【】円周角と中心角

[問題](3 学期)

1 つの弧に対する円周角の大きさは(①)。円周角は，その弧に対する(②)の半分である。」

[解答欄]

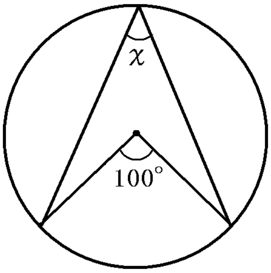
①	②

[解答]① 等しい ② 中心角

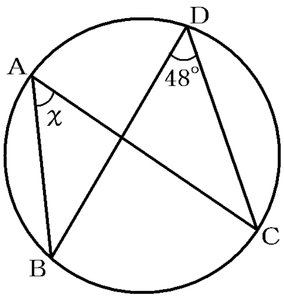
[問題](3 学期)

次の図で，∠x の大きさを求めなさい。

(1)



(2)

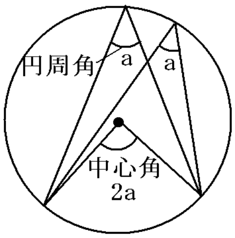


[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 50 ° (2) 48 °

[解説]

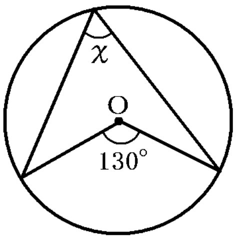


＊(中心角)＝(円周角)×2，(円周角)＝(中心角)÷2

同じ弧上の円周角は等しい

[問題](3 学期)

次の図で，∠x の大きさを求めなさい。

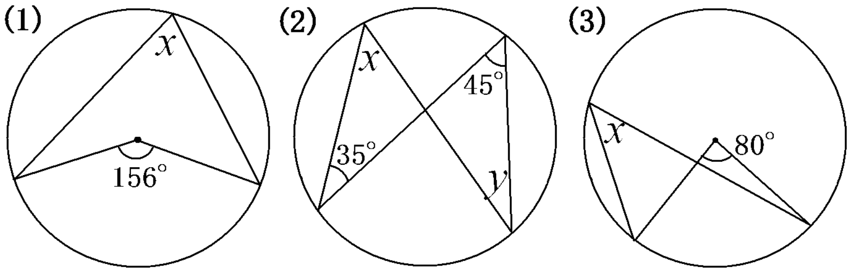


[解答欄]

[解答]65 °

[問題](3 学期)

　下の図で，x，y の大きさを求めなさい。



[解答欄]

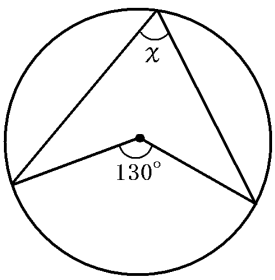
(1)	(2)	(3)

[解答](1)　x ＝78 °　(2)　x ＝45 °，　y ＝35 °　(3)　x ＝40 °

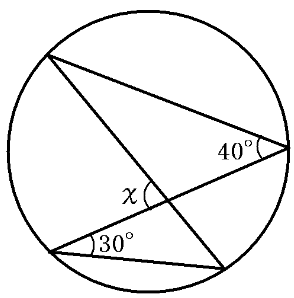
[問題](3 学期)

　次の図の∠x の大きさを求めなさい。

(1)



(2)



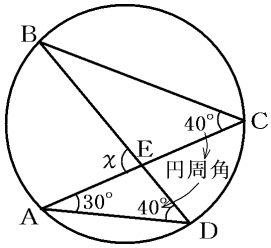
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 65 °　(2) 70 °

[解説]

(1) $x=130°\div 2=65°$



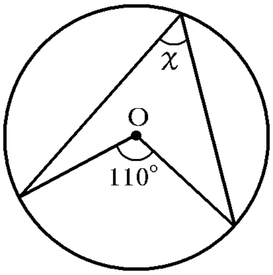
(2) 円周角の定理を使って 40°の角を移す。

△ADE で,「三角形の外角は,それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので, $x=40°+30°=70°$

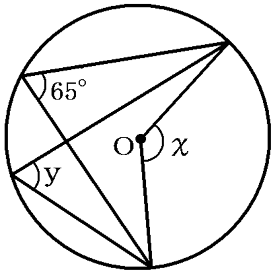
[問題](3 学期)

次の図で,$\angle x$,$\angle y$ の大きさを求めなさい。

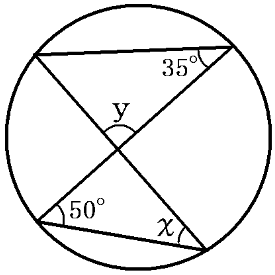
(1)



(2)



(3)



[解答欄]

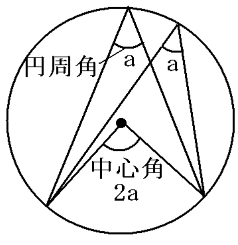
(1)	(2)	(3)

[解答](1) $x=55°$ (2) $x=130°$ $y=65°$ (3) $x=35°$ $y=95°$

[解説]

(中心角)=(円周角)×2,(円周角)=(中心角)÷2

同じ弧上の円周角は等しい

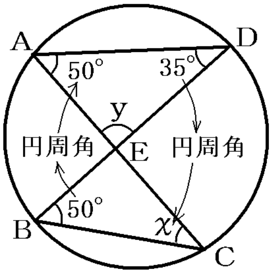


(1) 同じ弧上の円周角は中心角の半分なので,

$x=110°\div 2=55°$

(2) 同じ弧上の中心角は円周角の 2 倍なので, $x=65°\times 2=130°$

同じ弧上の円周角は等しいので $y=65°$



(3) 円周角の定理を使って,図のように 35°の角を移すと,

$x=35°$ また,図のように 50°の角を移す。

△AED で,「三角形の内角の和は 180°」なので,

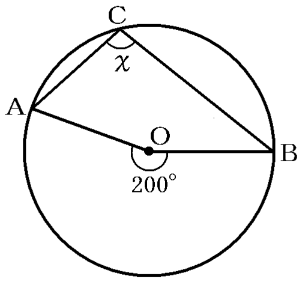
$y+50°+35°=180°$, $y+85°=180°$

ゆえに $y=180°-85°=95°$

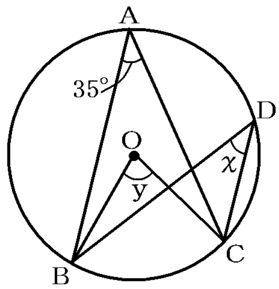
[問題](3 学期)

　下の図で∠x，∠y の大きさを求めなさい。

(1)



(2)

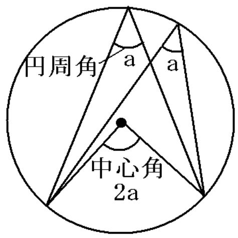


[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　x＝100°　(2)　x＝35°　y＝70°

[解説]



(中心角)＝(円周角)×2，(円周角)＝(中心角)÷2

同じ弧上の円周角は等しい

(1) ∠AOB は弧 AB の中心角で，∠ACB＝x は弧 AB の円周角。

ゆえに，x＝∠AOB÷2＝200°÷2＝100°

(2)∠BAC＝35°は弧 BC の円周角。

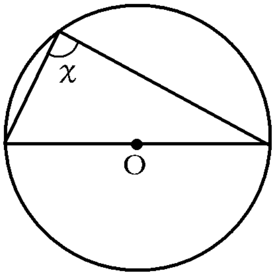
∠BDC＝x は同じ弧 BC の円周角なので，x＝∠BAC＝35°

∠BOC＝y は弧 BC の中心角なので，y＝∠BAC×2＝35°×2＝70°

【】直径の円周角

[問題](3 学期)

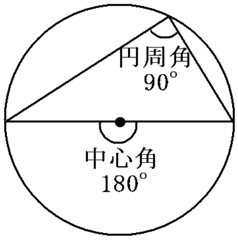
次の図で，∠x の大きさを求めなさい。ただし，O は円の中心とする。



[解答欄]

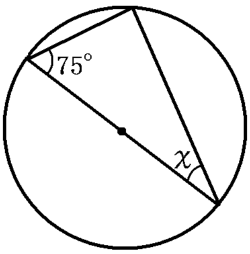
[解答]90°

[解説]



[問題](3 学期)

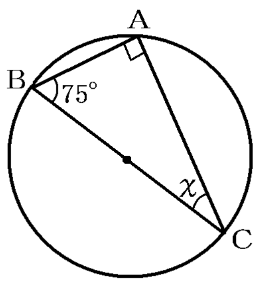
次の図で，∠x の大きさを求めなさい。



[解答欄]

[解答]15°

[解説]



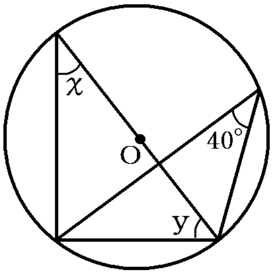
「直径の円周角は 90°」なので，∠A＝90°

△ABC で，「三角形の内角の和は 180°」なので，

x＋75°＋90°＝180°，x＋165°＝180° ゆえに x＝15°

[問題](3 学期)

次の図で，∠x，∠y の大きさを求めなさい。



[解答欄]

[解答] x＝40° y＝50°

[解説]

円周角の定理を使って，図のように 40° の角を移すと，

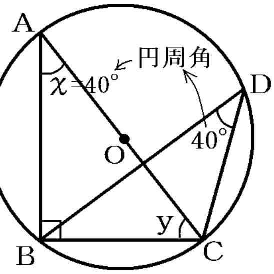
x＝40°

直径の円周角は 90° なので，∠ABC＝90°

△ABC で，「三角形の内角の和は 180°」なので，

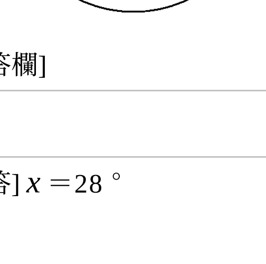
x＋y＋90°＝180°，40°＋y＋90°＝180°

ゆえに y＝50°



[問題](3 学期)

下の図で，x の大きさを求めなさい。



[解答欄]

[解答] x＝28°

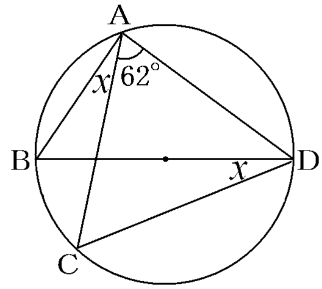
[解説]

右図で, ∠BAC と∠BDC は弧 BC の円周角になっているので,

∠BAC＝∠BDC＝x

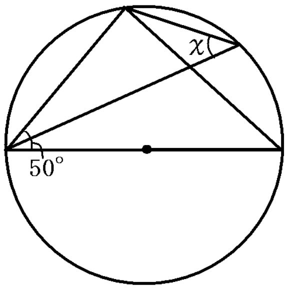
次に, ∠BAD は直径 BD の円周角になっているので,

∠BAD＝90°で, x＋62°＝90°　よって, x＝28°



[問題](3 学期)

　次の図の∠x の大きさを求めなさい。



[解答欄]

[解答]40°

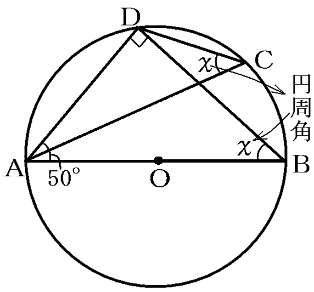
[解説]

円周角の定理を使って, 図のように x の角を移す。

直径の円周角は直角なので, ∠ADB＝90°

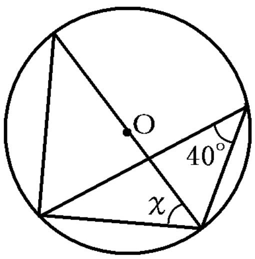
△ABD で「三角形の内角の和は 180°」なので,

x＋50°＋90°＝180°, x＋140°＝180°, x＝40°



[問題](3 学期)

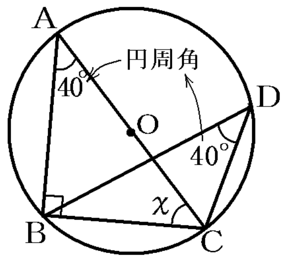
　次の図の∠x の大きさを求めなさい。



[解答欄]

[解答]50°

[解説]



円周角の定理を使って，図のように 40°の角を移す。

「直径の円周角は 90°」なので，∠ABC＝90°

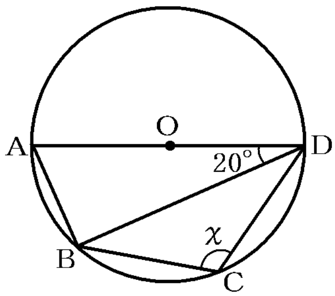
△ABC で，「三角形の内角の和は 180°」なので，

x＋40°＋90°＝180°，x＋130°＝180°

ゆえに x＝50°

[問題](3 学期)

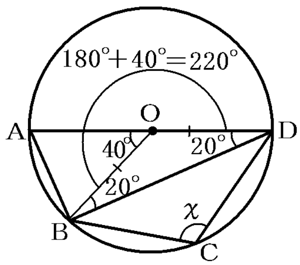
次の図で∠x の大きさを求めなさい。



[解答欄]

[解答]110°

[解説]



線分 OB を結ぶ。△OBD は OB＝OD の二等辺三角形になるので，∠OBD＝∠ODB＝20°

三角形の外角は他の 2 つの内角に等しいので，

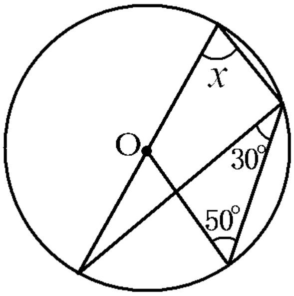
∠AOB＝∠OBD＋∠ODB＝20°＋20°＝40°

よって，弧 BAD の中心角は 180°＋40°＝220°

x＝∠BCD は弧 BAD の円周角なので，x＝(中心角)÷2＝220°÷2＝110°

[問題](3 学期)

　次の図の x を求めなさい。



[解答欄]

[解答] x ＝70 °

[解説]

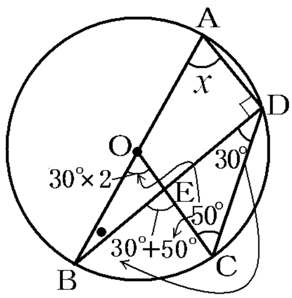
△ABD で，AB は直径である。直径の円周角は直角なので,

∠ADB＝90 °

∠ABD の大きさがわかれば x を求めることができる。そこで,

△OBE に注目する。

∠BOC は弧 BC の中心角である。∠BDC(＝30 °)は弧 BC の円周角なので，∠BOC＝30 ° ×2＝60 °



△CDE で，外角 BEC は 2 つの内角の和に等しいので,

∠BEC＝30 ° ＋50 ° ＝80 °

△OBE で，外角 BEC は 2 つの内角の和に等しいので，∠BEC＝∠OBE＋∠BOE

よって，80 ° ＝∠OBE＋60 °

ゆえに，∠OBE＝80 ° －60 ° ＝20 °

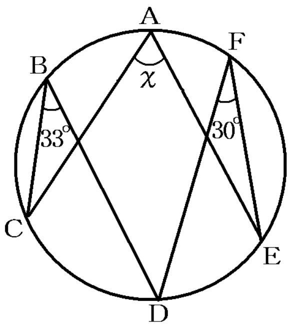
△ABD で，x ＋∠ADB＋∠ABD＝180 °

x ＋90 ° ＋20 ° ＝180 ° ，x ＝180 ° －(90 ° ＋20 °)＝70 °

【】円周角の計算

[問題](3 学期)

次の図で，∠xの大きさを求めなさい。



[解答欄]

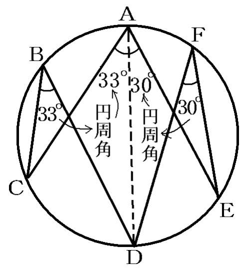
[解答]63°

[解説]

円周角の定理より，

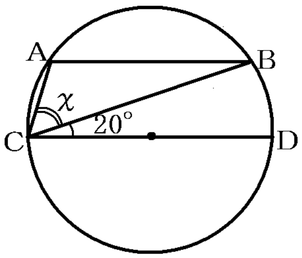
右図のように 33°と 30°の角を移す。

x＝∠CAE＝33°＋30°＝63°



[問題](3 学期)

次の図の∠xの大きさを求めなさい。



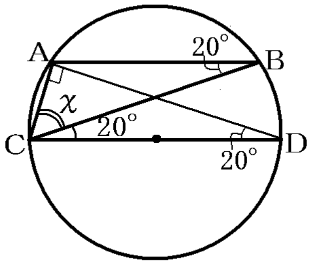
AB // CD

[解答欄]

[解答]50°

[解説]

右図のように AD を結ぶ。



AB // CD で，平行線の錯角は等しいので，

∠ABC＝∠BCD＝20゜

円周角の定理より，∠ADC＝∠ABC＝20゜

直径の円周角は 90゜なので，∠CAD＝90゜

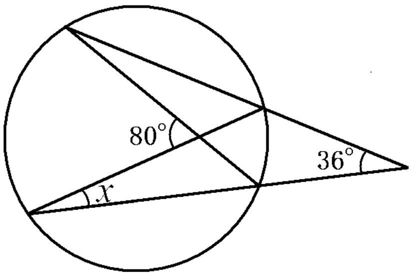
△ACD で，三角形の内角の和は 180゜なので，

∠ACD＋∠CDA＋∠CAD＝180゜

よって，x＋20゜＋20゜＋90゜＝180゜，x＋130゜＝180゜，x＝180゜－130゜＝50゜

[問題](3 学期)

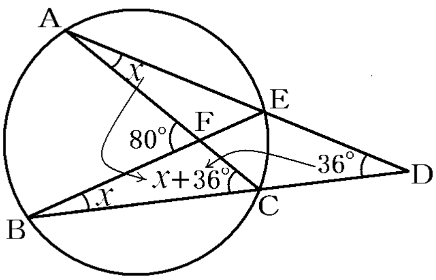
次の図の x を求めなさい。



[解答欄]

[解答] x＝22゜

[解説]



円周角の定理より，∠CAE＝∠CBE＝x

△ACD の 1 つの外角∠ACB は他の 2 つの内角の和に等しいので，∠ACB＝x＋36゜

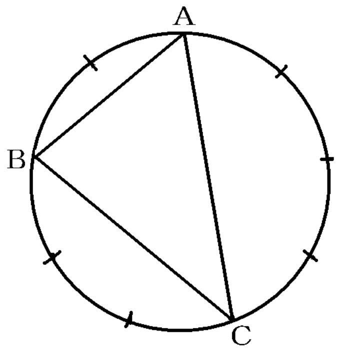
△FBC の 1 つの外角∠AFB(＝80゜)は他の 2 つの内角の和に等しいので，80゜＝x＋(x＋36゜)

80゜＝2x＋36゜，2x＝80゜－36゜，2x＝44゜

よって，x＝44゜÷2＝22゜

[問題](1 学期中間)

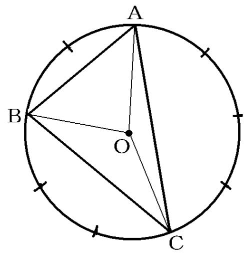
右の図で，3 点 A，B，C は円周上にあり，弧 AB：弧 BC：弧 CA＝2：3：4 である。△ABC の 3 つの内角の大きさをそれぞれ求めなさい。



[解答欄]

[解答]∠A＝60°，∠B＝80°，∠C＝40°

[解説]



円の中心を O とすると，

∠BOC＝$360° \times \frac{3}{9}$＝120°，∠A＝60°(円周角は中心角の$\frac{1}{2}$)

∠AOC＝$360° \times \frac{4}{9}$＝160°，∠B＝80°(円周角は中心角の$\frac{1}{2}$)

∠AOB＝$360° \times \frac{2}{9}$＝80°，∠C＝40°(円周角は中心角の$\frac{1}{2}$)

(別解)

同じ円上では弧の長さの比と円周角の比は等しくなるので,

∠A：∠B：∠C＝弧 BC：弧 AC：弧 AB＝3：4：2

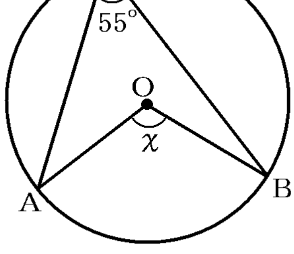
∠A＋∠B＋∠C＝180°なので,

∠A＝60°∠B＝80°∠C＝40°

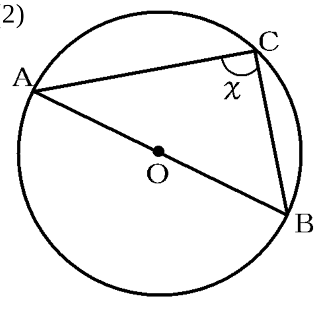
[問題](1 学期中間)

次の図で，∠xの大きさを求めなさい。

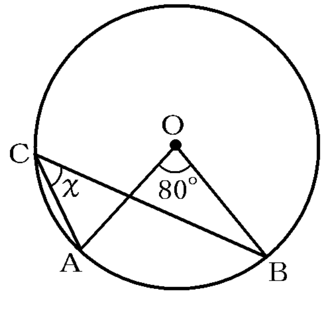
(1)



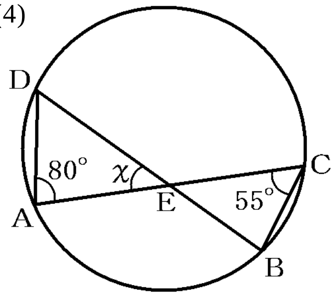
(2)



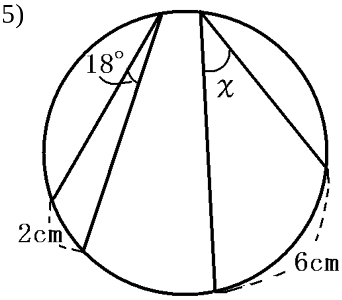
(3)



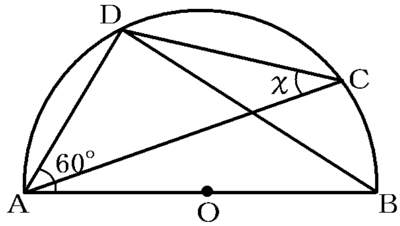
(4)



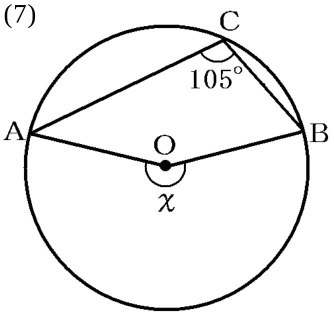
(5)



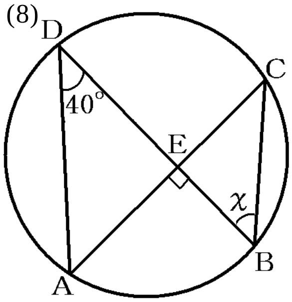
(6)



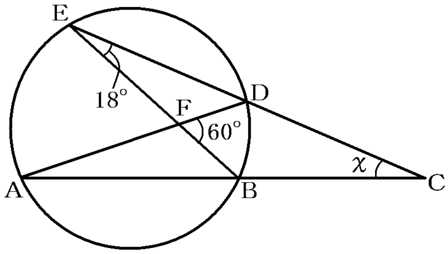
(7)



(8)



(9)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)	(8)	(9)

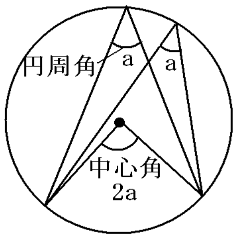
[解答](1) 110 ° (2) 90 ° (3) 40 ° (4) 45 ° (5) 54 ° (6) 30 ° (7) 210 ° (8) 50 ° (9) 24 °

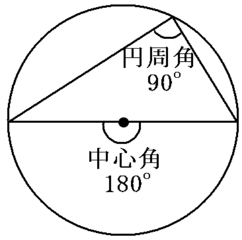
[解説]

(中心角)＝(円周角)×2，(円周角)＝(中心角)÷2

同じ弧上の円周角は等しい

直径の円周角は 90 °





(1) ∠AOB(中心角)＝2×∠ACB(円周角)なので，

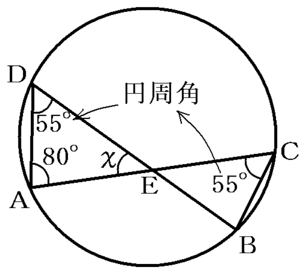
x＝55 °×2＝110 °

(2) x＝∠AOB÷2＝180 °÷2＝90 ° (直径の円周角は 90 °)

(3) ∠AOB が弧 AB の中心角，∠ACB が弧 AB の円周角

ゆえに x＝80 °÷2＝40 °

(4) 円周角の定理を使って，図のように 55 °の角を移す。



△ADE で「三角形の内角の和は 180 °」なので，

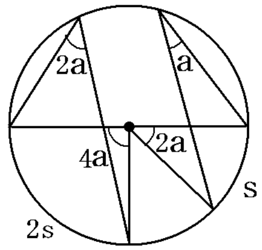
x＋80 °＋∠ADE＝180 °， x＋80 °＋55 °＝180 °

ゆえに， x＝180 °－80 °－55 °＝45 °

(5) ＊弧の長さが 2 倍のとき，中心角は 2 倍になり，

円周角も 2 倍になる。(右図参照)

→同じ円では弧の長さと円周角は比例する

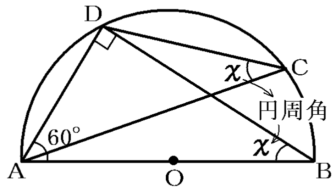


弧の長さの比が，2：6＝1：3 なので，円周角の比も 1：3

18：x＝1：3　ゆえに，x＝18×3＝54°

(6) 円周角の定理を使って，図のように x の角を移す。

「直径の円周角は 90°」なので，∠ADB＝90°



△ABD で「三角形の内角の和は 180°」なので，

x＋90°＋60°＝180°，x＋150°＝180°

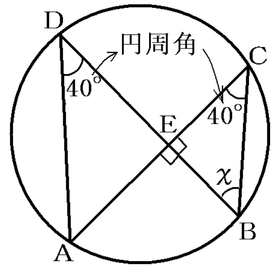
ゆえに x＝30°

＊図の中に直径が表示されていたら，「直径の円周角は 90°」の性質を使う場合が多い。

(7) ∠AOB＝x は弧 AB の中心角，∠ACB は弧 AB の円周角なので，

x＝105°×2＝210°

(8) 円周角の定理を使って，図のように 40°の角を移す。



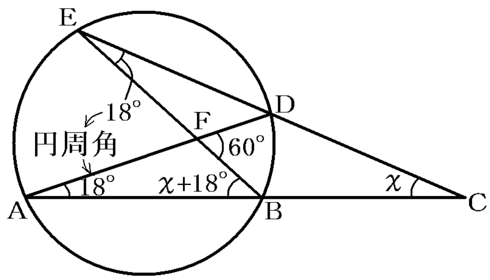
△BCE で「三角形の内角の和は 180°」なので，

x＋90°＋40°＝180°

x＋130°＝180°

ゆえに x＝50°

(9) 円周角の定理を使って，図のように 18°の角を移す。



「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

△BCE で，∠ABE＝x＋18°

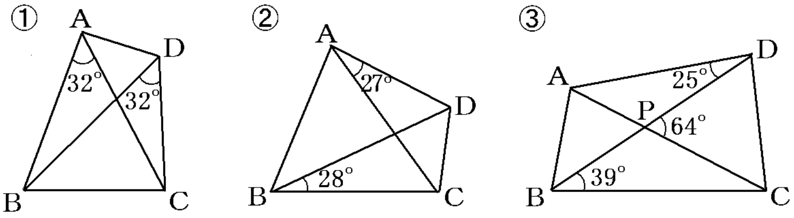
また，△ABF で，(x＋18°)＋18°＝60°

x＋36°＝60°　ゆえに x＝24°

【】円周角定理の逆

[問題](増補 10)(補充問題)

次の図で，4 点 A，B，C，D が同じ円周上にあるものはどれですか。

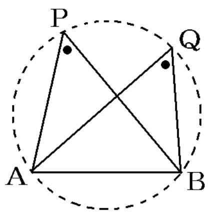


[解答欄]

[解答]①，③

[解説]

<Point> 円周角定理の逆



右図のように，∠APB＝∠AQB ならば，

4 点 A，B，P，Q は 1 つの円周上にある。

問題の③について，

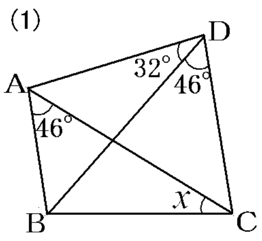
△PBC で，∠PCB＝64°－39°＝25°なので，

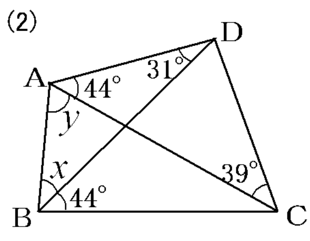
∠PCB＝∠ADB

よって，A，B，C，D は 1 つの円周上にある。

[問題](増補 10)(補充問題)

次の図で，∠x，∠y の大きさを求めなさい。





[解答欄]

(1) x＝	(2) x＝	y＝

[解答](1) x＝32°　(2) x＝39°，y＝66°

[解説]

(1) ∠BAC＝64°∠BDC＝64°なので，∠BAC＝∠BDC

よって，A，B，C，D は同一円周上にある。したがって，∠x＝∠ADB＝32°

(2) ∠DAC＝44°∠DBC＝44°なので，∠DAC＝∠DBC

よって，A，B，C，D は同一円周上にある。

したがって，∠x＝∠ACD＝39°

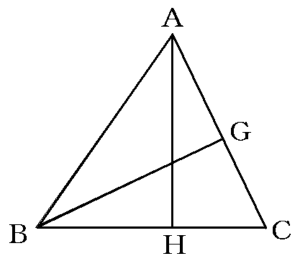
△ABD で，内角の和は 180°なので，

∠x＋31°＋44°＋∠y＝180°

∠y＝180°−∠x−31°−44°＝180°−39°−31°−44°＝66°

[問題](増補 10)(補充問題)

次の図の△ABC で，頂点 A から BC への垂線を AH，頂点 B から AC への垂線を BG とする。このとき，A，B，H，G は同一円周上にあることを証明せよ。



[解答欄]

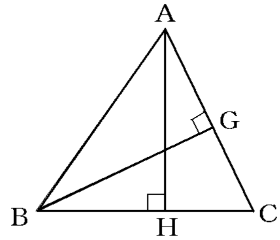
[解答]

仮定より，∠AHB＝90°，∠AGB＝90°なので，

∠AHB＝∠AGB

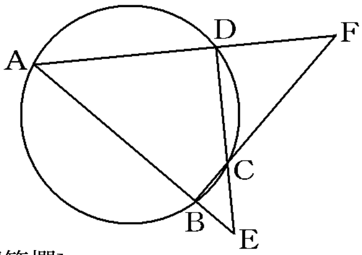
したがって，円周角の定理の逆より，

A，B，H，G は同一円周上にある。



[問題](増補 10)(補充問題)

次の図で，∠ABC＝90° であるとき，B，E，F，D が同一円周上にあることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

仮定より，∠ABC＝90 ° なので，∠ABC は直径の円周角になり，AC は円の中心を通る。

したがって，∠ADC＝90 ° になる。

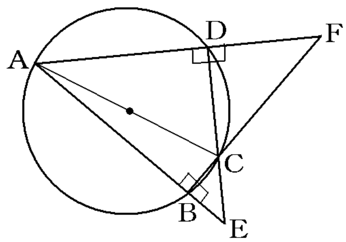
よって，∠EDF＝90 °

また，∠EBF＝90 ° なので，

∠EBF＝∠EDF

したがって，円周角の定理の逆より，

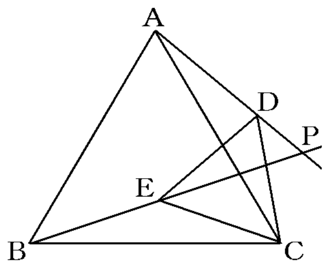
B，E，F，D は同一円周上にある。



[問題](増補 10)(補充問題)

右の図の△ABC と△CDE はそれぞれ正三角形であり，P は線分 AD の延長と線分 BE の延長との交点である。4 点 A, B，C，P は 1 つの円周上にあることを証明しなさい。

(群馬県)



[解答欄]

[解答]

△BCE と△ACD において,

△ABC は正三角形なので，BC＝AC･･･①

△CDE は正三角形なので，EC＝DC･･･②

∠BCE＝∠ACB－∠ACE＝60°－∠ACE

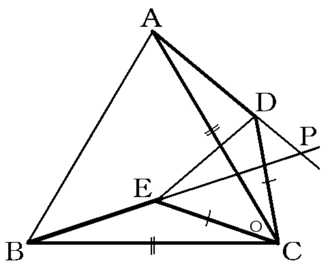
∠ACD＝∠DCE－∠ACE＝60°－∠ACE

よって，∠BCE＝∠ACD･･･③

①，②，③より 2 組の辺と，その間の角がそれぞれ等しいので，△BCE≡△ACD

したがって，∠CBE＝∠CAD

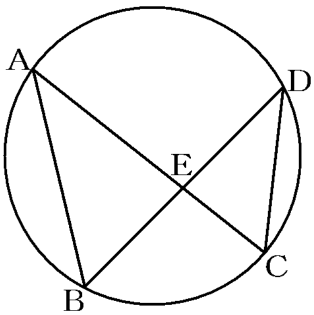
よって，円周角の定理の逆より，4 点 A，B，C，P は 1 つの円周上にある。



【】円と相似

[問題](3 学期)

　右の図のように円 O の周上に 4 点 A，B，C，D があり，AC と BD との交点を E とする。
このとき，△AEB∽△DEC であることを次のように証明した。(　　)をうめなさい。



[証明]

△AEB と△DEC で，

同じ弧に対する(　ア　)は等しいので，∠BAE＝∠(　イ　)

また，対頂角は等しいので，　∠AEB＝∠(　ウ　)

(　　エ　　)がそれぞれ等しいので，△AEB∽△DEC

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

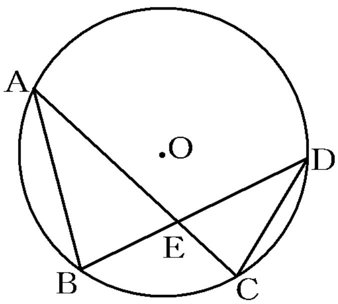
[解答]ア　円周角　イ　CDE　ウ　DEC　エ　2 組の角

[問題](3 学期)

　右の図のように円周上に 4 点 A，B，C，D があり，AC と BD との交点を E とする。このとき，

△AEB∽△DEC

であることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

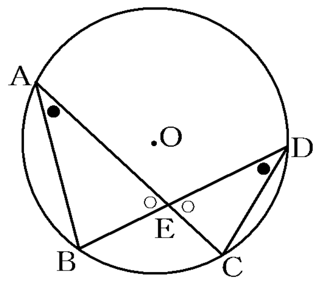
△AEB と△DEC において,

同じ弧 BC の円周角は等しいので，∠BAE＝∠CDE･･･①

対頂角は等しいので，∠AEB＝∠DEC･･･②

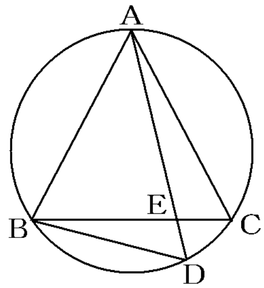
①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので,

△AEB∽△DEC



[問題](増補 10)(2 学期期末)

　次の図において，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形である。このとき，△ABE∽△ADB であることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

△ABE と△ADB において,

∠BAE は共通･･･①

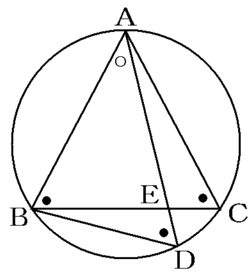
二等辺三角形の底角は等しいので，∠ABE＝∠ACB

同じ弧に対する円周角は等しいので，∠ACB＝∠ADB

よって，∠ABE＝∠ADB･･･②

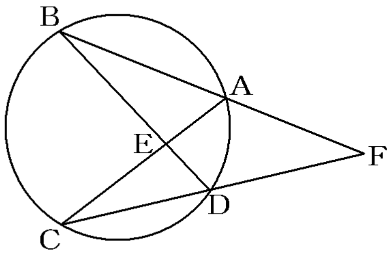
①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので,

△ABE∽△ADB



[問題](増補 10)(2 学期中間)

図のように円周上に 4 点 A，B，C，D があり AC と BD の交点を E，BA と CD をそれぞれ延長したときの交点を F とする。このとき FD：FA＝FB：FC であることを証明しなさい。



[解答欄]

[解答]

△BDF と△CAF において，

∠F は共通･･･①

同じ弧に対する円周角は等しいので，

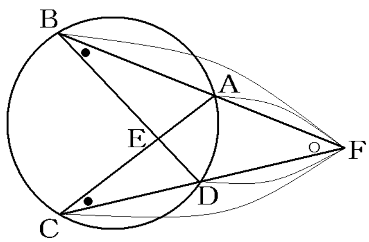
∠DBF＝∠ACF･･･②

①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので，

△BDF∽△CAF

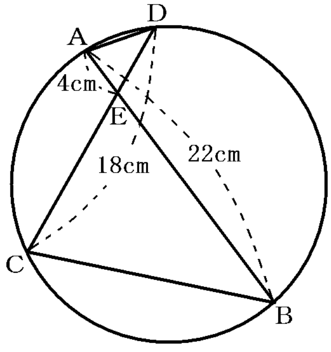
相似な三角形の対応する辺の比は等しいので，

FD：FA＝FB：FC



[問題](3 学期)

右の図で，弦 AB と CD の交点を E とする。このとき，DE の長さを求めよ。ただし，DE＜EC とする。

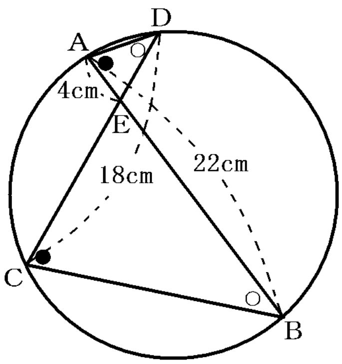


[解答欄]

[解答]6 cm

[解説]

△ADE と△CBE において，円周角の定理より，



∠ADE＝∠CBE，∠DAE＝∠BCE

2 組の角がそれぞれ等しいので，△ADE∽△CBE

DE：BE＝AE：CE

DE＝x とおくと，CE＝18－x

x：(22－4)＝4：(18－x)

比の外項の積は内項の積と等しいので，

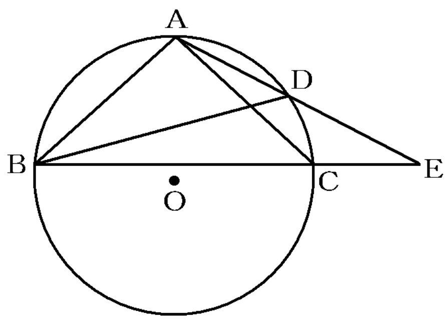
$x(18-x)=18\times 4$

$18x-x^2=72$， $x^2-18x+72=0$， $(x-6)(x-12)=0$　ゆえに $x=6,\ 12$

DE＜EC なので $x=6$　ゆえに DE＝6 cm

[問題](3 学期)

右の図のように，△ABC が円 O に内接していて，AB＝AC＝4cm，BC= 6cm である。弧 AC 上に点 D をとり，弦 AD と辺 BC をそれぞれ延長してその交点を E とし，AD＝DE となるようにした。このとき，次の各問いに答えよ。



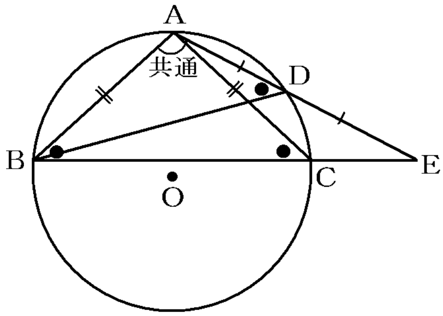
(1) △ABD と△AEB は相似であることを証明せよ。

(2) 線分 AD の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)
(2)

[解答]



(1) △ABD と△AEB において,

∠BAD＝∠EAB(共通)･･･①

同じ弧の円周角は等しいので，∠ADB＝∠ACB

AB＝AC なので△ABC は二等辺三角形で,

∠ACB＝∠ABE

ゆえに∠ADB＝∠ABE･･･②

①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので,

△ABD∽△AEB

(2) $2\sqrt{2}$ cm

[解説]

(2) △ABD∽△AEB なので,

AD：AB＝AB：AE

仮定より，AE＝2AD なので AD：4＝4：2AD

外項の積 AD×2AD は，内項の積 4×4 と等しいので,

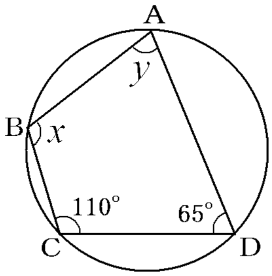
$2AD^2=16$，$AD^2=8$　よって $AD=\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=2\sqrt{2}$ (cm)

【】円周角③：円に内接する四角形

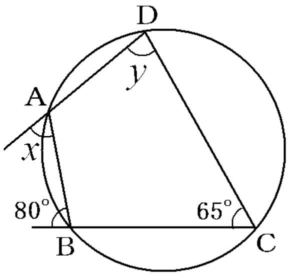
[問題](増補 10)(補充問題)

次の四角形 ABCD は，どれも円に内接している。∠x，∠y の大きさを求めなさい。

(1)



(2)

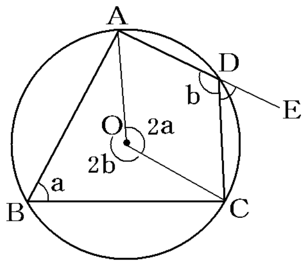


[解答欄]

(1)∠x ＝	∠y ＝	(2)∠x ＝
∠y ＝		

[解答](1) ∠x ＝115° ∠y ＝70° (2) ∠x ＝65° ∠y ＝80°

[解説]



円に内接する四角形の向かい合う 2 つの内角の和は 180°である。(右図でいえば，a＋b＝180°である。)

これを証明する。

右図のように，∠ABC＝a，∠ADC＝b とする。

(中心角)＝(円周角)×2 なので，

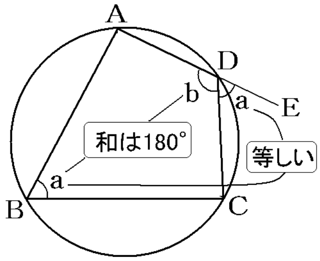
∠AOC(小さい方)＝∠ABC×2＝a×2＝2a

∠AOC(大きい方)＝∠ADC×2＝b×2＝2b

図より，2a＋2b＝360°

両辺を 2 で割ると，a＋b＝180°

よって，円に内接する四角形の向かい合う 2 つの内角の和は 180°になる。



次に，1 つの内角と，それと向かい合う頂点の外角の関係について調べてみる。

右図で，∠ABC＋∠ADC＝180°･･･①

ADE は一直線上にあるので，

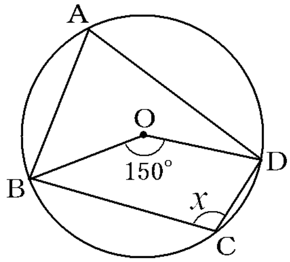
∠CDE＋∠ADC＝180°･･･②

①，②より，∠ABC＝∠CDE

よって, 円に内接する四角形の 1 つの内角と, それと向かい合う頂点の外角は等しくなる。

[問題](増補 10)(補充問題)

右の図で, 四角形 ABCD は円 O に内接している。このとき, ∠xの大きさを求めなさい。



(青森県)

[解答欄]

[解答]105 °

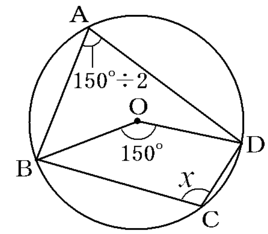
[解説]

(円周角)＝(中心角)÷2 なので,

∠BAD＝∠BOD÷2＝150 ° ÷2＝75 °

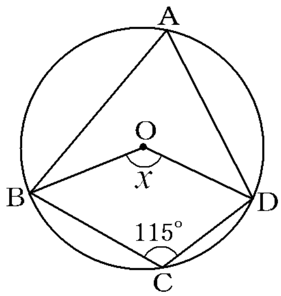
円に内接する四角形の向かい合う 2 つの内角の和は 180 ° なので,

∠x＝180 ° −∠BAD＝180 ° −75 ° ＝105 °



[問題](増補 10)(補充問題)

右の図のように，四角形 ABCD が円 O に内接している。∠BCD＝115 ° である。∠BOD＝∠xとするとき，∠xの大きさは何度か。



(香川県)

[解答欄]

[解答]130 °

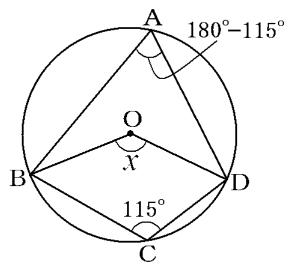
[解説]

円に内接する四角形の向かい合う 2 つの内角の和は 180 ° なので,

∠BAD＝180 ° −∠BCD＝180 ° −115 ° ＝65 °

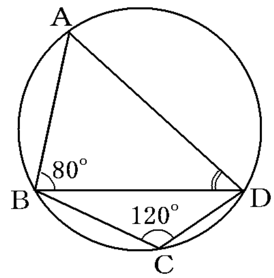
(中心角)＝(円周角)×2 なので,

x＝∠BAD×2＝65 ° ×2＝130 °



[問題](増補 10)(補充問題)

図で A，B，C，D は同じ円周上の点である。∠ABD＝80°，∠BCD＝120°のとき，∠ADB の大きさは何度か。



(愛知県)

[解答欄]

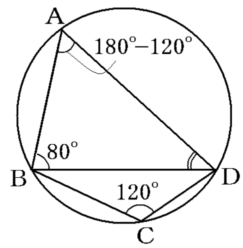
[解答]40°

円に内接する四角形の向かい合う 2 つの内角の和は 180°なので，

∠BAD＝180°－120°＝60°

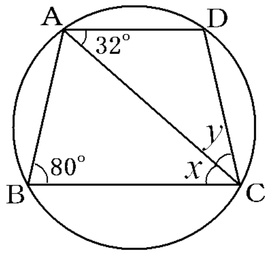
△ABD において，三角形の内角の和は 180°なので，

∠ADB＝180°－∠ABD－∠BAD＝180°－80°－60°＝40°



[問題](増補 10)(補充問題)

右の図のように，円に内接する四角形 ABCD がある。AD // BC のとき，∠x と∠y の大きさを求めなさい。



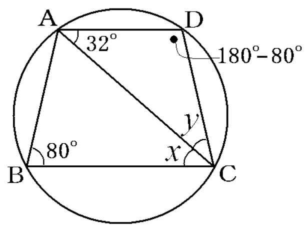
(秋田県)

[解答欄]

∠x＝	∠y＝

[解答]∠x＝32°　∠y＝48°

[解説]



AD // BC で，平行線の錯角は等しいので，

∠x＝∠CAD＝32°

次に,円に内接する四角形の向かい合う 2 つの内角の和は 180°なので，

∠ADC＝180°－80°＝100°

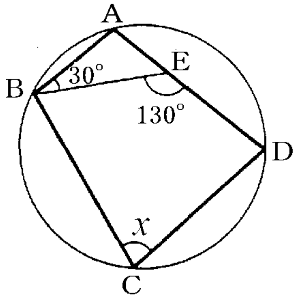
△ACD で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠y＋32°＋100°＝180°

よって，∠y＝180°－32°－100°＝48°

[問題](増補 10)(補充問題)

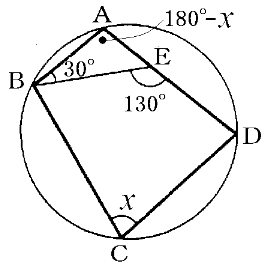
右の図のように，四角形 ABCD は円に内接し，点 E は辺 AD 上にある。∠ABE＝30°，∠BED＝130°のとき，∠x の大きさを求めよ。(宮崎県)



[解答欄]

[解答]80°

[解説]



円に内接する四角形の向かい合う 2 つの内角の和は 180°なので，∠BAE＝180°－x

△ABE において，2 つの内角の和は，それ以外の外角に等しいので，

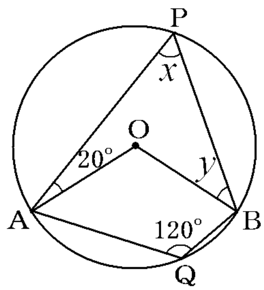
∠BAE＋∠ABE＝130°

よって，180°－x＋30°＝130°，－x＝130°－180°－30°

－x＝－80°，よって，x＝80°

[問題](増補 10)(補充問題)

右の図の∠x，∠y の大ききを求めなさい。ただし，O は円の中心である。(長野県)

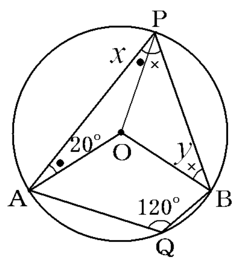


[解答欄]

∠x＝	∠y＝

[解答]∠x＝60°，∠y＝40°

[解説]



円に内接する四角形の向かい合う 2 つの内角の和は 180°なので，x＝180°－120°＝60°

OA＝OP なので，△OAP は二等辺三角形となり，

∠OPA＝∠OAP＝20°

したがって，∠OPB＝x－20°＝60°－20°＝40°

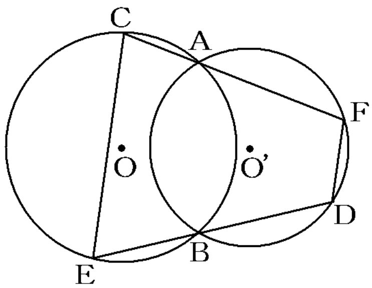
次に，OP＝OB なので△OPB は二等辺三角形となり，

∠OBP＝∠OPB となる。よって，y＝40°

[問題](増補 10)(補充問題)

2 点 A，B で交わる 2 つの円 O，O'があり，点 A を通る直線が円 O，O'と交わる点を，それぞれ C，F，点 B を通る直線が円 O，O'と交わる点を，それぞれ E，D とする。右の図において，CE // FD となることを証明しなさい。

(福島県)



[解答欄]

[解答]

四角形 ACEB は円 O に内接しているので，

∠BEC＝∠BAF･･･①

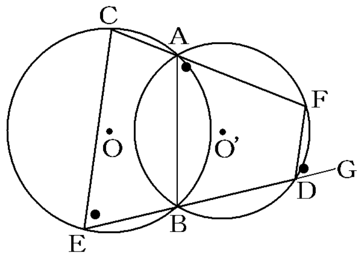
直線 BD の延長線上に点 G をとる。

四角形 ABDF は円 O'に内接しているので，

∠BAF＝∠FDG･･･②

①，②より，∠BEC＝∠FDG

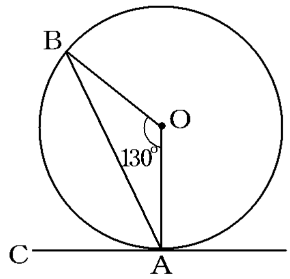
よって，同位角が等しいので，CE // FD



【】接弦定理（角度の問題）

[問題](増補 10)(補充問題)

右の図で，2 点 A，B は円 O の周上の点で，直線 AC は円 O の接線である。∠AOB＝130°のとき，∠CAB の大きさを求めなさい。(千葉県)

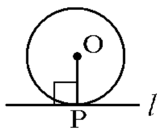


[解答欄]

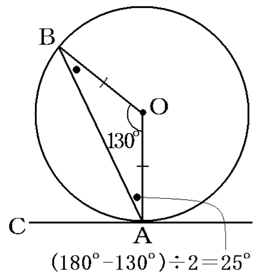
[解答]65°

[解説]

右図のように，点 P で円 O に接する接線 l がある。このとき，OP⊥l となる。



OA＝OB なので，△OAB は二等辺三角形である。



二等辺三角形の底角は等しいので，∠OAB＝∠OBA

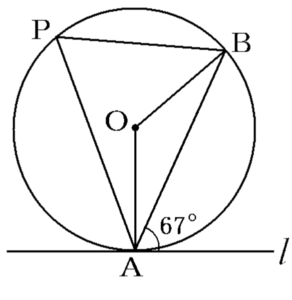
三角形の内角の和は 180°であるので，

∠OAB＝(180°－130°)÷2＝25°となる。

∠CAB＝∠CAO－∠OAB＝90°－25°＝65°

[問題](増補 10)(補充問題)

右の図で，円Oの周上の点 A における接線を l とする。このとき，∠AOB は何度か。また，∠APB は何度か。



[解答欄]

∠AOB＝	∠APB＝

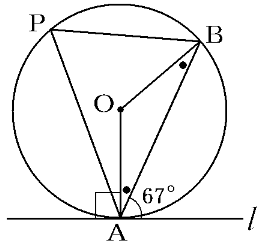
[解答]∠AOB＝134°／∠APB＝67°

[解説]

OA⊥l なので，

∠OAB＝90°－67°＝23°

OA＝OB なので，△OAB は二等辺三角形である。



二等辺三角形の底角は等しいので，∠OAB＝∠OBA＝23°

△OAB の内角の和は 180°であるので，

$\angle AOB = 180^\circ - \angle OAB - \angle OBA = 180^\circ - 23^\circ - 23^\circ = 134^\circ$

円周角は中心角の半分の大きさになるので,

$\angle APB = \angle AOB \div 2 = 134^\circ \div 2 = 67^\circ$

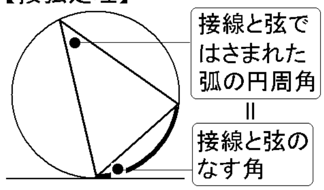
この問題の場合，接線lと弦 AB のなす角 67°は，弧 AB の円周角$\angle APB = 67^\circ$と同じになっているが，これは偶然ではなく，常に成り立つ。

すなわち,

(弦と接線のなす角)＝(弦・接線で囲まれた弧の円周角)

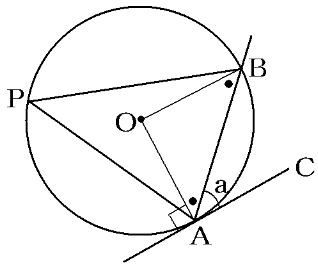
が成り立つ(接弦定理)。

【接弦定理】



以下，この定理を証明する。

右図のように，接線 AC と弦 AB のなす角を a とする。



$OA \perp AC$ なので，$\angle OAB = 90^\circ - a$

$OA = OB$ なので，$\triangle OAB$ は二等辺三角形で,

$\angle OAB = \angle OBA = 90^\circ - a$

$\triangle OAB$ の内角の和は 180°なので,

$\angle AOB = 180^\circ - \angle OAB - \angle OBA$

$= 180^\circ - (90^\circ - a) - (90^\circ - a)$

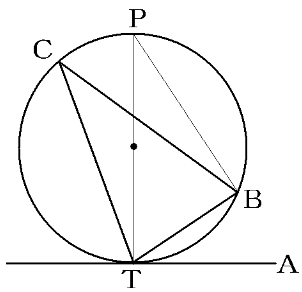
$= 180^\circ - 90^\circ + a - 90^\circ + a = 2a$

弧 AB の円周角$\angle APB$は，中心角$\angle AOB$の半分なので,

$\angle APB = \angle AOB \div 2 = 2a \div 2 = a$　ゆえに，$\angle CAB = \angle APB = a$ となる。

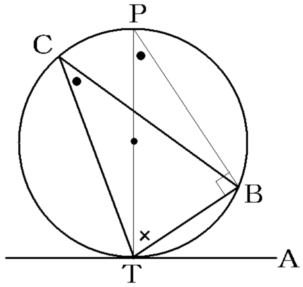
[問題](増補 10)(補充問題)

　次の図を使って，接弦定理($\angle ATB = \angle BCT$)を証明せよ。



[解答欄]

[解答]



PT は円の中心を通る直径なので，∠PBT＝90°

したがって，∠TPB＋∠BTP＝180°−90°＝90°・・・①

また，AT は円の接線なので，∠PTA＝90°で，

∠ATB＋∠BTP＝90°・・・②

①，②より，∠TPB＋∠BTP＝∠ATB＋∠BTP＝90°

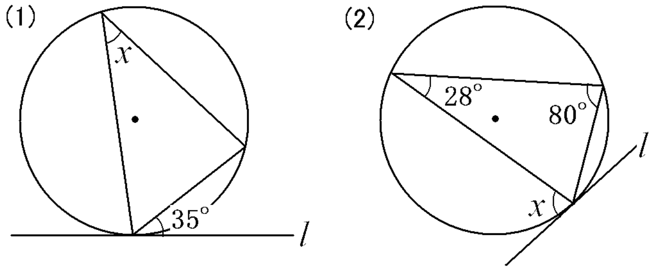
よって，∠TPB＝∠ATB・・・③

ところで，円周角の定理より，∠TPB＝∠BCT・・・④

③，④より，∠ATB＝∠BCT

[問題](増補 10)(補充問題)

　次の図で，直線 l は円 O の接線です。∠x の大きさを求めなさい。



[解答欄]

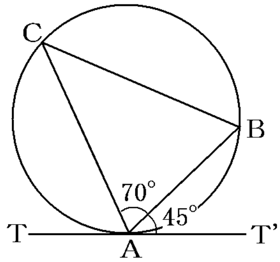
(1)	(2)

[解答](1) 35°　(2) 80°

[問題](増補 10)(補充問題)

　右の図で，直線 TT′ は円の接線，点 A はその接点である。この図で，∠ABC の大きさを求めよ。

(鳥取県)



[解答欄]

[解答]65°

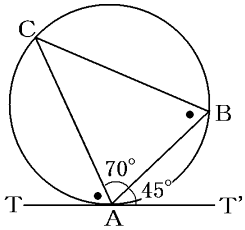
[解説]

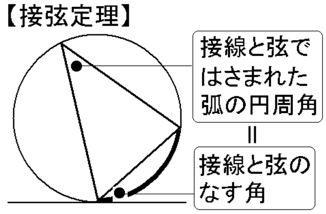
接弦定理より，

∠ABC＝∠CAT

∠CAT＝180°－70°－45°＝65°

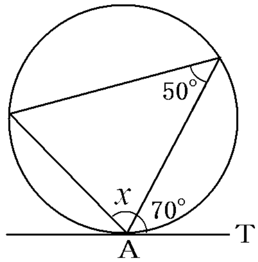
よって，∠ABC＝65°





[問題](増補 10)(補充問題)

右の図において，直線 AT は点 A における円の接線である。∠x の大きさを求めよ。(栃木県)



[解答欄]

[解答]60°

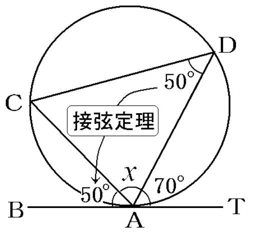
[解説]

右図において，接弦定理より，∠BAC＝∠ADC＝50°

BAT は直線なので，

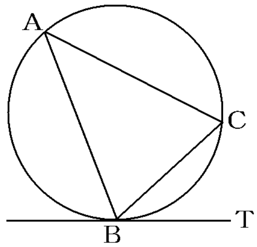
50°＋x＋70°＝180°

よって，x＝60°



[問題](増補 10)(補充問題)

右の図は，AB＝AC である二等辺三角形 ABC の外接円に，点 B で接する接線 BT をひいたものである。∠CBT＝32°のとき，∠ABC の大きさを求めよ。(福島県)



[解答欄]

[解答]74°

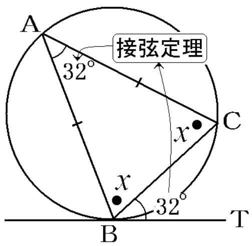
[解説]

まず，AB＝AC の条件を角度の条件に変換する。

AB＝AC と二辺が等しいので，△ABC は二等辺三角形である。

二等辺三角形の底角は等しいので，∠ABC＝∠ACB である。

次に，接線 BT と弦 BC があるので，接弦定理で角度を移すこと



を考える。

接弦定理より。∠CAB＝∠CBT＝32°である。

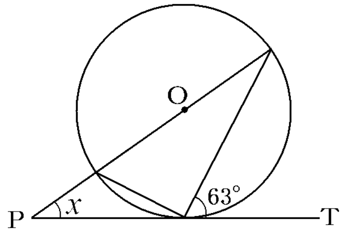
∠ABC＝∠ACB＝xとすると，△ABCの内角の和は180°なので,

x＋x＋32°＝180°，2x＝180°－32°，2x＝148°，x＝148°÷2

よって，x＝74°

[問題](増補10)(補充問題)

右の図で，直線PTは円Oの接線である。∠xの大きさを求めよ。



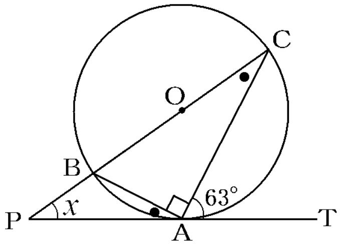
[解答欄]

[解答]36°

[解説]

<Point>・直径→直径の円周角＝90°

・接線と弦→接弦定理



右図で，BCは円Oの直径なので，∠BAC＝90°

PATは一直線上にあるので,

∠BAP＋90°＋63°＝180°

ゆえに，∠BAP＝180°－90°－63°＝27°

接弦定理より，∠BAP＝∠ACP　よって，∠ACP＝27°

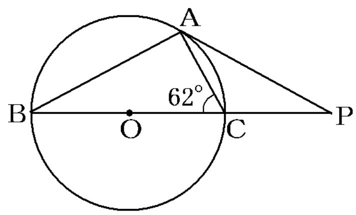
△ACPで，2つの内角の和は，他の外角に等しいので，x＋∠ACP＝∠CAT

よって，x+27°＝63°，x=63°－27°＝36°

[問題](増補10)(補充問題)

右の図で，P は円Oの円周上の点 A における接線と直径 BC を延長した直線との交点である。∠ACB＝62°のとき，∠APCの大きさを求めよ。

(青森県)

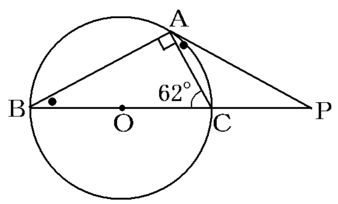


[解答欄]

[解答]34°

[解説]

BC は円の直径なので，∠BAC＝90°



△ABC で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠ABC＋90°＋62°＝180°

∠ABC＝180°－90°－62°＝28°

AP は円 O の接線なので，接弦定理より，

∠CAP＝∠ABC＝28°

よって，∠BAP＝90°＋28°＝118°

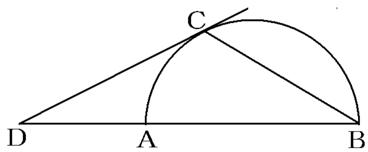
△ABP で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠ABC＋∠BAP＋∠APC＝180°，28°＋118°＋∠APC＝180°

ゆえに，∠APC＝180°－28°－118°＝34°

[問題](増補 10)(補充問題)

右の図のように，直径を AB とする半円周上の点 C における接線と BA の延長との交点を D とし，∠ABC＝28°とするとき，∠CDA の大きさを求めよ。



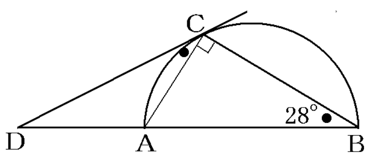
(京都府)

[解答欄]

[解答]34°

[解説]

AB は直径なので，「直径の円周角＝90°」を使うはず



→補助線 AC をひく→∠ACB＝90°

また，DC は円の接線なので，接弦定理より，

∠ACD＝∠ABC＝28°

△BCD で，三角形の内角の和は 180°なので，

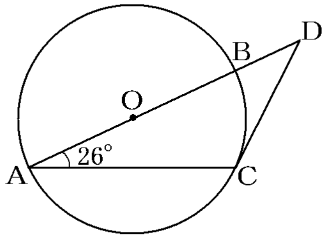
∠CDA＋∠BCD＋∠ABC＝180°

∠CDA＋(28°＋90°)＋28°＝180°

∠CDA＝180°－28°－90°－28°＝34°

[問題](増補 10)(補充問題)

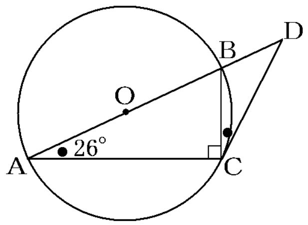
右の図で，円 O の直径を AB とし，点 C から円 O にひいた接線と AB の延長との交点を D とする。∠BAC＝26°のとき，∠ADC の大きさは何度ですか。(鳥取県)



[解答欄]

[解答]38°

[解説]



AB は直径なので，「直径の円周角＝90°」を使うはず

→補助線 BC をひく→∠ACB＝90°

また，DC は円の接線なので，接弦定理より，

∠BCD＝∠BAC＝26°

△ACD で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠BAC＋∠ACD＋∠ADC＝180°

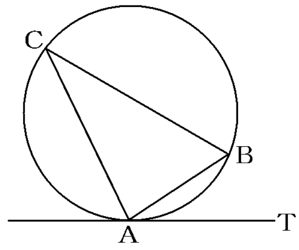
26°＋(90°＋26°)＋∠ADC＝180°

よって，∠ADC＝180°－26°－90°－26°＝38°

[問題](増補 10)(補充問題)

右の図のように，円に内接している△ABC がある。AT はこの円の接線である。弧 AC は弧 AB の 2 倍の長さで，∠BAT＝32°のとき，∠CAB は何度か。

(山形県)



[解答欄]

[解答]84°

[解説]

「弧 AC は弧 AB の 2 倍の長さ」という条件を角度の条件に変換する。

右図 1 のように，弧の長さが 2 倍になると，中心角も 2 倍となる。中心角が 2 倍なら円周角も 2 倍になる。

図1

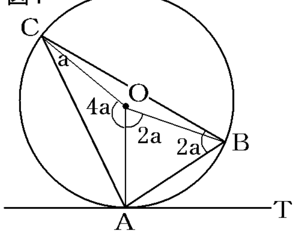


図2

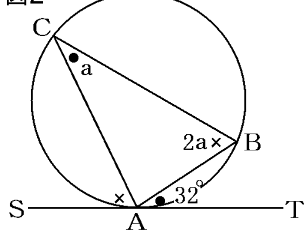
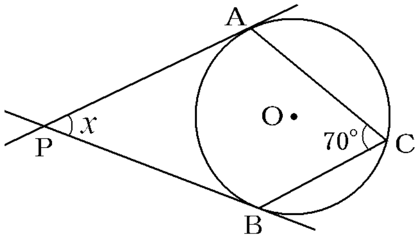


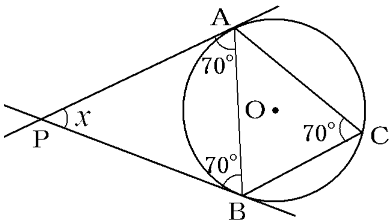
図 2 で，∠ACB＝a とすると，∠ABC＝2a
接弦定理より，∠BCA=∠BAT なので，a＝32°
また，∠CAS＝∠ABC なので，∠CAS＝2a＝2×32°＝64°
∠CAS＋∠CAB＋∠BAT＝180°
64°＋∠CAB＋32°＝180°
よって，∠CAB＝180°－64°－32°＝84°

[問題](増補 10)(補充問題)
　右の図で，3 点 A，B，C は円 O の周上の点であり，点 P は点 A を通る接線と点 B を通る接線の交点である。∠ACB＝70°のとき，∠x の大きさを求めよ。(愛媛県)

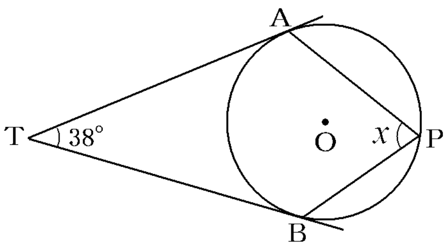


[解答欄]

[解答]40°
[解説]
PA，PB は接線→接弦定理の利用→補助線 AB
接弦定理より，
∠PAB＝∠ACB＝70°，∠PBA＝∠ACB＝70°
△ABP で，三角形の内角の和は 180°なので，
x＋∠PAB＋∠PBA＝180°，x＋70°＋70°＝180°
よって，x＝180°－70°－70°＝40°



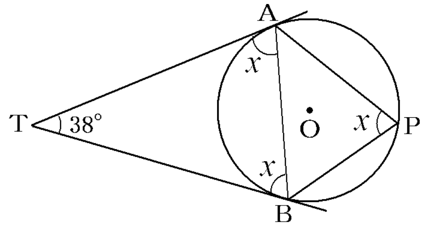
[問題](増補 10)(補充問題)
　右の図で，直線 TA，TB はそれぞれ点 A，B で円 O に接している。∠ATB＝38°のとき，弧 AB に対する円周角∠APB の大きさ x を求めなさい。
(宮崎県)
[解答欄]



[解答]71°

[解説]

PA，PB は接線→接弦定理の利用→補助線 AB



接弦定理より，

∠TAB＝∠APB＝x，∠TBA＝∠APB＝x

△ABT で，三角形の内角の和は 180°なので，

38°＋x＋x＝180°

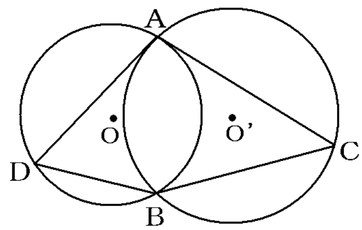
2x＝180°－38°，2x＝142°

よって，x＝142°÷2＝71°

[問題](増補 10)(補充問題)

　次の図で，A，B は 2 円 O，O'の交点であり，円 O'の弦 AC は円 O の接線，円 O の弦 AD は円 O'の接線になっている。　CBD＝158°のとき，　CAD の大きさは何度か。

(愛知県)

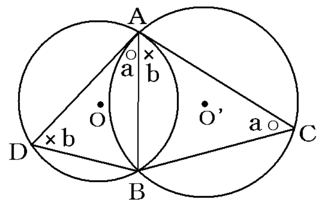


[解答欄]

[解答]101°

[解説]

AC，AD は接線→接弦定理の利用→補助線 AB



∠BAD＝a，∠BAC＝b とおくと，

求める∠CAD＝a＋b である。

接弦定理より，

∠ACB＝∠BAD＝a，∠ADB＝∠BAC＝b

四角形 ACBD で，四角形の内角の和は 360°なので，

b＋(a＋b)＋a＋∠CBD＝360°

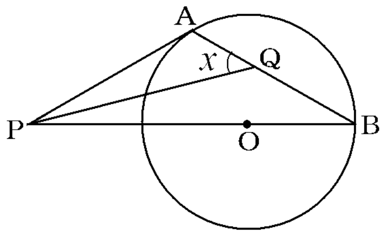
2a＋2b＋158°＝360°，2a＋2b＝360°－158°

2(a＋b)＝202°

よって，a＋b＝101°

[問題](増補 10)(補充問題)

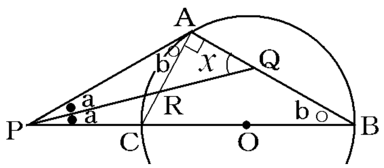
　次の図で，PB は円の中心 O を通り PQ は ∠APB の二等分線である。このとき x を求めよ。



[解答欄]

[解答]45°

[解説]



右図 CB は直径→直径の円周角は 90°→補助線 AC

AP は接線→接弦定理の利用→補助線弦 AC

∠APQ＝∠BPQ＝a とおく。

∠PAC＝b とおく。

AP は円 O の接線なので，接弦定理より，

∠PAC＝∠ABC＝b

ここで，△AQR の 2 つの内角∠AQR(x)と∠ARQ に注目する。

まず，∠AQR(x)は△PQB の外角になっているので，

x＝∠AQR＝∠QPB＋∠QBP＝a＋b･･･①

次に，∠ARQ は△APR の外角になっているので，

∠ARQ＝∠APR＋∠PAR＝a＋b･･･②

①，②より，∠ARQ＝∠AQR＝x

ところで，CB は円 O の直径なので，∠RAQ＝90°

△ARQ で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠ARQ＋∠AQR＋90°＝180°

x＋x＋90°＝180°

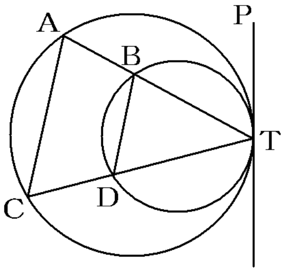
2x＝180°－90°，2x＝90°

よって，x＝45°

【】接弦定理（証明問題）

[問題](増補 10)(補充問題)

次の図のように，2 つの円が点 T で内接している。接点 T を通る 2 直線が 2 つの円と交わる点を，それぞれ A，B，C，D とするとき，AC と BD が平行であることを，T を通る接線をひいて証明せよ。



[解答欄]

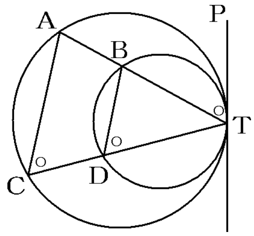
[解答]

接弦定理より，

∠PTA＝∠ACT，∠PTA＝∠BDT

よって，∠ACT＝∠BDT

したがって，AC と BD の同位角が等しいので，AC // BD

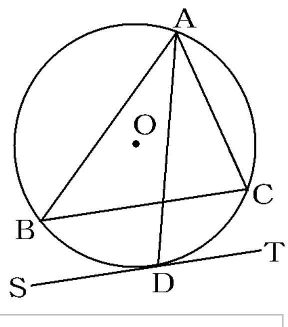


[問題](増補 10)(補充問題)

図のように, 円 O に内接する△ABC の BAC の二等分線と円 O との交点を D とする。

点 D を通る円 O の接線を SDT とするとき，BC と ST が平行になることを証明せよ。

(石川県)



[解答欄]

[解答]

ST は接線→接弦定理の利用→補助線の弦 BD

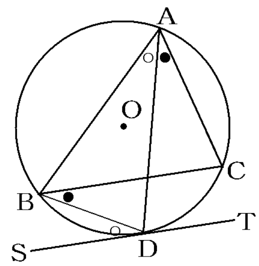
接弦定理より，∠SDB＝∠BAD･･･①

円周角の定理より，∠CAD＝∠CBD･･･②

AD は BAC の二等分線なので，∠BAD＝∠CAD･･･③

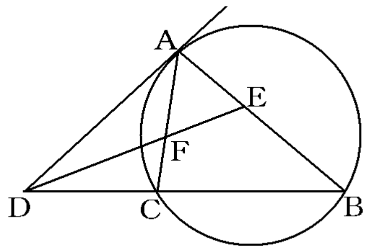
①，②，③より，∠SDB＝∠CBD

錯角が等しいので，BC // ST



[問題](増補 10)(補充問題)

　次の図で，DA は円の接線で，DE は ADB の二等分線である。このとき，△AFD と△BED が相似となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△AFD と△BED において，

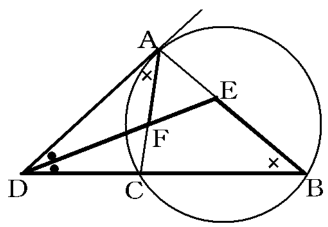
仮定より，∠ADF＝∠BDE･･･①

DA は円の接線なので，接弦定理より，

∠DAF＝∠DBE･･･②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△AFD∽△BED

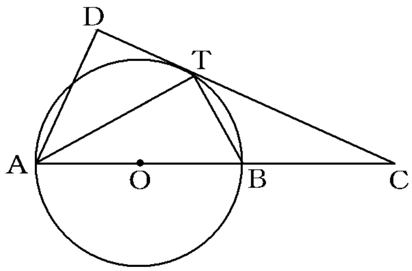


[解説]

三角形の相似の証明では，「2 組の角がそれぞれ等しい」という相似条件を使う場合がほとんど。接線があるので，接弦定理で等しい角が見つかる。

[問題](増補 10)(補充問題)

　次の図で，CD は円 O の接線で，　ADC は直角である。このとき，△DAT と△TAB が相似であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△DAT と△TAB において，

AB は直径なので，∠ATB＝90 °

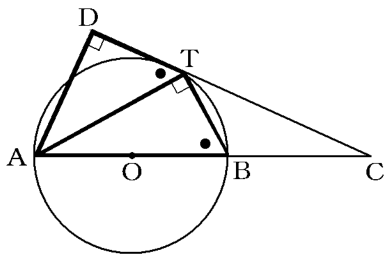
仮定より∠ADT＝90 ° なので，

∠ADT＝∠ATB･･･①

次に，DT は円 O の接線なので，接弦定理より，

∠ATD＝∠ABT･･･②

①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいので，△DAT∽△TAB

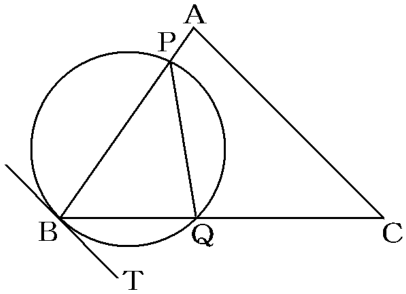


[解説]

三角形の相似の証明では，「2 組の角がそれぞれ等しい」という相似条件を使う場合がほとんど。この問題では，接線→接弦定理で 1 組の等しい角，AO が直径→直径の円周角は 90 ° に注目して，等しい角を見つける。

[問題](増補 10)(補充問題)

　次の図で，BT は円の接線で，BT と AC は平行である。このとき，△ABC と△QBP が相似であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABC と△QBP において,

∠PBQ は共通･･･①

BT は接線なので，接弦定理より，∠TBQ＝∠BPQ･･･②

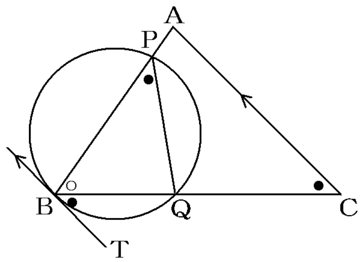
BT // AC で，平行線の錯角は等しいので,

∠TBQ＝∠BCA･･･③

②，③より，∠BCA＝∠BPQ･･･④

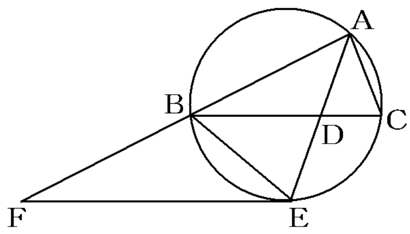
①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので,

△ABC　△QBP



[問題](増補 10)(補充問題)

　次の図のように，円に内接する△ABC がある。 BAC の二等分線と辺 BC，弧 BC との交点を，それぞれ D，E とする。また，点 E における円の接線と辺 AB の延長との交点を F とする。このとき，△ABD と△EFB が相似になることを証明せよ。(山口県)



[解答欄]

[解答]

△ABD と△EFB において,

FE は接線なので，接弦定理より,

∠FEB＝∠BAD･･･①

円周角の定理より，∠EBC＝∠EAC･･･②

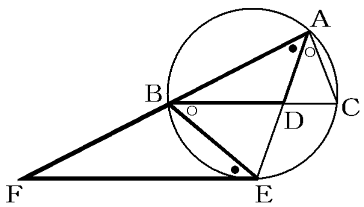
仮定より，∠BAE＝∠EAC･･･③

①，②，③より∠FEB＝∠EBC なので，FE // BC

平行線の同位角は等しいので，∠DBA＝∠BFE･･･④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので,

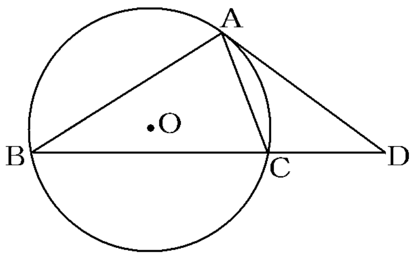
△ABD∽△EFB



[問題](増補 10)(補充問題)

図のような円 O に内接する△ABC がある。円 O の周上の点 A における接線と辺 BC の延長との交点を D とするとき，次の問いに答えよ。ただし，線分 AB は線分 AC よりも長いものとする。

(長崎県)



(1) △ABD と△CAD が相似であることを証明せよ。

(2) AD＝6cm，CD＝4cm とするとき,

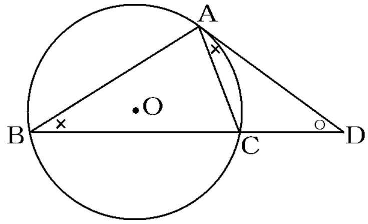
線分 AC と線分 AB の長さの比を求めよ。　　線分 BC の長さはいくらか。

[解答欄]

(1)	
(2)①	②

[解答]

(1) △ABD と△CAD において，



∠ADB は共通･･･①

DA は円 O の接線なので，接弦定理より，

∠DBA＝∠DAC･･･②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

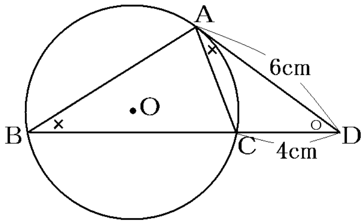
△ABD∽△CAD

(2)　2：3　　5cm

[解説]

(2) 相似な三角形の対応する辺の比は等しい。

対応する辺は角度に注目して見つける。



△CAD の AD は右図の「×」「〇」を両端の角としている。△ABD の「×」「〇」を両端の角とする辺は BD である。よって，2 つの三角形の相似比は AD：BD である。

同様にして，△CAD の CD と対応するのは，△ABD の AD である(角は「〇」と無印の角)。よって，2 つの三角形の相似比は CD：AD

また，△CAD の AC に対応するのは，△ABD の AB であるので，相似比は AC：AB

対応する辺の相似比は等しいので，

AD：BD＝CD：AD＝AC：AB，6：BD＝4：6＝AC：AB

よって。AC：AB＝4：6＝2：3 である。

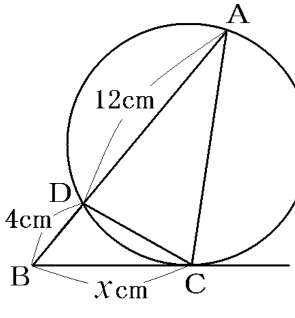
また，6：BD＝4：6　比の内項の積は外項の積に等しいので，

BD×4＝6×6，BD＝36÷4＝9(cm)

BC＝BD－CD＝9－4＝5(cm)

[問題](増補 10)(補充問題)

　次の図の x を求めよ。



[解答欄]

[解答]8

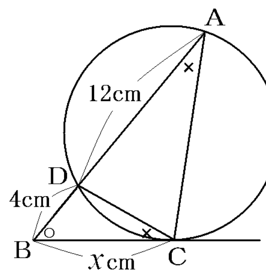
[解説]

△BCD と△BAC において,

∠CBD は共通･･･①

BC は接線なので，接弦定理より,

∠BCD＝∠BAC･･･②



①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので,

△BCD∽△BAC

相似な三角形の対応する辺は等しいので，BC：BA＝BD：BC･･･③

※ △BCD の辺の BC は「○」「×」を両端の角としている。△BAC の「○」「×」を両端の角とする辺は BA である。したがって，BC と BA が対応する辺である。

同様に,「○」「無印」の角に注目すると，BD と BC が対応する辺であることがわかる。

③より， x ：16＝4： x

比の外項の積は内項の積に等しいので,

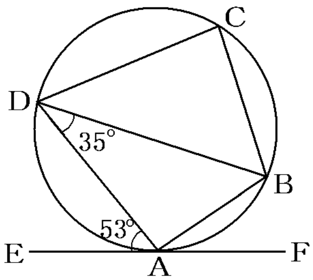
$x \times x = 16 \times 4$， $x^2 = 64$

よって， $x = 8$

【】接弦＋内接四角形

[問題](増補 10)(補充問題)

　右の図で，四角形 ABCD は，円に内接し，直線 EF は，点 A で円に接している。また，∠DAE＝53°，∠ADB＝35°である。このとき，∠ABD，∠BCD の大きさを求めよ。



(佐賀県)

[解答欄]

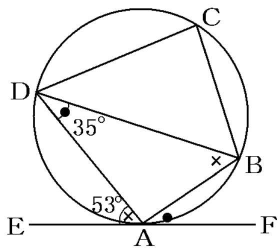
∠ABD＝	∠BCD＝

[解答]∠ABD＝53°　∠BCD＝88°

[解説]

<Point> 接線 EF→接弦定理

　　　　　内接四角形→向かい合う内角の和は 180°



EF は円の接線なので，接弦定理より，

∠ABD＝∠EAD＝53°

∠FAB＝∠ADB＝35°

EAF は一直線上にあるので，

∠EAD＋∠DAB＋∠FAB＝180°

53°＋∠DAB＋35°＝180°

よって，∠DAB＝180°－53°－35°＝92°

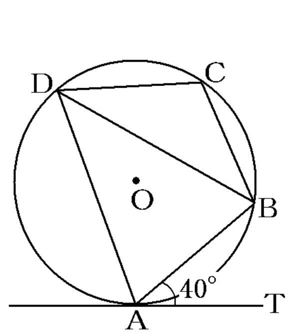
ABCD は円に内接する四角形なので，∠DAB＋∠BCD＝180°

ゆえに，92°＋∠BCD＝180°

よって，∠BCD＝180°－92°＝88°

[問題](増補 10)(補充問題)

　右の図のように，円 O に四角形 ABCD が内接しており，A における接線を AT とします。いま，AD＝BD，∠BAT＝40°のとき，∠BCD の大きさを求めなさい。



(岩手県)

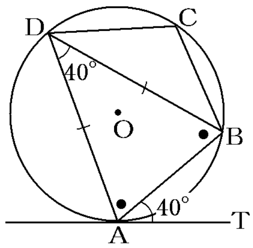
[解答欄]

[解答]110゜

[解説]

<Point> 接線 AT→接弦定理

AD＝BD→二等辺三角形の底角は等しい



AT は円 O の接線なので，接弦定理より，

∠ADB＝∠BAT＝40゜

AD＝BD なので，△DAB は二等辺三角形になる。二等辺三角形の底角は等しいので，∠DAB＝∠DBA･･･①

△ABD の内角の和は 180゜なので，

∠DAB＋∠DBA＋40゜＝180゜

よって，∠DAB＋∠DBA＝180゜－40゜＝140゜･･･②

①，②より，∠DAB＝140゜÷2＝70゜

次に，四角形 ABCD は円に内接するので，向かい合う内角の和は 180゜になる。

したがって，∠BCD＋∠DAB＝180゜

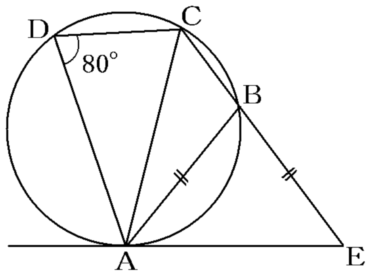
∠BCD＋70゜＝180゜

ゆえに，∠BCD＝180゜－70゜＝110゜

[問題](増補 10)(補充問題)

図のように，四角形 ABCD が円に内接し，点 A における接線と CB の延長との交点を E とする。BA＝BE，∠D＝80゜のとき，∠ABC と∠BAC の大きさを求めよ。

(福井県)



[解答欄]

∠ABC＝	∠BAC＝

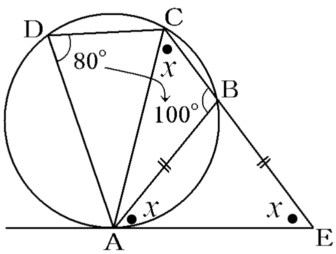
[解答]∠ABC＝100゜　∠BAC＝30゜

[解説]

<Point> 円に内接する四角形→向かい合う角の和 180゜

接線 AE→接弦定理

BA＝BE→二等辺三角形の底角は等しい



四角形 ABCD は円に内接するので，

∠ADC＋∠ABC＝180゜

80°＋∠ABC＝180°

よって，∠ABC＝180°－80°＝100°

次に，△BAE は BA=BE の二等辺三角形なので，底角が等しい。

∠BAE＝xとすると，∠BEA＝∠BAE＝x

また，AE は円の接線なので，接弦定理より，∠ACB＝∠BAE＝x

△BAE で，2 つの内角の和は他の外角に等しいので，

x＋x＝100°，よって，x＝50°

△ABC で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠BAC＋x＋100°＝180°

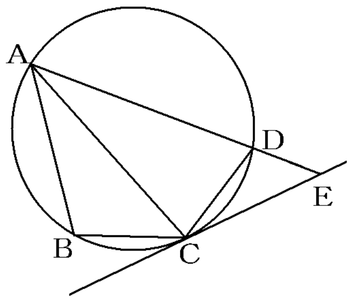
∠BAC＋50°＋100°＝180°

よって，∠BAC＝180°－50°－100°＝30°

[問題](増補 10)(補充問題)

右の図のように，四角形 ABCD が円に内接している。弧 BC＝弧 CD で, 点 C における円の接線と辺 AD の延長との交点を E とする。このとき，△ABC∽△CDE であることを証明しなさい。

(山梨県)



[解答欄]

[解答]

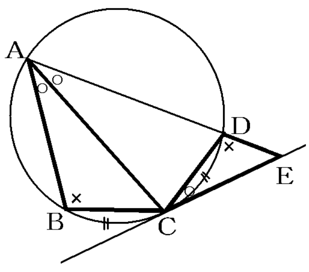
△ABC と△CDE において,

四角形 ABCD は円に内接しているので,

∠ABC＝∠CDE･･･①

弧 BC＝弧 CD なので，∠BAC＝∠CAD･･･②

CE は円の接線なので，接弦定理より,



∠DCE＝∠CAD･･･③

②，③より，∠BAC＝∠DCE･･･④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，

△ABC∽△CDE

[印刷／他の PDF ファイルについて]
※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,200 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word(または一太郎)の文書ファイルで，印刷･編集を自由に行うことができます。※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば，FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1500 ページ)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。
RunFdData(Word 版)　【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】
RunFdData(一太郎版)　【 http://www.fdtext.com/lnk/instRunFdDataTAs.exe 】
※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】

【Fd 教材開発：URL http://www.fdtext.com/dat/　Tel (092) 404-2266】