【】三平方の定理

[三平方の定理]

[問題](3 学期)

次の①～④に適する式やことばを答えよ。

直角三角形の直角をはさむ 2 辺の長さを a, b，斜辺の長さを c とすると，次の関係が成り立つ。

(　①　)+(　②　)=(　③　)

この定理を(　④　)の定理という。

[解答欄]

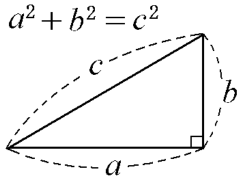
①	②	③
④		

[解答]①　a^2　②　b^2　③　c^2　④　三平方(ピタゴラス)

[解説]

<Point>　三平方の定理(ピタゴラスの定理)

$$a^2+b^2=c^2$$



[問題](3 学期)

次の各問いに答えよ。

(1)　直角三角形の直角をはさむ 2 辺を a, b，斜辺の長さを c とすると，a, b, c の間にはどんな関係が成り立つか。式で答えよ。

(2)　(1)の定理の名前を 2 通りで答えよ。

[解答欄]

(1)	(2)

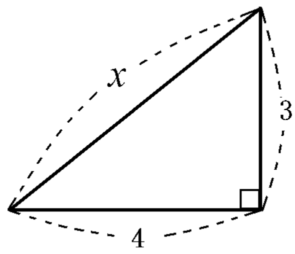
[解答](1)　$a^2+b^2=c^2$　(2)　三平方の定理，ピタゴラスの定理

[簡単な計算]

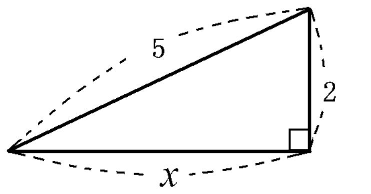
[問題](2 学期期末)

次の図の x の値を求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 5　(2) $\sqrt{21}$

[解説]

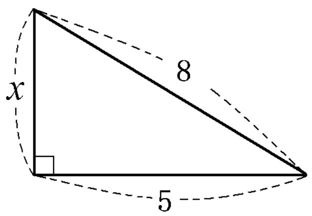
(1) $x^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$,　$x = 5$

(2) $x^2 + 2^2 = 5^2$,　$x^2 = 25 - 4 = 21$,　$x = \sqrt{21}$

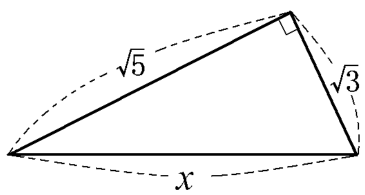
[問題](3 学期)

下の図で，x の値を求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\sqrt{39}$　(2) $\sqrt{2}$

[解説]

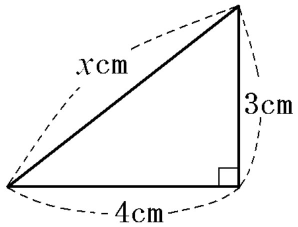
(1) $x^2 + 5^2 = 8^2$, $x^2 = 64 - 25 = 39$,　$x = \sqrt{39}$

(2) $x^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2 = 5 + 3 = 8$,　$x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

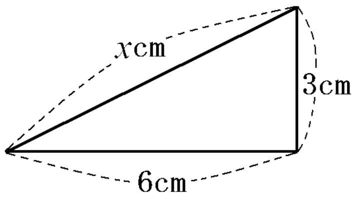
[問題](3 学期)

次の各図で x の値を求めよ。

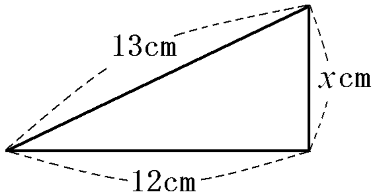
(1)



(2)



(3)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 5 (2) $3\sqrt{5}$ (3) 5

[解説]

(1) $x^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$， $x = 5$

(2) $x^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$， $x = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

(3) $x^2 + 12^2 = 13^2$，$x^2 + 144 = 169$，$x^2 = 25$， $x = 5$

[問題](3 学期)

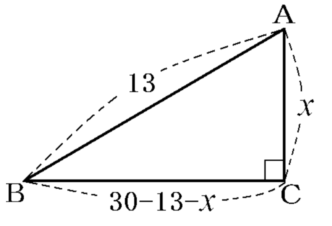
周の長さが 30cm で，斜辺の長さが 13cm の直角三角形がある。この直角三角形の残りの 2 辺の長さを求めよ。(2 辺のうち 1 辺の長さを x cm として，方程式をたて，解け。)

[解答欄]

[解答]5cm と 12cm

[解説]

右の図のような直角三角形で，斜辺 AB＝13cm，
AC＝ x cm とすると，周の長さが 30cm なので，
BC＝30－13－ x ＝17－ x (cm)となる。
三平方の定理より，



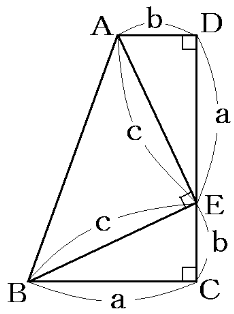
$x^2 + (17 - x)^2 = 13^2$，$x^2 + x^2 - 34x + 17^2 = 13^2$ ，

$2x^2 - 34x + 289 - 169 = 0$

$2x^2 - 34x + 120 = 0$，$x^2 - 17x + 60 = 0$，$(x-5)(x-12) = 0$ よって， $x = 5$，12

$x=5$ のとき $17-x=12$， $x=12$ のとき $17-12=5$　これは問題にあてはまる。
よって，2 辺の長さは 5cm と 12cm

[定理の証明]
[問題](3 学期)



　直角をはさむ 2 辺が a，b，斜辺が c の 2 つの直角三角形を，右図のように組み合わせて台形 ABCD を作った。この図を使って，三平方の定理を次のように証明した。(　　)にあてはまる面積の式を最も簡単な式で表せ。

(証明)
(台形 ABCD の面積)＝(　ア　)
(△ADE の面積)＋(△ECB の面積)＝(　イ　)
(△ABE の面積)＝(　ウ　)
ここで，(ア)－(イ)＝(ウ)であるから， $a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

[解答欄]

ア	イ	ウ

[解答]ア $\frac{1}{2}(a+b)^2$　イ ab　ウ $\frac{1}{2}c^2$

[解説]
(台形 ABCD の面積)＝$\frac{1}{2}$((上底)＋(下底))×(高さ)＝$\frac{1}{2}(b+a)\times(a+b)=\frac{1}{2}(a+b)^2$

(△ADE の面積)＝$\frac{1}{2}ab$，(△ECB の面積)＝$\frac{1}{2}ab$ なので，

(△ADE の面積＋△ECB の面積)＝$\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}ab=ab$

(△ABE の面積)＝$\frac{1}{2}\times c\times c=\frac{1}{2}c^2$

(台形 ABCD の面積)－(△ADE の面積＋△ECB の面積)＝(△ABE の面積)なので，

$\frac{1}{2}(a+b)^2-ab=\frac{1}{2}c^2$

両辺を 2 倍すると， $(a+b)^2-2ab=c^2$， $a^2+2ab+b^2-2ab=c^2$
よって， $a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

[三平方の定理の逆]

[問題](2 学期期末)

次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形となるのはどれか。

ア 4cm，5cm，6cm　　イ $\sqrt{2}$ cm，2cm，$\sqrt{5}$ cm　　ウ 6cm，8cm，10cm

[解答欄]

[解答]ウ

[解説]

(1 番長い辺)^2＝(他の 1 辺)^2＋(他の 1 辺)^2 が成り立つとき直角三角形になる。

ア $6^2=36,\ 5^2+4^2=41$，$6^2 \neq 5^2+4^2$ なので直角三角形ではない。

イ $\left(\sqrt{5}\right)^2=5,\ 2^2+\left(\sqrt{2}\right)^2=6$，$\left(\sqrt{5}\right)^2 \neq 2^2+\left(\sqrt{2}\right)^2$ なので直角三角形ではない。

ウ $10^2=100,\ 6^2+8^2=100$，$10^2=6^2+8^2$ なので直角三角形である。

[問題](2 学期期末)

次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形はどれか。

ア　5cm，6cm，8cm　　イ　5cm，12cm，13cm

ウ　2cm，$\sqrt{5}$ cm，3cm　エ　1.5cm，2.5cm，3.5cm

[解答欄]

[解答]イ，ウ

[解説]

(1 番長い辺)^2＝(他の 1 辺)^2＋(他の 1 辺)^2 が成り立つとき直角三角形になる。

ア $8^2=64,\ 5^2+6^2=61$，$8^2 \neq 5^2+6^2$ なので直角三角形ではない。

イ $13^2=169,\ 5^2+12^2=169$，$13^2=5^2+12^2$ なので直角三角形である。

ウ $3^2=9,\ 2^2+\left(\sqrt{5}\right)^2=9$，$3^2=2^2+\left(\sqrt{5}\right)^2$ なので直角三角形である。

エ $3.5^2=12.25,\ 1.5^2+2.5^2=8.5$，$3.5^2 \neq 1.5^2+2.5^2$ なので直角三角形ではない。

[問題](2 学期期末)

次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形であるものをすべて記号で答えよ。

ア 4cm，5cm，6cm　イ 7cm，24cm，25cm

ウ $\sqrt{6}$ cm，2cm，$\sqrt{10}$ cm　　エ 6m，8m，10m

[解答欄]

[解答]イ，ウ，エ

[解説]

(1 番長い辺)^2＝(他の 1 辺)^2＋(他の 1 辺)^2 が成り立つとき直角三角形になる。

ア $6^2=36,\ 4^2+5^2=41$，$6^2\neq 4^2+5^2$ なので直角三角形ではない。

イ $25^2=625,\ 7^2+24^2=625$，$25^2=7^2+24^2$ なので直角三角形である。

ウ $\left(\sqrt{10}\right)^2=10,\ \left(\sqrt{6}\right)^2+2^2=10$，$\left(\sqrt{10}\right)^2=\left(\sqrt{6}\right)^2+2^2$ なので直角三角形である。

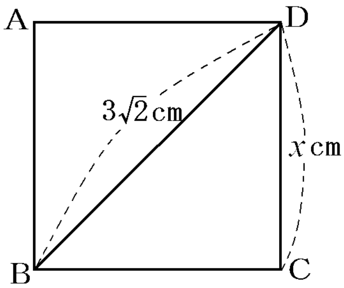
エ $10^2=100,\ 6^2+8^2=100$，$10^2=6^2+8^2$ なので直角三角形である。

【】平面図形と三平方の定理

【】三平方と三角形・四角形

[問題](3 学期)

次のような正方形 ABCD がある。x の値を求めよ。



[解答欄]

x＝

[解答] x＝3

[解説]

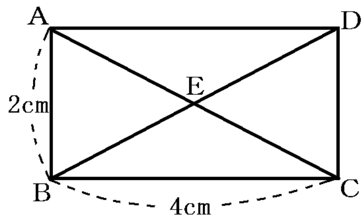
四角形 ABCD は正方形なので，BC＝x

三平方の定理より，$BC^2+CD^2=BD^2$,

$x^2+x^2=(3\sqrt{2})^2$，$2x^2=18$, $x^2=9$， $x=3$

[問題](3 学期)

右の長方形 ABCD で，対角線の交点を E とするとき，AE の長さを求めよ。



[解答欄]

x＝

[解答] $x=\sqrt{5}$ cm

[解説]

△ABC で，三平方の定理より，$AC^2=2^2+4^2=4+16=20$

よって，AC＝$\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=2\sqrt{5}$(cm)

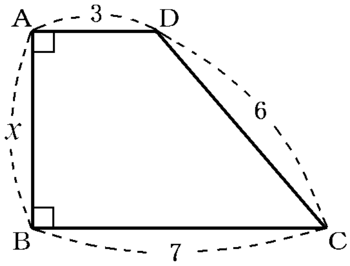
長方形(平行四辺形の 1 つ)の対角線はそれぞれの中点で交わるので E は AC の中点である。

よって，AE＝AC÷2＝$2\sqrt{5}\div2=\sqrt{5}$(cm)

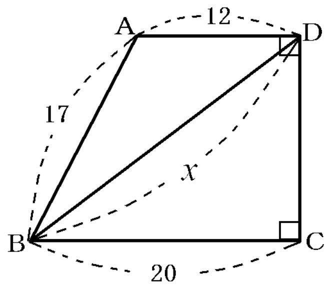
[問題](後期期末)

次の x の値をそれぞれ求めよ。

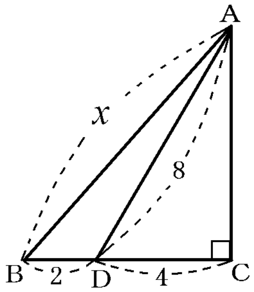
(1)



(2)



(3)



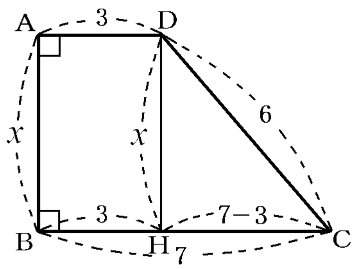
[解答欄]

(1) $x=$	(2) $x=$	(3) $x=$

[解答](1) $x=2\sqrt{5}$　(2) $x=25$　(3) $x=2\sqrt{21}$

[解説]

(1) D から BC に垂線 DH を引く。



四角形 ABHD は長方形になるので，DH＝AB＝x

△DCH で，三平方の定理より，$x^2+(7-3)^2=6^2$

$x^2=36-16=20$，$x=\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=2\sqrt{5}$

(2) A から BC に垂線 AH を引く。

△ABH で，BH＝$20-12=8$

三平方の定理より，

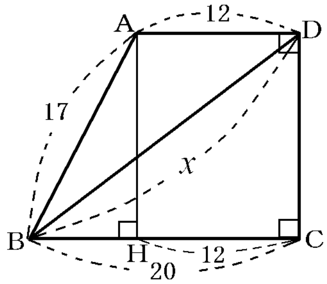
AH^2＋BH^2＝AB^2，AH^2＋8^2＝17^2，AH^2＝225

次に，△BCD で，CD^2＝AH^2＝225

三平方の定理より，

BC^2＋CD^2＝BD^2，$20^2+225=x^2$，$400+225=x^2$

$x^2=625$，$x=\sqrt{625}=25$



(3) △ADC で，三平方の定理より，AC^2＋4^2＝8^2，AC^2＝64－16＝48

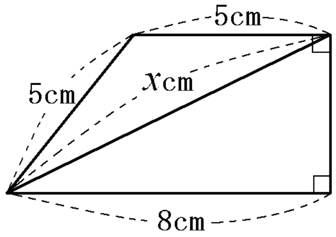
次に，△ABC で，三平方の定理より，AB^2＝BC^2＋AC^2，$x^2=(2+4)^2+48=84$

$x=\sqrt{84}=\sqrt{4\times21}=2\sqrt{21}$

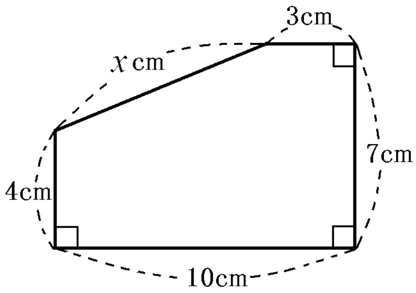
[問題](3 学期)

次の x, y の値をそれぞれ求めよ。

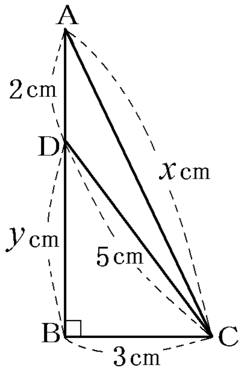
(1)



(2)



(3)

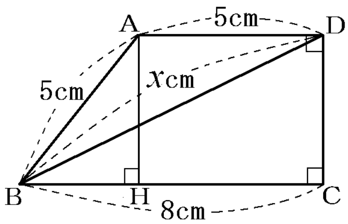


[解答欄]

(1) $x=$	(2) $x=$	(3) $x=$
$y=$		

[解答](1) $x=4\sqrt{5}$ (2) $x=\sqrt{58}$ (3) $x=3\sqrt{5}$ $y=4$

[解説]



(1) 右図のように A から辺 BC に垂線 AH をおろすと，

HC＝5cm なので，BH＝8－5＝3(cm)

△ABH で，三平方の定理より，

$AH^2+BH^2=AB^2$，$AH^2+9=25$，$AH^2=16$

よって，AH＝4cm，CD＝AH なので，CD＝4cm

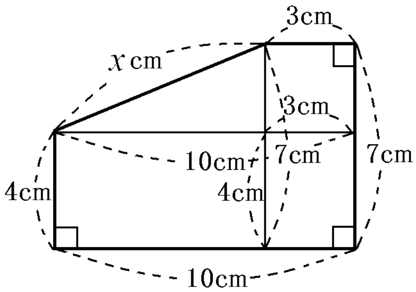
△BCD で，三平方の定理より，$BD^2=BC^2+CD^2$， $x^2=64+16=80$

よって， $x=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

(2) 右図で，三平方の定理より，

$x^2=(10-3)^2+(7-4)^2=58$

よって， $x=\sqrt{58}$



(3) △BCD で，三平方の定理より，

$y^2+3^2=5^2$， $y^2=25-9=16$ よって， $y=4$

△ABC で，三平方の定理より， $x^2=(2+y)^2+3^2$

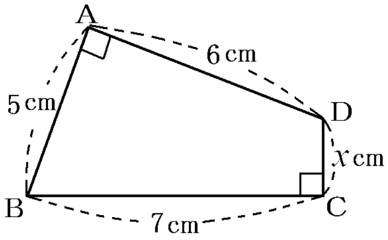
$y=4$ を代入すると， $x^2=6^2+3^2=36+9=45$

よって， $x=\sqrt{45}=\sqrt{9\times 5}=3\sqrt{5}$

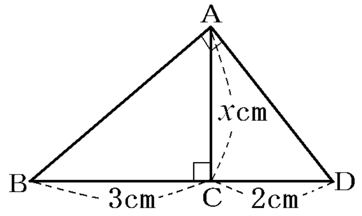
[問題](2 学期期末)

次の図の x の値を求めよ。

(1)



(2)



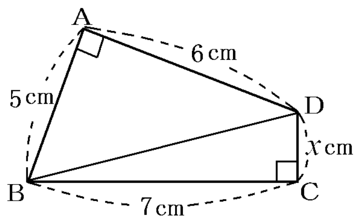
[解答欄]

(1) $x=$	(2) $x=$

[解答](1) $x=2\sqrt{3}$　(2) $x=\sqrt{6}$

[解説]

(1) 右図のように，対角線 BD を引く



△ABD で，三平方の定理より，

$BD^2=5^2+6^2=25+36=61$

△BCD で，三平方の定理より，$BD^2=x^2+7^2$

$x^2+7^2=61$，$x^2=12$ ，$x=\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=2\sqrt{3}$

(2) △ABC で，三平方の定理より，$AB^2=BC^2+AC^2=9+x^2$

また，△ACD で，三平方の定理より，$AD^2=CD^2+AC^2=4+x^2$

次に，△ABD で，三平方の定理より，

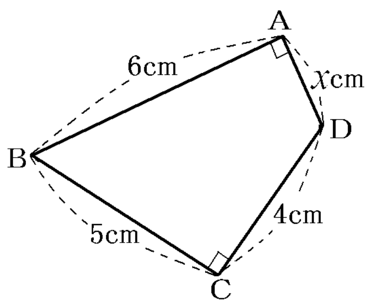
$AB^2+AD^2=BD^2$ なので，$9+x^2+4+x^2=5^2$，$2x^2+13=25$，$2x^2=12$，$x^2=6$

$x=\sqrt{6}$

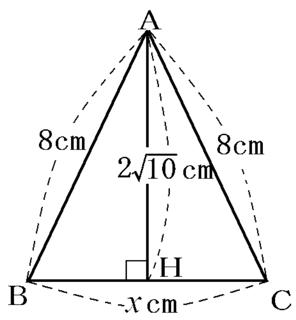
[問題](3 学期)

次の図で，x の値を求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $x=$	(2) $x=$

[解答](1) $x=\sqrt{5}$　(2) $x=4\sqrt{6}$

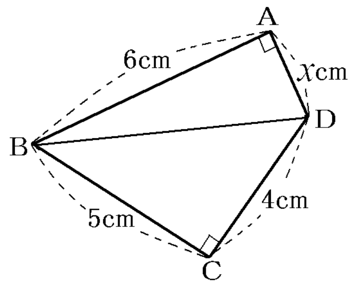
[解説]

(1) BD をむすぶ。右図の△BCD で，三平方の定理より，

$BD^2=5^2+4^2=25+16=41$

△ABD で，三平方の定理より， $x^2+AB^2=BD^2$

$x^2+36=41$， $x^2=41-36=5$　よって， $x=\sqrt{5}$



(2) △ABH で，三平方の定理より，$BH^2+\left(2\sqrt{10}\right)^2=8^2$

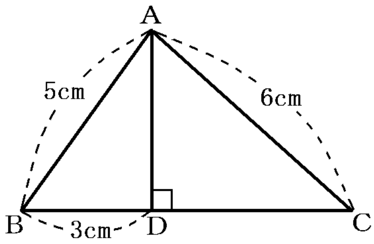
$BH^2=64-40=24$，よって，$BH=\sqrt{24}=\sqrt{4\times6}=2\sqrt{6}$

二等辺三角形の頂点からおろした垂線は底辺を二等分するので， $x=BC=2BH=4\sqrt{6}$

[問題](2 学期期末)

右の図は△ABC の頂点 A から辺 BC に垂線 AD をひいたものである。このとき，DC の長さを求めよ。

(∠BAC は 90°ではない)



[解答欄]

[解答] $2\sqrt{5}$ cm

[解説]

△ABD で，三平方の定理より，$AD^2+BD^2=AB^2$，$AD^2+9=25$，$AD^2=16$，

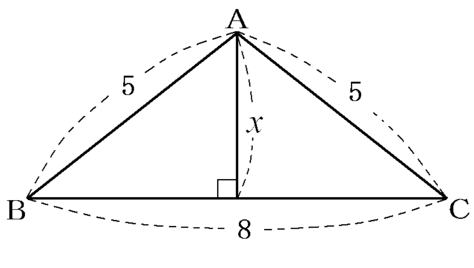
次に，△ADC で，三平方の定理より，$AD^2+DC^2=AC^2$，$16+DC^2=36$

よって，$DC^2=20$，$DC=\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=2\sqrt{5}$ (cm)

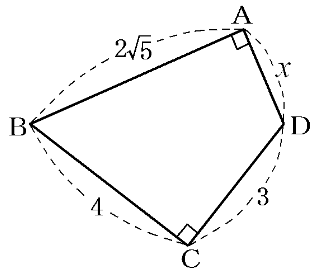
[問題](3 学期)

次の図で， x の値を求めよ。

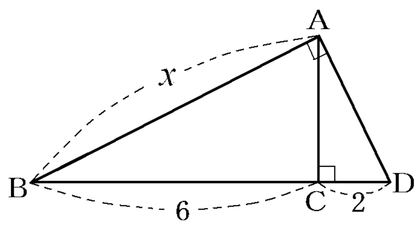
(1)



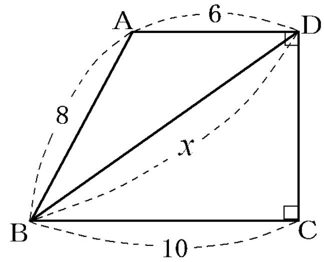
(2)



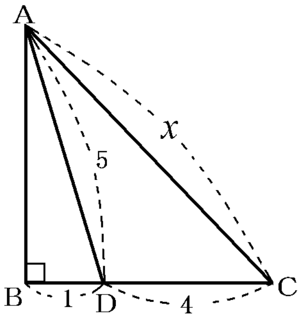
(3)



(4)



(5)

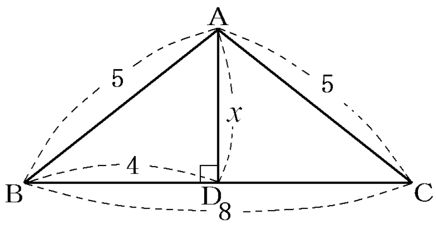


[解答欄]

(1) $x=$	(2) $x=$	(3) $x=$
(4) $x=$	(5) $x=$	

[解答](1) $x=3$　(2) $x=\sqrt{5}$　(3) $x=4\sqrt{3}$　(4)　$x=2\sqrt{37}$　(5) $x=7$

[解説]

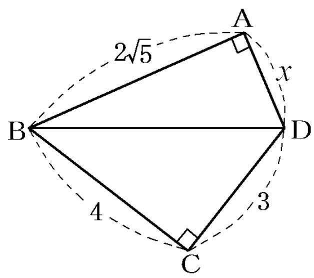


(1) △ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので，BC に垂直な AD は BC を二等分し，

BD＝8÷2＝4 となる。

△ABD で，三平方の定理より，

$x^2+4^2=5^2$，$x^2+16=25$, $x^2=9$, $x=3$



(2) BD を結ぶ。

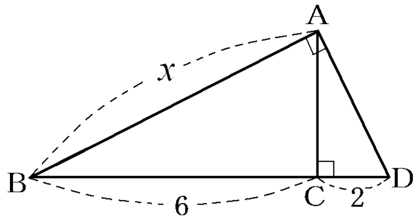
△BCD は直角三角形なので，三平方の定理より，

BD²＝ $4^2+3^2=16+9=25$　よって，BD＝5

次に，△ABD も直角三角形なので，

三平方の定理より，

$x^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2$ ＝BD²，　$x^2+20=25$, $x^2=5$, $x=\sqrt{5}$



(3) △ABC は直角三角形なので，

三平方の定理より，AC²＝ $x^2-6^2=x^2-36$ ･･･①

△ABD も直角三角形なので，三平方の定理より，

AD²＝ $8^2-x^2=64-x^2$ ･･･②

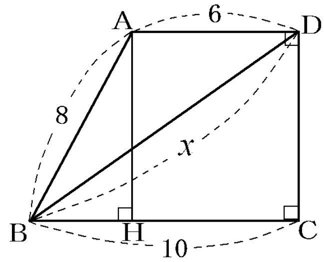
次に，△ACD も直角三角形なので，三平方の定理より，

AD²＝AC²＋CD²，

①，②より， $64-x^2=x^2-36+2^2$

$-2x^2=-36+4-64$, $-2x^2=-96$, $x^2=48$

よって， $x=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$



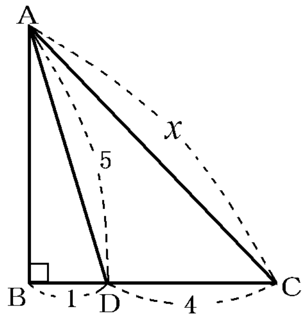
(4) △ABH で，BH＝ $10-6=4$

三平方の定理より，AH²＝AB²－BH²＝ $64-16=48$

よって，$CD^2＝AH^2＝48$

次に，△BCD で，三平方の定理より，

$x^2＝BC^2＋CD^2＝100+48=148 \quad x=\sqrt{148}=2\sqrt{37}$



(5) △ABD で，三平方の定理より，

$AB^2＋1^2=5^2$，$AB^2＝24$

△ABC で，三平方の定理より，

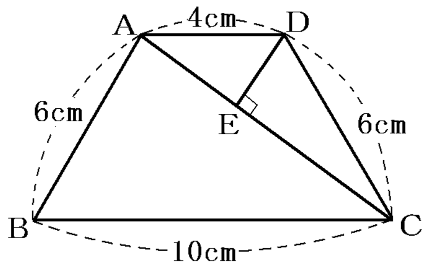
$AC^2＝AB^2＋BC^2$，$x^2=24+25=49$，$x=7$

[問題](3 学期)

右の図で，四角形 ABCD は AD // BC であり，AB＝DC＝6cm，AD＝4cm，BC＝10cm である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) AC の長さを求めよ。

(2) 頂点 D から AC に垂線 DE をひくとき，DE の長さを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

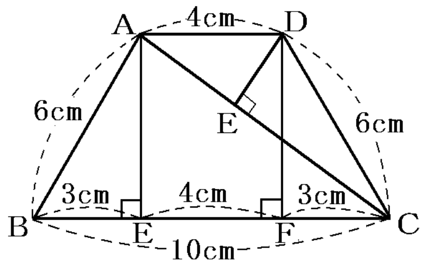
[解答](1) $2\sqrt{19}$ cm　(2) $\dfrac{6\sqrt{57}}{19}$ cm

[解説]

(1) A から BC に垂線 AE を，D から BC に垂線 DF を引くと，四角形 AEFD は長方形になるので，EF＝AD＝4cm となる。

また，△ABE≡△DCF なので，BE＝CF

よって，BE＝CF＝(10－4)÷2＝3cm



△ABE は直角三角形なので，三平方の定理より，

$AE^2＋3^2＝6^2$，$AE^2＝36－9＝27$，$AE＝\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ (cm)

次に，△ACE も直角三角形なので，三平方の定理より，

$AC^2＝AE^2＋CE^2＝27＋(3＋4)^2＝27＋49＝76$　よって，$AC＝\sqrt{76}=2\sqrt{19}$ (cm)

(2) △ACD の面積に注目する。AD を底辺とすると，高さは EA と等しくなるので，

(△ACD の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺 AD)×(高さ AE)＝$\dfrac{1}{2}\times4\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ (cm²)･･･①

AC を△ACD の底辺と考えると，高さは DE となる。

(△ACD の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺 AC)×(高さ DE)＝$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{19}$ ×DE＝$\sqrt{19}$ ×DE･･･②

①，②より，$\sqrt{19}\times\text{DE}=6\sqrt{3}$

$\text{DE}=6\sqrt{3}\div\sqrt{19}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{19}}=\dfrac{6\sqrt{3}\times\sqrt{19}}{\sqrt{19}\times\sqrt{19}}=\dfrac{6\sqrt{57}}{19}$cm

[問題](2 学期期末)

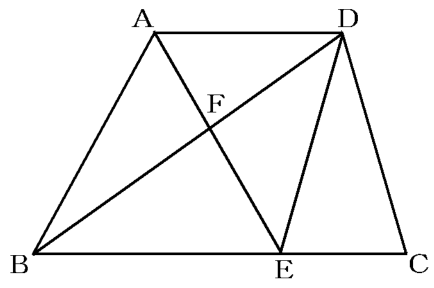
右の図で，四角形 ABCD は AD // BC の台形，E は辺 BC 上の点で BE=2EC，F は線分 AE と DB との交点である。また，△ABE は正三角形，

△DEC は DE＝DC の二等辺三角形である。

BC＝12cm のとき，次の各問いに答えよ。

(1) 線分 DE の長さを求めよ。

(2) △FBE の面積は，△DEC の面積の何倍になるか。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $2\sqrt{13}$cm　(2) $\dfrac{8}{7}$倍

[解説]

(1) A，D から BC に垂線 AP，DQ をおろす。

BE=2EC，BC＝12cm なので，BE＝8cm

△ABE は正三角形なので，AB＝8cm

∠ABP＝60°

△ABP は 30° 60° 90° の直角三角形なので，

AP：AB＝$\sqrt{3}:2$

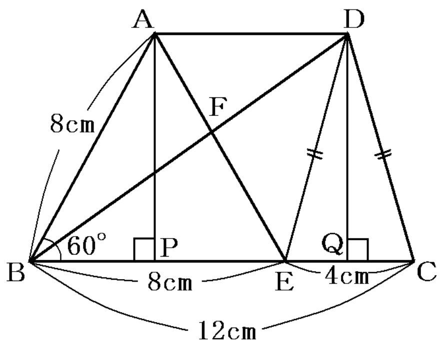
AP：8＝$\sqrt{3}:2$

比の外項の積は内項の積に等しいので，

$\text{AP}\times 2=8\times\sqrt{3}$，AP＝$4\sqrt{3}$cm

AD // BC なので DQ＝AP＝$4\sqrt{3}$cm

BC＝12cm，BE＝2EC なので EC＝4cm



△DEC は二等辺三角形なので，EQ＝$\dfrac{1}{2}\times$EC＝2cm

直角三角形 DEQ に注目すると，三平方の定理より，

$\text{DE}^2=\text{DQ}^2+\text{EQ}^2=\left(4\sqrt{3}\right)^2+2^2=52$

ゆえに DE＝$\sqrt{52}=2\sqrt{13}$ cm

(2) (△DEC の面積)＝$\frac{1}{2}$×EC×DQ＝$\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ (cm²)

(△ABE の面積)＝$\frac{1}{2}$×BE×AP＝$\frac{1}{2}\times 8\times 4\sqrt{3}=16\sqrt{3}$ (cm²)

ところで，AD＝PQ＝PE＋EQ＝$4+2=6$ cm

AD＝6cm，BE＝8cm なので，AF：EF＝AD：BE＝3：4

△FBE と△ABE の底辺をそれぞれ，FE，AE とすると，高さは共通で等しいので

面積比は底辺の比と等しく，4：(3+4)＝4：7 になる。

ゆえに，(△FBE の面積)＝(△ABE の面積)×$\frac{4}{7}$＝$16\sqrt{3}\times\frac{4}{7}=\frac{64\sqrt{3}}{7}$ (cm²)

(△FBE の面積)÷(△DEC の面積)＝$\frac{64\sqrt{3}}{7}\div 8\sqrt{3}=\frac{8}{7}$

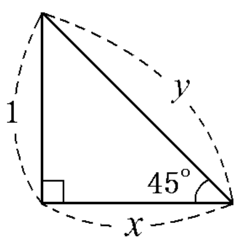
ゆえに△FBE の面積は，△DEC の面積の$\frac{8}{7}$倍になる

【】特殊な直角三角形

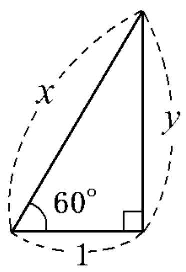
[問題](補充問題)

次の x y を求めよ。

(1)



(2)

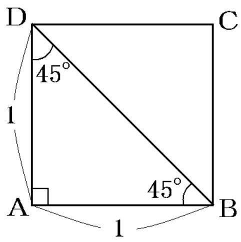


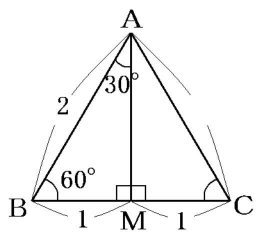
[解答欄]

(1) x＝	y＝	(2) x＝
y＝		

[解答](1)　x＝1,　$y=\sqrt{2}$　(2)　x＝2,　$y=\sqrt{3}$

[解説]





(1) 右図のように，1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD があったとする。このとき，

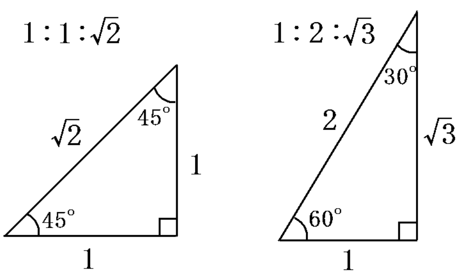
BD＝$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$　である。

一般に，45°，45°，90°の直角三角形の 3 辺の比は，$1:1:\sqrt{2}$　となる。

(2) 右上図のように，1 辺の長さが 2 の正三角形があったとする。頂点 A から辺 BC に垂線 AM をひくと，M は BC の中点となる。したがって，BM＝1 となる。このとき，AM＝$\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$　となる。

一般に，30°，60°，90°の直角三角形の 3 辺の比は，1 : 2 $\sqrt{3}$　となる。

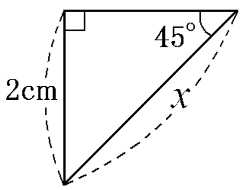
<Point>



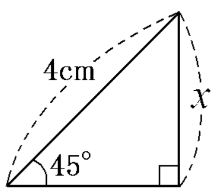
[問題](後期期末)

次の x を求めよ。

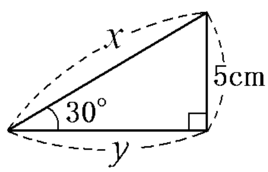
(1)



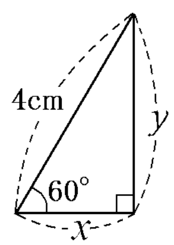
(2)



(3)



(4)

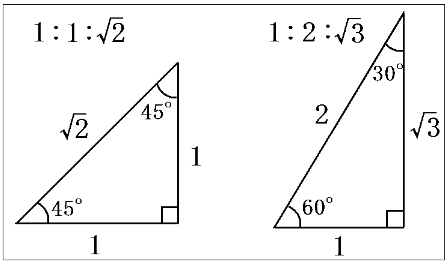


[解答欄]

(1) $x=$	(2) $x=$	(3) $x=$
$y=$	(4) $x=$	$y=$

[解答](1) $x=2\sqrt{2}$ cm　(2) $x=2\sqrt{2}$ cm　(3) $x=10$cm　$y=5\sqrt{3}$ cm　(4) $x=2$cm　$y=2\sqrt{3}$ cm

[解説]



(1) この直角三角形は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので，$2:x=1:\sqrt{2}$

比の内項の積は外項の積に等しいので，

$x\times1=2\times\sqrt{2}$，$x=2\sqrt{2}$ (cm)

(2) この直角三角形は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので，$x:4=1:\sqrt{2}$

比の外項の積は外項の積に等しいので，$x\times\sqrt{2}=4\times1$

$$x=4\div\sqrt{2}=\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}\text{ (cm)}$$

(3) この直角三角形は 30° 60° 90° の直角三角形なので，$5:x=1:2$

比の内項の積は外項の積に等しいので，$x\times1=5\times2$，$x=10$(cm)

$5:y=1:\sqrt{3}$　比の内項の積は外項の積に等しいので，

$y\times1=5\times\sqrt{3}$，$y=5\sqrt{3}$ (cm)

(4) 30° 60° 90° の直角三角形なので，$x:4=1:2$

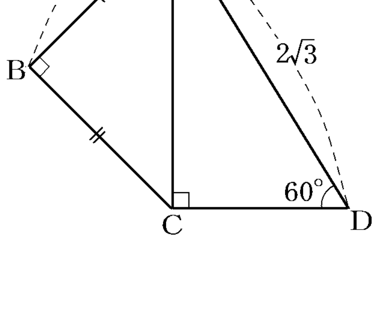
比の外項の積は外項の積に等しいので，$x\times2=4\times1$，$x=2$(cm)

$y:4=\sqrt{3}:2$　比の外項の積は外項の積に等しいので，

$y\times2=4\times\sqrt{3}$，$y=2\sqrt{3}$ (cm)

[問題](3 学期)

次の図で x の値を求めよ。

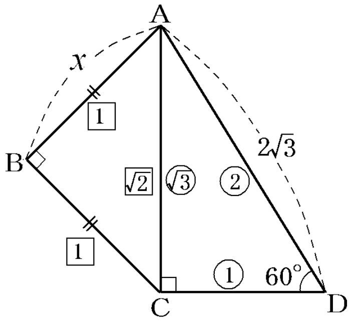


[解答欄]

$x=$

[解答] $x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

[解説]



右図の△ADC は 30° 60° 90° の直角三角形なので,

AC：AD＝$\sqrt{3}$ ： 2

AD＝$2\sqrt{3}$ なので，AC： $2\sqrt{3}$ ＝ $\sqrt{3}$ ： 2

比の外項の積と内項の積は等しいので,

AC× 2 ＝ $2\sqrt{3}\times\sqrt{3}$，2AC＝6，AC＝ 3

次に, △ABC は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので,

AB：AC＝1 ： $\sqrt{2}$， $x:3=1$ ： $\sqrt{2}$

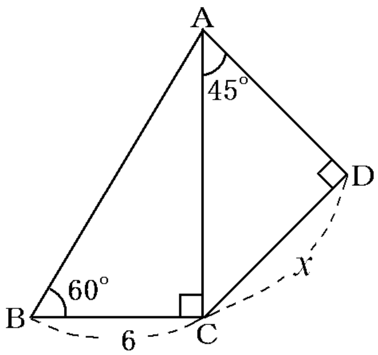
比の外項の積と内項の積は等しいので,

$\sqrt{2}x=3,\ x=\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

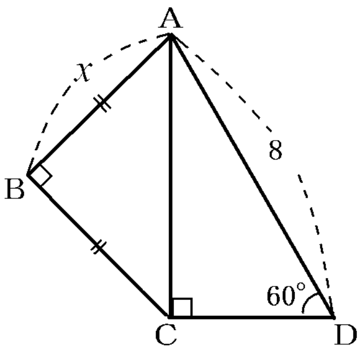
[問題](3 学期)

次の図の x の値を求めよ。

(1)



(2)

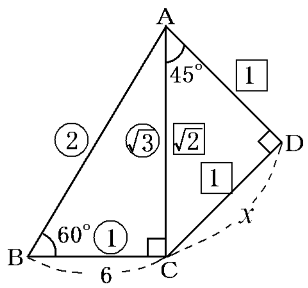


[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x=3\sqrt{6}$ (2) $x=2\sqrt{6}$

[解説]



(1) △ABC は 30° 60° 90° の直角三角形なので,

BC：AC＝1 : $\sqrt{3}$， 6 ：AC＝1 : $\sqrt{3}$

比の内項の積は外項の積に等しいので，AC＝ $6\sqrt{3}$

次に，△ACD は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので,

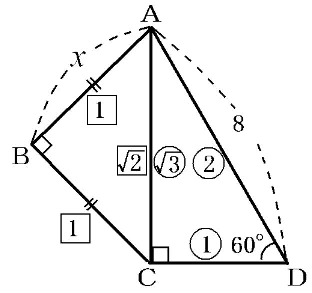
AC：CD＝ $\sqrt{2}$: 1， $6\sqrt{3}$ ： x ＝ $\sqrt{2}$: 1

比の内項の積は外項の積に等しいので，

ゆえに， $x\times\sqrt{2}=6\sqrt{3}\times1$， $\sqrt{2}x=6\sqrt{3}$

よって， $x=\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{6}}{2}=3\sqrt{6}$

(2) △ACD は 30° 60° 90° の直角三角形なので，



AC : AD＝$\sqrt{3}$: 2，AC : 8＝$\sqrt{3}$: 2

比の外項の積は内項の積と等しいので，

AC×2＝8×$\sqrt{3}$， 2 AC＝$8\sqrt{3}$，AC＝$8\sqrt{3}\div2=4\sqrt{3}$

△ABC は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので，

AB : AC＝1 : $\sqrt{2}$， x : $4\sqrt{3}$＝1 : $\sqrt{2}$

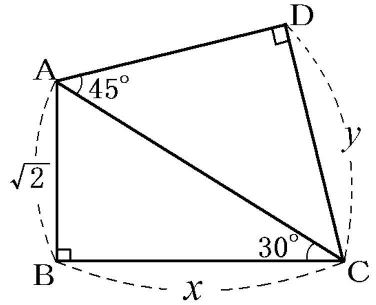
比の外項の積は内項の積に等しいので， $x\times\sqrt{2}=4\sqrt{3}\times1$

$\sqrt{2}x=4\sqrt{3}$， $x=4\sqrt{3}\div\sqrt{2}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{4\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{2}=2\sqrt{6}$

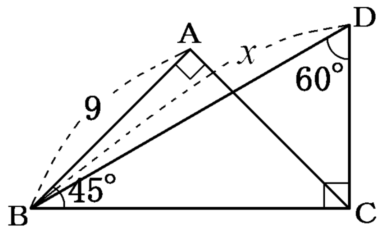
[問題](2 学期期末)

次の図で x の値を求めよ。

(1)



(2)



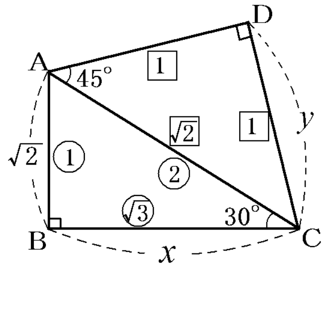
[解答欄]

(1) $x=$	$y=$	(2) $x=$

[解答](1) $x=\sqrt{6}$　$y=2$　(2)　$x=6\sqrt{6}$

[解説]

(1) △ABC は 30° 60° 90° の直角三角形なので，



AB : BC＝1 : $\sqrt{3}$， $\sqrt{2}$: x＝1 : $\sqrt{3}$

比の内項の積は外項の積に等しいので，

$x\times1=\sqrt{2}\times\sqrt{3}$， $x=\sqrt{6}$

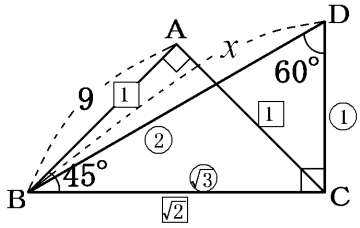
また，△ABC で，AB : AC＝1 : 2， $\sqrt{2}$: AC＝1 : 2

比の内項の積は外項の積に等しいので，

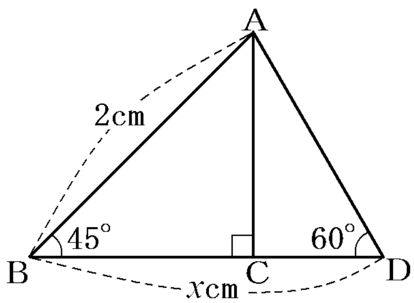
AC×1＝$\sqrt{2}$×2，AC＝$2\sqrt{2}$

次に，ACD は，45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので，

AC：CD＝$\sqrt{2}$ ：1，$2\sqrt{2}$ ： y ＝$\sqrt{2}$ ：1
比の内項の積は外項の積に等しいので，
$y\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}\times1$，$y=2\sqrt{2}\div\sqrt{2}=2$
(2) △ABC は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので，
AB：BC＝1 : $\sqrt{2}$，9 ：BC＝1 : $\sqrt{2}$，
比の内項の積は外項の積に等しいので，
BC×1＝$9\times\sqrt{2}$，BC＝$9\sqrt{2}$
次に，△BCD は 30° 60° 90° の直角三角形なので，
BD：BC＝2 : $\sqrt{3}$，x ： $9\sqrt{2}$ ＝2 : $\sqrt{3}$
比の外項の積は内項の積に等しいので，
$x\times\sqrt{3}=9\sqrt{2}\times2$，$\sqrt{3}x=18\sqrt{2}$
$x=\dfrac{18\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{18\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{18\sqrt{6}}{3}=6\sqrt{6}$



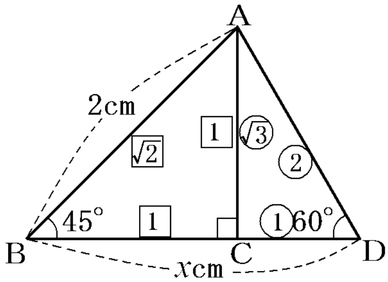
[問題](3 学期)
次の図で x の値を求めよ。



[解答欄]

[解答] $x=\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

[解説]
△ABC は 45° 45° 90° の直角三角形なので，
AC：AB＝1 ： $\sqrt{2}$，AC：2＝1 ： $\sqrt{2}$
比の外項の積は内項の積に等しいので，
AC× $\sqrt{2}$ ＝2×1，AC＝$2\div\sqrt{2}=\sqrt{2}$ (cm)
また，BC＝AC＝$\sqrt{2}$ (cm)・・・①
次に，△ACD は 30° 60° 90° の直角三角形なので，
AC：CD＝$\sqrt{3}$ ：1，$\sqrt{2}$ ：CD＝$\sqrt{3}$ ：1

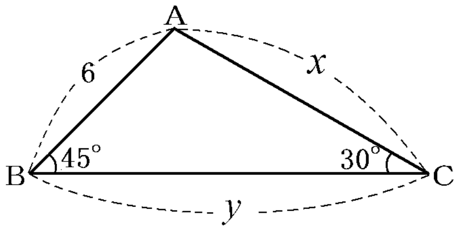


比の内項の積は外項の積に等しいので，

CD× $\sqrt{3}$ ＝ $\sqrt{2}$ ×1，CD＝ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ (cm)・・・②

①，②より， x ＝BC＋CD＝ $\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

[問題](3 学期)

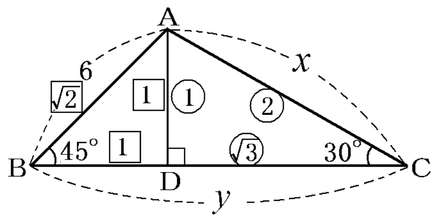


[解答欄]

$x=$	$y=$

[解答] $x=6\sqrt{2}$　 $x=3\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

[解説]



右図のように，A から BC に垂線 AD を引く。

△ABD は，45° 45° 90° の直角三角形なので，

AB：BD＝ $\sqrt{2}$ ：1，

6：BD＝ $\sqrt{2}$ ：1

比の内項の積は外項の積に等しいので，

BD× $\sqrt{2}$ ＝6×1，BD＝6÷ $\sqrt{2}$

BD＝ $\dfrac{6}{\sqrt{2}}=\dfrac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}\dfrac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

また，AD＝BD なので，AD＝ $3\sqrt{2}$

次に，△ACD は 60° 30° 90° の直角三角形なので，

AD：AC＝1：2， $3\sqrt{2}$ ： x ＝1：2

比の内項の積は外項の積に等しいので，

$x\times1=3\sqrt{2}\times2$ ， $x=6\sqrt{2}$

また，AD：CD＝1： $\sqrt{3}$ ， $3\sqrt{2}$ ：CD＝1： $\sqrt{3}$

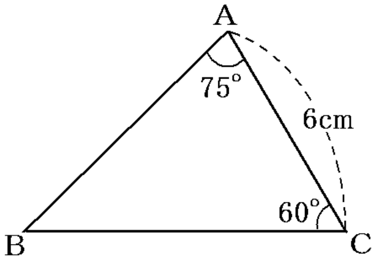
比の内項の積は外項の積に等しいので，

CD×1＝ $3\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ ，CD＝ $3\sqrt{6}$

y ＝BC＝BD＋CD＝ $3\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

[問題](補充問題)

右の図のような△ABC がある。∠A＝75°，∠C＝60°で，AC の長さは 6cm である。AB の長さと BC の長さを求めよ。

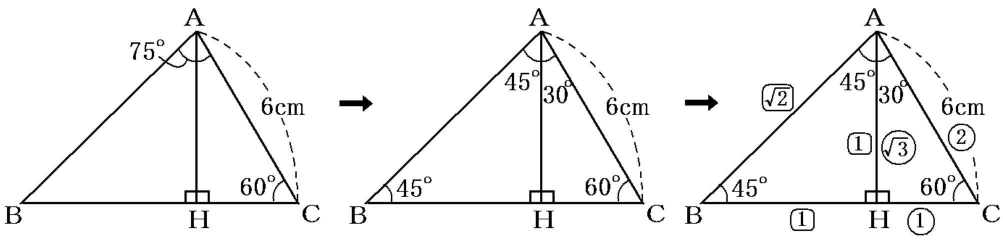


[解答欄]

AB：	BC：

[解答]AB：$3\sqrt{6}$ cm　BC：$3\sqrt{3}+3$(cm)

[解説]



＊75°という角度がときどき使われる。(補助線→75°を 45°と 30°に分割など)

A から BC に垂線 AH をおろす。

△ACH は 30° 60° 90°の直角三角形なので，

AH：AC＝$\sqrt{3}$：2，AH：6＝$\sqrt{3}$：2

比の外項の積は内項の積に等しいので，

AH×2＝6×$\sqrt{3}$，2AH＝$6\sqrt{3}$，AH＝$6\sqrt{3}\div 2=3\sqrt{3}$(cm)

次に，△ABH は 45° 45° 90°の直角三角形なので，

AB：AH＝$\sqrt{2}$：1，AB：$3\sqrt{3}$＝$\sqrt{2}$：1

比の外項の積は内項の積に等しいので，AB＝$3\sqrt{3}\times\sqrt{2}=3\sqrt{6}$(cm)

また，BH＝AH＝$3\sqrt{3}$(cm)

ところで，△ACH で，CH＝AC÷2＝3(cm)

よって，BC＝BH＋CH＝$3\sqrt{3}+3$(cm)

【】三平方と面積

[二等辺三角形]

[問題](3 学期)

底辺が 14cm，等しい二辺が 8cm である二等辺三角形の面積を求めよ。

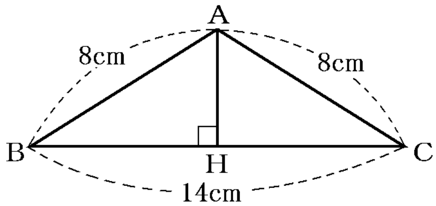
[解答欄]

[解答] $7\sqrt{15}$ cm²

[解説]

<Point> 頂点から底辺へ垂線を引く →高さを求める 

右図の△ABC で, 頂点 A から BC に垂線 AH を引く。



△ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので，H は BC の中点になる。

よって，BH＝14÷2＝7(cm)

直角三角形 ABH で，三平方の定理より，

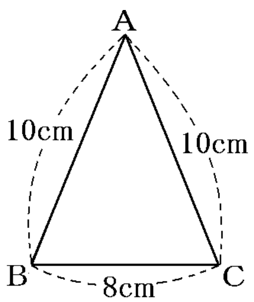
AH＝$\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{8^2-7^2}=\sqrt{15}$ (cm)

(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×AH＝$\dfrac{1}{2}\times 14\times\sqrt{15}=7\sqrt{15}$ (cm²)

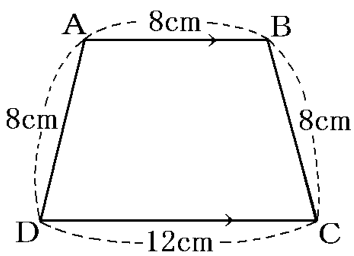
[問題](前期期末)

次の三角形，台形の面積を求めよ。

(1)



(2)



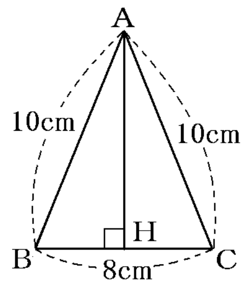
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $8\sqrt{21}$ cm²　(2) $20\sqrt{15}$ cm²

[解説]

(1) 右図の△ABC で，頂点 A から BC に垂線 AH を引く。



△ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので，H は BC の中点になる。

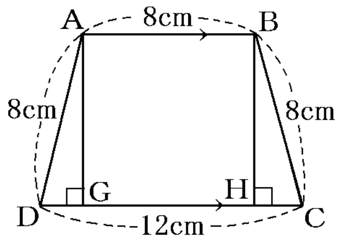
よって，BH＝8÷2＝4(cm)

直角三角形 ABH で，三平方の定理より，

$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{10^2 - 4^2} = \sqrt{84} = \sqrt{4 \times 21} = 2\sqrt{21}$ (cm)

(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×AH＝$\dfrac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{21} = 8\sqrt{21}$ (cm²)

(2) 右図の台形ABCDで, A, BからDCにそれぞれ垂線AG, BHを引くと，CH＝DG＝(12－8)÷2＝2(cm)



直角三角形BCHで，三平方の定理より，

$BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$ (cm)

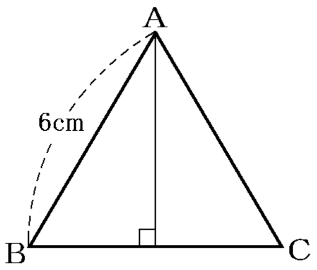
(台形ABCDの面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(上底＋下底)×(高さ)

＝$\dfrac{1}{2}$×(AB＋DC)×BH＝$\dfrac{1}{2} \times (8+12) \times 2\sqrt{15} = 20\sqrt{15}$ (cm²)

[正三角形・正六角形]

[問題](2学期期末)

次の図のような，1辺が6cmの正三角形の面積を求めよ。



[解答欄]

[解答] $9\sqrt{3}$ cm²

[解説]

<Point> 正三角形の頂点から底辺へ垂線を引く
→30° 60° 90° の直角三角形→1：2：$\sqrt{3}$→高さを求める

右図の正三角形ABCで,

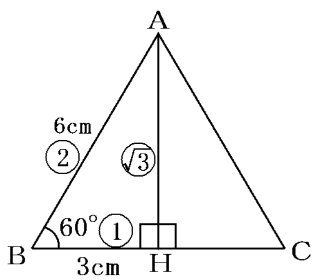
△ABHは30° 60° 90° の直角三角形になるので,

AH：BH＝$\sqrt{3}$: 1

BH＝$6 \div 2 = 3$(cm)なので，AH：3＝$\sqrt{3}$: 1

比の外項の積は内項の積に等しいので,

AH×1＝3×$\sqrt{3}$，AH＝$3\sqrt{3}$ (cm)



(△ABCの面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×AH＝$\dfrac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ (cm²)

[問題](3 学期)

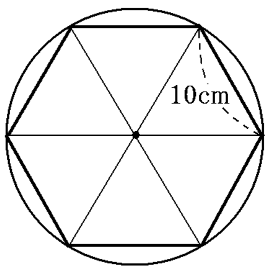
1 辺が 12cm の正三角形の面積を求めよ。

[解答欄]

[解答] $36\sqrt{3}$ cm²

[問題](前期期末)

次の図を参考にして，1 辺の長さが 10cm である正六角形の面積を求めよ。

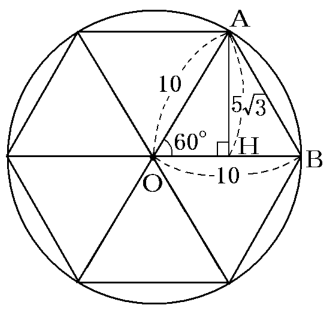


[解答欄]

[解答] $150\sqrt{3}$ cm²

[解説]

<Point> 正六角形は対角線によって 6 つの正三角形に分けられる



右図のように，正六角形は対角線によって 6 つの正三角形に分けることができる。そのうちの正三角形 OAB の底辺を OB とすると高さは AH になる。

△OAH は 30° 60° 90° の直角三角形なので，

AO：AH＝2：$\sqrt{3}$，10：AH＝2：$\sqrt{3}$

比の内項の積は外項の積に等しいので，

AH×2＝10×$\sqrt{3}$，2AH＝$10\sqrt{3}$，AH＝$10\sqrt{3} \div 2 = 5\sqrt{3}$ (cm)

よって，(△OAB の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OB×AH＝$\dfrac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$ (cm²)

したがって，(正六角形の面積)＝$25\sqrt{3} \times 6 = 150\sqrt{3}$ (cm²)

[問題](3 学期)

1 辺の長さが 2cm の正六角形の面積を求めよ。

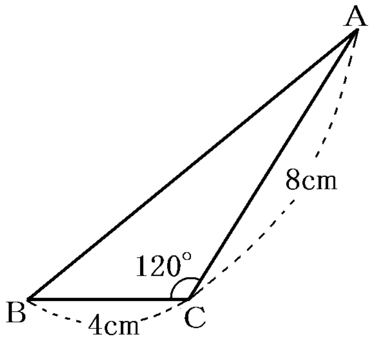
[解答欄]

[解答] $6\sqrt{3}$ cm²

[特殊な角の三角形の面積]

[問題](2 学期期末)

次の図の△ABC の面積を求めよ。

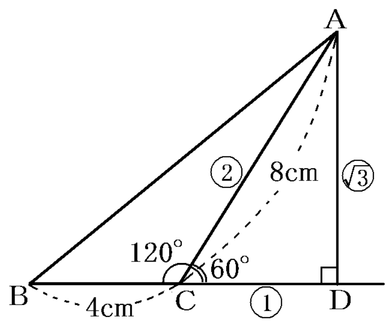


[解答欄]

[解答] $8\sqrt{3}$ cm²

[解説]

右図のように，点 A から垂線 AD を引く。



△ABC で BC を底辺とすると，高さは AD になる。

∠ACD＝180°－120°＝60° なので

△ACD は 30° 60° 90° の直角三角形で，

AC：AD＝$2:\sqrt{3}$，

8：AD＝$2:\sqrt{3}$

比の内項の積は外項の積に等しいので，

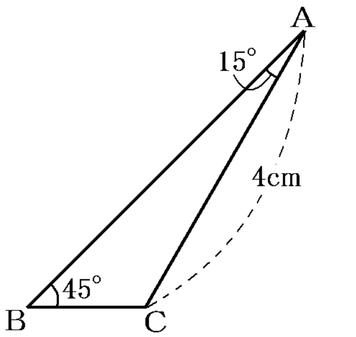
$AD\times 2=8\times\sqrt{3}$，$2AD=8\sqrt{3}$，

$AD=8\sqrt{3}\div 2=4\sqrt{3}$ (cm)

よって，(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times BC\times AD=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ (cm²)

[問題](3 学期)

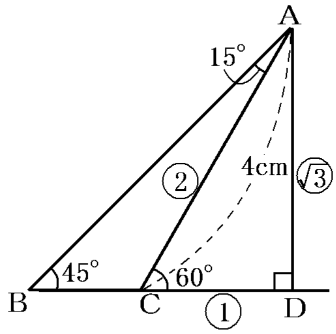
次の図の△ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

[解答] $6-2\sqrt{3}$ cm²

[解説]



右図のように，点 A から BC の延長線上に垂線 AD を引く。

△ABC で BC を底辺とすると，高さは AD になる。

∠ACD＝45°＋15°＝60° なので，

△ACD は 30° 60° 90° の直角三角形になる。

よって，AC：AD＝2：$\sqrt{3}$，4：AD＝2：$\sqrt{3}$

比の内項の積は外項の積に等しいので，

AD×2＝4×$\sqrt{3}$，2AD＝$4\sqrt{3}$，

AD＝$4\sqrt{3}\div 2=2\sqrt{3}$(cm)

また，CD：AD＝1：2，CD：4＝1：2

比の外項の積は内項の積に等しいので，

CD×2＝4×1，2CD＝4，CD＝2(cm)

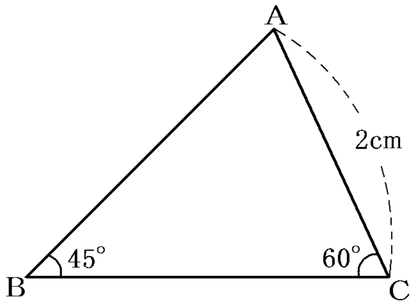
次に，△ABD は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので，BD＝AD＝$2\sqrt{3}$ cm

BC＝BD－CD＝$2\sqrt{3}-2$(cm)

(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}$×BC×AD＝$\frac{1}{2}\times\left(2\sqrt{3}-2\right)\times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}-2\right)=6-2\sqrt{3}$ (cm²)

[問題](3 学期)

　次の△ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

[解答] $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$cm²

[解説]

右図のように，点 A から垂線 AD を引く。

△ABC で BC を底辺とすると，高さは AD になる。

△ACD は 30° 60° 90° の直角三角形なので,

AD : AC＝$\sqrt{3}$: 2，AD : 2＝$\sqrt{3}$: 2

比の外項の積は内項の積に等しいので,

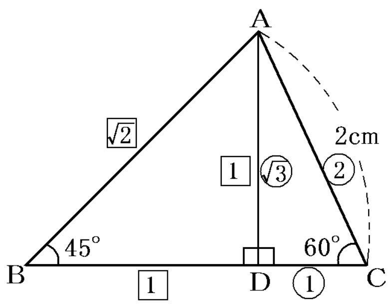
AD×2＝2×$\sqrt{3}$，2AD＝2$\sqrt{3}$，AD＝$\sqrt{3}$(cm)

また，CD : AC＝1 : 2，CD : 2＝1 : 2，CD＝1(cm)

次に，△ABD は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので,

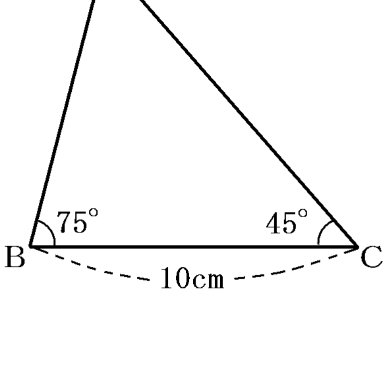
BD＝AD＝$\sqrt{3}$(cm)　よって，BC＝BD＋CD＝$\sqrt{3}+1$(cm)

(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×AD＝$\dfrac{1}{2}\times\left(\sqrt{3}+1\right)\times\sqrt{3}=\dfrac{\left(\sqrt{3}+1\right)\times\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$(cm²)



[問題](2 学期期末)

　次の△ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

[解答] $\dfrac{25\sqrt{3}}{3}+25$(cm^2)

[解説]

<Point> 75°を分割するように補助線を引く

A から BC に垂線を引いてもうまくいかない。75°が処理できないからである。

そこで，B から AC に垂線 BH を引く。

∠CBH＝180°−90°−45°＝45°なので，

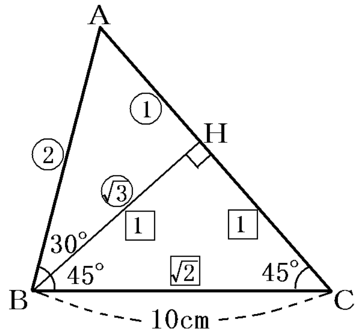
△BCH は 45° 45° 90°の直角二等辺三角形で，

CH：CB＝1 : $\sqrt{2}$，CH：10＝1 : $\sqrt{2}$

比の外項の積は内項の積に等しいので，

CH×$\sqrt{2}$＝10×1，$\sqrt{2}$ CH＝10，

CH＝$\dfrac{10}{\sqrt{2}}=\dfrac{10\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{10\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$ (cm)



HB＝CH＝$5\sqrt{2}$ (cm)・・・①

次に△ABH に注目する。

∠ABH＝75°−45°＝30°なので

△ABH は 30° 60° 90°の直角三角形である。

よって，AH：HB＝1 : $\sqrt{3}$，AH：$5\sqrt{2}$＝1 : $\sqrt{3}$

比の外項の積は内項の積に等しいので，

AH×$\sqrt{3}$＝$5\sqrt{2}$×1，$\sqrt{3}$ AH＝$5\sqrt{2}$

AH＝$\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$ (cm)・・・②

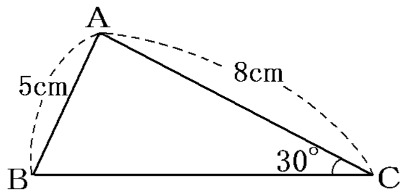
①，②より，(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AC×HB＝$\dfrac{1}{2}$×(AH＋CH)×HB

$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{5\sqrt{6}}{3}+5\sqrt{2}\right)\times5\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times\frac{5\sqrt{6}}{3}\times5\sqrt{2}+\frac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times5\sqrt{2}$$

$$=\frac{25\sqrt{12}}{6}+\frac{25\times2}{2}=\frac{50\sqrt{3}}{6}+25=\frac{25\sqrt{3}}{3}+25\,(\text{cm}^2)$$

[問題](3 学期)

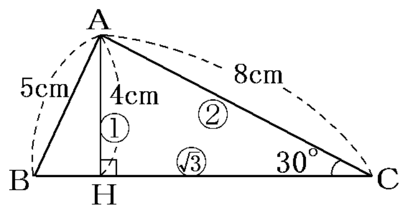
次の△ABC の面積を求めよ。(注：∠A は 90°ではない)



[解答欄]

[解答] $6+8\sqrt{3}$ (cm²)

[解説]



頂点 A から辺 BC に垂線 AH を引く。

△ABC で BC を底辺とすると，高さは AH になる。

そこで，BC と AH を求めていく。

△ACH は 30° 60° 90° の直角三角形なので，

AH：AC＝1：2，AH：8＝1：2

比の外項の積は内項の積に等しいので，

AH×2＝8×1，2AH＝8，AH＝4(cm)・・・①

また，CH：AC＝$\sqrt{3}$：2，CH：8＝$\sqrt{3}$：2

比の外項の積は内項の積に等しいので，

CH×2＝8×$\sqrt{3}$，2CH＝$8\sqrt{3}$，CH＝$4\sqrt{3}$ (cm)・・・②

次に，△ABH で，三平方の定理より，

BH＝$\sqrt{AB^2-AH^2}=\sqrt{25-16}=\sqrt{9}=3$ (cm)・・・③

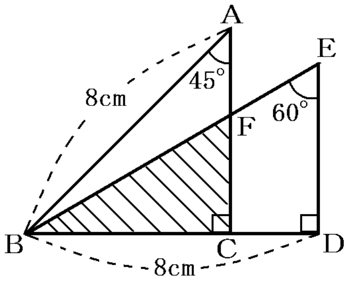
①，②，③より，

(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×AH＝$\dfrac{1}{2}$×(BH＋CH)×AH

$=\dfrac{1}{2}\times\left(3+4\sqrt{3}\right)\times 4=2\left(3+4\sqrt{3}\right)=6+8\sqrt{3}$ (cm²)

[問題](2 学期期末)

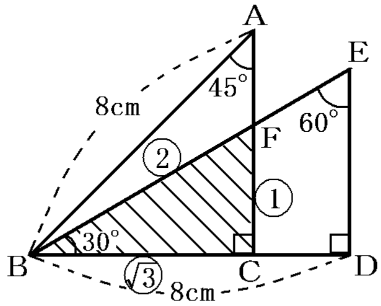
次の図のように 1 組の三角定規を重ねて置くとき，斜線で示した重なりの部分の面積を求めよ。



[解答欄]

[解答] $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ (cm²)

[解説]



△ABC は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので，

BC : AB＝1 : $\sqrt{2}$，BC : 8＝1 : $\sqrt{2}$，

比の外項の積は内項の積に等しいので，

BC×$\sqrt{2}$＝8×1，$\sqrt{2}$BC＝8，

BC＝$\dfrac{8}{\sqrt{2}}=\dfrac{8\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$ (cm)

次に，∠FBC＝180°－90°－60°＝30° なので，

△FBC は 30° 60° 90° の直角三角形になる。

よって，FC : BC＝1 : $\sqrt{3}$，FC : $4\sqrt{2}$＝1 : $\sqrt{3}$

比の外項の積は内項の積に等しいので，

FC×$\sqrt{3}=4\sqrt{2}\times1$，$\sqrt{3}$FC＝$4\sqrt{2}$，FC＝$\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$ (cm)

(△FBC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×FC＝$\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times\dfrac{4\sqrt{6}}{3}=\dfrac{16\sqrt{12}}{6}=\dfrac{32\sqrt{3}}{6}=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ (cm²)

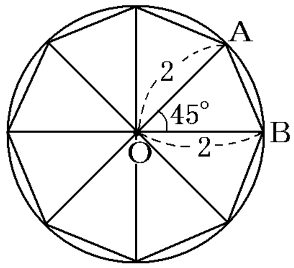
[問題](前期期末)

半径が 2cm の円に内接する正八角形の面積を求めよ。

[解答欄]

[解答] $8\sqrt{2}$ cm²

[解説]



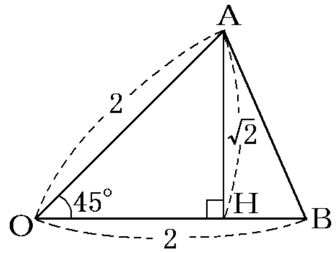
右図のように，正八角形は対角線によって 8 個の二等辺三角形に分けることができる。

そのうちの△OAB をとって考える。

∠AOB＝360°÷8＝45°

したがって，△OAB は頂角が 45°で，

OA＝OB＝2cm の二等辺三角形である。



A から OB に垂線 AH をおろす。OB を底辺とすると，AH が高さになる。

△AOH は 45° 45° 90°の直角三角形なので，AH : OH : AO ＝1 : 1 : $\sqrt{2}$ である。

AO＝2 なので，AH＝$2\div\sqrt{2}=\sqrt{2}$ (cm)である。

よって，(△AOH の面積)＝OB×AH÷2＝$2\times\sqrt{2}\div2=\sqrt{2}$ (cm²)

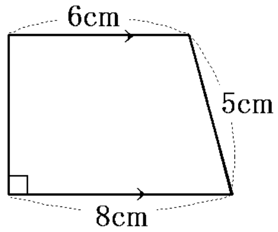
したがって，(正八角形の面積)＝$\sqrt{2}\times8=8\sqrt{2}$ (cm²)

[その他]

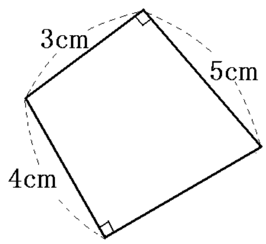
[問題](3 学期)

次の四角形の面積をそれぞれ求めよ。

(1)



(2)

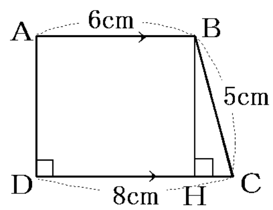


[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $7\sqrt{21}$ cm²　(2) $\dfrac{15}{2}+6\sqrt{2}$ (cm²)

[解説]



(1) 右図の台形 ABCD で，B から CD に垂線 BH を引く。

CH＝8－6＝2(cm)

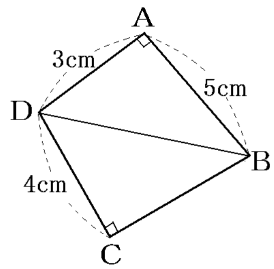
直角三角形 BCH で，三平方の定理より，

BH＝$\sqrt{BC^2-CH^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$ (cm)

(台形 ABCD の面積)＝$\frac{1}{2}$×(上底＋下底)×(高さ)

＝$\frac{1}{2}\times(6+8)\times\sqrt{21}=7\sqrt{21}$ (cm²)

(2) 右図のように, 補助線 BD を引く。△ABD は直角三角形なので,



BD＝$\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{25+9}=\sqrt{34}$ (cm)

△CBD は直角三角形なので,

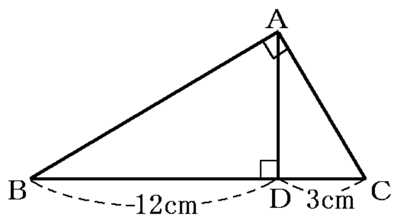
BC＝$\sqrt{BD^2-CD^2}=\sqrt{34-16}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ (cm)

(△ABD の面積)＝$\frac{1}{2}\times5\times3=\frac{15}{2}$ (cm²), (△CBD の面積)＝$\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times4=6\sqrt{2}$ (cm²)

よって, (四角形 ABCD の面積)＝$\frac{15}{2}+6\sqrt{2}$ (cm²)

[問題](2 学期期末)

次の図の△ABC の面積を求めよ。

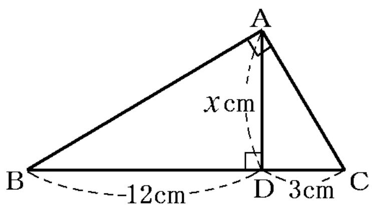


[解答欄]

[解答]45cm²

[解説]

AD＝x (cm)とする。



直角三角形 ABD で, 三平方の定理より,

AB²＝AD²＋BD²＝$x^2+12^2=x^2+144$

直角三角形 ACD で, 三平方の定理より,

AC²＝AD²＋CD²＝$x^2+3^2=x^2+9$

直角三角形 ABC で, 三平方の定理より, AB²＋AC²＝BC²

$x^2+144+x^2+9=15^2$, $2x^2+153=225$, $2x^2=72$, $x^2=36$

$x>0$ なので, $x=6$

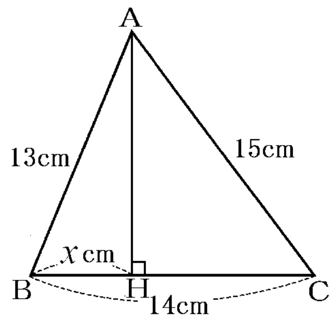
(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}$×BC×x＝$\frac{1}{2}\times15\times6$＝45(cm²)

[問題](補充問題)

右の図のように，AB＝13cm，BC＝14cm，CA＝15cm の△ABC がある。次の各問いに答えよ。

(1) 図の x の値を求めよ。

(2) △ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $x=5$ (2) 84cm²

[解説]

(1) AH² を x を使って，2 通りのやり方で表す。

まず，△ABH で，三平方の定理より，

AH²＝AB²−BH²＝$13^2-x^2=169-x^2$

次に，△ACH で，三平方の定理より，

AH²＝AC²−CH²＝$15^2-(14-x)^2=225-(196-28x+x^2)=29+28x-x^2$

よって，$29+28x-x^2=169-x^2$，$28x=140$，$x=5$

この解は問題にあう。

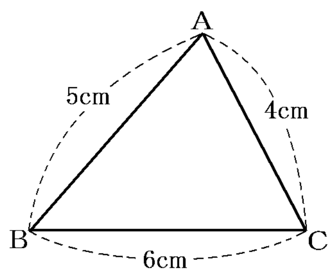
(2) (1)より，AH²＝$169-x^2=169-25=144=12^2$

AH＞0 なので，AH＝12(cm)

よって，(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×AH＝$\dfrac{1}{2}\times14\times12=84$(cm²)

[問題](後期期末)

右図の△ABC で，AB＝5cm，BC＝6cm，AC＝4cm のとき，△ABC の面積を求めよ。

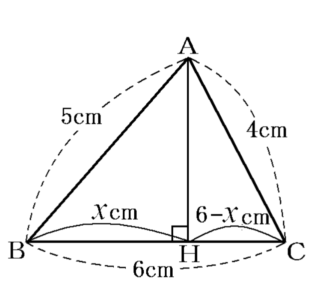


[解答欄]

[解答] $\dfrac{15\sqrt{17}}{4}$ cm²

[解説]

右図のように，A より底辺 BC に垂線 AH をひき，BH＝x (cm)とおく。



AH² を x を使って，2 通りのやり方で表す。

まず，△ABH で，三平方の定理より，

AH²＝AB²−BH²＝$5^2-x^2=25-x^2$

次に，△ACH で，三平方の定理より，

$AH^2 = AC^2 - CH^2 = 4^2 - (6-x)^2 = 16 - (36 - 12x + x^2) = -20 + 12x - x^2$

よって，$-20 + 12x - x^2 = 25 - x^2$，$12x = 45$，$x = \dfrac{45}{12} = \dfrac{15}{4}$

$AH^2 = 25 - x^2 = 25 - \dfrac{225}{16} = \dfrac{400-225}{16} = \dfrac{175}{16}$

AH＞0 なので，$AH = \sqrt{\dfrac{175}{16}} = \dfrac{\sqrt{25\times7}}{4} = \dfrac{5\sqrt{7}}{4}$

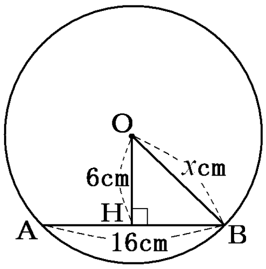
よって，(△ABC の面積)$= \dfrac{1}{2} \times BC \times AH = \dfrac{1}{2} \times 6 \times \dfrac{5\sqrt{7}}{4} = \dfrac{15\sqrt{7}}{4}$ (cm²)

【】三平方と円・相似など

[円の弦]

[問題](3 学期)

次の図で，x の値を求めよ。



[解答欄]

$x=$

[解答] $x=10$

[解説]

円の中心から弦 AB におろした垂線 OH は線分 AB を二等分するので，BH＝8cm

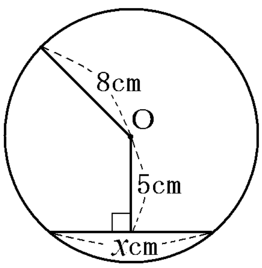
△OBH で，三平方の定理より，

$OB^2=OH^2+HB^2$，$x^2=36+64=100$

$x>0$ なので，$x=10$

[問題](3 学期)

次の図で，x の値を求めよ。



[解答欄]

$x=$

[解答] $x=2\sqrt{39}$

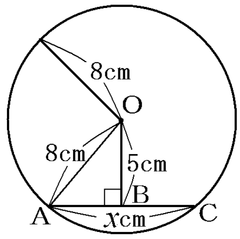
[解説]

右の△OAB で，三平方の定理より，

$AB^2+BO^2=OA^2$，$AB^2+25=64$，$AB^2=64-25=39$

よって，AB＝$\sqrt{39}$ cm

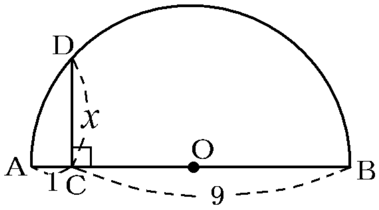
B は AC の中点になるので，x＝AC＝2AB＝$2\sqrt{39}$



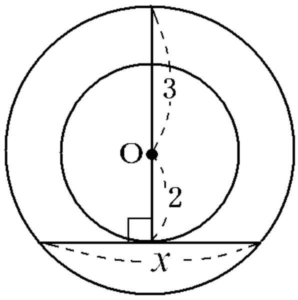
[問題](3 学期)

下の図の x の値を求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) x＝	(2) x＝

[解答](1)　$x=3$　(2)　$x=2\sqrt{5}$

[解説]

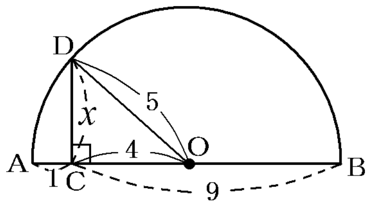
(1) OD を結んで，直角三角形 OCD に注目する。

この円の半径は$(1+9)\div 2=5$なので，OD＝5

OC＝$5-1=4$

△OCD で，三平方の定理より，$CD^2+CO^2=OD^2$

$x^2+4^2=5^2$，$x^2=25-16=9$，$x=3$



(2) 右図の直角三角形 OAH に注目する。

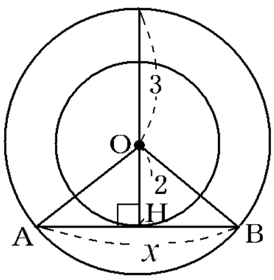
△OAB は二等辺三角形で OH⊥AB なので H は AB の中点

ゆえに AH＝$\frac{1}{2}x$　OA は半径なので OA＝3

$AH^2+OH^2=OA^2$，$\left(\frac{1}{2}x\right)^2+2^2=3^2$

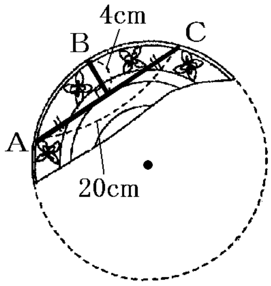
$\frac{1}{4}x^2+4=9$，$x^2+16=36$，$x^2=36-16=20$

よって，$x=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$



[問題](3 学期)

ある遺跡の発掘現場から，右の図のような円形の皿の破片が見つかった。この皿のもとの形は，図の ABC を弧とする円である。もとの形の円の直径を求めよ。



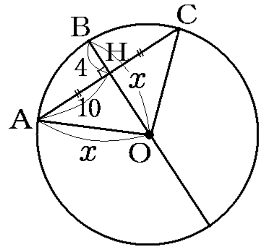
[解答欄]

[解答]29cm

[解説]

右図で，BH は弦 AC の垂直二等分線なので，円の中心 O を通る。

この円の半径を x cm とする。



△AOH で，AH＝20÷2＝10(cm)，OH＝ x －4(cm)である。

三平方の定理より，$OA^2=AH^2+OH^2$

よって，$x^2=10^2+(x-4)^2$

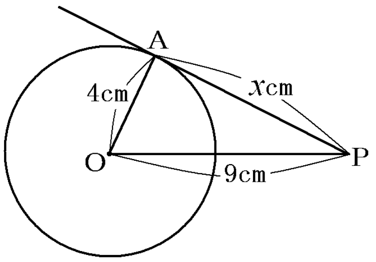
$x^2=100+x^2-8x+16,\ 8x=116,\ x=116\div 8=14.5$

したがって，円の直径は，14.5×2＝29(cm)である。

[三平方と円の接線]

[問題](3 学期)

次の図で，x の値を求めよ。



[解答欄]

x＝

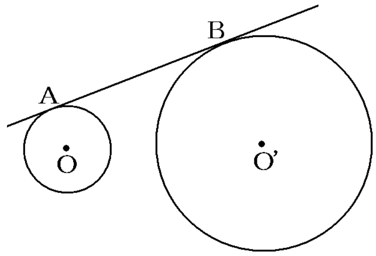
[解答] $x=\sqrt{65}$

[解説]

円の中心と接点を結んだ線分は接線に垂直になるので，∠OAP＝90° よって，△OAP で三平方の定理より，$OA^2+AP^2=OP^2$，16＋ x^2 ＝81， x^2 ＝81－16＝65， $x=\sqrt{65}$

[問題](補充問題)

半径 3cm の円 O と，半径 8cm の円 O'があり，OO'間の距離は 13cm である。図のように共通接線をひき，接点を A, B とする。このとき，線分 AB の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]12cm

[解説]

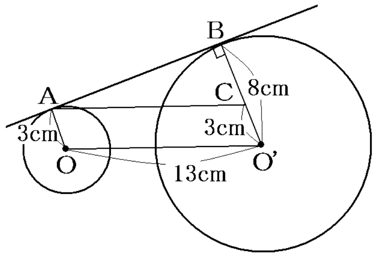
<Point> 中心と接点を結ぶ→90°

右図のように，OA，OB をひくと，∠OBA＝90°

また，OO'// AC となる C を OB 上にとる。

△ABC は直角三角形になり，

AC＝OO'＝13cm，BC＝8－3＝5cm



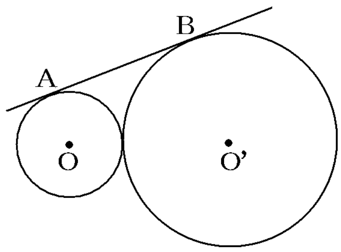
三平方の定理より，$AB^2+BC^2=AC^2$

$AB^2+5^2=13^2$，$AB^2=169-25=144=12^2$

よって，AB＝12cm

[問題](補充問題)

半径 4cm の円 O と，半径 8cm の円 O'があり，OO'は外接している。図のように共通接線をひき，接点を A，B とする。このとき，線分 AB の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]$8\sqrt{2}$ cm

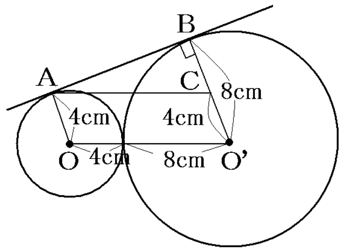
[解説]

<Point> 中心と接点を結ぶ→90°

右図のように，OA，OB をひくと，∠OBA＝90°

また，OO'// AC となる C を OB 上にとる。

△ABC は直角三角形になり，



AC＝OO'＝4＋8＝12(cm)

BC＝8－4＝4(cm)

三平方の定理より，$AB^2+BC^2=AC^2$

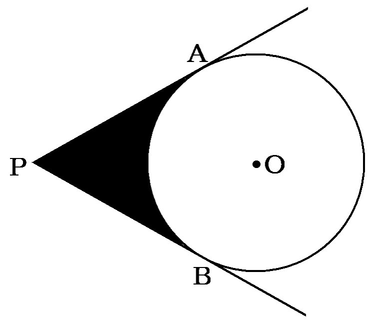
$AB^2+4^2=12^2$

$AB^2=12^2-4^2=144-16=128$

よって，AB＝$\sqrt{128}=\sqrt{64\times 2}=8\sqrt{2}$ (cm)

[問題](3 学期)

右の図で，円Oの半径は 1cm，∠APB＝60° であるとき，影をつけた部分の面積を求めよ。



[解答欄]

[解答] $\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}$ (cm²)

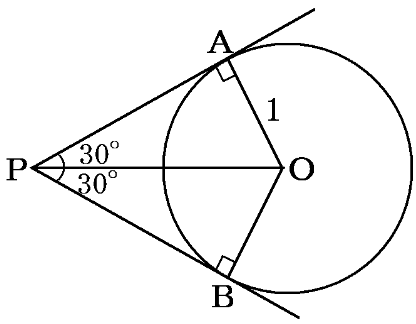
[解説]

∠APB＝60° で OP は∠APB を二等分するので，

∠APO＝30° また，∠OAP＝90°

よって，△APO は 30° 60° 90° の直角三角形なので，

OA : AP＝1 : $\sqrt{3}$，OA＝1 なので AP＝$\sqrt{3}$ cm



ゆえに(△OAP の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (cm²)

同様に(△OBP の面積)＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (cm²)

よって，(四角形 OAPB の面積)＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ (cm²)･･･①

次に，扇形 OAB について，

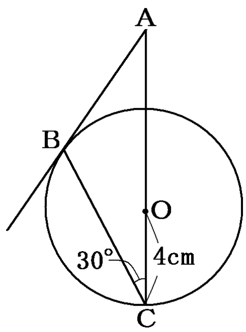
∠AOP＝∠BOP＝60° なので，中心角∠AOB＝120°

ゆえに(扇形 OAB の面積)＝$\pi\times 1^2\times\dfrac{120}{360}=\dfrac{\pi}{3}$ (cm²)･･･②

①，②より，(影をつけた部分の面積)＝$\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}$ (cm²)

[問題](3 学期)

右の図で，直線 AB は円の接線である。線分 AB の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答] $4\sqrt{3}$ cm

[解説]

OB を結ぶと，$\angle$ABO＝90°

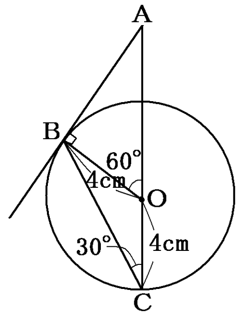
(中心角)＝(円周角)×2 なので，$\angle$AOB＝30°×2＝60°

よって，△ABO は 30° 60° 90° の直角三角形なので,

AB：OB＝$\sqrt{3}$：1，OB＝4 なので，AB：4＝$\sqrt{3}$：1

比の外項の積は内項の積に等しいので,

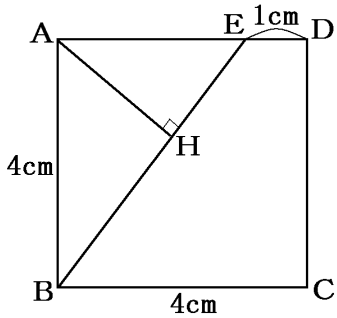
AB×1＝4×$\sqrt{3}$　よって，AB＝$4\sqrt{3}$(cm)



[三平方と相似]

[問題](3 学期)

右の図のように, 1 辺の長さが 4cm の正方形 ABCD があり, AD 上に DE＝1cm となる点 E をとる。A から BE に垂線をひき，BE との交点を H とするとき，EH の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]$\dfrac{9}{5}$cm

[解説]

△AEH と△BEA において,

$\angle$AHE＝$\angle$BAE＝90°・・・①

$\angle$AEH＋$\angle$EAH＝90°，$\angle$AEH＋$\angle$ABE＝90° なので,

$\angle$EAH＝$\angle$ABE・・・②

①，②より 2 角が等しいので，△AEH∽△BEA

相似な三角形の対応する辺の比は等しいので,

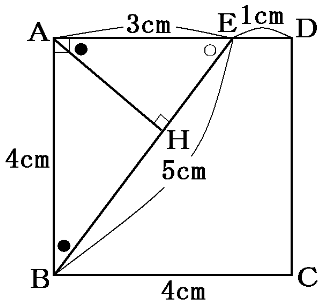
AE：BE＝EH：EA・・・③

△BEA は直角三角形なので，三平方の定理より，$BE^2=4^2+3^2=25$ で BE＝5

③より，3：5＝EH：3

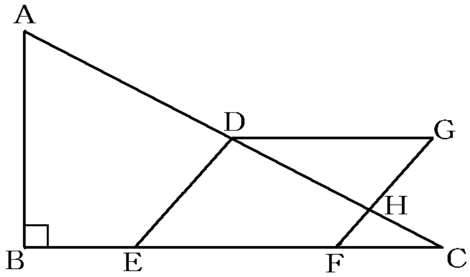
比の内項の積は外項の積に等しいので，5×EH＝3×3

よって，EH＝3×3÷5＝$\dfrac{9}{5}$(cm)



[問題](3 学期)

右の図で△ABC は，∠ABC＝90°の直角三角形，D は辺 AC の中点，E，F は辺 BC 上の点で，BE＝$\dfrac{1}{2}$EF＝FC の関係が成り立っている。また，四角形 DEFG は平行四辺形であり，H は AC と GF の交点である。AB＝2cm，BC＝4cm のとき次の各問いに答えよ。



(1) 線分 DE の長さを求めよ。

(2) 四角形 ABED の面積は，△DHG の面積の何倍か。

[解答欄]

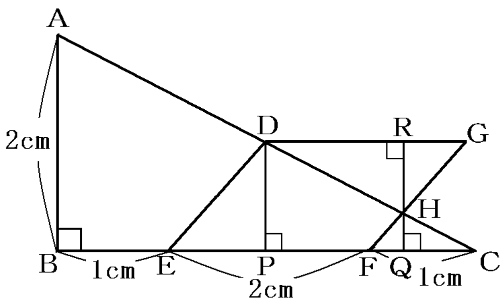
(1)	(2)

[解答](1) $\sqrt{2}$ cm　(2) $\dfrac{15}{4}$倍

[解説]

(1) D から BC に垂線 DP をひく。

D は AC の中点で，AB // DP なので中点連結定理より，DP＝$\dfrac{1}{2}$AB＝1cm



また，P は BC の中点で，BC＝4cm，

BE＝1cm なので，EP＝1cm，

DE＝$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ cm

(2) まず△DHG の面積を求める。

DG＝EF＝2cm，△DHG と△CHF は相似で，相似比は

DG：CF＝2：1 なので RH：QH＝2：1

RQ＝DP＝1cm なので，RH＝$\dfrac{2}{3}$RQ＝$\dfrac{2}{3}$cm

よって，(△DHG の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×DG×RH＝$\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{3}$(cm²)

次に，(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times4\times2=4$(cm²)，

(△DEC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×EC×DP＝$\dfrac{1}{2}\times3\times1=\dfrac{3}{2}$(cm²)

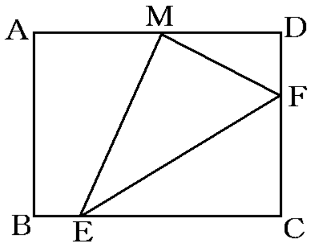
∴(四角形 ABED の面積)＝(△ABC の面積)－(△DEC の面積)＝$4-\dfrac{3}{2}=\dfrac{5}{2}$(cm²)

$\frac{5}{2}\div\frac{2}{3}=\frac{15}{4}$なので四角形 ABED は△DHG の$\frac{15}{4}$倍

[折り返し]

[問題](3 学期)

AB＝6cm，BC＝8cm の長方形 ABCD を右の図のように，頂点 C が辺 AD の中点 M と重なるように折る。このとき，DF の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]$\frac{5}{3}$cm

[解説]

DF＝x cm とおくと，FC=$6-x$(cm)

EF を折り目として FC が FM に重なるので，

MF＝FC，ゆえに MF＝$6-x$(cm)

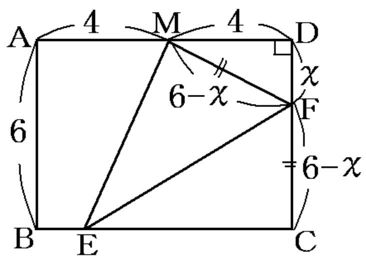
M は AD の中点なので MD＝8÷2＝4(cm)

△FDM は直角三角形なので，三平方の定理より

$FD^2+DM^2=FM^2$

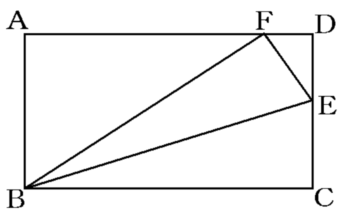
ゆえに$x^2+16=(6-x)^2$

$x^2+16=x^2-12x+36$，$12x=20$，$x=20\div12=\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$(cm)



[問題](補充問題)

次の図は，長方形 ABCD を，BE を折り目として折り返したとき，頂点 C が辺 AD 上の点 F に移ったところを示したものである。AB＝3cm，BC＝5cm のとき，△DFE の面積を求めよ。

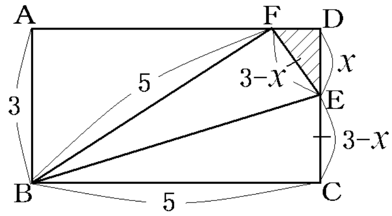


[解答欄]

[解答]$\frac{2}{3}$(cm²)

[解説]

DF と DE の長さがわかれば，△DFE の面積を求めることができる。そこで，まず DF を求める。
BE を折り目として△BEC を△BEF に折り返しているので，BF＝BC＝5(cm)
直角三角形 BFA で，三平方の定理より，



AF＝$\sqrt{BF^2-BA^2}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$(cm)　よって，DF＝AD－AF＝5－4＝1(cm)

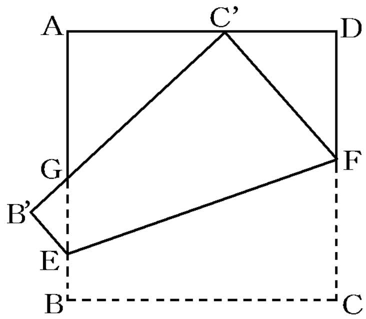
次に，DE の長さを求めるために，DE＝x cm とおく。
BE を折り目として△BEC を△BEF に折り返しているので，EF＝EC となる。
EC＝DC－DE＝3－x(cm)　よって，EF＝3－x(cm)
直角三角形 DEF で，三平方の定理より，DE²＋DF²＝EF²　よって，$x^2+1^2=(3-x)^2$

$x^2+1=9-6x+x^2$，$x^2+6x-x^2=9-1$, $6x=8$，　$x=8\div 6=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$(cm)

よって，(△DEF の面積)＝DF× x ÷2＝$1\times\dfrac{4}{3}\div 2=\dfrac{2}{3}$(cm²)

[問題](3 学期)

右の図のように，正方形 ABCD を，点 C が辺 AD 上にくるように折り返す。点 B，C が移る点をそれぞれ B'，C'とし，折り目を EF とする。また, B'C'と辺 AB の交点を G とする。AB＝9cm，C'D＝3cm，DF＝4cm のとき，線分 B'E の長さを求めよ。

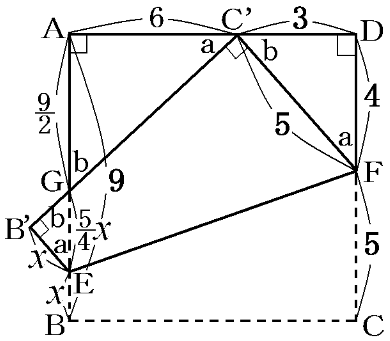


[解答欄]

[解答]2cm

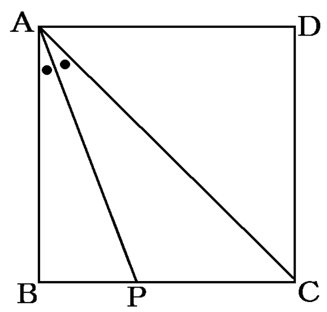
[解説]

△C'DF の∠C'FD＝a，∠FC'D＝b とすると，
a＋b＝90°
次に，∠B'C'F＝90° なので，∠AC'G＋∠DC'F＝90°
∠AC'G＋b＝90°　　よって∠AC'G＝90° －b＝a
△AC'G について，∠C'AG＝90° で，
∠AGC'＋∠AC'G＝90° なので，
∠AGC'＋a＝90° で，∠AGC'＝90° －a＝b



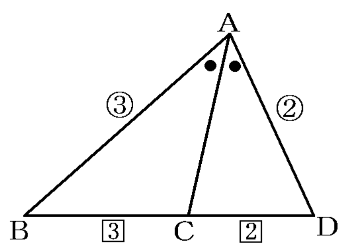
同様に，△B’EG の 90° 以外の角の大きさも右図のようにａ，ｂとなる。
以上のことから，2 角が等しいので，△C’DF，△AC’G，△B’EG は互いに相似になる。
EF を折り目に折り返しているので，C’F＝CF，CF＝9－4＝5cm なので，C’F＝5cm
△C’DF は直角三角形なので，三平方の定理より，
$C'D^2=5^2-4^2=9$　よって C’D＝3cm
次に，△AC’G について，AC’＝AD－C’D＝9－3＝6cm
△AC’G∽△C’DF なので，対応する辺の比は等しくなり，AG：C’D＝AC’：FD
(角ａ，ｂで辺の対応関係をつかむことができる)
よって，AG：3＝6：4　比の外項の積は内項の積に等しいので，AG×4＝3×6
ゆえに，AG＝$\frac{9}{2}$cm
次に，BE＝B’E＝x とおく。△B’EG∽△C’DF なので，対応する辺の比は等しくなり，
GE：C’F＝B’E：FD，GE：5＝x：4
比の外項の積は内項の積に等しいので，GE×4＝5×x　よって，GE＝$\frac{5}{4}x$cm
BE＋EG＋GA＝AB なので，$x+\frac{5}{4}x+\frac{9}{2}=9$　両辺に 4 をかけると，
$4x+5x+18=36,\ 9x=18,\ x=2$　よって，B’E＝2cm

[角の二等分]
[問題](3 学期)
右の図のように 1 辺の長さが 3cm の正方形がある。
∠BAC の二等分線と辺 BC との交点を P とするとき
線分 BP の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答] $3\sqrt{2}-3$(cm)
[解説]
△ABC は直角三角形なので，三平方の定理より，
AC＝$\sqrt{AB^2+CB^2}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{3^2\times 2}=3\sqrt{2}$ (cm)
次に，AP は∠BAC の二等分線なので，
AB：AC＝BP：PC，
3：$3\sqrt{2}$＝BP：PC
比の外項の積は内項の積に等しいので，



[AB：AD＝BC：CD]

$3\times PC = BP\times 3\sqrt{2}$,

$PC = 3\sqrt{2}\,BP \div 3 = \sqrt{2}\,BP$

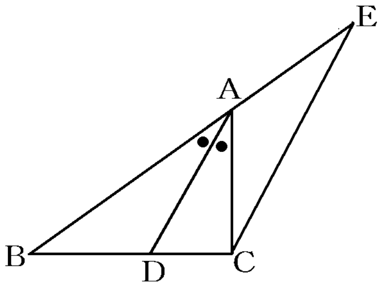
ところで，BP＋PC＝3 なので，$BP + \sqrt{2}\,BP = 3$

$\left(\sqrt{2}+1\right)BP = 3$

よって，$BP = \dfrac{3}{\left(\sqrt{2}+1\right)} = \dfrac{3\times\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)} = \dfrac{3\sqrt{2}-3}{2-1} = 3\sqrt{2}-3$ (cm)

[問題](3 学期)

右の図のように，∠C＝90°の直角三角形 ABC の∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とする。また，点 C を通り，AD に平行な直線と辺 BA の延長との交点を E とする。AC＝3cm, AB＝5cm のとき，次の各問いに答えよ。



(1) AE の長さを求めよ。

(2) BD の長さを求めよ。

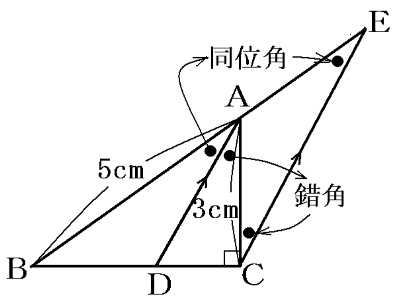
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 3cm　(2) $\dfrac{5}{2}$ cm

[解説]

(1) 仮定より，AD // EC



平行線の同位角は等しいので，∠BAD＝∠AEC

平行線の錯角は等しいので，∠DAC＝∠ACE

∠BAD＝∠DAC なので，∠AEC＝∠ACE

よって，△ACE は二等辺三角形となり，

AE＝AC＝3cm

(2) △ABC は直角三角形なので，三平方の定理より，

$BC^2+CA^2=AB^2$，$BC^2+9=25$，$BC^2=25-9=16$，BC＝4cm

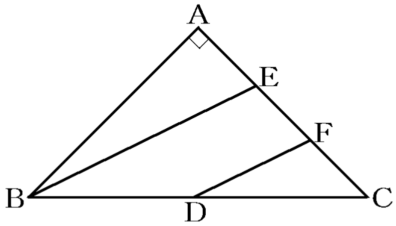
AD // EC なので，平行線の性質より，BD：DC＝BA：AE　よって，BD：DC＝5：3

BC＝4cm なので，$BD = 4\times\dfrac{5}{5+3} = \dfrac{5}{2}$ cm

[三平方と中点連結]

[問題](3 学期)

右の図で，△ABC は∠A＝90°の直角二等辺三角形で，D は辺 BC の中点である。また，E，F は辺 AC 上の点で，AE＝EF＝FC である。AB＝6cm のとき，線分 DF の長さを求めよ。



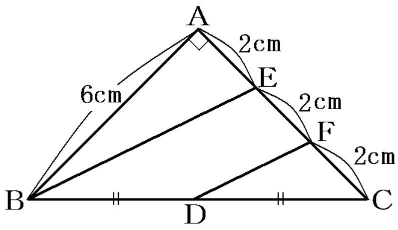
[解答欄]

[解答] $\sqrt{10}$ cm

[解説]

AC＝AB＝6cm で，AE＝EF＝FC なので，

AE＝EF＝FC＝2cm



△ABE は直角三角形なので，三平方の定理より，

$BE^2＝AB^2＋AE^2＝36＋4＝40$

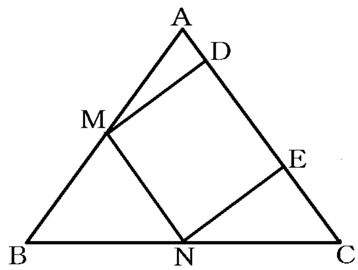
よって，BE＝$\sqrt{40}=2\sqrt{10}$ cm

次に，△CBE で D は CB の中点で，F は CE の中点なので，中点連結定理より，

DF＝$\dfrac{1}{2}$BE　よって，DF＝$\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{10}=\sqrt{10}$ cm

[問題](2 学期期末)

右の図のような AB＝AC＝10cm，BC＝12cm の△ABC において，辺 AB，BC の中点をそれぞれ M，N としする。2 点 M，N から辺 AC にひいた垂線と辺 AC との交点をそれぞれ D, E とする。このとき長方形 MNED の面積を求めよ。



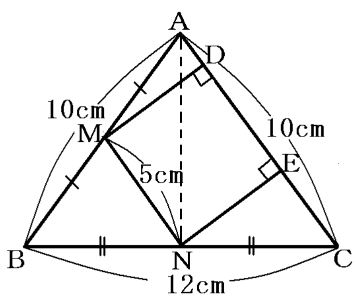
[解答欄]

[解答]24cm²

[解説]

△BAC で，M は BA の中点で，N は BC の中点なので中点連結定理より，

MN＝$\dfrac{1}{2}$AC＝$\dfrac{1}{2}$×10＝5(cm)



△CAN と△CNE において

△ABC は二等辺三角形なので AN⊥BC

ゆえに∠ANC＝90°

また，仮定より∠NEC＝90°

ゆえに∠ANC＝∠NEC･･･①

∠C は共通･･･②

①，②より 2 角が等しいので，△CAN∽△CNE

相似な図形の対応する辺の比は等しいので，

NE：AN＝NC：AC

NE：AN＝6：10＝3：5･･･③

ところで，△CAN は直角三角形なので，三平方の定理より

$AN^2+NC^2=AC^2$，$AN^2+36=100$，$AN^2=64$，AN＝8

③より NE：8＝3：5

比の外項の積は内項の積に等しいので，

NE×5＝8×3，NE＝8×3÷5＝$\dfrac{24}{5}$(cm)

ゆえに，(長方形 MNED の面積)＝NE×MN＝$\dfrac{24}{5}\times 5=24$(cm²)

【】座標平面上の長さ

[問題](3 学期)

次の座標をもつ 2 点間の距離を求めよ。

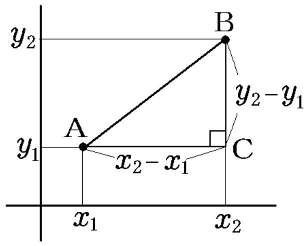
A(4，4)，　B(1，2)

[解答欄]

[解答] $\sqrt{13}$

[解説]

右図のように，座標上の 2 点 A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$がある。



このとき，AC＝ x_2-x_1，BC＝ y_2-y_1

△ABC は直角三角形なので，三平方の定理より，

AB²＝AC²＋BC²＝$(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$

よって，AB＝$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

この問題では，AB＝$\sqrt{(4-1)^2+(4-2)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

※A，B の x 座標(y 座標)のどちらからどちらを引くかは自由である。例えば，

AB＝$\sqrt{(1-4)^2+(2-4)^2}=\sqrt{(-3)^2+(-2)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

と計算することもできる。

また， x 座標(y 座標)がマイナスであっても， $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ の公式を使うことができる。例えば，C(－1，－5)，D(－3，2)のとき，

CD＝$\sqrt{(-1-(-3))^2+(-5-2)^2}=\sqrt{2^2+(-7)^2}=\sqrt{4+49}=\sqrt{53}$ となる。

[問題](3 学期)

次の 2 点間の距離を求めよ。

(1) (1，1)，(4，5)　　　　　　　(2) (－2，3)，(1，5)

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1)　5　(2)　$\sqrt{13}$

[解説]
座標上の 2 点 A$\left(x_1,\ y_1\right)$，B$\left(x_2,\ y_2\right)$の距離は

(2 点間の距離)＝$\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}$ の式で求めることができる。

(1) (2 点間の距離)＝$\sqrt{\left(4-1\right)^2+\left(5-1\right)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

(2) (2 点間の距離)＝$\sqrt{\left(1-\left(-2\right)\right)^2+\left(5-3\right)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

[問題](3 学期)

座標平面において 3 点 A(4，3)，B(−2，5)，C(2，−3)を頂点とする△ABC について，次の各問いに答えよ。

(1) 3 つの辺の長さをそれぞれ求めよ。

(2) ABC はどんな三角形か答えよ。

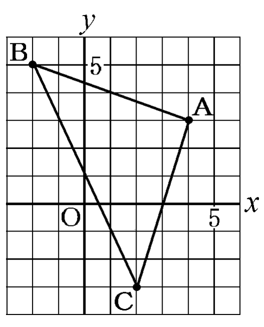
[解答欄]

(1)	
(2)	

[解答](1) AB＝$2\sqrt{10}$，BC＝$4\sqrt{5}$，CA＝$2\sqrt{10}$　(2) ∠A が直角である直角二等辺三角形

[解説]

(1) (2 点間の距離)＝$\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}$ の式で求める。



AB＝$\sqrt{\left(4-\left(-2\right)\right)^2+\left(3-5\right)^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

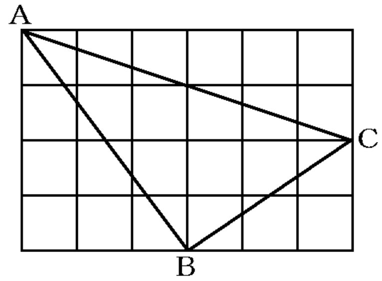
BC＝$\sqrt{\left(-2-2\right)^2+\left(5-\left(-3\right)\right)^2}=\sqrt{16+64}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

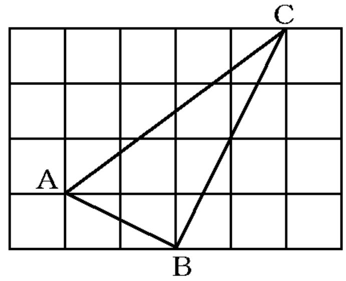
CA＝$\sqrt{\left(4-2\right)^2+\left(3-\left(-3\right)\right)^2}=\sqrt{4+36}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

(2) (1 番長い辺)^2＝(他の 1 辺)^2＋(他の 1 辺)^2 が成り立つとき直角三角形になる。
BC^2＝80，AB^2＋CA^2＝40＋40＝80 なので，BC^2＝AB^2＋CA^2 となり，△ABC は∠A が直角の直角三角形。また，AB＝AC なので，△ABC は直角二等辺三角形である。

[問題](2 学期期末)

下の図のように，方眼紙に書かれた△ABC がある。 △ABC は直再三角形といえるか。○，×で答えよ。

(1) 

(2) 

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) ×　(2) ○

[解説]

(1 番長い辺)²＝(他の 1 辺)²＋(他の 1 辺)² が成り立つとき直角三角形になる。

(1) 1 番長い辺は AC，図より AC²＝ $2^2+6^2=40$

AB²＝ $4^2+3^2=25$，BC²＝ $2^2+3^2=13$ なので AB²＋BC²＝ 38

ゆえに AC²≠AB²＋BC²　よって，直角三角形ではない。

(2) 1 番長い辺は AC，図より AC²＝ $3^2+4^2=25$

AB²＝ $1^2+2^2=5$，BC²＝ $4^2+2^2=20$ なので AB²＋BC²＝ 25

ゆえに AC²＝AB²＋BC²　よって，直角三角形である。

[問題](2 学期期末)

座標軸において，2 点 A，B の間の距離が $5\sqrt{2}$ であり，A の座標が(−2，−1)のとき B の座標を求めよ。ただし，B は， x 座標， y 座標とも，自然数である。

[解答欄]

[解答](3，4)

[解説]

座標上の 2 点 A $(x_1,\ y_1)$，B $(x_2,\ y_2)$ の距離は

AB＝ $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ の式で求めることができる。

点 A の座標は(−2，−1)，点 B の座標を $(a,\ b)$ とおくと，

AB＝ $\sqrt{(a-(-2))^2+(b-(-1))^2}=5\sqrt{2}$

ゆえに$(a+2)^2+(b+1)^2=50$

$(b+1)^2=50-(a+2)^2$

$a,\ b$ともに自然数なので，$(b+1)^2 \geqq 4$

$a=1$のとき，$(b+1)^2=50-3^2=41$　41は平方数ではないので不適

$a=2$のとき，$(b+1)^2=50-4^2=34$　34は平方数ではないので不適

$a=3$のとき，$(b+1)^2=50-5^2=25$　$b+1=5,\ b=4$　適する

$a=4$のとき，$(b+1)^2=50-6^2=14$　14は平方数ではないので不適

$a=5$のとき，$(b+1)^2=50-7^2=1$　$(b+1)^2 \geqq 4$なので不適

$a \geqq 6$のとき，$(b+1)^2=50-(a+2)^2<0$となり不適

ゆえに$a=3,\ b=4$

[問題](2 学期期末)

$a^2+b^2=c^2$が成り立つような，20 までの数$a,\ b,\ c$の組み合わせを 2 つ答えよ。ただし，$a<b$とする。

[解答欄]

[解答](a，b，c)＝(3，4，5)，(5，12，13)

[解説]

三平方の定理が成り立つ整数の組み合わせでよく出てくるのは，(3，4，5)

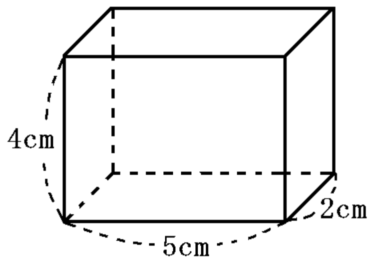
そのほかに，(5，12，13)，(7，24，25)などがある。

【】空間図形と三平方の定理

【】立体と対角線などの長さ

[問題](3 学期)

次の図のような直方体の対角線の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答] $3\sqrt{5}$ cm

[解説]

<Point> 2 点を通る平面で立体を切る→切断面で考える

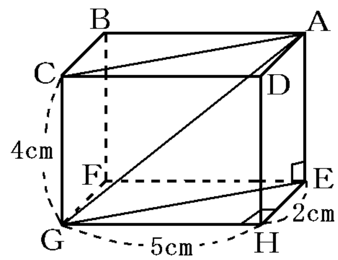
まず，底面の直角三角形 EGH について，三平方の定理より，

$EG^2 = GH^2 + EH^2 = 5^2 + 2^2 = 29$

次に，直角三角形 AEG について，

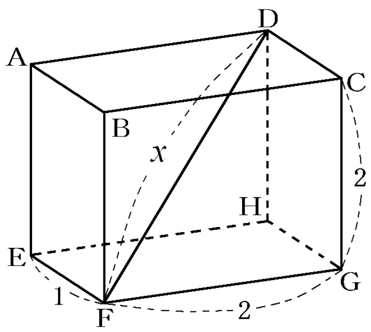
$AG^2 = AE^2 + EG^2 = 4^2 + 29 = 45$

ゆえに $AG = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$ (cm)



[問題](3 学期)

次の図のような直方体がある。図の x を求めよ。



[解答欄]

[解答] $x = 3$

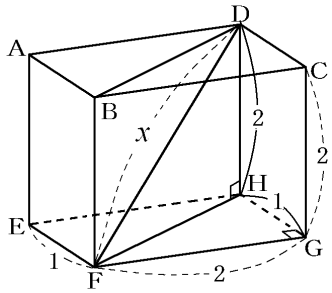
[解説]

△FGH で三平方の定理より，

$FH^2 = FG^2 + GH^2 = 4 + 1 = 5$

次に，△DFH で三平方の定理より，

$x^2 = FH^2 + DH^2 = 5 + 4 = 9$　よって，$x = 3$



[問題](3 学期)

3 辺の長さが 3cm，4cm，5cm である直方体の対角線の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答] $5\sqrt{2}$ cm

[解説]

<Point> 2 点を通る平面で立体を切る→切断面で考える

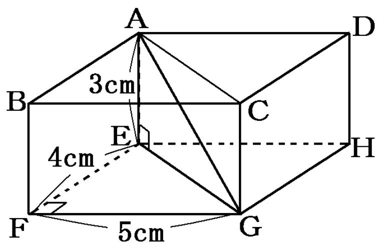
右図の△EFG は直角三角形なので，三平方の定理より，

$EG^2 = EF^2 + FG^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

次に，△AEG も直角三角形なので，三平方の定理より，

$AG^2 = AE^2 + EG^2 = 9 + 41 = 50$

よって，$AG = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$ (cm)



[問題](2 学期期末)

1 辺が 4cm の立方体の対角線の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答] $4\sqrt{3}$ cm

[解説]

<Point> 2 点を通る平面で立体を切る→切断面で考える

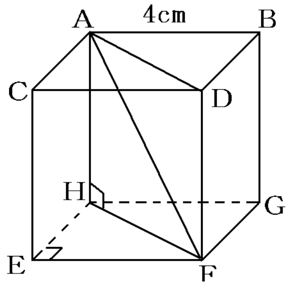
まず，直角三角形 HFE について，三平方の定理より，

$HF^2 = HE^2 + EF^2 = 4^2 + 4^2 = 32$

次に，直角三角形 AFH について，三平方の定理より，

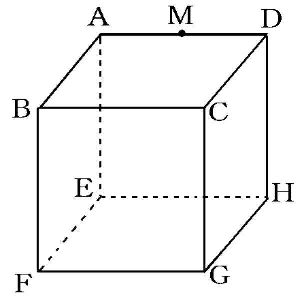
$AF^2 = AH^2 + HF^2 = 4^2 + 32 = 48$

ゆえに $AF = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$ (cm)



[問題](補充問題)

次の図のように，1 辺の長さが 4cm の立方体 ABCD－EFGH があり，辺 AD の中点を M とする。MF の長さを求めよ。



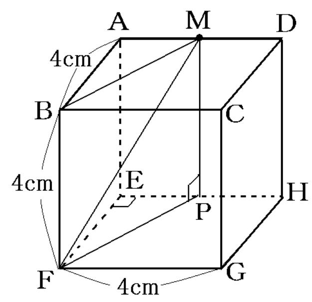
[解答欄]

[解答]6cm

[解説]

<Point> 2 点を通る平面で立体を切る→切断面で考える

右図のように, M と F を通り底面に垂直な断面 MBFP を考える。



このとき，∠MPF＝90°で P は EH の中点になる。

MP＝4cm なので，FP の長さがわかれば，三平方の定理より，MF の長さが計算できる。

そこで，直角三角形 FPE に注目する。

EF＝4cm，P は EH の中点なので，EP＝2cm

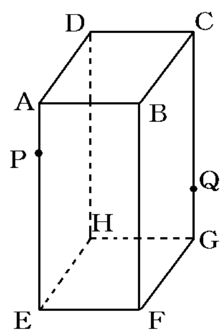
三平方の定理より，FP＝$\sqrt{EF^2+EP^2}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}$

次に，△MFP で，三平方の定理より，

MF＝$\sqrt{FP^2+PM^2}=\sqrt{20+4^2}=\sqrt{36}=6$(cm)

[問題](補充問題)

次の図の立体は，8 つの点 A，B，C，D，E，F，G，H を頂点とする直方体であり，AB＝4cm，AD＝6cm，AE＝8cm である。辺 AE，CG 上にそれぞれ点 P，Q を，AP＝2cm，CQ＝6cm となるようにとるとき，PQ の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答]$2\sqrt{17}$ cm

[解説]

<Point> 2 点を通る平面で立体を切る
→切断面で考える

右図のように，2 点 P，Q を通り底面に垂直な断面 AEGC を考える。

図 2 は切断面 AEGC の部分を平面にしたものである。Q から EG と平行に QH の線分を引くと，∠PHQ＝90° になる。

図1

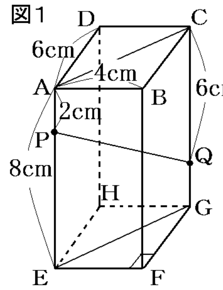
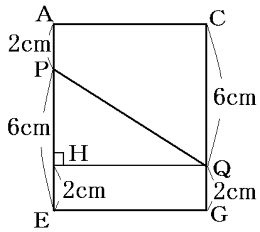


図2



△PQH で，PH＝6−2＝4(cm)なので，

QH(＝EG)の長さがわかれば，三平方の定理より PQ の長さを求めることができる。

そこで，図 1 の直角三角形 EGF に注目する。EF＝4cm，GF＝6cm なので，三平方の定理より，EG＝$\sqrt{EF^2+GF^2}=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{16+36}=\sqrt{52}$ (cm)

よって，QH＝EG＝$\sqrt{52}$

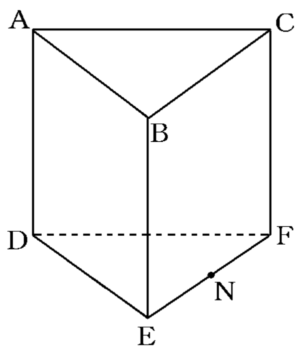
図 2 の直角三角形 PQH で，三平方の定理より，

PQ＝$\sqrt{PH^2+QH^2}=\sqrt{4^2+52}=\sqrt{68}=\sqrt{4\times17}=2\sqrt{17}$ (cm)

[問題](補充問題)

次の図の立体は底面が直角二等辺三角形で，側面はすべて長方形の三角柱であり，∠ABC＝90°，AB＝BC＝4cm，AD＝5cm とする。また，辺 EF の中点を N とする。A，N を結ぶとき，線分 AN の長さを求めよ。

(佐賀県)



[解答欄]

[解答] $3\sqrt{5}$ cm

[解説]

<Point> 2 点を通る平面で立体を切る→切断面で考える

右の図 1 のように，A と N を通り底面に垂直な断面 ADNM を考える。

AD は底面に垂直なので，∠ADN＝90° である。したがって，直角三角形 AND で，AD＝5cm なので，あと DN の長さがわかれば，三平方の定理より AN の長さを求めることができる。

そこで，図 2 のように底面 DFE を平面に書き表してみる。
図 2 の直角三角形 DNE で，三平方の定理より，

DN＝$\sqrt{DE^2+EN^2}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}$ (cm)

図 1 の直角三角形 AND で，三平方の定理より，

AN＝$\sqrt{AD^2+DN^2}=\sqrt{25+20}=\sqrt{45}=\sqrt{9\times5}=3\sqrt{5}$ (cm)

図1

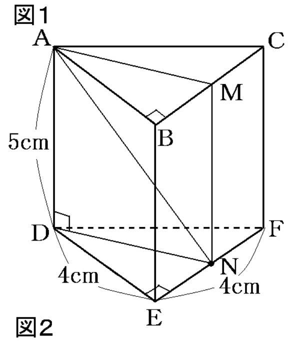
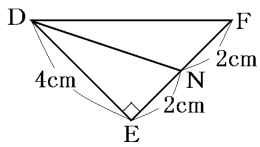
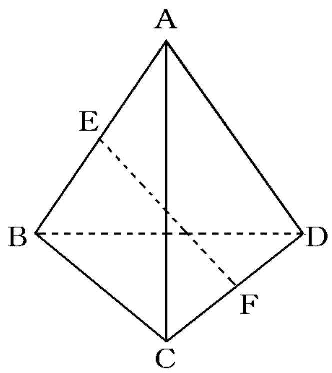


図2



[問題](補充問題)

1 辺 10cm の正四面体 ABCD で，辺 AB の中点を E，辺 CD の中点を F とする。線分 EF の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答] $5\sqrt{2}$ cm

[解説]

<Point> 2 点を通る平面で立体を切る→切断面で考える

右図のように, 2 点 E, F を通り底面に垂直な断面 ABF を考える。右の図 2 はその断面を表している。△FAB は FA＝FB の二等辺三角形で, E は AB の中点なので, ∠BEF＝90° になる。△BEF で，BE＝10÷2＝5(cm) なので，BF の長さがわかれば，三平方の定理より，EF の長さが求まる。

図1

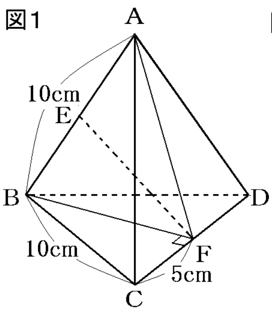


図2

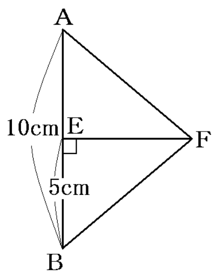


図 1 の△BCF で，∠BFC＝90° なので，三平方の定理より，BF＝$\sqrt{BC^2-CF^2}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}$ (cm)

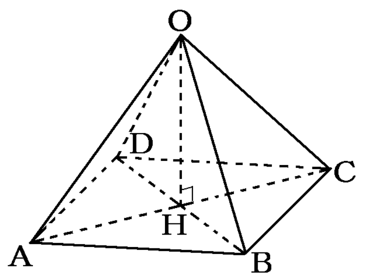
したがって，図 2 の△BEF で，EF＝$\sqrt{BF^2-BE^2}=\sqrt{75-5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ (cm)

【】体積

[正四角錐の体積]

[問題](3 学期)

　右のような正四角すいがある。底面が 1 辺 8cm の正方形で，OA が 10cm であるとき，この正四角すいの体積を求めよ。

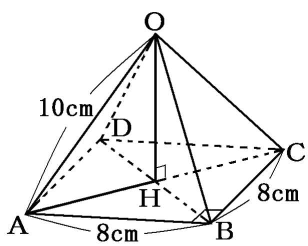


[解答欄]

[解答]$\dfrac{128\sqrt{17}}{3}$ cm³

[解説]

△ABC は直角三角形なので，三平方の定理より，



AC＝$\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{8^2+8^2}=\sqrt{8^2\times 2}=8\sqrt{2}$ (cm)

H は線分 AC の中点なので，AH＝$8\sqrt{2}\div 2=4\sqrt{2}$ (cm)

次に，△OAH も直角三角形なので，三平方の定理より，

OH＝$\sqrt{OA^2-AH^2}=\sqrt{10^2-\left(4\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{100-32}=\sqrt{68}=\sqrt{4\times 17}=2\sqrt{17}$ (cm)

(すいの体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(ABCD の底面積)×(高さ OH)

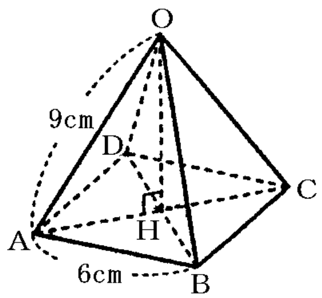
＝$\dfrac{1}{3}\times 8\times 8\times 2\sqrt{17}=\dfrac{128\sqrt{17}}{3}$ (cm³)

[問題](3 学期)

　右の図のように底面が 1 辺 6cm の正方形で，他の辺が 9cm の正四角すいがある。次の各問いに答えよ。

(1) 高さ OH の長さを求めよ。

(2) 体積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $3\sqrt{7}$ cm　(2) $36\sqrt{7}$ cm³

[解説]

(1) まず，直角三角形 ABC について，

AC＝$\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{6^2\times 2}=6\sqrt{2}$ (cm)

H は AC の中点なので，AH＝$6\sqrt{2}\div 2=3\sqrt{2}$ (cm)

次に直角三角形 OAH について，三平方の定理より，

OH＝$\sqrt{OA^2-AH^2}=\sqrt{9^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{81-18}=\sqrt{63}=\sqrt{9\times 7}=3\sqrt{7}$ (cm)

(2) (体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(底面積 ABCD)×(高さ OH)＝$\dfrac{1}{3}\times 6^2\times 3\sqrt{7}=36\sqrt{7}$ (cm^3)

[円錐の体積]

[問題](2 学期期末)

底面の半径が 3cm，母線の長さが 4cm の円すいの高さを求めよ。

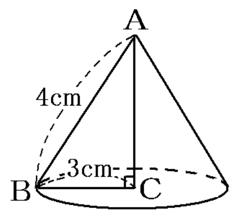
[解答欄]

[解答] $\sqrt{7}$ cm

[解説]

右図の直角三角形 ABC について，三平方の定理より，

AC＝$\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{16-9}=\sqrt{7}$ (cm)

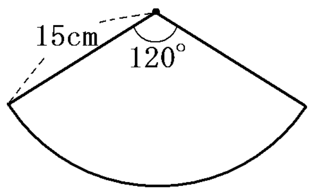


[問題](3 学期)

右の図のおうぎ形を側面の展開図とする円すいについて次の長さを求めよ。

(1) 底面の半径

(2) 円すいの高さ



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 5cm (2) $10\sqrt{2}$ cm

[解説]

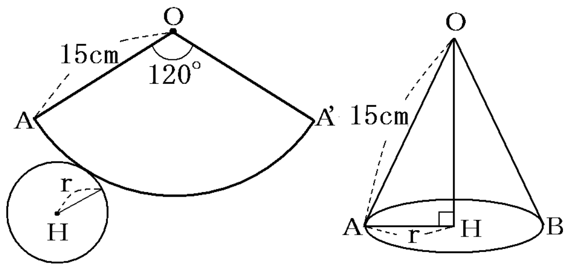
(1) 右図で，底面の円 H の円周の長さと弧 AA’の長さは等しい。

(弧 AA’)＝2×π×15×$\dfrac{120}{360}$＝10π(cm)

底面の円 H の半径を rcm とすると，

2×π×r＝10πなので，r＝5cm

(2) 図の△OAH で三平方の定理より，



OH＝$\sqrt{OA^2-AH^2}=\sqrt{15^2-5^2}$

＝$\sqrt{225-25}=\sqrt{200}=\sqrt{100\times 2}=10\sqrt{2}$(cm)

[正四面体の体積]

[問題](後期期末)

1 辺が 6cm の正四面体の体積を求めよ。

[解答欄]

[解答]18$\sqrt{2}$ cm³

[解説]

図 2 は図 1 の正四面体を上から見た図である。

まず，底面の△ABC の面積を求める。

図 2 の直角三角形 ACM で，三平方の定理より，

図1

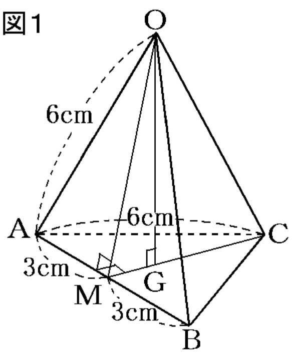
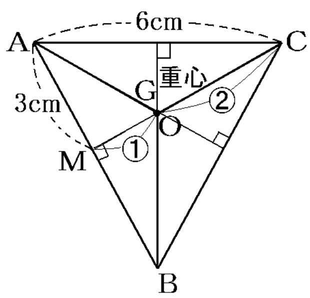


図2



CM＝$\sqrt{AC^2-AM^2}=\sqrt{6^2-3^2}$

＝$\sqrt{27}=\sqrt{9\times 3}=3\sqrt{3}$(cm)・・・①

よって，(△ABC の面積)＝AB×CM÷2＝6×$3\sqrt{3}$÷2＝$9\sqrt{3}$(cm²)・・・②

次に，△ABC を底面にしたときの高さを求める。

図 1 の頂点 O から底面 ABC に垂線 OG を引く。

図 1 の△OMG で，OM と MG の長さがわかれば，三平方の定理で OG を求めることができる。

OM＝CM なので，①より OM＝CM＝$3\sqrt{3}$(cm)

図 2 で点 G(点 O)は△ABC の重心になっているので，CG：GM＝2：1

したがって，GM＝CM×$\dfrac{1}{3}$＝$3\sqrt{3}\times\dfrac{1}{3}=\sqrt{3}$(cm)

図１の△OMG で，三平方の定理より，

$$\mathrm{OG}=\sqrt{OM^2-GM^2}=\sqrt{\left(3\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{27-3}=\sqrt{24}=\sqrt{4\times6}=2\sqrt{6}\ (\mathrm{cm})\cdots③$$

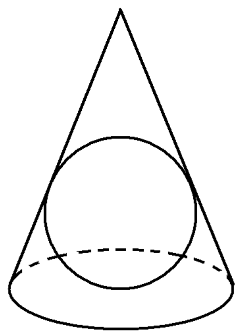
②，③より，(体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(△ABC の面積)×(高さ OG)

$$=\frac{1}{3}\times9\sqrt{3}\times2\sqrt{6}=6\sqrt{18}=6\sqrt{9\times2}=18\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^3)$$

[その他]

[問題](3 学期)

右の図のように,円すいの中に球がすきまのない状態で入っている。円すいの底面の半径は 3cm，母線の長さは 9cm である。次の各問いに答えよ。



(1) 円すいの体積を求めよ。

(2) 円すいの中に入っている球の半径を求めよ。

[解答欄]

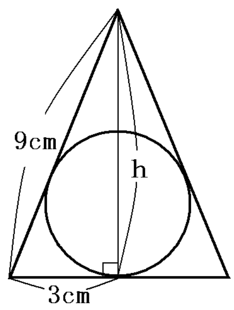
(1)	(2)

[解答](1) $18\sqrt{2}\pi$ cm³　(2) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ cm

[解説]

<Point> 接点を含む断面で考える。

(1) 高さを h とすると三平方の定理より，



$$h=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{81-9}=\sqrt{72}=\sqrt{36\times2}=6\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$$

(円すいの体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(底面積)×(高さ)＝$\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6\sqrt{2}$

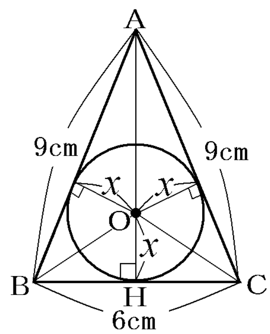
＝$18\sqrt{2}\pi$ (cm³)

(2) 球の半径を x cm とする。

<Point> 内接円の半径：面積利用で計算

右図の△ABC の面積に注目すると，

(△OBC の面積)+(△OAB の面積)+(△OAC の面積)＝(△ABC の面積)なので，



$$\frac{1}{2}\times6\times x+\frac{1}{2}\times9\times x+\frac{1}{2}\times9\times x=\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{2}$$

両辺を 2 倍すると，$6x+9x+9x=36\sqrt{2}$，$24x=36\sqrt{2}$

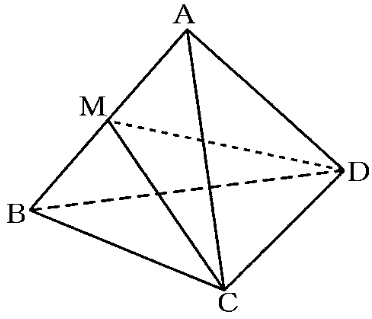
$x=36\sqrt{2}\div 24=\dfrac{36\sqrt{2}}{24}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ (cm)

よって球の半径は，$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ cm

【】切断面の面積など

[問題](後期期末)

右の図のような1辺の長さが4cmの正四面体ABCDがある。辺ABの中点をMとするとき，△MCDの面積を求めよ。



[解答欄]

[解答] $4\sqrt{2}$ cm²

[解説]

<Point> 二等辺三角形の高さ：頂点から垂線をおろす

図1

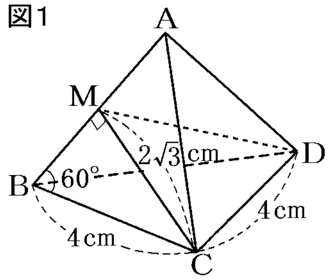


図1で，△ABCは正三角形で，MはABの中点なので，CM⊥ABとなる。

△BCMは30°60°90°の直角三角形なので，BM：BC：CM＝1：2：$\sqrt{3}$

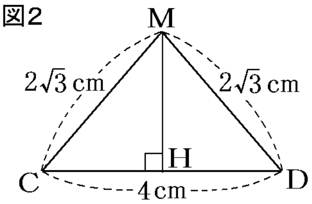
BC＝4cmなので，

BM＝2cm，CM＝$2\sqrt{3}$ cmとなる。

同様に，DM＝$2\sqrt{3}$ cmで，DM＝CM

したがって，図2の△MCDは二等辺三角形である。

図2



Mから辺CDに垂線MHをおろすと，HはCDの中点になる。

したがって，CH＝2cm　直角三角形MCHで，三平方の定理より，

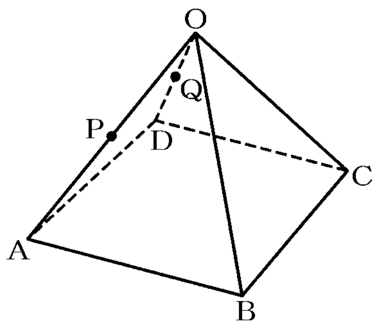
$$MH=\sqrt{MC^2-CH^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2-2^2}=\sqrt{12-4}=\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=2\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$$

よって，(△MCDの面積)＝(底辺CD)×(高さMH)÷2＝4× $2\sqrt{2}$ ÷2＝ $4\sqrt{2}$ (cm²)

[問題](補充問題)

右の図のように，底面が正方形，側面が正三角形で，AB＝4cmの正四角すいがOABCDがある。また，辺OA，ODの中点をそれぞれP，Qとする。このとき，四角形PBCQの面積を求めよ。

(京都府)



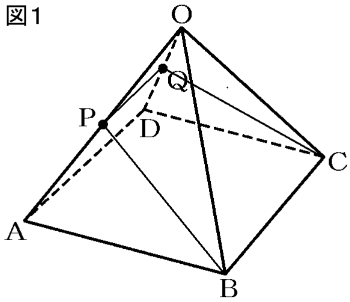
[解答欄]

[解答] $3\sqrt{11}$ cm²

[解説]

四角形 PBCQ は等脚台形になる。その面積は 4 つの辺の長さがわかれば計算できる。まず，PQ について図 2 で考える。

図1



P，Q はそれぞれ OA，OD の中点なので，中点連結定理より，

PQ＝$\frac{1}{2}$AD＝2(cm)，PQ // AD となる。

AD // BC なので，PQ // BC となる。

次に，BP について図 3 で考える。

図2

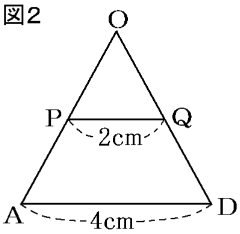
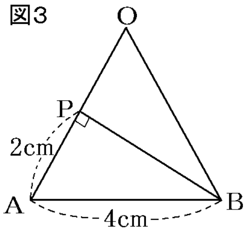


図3



△OAB は正三角形で，P は OA の中点なので，BP⊥OA となる。

直角三角形 ABP で，三平方の定理より，

BP＝$\sqrt{AB^2-AP^2}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}$

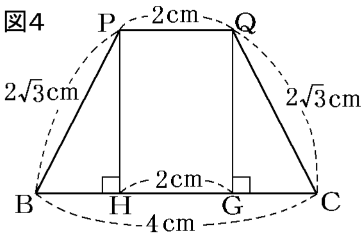
＝$\sqrt{4\times3}=2\sqrt{3}$(cm)

CQ もまったく同様にして，CQ＝$2\sqrt{3}$cm となる。

<Point> 等脚台形の高さ：垂線を 2 つおろす。

台形 PBCQ は右の図 4 のようになる。

図4



P，Q から辺 BC に垂線 PH，QG をおろす。

HG＝PQ＝2cm なので，BH＝CG＝(4－2)÷2＝1(cm)

直角三角形 PBH で，三平方の定理より，

PH＝$\sqrt{PB^2-BH^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2-1^2}=\sqrt{11}$(cm)

よって，(台形 PBCQ の面積)＝(PQ＋BC)×PH÷2＝(2＋4)×$\sqrt{11}$÷2＝$3\sqrt{11}$(cm^2)

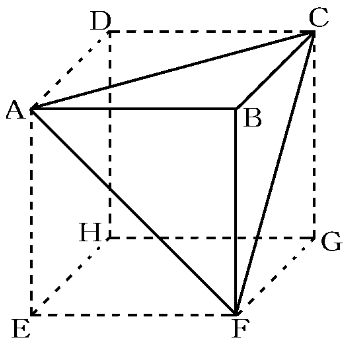
[体積・底面積→高さ]

[問題](3 学期)

右の図は，1 辺の長さが 6cm の立方体 ABCD－EFGH で，A，B，C，F を頂点とする三角すいについて考えたものである。これについて，次の各問いに答えよ。

(1) この立体の体積を求めよ。

(2) 頂点 B から，面 ACF におろした垂線の長さ，すなわち面 ACF を底面としたときの点 B の高さを求めよ。



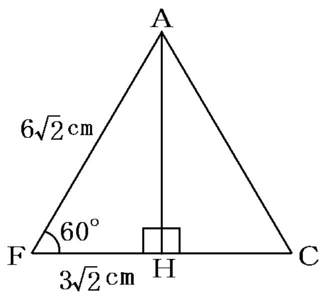
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 36cm³　(2)　$2\sqrt{3}$ cm
[解説]
<Point> 体積・底面積→高さ

(1) (すいの体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(底面積)×(高さ)

△ABC を底面とすると，(体積)＝$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times6\times6\times6=36$ cm³



(2) まず，正三角形 AFC の面積を計算する。
直角三角形 ABF で，三平方の定理より，

AF＝$\sqrt{AB^2+BF^2}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{6^2\times2}=6\sqrt{2}$ (cm)

同様にして，AC，CF の長さも $6\sqrt{2}$ cm
右図の△AFH は 30°　60°　90°　の直角三角形なので，
FH：AF：AH＝1：2：$\sqrt{3}$
AF＝$6\sqrt{2}$ cm なので，FH＝$3\sqrt{2}$ cm，AH＝$3\sqrt{2}\times\sqrt{3}=3\sqrt{6}$ (cm)

ゆえに(△ACF の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×FC×AH＝$\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times3\sqrt{6}=9\sqrt{12}=18\sqrt{3}$ (cm²)

点 B の高さを x cm とすると，A，B，C，F を頂点とする三角すいの体積について

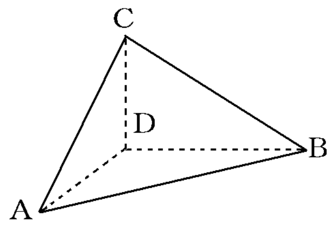
(体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(△ACF の面積)×(高さ x)＝36

$\dfrac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times x=36$　，　$6\sqrt{3}x=36$,　$\sqrt{3}x=6$,　$x=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=\dfrac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

ゆえに高さは $2\sqrt{3}$ cm

[問題](補充問題)

次の図の三角すいにおいて，CD は底面 ABD に垂直である。AD＝CD＝6cm，DB＝8cm，∠ADB＝90°　のとき，D から平面 ABC におろした垂線の長さを求めよ。



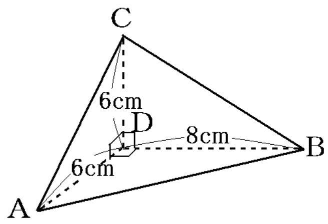
[解答欄]

[解答] $\dfrac{24\sqrt{41}}{41}cm$

[解説]

<Point> 体積・底面積→高さ

まず，△ABD を底面，CD を高さとして体積を求める。



(体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(△ABD の面積)×(高さ CD)

$$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times8\right)\times6=48(\text{cm}^3)$$

D から平面 ABC におろした垂線の長さを x cm とすると，

(体積)＝$\dfrac{1}{3}$×(△ABC の面積)×(高さ x)＝48(cm^3)･･･① となる。

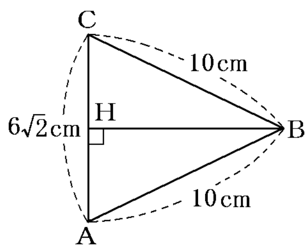
そこで，△ABC の面積を求める。まず，3 つの直角三角形(△ACD，△BCD，△ABD)で，三平方の定理より，

AC＝$\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{6^2\times2}=6\sqrt{2}$(cm)

BC＝$\sqrt{BD^2+CD^2}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$(cm)

AB＝$\sqrt{BD^2+AD^2}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$(cm)

よって，△ABC は右図のような二等辺三角形になる。
B から CA に垂線 BH を引くと，H は CA の中点となる。
直角三角形 BCH で，三平方の定理より，



BH＝$\sqrt{BC^2-CH^2}=\sqrt{10^2-\left(3\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{100-18}=\sqrt{82}$(cm)

よって，(△ABC の面積)＝AC×BH÷2＝$6\sqrt{2}\times\sqrt{82}\div2$
＝$3\sqrt{164}=3\sqrt{4\times41}=6\sqrt{41}$(cm^2)

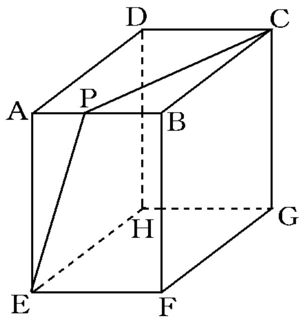
①に，(△ABC の面積)＝$6\sqrt{41}$(cm^2)を代入すると，

$\dfrac{1}{3}\times6\sqrt{41}\times x=48$， $2\sqrt{41}x=48$， $x=\dfrac{48}{2\sqrt{41}}=\dfrac{24\times\sqrt{41}}{\sqrt{41}\times\sqrt{41}}=\dfrac{24\sqrt{41}}{41}$(cm)

【】最短距離

[問題](補充問題)

次の図は，直方体 ABCD－EFGH で，AD＝6cm，AE＝4cm，EF＝3cm である。AB 上に点 P をとって，EP＋PC が最小になるようにした。



(1) EP＋PC の長さを求めよ。

(2) AP の長さを求めよ。

[解答欄]

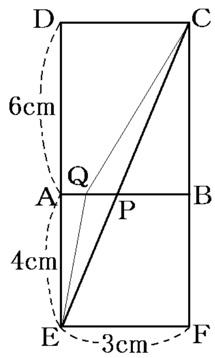
(1)	(2)

[解答](1) $\sqrt{109}$ cm (2) 1.2cm

[解説]

<Point> 最短距離の線が通る部分の展開図をかく

右図で，E と C を結んだ線 EPC が最短距離になるが，その理由をまず説明する。



AB 上に P 以外の点 Q をとる。

△QEC で，三角形の 2 辺の和は他の 1 辺より長いので，

EQ＋QC＞EC で，EQ＋QC＞EP＋PC となる。

点 Q が BC 上のどこにあっても，この不等式は成り立つ。

したがって，EP＋PC が最短距離になる。

(1) △CEF で，三平方の定理より，

EC＝$\sqrt{EF^2+CF^2}=\sqrt{3^2+(4+6)^2}=\sqrt{9+100}=\sqrt{109}$ (cm)

(2) △ECD で AP // DC なので，

AP：DC＝EA：ED

AP：3＝4：10

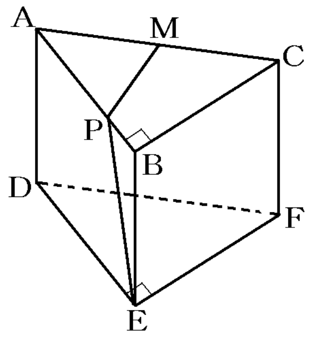
比の外項の積は内項の積に等しいので，

AP×10＝3×4

AP＝12÷10＝1.2(cm)

[問題](3 学期)

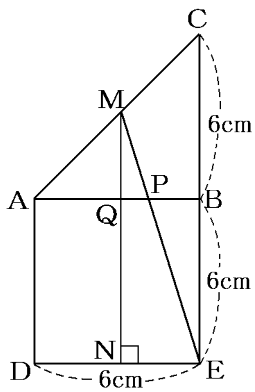
図のような，底面が DE＝EF＝6m の直角二等辺三角形で，高さが 6cm の三角柱がある。辺 AC の中点を M とし，辺 AB 上に，MP＋PE の長さがもっとも短くなるように点 P をとる。このとき，MP＋PE の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答] $3\sqrt{10}$ cm

[解説]



右図のような展開図の直角三角形 MEN において，

MN と NE がわかれば，三平方の定理より ME の長さを求めることができる。

M は AC の中点なので，N も DE の中点になり，

NE＝6÷2＝3(cm)

MQ＝BC÷2＝6÷2＝3(cm)

したがって，MN＝3＋6＝9(cm)

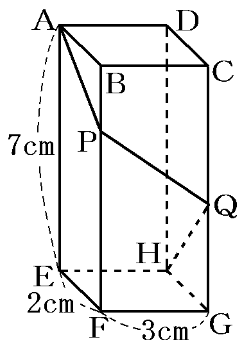
直角三角形 MEN で，三平方の定理より，

ME＝$\sqrt{MN^2+NE^2}=\sqrt{9^2+3^2}=\sqrt{81+9}=\sqrt{90}$

＝$\sqrt{9\times10}=3\sqrt{10}$ (cm)

[問題](3 学期)

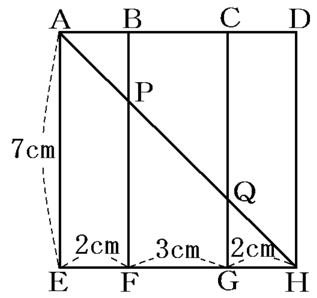
右の図のような直方体がある。辺 BF，CG 上にそれぞれ点 P，Q を AP＋PQ＋QH の長さが最短になるようにとる。その最短の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答] $7\sqrt{2}$ cm

[解説]



展開図をかいたとき，A，P，Q，H が一直線上にあるとき，AP＋PQ＋QH の長さが最短になる。

AP＋PQ＋QH＝AH

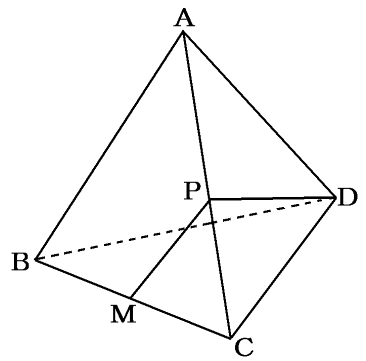
△AEH で，三平方の定理より，

AH＝$\sqrt{AE^2+EH^2}=\sqrt{7^2+(2+3+2)^2}=\sqrt{7^2+7^2}$

＝$\sqrt{7^2\times 2}=7\sqrt{2}$ (cm)

[問題](3 学期)

右の図のような，1 辺が 4cm の正四面体がある。辺 BC の中点 M から AC 上の点 P を通って頂点 D まで線分で結んだとき，MP+PD の長さがもっとも短くなるときの長さを求めよ。

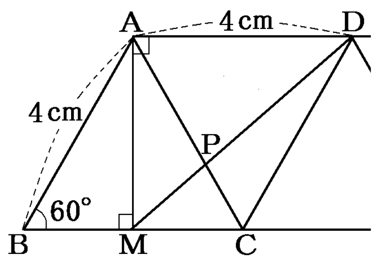


[解答欄]

[解答] $2\sqrt{7}$ cm

[解説]

<Point> 最短距離の線が通る部分の展開図をかく



M は BC の中点なので，AM⊥BC，BM＝2

直角三角形 ABM で，三平方の定理より，

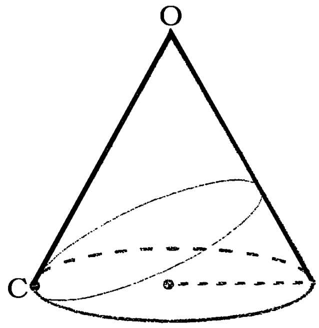
AM＝$\sqrt{AB^2-BM^2}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}$

また，△ADM で，三平方の定理より，

DM＝$\sqrt{AM^2+AD^2}=\sqrt{12+4^2}=\sqrt{28}=\sqrt{4\times 7}=2\sqrt{7}$ (cm)

[問題](3 学期)

右の図のように O を頂点とし，底面の半径が 1cm，高さが $2\sqrt{2}$ cm の円すいがある。点 C を底面の円周上の点とする。点 C を出発し円すいの側面を 1 周してもとの点に戻ってくる最短経路を考える。このとき，最短経路の長さを求めよ。



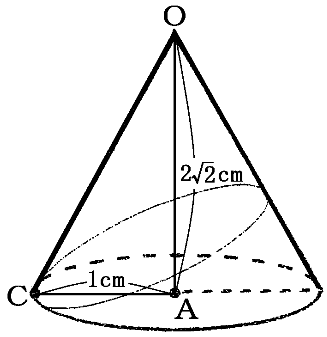
[解答欄]

[解答] $3\sqrt{3}$ cm

[解説]

<Point> 最短距離の線が通る部分の展開図をかく

展開図をかくと，側面はおうぎ形になる。まず，そのおうぎ形の半径 OC を求める。



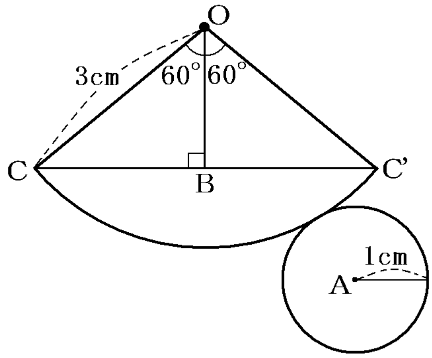
右図の直角三角形 OCA で，三平方の定理より，

OC＝$\sqrt{OA^2+CA^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+1^2}=\sqrt{9}=3$(cm)

次に，右下図のように展開図をかく。

図の展開図において，CC’が最短経路の長さになる。

そこで，まず，この円すいを展開したときの側面のおうぎ形の中心角を求める。



底面の円の円周は，2×1×π＝2π(cm)なので，弧 CC’の長さも 2π(cm)になる。

側面の円 O の円周は，2×3×π＝6π(cm)である。

したがって，中心角の大きさは，

$360°\times\dfrac{2\pi}{6\pi}=120°$ になる。

図のように，O から CC’に垂線 OB をおろすと，OB は∠COC’を二等分するので，∠BOC＝60° となる。

△BOC は 30° 60° 90° の直角三角形なので，BC：OC＝$\sqrt{3}$：2

よって，BC：3＝$\sqrt{3}$：2　比の外項の積は内項の積に等しいので，

BC×2＝3×$\sqrt{3}$　よって，BC＝$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

ゆえに CC’＝ $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\times 2=3\sqrt{3}$(cm)

[印刷／他の PDF ファイルについて]

※ このファイルは，FdData 中間期末数学 3 年(7,800 円)の一部を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないようになっています。製品版の FdData 中間期末数学 3 年は Word の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

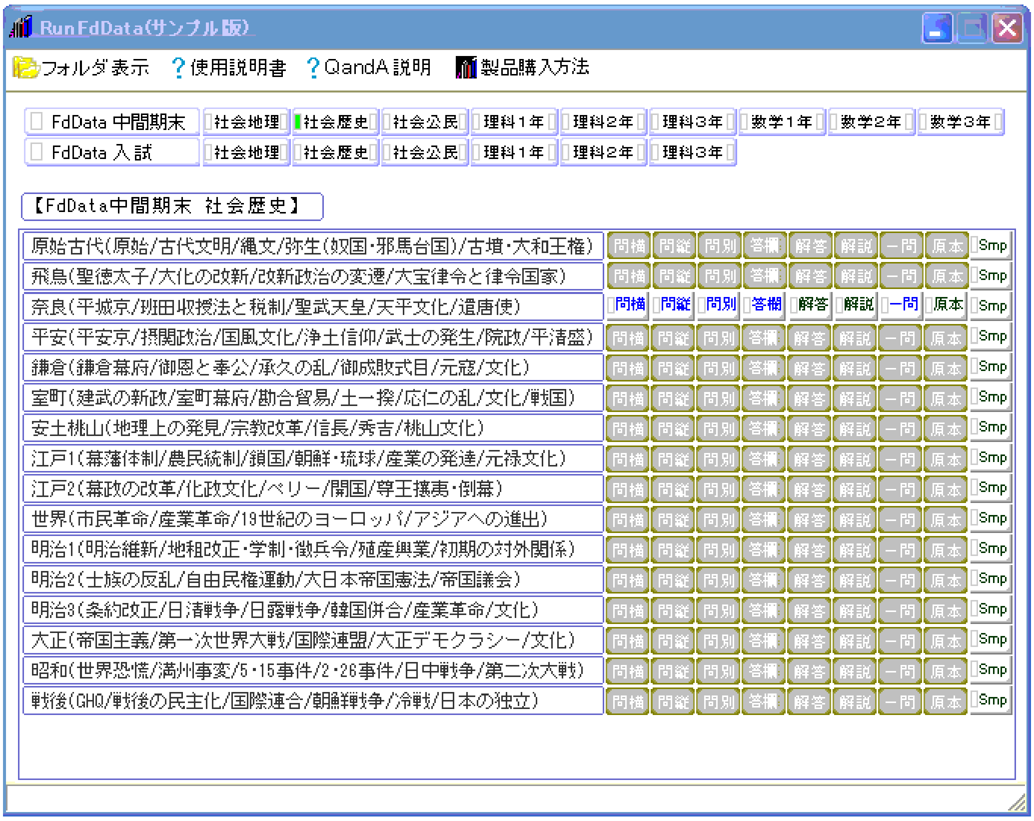
※FdData 中間期末(社会･理科･数学)全分野の PDF ファイル，および製品版の購入方法は http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

下図のような，[FdData 無料閲覧ソフト(RunFdData2)]を，Windows のデスクトップ上にインストールすれば，FdData 中間期末･FdData 入試の全 PDF ファイル(各教科約 1800 ページ以上)を自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

RunFdData 【 http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】

※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【イメージ画像】



【Fd 教材開発】(092) 404－2266

http://www.fdtext.com/dat/