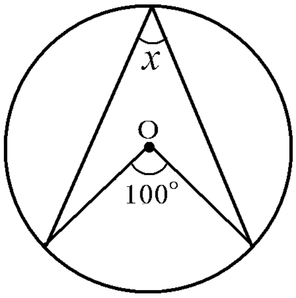
【】円周角と中心角
【】円周角と中心角
[円周角と中心角]

[問題](3 学期)

次の図で，∠xの大きさを求めよ。



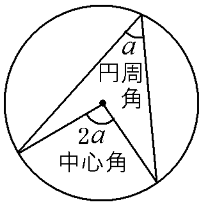
[解答欄]

∠x＝

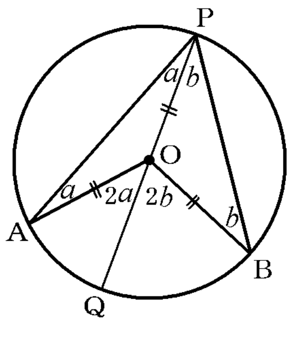
[解答]∠x＝50°

[解説]

<Point>
(円周角)＝(中心角)÷2
(中心角)＝(円周角)×2



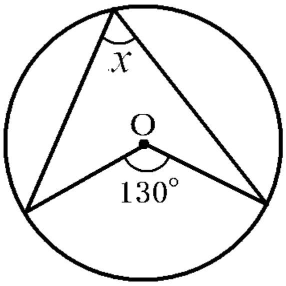
右図で，∠APB は弧 AB に対する円周角で，
∠AOB は弧 AB に対する中心角である。
∠OPA＝a，∠OPB＝bとする。
△OAP は OA＝OP の二等辺三角形なので，
∠OAP＝∠OPA＝a
よって，∠AOQ＝∠OAP＋∠OPA＝$a+a=2a$
同様に，∠BOQ＝$2b$
したがって，∠AOB＝∠AOQ＋∠BOQ＝$2a+2b=2(a+b)$
よって，∠AOB＝2∠APB



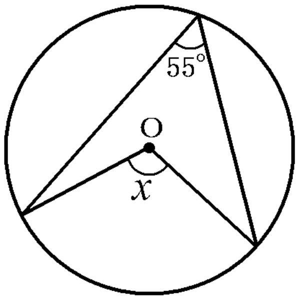
[問題](後期期末)

次の図で，∠xの大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)∠x＝	(2)∠x＝

[解答](1)∠x＝65°　(2)∠x＝110°

[解説]

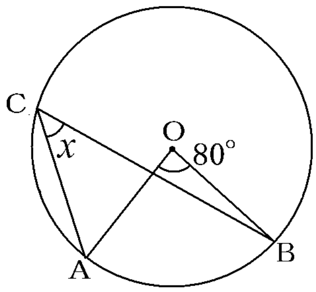
(1) (円周角)＝(中心角)÷2 なので，x＝130°÷2＝65°

(2) (中心角)＝(円周角)×2 なので，x＝55°×2＝110°

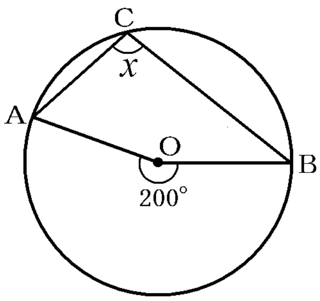
[問題](3 学期)

次の図で，∠xの大きさを求めよ。

(1)



(2)



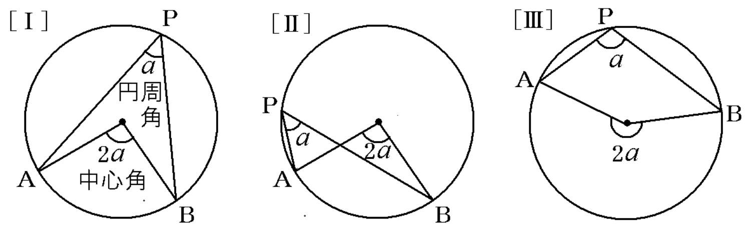
[解答欄]

(1)∠x＝	(2)∠x＝

[解答](1)∠x＝40°　(2)∠x＝100°

[解説]

<Point> (円周角)＝(中心角)÷2，(中心角)＝(円周角)×2



円周角と中心角の関係は，上の[Ⅱ]や[Ⅲ]の場合などにも成り立つ。

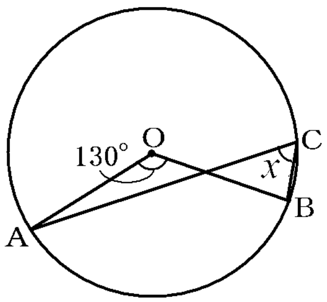
(1) (弧 AB に対する円周角)＝(弧 AB に対する中心角)÷2 なので，$x=80° \div 2=40°$

(2) (弧 AB に対する円周角)＝(弧 AB に対する中心角)÷2 なので，$x=200° \div 2=100°$

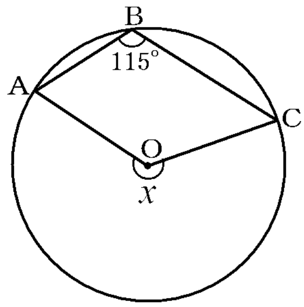
[問題](後期中間)

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)$\angle x=$	(2)$\angle x=$

[解答](1)$\angle x=65°$　(2)$\angle x=230°$

[解説]

(1) (弧 AB に対する円周角)＝(弧 AB に対する中心角)÷2 なので，

$x=130° \div 2=65°$

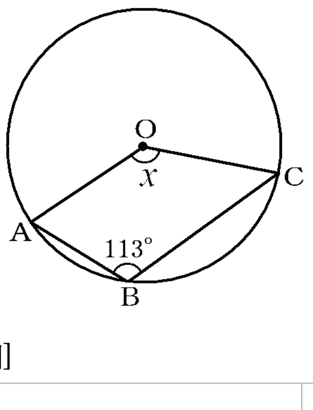
(2) (弧 AC(下の部分)に対する中心角)＝(弧 AC(下の部分)に対する円周角)×2 なので，

$x=115° \times 2=230°$

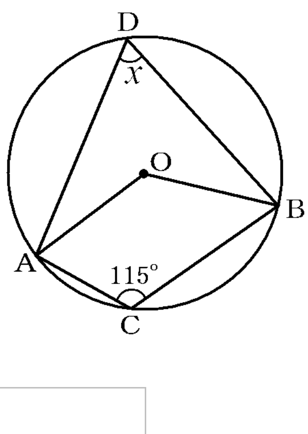
[問題](3 学期)

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

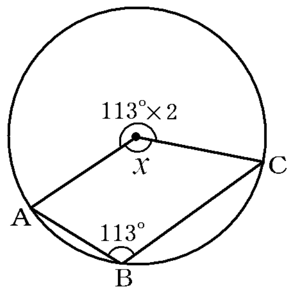
(1)$\angle x=$	(2)$\angle x=$

[解答](1)$\angle x=134°$　(2)$\angle x=65°$

[解説]

(1) ∠ABC＝113° は弧 AC(上の部分)に対する円周角である。したがって，弧 AC(上の部分)に対する中心角は，右図のように，113°×2＝226° になる。

よって，x＝360° －226° ＝134° である。



(2) ∠ACB＝115° は弧 ADB に対する円周角である。

したがって，弧 ADB に対する中心角は，

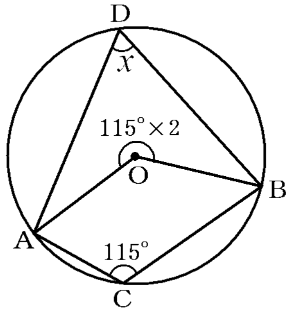
右図のように，115° ×2＝230° になる。

よって，∠AOB＝360° －230° ＝130° で，

弧 ACB に対する中心角は 130° である。

∠ADB＝x は弧 ACB に対する円周角なので，

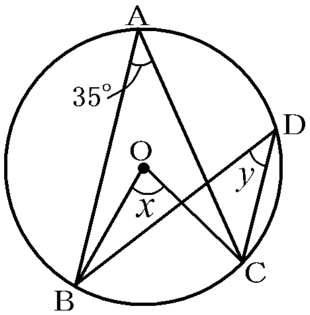
x＝130° ÷2＝65°



[同じ弧の円周角は等しい]

[問題](後期期末)

次の図で，∠x，∠y の大きさを求めよ。



[解答欄]

∠x＝	∠y＝

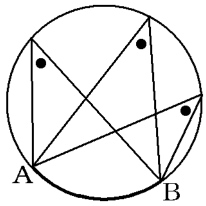
[解答]∠x＝70°　　∠y＝35°

[解説]

<Point>

同じ弧(AB)に対する

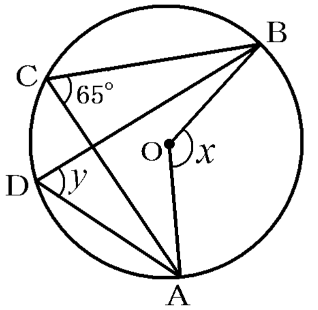
円周角の大きさは等しい

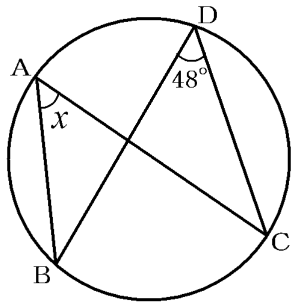


∠BAC＝35° は弧 BC に対する円周角である。

∠BOC＝x は弧 BC に対する中心角なので，

(中心角)＝(円周角)×2 より，x＝∠BAC×2＝35°×2＝70°
次に，y を求める。
∠BDC＝y は弧 BC の円周角である。
(円周角)＝(中心角)÷2 なので，y＝x÷2＝70°÷2＝35°
一般に，同じ弧に対する円周角は，その弧の中心角の半分なので，
同じ弧に対する円周角どうしは等しくなる。

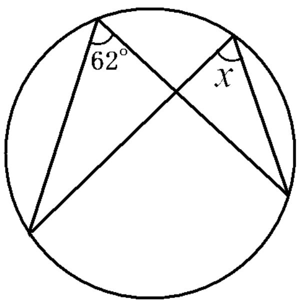
[問題](後期中間)
次の図で，∠x，∠y の大きさを求めよ。
(1)


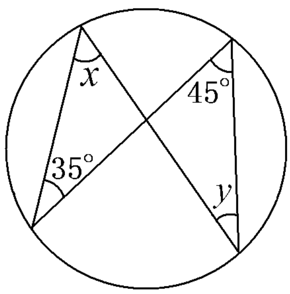
(2)


[解答欄]

(1)∠x＝	∠y＝	(2)∠x＝

[解答](1)∠x＝130°　∠y＝65°　(2)∠x＝48°

[問題](2 学期期末)
次の図で，∠x，∠y の大きさを求めよ。
(1)


(2)


[解答欄]

(1)∠x＝	(2)∠x＝	∠y＝

[解答](1)∠x＝62°　(2)∠x＝45°　∠y＝35°

[問題](3 学期)

次の文中の①，②に適語を入れよ。

1 つの弧に対する円周角の大きさは(　①　)。円周角は，その弧に対する(　②　)の半分である。」

[解答欄]

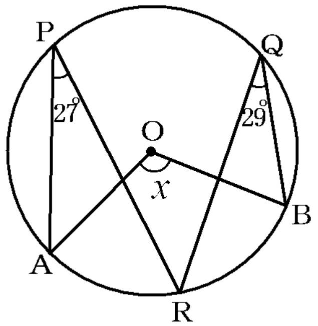
①	②

[解答]① 等しい　② 中心角

[円周角・分割]

[問題](後期期末)

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

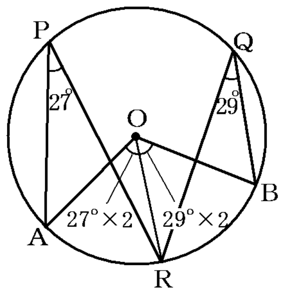


[解答欄]

$\angle x =$

[解答]$\angle x = 112°$

[解説]



OR を結んで∠AOB を 2 つの部分に分割する。

∠APR＝27° は弧 AR の円周角，∠AOR は弧 AR の中心角なので，∠AOR＝27° ×2＝54°

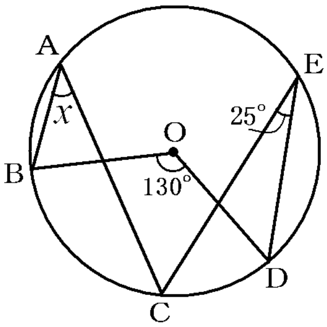
∠BQR＝29° は弧 BR の円周角，∠BOR は弧 BR の中心角なので，∠BOR＝29° ×2＝58°

よって，$\angle x$ ＝∠AOR＋∠BOR＝54° ＋58° ＝112°

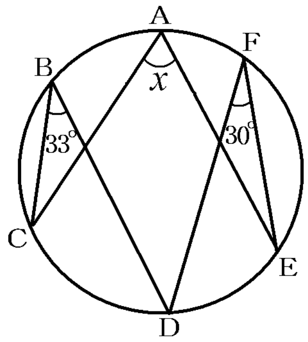
[問題](3 学期)

次の図で，∠xの大きさを求めよ。

(1)



(2)

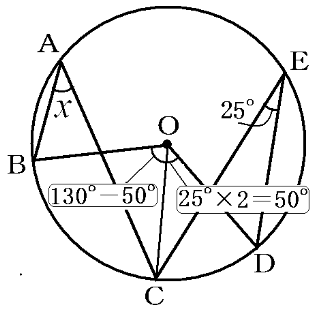


[解答欄]

(1)∠x＝	(2)∠x＝

[解答](1)∠x＝40°　(2)∠x＝63°

[解説]

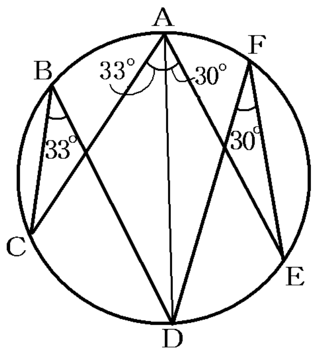


(1) OC を結んで∠BOD を 2 つの部分に分割する。

∠CED＝25°は弧 CD の円周角，∠COD は弧 CD の中心角なので，∠COD＝25°×2＝50°

∠BOC＝∠BOD－∠COD＝130°－50°＝80°

∠BOC＝80°は弧 BC の中心角，∠x＝∠BAC は弧 BC の円周角なので，∠x＝80°÷2＝40°



(2) AD を結んで∠CAE を 2 つの部分に分割する。

同じ弧 CD の円周角なので，∠CAD＝∠CBD＝33°

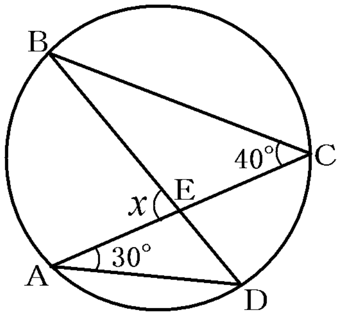
同じ弧 DE の円周角なので，∠DAE＝∠DFE＝30°

よって，∠x＝∠CAE＝33°＋30°＝63°

[円周角＋三角形の角]

[問題](3 学期)

次の図で，∠xの大きさを求めよ。

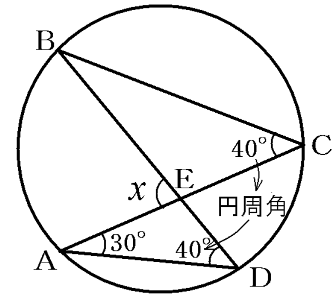


[解答欄]

∠ x＝

[解答]∠ x＝70°

[解説]

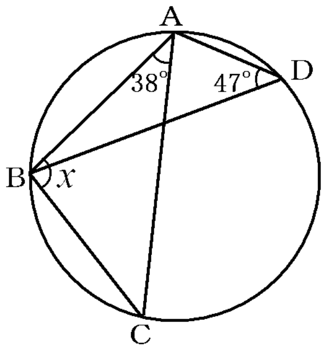


円周角の定理を使って 40° の角を移す。
△ADE で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，x＝40° ＋30° ＝70°

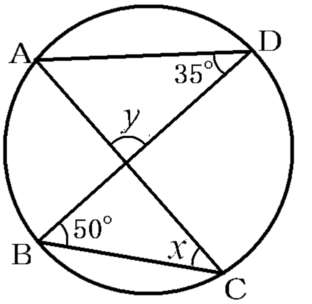
[問題](2 学期期末)

次の図で，∠ x，∠ y の大きさを求めよ。

(1)



(2)

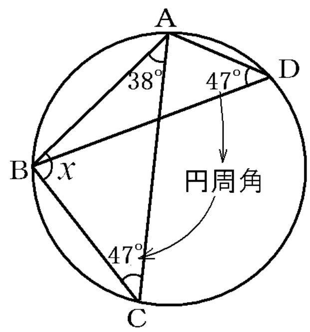


[解答欄]

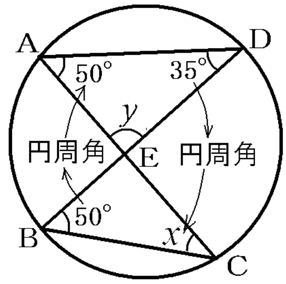
(1)∠ x＝	(2)∠ x＝	∠ y＝

[解答](1)∠ x＝95°　 (2)∠ x＝35°　 ∠ y＝95°

[解説]



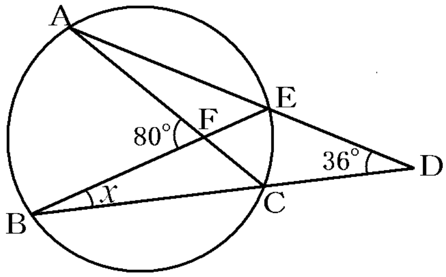
(1) 円周角の定理を使って，図のように 47° の角を移す。
△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，
x＋38° ＋47° ＝180°
x＋85° ＝180°
x＝180° −85° ＝95°



(2) 円周角の定理を使って，図のように 35° の角を移すと，
x＝35°　 また，図のように 50° の角を移す。
△AED で，三角形の内角の和は 180° なので，
y＋50° ＋35° ＝180° ，y＋85° ＝180°
よって，y＝180° −85° ＝95°

[問題](後期中間)

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x=$

[解答] $\angle x=22^\circ$

[解説]

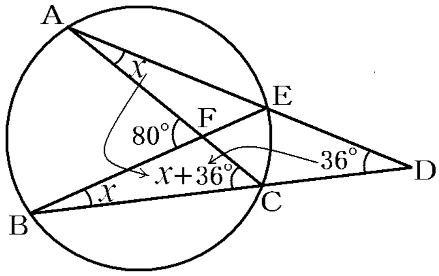
円周角の定理より，$\angle CAE=\angle CBE=x$

△ACD の 1 つの外角∠ACB は他の 2 つの内角の和に等しいので，$\angle ACB=x+36^\circ$

△FBC の 1 つの外角∠AFB($=80^\circ$)は他の 2 つの内角の和に等しいので，$80^\circ=x+(x+36^\circ)$

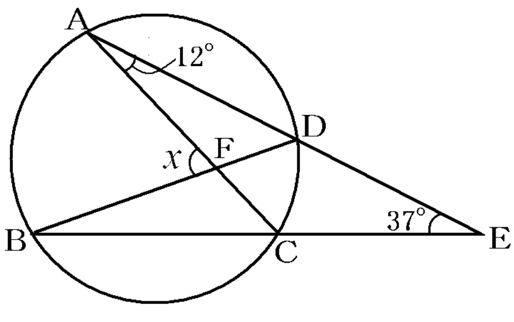
$80^\circ=2x+36^\circ$，$2x=80^\circ-36^\circ$，$2x=44^\circ$

よって，$x=44^\circ\div 2=22^\circ$



[問題](3 学期)

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x=$

[解答] $\angle x=61^\circ$

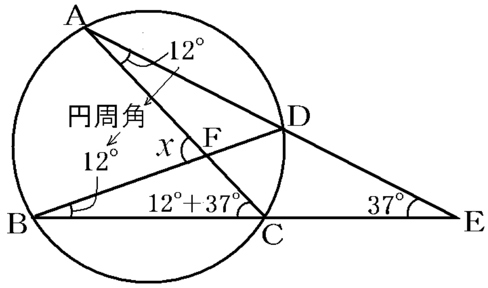
[解説]

△ACE で，三角形の 1 つの外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，

∠BCF＝12°＋37°＝49°

次に，円周角の定理を使って，図のように 12° の角を移す。

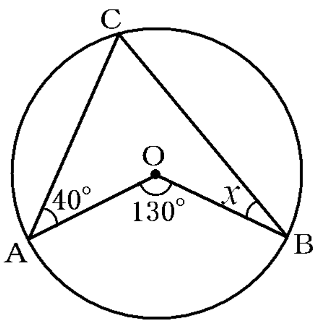
△BCF で，三角形の 1 つの外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，∠x＝12°＋49°＝61°



[円周角＋二等辺三角形]

[問題](後期中間)

次の図で，∠x の大きさを求めよ。



[解答欄]

∠x＝

[解答]∠x＝25°

[解説]

右図のように，OC をむすぶ。

△OAC は OA＝OC(半径)の二等辺三角形なので，

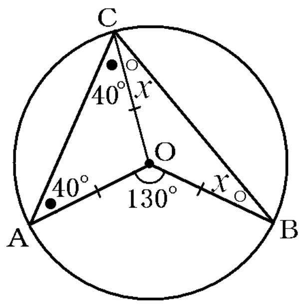
∠OCA＝40°

△OBC は OB＝OC の二等辺三角形なので，∠OCB＝∠x

円周角と中心角の関係より，∠ACB＝∠AOB÷2

よって，∠x＋40°＝130°÷2，∠x＋40°＝65°

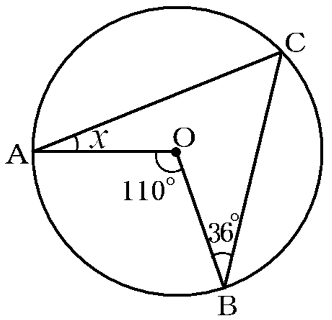
∠x＝25°



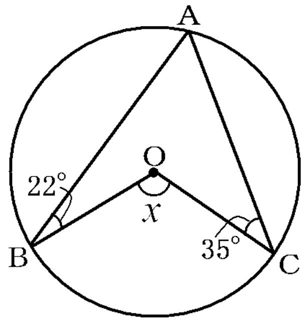
[問題](2 学期期末)

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



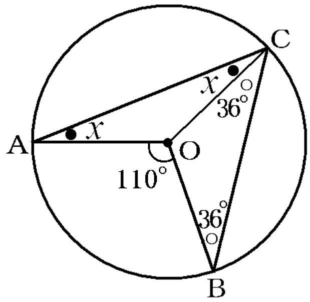
[解答欄]

(1)$\angle x$＝	(2)$\angle x$＝

[解答](1)$\angle x=19^\circ$　(2)$\angle x=114^\circ$

[解説]

(1) 右図のように，OC をむすぶ。



△OAC は OA＝OC の二等辺三角形なので，∠OCA＝$\angle x$

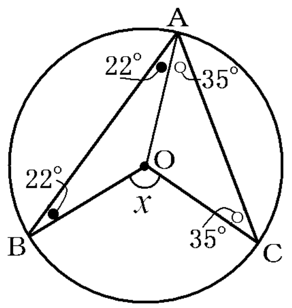
△OBC は OB＝OC の二等辺三角形なので，∠OCB＝36°

円周角と中心角の関係より，∠ACB＝∠AOB÷2

よって，$\angle x+36^\circ=110^\circ\div 2$，$\angle x+36^\circ=55^\circ$

$\angle x=19^\circ$

(2) 右図のように，OA をむすぶ。



△OAB は OA＝OB の二等辺三角形なので，∠OAB＝22°

△OAC は OA＝OC の二等辺三角形なので，∠OAC＝35°

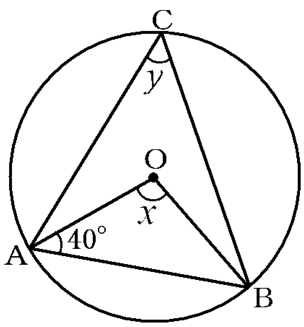
円周角と中心角の関係より，

$\angle x=\angle BAC\times 2=(22^\circ+35^\circ)\times 2=57^\circ\times 2=114^\circ$

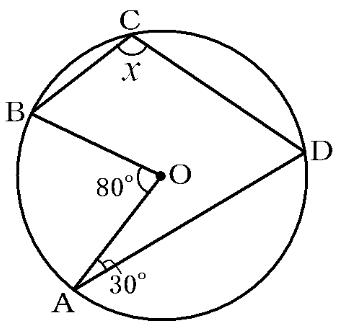
[問題](2 学期期末)

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



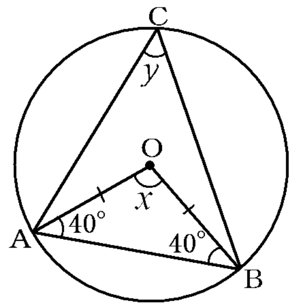
[解答欄]

(1)∠ x =	∠ y =	(2)∠ x =

[解答](1)∠ x =100°　∠ y =50°　(2) ∠ x =100°

[解説]

(1) △OAB は OA=OB(半径)の二等辺三角形なので，



∠OBA=∠OAB=40°

△OAB で，三角形の内角の和は 180° なので，

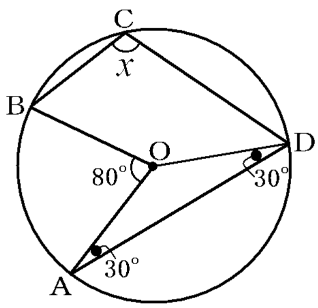
∠ x +40° +40° =180°，∠ x +80° =180°

よって，∠ x =100°

円周角と中心角の関係より，

∠ y =∠ x ÷2=100° ÷2=50°

(2) 右図のように，OD をむすぶ。



∠ x は弧 BAD の円周角である。弧 BAD の中心角は

∠BOD(180° より大きい方の角)である。

そこで，∠AOD をまず求める。

△OAD は OA=OD の二等辺三角形なので，

∠ODA=∠OAD=30°

△OAD で，三角形の内角の和は 180° なので，

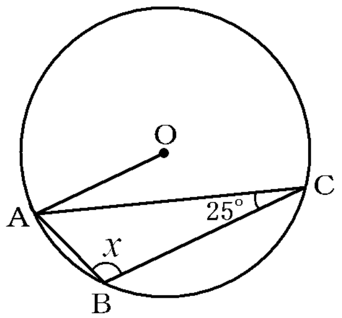
∠AOD+30° +30° =180°，∠AOD+60° =180°，∠AOD=120°

よって，∠BOD=80° +120° =200°

円周角と中心角の関係より，∠ x =∠BOD÷2=200° ÷2=100°

[問題](3 学期)

次の図で，OA // BC である。∠ x の大きさを求めよ。



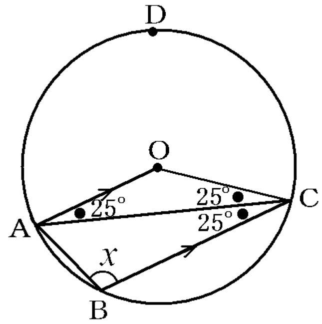
[解答欄]

∠ x =

[解答]∠ x =115°

[解説]

右図のように，OC をむすぶ。



∠xは弧 ADC の円周角である。

そこで，まず，弧 ADC の中心角∠AOC(180° より大きい方)を求める。

仮定より，OA // BC なので，∠OAC＝∠ACB＝25°

△OAC は OA＝OC の二等辺三角形なので，

∠OCA＝∠OAC＝25°

△OAC で三角形の内角の和は 180° なので，

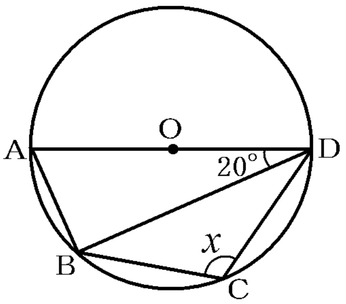
∠AOC＋25° ＋25° ＝180° ，∠AOC＋50° ＝180° ，∠AOC＝130°

よって，(弧 ADC の中心角)＝360° －130° ＝230°

(弧 ADC の円周角∠x)＝(弧 ADC の中心角)÷2＝230° ÷2＝115°

[問題](2 学期期末)

次の図の∠xの大きさを求めよ。



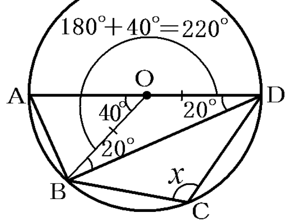
[解答欄]

∠x＝

[解答]∠x＝110°

[解説]

線分OBを結ぶ。△OBDはOB＝ODの二等辺三角形になるので，



∠OBD＝∠ODB＝20°

三角形の外角は他の 2 つの内角に等しいので，

∠AOB＝∠OBD＋∠ODB＝20° ＋20° ＝40°

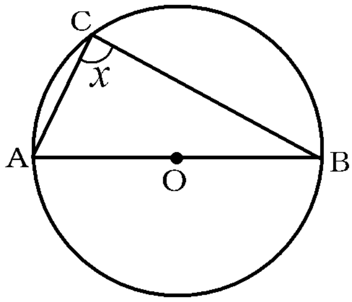
よって，弧 BAD の中心角は 180° ＋40° ＝220°

∠x＝∠BCD は弧 BAD の円周角なので，∠x＝(中心角)÷2＝220° ÷2＝110°

[直径の円周角]

[問題](2 学期期末)

次の図で，∠x の大きさを求めよ。



[解答欄]

∠x =

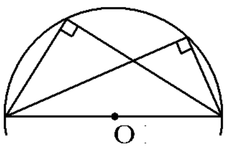
[解答]∠x =90°

[解説]

∠x は弧 AB(下半分)の円周角である。弧 AB の中心角∠AOB=180° なので，

∠x =180° ÷2=90°

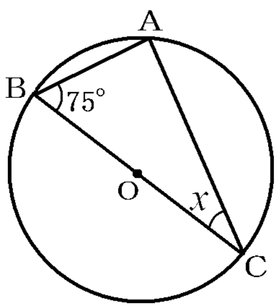
<Point> 直径の円周角は 90°



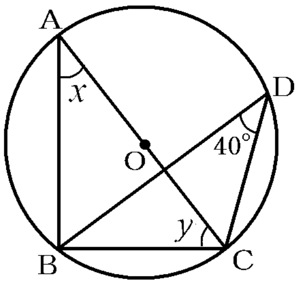
[問題](後期期末)

次の図で，∠x，∠y の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)∠x =	(2)∠x =	∠y =

[解答](1)∠x =15°　(2)∠x =40°　∠y =50°

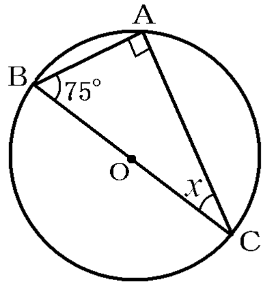
[解説]

(1) 直径の円周角は 90°なので，∠A＝90°

△ABC で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠x＋75°＋90°＝180°，∠x＋165°＝180°

よって，∠x＝15°



(2) 円周角の定理を使って，図のように 40°の角を移すと，

∠x＝40°

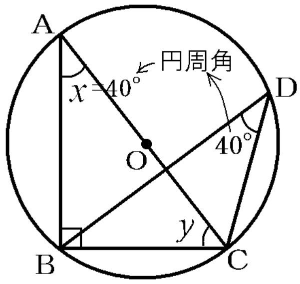
直径の円周角は 90°なので，∠ABC＝90°

△ABC で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠x＋∠y＋90°＝180°

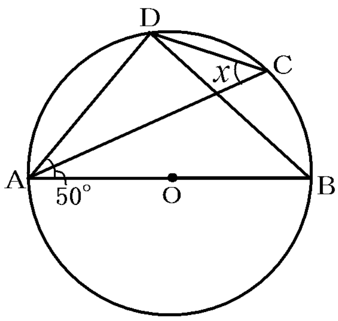
40°＋∠y＋90°＝180°

よって，∠y＝50°



[問題](後期中間)

次の図で，∠xの大きさを求めよ。



[解答欄]

∠x＝

[解答]∠x＝40°

[解説]

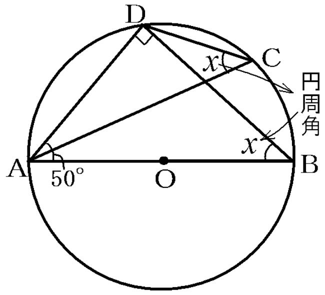
円周角の定理を使って，図のようにxの角を移す。

直径の円周角は直角なので，∠ADB＝90°

△ABD で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠x＋50°＋90°＝180°，∠x＋140°＝180°

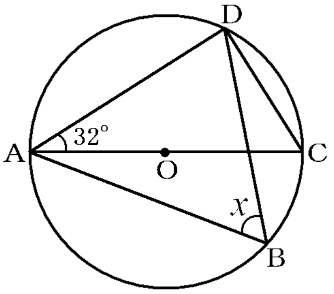
よって，∠x＝40°



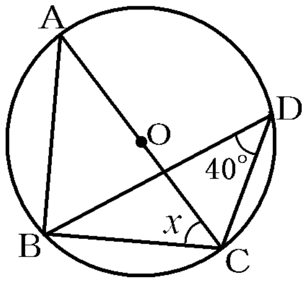
[問題](3 学期)

次の図の∠ x の大きさを求めよ。

(1)



(2)

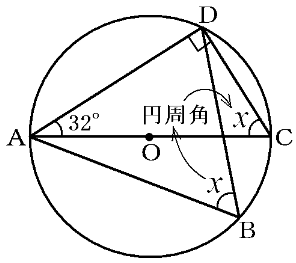


[解答欄]

(1)∠ x ＝	(2)∠ x ＝

[解答](1)∠ x ＝58°　(2)∠ x ＝50°

[解説]



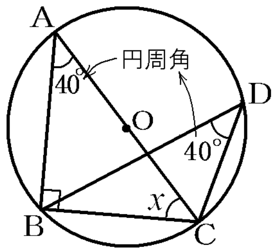
(1) 円周角の定理を使って，図のように x の角を移す。

直径の円周角は 90° なので，∠ADC＝90°

△ACD で，三角形の内角の和は 180° なので，

∠ x ＋32° ＋90° ＝180° ，∠ x ＋122° ＝180°

よって，∠ x ＝58°



(2) 円周角の定理を使って，図のように 40° の角を移す。

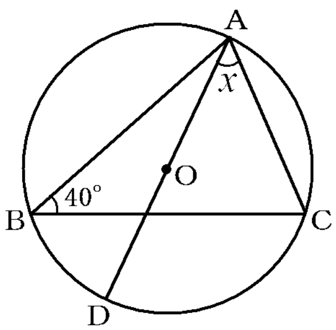
直径の円周角は 90° なので，∠ABC＝90°

△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，

∠ x ＋40° ＋90° ＝180° ，∠ x ＋130° ＝180° ，∠ x ＝50°

[問題](3 学期)

次の図の∠ x の大きさを求めよ。



[解答欄]

∠ x ＝

[解答]∠x＝50°

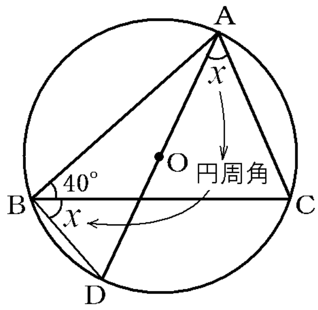
[解説]

図の中に直径が示されていたら, 直径の円周角は 90° を使うことを考える。そこで，BD をむすぶと，

∠ABD＝90° である。

円周角の定理を使って，図のように x の角を移すと，

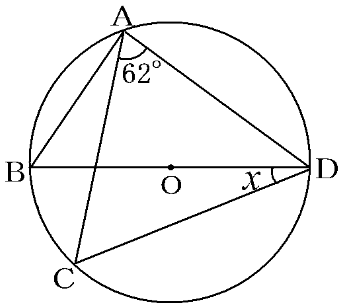
∠x＋40° ＝90° ，よって，∠x＝50°



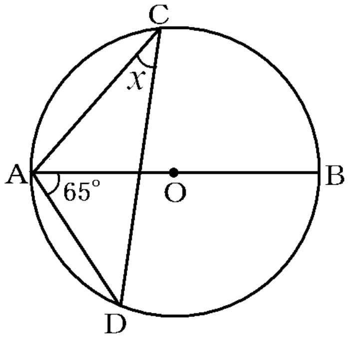
[問題](2 学期期末)

次の図の∠xの大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)∠x＝	(2)∠x＝

[解答](1)∠x＝28°　(2)∠x＝25°

[解説]

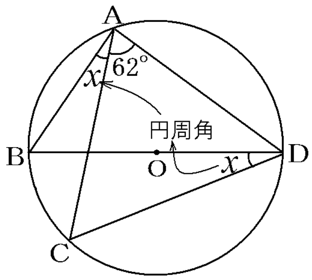
(1) 円周角の定理を使って，図のように x の角を移す。

直径の円周角は 90° なので，

∠BAD＝90°

よって，∠x＋62° ＝90°

したがって，∠x＝28°



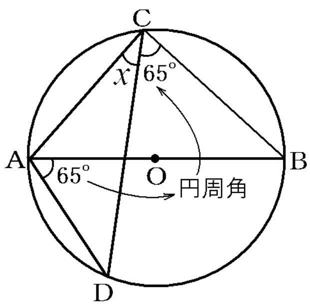
(2) 図の中に直径が示されていたら，直径の円周角は 90° を使うことを考える。そこで，BC をむすぶと，

∠ACB＝90° である。

円周角の定理を使って，図のように 65° を移すと，

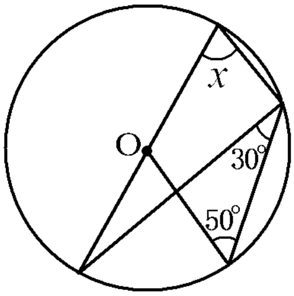
∠x＋65° ＝90°

よって，∠x＝25°



[問題](3 学期)

次の図の∠ x の大きさを求めよ。

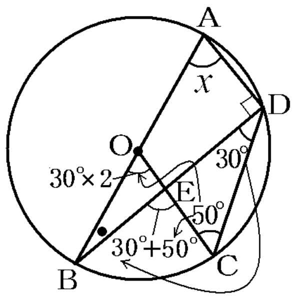


[解答欄]

∠ x =

[解答]∠ x =70°

[解説]



△ABD で，AB は直径である。直径の円周角は直角なので，

∠ADB＝90°

∠ABD の大きさがわかれば x を求めることができる。そこで，

△OBE に注目する。

∠BOC は弧 BC の中心角である。∠BDC(＝30°)は弧 BC の円周角なので，∠BOC＝30° ×2＝60°

△CDE で，外角 BEC は 2 つの内角の和に等しいので，

∠BEC＝30° ＋50° ＝80°

△OBE で，外角 BEC は 2 つの内角の和に等しいので，∠BEC＝∠OBE＋∠BOE

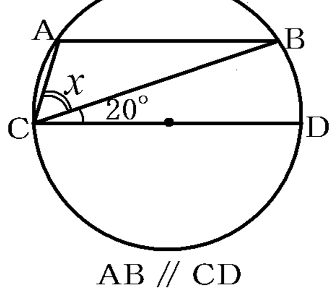
よって，80° ＝∠OBE＋60°　ゆえに，∠OBE＝80° －60° ＝20°

△ABD で，x ＋∠ADB＋∠ABD＝180°

x ＋90° ＋20° ＝180° ，x ＝180° －(90° ＋20°)＝70°

[問題](3 学期)

次の図の∠ x の大きさを求めよ。



AB // CD

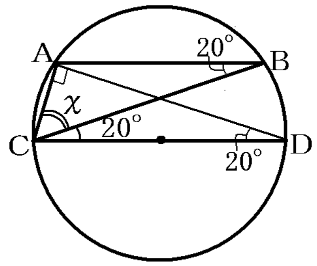
[解答欄]

∠x＝

[解答]∠x＝50°

[解説]

右図のように AD を結ぶ。



AB // CD で，平行線の錯角は等しいので，

∠ABC＝∠BCD＝20°

円周角の定理より，∠ADC＝∠ABC＝20°

直径の円周角は 90° なので，∠CAD＝90°

△ACD で，三角形の内角の和は 180° なので，

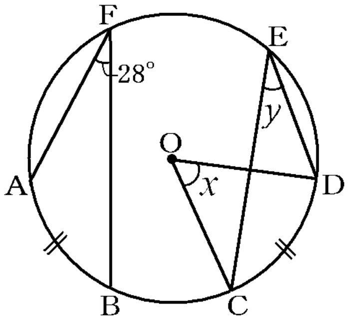
∠ACD＋∠CDA＋∠CAD＝180°

よって，x＋20°＋20°＋90°＝180°，x＋130°＝180°，x＝180°−130°＝50°

【】弧と円周角・中心角

[問題](2 学期期末)

次の図で，弧 AB＝弧 CD である。このとき，∠x，∠y の大きさを求めよ。



[解答欄]

∠x＝	∠y＝

[解答]∠x＝56°　∠y＝28°

[解説]

右図で，∠AFB は弧 AB に対する円周角で，

∠AOB は弧 AB に対する中心角であるので，

∠AOB＝∠AFB×2＝28°×2＝56°

次に，弧 AB＝弧 CD なので，

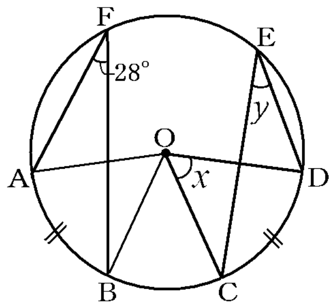
∠COD＝∠AOB＝56°

よって，∠x＝56°

また，∠CED は弧 CD に対する円周角で，

∠COD は弧 CD に対する中心角であるので，

∠y＝∠CED＝∠COD÷2＝56°÷2＝28°

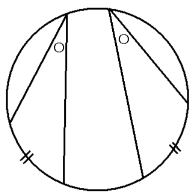


一般に，1 つの円で，長さが等しい弧に対する中心角の大きさは等しいので，1 つの円で，等しい弧に対する円周角の大きさは等しくなる。

<Point>

・1 つの円で，等しい弧に対する中心角の大きさは等しい

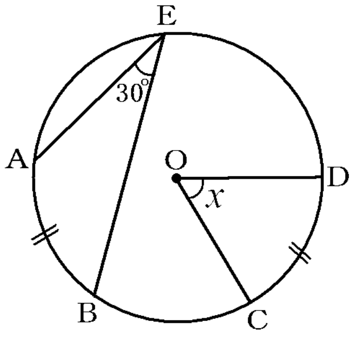
・1 つの円で，等しい弧に対する円周角の大きさは等しい



[問題](後期期末)

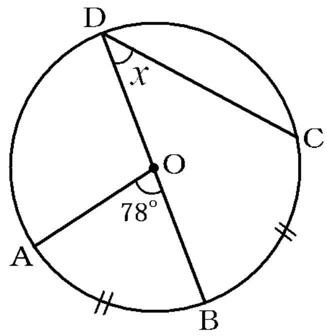
次のそれぞれの図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。

(1)



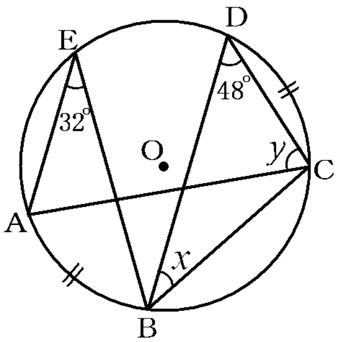
弧AB＝弧CD

(2)



弧AB＝弧BC

(3)



弧AB＝弧CD

[解答欄]

(1)$\angle x=$	(2)$\angle x=$	(3)$\angle x=$
$\angle y=$		

[解答](1)$\angle x=60°$　(2)$\angle x=39°$　(3) $\angle x=32°$　$\angle y=68°$

[解説]

(1)$\angle$AOB＝$\angle$AEB×2＝30°×2＝60°

$\angle x=\angle$COD＝$\angle$AOB＝60°

(2) $\angle$BOC＝$\angle$AOB＝78°

$\angle x=\angle$BDC＝$\angle$BOC÷2＝78°÷2＝39°

(3) 弧 CD＝弧 AB なので，$\angle x=\angle$CBD＝$\angle$AEB＝32°

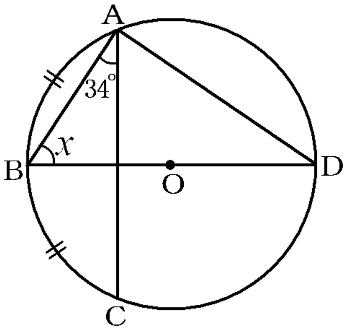
また，$\angle$ACB＝$\angle$AEB＝32°

△BCD で，三角形の内角の和は 180° なので，$\angle x+\angle$ACB＋$\angle y+\angle$BDC＝180°

32°＋32°＋$\angle y$＋48°＝180°，$\angle y=68°$

[問題](3 学期)

次の図で，弧 AB＝弧 BC である。このとき，∠xの大きさを求めよ。

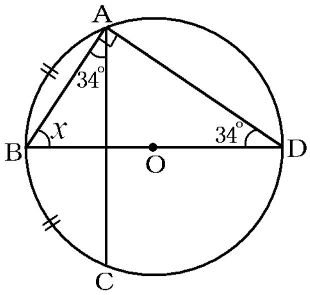


[解答欄]

∠x＝

[解答]∠x＝56°

[解説]



弧 AB＝弧 BC なので,

∠ADB＝∠BAC＝34°

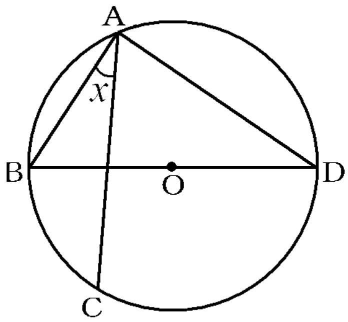
△ABD で，BD は直径なので，∠BAD＝90°

△ABD で，三角形の内角の和は 180° なので,

∠x＋90° ＋34° ＝180° ，∠x＝56°

[問題](後期期末)

次の図で，弧 BC : 弧 CD＝1 : 2 のとき，∠xの大きさを求めよ。



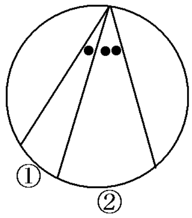
[解答欄]

∠x＝

[解答]∠x＝30°

[解説]

<Point>
同じ円上では，弧の長さの比と
それぞれの弧に対応する円周角の比は等しい



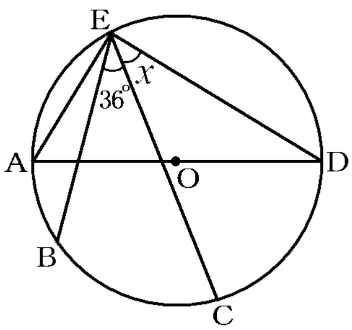
弧 BC：弧 CD＝1：2 より，∠BAC：∠CAD＝1：2

ところで，BD は直径なので，∠BAD＝90°

よって，$\angle BAC = \angle BAD \times \dfrac{1}{3} = 90^\circ \times \dfrac{1}{3} = 30^\circ$

[問題](2 学期期末)

次の図で，弧 AB：弧 CD＝1：2 のとき，∠xの大きさを求めよ。



[解答欄]

∠x＝

[解答]∠x＝36°

[解説]

弧 AB：弧 CD＝1：2 なので，∠AEB：∠CED＝1：2

よって，$\angle AEB = \dfrac{1}{2}\angle CED = \dfrac{1}{2}\angle x$

AD は直径なので，∠AED＝90°

よって，∠AEB＋∠BEC＋∠CED＝90°

$\dfrac{1}{2}\angle x + 36^\circ + \angle x = 90^\circ$

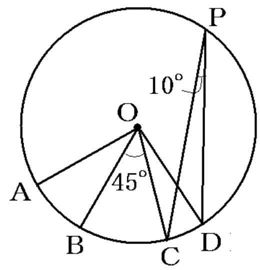
$\dfrac{3}{2}\angle x = 54^\circ$，$\angle x = 54^\circ \div \dfrac{3}{2} = 54^\circ \times \dfrac{2}{3} = 36^\circ$

[問題](後期期末)

右の図で，4 点 A，B，C，D と点 P は，円 O の円周上の点で，

弧 AB は円周の $\dfrac{1}{12}$，∠BOC＝45°，∠CPD＝10° である。

このとき，弧 AB：弧 BC：弧 CD を最も簡単な整数の比で表せ。



[解答欄]

[解答]6：9：4

[解説]

同じ円周上の弧の長さは，中心角の大きさに比例する。

そこで，弧 AB，弧 BC，弧 CD の中心角をそれぞれ求める。

弧 AB は円周の $\dfrac{1}{12}$ なので，∠AOB＝360°×$\dfrac{1}{12}$＝30°

∠COD＝∠CPD×2＝10°×2＝20°

よって，3 つの中心角の比は，30：45：20＝6：9：4

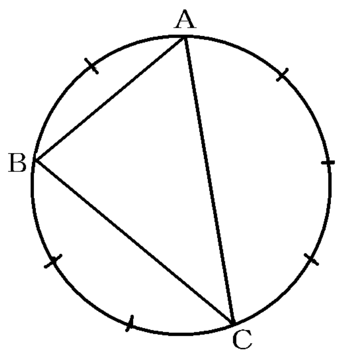
したがって，弧 AB：弧 BC：弧 CD＝6：9：4

[問題](1 学期中間)

右の図で，3 点 A，B，C は円周上にあり，

弧 AB：弧 BC：弧 CA＝2：3：4 である。

△ABC の 3 つの内角の大きさをそれぞれ求めよ。



[解答欄]

[解答]∠A＝60°，∠B＝80°，∠C＝40°

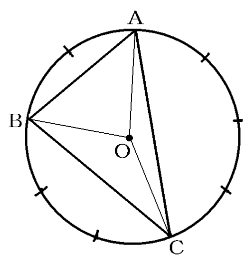
[解説]

円の中心を O とすると，

∠BOC＝360°×$\dfrac{3}{9}$＝120°，∠A＝60°（円周角は中心角の $\dfrac{1}{2}$）

∠AOC＝360°×$\dfrac{4}{9}$＝160°，∠B＝80°（円周角は中心角の $\dfrac{1}{2}$）

∠AOB＝360°×$\dfrac{2}{9}$＝80°，∠C＝40°（円周角は中心角の $\dfrac{1}{2}$）



(別解)

同じ円上では弧の長さの比と円周角の比は等しくなるので,

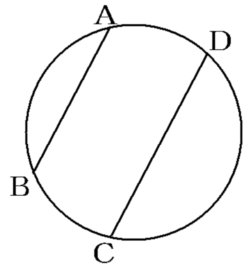
∠A：∠B：∠C＝弧 BC：弧 CA：弧 AB＝3：4：2

∠A＋∠B＋∠C＝180° なので,

∠A＝60° ∠B＝80° ∠C＝40°

[問題](後期期末)

4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上の点である。AB，CD を結んだとき，AB // CD であるとき，弧 BC＝弧 AD であることを説明せよ。このとき，図の中に補助線を 1 本引け。



[解答欄]

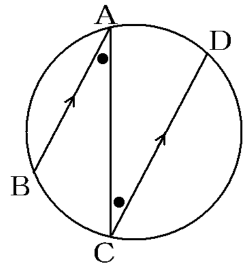
[解答]

2 点 A，C を結ぶ。

AB // CD なので，∠BAC＝∠DCA

等しい円周角に対する弧の長さは等しいので,

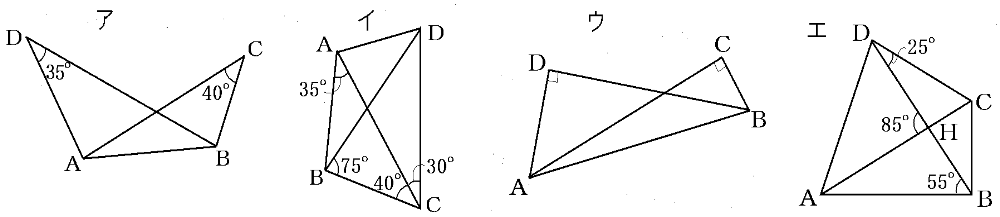
弧 BC＝弧 AD



【】円周角定理の逆

[問題](3 学期)

　次の図のア～エのうち，4 点 A，B，C，D が同じ円周上にあるのはどれか。



[解答欄]

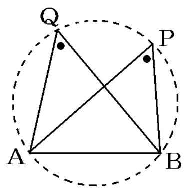
[解答]イ，ウ

[解説]

<Point> 円周角定理の逆

∠APB＝∠AQB ならば,

4 点 A，B，P，Q は 1 つの円周上にある。



アは∠ADB と∠ACB が等しくないので 4 点 A，B，C，D は同じ円周上にはない。

イでは，∠ABD を求めて∠ACD と比較する。

△ABC において，三角形の内角の和は 180°なので,

35°＋40°＋75°＋∠ABD＝180°

よって，∠ABD＝180°－(35°＋40°＋75°)＝30°

したがって，∠ABD＝∠ACD となり，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にあることがわかる。

ウでは，∠ADB＝∠ACB＝90°なので，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。

エでは，∠ACD(＝∠HCD)を求めて∠ABD と比較する。

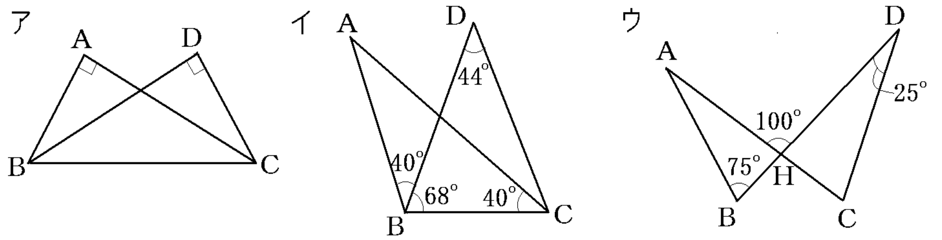
△CDH において，2 つの内角の和は他の外角に等しいので，∠HCD＋25°＝85°,

よって，∠HCD＝85°－25°＝60°

したがって，∠ACD(＝∠HCD)と∠ABD は等しくないので，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にはない。

[問題](2 学期期末)

次の図のア～ウのうち，4 点 A，B，C，D が同じ円周上にあるものをすべて選べ。



[解答欄]

[解答]ア，ウ

[解説]

アでは，∠BAC＝∠BDC＝90°で，円周角が等しいので，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。

イでは，∠BAC を求めて∠BDC と比較する。

△ABC において，三角形の内角の和は 180°なので，

∠BAC＋40°＋68°＋40°＝180°，∠BAC＝180°－(40°＋68°＋40°)＝32°

したがって，∠BAC は∠BDC と等しくないので，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にない。

ウでは，∠BAC を求めて∠BDC と比較する。

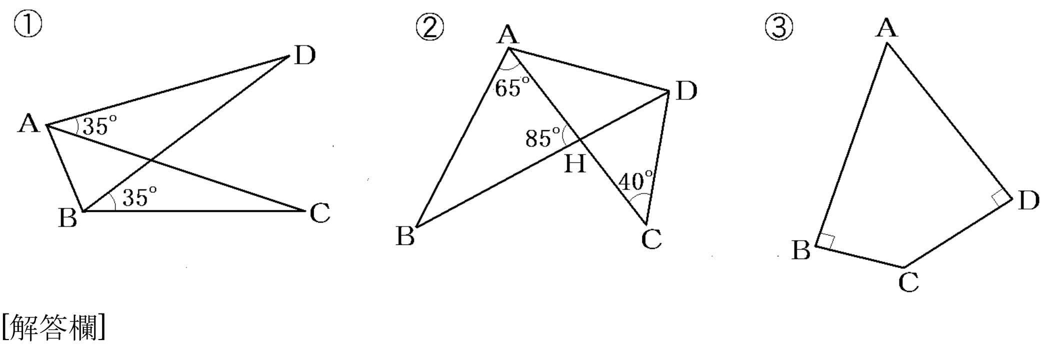
△ABH において，2 つの内角の和は他の外角に等しいので，

∠BAC＋75°＝100°，∠BAC＝100°－75°＝25°

したがって，∠BAC＝∠BDC で，円周角が等しいので，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。

[問題](3 学期)

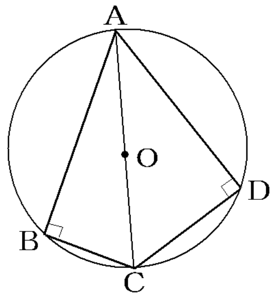
次の図で 4 点 A，B，C，D が 1 つの円周上にあるものには○，1 つの円周上にないものには×を書け。



[解答欄]

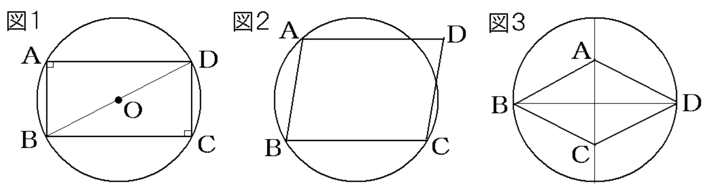
①	②	③

[解答]① ○　② ×　③ ○
[解説]
① ∠CAD＝∠CBD で，円周角が等しいので，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。
② ∠BDC を求めて∠BAC と比較する。
△CDH で，2 つの内角の和は他の外角に等しいので，
∠BDC＋40°＝85°，∠BDC＝85°－40°＝45°
したがって，∠BDC は∠BAC と等しくないので，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にない。
③ 直径の円周角は 90°で，∠ABC＝90°なので，
右図のように，点 B は AC を直径とする円 O 上にある。
同様に，∠ADC＝90°なので，点 D も AC を直径とする円 O 上にある。したがって，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にある。

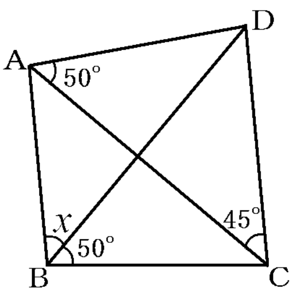


[問題](後期中間)
　次の四角形のうち，4 つの頂点が必ず 1 つの円の円周上にあるものをすべて選べ。
[長方形　正方形　平行四辺形　ひし形]
[解答欄]

[解答]長方形，正方形
[解説]
長方形は 1 つの円の円周上にある。図 1 で，∠BAD＝90°なので，△ABD は BD を直径とする円 O に内接する。また，△BCD も同様に円 O に内接する。したがって，長方形 ABCD は円に内接する。同様にして，正方形も円に内接する。平行四辺形やひし形は，一般に，図 2，図 3 のように円に内接しない。



[問題](3 学期)
　次の図の∠x の大きさを求めよ。



[解答欄]

∠ x ＝

[解答]∠ x ＝45°

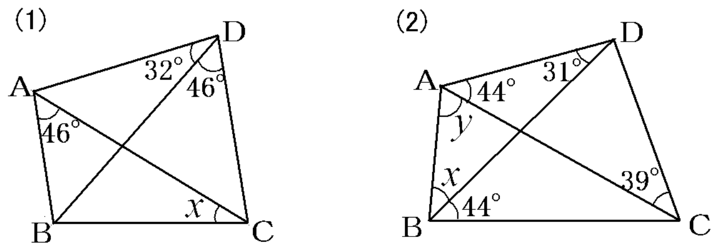
[解説]

∠DAC＝∠DBC なので，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。

よって，∠ x ＝∠ACD＝45°

[問題](2 学期期末)

次の図で，∠ x，∠ y の大きさを求めよ。



[解答欄]

(1) x ＝	(2) x ＝	y ＝

[解答](1) x ＝32°　(2) x ＝39°，y ＝66°

[解説]

(1) ∠BAC＝64°∠BDC＝64°なので，∠BAC＝∠BDC

よって，A，B，C，D は同一円周上にある。したがって，∠ x ＝∠ADB＝32°

(2) ∠DAC＝44°∠DBC＝44°なので，∠DAC＝∠DBC

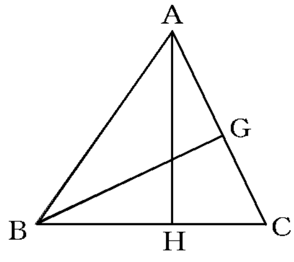
よって，A，B，C，D は同一円周上にある。したがって，∠ x ＝∠ACD＝39°

△ABD で，内角の和は 180°なので，∠ x ＋31°＋44°＋∠ y ＝180°

∠ y ＝180°－∠ x －31°－44°＝180°－39°－31°－44°＝66°

[問題](補充問題)

次の図の△ABC で，頂点 A から BC への垂線を AH，頂点 B から AC への垂線を BG とする。このとき，A，B，H，G は同一円周上にあることを証明せよ。



[解答欄]

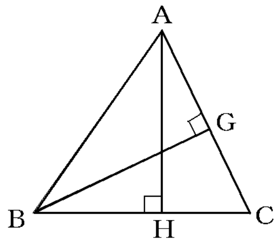
[解答]

仮定より，∠AHB＝90°，∠AGB＝90°なので，

∠AHB＝∠AGB

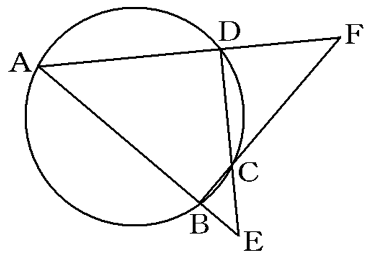
したがって，円周角の定理の逆より，

A，B，H，G は同一円周上にある。



[問題](補充問題)

次の図で，∠ABC＝90゜であるとき，B，E，F，D が同一円周上にあることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

仮定より, ∠ABC＝90°なので, ∠ABC は直径の円周角になり,

AC は円の中心を通る。

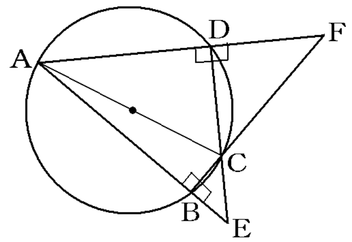
したがって，∠ADC＝90°になる。

よって，∠EDF＝90°

また，∠EBF＝90°なので，∠EBF＝∠EDF

したがって，円周角の定理の逆より，

B，E，F，D は同一円周上にある。

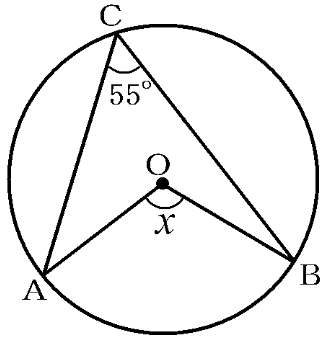


【】全般

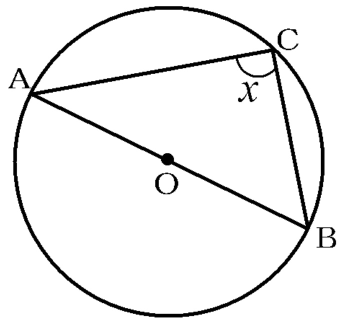
[問題](2 学期期末)

次の図で，∠xの大きさを求めよ。

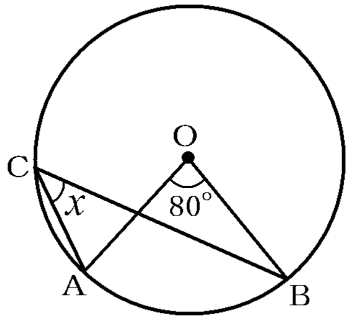
(1)



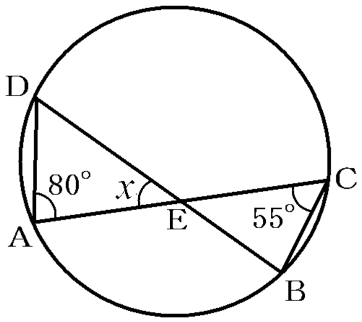
(2)



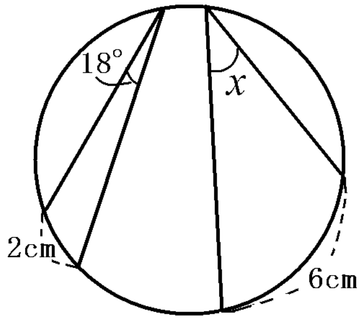
(3)



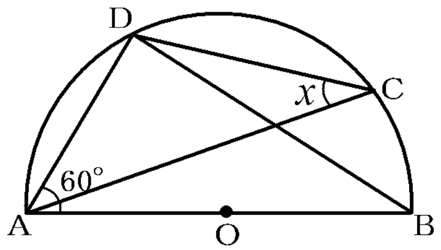
(4)



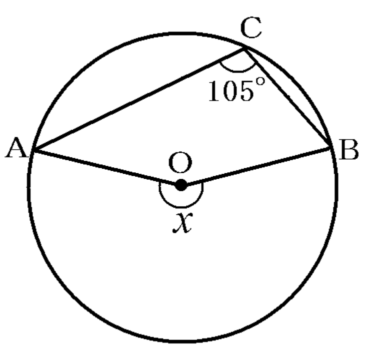
(5)



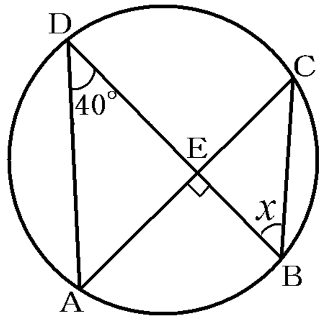
(6)



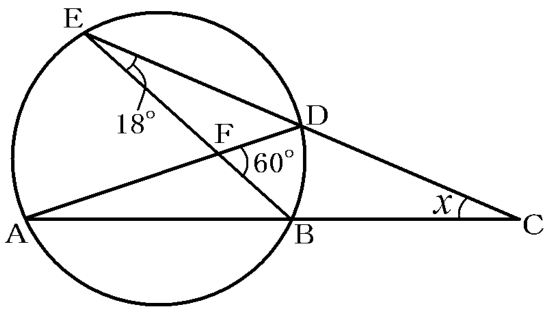
(7)



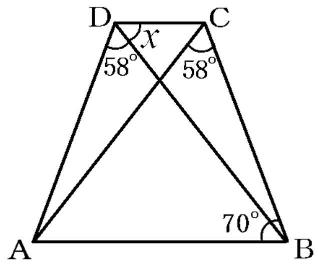
(8)



(9)



(10)



[解答欄]

(1)∠x＝	(2)∠x＝	(3)∠x＝
(4)∠x＝	(5)∠x＝	(6)∠x＝
(7)∠x＝	(8)∠x＝	(9)∠x＝
(10)∠x＝		

[解答](1)∠x＝110°　(2)∠x＝90°　(3)∠x＝40°　(4)∠x＝45°　(5)∠x＝ 54°
(6)∠x＝30°　(7)∠x＝210°　(8)∠x＝50°　(9)∠x＝24°　(10)∠x＝52°

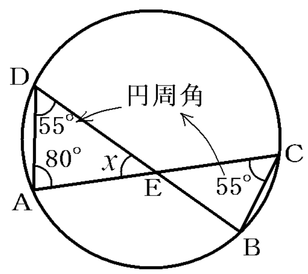
[解説]

(1) 1つの弧(AB)に対する中心角は円周角の2倍であるので，
∠x＝55°×2＝110°

(2) ∠x＝∠AOB÷2＝180°÷2＝90°
(直径の円周角は90°)

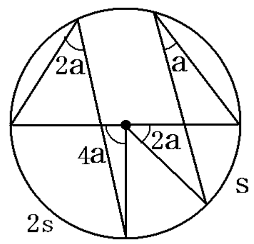
(3) ∠AOBが弧ABの中心角，∠ACBが弧ABの円周角
よって，∠x＝80°÷2＝40°

(4) 円周角の定理を使って，右図のように55°の角を移す。



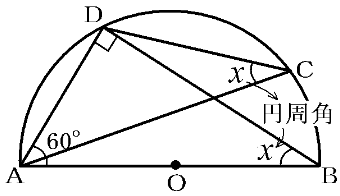
△ADEで，三角形の内角の和は180°なので，
∠x＋80°＋∠ADE＝180°
∠x＋80°＋55°＝180°
よって，∠x＝180°－80°－55°＝45°

(5) 1つの円で，弧の長さが2倍のとき，中心角は2倍になり，
円周角も2倍になる。(右図参照)



→同じ円では弧の長さと円周角は比例する。
弧の長さの比が，2：6＝1：3なので，円周角の比も1：3になるので，18：∠x＝1：3
内項の積は外項の積に等しいので，∠x＝18×3＝54°

(6) 円周角の定理を使って，図のようにxの角を移す。



直径の円周角は 90° なので，∠ADB＝90°

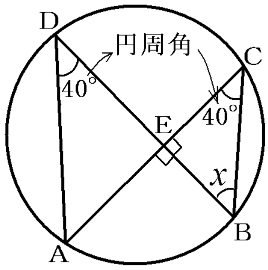
△ABD で，三角形の内角の和は 180° なので，

∠x＋90° ＋60° ＝180° ，∠x＋150° ＝180°

よって，∠x＝30°

＊図の中に直径が表示されていたら，直径の円周角は 90° の性質を使う場合が多い。

(7) ∠AOB＝∠xは弧 AB の中心角，∠ACB は弧 AB の円周角なので，∠x＝105° ×2＝210°



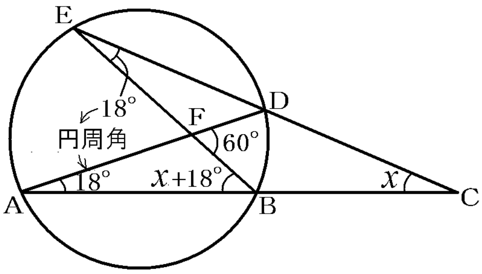
(8) 円周角の定理を使って，図のように 40° の角を移す。

△BCE で，三角形の内角の和は 180° なので，

∠x＋90° ＋40° ＝180°

∠x＋130° ＝180° ，∠x＝50°

(9) 円周角の定理を使って，図のように 18° の角を移す。



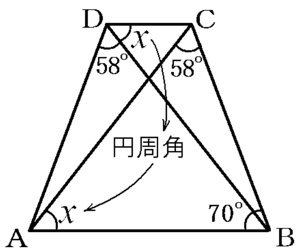
三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

△BCE で，∠ABE＝∠x＋18°

また，△ABF で，(∠x＋18°)＋18° ＝60°

∠x＋36° ＝60°　よって，∠x＝24°

(10) ∠ADB＝∠ACB なので，4 点 A，B，C，D は同一円周上にある。



また，円周角の定理を使って，右図のように∠xを移す。

△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，

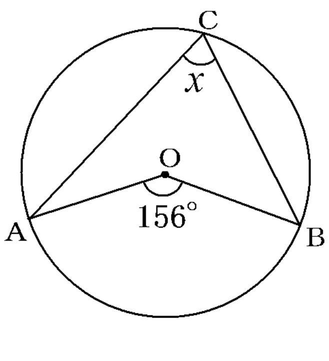
∠x＋58° ＋70° ＝180°

∠x＝180° −(58° ＋70°)，∠x＝52°

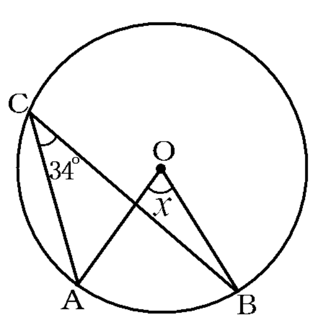
[問題](後期中間)

次の図で，∠x，∠yの大きさを求めよ。

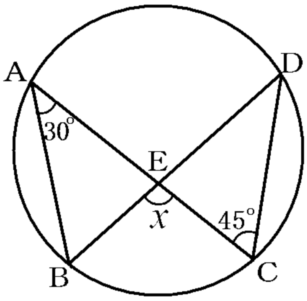
(1)



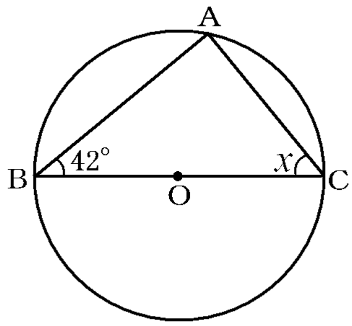
(2)



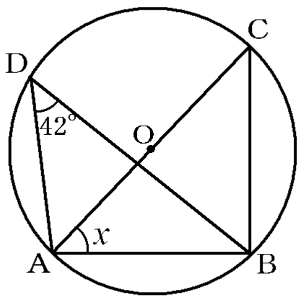
(3)


A
D
30°
E
x
45°
B
C

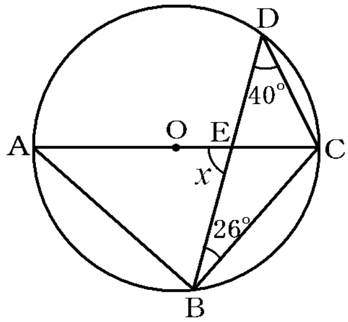
(4)


A
B
42°
x
C
O

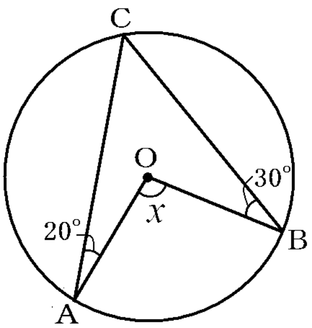
(5)


C
D
42°
O
x
A
B

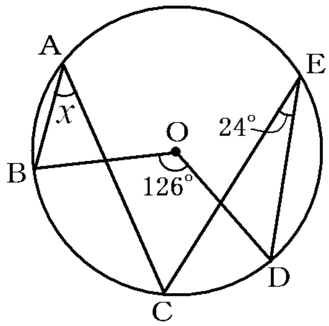
(6)


D
40°
A
O
E
C
x
26°
B

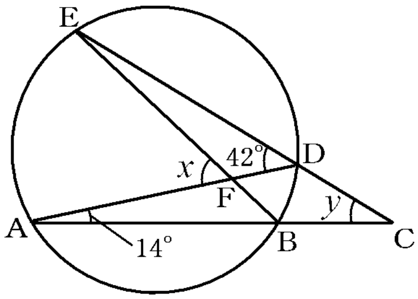
(7)


C
O
30°
x
20°
B
A

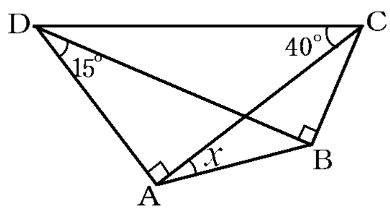
(8)


A
E
x
O
24°
B
126°
D
C

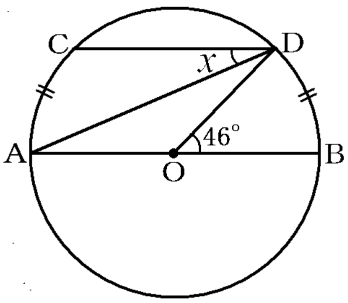
(9)


E
x
42°
D
F
y
A
14°
B
C

(10)


D
C
40°
15°
x
B
A

(11)



弧CA＝弧DB

[解答欄]

(1)∠x＝	(2)∠x＝	(3)∠x＝
(4)∠x＝	(5)∠x＝	(6)∠x＝
(7)∠x＝	(8)∠x＝	(9)∠x＝
∠y＝	(10)∠x＝	(11)∠x＝

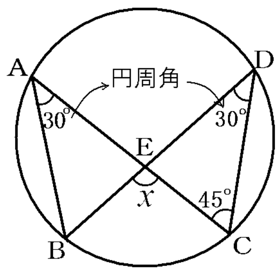
[解答](1)∠x＝78°　(2)∠x＝68°　(3)∠x＝75°　(4)∠x＝48°　(5)∠x＝48°
(6)∠x＝76°　(7)∠x＝100°　(8)∠x＝39°　(9)∠x＝56°　∠y＝28°
(10)∠x＝35°　(11)∠x＝23°

[解説]

(1) ∠x＝∠AOB÷2＝156°÷2＝78°

(2) ∠x＝∠ACB×2＝34°×2＝68°

(3) 円周角の定理を使って，右図のように 30° の角を移す。△CDE で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

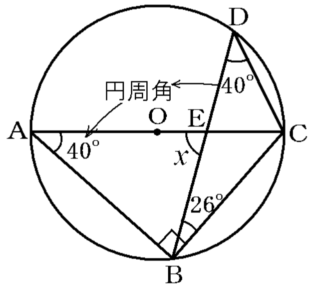


∠x＝30°＋45°＝75°

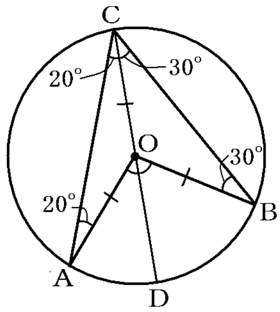
(4) 直径 BC の円周角は 90° なので，∠BAC＝90°
△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，
90°＋42°＋∠x＝180°，132°＋∠x＝180°
よって，∠x＝48°

(5) 直径 AC の円周角は 90° なので，∠ABC＝90°
円周角の定理より，∠ACB＝∠ADB＝42°
△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，
∠x＋90°＋42°＝180°，∠x＋132°＝180°
よって，∠x＝48°

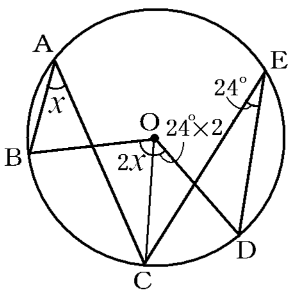
(6) 円周角の定理を使って，右図のように 40° の角を移す。
直径 AC の円周角は 90° なので，∠ABC＝90°
よって，∠ABE＝90° −26° ＝64°
△ABE で，三角形の内角の和は 180° なので，
40° ＋64° ＋∠ x ＝180° ，104° ＋∠ x ＝180°
よって，∠ x ＝76°



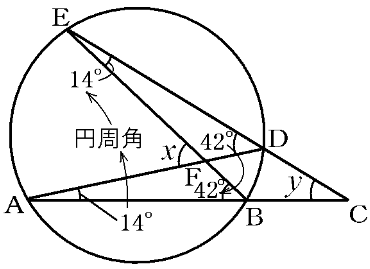
(7) 右図で，△OAC は OA＝OC(半径)の二等辺三角形なので，
∠ACO＝∠CAO＝20°
△OAC で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，
∠AOD＝20° ＋20° ＝40°
△OBC についても同様にして，∠BOD＝30° ＋30° ＝60°
よって，∠ x ＝∠AOB＝∠AOD＋∠BOD＝40° ＋60° ＝ 100°



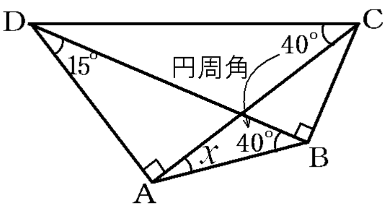
(8) 右図のように，OC をむすぶ。
弧 BC について，∠BAC＝∠ x は円周角で，
∠BOC は中心角なので，∠BOC＝2∠ x
弧 CD について，∠CED＝24° は円周角で，
∠COD は中心角なので，∠COD＝24° ×2＝48°
∠BOD＝126° なので，
2∠ x ＋48° ＝126° ，2∠ x ＝78°
よって，∠ x ＝39°



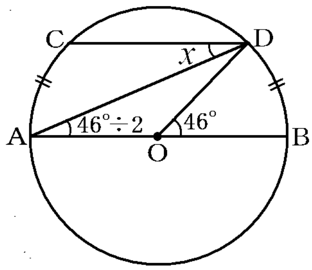
(9) 円周角の定理を使って，右図のように 14° の角と 42° の角をそれぞれ移す。
△DEF で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，
∠ x ＝14° ＋42° ＝56°
△BCE で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，
∠ y ＋14° ＝42° ，∠ y ＝28°



(10) ∠DAC＝∠DBC＝90° なので，4 点 A，B，C，D は同一円周上にある。
円周角の定理を使って，右図のように 40° の角を移す。
△ABD で，三角形の内角の和は 180° なので，
90° ＋∠ x ＋40° ＋15° ＝180°
145° ＋∠ x ＝180° よって，∠ x ＝35°



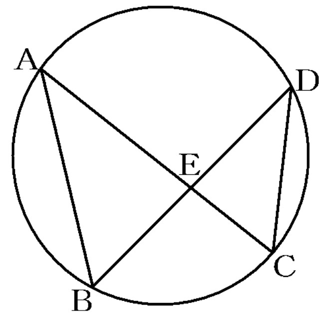
(11) 1つの円で，等しい弧に対する円周角の大きさは等しい。
弧 CA＝弧 DB なので，$\angle x = \angle \mathrm{BAD}$
$\angle \mathrm{BAD} = 46° \div 2 = 23°$ なので，
$\angle x = 23°$



【】円と相似

[問題](3 学期)

右の図のように円 O の周上に 4 点 A，B，C，D があり，AC と BD との交点を E とする。
このとき，△AEB∽△DEC であることを次のように証明した。
(　　)をうめよ。



[証明]

△AEB と△DEC で，
同じ弧に対する(　ア　)は等しいので，∠BAE＝∠(　イ　)
また，対頂角は等しいので，　∠AEB＝∠(　ウ　)
(　　エ　　)がそれぞれ等しいので，△AEB∽△DEC

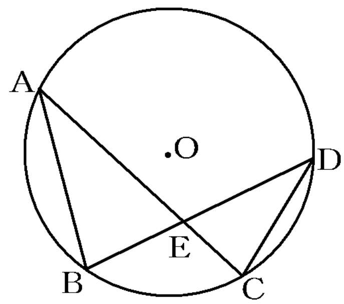
[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

[解答]ア　円周角　イ　CDE　ウ　DEC　エ　2 組の角

[問題](3 学期)

右の図のように円周上に 4 点 A，B，C，D があり，AC と BD との交点を E とする。このとき，△AEB∽△DEC であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

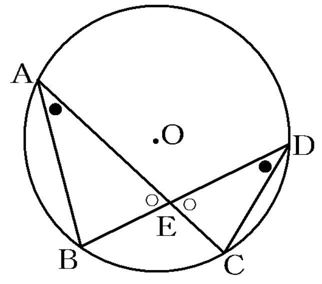
△AEB と△DEC において,

同じ弧 BC の円周角は等しいので，∠BAE＝∠CDE･･･①

対頂角は等しいので，∠AEB＝∠DEC･･･②

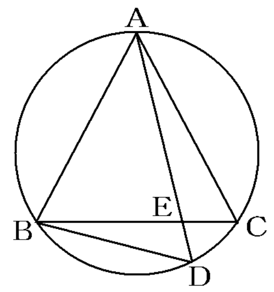
①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので,

△AEB∽△DEC



[問題](2 学期期末)

右の図において，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形である。このとき，△ABE∽△ADB であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABE と△ADB において,

∠BAE は共通･･･①

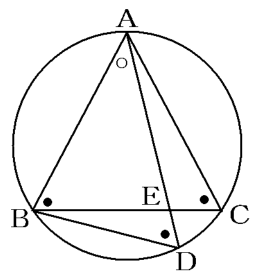
二等辺三角形の底角は等しいので，∠ABE＝∠ACB

同じ弧に対する円周角は等しいので，∠ACB＝∠ADB

よって，∠ABE＝∠ADB･･･②

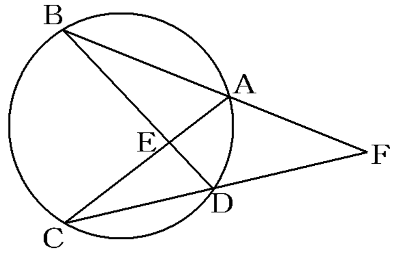
①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので,

△ABE∽△ADB



[問題](2 学期中間)

図のように円周上に 4 点 A，B，C，D があり AC と BD の交点を E, BA と CD をそれぞれ延長したときの交点を F とする。このとき FD : FA＝FB : FC であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△BDF と△CAF において，

∠F は共通･･･①

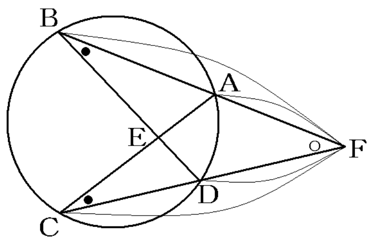
同じ弧に対する円周角は等しいので，

∠DBF＝∠ACF･･･②

①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので，

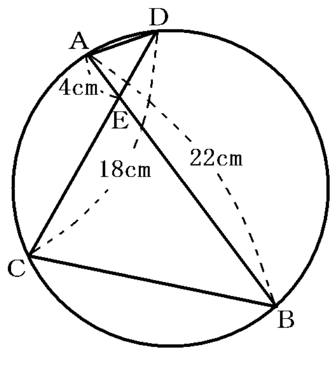
△BDF∽△CAF

相似な三角形の対応する辺の比は等しいので，FD : FA＝FB : FC



[問題](3 学期)

右の図で，弦 AB と CD の交点を E とする。このとき，DE の長さを求めよ。ただし，DE＜EC とする。



[解答欄]

[解答] 6 cm

[解説]

△ADE と△CBE において，円周角の定理より，

∠ADE＝∠CBE，∠DAE＝∠BCE

2 組の角がそれぞれ等しいので，△ADE∽△CBE

DE：BE＝AE：CE

DE＝x とおくと，CE＝18－x

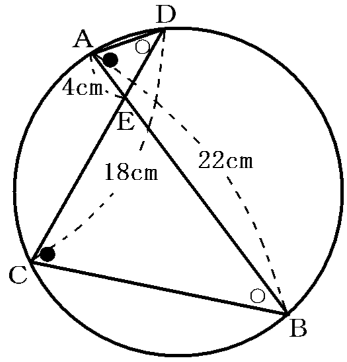
x：(22－4)＝4：(18－x)

比の外項の積は内項の積と等しいので，

$x(18-x)=18\times4$

$18x-x^2=72$，$x^2-18x+72=0$，$(x-6)(x-12)=0$　ゆえに $x=6,\ 12$

DE＜EC なので $x=6$　ゆえに DE＝6 cm

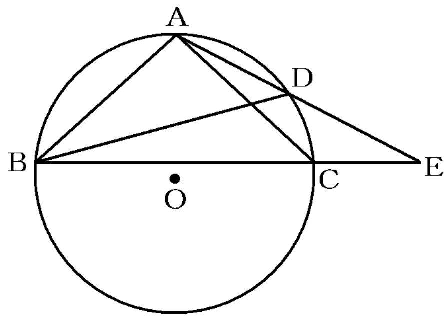


[問題](3 学期)

右の図のように，△ABC が円 O に内接していて，AB＝AC＝4cm，BC= 6cm である。弧 AC 上に点 D をとり，弦 AD と辺 BC をそれぞれ延長してその交点を E とし， AD＝DE となるようにした。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) △ABD と△AEB は相似であることを証明せよ。

(2) 線分 AD の長さを求めよ。

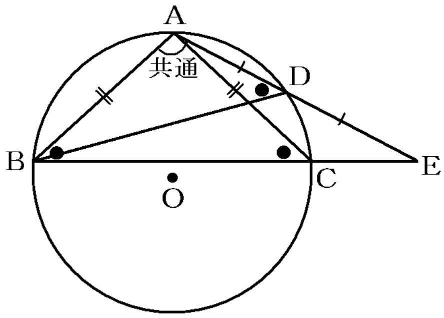


[解答欄]

(1)	
(2)	

[解答]

(1) △ABD と△AEB において，



∠BAD＝∠EAB(共通)･･･①

同じ弧の円周角は等しいので，∠ADB＝∠ACB

AB＝AC なので△ABC は二等辺三角形で，

∠ACB＝∠ABE

ゆえに∠ADB＝∠ABE･･･②

①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ABD∽△AEB

(2) $2\sqrt{2}$ cm

[解説]

(2) △ABD∽△AEB なので，

AD : AB＝AB : AE

仮定より，AE＝2AD なので AD : 4＝4 : 2AD

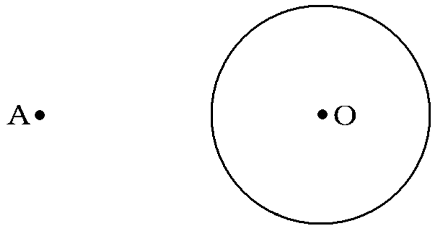
外項の積 AD×2AD は，内項の積 4×4 と等しいので，

$2AD^2=16$，$AD^2=8$　よって $AD=\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=2\sqrt{2}$ (cm)

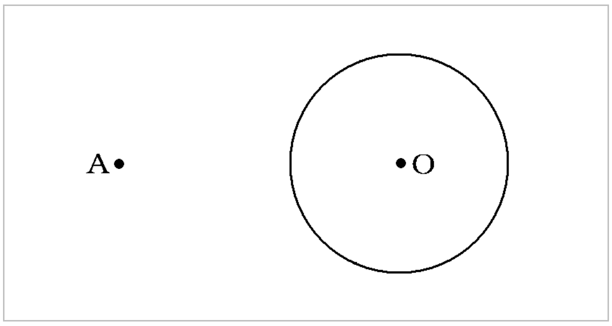
【】円と接線

[問題](3 学期)

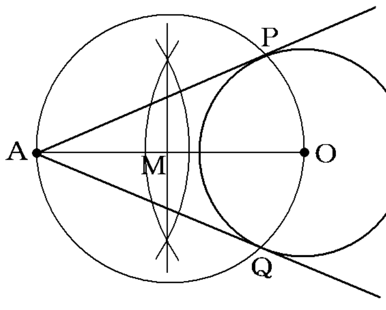
次の図で，点 A から円 O への接線 AP，AQ を作図せよ。ただし，AO の上側の接点を P，下側の接点を Q とする。



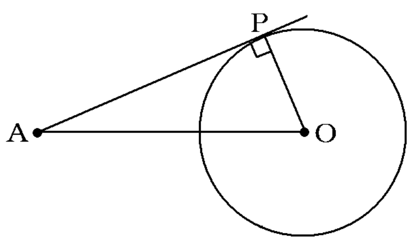
[解答欄]



[解答]



[解説]



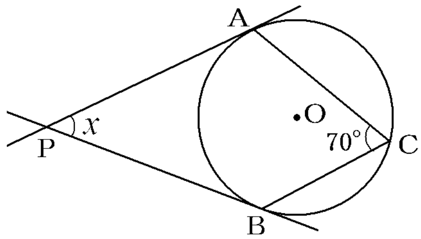
点 A から円 O に接線がひけたとして，その接点を P とすると，AP⊥OP になる。

つまり，∠APO＝90°になる。よって，P は AO を直径とする円周上にある。

まず，AO の垂直二等分線を作図し，AO との交点を M とする。次に，M を中心とし，MA を半径とする円をかく。この円と円 O の交点が P，Q である。

[問題](2 学期期末)

右の図で，3 点 A，B，C は円 O の周上の点であり，点 P は点 A を通る接線と点 B を通る接線の交点である。∠ACB＝70°のとき，∠xの大きさを求めよ。



[解答欄]

∠x＝

[解答]∠x＝40°

[解説]

OA，OB をむすぶと，∠OAP＝90° ∠OBP＝90°

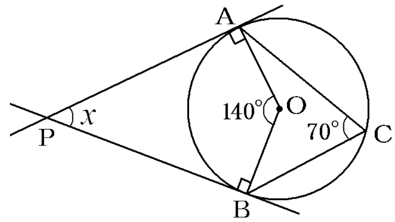
中心角と円周角の関係から，

∠AOB＝70°×2＝140°

四角形 OAPB で，四角形の内角の和は 360°なので，

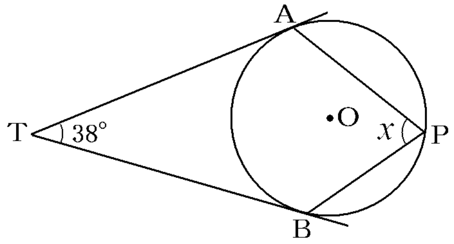
140°＋90°＋90°＋∠x＝360°

320°＋∠x＝360°，∠x＝40°



[問題](後期期末)

右の図で，直線 TA，TB はそれぞれ点 A，B で円 O に接している。∠ATB＝38°のとき，弧 AB に対する円周角∠APB の大きさ∠xを求めよ。



[解答欄]

∠x＝

[解答]∠x＝71°

[解説]

OA，OB をむすぶと，∠OAT＝90° ∠OBT＝90°

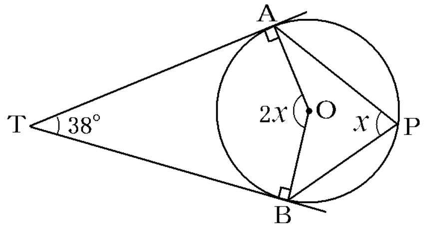
中心角と円周角の関係から，

∠AOB＝∠x×2＝2∠x

四角形 OATB で,四角形の内角の和は 360°なので,

38°＋90°＋90°＋2∠x＝360°

218°＋2∠x＝360°，2∠x＝142°，∠x＝71°



[印刷／他の PDF ファイルについて]
※このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。
※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

【Fd 教材開発】(092) 404－2266
Mail：info2@fdtext.com