

【】 円周角と中心角

[問題](3学期)

1つの弧に対する円周角の大きさは(①)。円周角は、その弧に対する(②)の半分である。」

[解答欄]

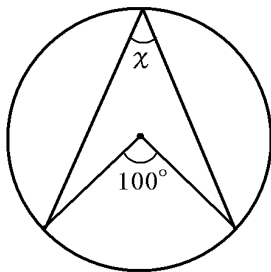
①	②
---	---

[解答]① 等しい ② 中心角

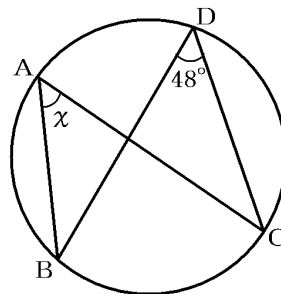
[問題](3学期)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

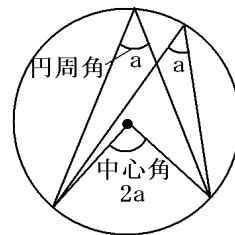
(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $50^\circ$  (2)  $48^\circ$

[解説]

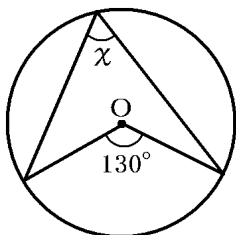
\* (中心角) = (円周角)  $\times 2$ , (円周角) = (中心角)  $\div 2$

同じ弧上の円周角は等しい



[問題](3 学期)

次の図で、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

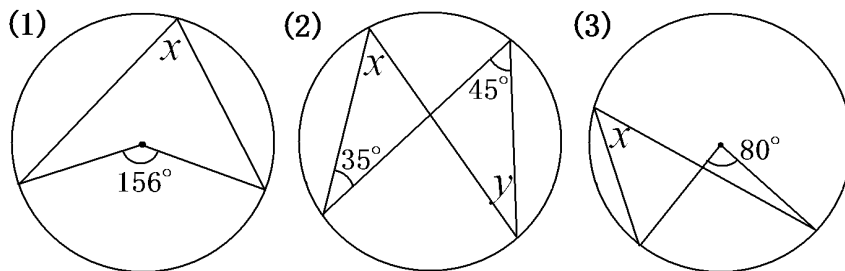


[解答欄]

[解答]  $65^\circ$

[問題](3 学期)

下の図で、 $x$ 、 $y$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

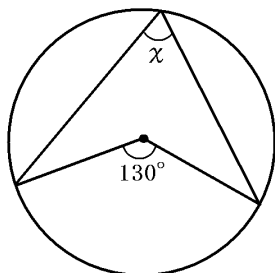
(1) $x =$	(2) $x =$	$y =$
(3) $x =$		

[解答](1)  $x = 78^\circ$  (2)  $x = 45^\circ$  ,  $y = 35^\circ$  (3)  $x = 40^\circ$

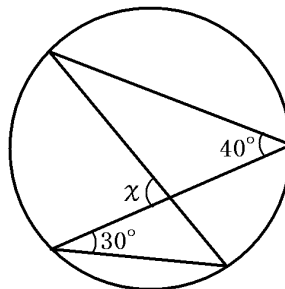
[問題](3 学期)

次の図の  $\angle x$  の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

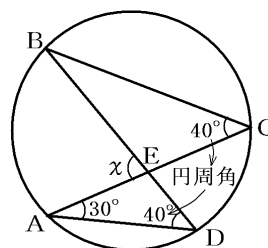
[解答](1)  $65^\circ$  (2)  $70^\circ$

[解説]

(1)  $x = 130^\circ \div 2 = 65^\circ$

(2) 円周角の定理を使って  $40^\circ$  の角を移す。

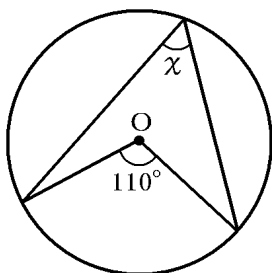
$\triangle ADE$  で、「三角形の外角は、それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので、 $x = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$



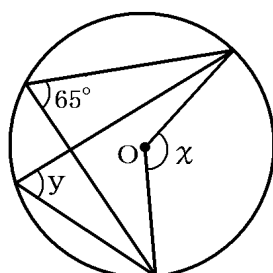
[問題](3 学期)

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$  の大きさを求めよ。

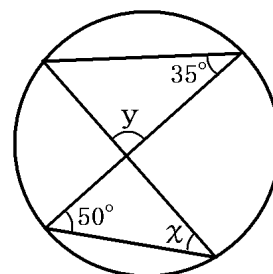
(1)



(2)



(3)



[解答欄]

(1) $x =$	(2) $x =$	$y =$
(3) $x =$	$y =$	

[解答](1)  $x = 55^\circ$  (2)  $x = 130^\circ$  ,  $y = 65^\circ$  (3)  $x = 35^\circ$  ,  $y = 95^\circ$

[解説]

(中心角)=(円周角) $\times 2$ , (円周角)=(中心角) $\div 2$

同じ弧上の円周角は等しい

(1) 同じ弧上の円周角は中心角の半分なので,

$$x = 110^\circ \div 2 = 55^\circ$$

(2) 同じ弧上の中心角は円周角の2倍なので,  $x = 65^\circ \times 2 = 130^\circ$

同じ弧上の円周角は等しいので  $y = 65^\circ$

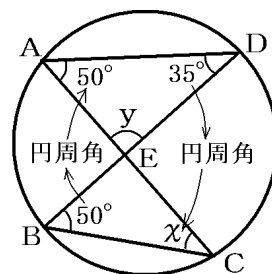
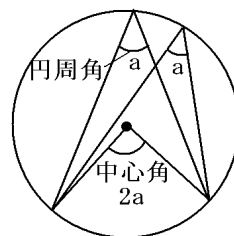
(3) 円周角の定理を使って, 図のように  $35^\circ$  の角を移すと,

$$x = 35^\circ \quad \text{また, 図のように } 50^\circ \text{ の角を移す.}$$

$\triangle AED$  で, 「三角形の内角の和は  $180^\circ$  」なので,

$$y + 50^\circ + 35^\circ = 180^\circ, \quad y + 85^\circ = 180^\circ$$

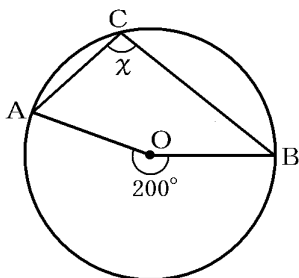
ゆえに  $y = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$



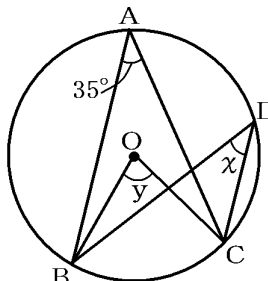
[問題](3 学期)

下の図で  $\angle x$ ,  $\angle y$  の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $x =$	(2) $x =$	$y =$
-----------	-----------	-------

[解答](1)  $x = 100^\circ$  (2)  $x = 35^\circ$ ,  $y = 70^\circ$

[解説]

(中心角)=(円周角) $\times 2$ , (円周角)=(中心角) $\div 2$

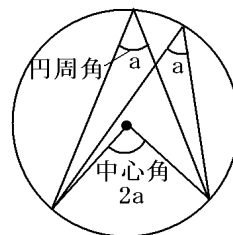
同じ弧上の円周角は等しい

(1)  $\angle AOB$  は弧  $AB$  の中心角で,  $\angle ACB = x$  は弧  $AB$  の円周角。

ゆえに,  $x = \angle AOB \div 2 = 200^\circ \div 2 = 100^\circ$

(2)  $\angle BAC = 35^\circ$  は弧  $BC$  の円周角。  $\angle BDC = x$  は同じ弧  $BC$  の円周角なので,

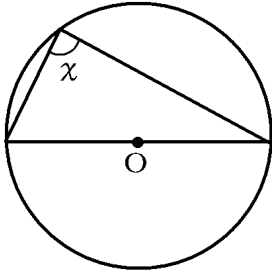
$$x = \angle BAC = 35^\circ \quad \angle BOC = y \text{ は弧 } BC \text{ の中心角なので, } y = \angle BAC \times 2 = 35^\circ \times 2 = 70^\circ$$



【】 直径の円周角

[問題](3 学期)

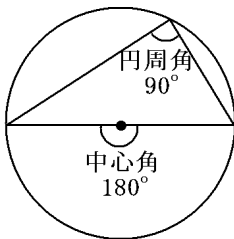
次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。ただし、 $O$ は円の中心とする。



[解答欄]

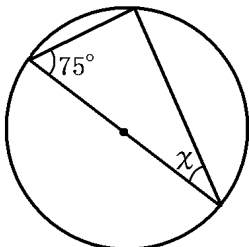
[解答]90°

[解説]



[問題](3 学期)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

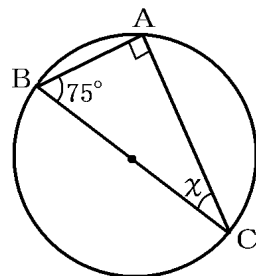


[解答欄]

[解答]15°

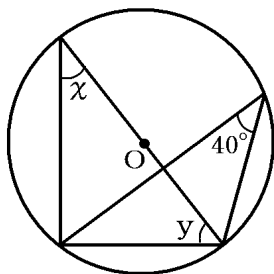
[解説]

「直径の円周角は  $90^\circ$  」なので、 $\angle A=90^\circ$   
 $\triangle ABC$  で、「三角形の内角の和は  $180^\circ$  」なので、  
 $x + 75^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  ,  $x + 165^\circ = 180^\circ$  ゆえに  $x = 15^\circ$



[問題](3 学期)

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$x =$	$y =$
-------	-------

[解答]  $x = 40^\circ$  ,  $y = 50^\circ$

[解説]

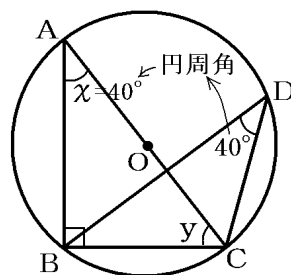
円周角の定理を使って、図のように  $40^\circ$  の角を移すと、  
 $x = 40^\circ$

直径の円周角は  $90^\circ$  なので、 $\angle ABC=90^\circ$

$\triangle ABC$  で、「三角形の内角の和は  $180^\circ$  」なので、

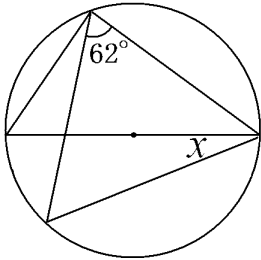
$$x + y + 90^\circ = 180^\circ \text{ , } 40^\circ + y + 90^\circ = 180^\circ$$

ゆえに  $y = 50^\circ$



[問題](3 学期)

下の図で、 $x$ の大きさを求めよ。



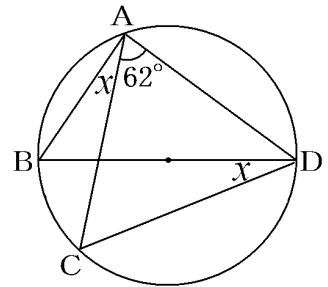
[解答欄]

[解答]  $x = 28^\circ$

[解説]

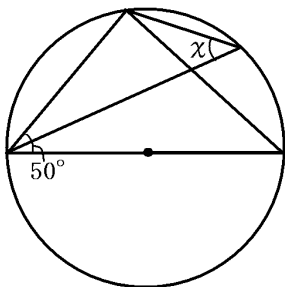
右図で、 $\angle BAC$ と $\angle BDC$ は弧  $BC$ の円周角になっているので、  
 $\angle BAC = \angle BDC = x$

次に、 $\angle BAD$ は直径  $BD$ の円周角になっているので、  
 $\angle BAD = 90^\circ$ で、 $x + 62^\circ = 90^\circ$  よって、 $x = 28^\circ$



[問題](3 学期)

次の図の $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

[解答]  $40^\circ$

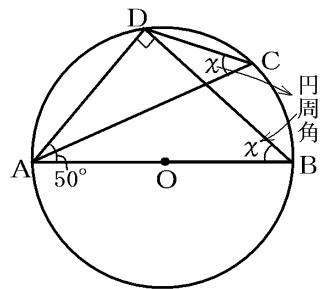
[解説]

円周角の定理を使って、図のように  $x$  の角を移す。

直径の円周角は直角なので、 $\angle ADB = 90^\circ$

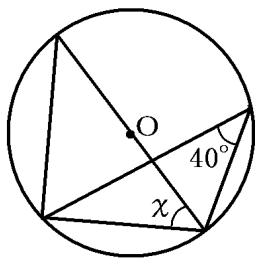
$\triangle ABD$  で「三角形の内角の和は  $180^\circ$  」なので、

$$x + 50^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \quad x + 140^\circ = 180^\circ, \quad x = 40^\circ$$



[問題](3 学期)

次の図の  $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

[解答]  $50^\circ$

[解説]

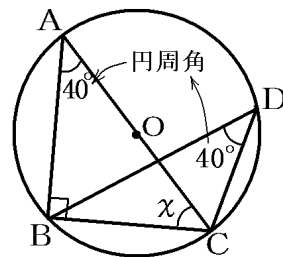
円周角の定理を使って、図のように  $40^\circ$  の角を移す。

「直径の円周角は  $90^\circ$  」なので、 $\angle ABC = 90^\circ$

$\triangle ABC$  で、「三角形の内角の和は  $180^\circ$  」なので、

$$x + 40^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \quad x + 130^\circ = 180^\circ$$

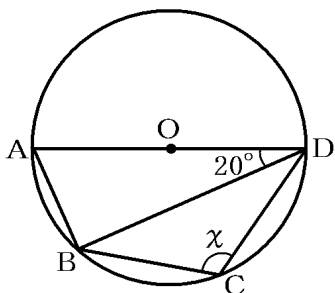
ゆえに  $x = 50^\circ$





[問題](3 学期)

次の図で  $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

[解答]  $110^\circ$

[解説]

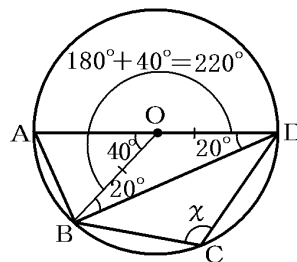
線分  $OB$  を結ぶ。  $\triangle OBD$  は  $OB=OD$  の二等辺三角形になるの  
で、  $\angle OBD = \angle ODB = 20^\circ$

三角形の外角は他の 2 つの内角に等しいので、

$$\angle AOB = \angle OBD + \angle ODB = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

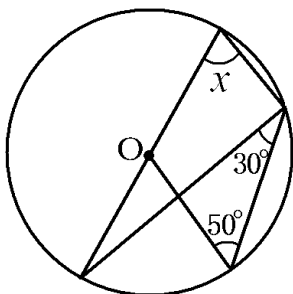
よって、弧  $BAD$  の中心角は  $180^\circ + 40^\circ = 220^\circ$

$x = \angle BCD$  は弧  $BAD$  の円周角なので、  $x = (\text{中心角}) \div 2 = 220^\circ \div 2 = 110^\circ$



[問題](3 学期)

次の図の  $x$  を求めよ。



[解答欄]

[解答]  $70^\circ$

[解説]

$\triangle ABD$  で、 $AB$  は直径である。直径の円周角は直角なので、  
 $\angle ADB=90^\circ$

$\angle ABD$  の大きさがわかれば  $x$  を求めることができる。そこで、  
 $\triangle OBE$  に注目する。

$\angle BOC$  は弧  $BC$  の中心角である。 $\angle BDC(=30^\circ)$  は弧  $BC$  の円周角なので、  
 $\angle BOC=30^\circ \times 2=60^\circ$

$\triangle CDE$  で、外角  $BEC$  は 2 つの内角の和に等しいので、

$$\angle BEC=30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$$

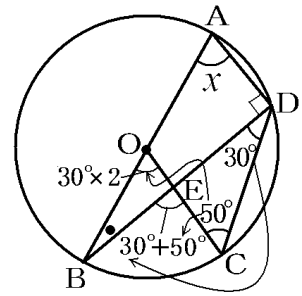
$\triangle OBE$  で、外角  $BEC$  は 2 つの内角の和に等しいので、 $\angle BEC=\angle OBE+\angle BOE$

$$\text{よって、} 80^\circ = \angle OBE+60^\circ$$

$$\text{ゆえに、} \angle OBE=80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$$

$\triangle ABD$  で、 $x + \angle ADB + \angle ABD=180^\circ$

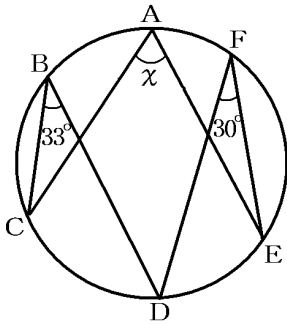
$$x + 90^\circ + 20^\circ = 180^\circ \text{ , } x = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$$



【】 円周角の定理

[問題](3 学期)

次の図で、 $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

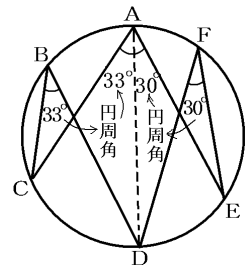
[解答]63°

[解説]

円周角の定理より、

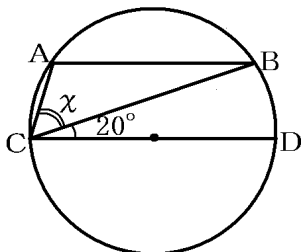
右図のように  $33^\circ$  と  $30^\circ$  の角を移す。

$$x = \angle CAE = 33^\circ + 30^\circ = 63^\circ$$



[問題](3 学期)

次の図の $\angle x$  の大きさを求めよ。



$AB \parallel CD$

[解答欄]

[解答]50°

[解説]

右図のように AD を結ぶ。

AB // CD で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ABC = \angle BCD = 20^\circ$$

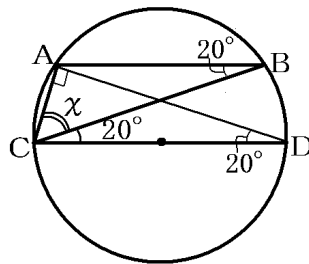
円周角の定理より、 $\angle ADC = \angle ABC = 20^\circ$

直径の円周角は  $90^\circ$  なので、 $\angle CAD = 90^\circ$

$\triangle ACD$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

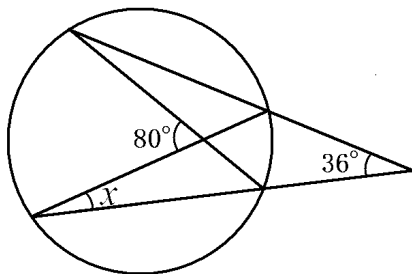
$$\angle ACD + \angle CDA + \angle CAD = 180^\circ$$

$$\text{よって、} x + 20^\circ + 20^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \quad x + 130^\circ = 180^\circ, \quad x = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$



[問題](3 学期)

次の図の  $x$  を求めよ。



[解答欄]

[解答]  $22^\circ$

[解説]

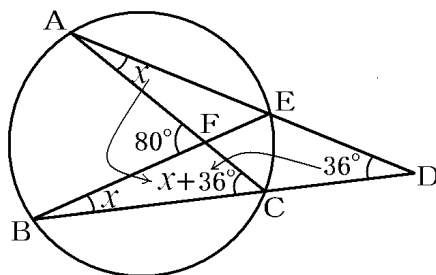
円周角の定理より、 $\angle CAE = \angle CBE = x$

$\triangle ACD$  の 1 つの外角  $\angle ACB$  は他の 2 つの内角の和に等しいので、 $\angle ACB = x + 36^\circ$

$\triangle FBC$  の 1 つの外角  $\angle AFB (= 80^\circ)$  は他の 2 つの内角の和に等しいので、 $80^\circ = x + (x + 36^\circ)$

$$80^\circ = 2x + 36^\circ, \quad 2x = 80^\circ - 36^\circ, \quad 2x = 44^\circ$$

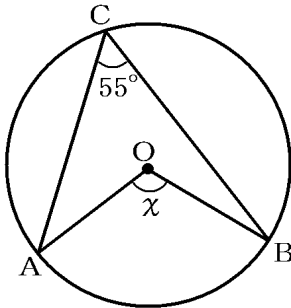
よって、 $x = 44^\circ \div 2 = 22^\circ$



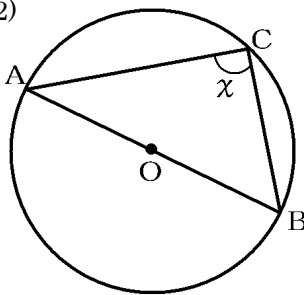
[問題](1学期中間)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

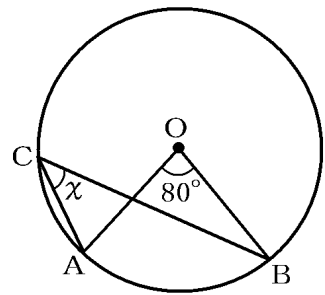
(1)



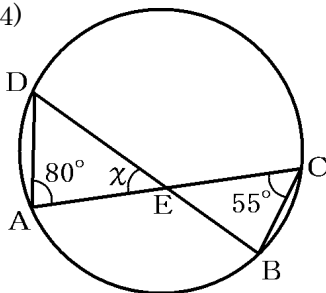
(2)



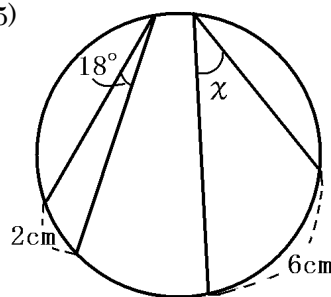
(3)



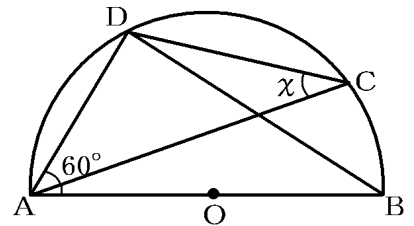
(4)



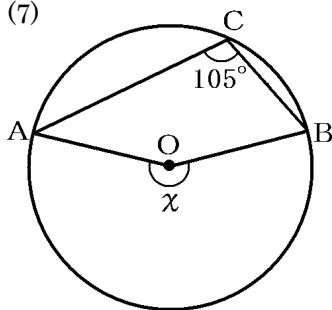
(5)



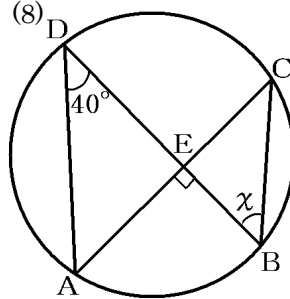
(6)



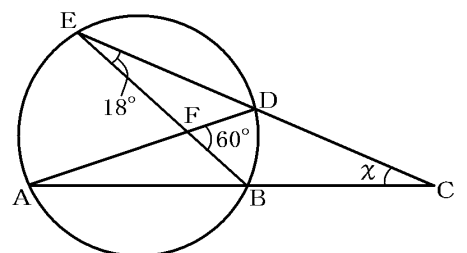
(7)



(8)



(9)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

[解答](1)  $110^\circ$  (2)  $90^\circ$  (3)  $40^\circ$  (4)  $45^\circ$  (5)  $54^\circ$  (6)  $30^\circ$  (7)  $210^\circ$  (8)  $50^\circ$  (9)  $24^\circ$

[解説]

(中心角)=(円周角) $\times 2$ , (円周角)=(中心角) $\div 2$

同じ弧上の円周角は等しい

直径の円周角は  $90^\circ$

(1)  $\angle AOB$ (中心角) $=2 \times \angle ACB$ (円周角)なので、

$$x = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$$

(2)  $x = \angle AOB \div 2 = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$  (直径の円周角は  $90^\circ$ )

(3)  $\angle AOB$  が弧  $AB$  の中心角,  $\angle ACB$  が弧  $AB$  の円周角

ゆえに  $x = 80^\circ \div 2 = 40^\circ$

(4) 円周角の定理を使って, 図のように  $55^\circ$  の角を移す。

$\triangle ADE$  で「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、

$$x + 80^\circ + \angle ADE = 180^\circ, \quad x + 80^\circ + 55^\circ = 180^\circ$$

ゆえに,  $x = 180^\circ - 80^\circ - 55^\circ = 45^\circ$

(5) \*弧の長さが2倍のとき, 中心角は2倍になり,

円周角も2倍になる。(右図参照)

→同じ円では弧の長さと円周角は比例する

弧の長さの比が,  $2 : 6 = 1 : 3$  なので, 円周角の比も  $1 : 3$

$18 : x = 1 : 3$  ゆえに,  $x = 18 \times 3 = 54^\circ$

(6) 円周角の定理を使って, 図のように  $x$  の角を移す。

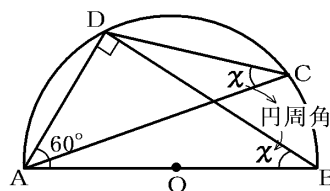
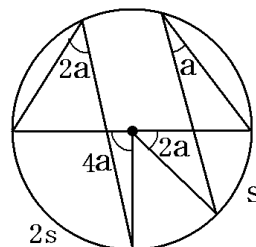
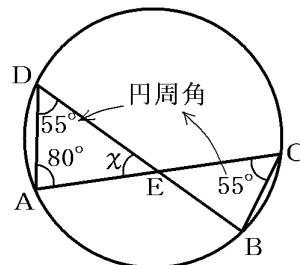
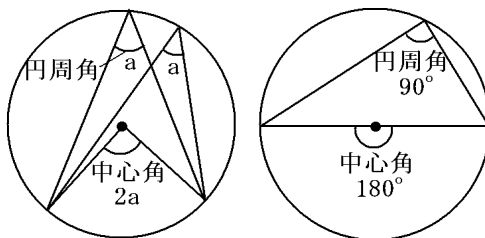
「直径の円周角は  $90^\circ$ 」なので,  $\angle ADB = 90^\circ$

$\triangle ABD$  で「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、

$$x + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ, \quad x + 150^\circ = 180^\circ$$

ゆえに  $x = 30^\circ$

\*図の中に直径が表示されていたら, 「直径の円周角は  $90^\circ$ 」の性質を使うことが多い。



(7)  $\angle AOB = x$  は弧  $AB$  の中心角,  $\angle ACB$  は弧  $AB$  の円周角なので、

$$x = 105^\circ \times 2 = 210^\circ$$

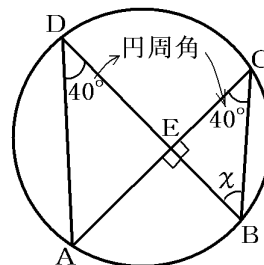
(8) 円周角の定理を使って, 図のように  $40^\circ$  の角を移す。

$\triangle BCE$  で「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、

$$x + 90^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$x + 130^\circ = 180^\circ$$

ゆえに  $x = 50^\circ$



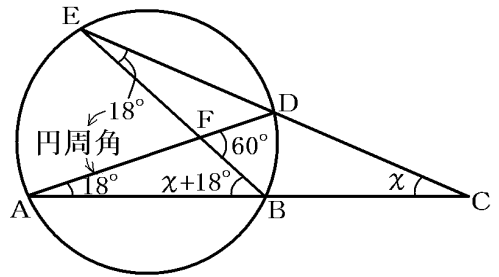
(9) 円周角の定理を使って、図のように  $18^\circ$  の角を移す。

「三角形の外角は、それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので、

$$\triangle BCE \text{ で、} \angle ABE = x + 18^\circ$$

$$\text{また、} \triangle ABF \text{ で、} (x + 18^\circ) + 18^\circ = 60^\circ$$

$$x + 36^\circ = 60^\circ \quad \text{ゆえに } x = 24^\circ$$



【】 弧と円周角・中心角

[問題](後期期末)

右の図で、4点 A, B, C, D と点 P は、円 O の円周上の点で、

弧 AB は円周の  $\frac{1}{12}$ ,  $\angle BOC = 45^\circ$ ,  $\angle CPD = 10^\circ$  である。

このとき、 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD}$  を最も簡単な整数の比で表せ。

[解答欄]

[解答] 6 : 9 : 4

[解説]

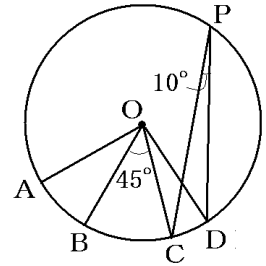
同じ円周上の弧の長さは、中心角の大きさに比例する。そこで、 $\widehat{AB}$ ,  $\widehat{BC}$ ,  $\widehat{CD}$  の中心角をそれぞれ求める。

$\widehat{AB}$  は円周の  $\frac{1}{12}$  なので、 $\angle AOB = 360^\circ \times \frac{1}{12} = 30^\circ$

$\angle COD = \angle CPD \times 2 = 10^\circ \times 2 = 20^\circ$

よって、3つの中心角の比は、 $30 : 45 : 20 = 6 : 9 : 4$

したがって、 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} = 6 : 9 : 4$



[問題](1学期中間)

右の図で、3点 A, B, C は円周上にあり、

$\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 2 : 3 : 4$  である。

$\triangle ABC$  の3つの内角の大きさをそれぞれ求めよ。

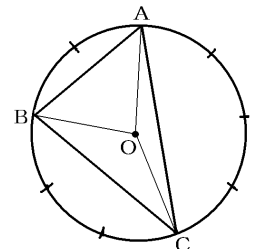
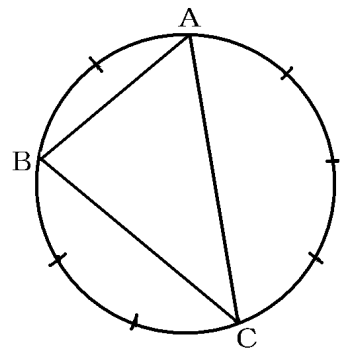
[解答欄]

[解答]  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle B = 80^\circ$ ,  $\angle C = 40^\circ$

[解説]

円の中心を O とすると、

$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{3}{9} = 120^\circ$ ,  $\angle A = 60^\circ$  (円周角は中心角の  $\frac{1}{2}$ )





$$\angle AOC = 360^\circ \times \frac{4}{9} = 160^\circ, \quad \angle B = 80^\circ \quad (\text{円周角は中心角の}\frac{1}{2})$$

$$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{2}{9} = 80^\circ, \quad \angle C = 40^\circ \quad (\text{円周角は中心角の}\frac{1}{2})$$

(別解)

同じ円上では弧の長さの比と円周角の比は等しくなるので、

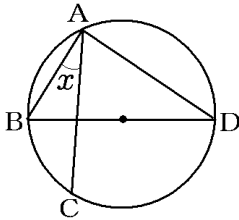
$$\angle A : \angle B : \angle C = \widehat{BC} : \widehat{CA} : \widehat{AB} = 3 : 4 : 2$$

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  なので、

$$\angle A = 60^\circ \quad \angle B = 80^\circ \quad \angle C = 40^\circ$$

[問題](後期期末)

次の図で、 $\widehat{BC} : \widehat{CD} = 1 : 2$  のとき、角度  $x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

[解答]  $30^\circ$

[解説]

同じ円上では弧の長さの比とそれぞれの弧に対応する円周角の比は等しくなる。

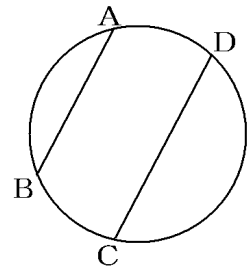
したがって、 $\widehat{BC} : \widehat{CD} = 1 : 2$  より、 $\angle BAC : \angle CAD = 1 : 2$

ところで、BD は直径なので、 $\angle BAD = 90^\circ$

$$\text{よって、} \angle BAC = \angle BAD \times \frac{1}{3} = 90^\circ \times \frac{1}{3} = 30^\circ$$

[問題](後期期末)

4点A, B, C, Dは1つの円周上の点である。AB, CDを結んだとき,  $AB \parallel CD$  であるとき,  $\widehat{BC} = \widehat{AD}$  であることを説明せよ。  
このとき, 図の中に補助線を1本引け。



[解答欄]

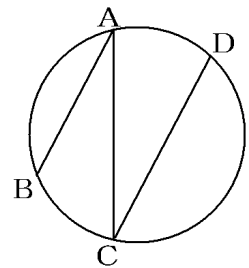
[解答]

2点A, Cを結ぶ。

$AB \parallel CD$  なので,  $\angle BAC = \angle DCA$

等しい円周角に対する弧の長さは等しいので,

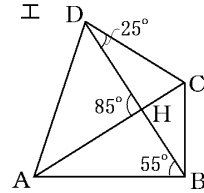
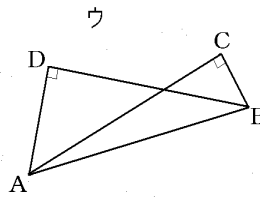
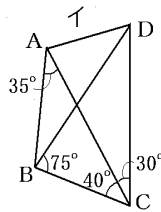
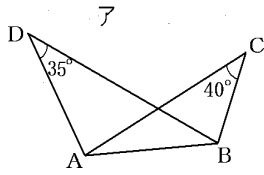
$$\widehat{BC} = \widehat{AD}$$



【】 円周角定理の逆

[問題](3 学期)

次の図のア～エのうち、4点 A, B, C, D が同じ円周上にあるのはどれか。



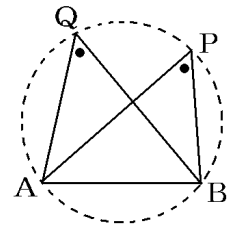
[解答欄]

[解答]イ, ウ

[解説]

<Point> 円周角定理の逆

右図のように、 $\angle APB = \angle AQB$  ならば、4点 A, B, P, Q は1つの円周上にある。もし、 $\angle APB$  と  $\angle AQB$  が等しくないならば、4点 A, B, P, Q は1つの円周上にない。



問題のアは  $\angle ADB$  と  $\angle ACB$  が等しくないので4点 A, B, C, D は同じ円周上にはない。

問題のイでは、 $\angle ABD$  を求めて  $\angle ACD$  と比較する。

$\triangle ABC$  において、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$35^\circ + 40^\circ + 75^\circ + \angle ABD = 180^\circ$$

$$\text{よって、} \angle ABD = 180^\circ - (35^\circ + 40^\circ + 75^\circ) = 30^\circ$$

したがって、 $\angle ABD = \angle ACD$  となり、4点 A, B, C, D は同じ円周上にあることがわかる。

問題のウでは、 $\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$  なので、4点 A, B, C, D は同じ円周上にある。

問題のエでは、 $\angle ACD (= \angle HCD)$  を求めて  $\angle ABD$  と比較する。

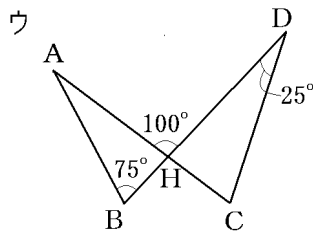
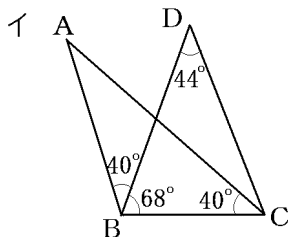
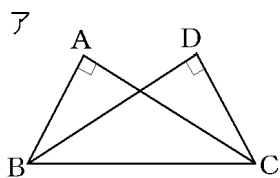
$\triangle CDH$  において、2つの内角の和は他の外角に等しいので、 $\angle HCD + 25^\circ = 85^\circ$ 、

$$\text{よって、} \angle HCD = 85^\circ - 25^\circ = 60^\circ$$

したがって、 $\angle ACD (= \angle HCD)$  と  $\angle ABD$  は等しくないので、4点 A, B, C, D は同じ円周上にはない。

[問題](2学期期末)

次の図のア～ウのうち、4点A, B, C, Dが同じ円周上にあるものをすべて選べ。



[解答欄]

[解答]ア, ウ

[解説]

問題のアでは、 $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$ で、円周角が等しいので、4点A, B, C, Dは同じ円周上にある。

問題のイでは、 $\angle BAC$ を求めて $\angle BDC$ と比較する。

$\triangle ABC$ において、三角形の内角の和は $180^\circ$ なので、

$$\angle BAC + 40^\circ + 68^\circ + 40^\circ = 180^\circ, \quad \angle BAC = 180^\circ - (40^\circ + 68^\circ + 40^\circ) = 32^\circ$$

したがって、 $\angle BAC$ は $\angle BDC$ と等しくないので、4点A, B, C, Dは同じ円周上にない。

問題のウでは、 $\angle BAC$ を求めて $\angle BDC$ と比較する。

$\triangle ABH$ において、2つの内角の和は他の外角に等しいので、

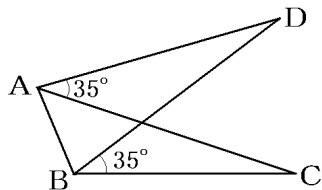
$$\angle BAC + 75^\circ = 100^\circ, \quad \angle BAC = 100^\circ - 75^\circ = 25^\circ$$

したがって、 $\angle BAC = \angle BDC$ で、円周角が等しいので、4点A, B, C, Dは同じ円周上にある。

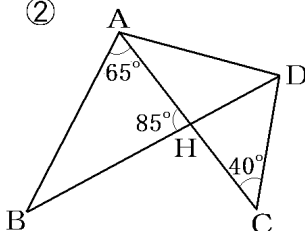
[問題](3 学期)

次の図で 4 点 A, B, C, D が 1 つの円周上にあるものには○, 1 つの円周上にないものには×を書け。

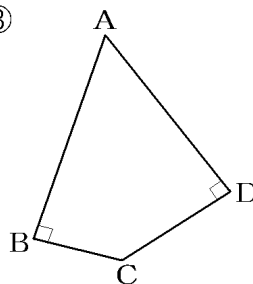
①



②



③



[解答欄]

①	②	③
---	---	---

[解答]① ○ ② × ③ ○

[解説]

①  $\angle CAD = \angle CBD$  で, 円周角が等しいので, 4 点 A, B, C, D は同じ円周上にある。

②  $\angle BDC$  を求めて  $\angle BAC$  と比較する。

$\triangle CDH$  で, 2 つの内角の和は他の外角に等しいので,

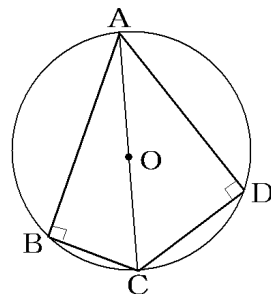
$$\angle BDC + 40^\circ = 85^\circ, \quad \angle BDC = 85^\circ - 40^\circ = 45^\circ$$

したがって,  $\angle BDC$  は  $\angle BAC$  と等しくないので, 4 点 A, B, C, D は同じ円周上にない。

③ 直径の円周角は  $90^\circ$  で,  $\angle ABC = 90^\circ$  なので,

右図のように, 点 B は AC を直径とする円 O 上にある。

同様に,  $\angle ADC = 90^\circ$  なので, 点 D も AC を直径とする円 O 上にある。したがって, 4 点 A, B, C, D は同じ円周上にある。



[問題](後期中間)

次の四角形のうち, 4 つの頂点が必ず 1 つの円の円周上にあるものをすべて選べ。

[ 長方形 正方形 平行四辺形 ひし形 ]

[解答欄]

[解答]長方形, 正方形

[解説]

長方形は1つの円の円周上にある。図1で、 $\angle BAD=90^\circ$ なので、 $\triangle ABD$ はBDを直径とする円Oに内接する。また、 $\triangle BCD$ も同様に円Oに内接

図1

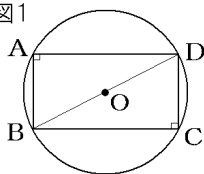


図2

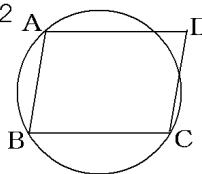
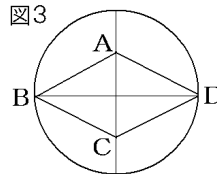


図3

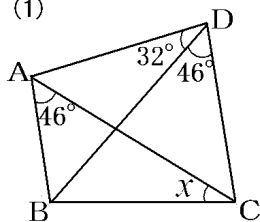


する。したがって、長方形ABCDは円に内接する。同様にして、正方形も円に内接する。平行四辺形やひし形は、一般に、図2、図3のように円に内接しない。

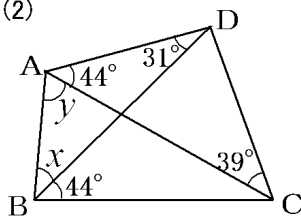
[問題](補充問題)

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $x =$	(2) $x =$	$y =$
-----------	-----------	-------

[解答](1)  $x = 32^\circ$  (2)  $x = 39^\circ$ ,  $y = 66^\circ$

[解説]

(1)  $\angle BAC = 46^\circ$ ,  $\angle BDC = 46^\circ$ なので、 $\angle BAC = \angle BDC$

よって、A, B, C, Dは同一円周上にある。したがって、 $\angle x = \angle ADB = 32^\circ$

(2)  $\angle DAC = 44^\circ$ ,  $\angle DBC = 44^\circ$ なので、 $\angle DAC = \angle DBC$

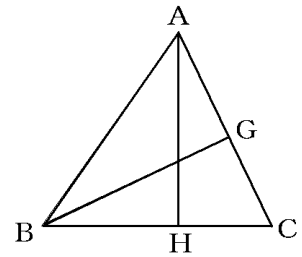
よって、A, B, C, Dは同一円周上にある。したがって、 $\angle x = \angle ACD = 39^\circ$

$\triangle ABD$ で、内角の和は $180^\circ$ なので、 $\angle x + 31^\circ + 44^\circ + \angle y = 180^\circ$

$\angle y = 180^\circ - \angle x - 31^\circ - 44^\circ = 180^\circ - 39^\circ - 31^\circ - 44^\circ = 66^\circ$

[問題](補充問題)

次の図の $\triangle ABC$ で、頂点AからBCへの垂線をAH、頂点BからACへの垂線をBGとする。このとき、A、B、H、Gは同一円周上にあることを証明せよ。



[解答欄]

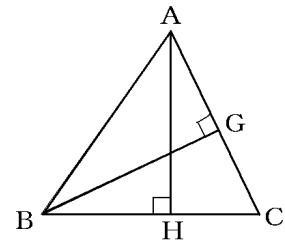
[解答]

仮定より、 $\angle AHB=90^\circ$ 、 $\angle AGB=90^\circ$ なので、

$$\angle AHB = \angle AGB$$

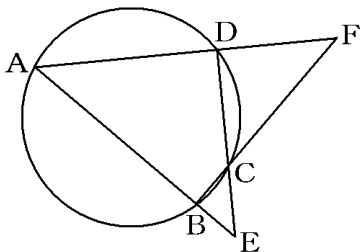
したがって、円周角の定理の逆より、

A、B、H、Gは同一円周上にある。

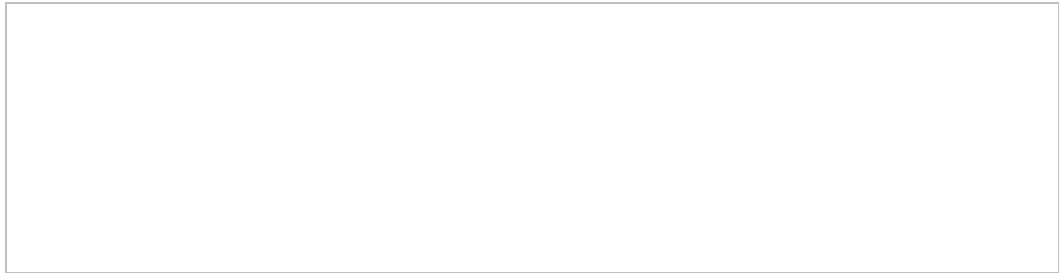


[問題](補充問題)

次の図で、 $\angle ABC=90^\circ$ であるとき、B、E、F、Dが同一円周上にあることを証明せよ。



[解答欄]



[解答]

仮定より、 $\angle ABC = 90^\circ$ なので、 $\angle ABC$  は直径の円周角になり、 $AC$  は円の中心を通る。

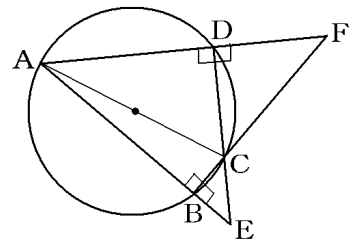
したがって、 $\angle ADC = 90^\circ$ になる。

よって、 $\angle EDF = 90^\circ$

また、 $\angle EBF = 90^\circ$ なので、 $\angle EBF = \angle EDF$

したがって、円周角の定理の逆より、

$B, E, F, D$  は同一円周上にある。



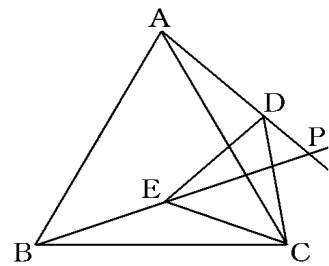
[問題](入試問題)

右の図の $\triangle ABC$  と  $\triangle CDE$  はそれぞれ正三角形であり、

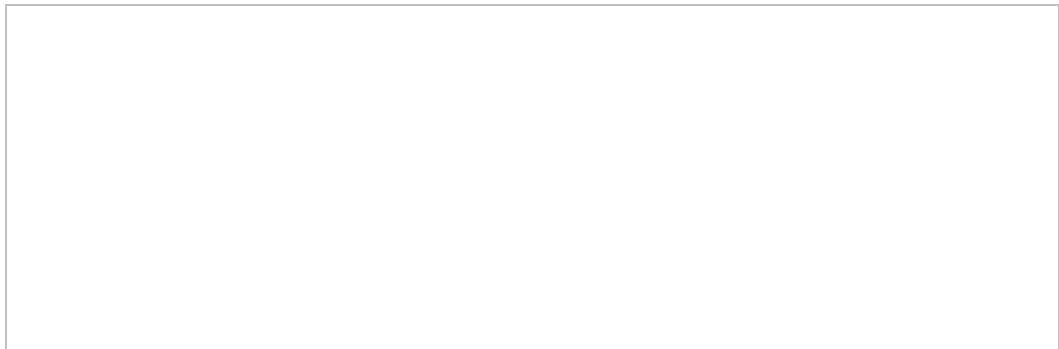
$P$  は線分  $AD$  の延長と線分  $BE$  の延長との交点である。

4点  $A, B, C, P$  は1つの円周上にあることを証明せよ。

(群馬県)



[解答欄]





[解答]

$\triangle BCE$  と  $\triangle ACD$  において,

$\triangle ABC$  は正三角形なので,  $BC=AC$ ・・・①

$\triangle CDE$  は正三角形なので,  $EC=DC$ ・・・②

$\angle BCE = \angle ACB - \angle ACE = 60^\circ - \angle ACE$

$\angle ACD = \angle DCE - \angle ACE = 60^\circ - \angle ACE$

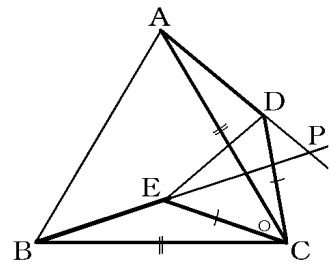
よって,  $\angle BCE = \angle ACD$ ・・・③

①, ②, ③より 2 組の辺と, その間の角がそれぞれ等しい

ので,  $\triangle BCE \cong \triangle ACD$

したがって,  $\angle CBE = \angle CAD$

よって, 円周角の定理の逆より, 4 点 A, B, C, P は 1 つの円周上にある。



【】円と相似

[問題](3学期)

右の図のように円  $O$  の周上に 4 点  $A, B, C, D$  があり,  
 $AC$  と  $BD$  との交点を  $E$  とする。

このとき,  $\triangle AEB \sim \triangle DEC$  であることを次のように証明した。 $( \quad )$ をうめよ。

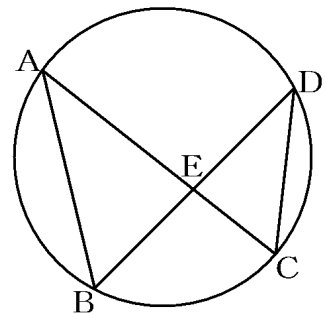
[証明]

$\triangle AEB$  と  $\triangle DEC$  で,

同じ弧に対する $( \text{ア} )$ は等しいので,  $\angle BAE = \angle( \text{イ} )$

また, 対頂角は等しいので,  $\angle AEB = \angle( \text{ウ} )$

$( \text{エ} )$ がそれぞれ等しいので,  $\triangle AEB \sim \triangle DEC$



[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

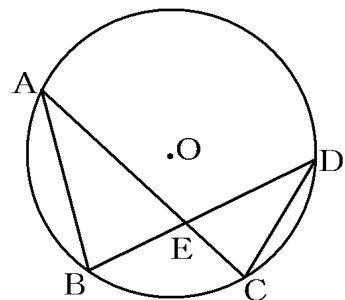
[解答]ア 円周角 イ  $\angle CDE$  ウ  $\angle DEC$  エ 2組の角

[問題](3学期)

右の図のように円周上に 4 点  $A, B, C, D$  があり,  $AC$   
 と  $BD$  との交点を  $E$  とする。このとき,

$$\triangle AEB \sim \triangle DEC$$

であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

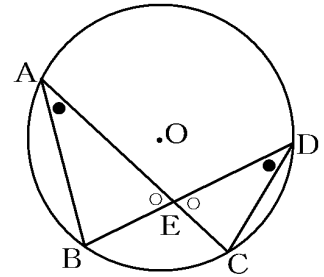
$\triangle AEB$  と  $\triangle DEC$  において,

同じ弧  $BC$  の円周角は等しいので,  $\angle BAE = \angle CDE \cdots \textcircled{1}$

対頂角は等しいので,  $\angle AEB = \angle DEC \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ より 2組の角がそれぞれ等しいので,

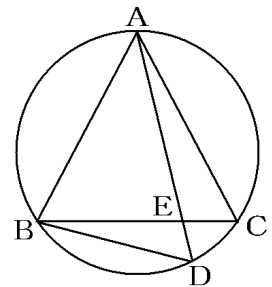
$\triangle AEB \sim \triangle DEC$



[問題](2学期期末)

次の図において,  $\triangle ABC$  は  $AB=AC$  の二等辺三角形である。

このとき,  $\triangle ABE \sim \triangle ADB$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle ADB$  において,

$\angle BAE$  は共通  $\cdots \textcircled{1}$

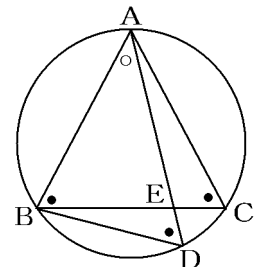
二等辺三角形の底角は等しいので,  $\angle ABE = \angle ACB$

同じ弧に対する円周角は等しいので,  $\angle ACB = \angle ADB$

よって,  $\angle ABE = \angle ADB \cdots \textcircled{2}$

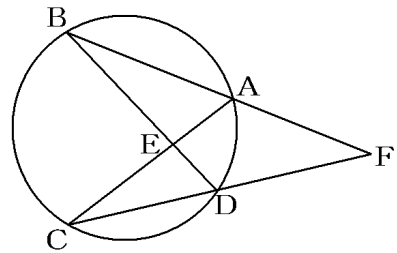
$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ より 2組の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABE \sim \triangle ADB$



[問題](2学期中間)

図のように円周上に4点A, B, C, DがありACとBDの交点をE, BAとCDをそれぞれ延長したときの交点をFとする。このとき  $FD : FA = FB : FC$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BDF$  と  $\triangle CAF$  において,

$\angle F$  は共通・・・①

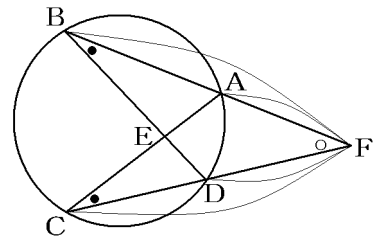
同じ弧に対する円周角は等しいので,

$\angle DBF = \angle ACF$ ・・・②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので,

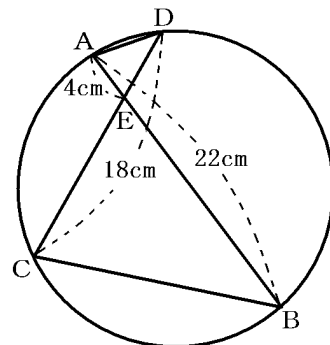
$\triangle BDF \sim \triangle CAF$

相似な三角形の対応する辺の比は等しいので,  $FD : FA = FB : FC$



[問題](3学期)

右の図で, 弦ABとCDの交点をEとする。このとき, DEの長さを求めよ。ただし,  $DE < EC$  とする。



[解答欄]

[解答] 6 cm

[解説]

$\triangle ADE$  と  $\triangle CBE$  において、円周角の定理より、

$$\angle ADE = \angle CBE, \quad \angle DAE = \angle BCE$$

2組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADE \sim \triangle CBE$

$$DE : BE = AE : CE$$

$$DE = x \text{ とおくと, } CE = 18 - x$$

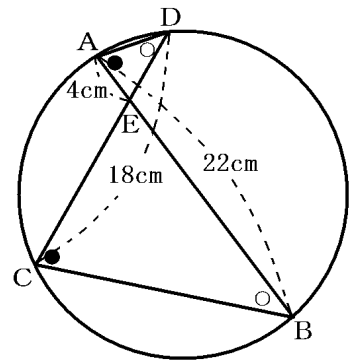
$$x : (22 - 4) = 4 : (18 - x)$$

比の外項の積は内項の積と等しいので、

$$x(18 - x) = 18 \times 4$$

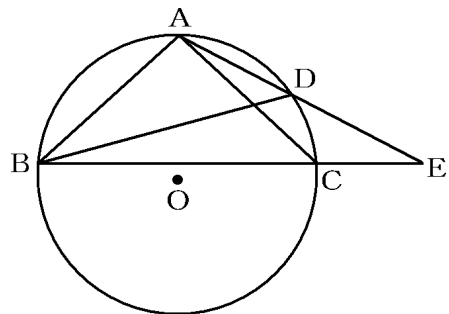
$$18x - x^2 = 72, \quad x^2 - 18x + 72 = 0, \quad (x - 6)(x - 12) = 0 \quad \text{ゆえに } x = 6, 12$$

$DE < EC$  なので  $x = 6$  ゆえに  $DE = 6 \text{ cm}$



[問題](3学期)

右の図のように、 $\triangle ABC$  が円  $O$  に内接していて、 $AB = AC = 4 \text{ cm}$ ,  $BC = 6 \text{ cm}$  である。弧  $AC$  上に点  $D$  をとり、弦  $AD$  と辺  $BC$  をそれぞれ延長してその交点を  $E$  とし、 $AD = DE$  となるようにした。このとき、次の各問いに答えよ。



(1)  $\triangle ABD$  と  $\triangle AEB$  は相似であることを証明せよ。

(2) 線分  $AD$  の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)

(2)

[解答]

(1)  $\triangle ABD$  と  $\triangle AEB$  において,

$$\angle BAD = \angle EAB (\text{共通}) \cdots \textcircled{1}$$

同じ弧の円周角は等しいので,  $\angle ADB = \angle ACB$

$AB = AC$  なので  $\triangle ABC$  は二等辺三角形で,

$$\angle ACB = \angle ABE$$

ゆえに  $\angle ADB = \angle ABE \cdots \textcircled{2}$

①, ②より 2組の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ABD \sim \triangle AEB$$

$$(2) 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

[解説]

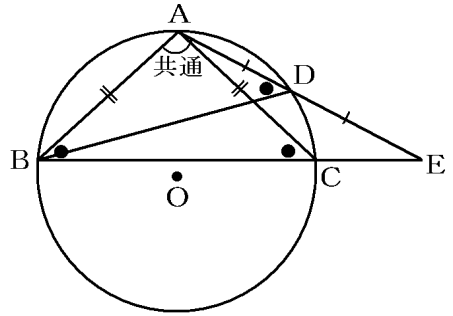
(2)  $\triangle ABD \sim \triangle AEB$  なので,

$$AD : AB = AB : AE$$

仮定より,  $AE = 2AD$  なので  $AD : 4 = 4 : 2AD$

外項の積  $AD \times 2AD$  は, 内項の積  $4 \times 4$  と等しいので,

$$2AD^2 = 16, AD^2 = 8 \quad \text{よって} \quad AD = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$



[印刷/他のPDFファイルについて]

※ このファイルは、FdData 中間期末数学 3年(7,800円)の一部をPDF形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版のFdData 中間期末数学 3年はWordの文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

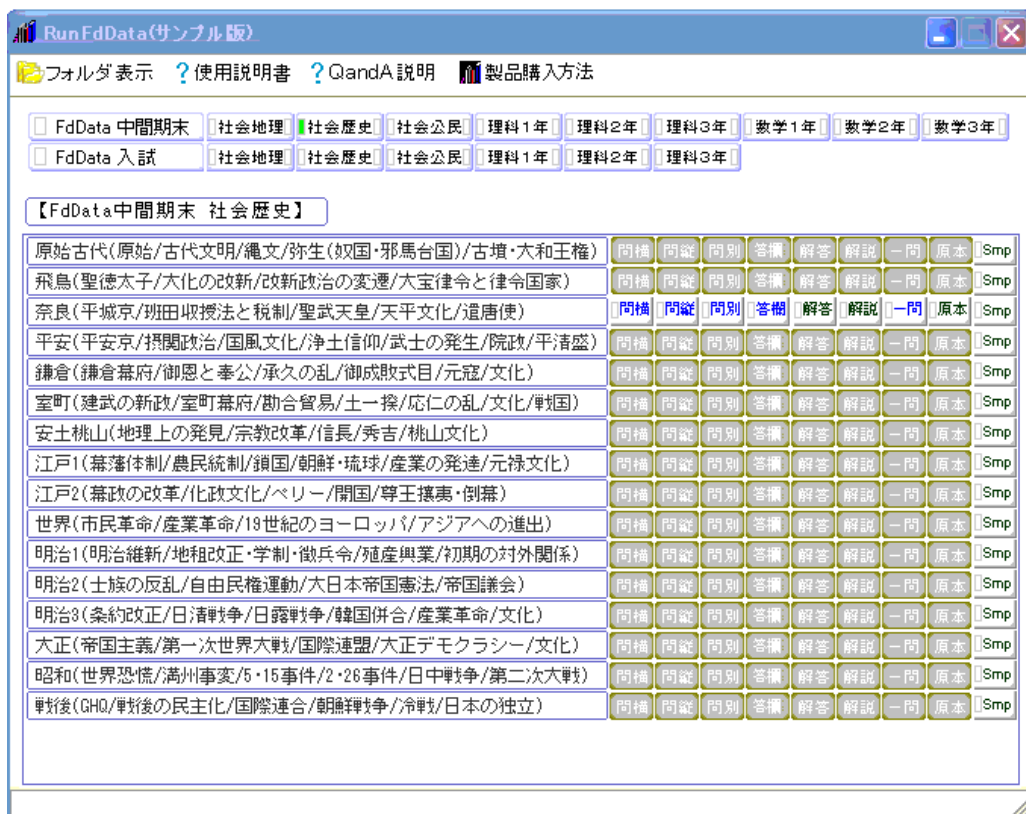
※FdData中間期末(社会・理科・数学)全分野のPDFファイル、および製品版の購入方法は<http://www.fdtex.com/dat/>に掲載しております。

下図のような、[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を、Windows のデスクトップ上にインストールすれば、FdData 中間期末・FdData 入試の全PDFファイル(各教科約1800ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【<http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe>】

※ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd教材開発】 (092) 404-2266

<http://www.fdtex.com/dat/>