

【】証明

[解答1]

- (1) $x + y = 5$ ならば, $x = 3, y = 2$ である。×
- (2) a が3の倍数ならば, 6の倍数である。×
- (3) 2つの三角形の面積が等しいならば, 合同である。×

[解答2]

- (1) 仮定：正三角形である, 結論：二等辺三角形である (2) 二等辺三角形ならば正三角形である (3) 正しくない。たとえば, 3つの角が $50^\circ, 50^\circ, 80^\circ$ の二等辺三角形は正三角形ではない。

【】三角形の合同条件

[解答3]

- ア, エ(3辺がそれぞれ等しい)
- イ, キ(1辺とその両端の角がそれぞれ等しい)
- ウ, オ(2辺とその間の角がそれぞれ等しい)

[解答4]

- ア, キ(1辺とその両端の角がそれぞれ等しい)
- イ, ク(2辺とその間の角がそれぞれ等しい)
- ウ, カ(3辺がそれぞれ等しい)

[解答5]

- (1) $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$, 三辺がそれぞれ等しい
- (2) $\triangle AOC \equiv \triangle BOD$, 二辺とその間の角がそれぞれ等しい
- (3) $\triangle ABD \equiv \triangle CBD$, 一辺とその両端の角がそれぞれ等しい

【】三角形の合同(共通辺・共通角の利用)

[解答6]

$\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ において,

ACは共通・・・①

仮定より, $AB = AD$ ・・・②, $CB = CD$ ・・・③

①, ②, ③より, 3辺がそれぞれ等しいので, $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$

[解答7]

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ において、

BCは共通・・・①

仮定より、 $AB=DC$ ・・・②、 $CA=BD$ ・・・③

①、②、③より、3辺がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABC \cong \triangle DCB$

[解答8]

$\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において、

$\angle A$ は共通・・・①

仮定より、 $AC=AD$ ・・・②、 $AB=AE$ ・・・③

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABC \cong \triangle AED$

[解答9]

$\triangle OAC$ と $\triangle OBD$ において、

仮定より、 $OA=OB$ ・・・①

$\angle OAC = \angle OBD$ ・・・②

$\angle O$ は共通・・・③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle OAC \cong \triangle OBD$

【】 三角形の合同(対頂角の利用)

[解答10]

$\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ において、

仮定より、 $AO=BO$ ・・・①

$CO=DO$ ・・・②

対頂角は等しいので、 $\angle AOC = \angle BOD$ ・・・③

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle AOC \cong \triangle BOD$

[解答11]

(1) $\triangle AOD$ と $\triangle COB$ において、

仮定より、 $AO=CO$ ・・・①

仮定より、 $AB=CD$ 、 $AO=CO$ なので、 $DO=CD-CO=AB-AO=BO$

よって、 $DO=BO$ ・・・②

対頂角は等しいので、 $\angle AOD=\angle COB$ ・・・③

①、②、③より2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle AOD\equiv\triangle COB$

(2) (1)より、 $\triangle AOD\equiv\triangle COB$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいので、 $AD=CB$

[解答12]

$\triangle ACM$ と $\triangle BDM$ において、

仮定より、 $AM=BM$ ・・・①

$\angle CAM=\angle DBM$ ・・・②

対頂角は等しいので、 $\angle AMC=\angle BMD$ ・・・③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ACM\equiv\triangle BDM$

ゆえに、 $MC=MD$

【】 三角形の合同(平行線の利用)

[解答13]

$\triangle EOP$ と $\triangle FOQ$ において、

仮定より、 $EO=FO$ ・・・①

対頂角は等しいので、 $\angle EOP=\angle FOQ$ ・・・②

また $AB \parallel CD$ なので、錯角が等しく、 $\angle PEO=\angle QFO$ ・・・③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle EOP\equiv\triangle FOQ$

ゆえに、 $OP=OQ$

[解答14]

$\triangle DEM$ と $\triangle BFM$ において、

仮定より、 $DM=BM$ ・・・①

対頂角は等しいので、 $\angle DME=\angle BMF$ ・・・②

四角形 $ABCD$ は長方形で $AD \parallel BC$ なので、錯角が等しく、 $\angle EDM=\angle FBM$ ・・・③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle DEM \equiv \triangle BFM$

ゆえに、 $DE=BF$

[解答15]

$\triangle ACM$ と $\triangle DBM$ において、

仮定より、 $CM=BM$ ・・・①

対頂角は等しいので、 $\angle AMC=\angle DMB$ ・・・②

仮定より $AC \parallel BD$ なので、錯角が等しく、 $\angle ACM=\angle DBM$ ・・・③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ACM \equiv \triangle DBM$

ゆえに、 $CA=BD$

【】二等辺三角形(二等辺三角形→底角が等しい)

[解答16]

図のように $\angle A$ の二等分線 AD をひく。

$\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において、

AD は共通・・・①

仮定より、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形なので、 $AB=AC$ ・・・②

仮定より、 $\angle BAD=\angle CAD$ ・・・③

①、②、③より2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$

ゆえに、 $\angle ABD=\angle ACD$

[解答17]

$\triangle EBC$ と $\triangle DCB$ において、

BC は共通・・・①

仮定より、 $BE=CD$ ・・・②

$AB=AC$ なので、 $\angle EBC=\angle DCB$ ・・・③

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle EBC\equiv\triangle DCB$

ゆえに、 $CE=BD$

[解答18]

$\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ において、

$\angle A$ は共通・・・①

$AB=AC$ ・・・②

さらに、 $AE=EC$ 、 $AD=DB$ なので、 $AE=AD$ ・・・③

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABE\equiv\triangle ACD$

ゆえに、 $\angle ABE=\angle ACD$

[解答19]

$\triangle EBC$ と $\triangle DCB$ において、

BC は共通・・・①

$AB=AC$ なので、 $\angle EBC=\angle DCB$ ・・・②

$\angle ECB=\frac{1}{2}\angle DCB=\frac{1}{2}\angle EBC=\angle DBC$ ・・・③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle EBC\equiv\triangle DCB$

ゆえに、 $CE=BD$

【】二等辺三角形(二辺が等しい→二等辺三角形)

[解答20]

$\triangle ABM$ と $\triangle ACM$ において,

AM は共通・・・①

仮定より, $BM=CM$ ・・・②

仮定より, $AM \perp BC$ なので, $\angle AMB = \angle AMC$ ・・・③

①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABM \cong \triangle ACM$

ゆえに, $AB=AC$ となり, $\triangle ABC$ は二等辺三角形となる。

[解答21]

$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において,

仮定より $AB=AC$ ・・・①

$BD=CE$ ・・・②

また, $\triangle ABC$ は二等辺三角形なので, $\angle B = \angle C$ ・・・③

①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABD \cong \triangle ACE$

ゆえに, $AD=AE$ となり, $\triangle ADE$ は二等辺三角形になる。

[解答22]

$\triangle ABE$ と $\triangle ADF$ において,

仮定より, $AB=AD$ ・・・①

$BE=DF$ ・・・②

$\angle ABE = \angle ADF$ ・・・③

①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABE \cong \triangle ADF$

ゆえに, $AE=AF$ となり, $\triangle AEF$ は二等辺三角形になる。

【】二等辺三角形(底角が等しい→二等辺三角形)

[解答23]

$\angle B = \angle C$ とし、ADを $\angle A$ の二等分線とする。

$\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において、

ADは共通・・・①

仮定より、 $\angle BAD = \angle CAD$ ・・・②

$\angle ADB = 180^\circ - (\angle B + \angle BAD) = 180^\circ - (\angle C + \angle CAD) = \angle ADC$

ゆえに、 $\angle ADB = \angle ADC$ ・・・③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

ゆえに、 $AB = AC$ となり、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形となる。

[解答24]

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ において、

BCは共通・・・①

仮定より、 $AB = DC$ ・・・②

$AC = DB$ ・・・③

①、②、③より、3辺がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABC \cong \triangle DCB$

ゆえに、 $\angle ECB = \angle EBC$

底角が等しいので、 $\triangle EBC$ は二等辺三角形となる。

[解答25]

$\triangle BCE$ と $\triangle CBD$ において、

BCは共通・・・①

仮定より、 $BE = CD$ ・・・②

二等辺三角形の底角は等しいので、 $\angle EBC = \angle DCB$ ・・・③

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle BCE \cong \triangle CBD$

ゆえに、 $\angle PCB = \angle PBC$

底角が等しいので、 $\triangle PBC$ は二等辺三角形となる。

[解答26]

$AB \parallel CD$ なので、錯角が等しく、 $\angle ABD = \angle CDB$

仮定より、 $\angle ABD = \angle CBD$

ゆえに、 $\angle CDB = \angle CBD$

底角が等しいので、 $\triangle BCD$ は二等辺三角形となる。

[解答27]

$AD \parallel CE$ なので、錯角が等しく、 $\angle DAC = \angle ACE$

同位角も等しく、 $\angle BAD = \angle AEC$

仮定より、 $\angle DAC = \angle BAD$

ゆえに、 $\angle ACE = \angle AEC$

底角が等しいので、 $\triangle ACE$ は二等辺三角形になる。

[解答28]

仮定より、 $FD \parallel BC$ なので、錯角が等しく、

$\angle AFE = \angle BCE$

仮定より、 $BC = BE$ なので、 $\triangle BCE$ は二等辺三角形となり、 $\angle BCE = \angle BEC$

対頂角は等しいので、 $\angle BEC = \angle AEF$

以上より、 $\angle AFE = \angle AEF$ となり、

$\triangle AEF$ は二等辺三角形で、 $AE = AF$

[解答29]

$BC \perp FD$ なので、

$\angle AFE + \angle B = 90^\circ$

$\angle CED + \angle C = 90^\circ$

仮定より、 $\angle B = \angle C$ なので、 $\angle AFE = \angle CED$

対頂角は等しいので、 $\angle CED = \angle AEF$

ゆえに、 $\angle AFE = \angle AEF$

底角が等しいので、 $\triangle AEF$ は二等辺三角形となり、 $AE = AF$

[解答30]

折り返しの仮定より， $\angle EBD = \angle CBD$

$AD \parallel BC$ なので，錯角が等しく， $\angle CBD = \angle EDB$

ゆえに， $\angle EBD = \angle EDB$ となるので， $\triangle EBD$ は二等辺三角形となる。

【】二等辺三角形の角

[解答31]105°

[解答32]34°

[解答33]30°

[解答34]110°

[解答35]75°

[解答36] (1) 150° (2) 30°

【】三角形の合同(正三角形の利用)

[解答37]

$\triangle ABQ$ と $\triangle CAP$ において，

仮定より， $AB = CA \cdots \textcircled{1}$

$BQ = AP \cdots \textcircled{2}$

$\triangle ABC$ は正三角形なので， $\angle ABQ = \angle CAP = 60^\circ \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$ ， $\textcircled{2}$ ， $\textcircled{3}$ より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

$\triangle ABQ \cong \triangle CAP$

ゆえに， $AQ = CP$

[解答38]

$\triangle ABE$ と $\triangle BCD$ において、

仮定より、 $AE=BD$ ・・・①

$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $AB=BC$ ・・・②

$\angle BAE=180^\circ-\angle BAC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

$\angle CBD=180^\circ-\angle ABC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

ゆえに、 $\angle BAE=\angle CBD$ ・・・③

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABE\equiv\triangle BCD$

ゆえに、 $EB=DC$

[解答39]

$\triangle BCD$ と $\triangle ACE$ において、

$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $BC=AC$ ・・・①

$\triangle DCE$ は正三角形なので、 $CD=CE$ ・・・②

正三角形の内角はすべて 60° なので、 $\angle BCD=\angle ACE=60^\circ$ ・・・③

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle BCD\equiv\triangle ACE$

ゆえに、 $BD=AE$

[解答40]

$\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ において、

$\triangle ACD$ と $\triangle CBE$ は正三角形なので、

$AC=DC$ ・・・①

$EC=BC$ ・・・②

また、正三角形の内角はすべて 60° なので、 $\angle ACD=60^\circ$ 、 $\angle BCE=60^\circ$

$\angle DCE=180^\circ-\angle ACD-\angle BCE=180^\circ-60^\circ-60^\circ=60^\circ$

よって、 $\angle ACE=\angle DCB=120^\circ$ ・・・③

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ACE\equiv\triangle DCB$ ゆえに、 $AE=DB$

[解答41]

$\triangle APC$ と $\triangle ABQ$ において、

$\triangle ABP$ と $\triangle ACQ$ はそれぞれ正三角形なので、

$$AP=AB\cdots①$$

$$AC=AQ\cdots②$$

正三角形の内角はすべて 60° なので、

$$\angle PAC=60^\circ+\angle BAC=\angle BAQ\cdots③$$

①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle APC\equiv\triangle ABQ$$

ゆえに, $CP=QB$

【】 三角形の合同(正方形の利用)

[解答42]

$\triangle ADE$ と $\triangle CDG$ において、

四角形 $ABCD$ と四角形 $DEFG$ が正方形であることから、

$$AD=CD\cdots①$$

$$ED=GD\cdots②$$

$$\angle ADE=90^\circ-\angle CDE=\angle CDG\cdots③$$

①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ADE\equiv\triangle CDG$$

[解答43]

$\triangle ACE$ と $\triangle FCB$ において、

四角形 $BDEC$ と四角形 $ACFG$ は正方形なので、

$$AC=FC\cdots①$$

$$EC=BC\cdots②$$

$$\angle ACE=\angle ACB+90^\circ=\angle FCB\cdots③$$

①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ACE\equiv\triangle FCB$$

ゆえに, $AE=FB$

[解答44]

$\triangle BCE$ と $\triangle DCF$ において、

仮定より、 $CE=CF$ ・・・①

四角形 $ABCD$ は正方形なので、 $BC=DC$ ・・・②

$\angle BCE=90^\circ=\angle DCF$ ・・・③

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle BCE\equiv\triangle DCF$

ゆえに、 $\angle BEC=\angle DFC$

対頂角は等しいので、 $\angle BEC=\angle DEG$

ゆえに、 $\angle DEG=\angle DFC$

【】 直角三角形の合同

[解答45]

$\triangle AOP$ と $\triangle BOP$ において、

OP は共通・・・①

仮定より、 $AP=BP$ ・・・②

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$ ・・・③

①、②、③より、直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので、

$\triangle AOP\equiv\triangle BOP$

ゆえに、 $\angle AOP=\angle BOP$

[解答46]

$\triangle DOP$ と $\triangle EOP$ において、

OP は共通・・・①

仮定より、 $\angle DOP=\angle EOP$ ・・・②

$\angle PDO=\angle PEO=90^\circ$ ・・・③

①、②、③より、直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$\triangle DOP\equiv\triangle EOP$

ゆえに、 $PD=PE$

[解答47]

$\triangle BMK$ と $\triangle AMH$ において、

仮定より、 $BM=AM$ ・・・①

$$\angle BKM = \angle AHM = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、 $\angle BMK = \angle AMH$ ・・・③

①、②、③より、直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle BMK \cong \triangle AMH$$

ゆえに、 $BK=AH$

[解答48]

$\triangle BMP$ と $\triangle CMQ$ において、

仮定より、 $BM=CM$ ・・・①

$$\angle BPM = \angle CQM = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、 $\angle BMP = \angle CMQ$ ・・・③

①、②、③より、直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle BMP \cong \triangle CMQ$$

ゆえに、 $BP=CQ$

[解答49]

$\triangle BDM$ と $\triangle CEM$ において、

仮定より、 $BM=CM$ ・・・①

$$\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$\triangle ABC$ は二等辺三角形なので、 $\angle DBM = \angle ECM$ ・・・③

①、②、③より、直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle BDM \cong \triangle CEM$$

ゆえに、 $MD=ME$

[解答50]

$\triangle BDM$ と $\triangle CEM$ において、

仮定より、 $BM=CM$ ・・・①

$$\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$$MD=ME$$

①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので、

$$\triangle BDM \cong \triangle CEM$$

ゆえに、 $\angle DBM = \angle ECM$

2角が等しいので、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形になる。

[解答51]

$\triangle BCE$ と $\triangle CBD$ において、

BC は共通・・・①

仮定より、 $\angle BEC = \angle CDB = 90^\circ$ ・・・②

$AB=AC$ なので、 $\angle EBC = \angle DCB$ ・・・③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle BCE \cong \triangle CBD$$

ゆえに、 $CE=BD$

[解答52]

$\triangle ABP$ と $\triangle CAQ$ において、

仮定より、 $AB=CA$ ・・・①

$$\angle APB = \angle CQA = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle ABP + \angle BAP = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\angle CAQ + \angle BAP = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

ゆえに、 $\angle ABP = \angle CAQ$ ・・・③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABP \cong \triangle CAQ$$

ゆえに、 $AP=CQ$

[解答53]

$\triangle ABP$ と $\triangle DAQ$ において、

仮定より、 $AB=DA$ ・・・①

$$\angle APB = \angle DQA = 90^\circ \dots \textcircled{2}$$

$$\angle ABP + \angle BAP = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\angle DAQ + \angle BAP = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

ゆえに、 $\angle ABP = \angle DAQ$ ・・・③

①、②、③より直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABP \cong \triangle DAQ$$

ゆえに、 $PA=QD$ 、 $BP=AQ$

ゆえに、 $PQ=PA+AQ=QD+BP$

[解答54]

$\triangle ADG$ と $\triangle DCH$ において、

四角形 $ABCD$ は正方形なので、 $AD=DC$ ・・・①

仮定より、 $\angle AGD = \angle DHC = 90^\circ$ ・・・②

$$\angle DAG + \angle ADG = 180^\circ - \angle AGD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\angle CDH + \angle ADG = 90^\circ$$

ゆえに、 $\angle DAG = \angle CDH$ ・・・③

①、②、③より、直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ADG \cong \triangle DCH$$

ゆえに、 $DG=CH$

[印刷／他のPDFファイルについて]

※ このファイルは、FdText数学(9,600円)の一部をPDF形式に変換したサンプルで、印刷・編集はできないようになっています。製品版のFdText数学はWordの文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

※ FdText(英語・数学・社会・理科・国語)全分野のPDFファイル、および製品版の購入方法は<http://www.fdtype.com/txt/> に掲載しております。

※ 弊社は、FdTextのほかにFdData中間期末過去問(数学・理科・社会)(各18,900円)を販売しております。PDF形式のサンプル(全内容)は、<http://www.fdtype.com/dat/> に掲載しております。

※ [FdData無料閲覧ソフト(RunFdData)]を、Windowsのデスクトップ上にインストールすれば、FdData中間期末の全PDFファイルを自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

【 <http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe> 】

※ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、【実行】[許可する][次へ]等を選択します。

【Fd教材開発】(092) 404-2266

<http://www.fdtype.com/dat/>