

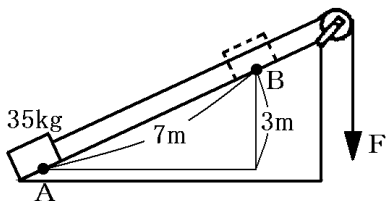
【FdData 中間期末：中学理科3年：仕事】

【仕事の原理：斜面】

【仕事の原理→引く力】

【問題】(2 学期期末)

図のような斜面を使って質量 35kg の物体を 3m の高さまで引き上げた。ただし、ひもの重さ、斜面や滑車の摩擦はないものとする。また、 100g の物体を引き上げるのに必要な力を 1N とする。



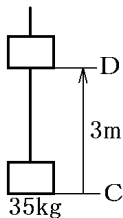
- (1) このとき、物体がされた仕事はいくらか。
- (2) 図のとき、ひもを何 m 引かなければならないか。
- (3) ひもを引く力 F の大きさは、ある原理を利用して求められる。ある原理とは何か。
- (4) ひもを引く力 F の大きさはいくらか。

【解答】(1) 1050J (2) 7m (3) 仕事の原理

(4) 150N

【解説】

問題の図で、ひもを引く力を $F(N)$ とすると、この物体を斜面の上方方向に引く力は $F(N)$ である。このとき、物体は A から B まで $7m$ 移動しているので、 F がこの物体にした仕事は、 $F(N) \times 7(m) = 7F(J)$ である。・・・①



ところで、斜面や滑車などの道具の摩擦や重さを考えなければ、ある物体を一定の高さに持ち上げるのに必要な仕事は、垂直に持ち上げても、斜面や滑車などの道具を用いて持ち上げても同じである。これを仕事の原理という。この問題で、物体は斜面上を A から B に移動しているが、このときになされた仕事は、図のように $35kg$ の物体を垂直に $3m$ 持ち上げたときの仕事と同じである。

$100g$ の物体に働く重力の大きさは $1N$ なので、 $35kg = 35000g$ の物体に働く重力の大きさは、 $35000 \div 100 = 350(N)$ である。図で C から D に静かに引き上げるとき、引く力の大きさは重力の大きさと等しくなるので $350N$ である。したがって、(仕事 J) = (力の大きさ N) \times (力の方向に移動した

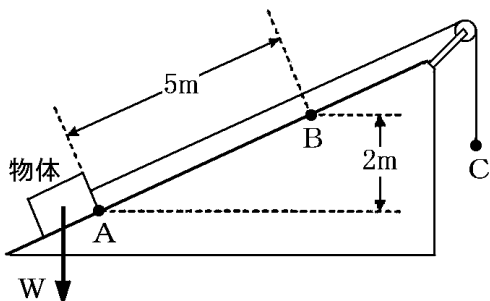
距離 $m = 350(\text{N}) \times 3(\text{m}) = 1050\text{J}$ となる。…②

仕事の原理と①, ②より, $7F = 1050$

よって, $F = 1050 \div 7 = 150(\text{N})$ となる。

[問題](2 学期期末)

重さ 100N の物体を持ち上げる作業について考える。ただし、滑車の重さや摩擦などは考えないものとする。



- (1) この物体を直接垂直に 2m 持ち上げる仕事を求めよ。
- (2) 手で垂直に引き上げるときの仕事を W_1 、斜面を使って同じ高さまで引き上げるときの仕事を W_2 としたとき、 W_1 と W_2 の関係を式で表せ。
- (3) 斜面や滑車などの道具の摩擦や重さを考えなければ、同じ物体に対して同じ結果になる作業をする際(2)の関係がなりたつ。このことを何というか。
- (4) 物体を図の斜面を用いて斜面に沿って引き上げるときの力の大きさを求めよ。

[解答](1) 200J (2) $W_1=W_2$ (3) 仕事の原理
(4) 40N

[解説]

(1) 重さ 100N の物体を持ち上げるのに必要な力は 100N なので,

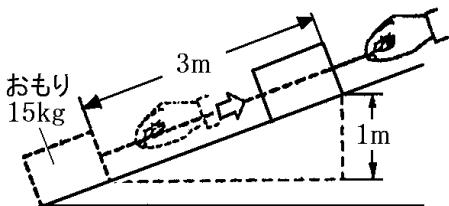
(仕事 J)=(力の大きさ N) \times (力の方向に移動した距離 m) $=100(\text{N})\times 2(\text{m})=200(\text{J})$

(4) 斜面に沿って引き上げるときの力の大きさを $F(\text{N})$ とする。 $F(\text{N})$ の力で斜面上を 5m 移動させるときの仕事は, $F(\text{N})\times 5(\text{m})=5F(\text{J})$

仕事の原理より, $5F=200$ よって, $F=200\div 5=40(\text{N})$

[問題](2 学期期末)

次の図のように、摩擦のある斜面にそって、質量 15kg のおもりをゆっくりと引き上げた。そのとき、手がおもりを引く力は 60N であった。ただし、 100g の物体を引き上げるのに必要な力を 1N とする。



- (1) 斜面にそっておもりを 3m 引き上げるのに 4 秒間かかった。このときの仕事率は何 W になるか。
- (2) この物体を直接手で 1m 持ち上げたときの仕事は、斜面を使ったときと比べて、何 J 小さくなるか。
- (3) 斜面にそっておもりを引き上げていくとき、斜面とおもりの間には何 N の摩擦力がはたらいっているか。

[解答](1) 45W (2) 30J (3) 10N

【解説】

(1) 斜面にそって60Nの力でおもりを3m引き上げるときの仕事は、

$$(\text{仕事 } J) = (\text{力の大きさ } N) \times (\text{力の方向に移動した距離 } m) = 60(N) \times 3(m) = 180(J)$$

引き上げるのに4秒かかったので、

$$(\text{仕事率 } W) = (\text{仕事 } J) \div (\text{秒 } s) = 180(J) \div 4(s) \\ = 45(W)$$

(2) 質量 $15\text{kg} = 15000\text{g}$ のおもりにはたらく重力の大きさは、 $15000 \div 100 = 150(N)$ である。これを1mもちあげるときの仕事は、 $150(N) \times 1(m) = 150(J)$ である。

したがって、直接手で1m持ち上げたときの仕事は、斜面を使ったときと比べて、

$180 - 150 = 30(J)$ 小さい。(斜面を使ったときの仕事が大きいの、斜面とおもりの間に摩擦力がはたらくためである。)

(3) 斜面に摩擦がないと仮定する。このとき、手がおもりを引く力を $F(N)$ とする。

斜面を使っておもりを3m引く仕事は、

$$(\text{仕事 } J) = (\text{力の大きさ } N) \times (\text{力の方向に移動した距離 } m) = F(N) \times 3(m) = 3F(J)$$

摩擦がないので、斜面を使って1m持ち上げる仕事と直接手で1m持ち上げたときの仕事((2)より150J)は等しい(仕事の原理)。

したがって、 $3F=150$

よって、 $F=150\div 3=50(\text{N})$

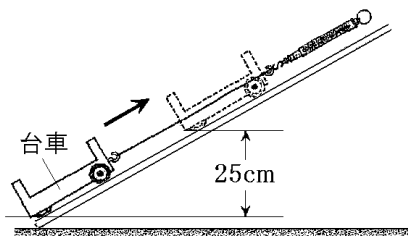
摩擦のあるときの手がおもりを引く力は 60N であるので、

摩擦力は、 $60(\text{N})-50(\text{N})=10(\text{N})$ と計算できる。

[仕事の原理→質量・距離]

[問題](前期期末)

次の図のように、糸を引いて、台車を斜面にそって 25cm の高さまでゆっくり引き上げた。このとき糸を引く力は 6N 、糸を引いた距離は 50cm であった。糸の重さや台車にはたらく摩擦力は考えないものとして、各問いに答えよ。ただし、 100g の物体を引き上げるのに必要な力を 1N とする。



- (1) このときの仕事は何 J か。
- (2) 斜面を使わずに台車を直接 25cm の高さまで持ち上げたときの仕事は何 J か。
- (3) この台車の質量は何 kg か。

[解答](1) 3J (2) 3J (3) 1.2kg

[解説]

(1) (仕事 J) = (力の大きさ N) \times (力の方向に移動した距離 m) = $6(N) \times 0.5(m) = 3(J)$

(2) 仕事の原理より、摩擦などを考えなければ、ある物体を一定の高さに持ち上げるのに必要な仕事は、垂直に持ち上げても、斜面や滑車などの道具を用いて持ち上げても同じである。

(3) この台車の質量を $M\text{kg}$ とする。 $1\text{kg} = 1000\text{g}$ の物体にはたらく重力は 10N なので、この台車に働く重力の大きさは、 $10M(N)$ である。

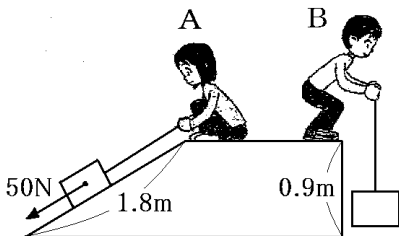
したがって、台車を直接 25cm の高さまで持ち上げたときの仕事は、

(仕事 J) = (力の大きさ N) \times (力の方向に移動した距離 m) = $10M(N) \times 0.25(m) = 2.5M(J)$

(2)より、 $2.5M = 3$ よって、 $M = 3 \div 2.5 = 1.2(\text{kg})$

[問題](後期中間)

次の図のようにして、AさんとBさんが同じ質量の荷物を床から0.9mの高さまでロープでゆっくりと引き上げた。このとき、荷物にはたらく斜面方向の力は50Nであった。100gの物体にはたらく重力の大きさを1Nとする。各問いに答えよ。



- (1) この斜面に摩擦がないとすると、Aさんがロープを引いていた力はいくらか。
- (2) Aさんがした仕事はいくらか。
- (3) Aさんのように斜面を使った場合と、Bさんのように斜面を使わなかった場合で仕事の大きさは変わらない。このことを何というか。
- (4) この荷物の質量は何kgか。
- (5) Bさんが荷物を引き上げるのに、15秒かかった。このときの仕事率はいくらか。

[解答](1) 50N (2) 90J (3) 仕事の原理

(4) 10kg (5) 6W

[解説]

(1) 「ゆっくり引き上げる」(加速しない)場合、Aさんがロープを引く力は、荷物にはたらく斜面方向の力 50N と等しい。

(2) (仕事 J)=(力の大きさ N)×(力の方向に移動した距離 m)=50(N)×1.8(m)=90(J)

(3)(4) Bさんがおもりを引く力を F(N)とすると、(Bさんの仕事 J)=(力の大きさ N)×(力の方向に移動した距離 m)=F(N)×0.9(m)

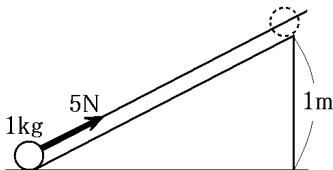
=0.9F(J) 仕事の原理より、Aさんのように斜面を使った場合と、Bさんのように斜面を使わなかった場合で仕事の大きさは変わらない。Aさんの仕事は 90J なので、 $0.9F=90$ が成り立つ。したがって、 $F=90\div 0.9=100(N)$

1kg=1000g の物体にはたらく重力は、10N なので、この荷物の質量は、 $100\div 10=10(kg)$ である。

(5) (仕事率 W)=(仕事 J)÷(秒)=90(J)÷15(秒)=6(W)

[問題](2 学期中間)

質量 1kg の物体を斜面にそって 1m の高さに引き上げたとき 5N の力が必要であった。物体を斜面にそって引いた長さは何 m か。摩擦などは考えないものとする。また、 100g の物体を引き上げるのに必要な力を 1N とする。



[解答] 2m

[解説]

質量 $1\text{kg}=1000\text{g}$ のおもりにはたらく重力の大きさは、 $1000\div 100=10(\text{N})$ である。これを 1m もちあげるときの仕事は、 $10(\text{N})\times 1(\text{m})=10(\text{J})$ である。

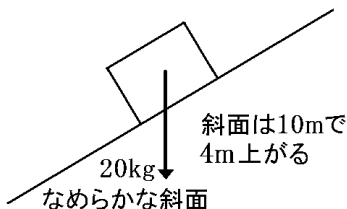
(斜面にそって引き上げたときの仕事) = (力の大きさ N) \times (力の方向に移動した距離 m) である。(力の大きさ N) = 5N なので、 $5(\text{N})\times$ (力の方向に移動した距離 m) = $10(\text{J})$

よって、(力の方向に移動した距離 m)
= $10(\text{J})\div 5(\text{N})=2(\text{m})$

[斜面に沿った力を計算→仕事]

[問題](1 学期期末)

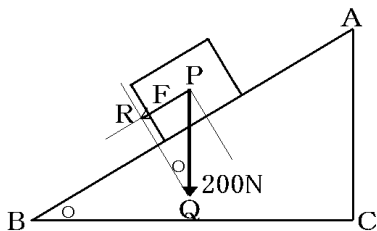
斜面を利用したときの仕事について、次の各問いに答えよ。ただし、摩擦ははたらかないものとする。また、 100g の物体を引き上げるのに必要な力を 1N とする。



- (1) 斜面に沿って滑り落ちようとする力を求めよ。
- (2) この斜面上方向に沿って 10m 動かしたときの仕事を求めよ。
- (3) 直接物体を 4m 持ち上げたときの仕事を求めよ。
- (4) (2), (3)の結果からどんなことがわかるか。

[解答](1) 80N (2) 800J (3) 800J (4) 直接持ち上げた場合でも、斜面という道具を使った場合でも仕事量は同じになる。

[解説]



(1) 上の図の PR が斜面に沿って滑り落ちようとする力の大きさを表している。PQ は質量 20kg のこの物体に働く重力を表している。質量 100g の物体に働く重力は 1 N なので、質量 $20\text{kg} = 20000\text{g}$ の物体にかかる重力 PQ は、 $20000 \div 100 = 200(\text{N})$ である。

次に、図の $\triangle PQR$ と $\triangle ABC$ は、

$$\angle PQR = \angle ABC,$$

$\angle PRQ = \angle ACB = 90^\circ$ なので、2 組の角がそれぞれ等しく相似になる。

よって、 $PQ : PR = AB : AC \cdots \textcircled{1}$ が成り立つ。

この斜面は 10m で 4m 上がる斜面であるので、 $AB = 10(\text{m})$ 、 $AC = 4(\text{m})$ とおく。

また、 $PQ = 200(\text{N})$ なので、

$$\textcircled{1} \text{式より、} 200 : PR = 10 : 4$$

$$\text{比の内項の積は外項の積に等しいので、} PR \times 10 = 200 \times 4, PR = 200 \times 4 \div 10 = 80(\text{N})$$

(2) 斜面に沿って10m引き上げるとき、物体を引く力は、物体が斜面に沿って滑り落ちようとする力と同じ80Nであるので、

(仕事 J)=(力の大きさ N)×(力の方向に移動した距離 m)=80(N)×10(m)=800(J)

(3) 直接物体を4m持ち上げるとき、質量20kgのこの物体に働く重力は200Nなので、

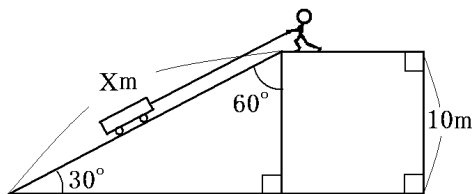
(力の大きさ N)=200(N)である。したがって、

(仕事 J)=(力の大きさ N)×(力の方向に移動した距離 m)=200(N)×4(m)=800(J)

(4) (2)と(3)の計算結果から、直接4m持ち上げた場合でも、斜面という道具を使った場合でも仕事量は同じになることがわかる。これを仕事の原理という。

[問題](2学期中間)

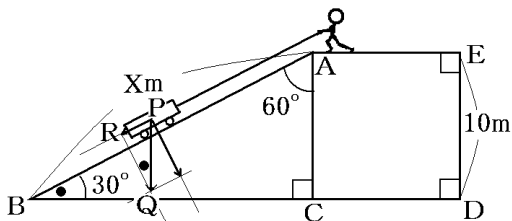
次の各問いに答えよ。



- (1) 図の斜面の長さ $X(m)$ を求めよ。
- (2) 図は斜面上の台車を引き上げている様子を表している。台車の質量が $4kg$ のとき、人がひもを引く力はいくらか。ただし、 $100g$ の物体にはたらく重力を $1N$ とし、ひもの重さや斜面との摩擦は考えないものとする。
- (3) 図の人が斜面の一番下から一番上まで(2)の台車を引き上げたときにした仕事の大きさを求めよ。

[解答](1) $20m$ (2) $20N$ (3) $400J$

[解説]



(1) 上の図で、 $\triangle ABC$ は 30° 60° 90° の直角三角形なので、 $AB : AC = 2 : 1$ となる。(中3 数学三平方の定理で習う)

$AC = ED = 10\text{m}$ なので、

$AB = 10 \times 2 = 20(\text{m})$ となる。

(2) 台車の質量が $4\text{kg} = 4000\text{g}$ なので、台車にかかる重力の大きさは、 $PQ = 4000 \div 100 = 40(\text{N})$ である。上図で、 $\triangle PQR$ と $\triangle ABC$ は相似なので、 $PQ : PR = AB : AC$ が成り立つ。

$AB = 20(\text{m})$ 、 $AC = 10(\text{m})$ 、 $PQ = 40(\text{N})$ を代入すると、 $40 : PR = 20 : 10$ 、 $40 : PR = 2 : 1$

よって、 $PR = 20(\text{N})$

人がひもを引く力は PR の大きさと同じなので 20N になる。

(3) (仕事 J) = (力の大きさ N) \times (力の方向に移動した距離 m) = $20(\text{N}) \times 20(\text{m}) = 400(\text{J})$

◆理科3年の各ファイルへのリンク

<http://www.fdttext.com/dp/r3b/index.html>

◆FdData 中間期末の特徴(QandA 方式)

http://www.fdttext.com/dp/qanda_k.html

◆製品版(パソコン Word 文書 : 印刷・編集用)
の価格・購入方法

<http://www.fdttext.com/dp/seihin.html>

※ iPhone でリンク先が開かない場合は、
「iBooks」で開いてリンクをタップください。

【Fd教材開発】 Mail : info2@fdtext.com