

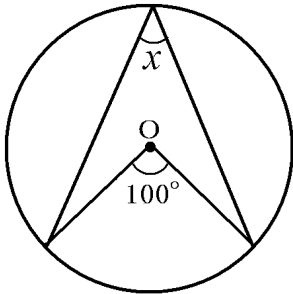
【】 円周角と中心角

【】 円周角と中心角

[円周角と中心角]

[問題](3学期)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

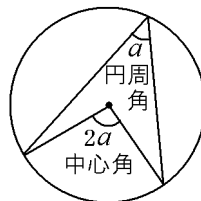
[解答]  $\angle x = 50^\circ$

[解説]

<Point>

(円周角)=(中心角) $\div 2$

(中心角)=(円周角) $\times 2$



右図で、 $\angle APB$ は弧 $AB$ に対する円周角で、

$\angle AOB$ は弧 $AB$ に対する中心角である。

$\angle OPA = a$ 、 $\angle OPB = b$ とする。

$\triangle OAP$ は $OA = OP$ の二等辺三角形なので、

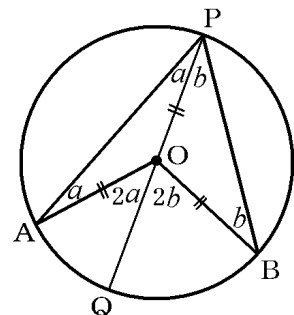
$\angle OAP = \angle OPA = a$

よって、 $\angle AOQ = \angle OAP + \angle OPA = a + a = 2a$

同様に、 $\angle BOQ = 2b$

したがって、 $\angle AOB = \angle AOQ + \angle BOQ = 2a + 2b = 2(a + b)$

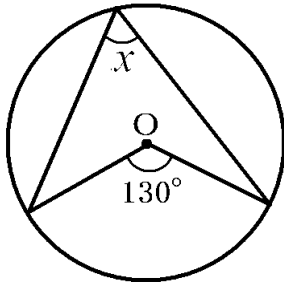
よって、 $\angle AOB = 2\angle APB$



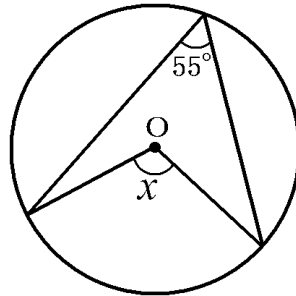
[問題](後期期末)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $\angle x =$	(2) $\angle x =$
------------------	------------------

[解答](1)  $\angle x = 65^\circ$     (2)  $\angle x = 110^\circ$

[解説]

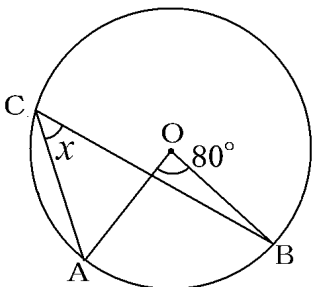
(1) (円周角)=(中心角) $\div 2$ なので、 $x = 130^\circ \div 2 = 65^\circ$

(2) (中心角)=(円周角) $\times 2$ なので、 $x = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$

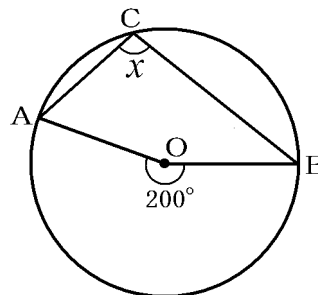
[問題](3学期)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



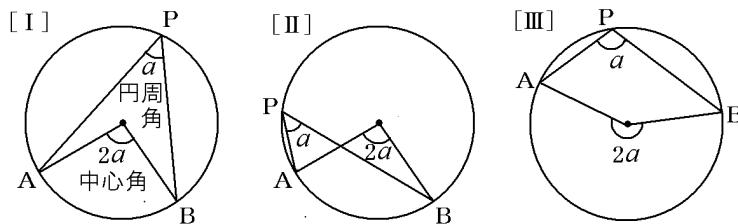
[解答欄]

(1) $\angle x =$	(2) $\angle x =$
------------------	------------------

[解答](1)  $\angle x = 40^\circ$     (2)  $\angle x = 100^\circ$

[解説]

<Point> (円周角)=(中心角) $\div$ 2, (中心角)=(円周角) $\times$ 2



円周角と中心角の関係は、上の[II]や[III]の場合などにも成り立つ。

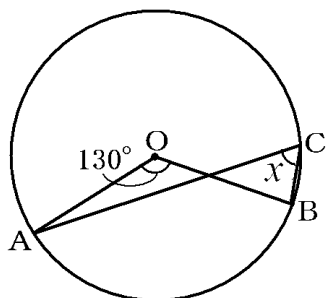
(1) (弧 AB に対する円周角)=(弧 AB に対する中心角) $\div$ 2 なので,  $x = 80^\circ \div 2 = 40^\circ$

(2) (弧 AB に対する円周角)=(弧 AB に対する中心角) $\div$ 2 なので,  $x = 200^\circ \div 2 = 100^\circ$

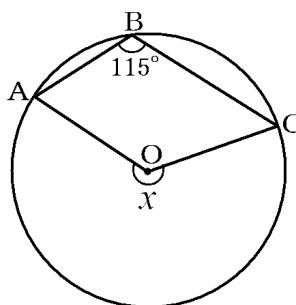
[問題](後期中間)

次の図で,  $\angle x$  の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)  $\angle x =$

(2)  $\angle x =$

[解答](1)  $\angle x = 65^\circ$  (2)  $\angle x = 230^\circ$

[解説]

(1) (弧 AB に対する円周角)=(弧 AB に対する中心角) $\div$ 2 なので,

$$x = 130^\circ \div 2 = 65^\circ$$

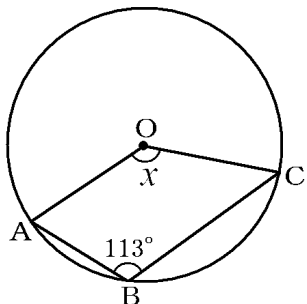
(2) (弧 AC(下の部分)に対する中心角)=(弧 AC(下の部分)に対する円周角) $\times$ 2 なので,

$$x = 115^\circ \times 2 = 230^\circ$$

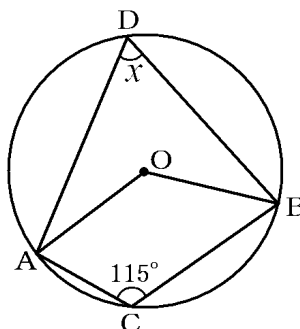
[問題](3 学期)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



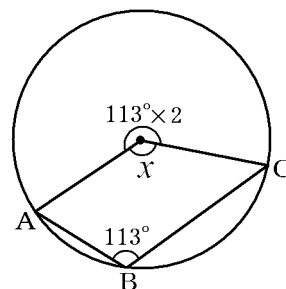
[解答欄]

(1) $\angle x =$	(2) $\angle x =$
------------------	------------------

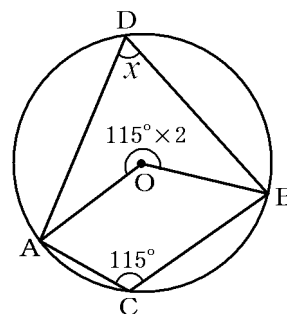
[解答](1)  $\angle x = 134^\circ$     (2)  $\angle x = 65^\circ$

[解説]

(1)  $\angle ABC = 113^\circ$  は弧 AC(上の部分)に対する円周角である。したがって、弧 AC(上の部分)に対する中心角は、右図のように、 $113^\circ \times 2 = 226^\circ$  になる。  
よって、 $x = 360^\circ - 226^\circ = 134^\circ$  である。



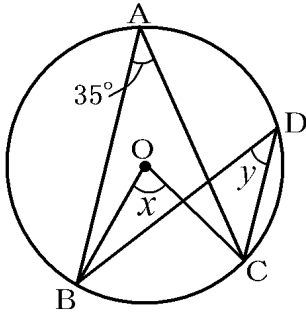
(2)  $\angle ACB = 115^\circ$  は弧 ADB に対する円周角である。したがって、弧 ADB に対する中心角は、右図のように、 $115^\circ \times 2 = 230^\circ$  になる。  
よって、 $\angle AOB = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ$  で、弧 ACB に対する中心角は  $130^\circ$  である。  
 $\angle ADB = x$  は弧 ACB に対する円周角なので、  
 $x = 130^\circ \div 2 = 65^\circ$



[同じ弧の円周角は等しい]

[問題](後期期末)

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

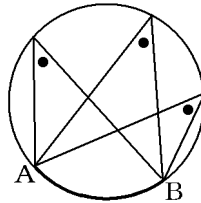
$\angle x =$	$\angle y =$
--------------	--------------

[解答]  $\angle x = 70^\circ$      $\angle y = 35^\circ$

[解説]

<Point>

同じ弧(AB)に対する  
円周角の大きさは等しい



$\angle BAC = 35^\circ$  は弧 BC に対する円周角である。

$\angle BOC = x$  は弧 BC に対する中心角なので、

(中心角) = (円周角)  $\times 2$  より、 $x = \angle BAC \times 2 = 35^\circ \times 2 = 70^\circ$

次に、 $y$  を求める。

$\angle BDC = y$  は弧 BC の円周角である。

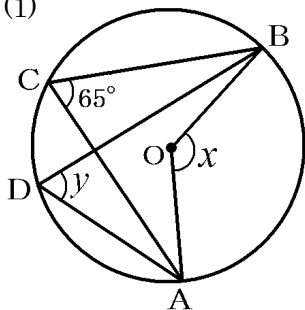
(円周角) = (中心角)  $\div 2$  なので、 $y = x \div 2 = 70^\circ \div 2 = 35^\circ$

一般に、同じ弧に対する円周角は、その弧の中心角の半分なので、  
同じ弧に対する円周角どうしは等しくなる。

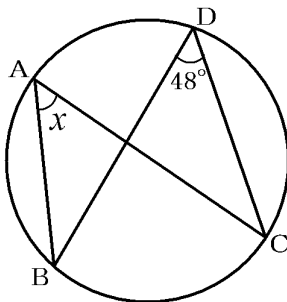
[問題](後期中間)

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

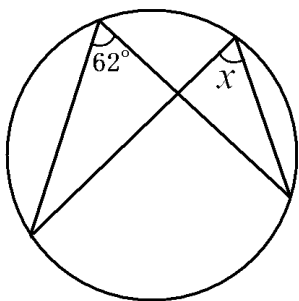
(1) $\angle x =$	$\angle y =$	(2) $\angle x =$
------------------	--------------	------------------

[解答](1)  $\angle x = 130^\circ$      $\angle y = 65^\circ$     (2)  $\angle x = 48^\circ$

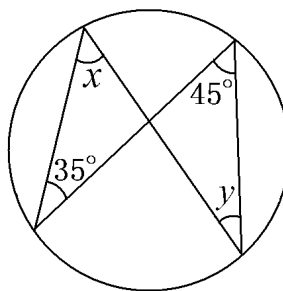
[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $\angle x =$	(2) $\angle x =$	$\angle y =$
------------------	------------------	--------------

[解答](1)  $\angle x = 62^\circ$     (2)  $\angle x = 45^\circ$      $\angle y = 35^\circ$

[問題](3 学期)

次の文中の①, ②に適語を入れよ。

1 つの弧に対する円周角の大きさは( ① )。円周角は, その弧に対する( ② )の半分である。」

[解答欄]

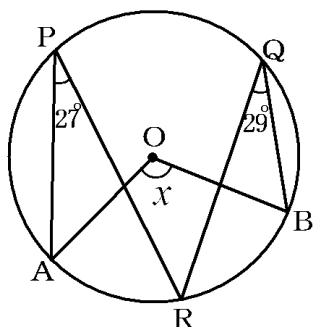
①	②
---	---

[解答]① 等しい ② 中心角

[円周角・分割]

[問題](後期期末)

次の図で,  $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$
--------------

[解答]  $\angle x = 112^\circ$

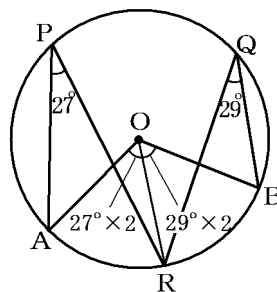
[解説]

OR を結んで  $\angle AOB$  を 2 つの部分に分割する。

$\angle APR = 27^\circ$  は弧 AR の円周角,  $\angle AOR$  は弧 AR の中心角なので,  $\angle AOR = 27^\circ \times 2 = 54^\circ$

$\angle BQR = 29^\circ$  は弧 BR の円周角,  $\angle BOR$  は弧 BR の中心角なので,  $\angle BOR = 29^\circ \times 2 = 58^\circ$

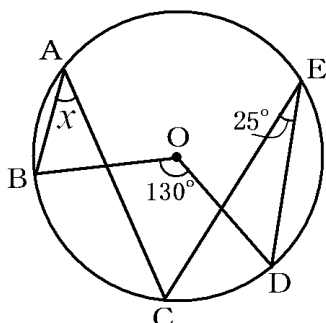
よって,  $\angle x = \angle AOR + \angle BOR = 54^\circ + 58^\circ = 112^\circ$



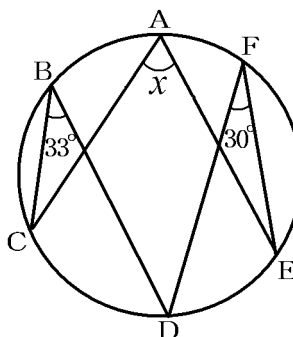
[問題](3学期)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $\angle x =$	(2) $\angle x =$
------------------	------------------

[解答](1)  $\angle x = 40^\circ$     (2)  $\angle x = 63^\circ$

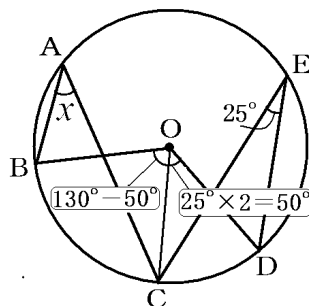
[解説]

(1) OC を結んで  $\angle BOD$  を 2 つの部分に分割する。

$\angle CED = 25^\circ$  は弧 CD の円周角、 $\angle COD$  は弧 CD の中心角なので、 $\angle COD = 25^\circ \times 2 = 50^\circ$

$\angle BOC = \angle BOD - \angle COD = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$

$\angle BOC = 80^\circ$  は弧 BC の中心角、 $\angle x = \angle BAC$  は弧 BC の円周角なので、 $\angle x = 80^\circ \div 2 = 40^\circ$

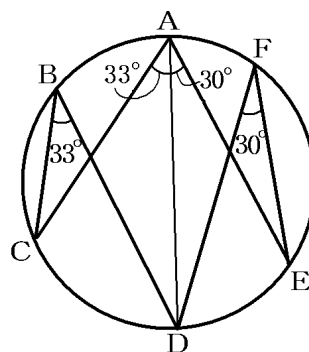


(2) AD を結んで  $\angle CAE$  を 2 つの部分に分割する。

同じ弧 CD の円周角なので、 $\angle CAD = \angle CBD = 33^\circ$

同じ弧 DE の円周角なので、 $\angle DAE = \angle DFE = 30^\circ$

よって、 $\angle x = \angle CAE = 33^\circ + 30^\circ = 63^\circ$

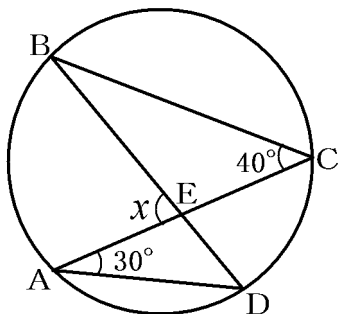




[円周角+三角形の角]

[問題](3学期)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

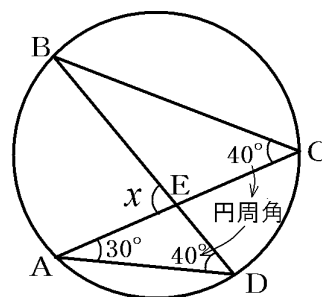
[解答] $\angle x = 70^\circ$

[解説]

円周角の定理を使って  $40^\circ$  の角を移す。

$\triangle ADE$  で、三角形の外角は、それととなり合わない 2

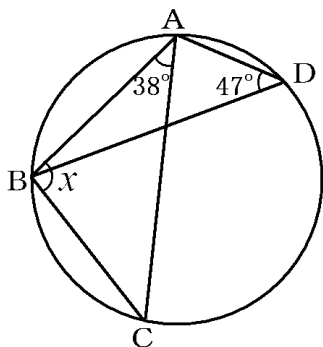
つの内角の和に等しいので、 $x = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$



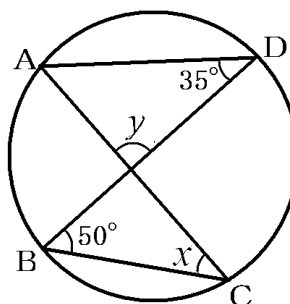
[問題](2学期期末)

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)  $\angle x =$

(2)  $\angle x =$

$\angle y =$

[解答](1)  $\angle x = 95^\circ$  (2)  $\angle x = 35^\circ$   $\angle y = 95^\circ$

[解説]

(1) 円周角の定理を使って、図のように  $47^\circ$  の角を移す。

$\triangle ABC$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$x + 38^\circ + 47^\circ = 180^\circ$$

$$x + 85^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

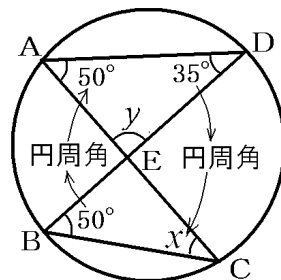
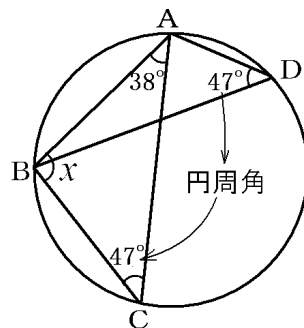
(2) 円周角の定理を使って、図のように  $35^\circ$  の角を移すと、

$x = 35^\circ$  また、図のように  $50^\circ$  の角を移す。

$\triangle AED$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

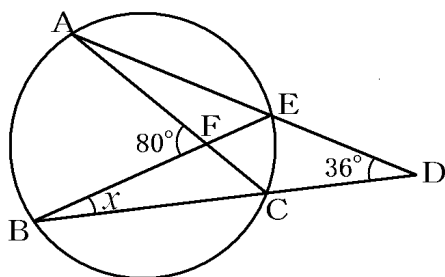
$$y + 50^\circ + 35^\circ = 180^\circ, \quad y + 85^\circ = 180^\circ$$

$$\text{よって、} y = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$



[問題](後期中間)

次の図で、 $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

[解答]  $\angle x = 22^\circ$

[解説]

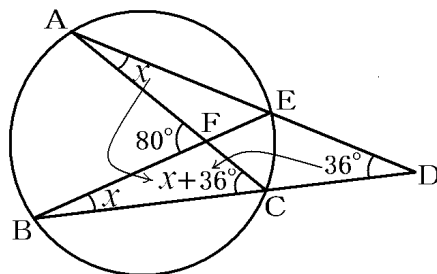
円周角の定理より、 $\angle CAE = \angle CBE = x$

$\triangle ACD$  の1つの外角  $\angle ACB$  は他の2つの内角の和に等しいので、 $\angle ACB = x + 36^\circ$

$\triangle FBC$  の1つの外角  $\angle AFB (= 80^\circ)$  は他の2つの内角の和に等しいので、 $80^\circ = x + (x + 36^\circ)$

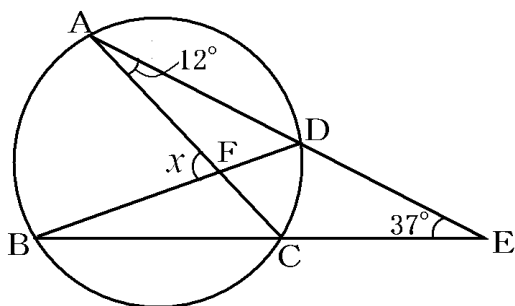
$$80^\circ = 2x + 36^\circ, \quad 2x = 80^\circ - 36^\circ, \quad 2x = 44^\circ$$

よって、 $x = 44^\circ \div 2 = 22^\circ$



[問題](3学期)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

[解答]  $\angle x = 61^\circ$

[解説]

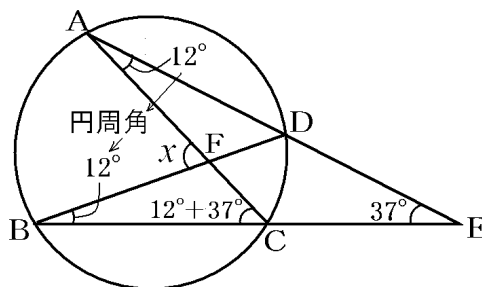
$\triangle ACE$ で、三角形の1つの外角は、そのと  
なりにない2つの内角の和に等しいので、

$$\angle BCF = 12^\circ + 37^\circ = 49^\circ$$

次に、円周角の定理を使って、図のように  
 $12^\circ$ の角を移す。

$\triangle BCF$ で、三角形の1つの外角は、そのと  
なりにない2つの内角の和に等しいので、

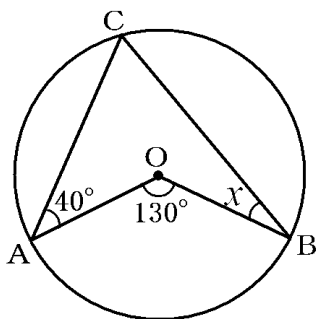
$$\angle x = 12^\circ + 49^\circ = 61^\circ$$



[円周角+二等辺三角形]

[問題](後期中間)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

[解答]  $\angle x = 25^\circ$

[解説]

右図のように、OC をむすぶ。

$\triangle OAC$  は  $OA=OC$ (半径)の二等辺三角形なので、

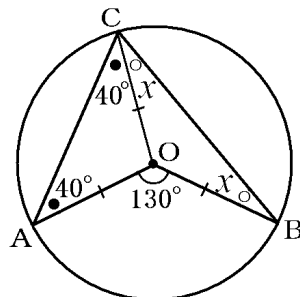
$\angle OCA=40^\circ$

$\triangle OBC$  は  $OB=OC$  の二等辺三角形なので、 $\angle OCB = \angle x$

円周角と中心角の関係より、 $\angle ACB = \angle AOB \div 2$

よって、 $\angle x + 40^\circ = 130^\circ \div 2$ 、 $\angle x + 40^\circ = 65^\circ$

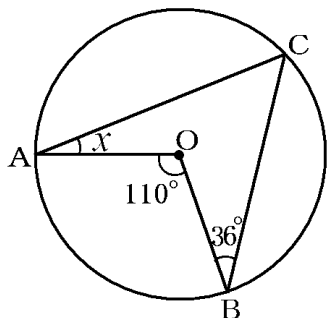
$\angle x = 25^\circ$



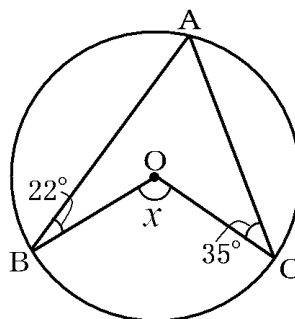
[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)  $\angle x =$                       (2)  $\angle x =$

[解答](1)  $\angle x = 19^\circ$     (2)  $\angle x = 114^\circ$

[解説]

(1) 右図のように、OC をむすぶ。

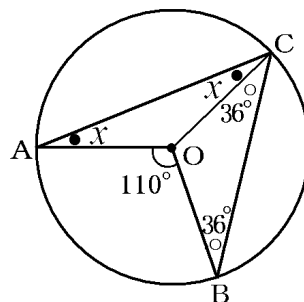
$\triangle OAC$  は  $OA=OC$  の二等辺三角形なので、 $\angle OCA = \angle x$

$\triangle OBC$  は  $OB=OC$  の二等辺三角形なので、 $\angle OCB = 36^\circ$

円周角と中心角の関係より、 $\angle ACB = \angle AOB \div 2$

よって、 $\angle x + 36^\circ = 110^\circ \div 2$ 、 $\angle x + 36^\circ = 55^\circ$

$\angle x = 19^\circ$



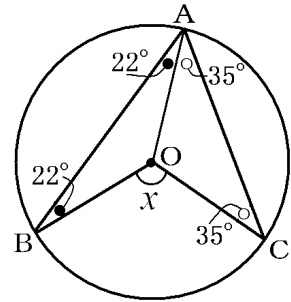
(2) 右図のように、OA をむすぶ。

$\triangle OAB$  は  $OA=OB$  の二等辺三角形なので、 $\angle OAB=22^\circ$

$\triangle OAC$  は  $OA=OC$  の二等辺三角形なので、 $\angle OAC=35^\circ$

円周角と中心角の関係より、

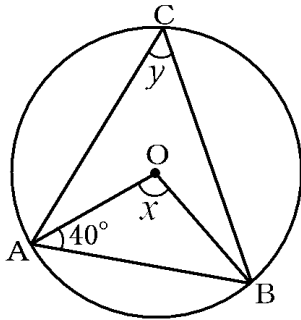
$$\angle x = \angle BAC \times 2 = (22^\circ + 35^\circ) \times 2 = 57^\circ \times 2 = 114^\circ$$



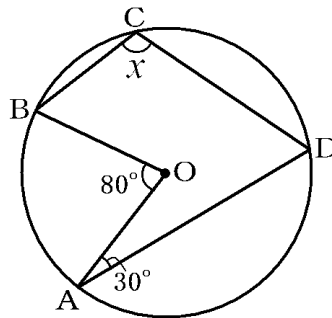
[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $\angle x =$	$\angle y =$	(2) $\angle x =$
------------------	--------------	------------------

[解答](1)  $\angle x = 100^\circ$     $\angle y = 50^\circ$    (2)  $\angle x = 100^\circ$

[解説]

(1)  $\triangle OAB$  は  $OA=OB$ (半径)の二等辺三角形なので、

$$\angle OBA = \angle OAB = 40^\circ$$

$\triangle OAB$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle x + 40^\circ + 40^\circ = 180^\circ, \quad \angle x + 80^\circ = 180^\circ$$

よって、 $\angle x = 100^\circ$

円周角と中心角の関係より、

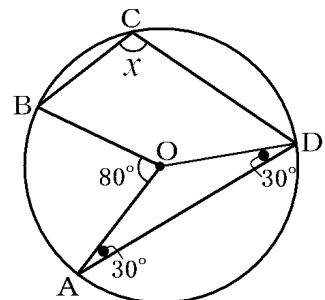
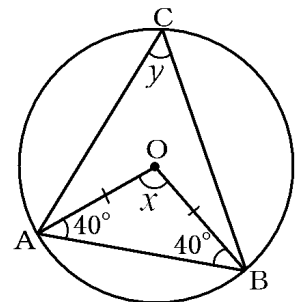
$$\angle y = \angle x \div 2 = 100^\circ \div 2 = 50^\circ$$

(2) 右図のように、OD をむすぶ。

$\angle x$  は弧  $BAD$  の円周角である。弧  $BAD$  の中心角は  $\angle BOD$  ( $180^\circ$  より大きい方の角) である。

そこで、 $\angle AOD$  をまず求める。

$\triangle OAD$  は  $OA=OD$  の二等辺三角形なので、



$$\angle ODA = \angle OAD = 30^\circ$$

$\triangle OAD$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

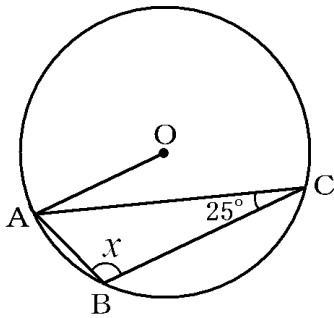
$$\angle AOD + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ, \quad \angle AOD + 60^\circ = 180^\circ, \quad \angle AOD = 120^\circ$$

よって、 $\angle BOD = 80^\circ + 120^\circ = 200^\circ$

円周角と中心角の関係より、 $\angle x = \angle BOD \div 2 = 200^\circ \div 2 = 100^\circ$

[問題](3学期)

次の図で、 $OA \parallel BC$  である。 $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$$\angle x =$$

[解答]  $\angle x = 115^\circ$

[解説]

右図のように、 $OC$  をむすぶ。

$\angle x$  は弧  $ADC$  の円周角である。

そこで、まず、弧  $ADC$  の中心角  $\angle AOC$  ( $180^\circ$  より大きい方) を求める。

仮定より、 $OA \parallel BC$  なので、 $\angle OAC = \angle ACB = 25^\circ$

$\triangle OAC$  は  $OA = OC$  の二等辺三角形なので、

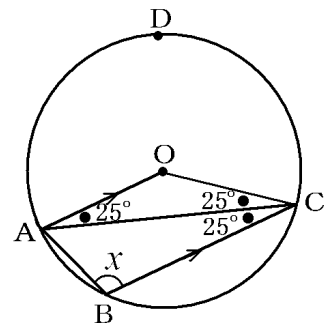
$$\angle OCA = \angle OAC = 25^\circ$$

$\triangle OAC$  で三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle AOC + 25^\circ + 25^\circ = 180^\circ, \quad \angle AOC + 50^\circ = 180^\circ, \quad \angle AOC = 130^\circ$$

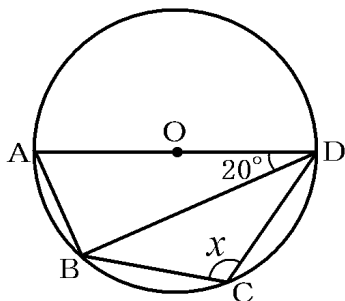
よって、(弧  $ADC$  の中心角)  $= 360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$

(弧  $ADC$  の円周角  $\angle x$ )  $=$  (弧  $ADC$  の中心角)  $\div 2 = 230^\circ \div 2 = 115^\circ$



[問題](2 学期期末)

次の図の  $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

[解答]  $\angle x = 110^\circ$

[解説]

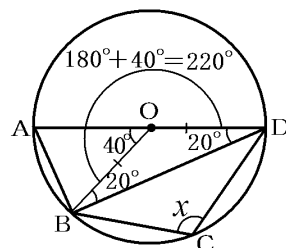
線分 OB を結ぶ。  $\triangle OBD$  は  $OB=OD$  の二等辺三角形になる  
 ので、  $\angle OBD = \angle ODB = 20^\circ$

三角形の外角は他の 2 つの内角に等しいので、

$$\angle AOB = \angle OBD + \angle ODB = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

よって、弧 BAD の中心角は  $180^\circ + 40^\circ = 220^\circ$

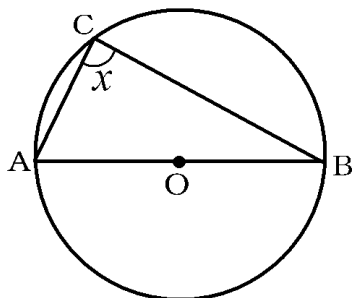
$\angle x = \angle BCD$  は弧 BAD の円周角なので、  $\angle x = (\text{中心角}) \div 2 = 220^\circ \div 2 = 110^\circ$



[直径の円周角]

[問題](2 学期期末)

次の図で、  $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

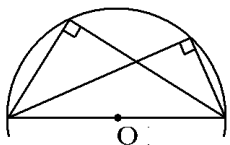
[解答]  $\angle x = 90^\circ$

[解説]

$\angle x$  は弧 AB(下半分)の円周角である。弧 AB の中心角  $\angle AOB=180^\circ$  なので、

$$\angle x = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$$

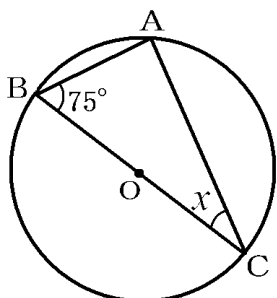
<Point> 直径の円周角は  $90^\circ$



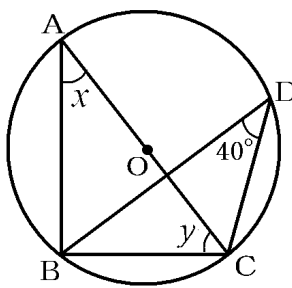
[問題](後期期末)

次の図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$  の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $\angle x =$	(2) $\angle x =$	$\angle y =$
------------------	------------------	--------------

[解答](1)  $\angle x = 15^\circ$     (2)  $\angle x = 40^\circ$      $\angle y = 50^\circ$

[解説]

(1) 直径の円周角は  $90^\circ$  なので、 $\angle A=90^\circ$

$\triangle ABC$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle x + 75^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \quad \angle x + 165^\circ = 180^\circ$$

よって、 $\angle x = 15^\circ$

(2) 円周角の定理を使って、図のように  $40^\circ$  の角を移すと、

$$\angle x = 40^\circ$$

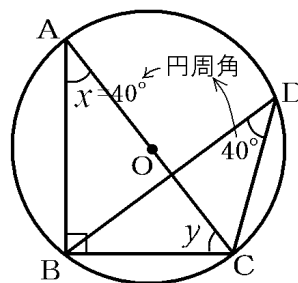
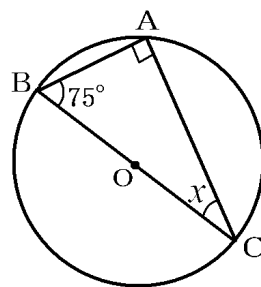
直径の円周角は  $90^\circ$  なので、 $\angle ABC=90^\circ$

$\triangle ABC$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle x + \angle y + 90^\circ = 180^\circ$$

$$40^\circ + \angle y + 90^\circ = 180^\circ$$

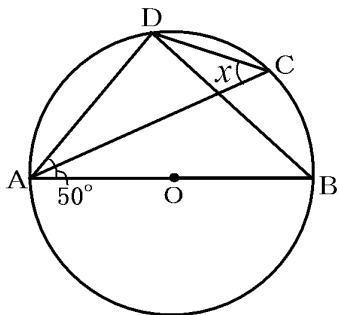
よって、 $\angle y = 50^\circ$





[問題](後期中間)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

[解答]  $\angle x = 40^\circ$

[解説]

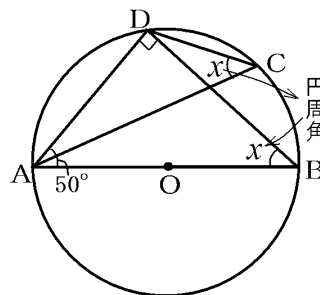
円周角の定理を使って、図のように $x$ の角を移す。

直径の円周角は直角なので、 $\angle ADB = 90^\circ$

$\triangle ABD$ で、三角形の内角の和は $180^\circ$ なので、

$$\angle x + 50^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \quad \angle x + 140^\circ = 180^\circ$$

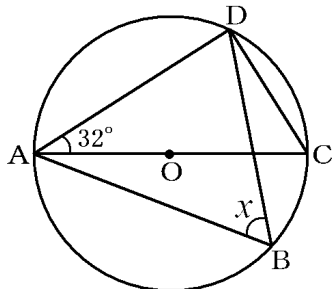
よって、 $\angle x = 40^\circ$



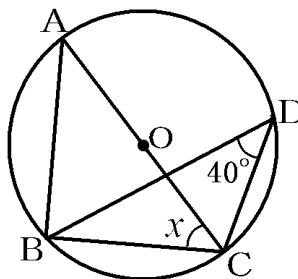
[問題](3学期)

次の図の $\angle x$ の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)  $\angle x =$                       (2)  $\angle x =$

[解答](1)  $\angle x = 58^\circ$     (2)  $\angle x = 50^\circ$

[解説]

(1) 円周角の定理を使って、図のように  $x$  の角を移す。

直径の円周角は  $90^\circ$  なので、 $\angle ADC = 90^\circ$

$\triangle ACD$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle x + 32^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \quad \angle x + 122^\circ = 180^\circ$$

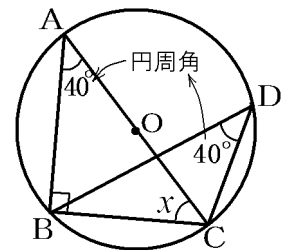
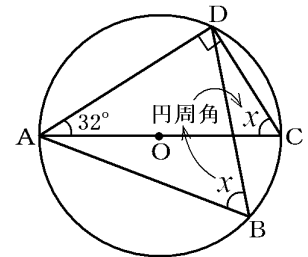
よって、 $\angle x = 58^\circ$

(2) 円周角の定理を使って、図のように  $40^\circ$  の角を移す。

直径の円周角は  $90^\circ$  なので、 $\angle ABC = 90^\circ$

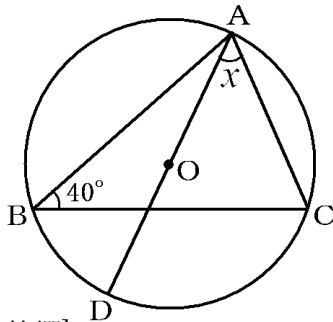
$\triangle ABC$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle x + 40^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \quad \angle x + 130^\circ = 180^\circ, \quad \angle x = 50^\circ$$



[問題](3 学期)

次の図の  $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

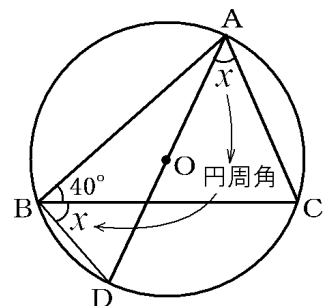
[解答]  $\angle x = 50^\circ$

[解説]

図の中に直径が示されていたら、直径の円周角は  $90^\circ$  を使うことを考える。そこで、BD をむすぶと、 $\angle ABD = 90^\circ$  である。

円周角の定理を使って、図のように  $x$  の角を移すと、

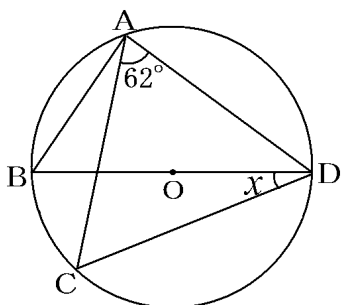
$$\angle x + 40^\circ = 90^\circ, \quad \text{よって、} \angle x = 50^\circ$$



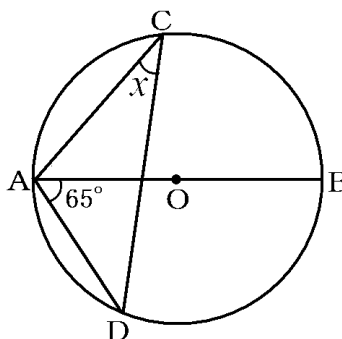
[問題](2 学期期末)

次の図の  $\angle x$  の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $\angle x =$	(2) $\angle x =$
------------------	------------------

[解答](1)  $\angle x = 28^\circ$     (2)  $\angle x = 25^\circ$

[解説]

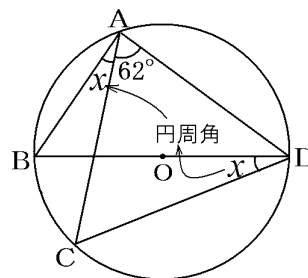
(1) 円周角の定理を使って、図のように  $x$  の角を移す。

直径の円周角は  $90^\circ$  なので、

$$\angle BAD = 90^\circ$$

$$\text{よって、} \angle x + 62^\circ = 90^\circ$$

$$\text{したがって、} \angle x = 28^\circ$$



(2) 図の中に直径が示されていたら、直径の円周角は  $90^\circ$

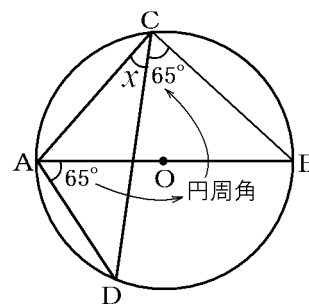
を使うことを考える。そこで、BC をむすぶと、

$$\angle ACB = 90^\circ \text{ である。}$$

円周角の定理を使って、図のように  $65^\circ$  を移すと、

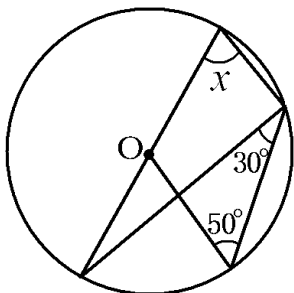
$$\angle x + 65^\circ = 90^\circ$$

$$\text{よって、} \angle x = 25^\circ$$



[問題](3 学期)

次の図の  $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

[解答]  $\angle x = 70^\circ$

[解説]

$\triangle ABD$  で、 $AB$  は直径である。直径の円周角は直角なので、  
 $\angle ADB = 90^\circ$

$\angle ABD$  の大きさがわかれば  $x$  を求めることができる。そこで、 $\triangle OBE$  に注目する。

$\angle BOC$  は弧  $BC$  の中心角である。 $\angle BDC (= 30^\circ)$  は弧  $BC$  の円周角なので、  
 $\angle BOC = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$

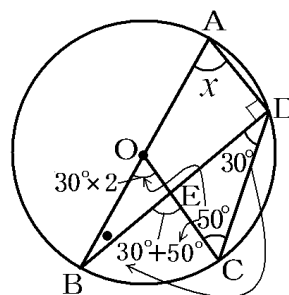
$\triangle CDE$  で、外角  $BEC$  は 2 つの内角の和に等しいので、  
 $\angle BEC = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$

$\triangle OBE$  で、外角  $BEC$  は 2 つの内角の和に等しいので、 $\angle BEC = \angle OBE + \angle BOE$   
 よって、 $80^\circ = \angle OBE + 60^\circ$

ゆえに、 $\angle OBE = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$

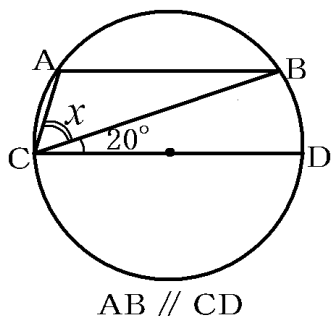
$\triangle ABD$  で、 $x + \angle ADB + \angle ABD = 180^\circ$

$x + 90^\circ + 20^\circ = 180^\circ$  ,  $x = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$



[問題](3 学期)

次の図の  $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

[解答]  $\angle x = 50^\circ$

[解説]

右図のように AD を結ぶ。

$AB \parallel CD$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ABC = \angle BCD = 20^\circ$$

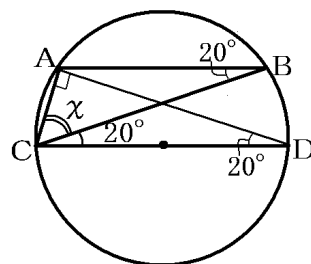
円周角の定理より、 $\angle ADC = \angle ABC = 20^\circ$

直径の円周角は  $90^\circ$  なので、 $\angle CAD = 90^\circ$

$\triangle ACD$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle ACD + \angle CDA + \angle CAD = 180^\circ$$

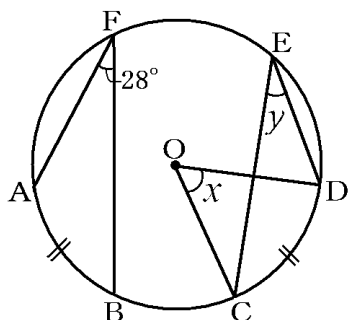
$$\text{よって、} x + 20^\circ + 20^\circ + 90^\circ = 180^\circ, x + 130^\circ = 180^\circ, x = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$



【】 弧と円周角・中心角

[問題](2 学期期末)

次の図で、弧  $AB =$  弧  $CD$  である。このとき、 $\angle x$ 、 $\angle y$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$	$\angle y =$
--------------	--------------

[解答]  $\angle x = 56^\circ$      $\angle y = 28^\circ$

[解説]

右図で、 $\angle AFB$  は弧  $AB$  に対する円周角で、

$\angle AOB$  は弧  $AB$  に対する中心角であるので、

$$\angle AOB = \angle AFB \times 2 = 28^\circ \times 2 = 56^\circ$$

次に、弧  $AB =$  弧  $CD$  なので、

$$\angle COD = \angle AOB = 56^\circ$$

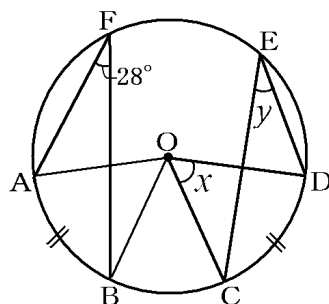
よって、 $\angle x = 56^\circ$

また、 $\angle CED$  は弧  $CD$  に対する円周角で、

$\angle COD$  は弧  $CD$  に対する中心角であるので、

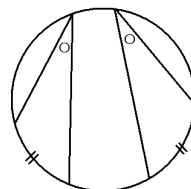
$$\angle y = \angle CED = \angle COD \div 2 = 56^\circ \div 2 = 28^\circ$$

一般に、1 つの円で、長さが等しい弧に対する中心角の大きさは等しいので、1 つの円で、等しい弧に対する円周角の大きさは等しくなる。



<Point>

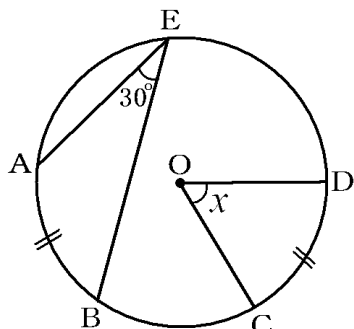
- 1 つの円で、等しい弧に対する中心角の大きさは等しい
- 1 つの円で、等しい弧に対する円周角の大きさは等しい



[問題](後期期末)

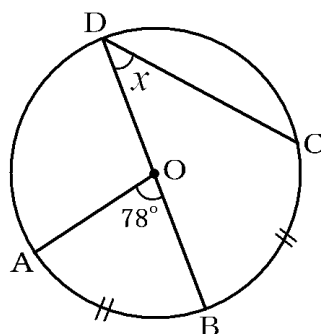
次のそれぞれの図で、 $\angle x$ 、 $\angle y$ の大きさを求めよ。

(1)



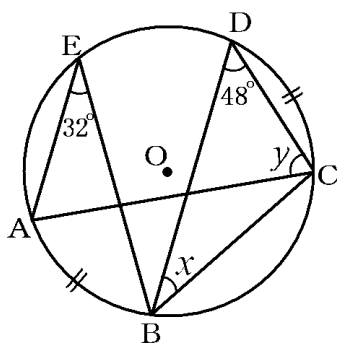
弧 $AB$  = 弧 $CD$

(2)



弧 $AB$  = 弧 $BC$

(3)



弧 $AB$  = 弧 $CD$

[解答欄]

(1) $\angle x =$	(2) $\angle x =$	(3) $\angle x =$
$\angle y =$		

[解答](1)  $\angle x = 60^\circ$  (2)  $\angle x = 39^\circ$  (3)  $\angle x = 32^\circ$   $\angle y = 68^\circ$

[解説]

(1)  $\angle AOB = \angle AEB \times 2 = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$

$\angle x = \angle COD = \angle AOB = 60^\circ$

(2)  $\angle BOC = \angle AOB = 78^\circ$

$\angle x = \angle BDC = \angle BOC \div 2 = 78^\circ \div 2 = 39^\circ$

(3) 弧 $CD$  = 弧 $AB$  なので、 $\angle x = \angle CBD = \angle AEB = 32^\circ$

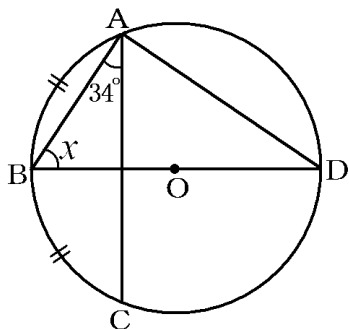
また、 $\angle ACB = \angle AEB = 32^\circ$

$\triangle BCD$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、 $\angle x + \angle ACB + \angle y + \angle BDC = 180^\circ$

$32^\circ + 32^\circ + \angle y + 48^\circ = 180^\circ$  ,  $\angle y = 68^\circ$

[問題](3学期)

次の図で、弧  $AB =$  弧  $BC$  である。このとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

[解答]  $\angle x = 56^\circ$

[解説]

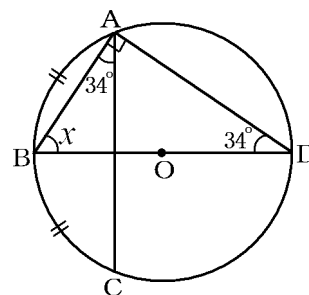
弧  $AB =$  弧  $BC$  なので、

$$\angle ADB = \angle BAC = 34^\circ$$

$\triangle ABD$  で、 $BD$  は直径なので、 $\angle BAD = 90^\circ$

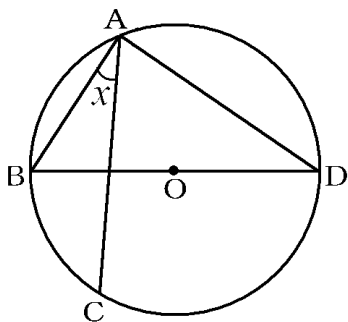
$\triangle ABD$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle x + 90^\circ + 34^\circ = 180^\circ, \angle x = 56^\circ$$



[問題](後期期末)

次の図で、弧  $BC : 弧 CD = 1 : 2$  のとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

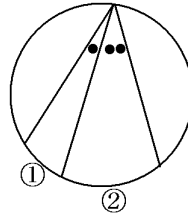


[解答]  $\angle x = 30^\circ$

[解説]

<Point>

同じ円上では、弧の長さの比と  
それぞれの弧に対応する円周角の比は等しい



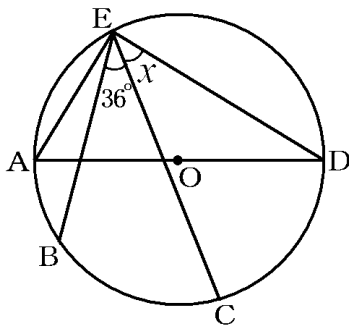
弧 BC : 弧 CD = 1 : 2 より、 $\angle BAC : \angle CAD = 1 : 2$

ところで、BD は直径なので、 $\angle BAD = 90^\circ$

よって、 $\angle BAC = \angle BAD \times \frac{1}{3} = 90^\circ \times \frac{1}{3} = 30^\circ$

[問題](2 学期期末)

次の図で、弧 AB : 弧 CD = 1 : 2 のとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

[解答]  $\angle x = 36^\circ$

[解説]

弧 AB : 弧 CD = 1 : 2 なので、 $\angle AEB : \angle CED = 1 : 2$

よって、 $\angle AEB = \frac{1}{2} \angle CED = \frac{1}{2} \angle x$

AD は直径なので、 $\angle AED = 90^\circ$

よって、 $\angle AEB + \angle BEC + \angle CED = 90^\circ$

$$\frac{1}{2} \angle x + 36^\circ + \angle x = 90^\circ$$

$$\frac{3}{2} \angle x = 54^\circ, \quad \angle x = 54^\circ \div \frac{3}{2} = 54^\circ \times \frac{2}{3} = 36^\circ$$

[問題](後期期末)

右の図で、4点A, B, C, Dと点Pは、円Oの円周上の点で、

弧ABは円周の $\frac{1}{12}$ 、 $\angle BOC = 45^\circ$ 、 $\angle CPD = 10^\circ$ である。

このとき、弧AB : 弧BC : 弧CDを最も簡単な整数の比で表せ。

[解答欄]

[解答]6 : 9 : 4

[解説]

同じ円周上の弧の長さは、中心角の大きさに比例する。

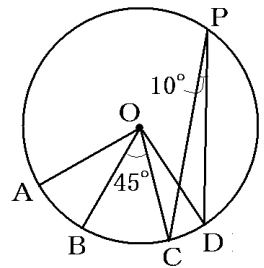
そこで、弧AB, 弧BC, 弧CDの中心角をそれぞれ求める。

弧ABは円周の $\frac{1}{12}$ なので、 $\angle AOB = 360^\circ \times \frac{1}{12} = 30^\circ$

$\angle COD = \angle CPD \times 2 = 10^\circ \times 2 = 20^\circ$

よって、3つの中心角の比は、 $30 : 45 : 20 = 6 : 9 : 4$

したがって、弧AB : 弧BC : 弧CD = 6 : 9 : 4



[問題](1学期中間)

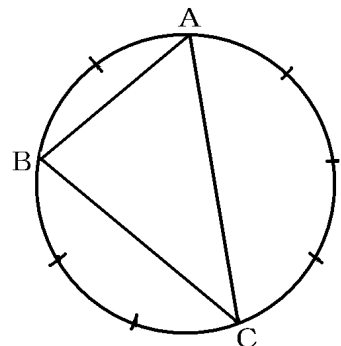
右の図で、3点A, B, Cは円周上にあり、

弧AB : 弧BC : 弧CA = 2 : 3 : 4である。

$\triangle ABC$ の3つの内角の大きさをそれぞれ求めよ。

[解答欄]

[解答] $\angle A = 60^\circ$ 、 $\angle B = 80^\circ$ 、 $\angle C = 40^\circ$



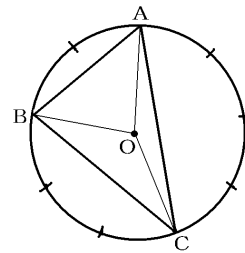
[解説]

円の中心を  $O$  とすると、

$$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{3}{9} = 120^\circ, \quad \angle A = 60^\circ \quad (\text{円周角は中心角の} \frac{1}{2})$$

$$\angle AOC = 360^\circ \times \frac{4}{9} = 160^\circ, \quad \angle B = 80^\circ \quad (\text{円周角は中心角の} \frac{1}{2})$$

$$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{2}{9} = 80^\circ, \quad \angle C = 40^\circ \quad (\text{円周角は中心角の} \frac{1}{2})$$



(別解)

同じ円上では弧の長さの比と円周角の比は等しくなるので、

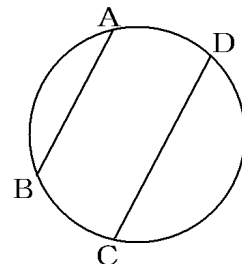
$$\angle A : \angle B : \angle C = \text{弧 BC} : \text{弧 CA} : \text{弧 AB} = 3 : 4 : 2$$

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$  なので、

$$\angle A = 60^\circ \quad \angle B = 80^\circ \quad \angle C = 40^\circ$$

[問題](後期期末)

4点  $A, B, C, D$  は1つの円周上の点である。 $AB, CD$  を結んだとき、 $AB \parallel CD$  であるとき、弧  $BC =$  弧  $AD$  であることを説明せよ。このとき、図の中に補助線を1本引け。



[解答欄]

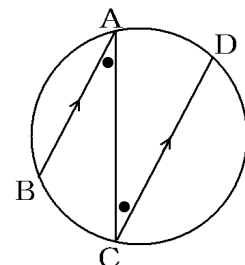
[解答]

2点  $A, C$  を結ぶ。

$AB \parallel CD$  なので、 $\angle BAC = \angle DCA$

等しい円周角に対する弧の長さは等しいので、

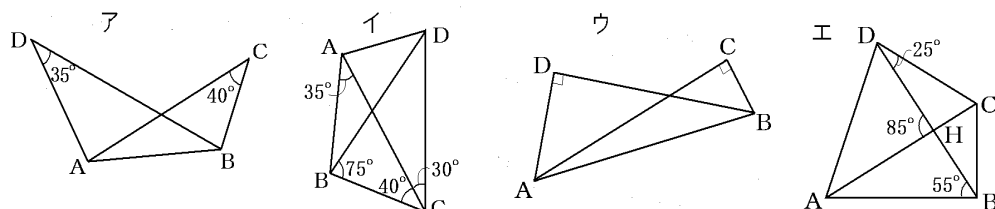
弧  $BC =$  弧  $AD$



【】 円周角定理の逆

[問題](3 学期)

次の図のア～エのうち、4 点 A, B, C, D が同じ円周上にあるのはどれか。



[解答欄]

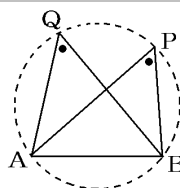
[解答]イ, ウ

[解説]

<Point> 円周角定理の逆

$\angle APB = \angle AQB$  ならば,

4 点 A, B, P, Q は 1 つの円周上にある。



アは  $\angle ADB$  と  $\angle ACB$  が等しくないので 4 点 A, B, C, D は同じ円周上にはない。

イでは,  $\angle ABD$  を求めて  $\angle ACD$  と比較する。

$\triangle ABC$  において, 三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので,

$$35^\circ + 40^\circ + 75^\circ + \angle ABD = 180^\circ$$

$$\text{よって, } \angle ABD = 180^\circ - (35^\circ + 40^\circ + 75^\circ) = 30^\circ$$

したがって,  $\angle ABD = \angle ACD$  となり, 4 点 A, B, C, D は同じ円周上にあることがわかる。

ウでは,  $\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$  なので, 4 点 A, B, C, D は同じ円周上にある。

エでは,  $\angle ACD (= \angle HCD)$  を求めて  $\angle ABD$  と比較する。

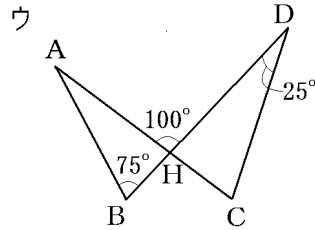
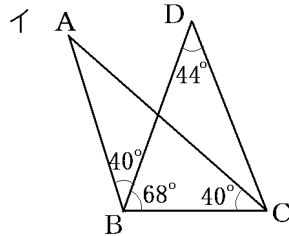
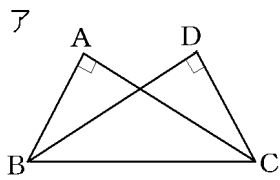
$\triangle CDH$  において, 2 つの内角の和は他の外角に等しいので,  $\angle HCD + 25^\circ = 85^\circ$ ,

$$\text{よって, } \angle HCD = 85^\circ - 25^\circ = 60^\circ$$

したがって,  $\angle ACD (= \angle HCD)$  と  $\angle ABD$  は等しくないので, 4 点 A, B, C, D は同じ円周上にはない。

[問題](2 学期期末)

次の図のア～ウのうち、4点 A, B, C, D が同じ円周上にあるものをすべて選べ。



[解答欄]

[解答]ア, ウ

[解説]

アでは、 $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$ で、円周角が等しいので、4点 A, B, C, D は同じ円周上にある。

イでは、 $\angle BAC$  を求めて  $\angle BDC$  と比較する。

$\triangle ABC$  において、三角形の内角の和は  $180^\circ$ なので、

$$\angle BAC + 40^\circ + 68^\circ + 40^\circ = 180^\circ, \quad \angle BAC = 180^\circ - (40^\circ + 68^\circ + 40^\circ) = 32^\circ$$

したがって、 $\angle BAC$  は  $\angle BDC$  と等しくないので、4点 A, B, C, D は同じ円周上にはない。

ウでは、 $\angle BAC$  を求めて  $\angle BDC$  と比較する。

$\triangle ABH$  において、2つの内角の和は他の外角に等しいので、

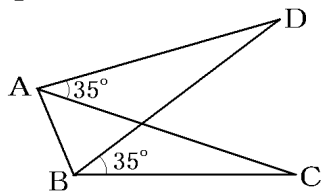
$$\angle BAC + 75^\circ = 100^\circ, \quad \angle BAC = 100^\circ - 75^\circ = 25^\circ$$

したがって、 $\angle BAC = \angle BDC$  で、円周角が等しいので、4点 A, B, C, D は同じ円周上にある。

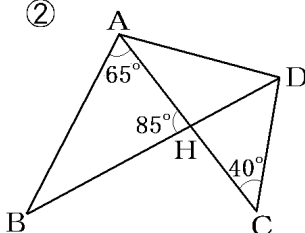
[問題](3学期)

次の図で4点A, B, C, Dが1つの円周上にあるものには○, 1つの円周上にないものには×を書け。

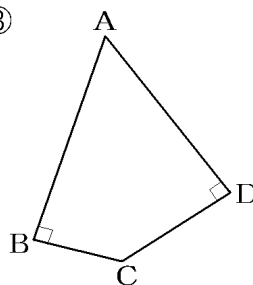
①



②



③



[解答欄]

①	②	③
---	---	---

[解答]① ○ ② × ③ ○

[解説]

①  $\angle CAD = \angle CBD$  で、円周角が等しいので、4点A, B, C, Dは同じ円周上にある。

②  $\angle BDC$  を求めて $\angle BAC$  と比較する。

$\triangle CDH$  で、2つの内角の和は他の外角に等しいので、

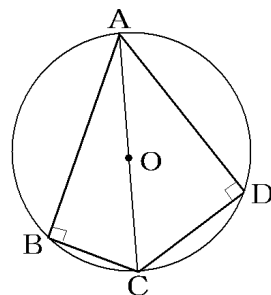
$$\angle BDC + 40^\circ = 85^\circ, \quad \angle BDC = 85^\circ - 40^\circ = 45^\circ$$

したがって、 $\angle BDC$  は $\angle BAC$  と等しくないので、4点A, B, C, Dは同じ円周上にない。

③ 直径の円周角は $90^\circ$ で、 $\angle ABC = 90^\circ$ なので、

右図のように、点BはACを直径とする円O上にある。

同様に、 $\angle ADC = 90^\circ$ なので、点DもACを直径とする円O上にある。したがって、4点A, B, C, Dは同じ円周上にある。



[問題](後期中間)

次の四角形のうち、4つの頂点が必ず1つの円の円周上にあるものをすべて選べ。

[ 長方形 正方形 平行四辺形 ひし形 ]

[解答欄]

[解答]長方形, 正方形

[解説]

長方形は 1 つの円の円周上にある。図 1 で、 $\angle BAD = 90^\circ$  なので、 $\triangle ABD$  は  $BD$  を直径とする円  $O$  に内接する。また、 $\triangle BCD$  も同様に

図1

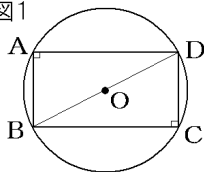


図2

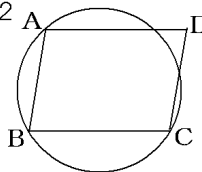
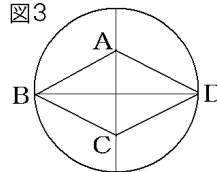


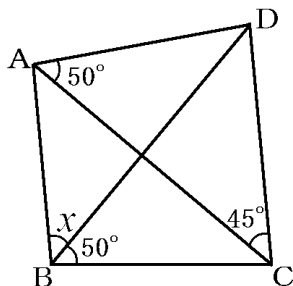
図3



円  $O$  に内接する。したがって、長方形  $ABCD$  は円に内接する。同様にして、正方形も円に内接する。平行四辺形やひし形は、一般に、図 2, 図 3 のように円に内接しない。

[問題](3 学期)

次の図の  $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

[解答]  $\angle x = 45^\circ$

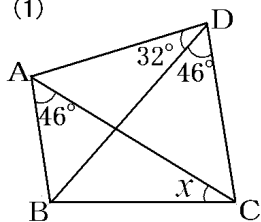
[解説]

$\angle DAC = \angle DBC$  なので、4 点  $A, B, C, D$  は 1 つの円周上にある。よって、 $\angle x = \angle ACD = 45^\circ$

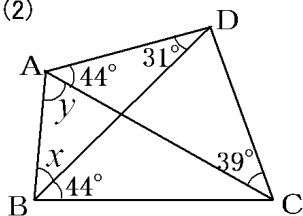
[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\angle x, \angle y$  の大きさを求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $x =$	(2) $x =$	$y =$
-----------	-----------	-------

[解答](1)  $x = 32^\circ$  (2)  $x = 39^\circ$ ,  $y = 66^\circ$

[解説]

(1)  $\angle BAC = 64^\circ$ ,  $\angle BDC = 64^\circ$ なので,  $\angle BAC = \angle BDC$

よって, A, B, C, D は同一円周上にある。したがって,  $\angle x = \angle ADB = 32^\circ$

(2)  $\angle DAC = 44^\circ$ ,  $\angle DBC = 44^\circ$ なので,  $\angle DAC = \angle DBC$

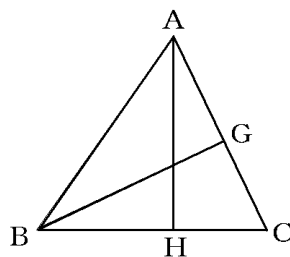
よって, A, B, C, D は同一円周上にある。したがって,  $\angle x = \angle ACD = 39^\circ$

$\triangle ABD$  で, 内角の和は  $180^\circ$ なので,  $\angle x + 31^\circ + 44^\circ + \angle y = 180^\circ$

$\angle y = 180^\circ - \angle x - 31^\circ - 44^\circ = 180^\circ - 39^\circ - 31^\circ - 44^\circ = 66^\circ$

[問題](補充問題)

次の図の $\triangle ABC$ で, 頂点 A から BC への垂線を AH, 頂点 B から AC への垂線を BG とする。このとき, A, B, H, G は同一円周上にあることを証明せよ。



[解答欄]

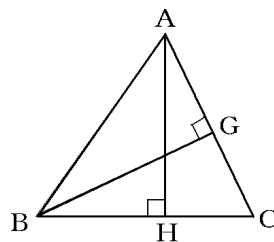
[解答]

仮定より,  $\angle AHB = 90^\circ$ ,  $\angle AGB = 90^\circ$ なので,

$\angle AHB = \angle AGB$

したがって, 円周角の定理の逆より,

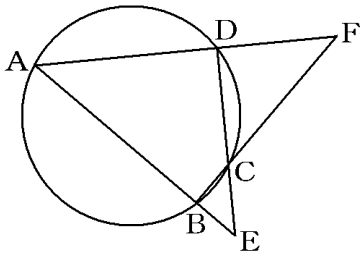
A, B, H, G は同一円周上にある。





[問題](補充問題)

次の図で、 $\angle ABC=90^\circ$  であるとき、 $B, E, F, D$  が同一円周上にあることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

仮定より、 $\angle ABC=90^\circ$ なので、 $\angle ABC$  は直径の円周角になり、 $AC$  は円の中心を通る。

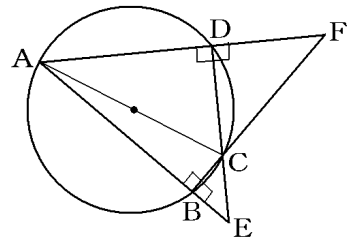
したがって、 $\angle ADC=90^\circ$ になる。

よって、 $\angle EDF=90^\circ$

また、 $\angle EBF=90^\circ$ なので、 $\angle EBF=\angle EDF$

したがって、円周角の定理の逆より、

$B, E, F, D$  は同一円周上にある。

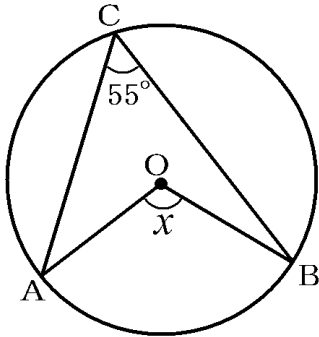


【】 全般

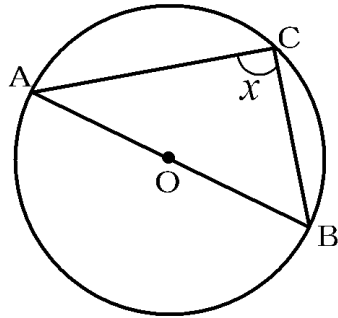
[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

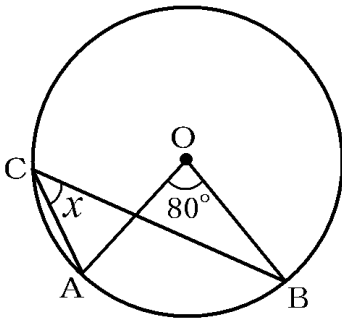
(1)



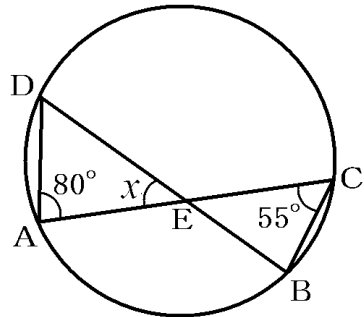
(2)



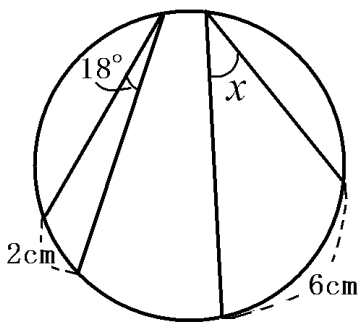
(3)



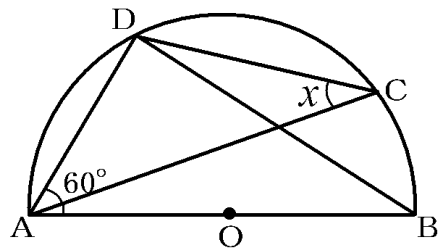
(4)



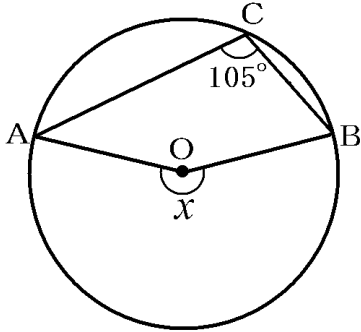
(5)



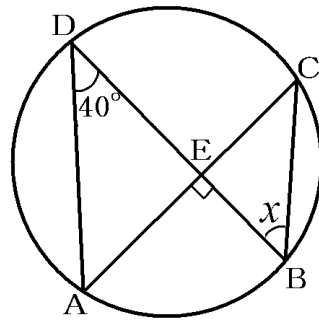
(6)



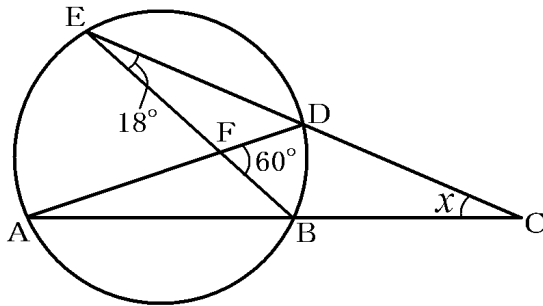
(7)



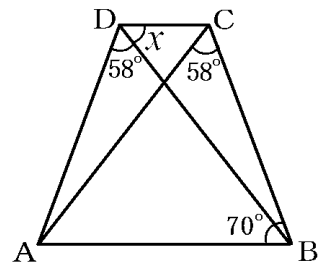
(8)



(9)



(10)



[解答欄]

(1) $\angle x =$	(2) $\angle x =$	(3) $\angle x =$
(4) $\angle x =$	(5) $\angle x =$	(6) $\angle x =$
(7) $\angle x =$	(8) $\angle x =$	(9) $\angle x =$
(10) $\angle x =$		

[解答](1)  $\angle x = 110^\circ$  (2)  $\angle x = 90^\circ$  (3)  $\angle x = 40^\circ$  (4)  $\angle x = 45^\circ$ (5)  $\angle x = 54^\circ$  (6)  $\angle x = 30^\circ$  (7)  $\angle x = 210^\circ$  (8)  $\angle x = 50^\circ$  (9)  $\angle x = 24^\circ$ (10)  $\angle x = 52^\circ$ 

[解説]

(1) 1つの弧(AB)に対する中心角は円周角の2倍であるので、

$$\angle x = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$$

$$(2) \angle x = \angle AOB \div 2 = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$$

(直径の円周角は  $90^\circ$  )

(3)  $\angle AOB$  が弧  $AB$  の中心角,  $\angle ACB$  が弧  $AB$  の円周角  
 よって,  $\angle x = 80^\circ \div 2 = 40^\circ$

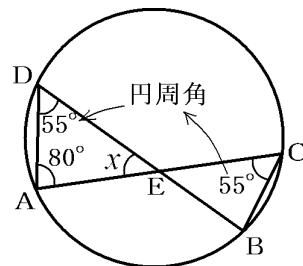
(4) 円周角の定理を使って, 右図のように  $55^\circ$  の角を移す。

$\triangle ADE$  で, 三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので,

$$\angle x + 80^\circ + \angle ADE = 180^\circ$$

$$\angle x + 80^\circ + 55^\circ = 180^\circ$$

$$\text{よって, } \angle x = 180^\circ - 80^\circ - 55^\circ = 45^\circ$$

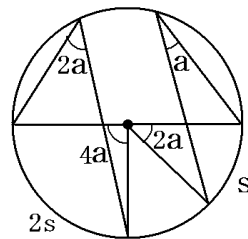


(5) 1つの円で, 弧の長さが2倍のとき, 中心角は2倍になり,  
 円周角も2倍になる。(右図参照)

→同じ円では弧の長さと同周角は比例する。

弧の長さの比が,  $2 : 6 = 1 : 3$  なので, 円周角の比も  $1 : 3$  になる  
 ので,  $18 : \angle x = 1 : 3$

$$\text{内項の積は外項の積に等しいので, } \angle x = 18 \times 3 = 54^\circ$$



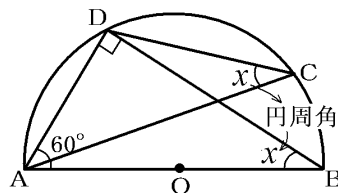
(6) 円周角の定理を使って, 図のように  $x$  の角を移す。

直径の円周角は  $90^\circ$  なので,  $\angle ADB = 90^\circ$

$\triangle ABD$  で, 三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので,

$$\angle x + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ, \quad \angle x + 150^\circ = 180^\circ$$

$$\text{よって, } \angle x = 30^\circ$$



\*図の中に直径が表示されていたら, 直径の円周角は  $90^\circ$  の性質を使うことが多い。

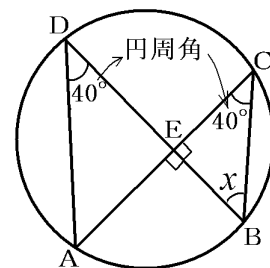
(7)  $\angle AOB = \angle x$  は弧  $AB$  の中心角,  $\angle ACB$  は弧  $AB$  の円周角  
 なので,  $\angle x = 105^\circ \times 2 = 210^\circ$

(8) 円周角の定理を使って, 図のように  $40^\circ$  の角を移す。

$\triangle BCE$  で, 三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので,

$$\angle x + 90^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\angle x + 130^\circ = 180^\circ, \quad \angle x = 50^\circ$$



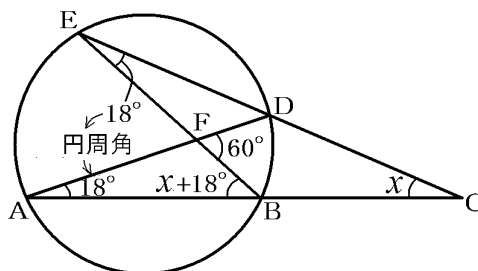
(9) 円周角の定理を使って, 図のように  $18^\circ$   
 の角を移す。

三角形の外角は, それととなり合わない2つ  
 の内角の和に等しいので,

$$\triangle BCE \text{ で, } \angle ABE = \angle x + 18^\circ$$

$$\text{また, } \triangle ABF \text{ で, } (\angle x + 18^\circ) + 18^\circ = 60^\circ$$

$$\angle x + 36^\circ = 60^\circ \quad \text{よって, } \angle x = 24^\circ$$



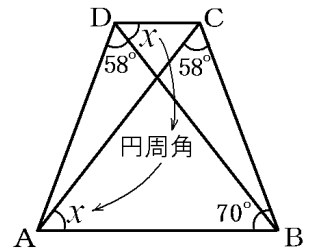
(10)  $\angle ADB = \angle ACB$  なので、4点 A, B, C, D は同一円周上にある。

また、円周角の定理を使って、右図のように  $\angle x$  を移す。

$\triangle ABC$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle x + 58^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

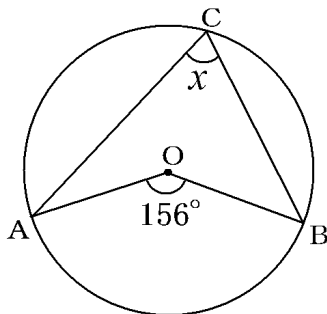
$$\angle x = 180^\circ - (58^\circ + 70^\circ), \angle x = 52^\circ$$



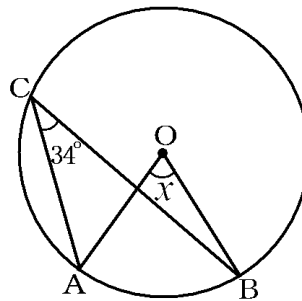
[問題](後期中間)

次の図で、 $\angle x$ ,  $\angle y$  の大きさを求めよ。

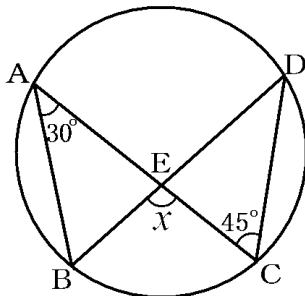
(1)



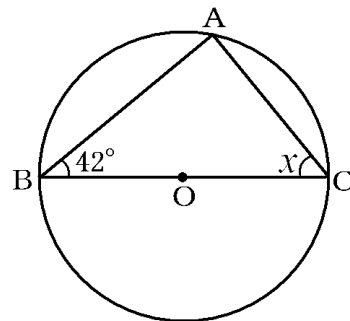
(2)



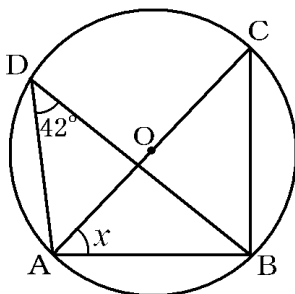
(3)



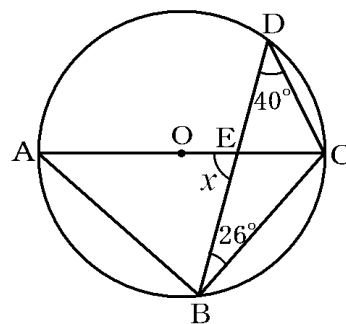
(4)



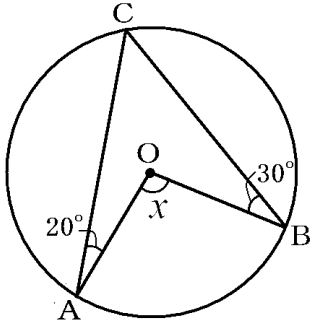
(5)



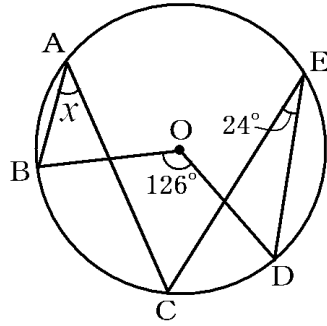
(6)



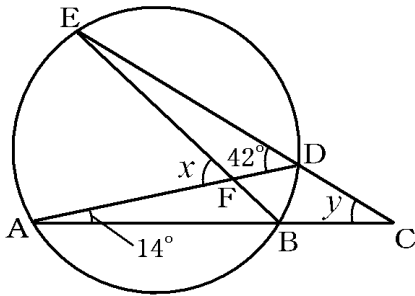
(7)



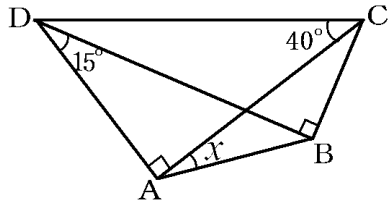
(8)



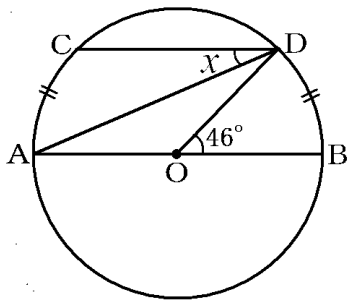
(9)



(10)



(11)



弧CA = 弧DB

[解答欄]

(1) $\angle x =$	(2) $\angle x =$	(3) $\angle x =$
(4) $\angle x =$	(5) $\angle x =$	(6) $\angle x =$
(7) $\angle x =$	(8) $\angle x =$	(9) $\angle x =$
$\angle y =$	(10) $\angle x =$	(11) $\angle x =$

- [解答](1)  $\angle x = 78^\circ$     (2)  $\angle x = 68^\circ$     (3)  $\angle x = 75^\circ$     (4)  $\angle x = 48^\circ$     (5)  $\angle x = 48^\circ$   
 (6)  $\angle x = 76^\circ$     (7)  $\angle x = 100^\circ$     (8)  $\angle x = 39^\circ$     (9)  $\angle x = 56^\circ$      $\angle y = 28^\circ$   
 (10)  $\angle x = 35^\circ$     (11)  $\angle x = 23^\circ$

[解説]

(1)  $\angle x = \angle AOB \div 2 = 156^\circ \div 2 = 78^\circ$

(2)  $\angle x = \angle ACB \times 2 = 34^\circ \times 2 = 68^\circ$

(3) 円周角の定理を使って、右図のように  $30^\circ$  の角を移す。 $\triangle CDE$  で、三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいので、

$$\angle x = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$$

(4) 直径  $BC$  の円周角は  $90^\circ$  なので、 $\angle BAC = 90^\circ$

$\triangle ABC$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$90^\circ + 42^\circ + \angle x = 180^\circ, \quad 132^\circ + \angle x = 180^\circ$$

よって、 $\angle x = 48^\circ$

(5) 直径  $AC$  の円周角は  $90^\circ$  なので、 $\angle ABC = 90^\circ$

円周角の定理より、 $\angle ACB = \angle ADB = 42^\circ$

$\triangle ABC$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle x + 90^\circ + 42^\circ = 180^\circ, \quad \angle x + 132^\circ = 180^\circ$$

よって、 $\angle x = 48^\circ$

(6) 円周角の定理を使って、右図のように  $40^\circ$  の角を移す。

直径  $AC$  の円周角は  $90^\circ$  なので、 $\angle ABC = 90^\circ$

よって、 $\angle ABE = 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ$

$\triangle ABE$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$40^\circ + 64^\circ + \angle x = 180^\circ, \quad 104^\circ + \angle x = 180^\circ$$

よって、 $\angle x = 76^\circ$

(7) 右図で、 $\triangle OAC$  は  $OA = OC$  (半径) の二等辺三角形なので、

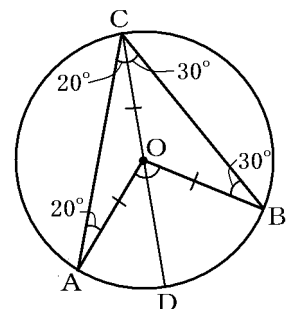
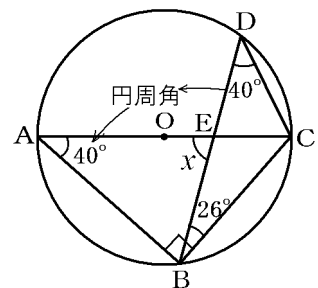
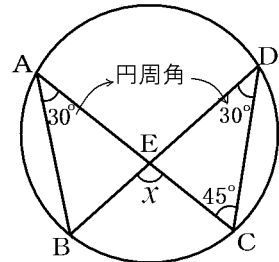
$$\angle ACO = \angle CAO = 20^\circ$$

$\triangle OAC$  で、三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいので、

$$\angle AOD = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

$\triangle OBC$  についても同様にして、 $\angle BOD = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

よって、 $\angle x = \angle AOB = \angle AOD + \angle BOD = 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ$



(8) 右図のように、OC をむすぶ。

弧 BC について、 $\angle BAC = \angle x$  は円周角で、

$\angle BOC$  は中心角なので、 $\angle BOC = 2\angle x$

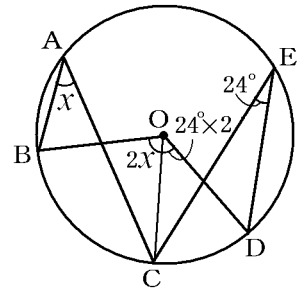
弧 CD について、 $\angle CED = 24^\circ$  は円周角で、

$\angle COD$  は中心角なので、 $\angle COD = 24^\circ \times 2 = 48^\circ$

$\angle BOD = 126^\circ$  なので、

$$2\angle x + 48^\circ = 126^\circ, \quad 2\angle x = 78^\circ$$

よって、 $\angle x = 39^\circ$



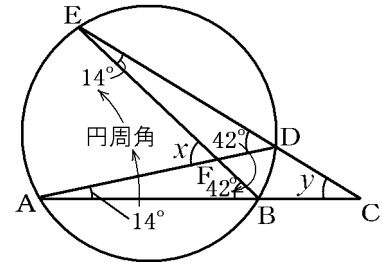
(9) 円周角の定理を使って、右図のように  $14^\circ$  の角と  $42^\circ$  の角をそれぞれ移す。

$\triangle DEF$  で、三角形の外角は、それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので、

$$\angle x = 14^\circ + 42^\circ = 56^\circ$$

$\triangle BCE$  で、三角形の外角は、それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので、

$$\angle y + 14^\circ = 42^\circ, \quad \angle y = 28^\circ$$



(10)  $\angle DAC = \angle DBC = 90^\circ$  なので、4 点 A, B, C, D は同一円周上にある。

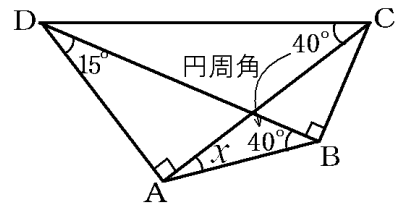
円周角の定理を使って、右図のように  $40^\circ$  の角を移す。

$\triangle ABD$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$90^\circ + \angle x + 40^\circ + 15^\circ = 180^\circ$$

$$145^\circ + \angle x = 180^\circ$$

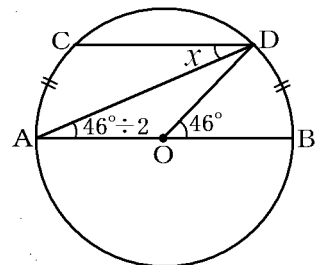
よって、 $\angle x = 35^\circ$



(11) 1 つの円で、等しい弧に対する円周角の大きさは等しい。弧 CA = 弧 DB なので、 $\angle x = \angle BAD$

$\angle BAD = 46^\circ \div 2 = 23^\circ$  なので、

$$\angle x = 23^\circ$$





【】 円と相似

[問題](3 学期)

右の図のように円  $O$  の周上に 4 点  $A, B, C, D$  があり、  
 $AC$  と  $BD$  との交点を  $E$  とする。

このとき、 $\triangle AEB \sim \triangle DEC$  であることを次のように証明した。( ) をうめよ。

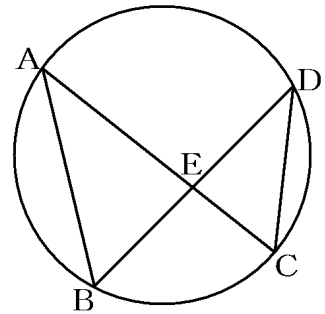
[証明]

$\triangle AEB$  と  $\triangle DEC$  で、

同じ弧に対する( ア ) は等しいので、 $\angle BAE = \angle$   
 ( イ )

また、対頂角は等しいので、 $\angle AEB = \angle$  ( ウ )

( エ ) がそれぞれ等しいので、 $\triangle AEB \sim \triangle DEC$



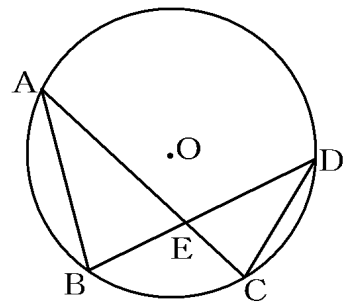
[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

[解答]ア 円周角 イ  $\angle CDE$  ウ  $\angle DEC$  エ 2 組の角

[問題](3 学期)

右の図のように円周上に 4 点  $A, B, C, D$  があり、 $AC$   
 と  $BD$  との交点を  $E$  とする。このとき、 $\triangle AEB \sim \triangle DEC$   
 であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

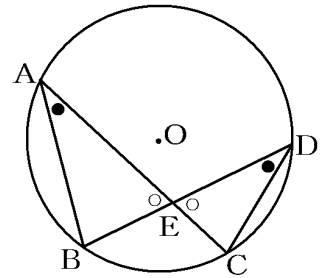
$\triangle AEB$  と  $\triangle DEC$  において、

同じ弧  $BC$  の円周角は等しいので、 $\angle BAE = \angle CDE \cdots \textcircled{1}$

対頂角は等しいので、 $\angle AEB = \angle DEC \cdots \textcircled{2}$

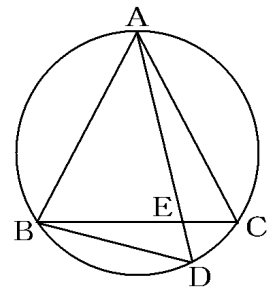
$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より 2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle AEB \sim \triangle DEC$



[問題](2学期期末)

右の図において、 $\triangle ABC$  は  $AB = AC$  の二等辺三角形である。このとき、 $\triangle ABE \sim \triangle ADB$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle ADB$  において、

$\angle BAE$  は共通  $\cdots \textcircled{1}$

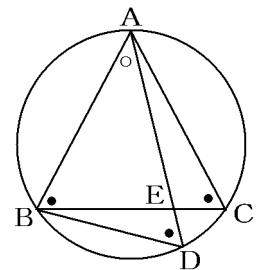
二等辺三角形の底角は等しいので、 $\angle ABE = \angle ACB$

同じ弧に対する円周角は等しいので、 $\angle ACB = \angle ADB$

よって、 $\angle ABE = \angle ADB \cdots \textcircled{2}$

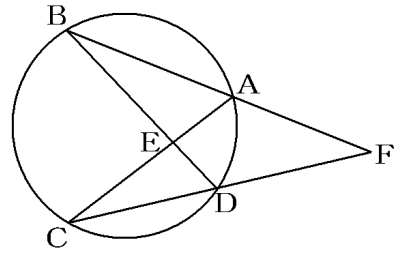
$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より 2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABE \sim \triangle ADB$



[問題](2学期中間)

図のように円周上に4点A, B, C, DがありACとBDの交点をE, BAとCDをそれぞれ延長したときの交点をFとする。このとき  $FD : FA = FB : FC$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BDF$  と  $\triangle CAF$  において,

$\angle F$  は共通・・・①

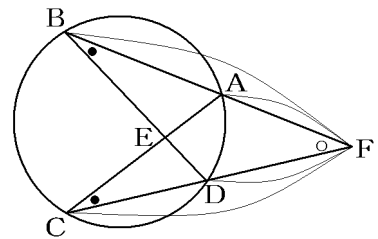
同じ弧に対する円周角は等しいので,

$\angle DBF = \angle ACF$ ・・・②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので,

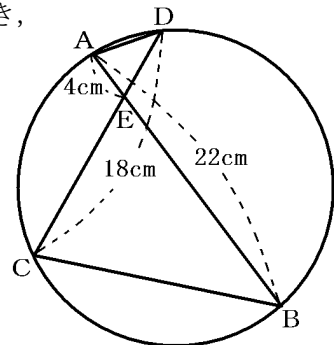
$\triangle BDF \sim \triangle CAF$

相似な三角形の対応する辺の比は等しいので,  $FD : FA = FB : FC$



[問題](3学期)

右の図で, 弦ABとCDの交点をEとする。このとき, DEの長さを求めよ。ただし,  $DE < EC$  とする。



[解答欄]

[解答] 6 cm

[解説]

$\triangle ADE$  と  $\triangle CBE$  において、円周角の定理より、

$$\angle ADE = \angle CBE, \quad \angle DAE = \angle BCE$$

2組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADE \sim \triangle CBE$

$$DE : BE = AE : CE$$

$$DE = x \text{ とおくと, } CE = 18 - x$$

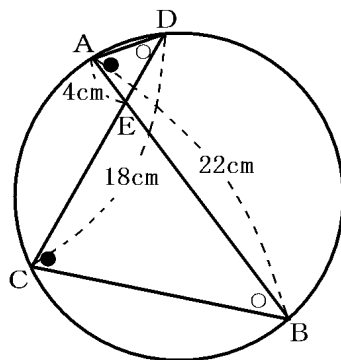
$$x : (22 - 4) = 4 : (18 - x)$$

比の外項の積は内項の積と等しいので、

$$x(18 - x) = 18 \times 4$$

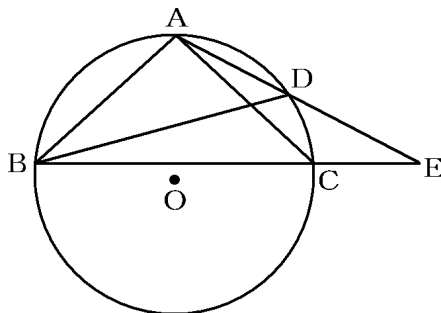
$$18x - x^2 = 72, \quad x^2 - 18x + 72 = 0, \quad (x - 6)(x - 12) = 0 \quad \text{ゆえに } x = 6, 12$$

$DE < EC$  なので  $x = 6$ 　ゆえに  $DE = 6 \text{ cm}$



[問題](3 学期)

右の図のように、 $\triangle ABC$  が円  $O$  に内接して  
いて、 $AB = AC = 4 \text{ cm}$ ,  $BC = 6 \text{ cm}$  である。弧  
 $AC$  上に点  $D$  をとり、弦  $AD$  と辺  $BC$  をそれぞ  
れ延長してその交点を  $E$  とし、 $AD = DE$  とな  
るようにした。このとき、次の各問いに答えよ。



(1)  $\triangle ABD$  と  $\triangle AEB$  は相似であることを証明  
せよ。

(2) 線分  $AD$  の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)

(2)

[解答]

(1)  $\triangle ABD$  と  $\triangle AEB$  において,

$\angle BAD = \angle EAB$  (共通)  $\cdots$  ①

同じ弧の円周角は等しいので,  $\angle ADB = \angle ACB$

$AB = AC$  なので  $\triangle ABC$  は二等辺三角形で,

$\angle ACB = \angle ABE$

ゆえに  $\angle ADB = \angle ABE$   $\cdots$  ②

①, ②より 2組の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABD \sim \triangle AEB$

(2)  $2\sqrt{2}$  cm

[解説]

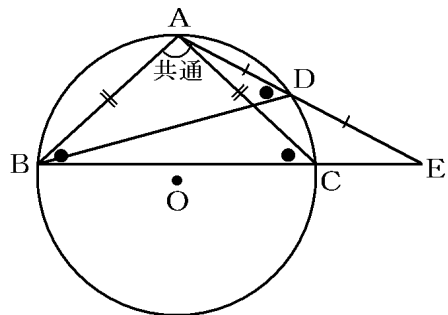
(2)  $\triangle ABD \sim \triangle AEB$  なので,

$AD : AB = AB : AE$

仮定より,  $AE = 2AD$  なので  $AD : 4 = 4 : 2AD$

外項の積  $AD \times 2AD$  は, 内項の積  $4 \times 4$  と等しいので,

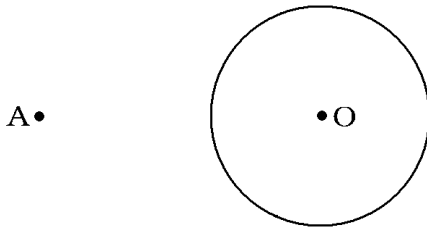
$2AD^2 = 16$ ,  $AD^2 = 8$  よって  $AD = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$  (cm)



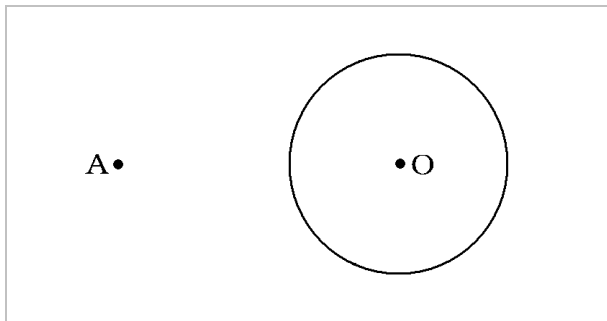
【】 円と接線

[問題](3 学期)

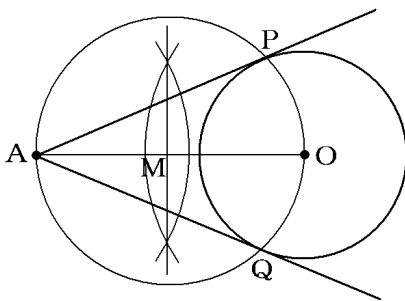
次の図で、点 A から円 O への接線 AP, AQ を作図せよ。ただし、AO の上側の接点を P, 下側の接点を Q とする。



[解答欄]



[解答]

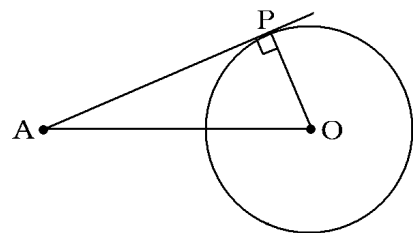


[解説]

点 A から円 O に接線がひけたとして、その接点を P とすると、 $AP \perp OP$  になる。

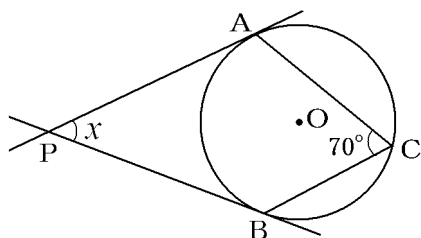
つまり、 $\angle APO = 90^\circ$  になる。よって、P は AO を直径とする円周上にある。

まず、AO の垂直二等分線を作図し、AO との交点を M とする。次に、M を中心とし、MA を半径とする円をかく。この円と円 O の交点が P, Q である。



[問題](2 学期期末)

右の図で、3 点 A, B, C は円 O の周上の点であり、点 P は点 A を通る接線と点 B を通る接線の交点である。 $\angle ACB=70^\circ$  のとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

[解答]  $\angle x = 40^\circ$

[解説]

OA, OB をむすぶと、 $\angle OAP=90^\circ$   $\angle OBP=90^\circ$

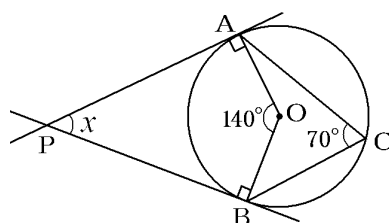
中心角と円周角の関係から、

$$\angle AOB=70^\circ \times 2=140^\circ$$

四角形 OAPB で、四角形の内角の和は  $360^\circ$  なので、

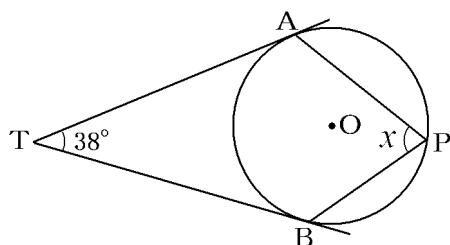
$$140^\circ + 90^\circ + 90^\circ + \angle x = 360^\circ$$

$$320^\circ + \angle x = 360^\circ, \quad \angle x = 40^\circ$$



[問題](後期期末)

右の図で、直線 TA, TB はそれぞれ点 A, B で円 O に接している。 $\angle ATB=38^\circ$  のとき、弧 AB に対する円周角  $\angle APB$  の大きさ  $\angle x$  を求めよ。



[解答欄]

$\angle x =$

[解答]  $\angle x = 71^\circ$

[解説]

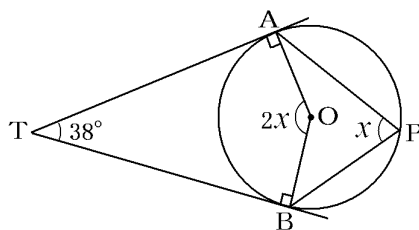
OA, OB をむすぶと、 $\angle OAT=90^\circ$   $\angle OBT=90^\circ$

中心角と円周角の関係から、

$$\angle AOB = \angle x \times 2 = 2\angle x$$

四角形 OATB で、四角形の内角の和は  $360^\circ$  なので、 $38^\circ + 90^\circ + 90^\circ + 2\angle x = 360^\circ$

$$218^\circ + 2\angle x = 360^\circ, \quad 2\angle x = 142^\circ, \quad \angle x = 71^\circ$$



[印刷/他のPDFファイルについて]

※ このファイルは、FdData 中間期末数学3年(7,800円)の一部をPDF形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版のFdData 中間期末数学3年はWordの文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

※FdData中間期末(社会・理科・数学)全分野のPDFファイル、および製品版の購入方法は<http://www.fdtex.com/dat/>に掲載しております。

下図のような、[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を、Windowsのデスクトップ上にインストールすれば、FdData 中間期末・FdData 入試の全PDFファイル(各教科約1800ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【<http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe>】

※ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd教材開発】(092) 404-2266

<http://www.fdtex.com/dat/>