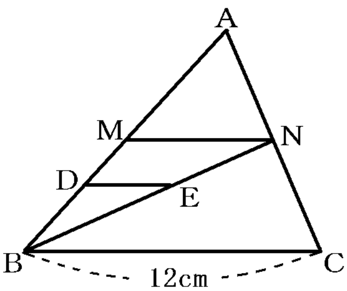


中点連結定理より，

MN＝$\dfrac{1}{2}$BC なので，　$x = \dfrac{1}{2} \times 16 = 8$

[問題](3 学期)

図で，M，N はそれぞれ△ABC の辺 AB，AC の中点，D，E はそれぞれ線分 MB，NB の中点である。BC＝12cm のとき，線分 DE の長さを求めなさい。



[解答欄]

[解答]3cm

[解説]

△ABC において，M，N は辺 AB，AC の中点なので

中点連結定理より，

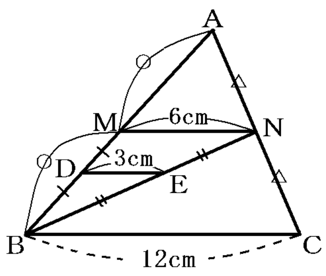
MN＝$\dfrac{1}{2}$BC＝$\dfrac{1}{2} \times 12 = 6$ cm

次に，△BMN において，

D，E はそれぞれ線分 BM，BN の中点であるので

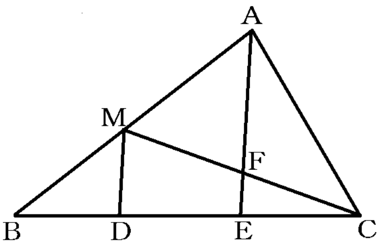
中点連結定理より，

DE＝$\dfrac{1}{2}$MN＝$\dfrac{1}{2} \times 6 = 3$ cm



[問題](2 学期期末)

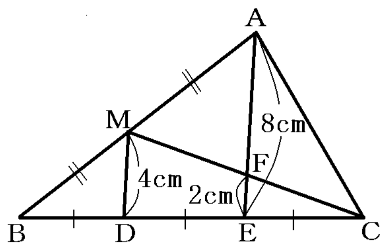
△ABC で，右の図のように，辺 AB の中点を M，辺 BC を 3 等分する点を D，E とし，AE と CM の交点を F とする。MD＝4cm であるとき，線分 AF の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]6cm

[解説]



△BAE において，

仮定より，M は BA の中点，D は BE の中点なので

中点連結定理より，

AE＝2MD＝2×4＝8cm，MD // AE

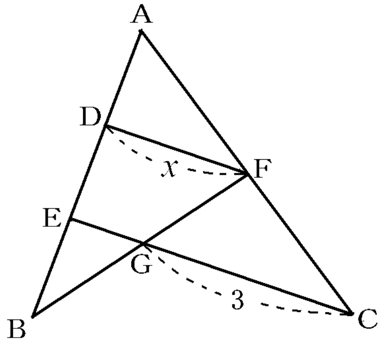
次に，△CDM において，E が CD の中点で，

MD // AE なので中点連結定理より，EF＝$\frac{1}{2}$MD＝$\frac{1}{2} \times 4 = 2$

ゆえに AF＝AE－EF＝8－2＝6cm

[問題](2 学期期末)

下の図で x の値を求めなさい。

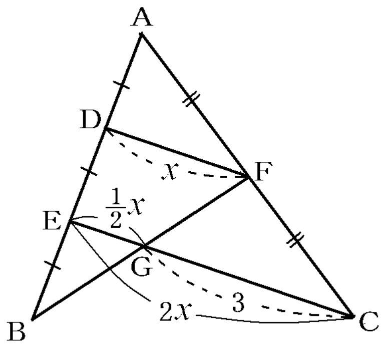


AD＝DE＝EB，AF＝FC

[解答欄]

[解答] $x=2$

[解説]



△AEC において，D は AE の中点で，F は AC の中点なので，中点連結定理より，

EC＝2DF＝ $2x$ ･･･①，DF // EC･･･②

次に，△BDF において，

E は BD の中点で，②より EG // DF なので

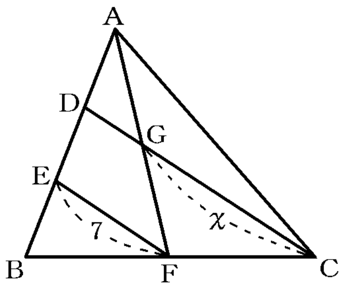
中点連結定理より，EG＝ $\frac{1}{2}$ DF＝ $\frac{1}{2}x$ ･･･③

EC＝EG＋GC なので①，③より， $2x=\frac{1}{2}x+3$

$4x=x+6,\ 3x=6$　ゆえに， $x=2$

[問題](2 学期期末)

下の図で x の値を求めなさい。

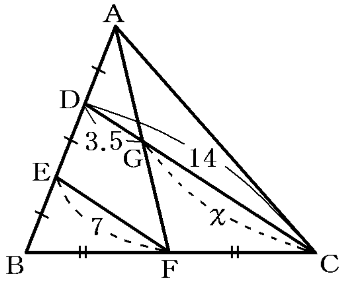


AD＝DE＝EB, BF＝FC

[解答欄]

[解答] x ＝10.5

[解説]



△BCD において，E は BD の中点，F は BC の中点なので中点連結定理より，

DC＝2EF＝2×7＝14･･･①，EF // DC･･･②

次に，△AEF において，D は AE の中点で，

②より DG // EF なので中点連結定理より,

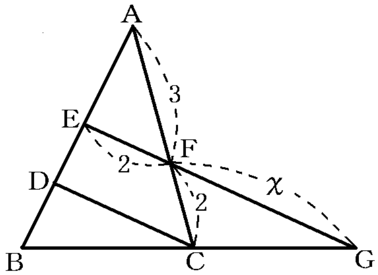
DG＝$\dfrac{1}{2}$ EF＝$\dfrac{1}{2}$ ×7＝3.5･･･③

DC＝DG＋GC なので, ①, ③より,

14＝3.5＋ x 　ゆえに, x ＝10.5

[問題](2 学期期末)

　下の図で x の値を求めなさい。

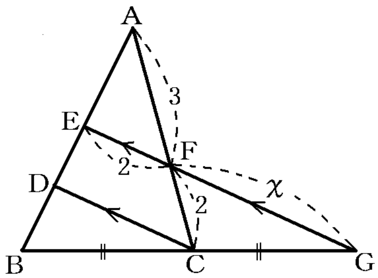


(BC＝CG, DC//EG)

[解答欄]

[解答] $x=\dfrac{14}{3}$

[解説]



△ADC で, EF // DC なので,

EF : DC＝AF : AC＝3 : (3＋2)

ゆえに, 2 : DC＝3 : 5

内項の積 DC×3 は, 外項の積 2×5 に等しいので

3DC＝10, DC＝$\dfrac{10}{3}$

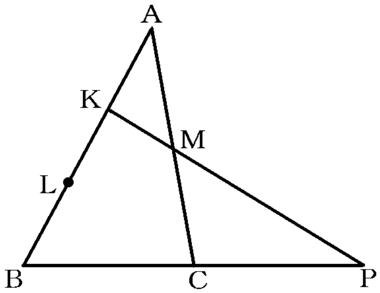
△BEG において, C は BG の中点, DC // EG なので, 中点連結定理より EG＝2DC

EG＝ $x+2$ なので, $x+2=2\times\dfrac{10}{3}$, $x=\dfrac{20}{3}-2=\dfrac{14}{3}$

【】中点連結定理③：長さ

[問題](2 学期期末)

右の図で，△ABC の辺 AB を 3 等分した点を K，L，辺 AC の中点を M とし，直線 KM，BC の交点を P とする。このとき，KM：MP の値を求めよ。



[解答欄]

[解答]1：3

[解説]

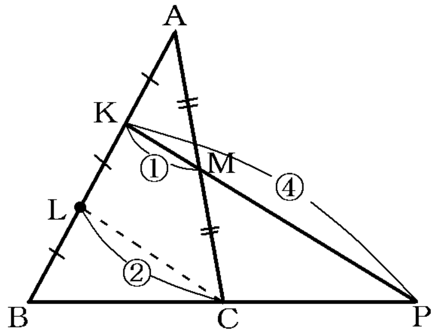
LC をむすぶ。

△ACL において，K は AL の中点，M は AC の中点なので中点連結定理より，LC＝2KM，KM // LC・・・①

△BKP において，L は BK の中点，①より KP // LC なので中点連結定理より，KP＝2LC＝4KM

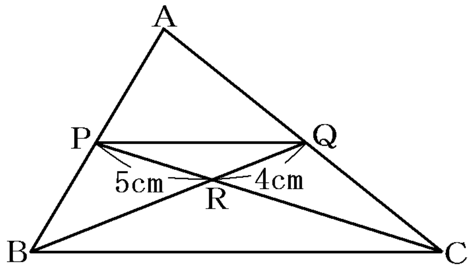
ゆえに MP＝KP－KM＝4KM－KM＝3KM

ゆえに KM：MP＝KM：3KM＝1：3



[問題](3 学期)

右の図で，2 点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC の中点であり，点 R は 2 つの線分 BQ と CP との交点である。PR＝5m，QR＝4cm のとき，BR の長さを求めなさい。



[解答欄]

[解答]8cm

[解説]

2 点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC の中点なので，中点連結定理より，

PQ // BC，PQ：BC＝1：2

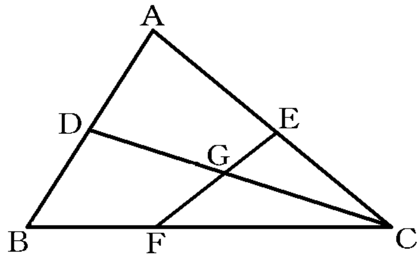
PQ // BC なので平行線の性質より，QR：BR＝PQ：BC

よって，QR：BR＝1：2 で，QR＝4 なので，

4：BR＝1：2　内項の積は外項の積に等しいので，BR×1＝4×2　よって，BR＝8cm

[問題](2 学期期末)

右の図のように三角形 ABC がある。辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とし，辺 BC を 2 : 3 に分ける点を F とする。また，線分 CD と線分 EF との交点を G とする。CG＝9cm のとき，線分 GD の長さを求めなさい。



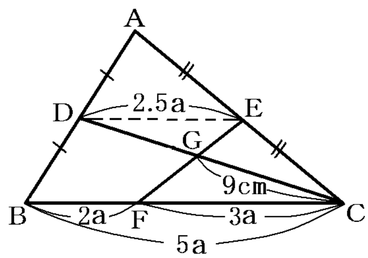
[解答欄]

[解答]GD＝$\dfrac{15}{2}$cm

[解説]

仮定より BF : FC＝2 : 3 なので，BF＝$2a$，FC＝$3a$ とおくと，BC＝$5a$

次に，DE を結ぶ。



△ABC において，D は AB の中点，E は AC の中点なので中点連結定理より，DE // BC･･･①，DE＝$\dfrac{1}{2}$BC

BC＝$5a$ なので DE＝$\dfrac{1}{2}\times 5a = 2.5a$

①より DE // FC なので，平行線の性質より，CG : GD＝CF : DE

仮定より CG＝9cm なので，9 : GD＝$3a$: $2.5a$，9 : GD＝6 : 5

内項の積 GD×6 は，外項の積 9×5 に等しいので，

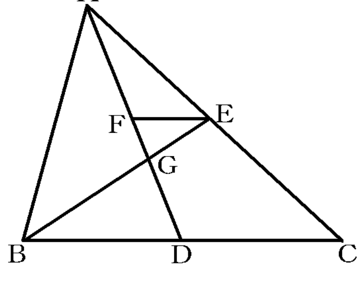
6GD＝45　ゆえに GD＝$\dfrac{45}{6}=\dfrac{15}{2}$cm

[問題](3 学期)

図で，点 D，E はそれぞれ辺 BC，CA の中点である。また，AD の中点を F，AD と BE との交点を G とする。

(1)　FE : DC を求めなさい。

(2)　AG : GD を求めなさい。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 1 : 2　(2) 2 : 1

[解説]

(1) △ADC で E は AC の中点，F は AD の中点なので

中点連結定理より，FE // DC，FE : DC＝1 : 2

(2) (1)より FE : DC＝1 : 2,

DC＝BD なので，FE : BD＝1 : 2

(1)より FE // BD なので,

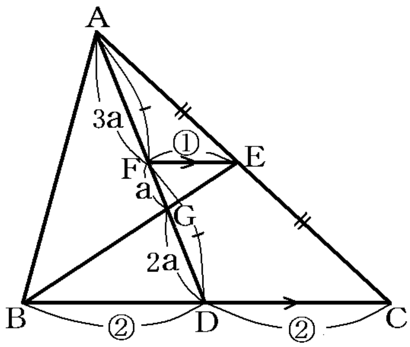
FG : GD＝FE : BD＝1 : 2

ゆえに FG＝ a とおくと，GD＝ $2a$

AF＝FD＝FG＋GD＝ $a+2a=3a$

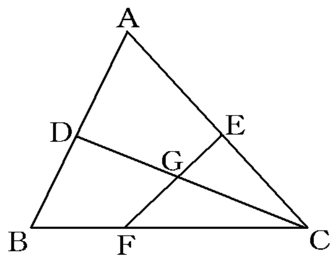
ゆえに AG＝AF＋FG＝ $3a+a=4a$

ゆえに AG : GD＝ $4a:2a=2:1$



[問題](入試問題)

右の図のように，△ABC がある。辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とし，辺 BC を 1 : 2 に分ける点を F とする。また，線分 CD と線分 EF との交点を G とする。CG＝6cm のとき，線分 GD の長さを求めなさい。(広島県)



[解答欄]

[解答]4.5 cm

[解説]

仮定より BF ; FC＝1 : 2 なので，BF＝a とおくと，FC＝2a

よって，BC＝a＋2a＝3a

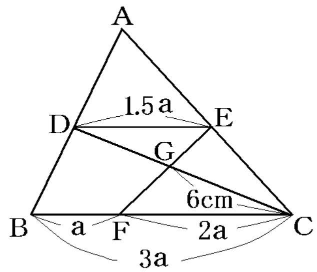
D，E はそれぞれ AB，AC の中点なので，中点連結定理より，

DE // BC，DE＝$\frac{1}{2}$BC＝$\frac{1}{2}$×3a＝1.5a

DE // FC なので，平行線の性質より，GD : GC＝DE : FC

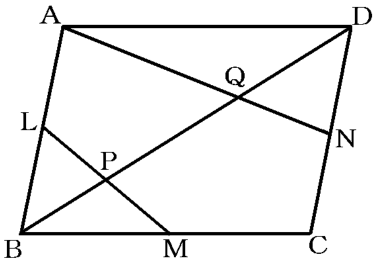
よって，GD : 6＝1.5a : 2a，GD : 6＝3 : 4

比の外項の積は内項の積に等しいので，GD×4＝6×3，GD＝6×3÷4＝4.5(cm)



[問題](2 学期期末)

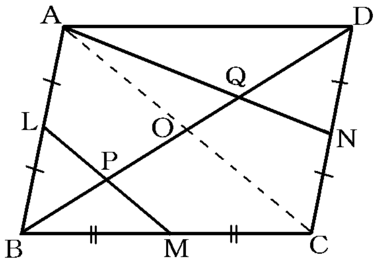
右の図は，平行四辺形 ABCD で，辺 AB，BC，CD の中点を L，M，N とし，LM，AN が対角線 BD と交わる点を P，Q としたものである。いま，BD＝12cm としたとき，線分 PQ の長さを求めなさい。



[解答欄]

[解答]5cm

[解説]



N は DC の中点で AB＝DC なので，

AB : DN＝2 : 1

また，平行四辺形の向かい合う辺は平行なので AB // DN

ゆえに，平行線の性質より BQ : QD＝2 : 1

BD＝12cm なので，QD＝$12\times\dfrac{1}{1+2}$＝4cm･･･①

次に，AC をむすび BD との交点を O とする。

△BAC で，L は BA の中点で，M は BC の中点なので，

中点連結定理より，LM // AC･･･②

△BAO で L は BA の中点で，②より LP // AO なので，中点連結定理より，BP＝PO

O は BD(＝12cm)の中点なので BO＝12÷2＝6cm

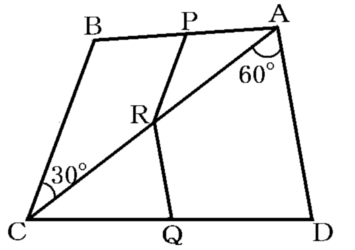
ゆえに，BP＝6÷2＝3cm･･･③

①，③より PQ＝BD－QD－BP＝12－4－3＝5cm

【】中点連結定理④：角度

[問題](3 学期)

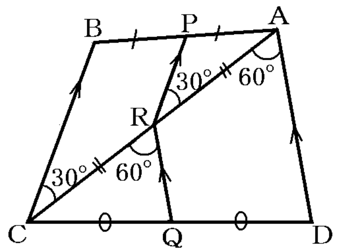
四角形 ABCD で，辺 AB，CD，対角線 AC の中点をそれぞれ P，Q，R とする。∠BCA＝30°，∠CAD＝60° のとき，∠PRQ の大きさを求めなさい。



[解答欄]

[解答]150°

[解説]



△ABC において，P は AB の中点，R は AC の中点なので中点連結定理より，PR // BC

平行線の錯角は等しいので，∠ARP＝∠ACB＝30° ･･･①

同様に，△CAD において，中点連結定理より RQ // AD

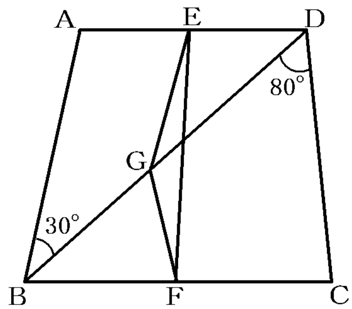
平行線の錯角は等しいので，∠CRQ＝∠CAD＝60°

∠ARQ＝180° －∠CRQ＝180° －60° ＝120° ･･･②

①，②より∠PRQ＝∠ARP＋∠ARQ＝30° ＋120° ＝150°

[問題](3 学期)

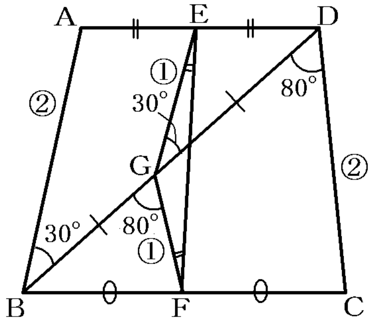
右の図の四角形 ABCD において，AB＝CD であり，線分 AD，BC，BD の中点をそれぞれ E，F，G とする。このとき∠GFE の大きさを求めよ。



[解答欄]

[解答]25°

[解説]



△DAB において，E は DA の中点，G は DB の中点なので中点連結定理より，EG // AB，EG＝$\frac{1}{2}$AB

同様に，△BCD において，GF // CD，GF＝$\frac{1}{2}$CD

仮定より AB＝CD なので，EG＝GF　ゆえに△EFG は二等辺三角形になる。

∠EGD＝∠ABG＝30°（平行線の同位角は等しい）

同様に∠BGF＝∠BDC＝80°

よって∠DGF＝180°－80°＝100°

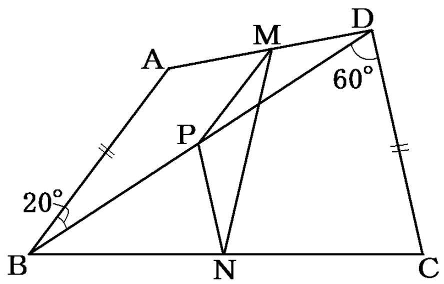
ゆえに∠EGF＝30°＋100°＝130°

△EFG は二等辺三角形なので∠GFE＝$\dfrac{180°-130°}{2}$＝25°

[問題](3 学期)

右の図で，AB＝CD，点 M，N，P が，それぞれ線分 AD，BC，BD の中点である。

また，∠ABD＝20°，∠BDC＝60°である。このとき，∠PMN の大きさを求めなさい。



[解答欄]

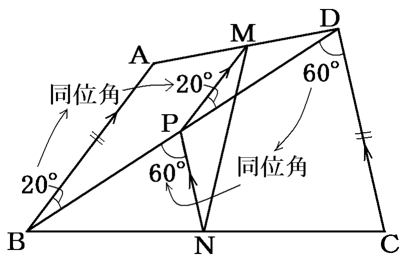
[解答]20°

[解説]

仮定より，DM＝MA，DP＝PB なので中点連結定理より，MP // AB･･･①，PM＝$\dfrac{1}{2}$AB･･･②

また，BP＝PD，BN＝NC なので中点連結定理より，

PN // CD･･･③，PN＝$\dfrac{1}{2}$CD･･･④



①より，平行線の同位角は等しいので，∠MPD＝∠ABP＝20°

③より，平行線の同位角は等しいので，∠BPN＝∠BDC＝60°で，

∠NPD＝180°－60°＝120°

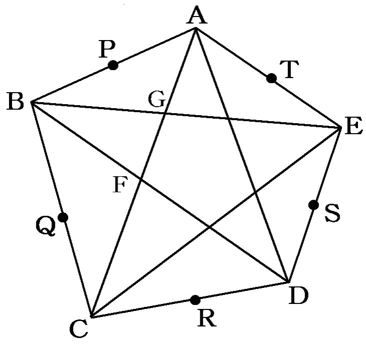
よって，∠NPM＝∠NPD＋∠MPD＝120°＋20°＝140°･･･⑤

次に，仮定より AB＝CD なので，②，④より，PM＝PN となり，△PMN は二等辺三角形になる。よって，∠PMN＝∠PNM･･･⑥

⑤，⑥より∠PMN＝(180°－140°)÷2＝20°となる。

[問題](2 学期期末)

右の図は，五角形 ABCDE に 5 本の対角線をひいたものであり，$\angle ACE = 34^\circ$，$\angle CEB = 42^\circ$，$\angle EBD = 30^\circ$ である。また，点 F は対角線 AC と BD の交点であり，5 点 P，Q，R，S，T は，それぞれ辺 AB，BC，CD，DE，EA の中点である。次の問いに答えなさい。



(1) ∠AFD の大きさを求めなさい。

(2) 5 本の対角線の長さの和が

$AC + CE + EB + BD + DA = 36\text{cm}$

のとき，5 点 P，Q，R，S，T を結んでできる。五角形 PQRST の周の長さ

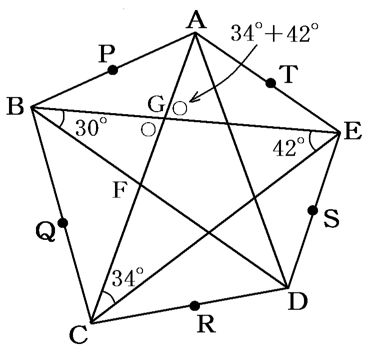
$PQ + QR + RS + ST + TP$ を求めなさい。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 106°　(2) 18cm

[解説]



(1) 三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しい。

△CEG に注目すると，

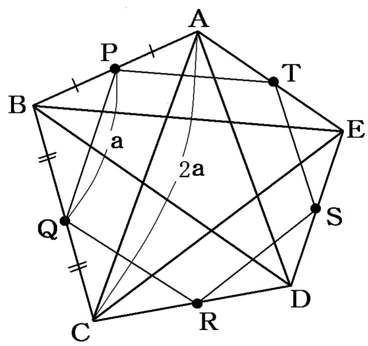
$\angle AGE = \angle GCE + \angle GEC = 34^\circ + 42^\circ = 76^\circ$

対頂角は等しいので $\angle BGF = \angle AGE = 76^\circ$

△BFG に注目すると，

$\angle AFD = \angle FBG + \angle BGF = 30^\circ + 76^\circ = 106^\circ$

(2) △BAC について，P，Q はそれぞれ辺 BA，BC の中点なので，中点連結定理より $PQ = \frac{1}{2}AC$



同様に，$QR = \frac{1}{2}BD$，$RS = \frac{1}{2}CE$，$ST = \frac{1}{2}DA$，$TP = \frac{1}{2}EB$

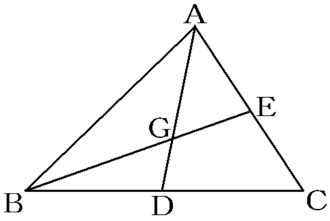
ゆえに，$PQ + QR + RS + ST + TP$

$= \frac{1}{2}(AC + BD + CE + DA + EB) = \frac{1}{2} \times 36 = 18\text{cm}$

【】重心と面積

[問題](入試問題)

　右の図において，点 G は△ABC の 2 つの中線 AD，BE の交点である。△ABC の面積が 72cm² であるとき，△GBD の面積を求めよ。(福島県)



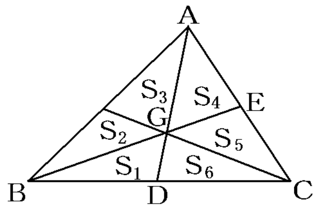
[解答欄]

[解答]12 cm²

[解説]

右図のように，三角形の重心を通る 3 つの中線で分けられる 6 つの部分の面積はすべて等しくなる。

したがって，1 個分の面積は，72÷6＝12(cm²)になる。



$S_1=S_2=S_3=S_4=S_5=S_6$

このことを右下の図で説明する。

G は△ABC の重心なので，D，E，F は各辺の中点になる。

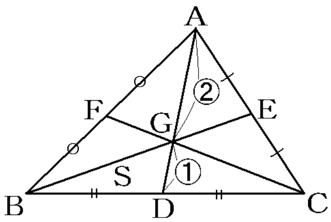
△GBD と△GDC で，BD，DC をそれぞれの底辺とすると，高さは共通になるので，2 つの三角形は面積が等しくなる。

よって，(△GDC の面積)＝S

次に，△GBD と△GAB の面積について考える。

G は△ABC の重心なので，AG : GD＝2 : 1

△GBD と△GAB で, DG, GA をそれぞれの底辺とすると，高さは共通になるので, 2 つの三角形の面積は底辺の比と等しく 1 : 2 になる。



したがって，(△GAB の面積)＝2S

F は AB の中点なので，△GAB は GF によって面積が二等分される。

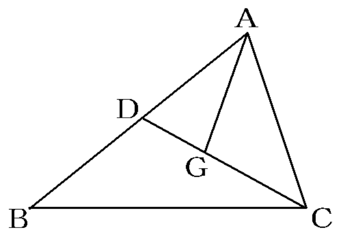
よって，(△GBF の面積)＝(△GAF の面積)＝S となる。

同様にして，(△GAC の面積)＝2S で，(△GCE の面積)＝(△GAE の面積)＝S となる。

以上より，6 つの三角形の面積はすべて等しくなる。

[問題](入試問題)

右の図で，点 G は△ABC の重心である。また，直線 CG と辺 AB の交点を D とする。△ABC の面積が 8cm^2 のとき，△ADG の面積を求めなさい。(佐賀県)

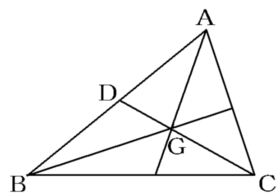


[解答欄]

[解答] $\frac{4}{3}\text{cm}^2$

[解説]

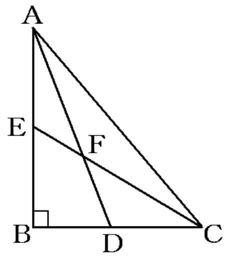
G は△ABC の重心なので，



(△ADG の面積)＝(△ABC の面積)÷6＝8÷6＝$\frac{4}{3}$(cm²)

[問題](後期期末)

右の図のように，∠B＝90°，AB＝8cm，BC＝6cm の三角形 ABC がある。中線 AD，CE の交点を F とするとき，四角形 BDFE の面積を求めよ。

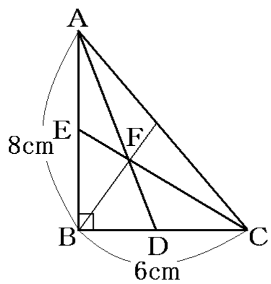


[解答欄]

[解答]8cm²

[解説]

(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}$×6×8＝24(cm²)

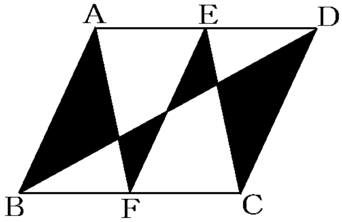


中線 AD，CE の交点 F は重心になるので，
右図のように，△ABC を 6 つの部分に分ける三角形の面積はすべて等しく，その 1 つ分の面積は，24÷6＝4(cm²)である。
四角形 BDFE はこの三角形 2 個よりなるので，
面積は，4×2＝8(cm²)である。

[問題](入試問題)

右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形で，E，F はそれぞれ辺 AD, BC の中点である。図の黒い部分の面積の和は，平行四辺形 ABCD の面積の何倍ですか。

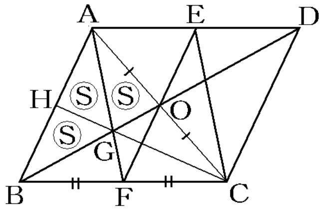
(愛知県)



[解答欄]

[解答] $\dfrac{5}{12}$ 倍

[解説]



右図の△ABC で，O は AC の中点，F は BC の中点なので，G は△ABC の重心になる。

△AGO の面積を S とすると，△AGH，△BGH，△BGF，△CGF，△CGO の面積はすべて S となる。

したがって，(△ABC の面積)＝S×6＝6S

(平行四辺形 ABCD の面積)＝6S×2＝12S となる。

次に，△OGF の面積を求める。

△OAG と△OGF で，AG，GF をそれぞれの底辺とすると，高さは共通になるので，面積比は底辺の比と等しくなる。G は△ABC の重心なので，AG：GF＝2：1

したがって，(△OAG の面積)：(△OGF の面積)＝2：1

(△OAG の面積)＝S なので，(△OGF の面積)＝$\dfrac{1}{2}$S

よって，(黒い部分の面積)＝(△ABG＋△OGF)×2＝(2S＋$\dfrac{1}{2}$S)×2＝5S

ゆえに，(黒い部分の面積)÷(平行四辺形 ABCD の面積)＝5S÷12S＝$\dfrac{5}{12}$(倍)

[印刷／他のPDFファイルについて]

※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

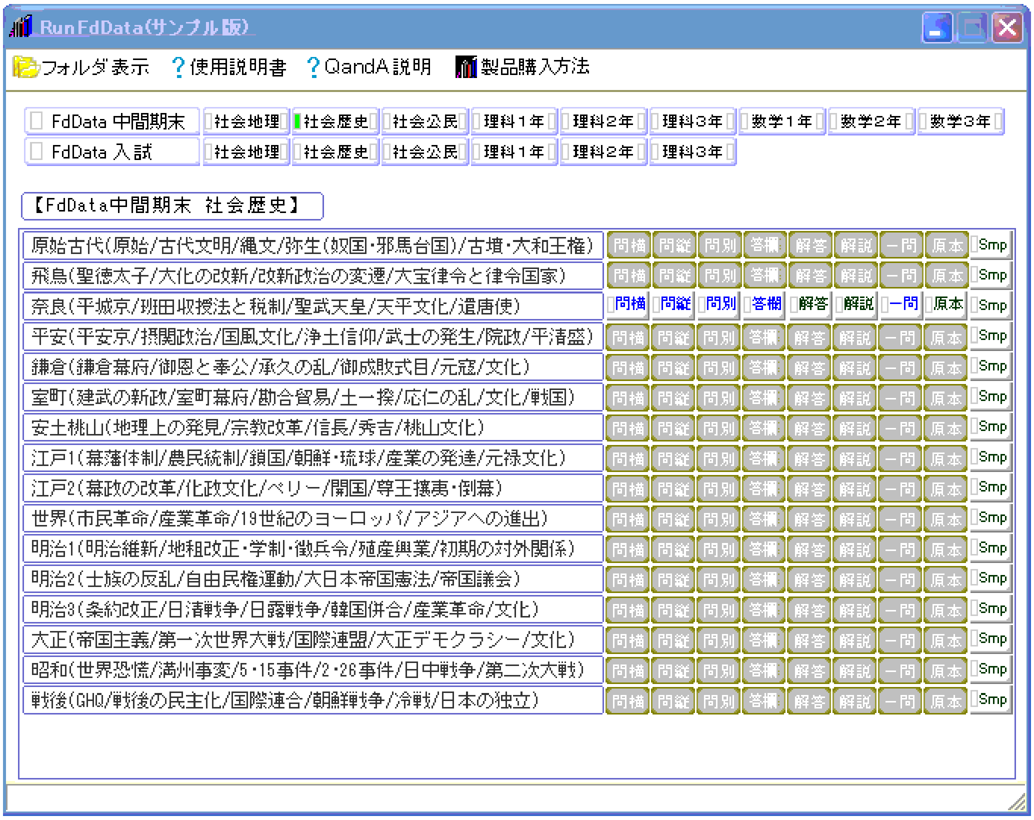
※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば， FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1800 ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【 http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】

※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd 教材開発】(092) 404-2266
http://www.fdtext.com/dat/