

【】2乗に比例する関数の性質

[問題1]

次のア～カの関数について、 y が x の2乗に比例しているものを選び、記号で答えよ。

ア $y = 3x^2$ イ $y = \frac{1}{x^2}$ ウ $y = -x^2$ エ $y = \frac{1}{2}x^2$ オ $y = 3^2x$

カ $y = -\frac{x^2}{2}$ キ $y = 2x + 1$

[問題2]

次の各場合について、1) y を x の式で表せ、2) y は x の2乗に比例しているか、3) x の2乗に比例している場合については比例定数を求めよ。

- (1) 1辺の長さ x cmの正方形の面積を y cm²とする。
- (2) 1辺が x cmのひし形の周りの長さを y cmとする。
- (3) 底面が x cmの正方形で高さが6cmの三角すいの体積を y cm³とする。
- (4) 底面の半径が x cm、高さが7cmの円柱の体積を y cm³とする。

[問題3]

関数 $y = 2x^2$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 下の表の空欄をうめよ。

x	0	1	2	3	4
y					

- (2) x の値が3倍になると、 y の値は何倍になるか。

[問題4]

1辺の長さが x cmの立方体の表面積を y cm²とする。

- (1) y を x の式で表せ。
- (2) 比例定数を求めよ。
- (3) 1辺(x)を3倍にすると、表面積(y)は何倍になるか。
- (4) 表面積(y)を16倍にするには1辺(x)を何倍にすればよいか。

[問題5]

ある一定の傾きをもった斜面をころがり落ちるボールが、ころがりはじめてから x 秒間に進む距離を y m とする。 y は x の2乗に比例し、比例定数は2である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) y を x の式で表せ。
- (2) ころがりはじめてから、6秒後までにころがった距離を求めよ。
- (3) 128m ころがるのは、ころがりはじめてから何秒後か。
- (4) x が1から3へと3倍になると、 y は何倍になるか。

[問題6]

次の各問いに答えよ。

- (1) y が x の2乗に比例し、 $x = 2$ のとき $y = 8$ である。比例定数を求めよ。また、 y を x の式で表せ。
- (2) y が x の2乗に比例し $x = 2$ のとき $y = -8$ である。 $x = -3$ のときの y の値を求めよ。

[問題7]

次の各問いに答えよ。

- (1) y は x の2乗に比例し、 $x = 3$ のとき $y = 27$ になる。比例定数を求めよ。
- (2) y は x の2乗に比例し、 $x = -2$ のとき $y = 20$ になる。 y を x の式で表せ。
- (3) y が x の2乗に比例し $x = -3$ のとき $y = 36$ である。 $x = 0.5$ のときの y の値を求めよ。

【】 グラフ

[問題8]

$y = x^2$ のグラフをかけ。

[問題9]

$y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフをかけ。

[問題10]

次の①～⑤は、関数 $y = ax^2$ 上のグラフについて特徴を述べたものである。次の()
にあてはまる適当なことばや記号を入れよ。

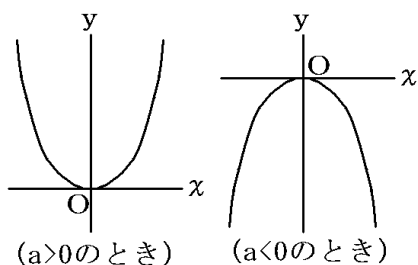
- ・ (①) を通り、(②) に関して対称である。
- ・ a (③) 0 のとき、曲線は上に開いている。
- ・ a の (④) が大きいほどグラフの開き方が小さくなる。
- ・ $y = ax^2$ のグラフと $y = -ax^2$ のグラフは、(⑤) について対称である。

[問題11]

右の $y = ax^2$ のグラフを見て、次の文の()に
あてはまる言葉を入れよ。

関数 $y = ax^2$ について、

- ・ $a > 0$ のとき、 x の値を増加させると、 y の値は、
 $x \leq 0$ で(①)し、 $x \geq 0$ で(②)する。
- ・ $a < 0$ のとき、 x の値を増加させると、 y の値は、
 $x \leq 0$ で(③)し、 $x \geq 0$ で(④)する。

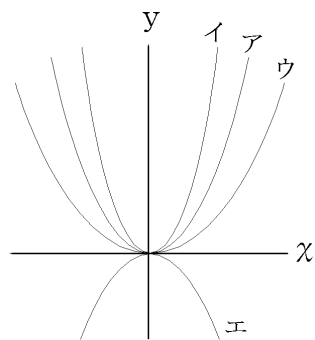


[問題12]

右の図でアは $y = x^2$ である。イ,ウ,エは

$y = \frac{1}{2}x^2$, $y = 2x^2$, $y = -x^2$ のどれかである。

イ,ウ,エのグラフの式を求めよ。



[問題13]

次の各問いに答えよ。

- (1) $y = 3x^2$ と x 軸について対称なグラフの式を求めよ。
- (2) $y = -2x^2$ と y 軸について対称なグラフの式を求めよ。

【I】変域

[問題14]

次の各問いに答えよ。

- (1) $y = x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$)のグラフをかけ。
- (2) $y = x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$)の y の変域を求めよ。

[問題15]

次の関数について、 y の変域を求めよ。

- (1) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $-2 < x \leq 4$ のときの y の変域。
- (2) 関数 $y = x^2$ について、 x の変域が $2 \leq x \leq 3$ のときの y の変域。
- (3) 関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 4$ のときの y の変域。

[問題16]

関数 $y = ax^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域は $-8 \leq y \leq 0$ となる。このとき a の値を求めよ。

[問題17]

関数 $y = -x^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq a$ とき、 y の変域が $-16 \leq y \leq b$ である。 a, b の値を求めよ。

【I】変化の割合

[問題18]

物体を高いところから静かに落としたとき、 x 秒後の落下距離を y mとすると、 $y = 5x^2$ の式が成り立つ。

- (1) $x = 2$ のときの y の値を求めよ。
- (2) $x = 4$ のときの y の値を求めよ。
- (3) x が2から4まで増加するときの y の増加量を求めよ。
- (4) x が2から4まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ。

[問題19]

$y = 2x^2$ について、次の各問いに答えよ。

- (1) x が1から3まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ。
- (2) x が3から5まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ。
- (3) x が5から7まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ。

[問題20]

次の各問いに答えよ。

- (1) $y = 2x + 3$ で x が2から5まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ。
- (2) $y = -3x - 2$ で x が-5から-1まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ。
- (3) $y = \frac{36}{x}$ で x が2から6まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ

[問題21]

次の各問いに答えよ。

- (1) $y = ax^2$ において x が1 から3 まで増加するときの y の値の変化の割合は2 である。
このときの a の値を求めよ。
- (2) $y = ax^2$ で x が2 から4 まで増加するとき y は24 減少する。このときの a の値を求めよ。
- (3) $y = x^2$ において、 x の増加量が4 で、 y の値の変化の割合が12 になるのは x がいくらかからいくらかに増加したときか。

[問題22]

次の各問いに答えよ。

- (1) $y = ax^2$ において x が3 から6 まで増加するときの y の値の変化の割合は12 である。
このときの a の値を求めよ。
- (2) $y = ax^2$ で x が1 から3 まで増加するとき y は24 増加する。このときの a の値を求めよ。
- (3) $y = 3x^2$ において、 x の増加量が3 で、 y の値の変化の割合が15 になるのは x がいくらかからいくらかに増加したときか。

【】 直線と放物線

[問題23]

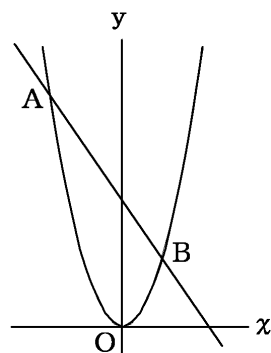
次の2点を通る直線の式を求めよ。

- (1) $(2, 8)$, $(-1, -1)$ (2) $(-4, 3)$, $(2, 0)$
(3) $(4, 0)$, $(0, -3)$

[問題24]

右の図のように放物線上に点A, Bがある。点Aの x 座標は -2 , 点Bの座標は $(1, 2)$ である。

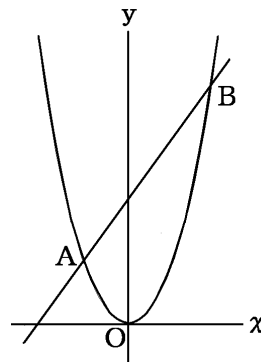
- (1) この放物線の式を求めよ。
(2) Aの座標を求めよ。
(3) 直線ABの式を求めよ。



[問題25]

右の図のように、関数 $y = ax^2$ (a は定数) のグラフ上に2点 A, Bがあり、Aの x 座標は -2 , Bの x 座標は 4 である。また、Bと原点Oを通る直線の式は、 $y = 3x$ である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
(2) 直線ABの式を求めよ。



[問題26]

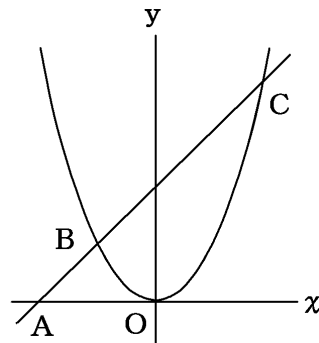
次の各問いに答えよ。

- (1) $y = x^2$ と $y = x + 6$ の交点の座標を求めよ。
(2) $y = x^2$ と $y = -2x + 3$ の交点の座標を求めよ。

[問題27]

右の図のように、放物線 $y = x^2$ と直線ACが点B, Cで交わっている。点Cの x 座標は2, 点Aの座標は $(-2, 0)$ とするとき、次の問に答えよ。

- (1) 直線ACの式を求めよ。
- (2) 点Bの座標を求めよ。

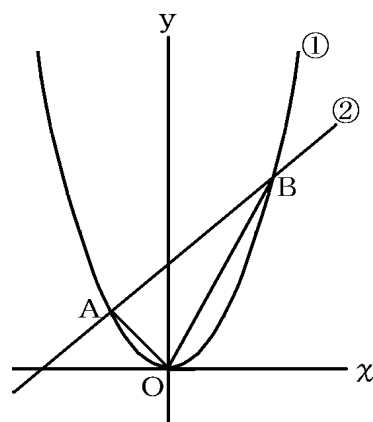


【】 三角形の面積

[問題28]

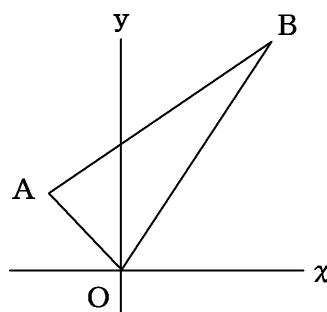
右の図は、関数 $y = x^2 \cdots \textcircled{1}$ 、
 $y = x + 6 \cdots \textcircled{2}$ のグラフである。次の各問いに答えよ。

- (1) 交点 A, B の座標を求めよ。
- (2) $\triangle AOB$ の面積を求めよ。



[問題29]

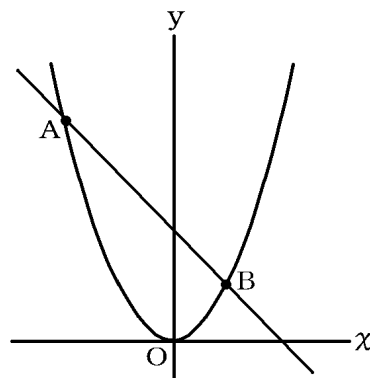
右の図で、点Aの座標は $(-2, 2)$ 、点Bの座標は $(4, 6)$ である。原点を通過して $\triangle OAB$ の面積を2等分する直線の式を求めよ。



[問題30]

右の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフ上に、点A, Bがある。点Aの座標が $(-4, 8)$ 、点Bのx座標が2であるとき、次の問いに答えよ。

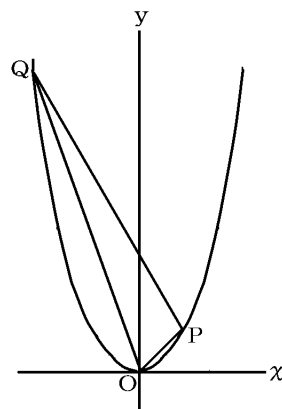
- (1) a の値を求めよ。
- (2) 点 B の y 座標を求めよ。
- (3) 直線 AB の式を求めよ。
- (4) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。
- (5) 点 O を通り、 $\triangle OAB$ の面積を二等分する直線の式を求めよ。



[問題31]

右の図で、関数 $y = ax^2$ のグラフ上に、2点 $P(1, 1)$, $Q(-3, 9)$ がある。このとき、次の問いに答えよ。

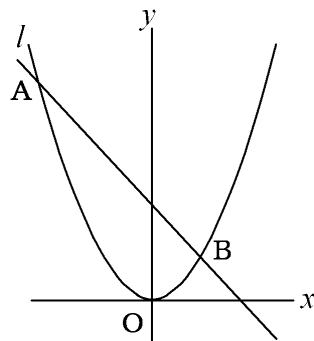
- (1) a の値を求めよ。
- (2) 2点 P , Q を通る直線の式を求めよ。
- (3) OPQ の面積を求めよ。ただし、1目盛りを 1cm とする。
- (4) 原点を通り $\triangle OPQ$ の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。



[問題32]

右の図で、放物線の方程式は、 $y = ax^2$ である。これと直線 l が2点 $A(-4, 8)$, $B(t, 2)$ で交わっている。

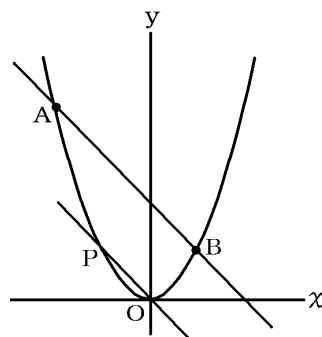
- (1) 点 B の x 座標 t を求めよ。ただし、 $t > 0$ とする。
- (2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。
- (3) 点 B を通り、 $\triangle OAB$ の面積を 2 等分する直線の方程式を求めよ。



【I】等積変形の応用

[問題33]

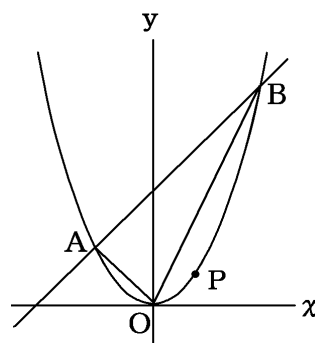
図のように、放物線 $y = x^2$ と直線 $y = -x + 2$ が2点 $A(-2, 4)$, $B(1, 1)$ で交わっている。Oを通り直線ABに平行な直線を引き、放物線との交点をPとする。このとき、 $\triangle ABP$ の面積を求めよ。



[問題34]

右の図において、点Aの座標は $(-1, 1)$ 、点Bのy座標は4である。OB上に点Pをとって $\triangle ABO$ と $\triangle ABP$ の面積が等しくなるようにする。

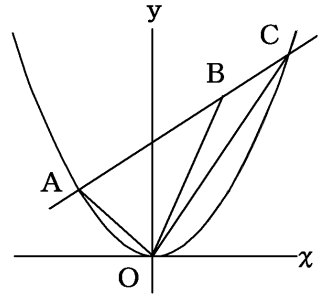
- (1) この放物線の式を求めよ。
- (2) 点Bの座標を求めよ。
- (3) 直線ABの式を求めよ。
- (4) OPの式を求めよ。
- (5) 点Pの座標を求めよ。



【I】面積比

[問題35]

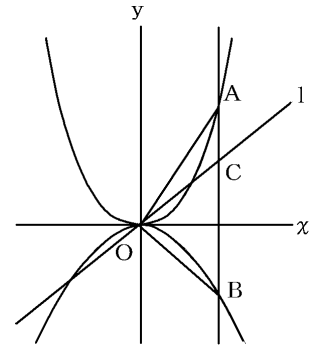
右の図で、直線 AC は $y = x + 4$ ，点 C の x 座標は4である。
 $\triangle OAB$ と $\triangle OBC$ の面積比が $2 : 1$ になるとき、次の間に答えよ。



- (1) この放物線の式を求めよ。
- (2) 点Aの座標を求めよ。
- (3) 直線OBの式を求めよ。

[問題36]

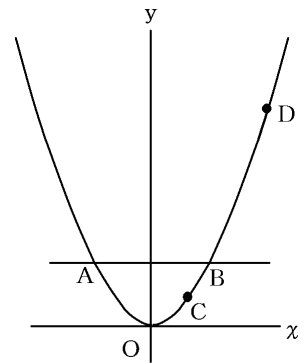
右の図のように、直線 $x = 1$ は、放物線 $y = 2x^2$ ，放物線 $y = -x^2$ および原点を通る直線 l とA, B, Cで交わっている。



- (1) 点Aの座標を求めよ。
- (2) 線分ABの長さを求めよ。
- (3) $\triangle OAC$ と $\triangle OBC$ の面積比が $1 : 3$ のとき、直線 l の式を求めよ。

[問題37]

右の図で2点A, Bは $y = 2$ のグラフと関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフとの交点で、C, Dはこのグラフ上にあり、点Cの x 座標は1である。ただし、点Aの x 座標は負、点Dの x 座標は正とする。このとき、次の問いに答えよ。



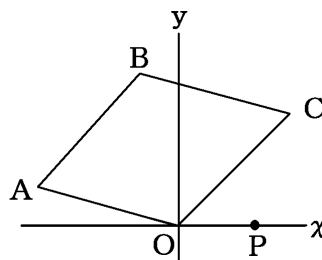
- (1) 点Aの座標を求めよ。
- (2) $\triangle ABD$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の4倍であるとき、点Dの座標を求めよ。

【I】平行四辺形と面積の二等分

[問題38]

右の図で四角形OABCは平行四辺形で点Aの座標は
 $(-8, 2)$ 、点Cの座標は $(6, 6)$ とする。

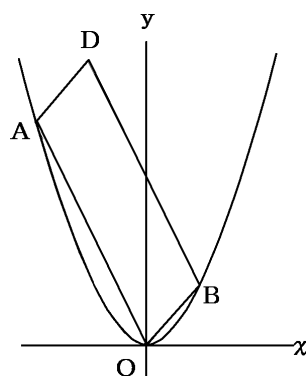
- (1) 点Bの座標を求めよ。
- (2) 点P(3, 0)を通過して、平行四辺形OABCの面積を二等分
 する直線の式を求めよ。



[問題39]

右の図で、放物線 $y = ax^2$ 上に点A(-4, 8)、点B
 $(b, 2)$ をとる。さらに、四角形OADBが平行四辺形になるよ
 うに点Dをとる。このとき、次の間に答えよ。

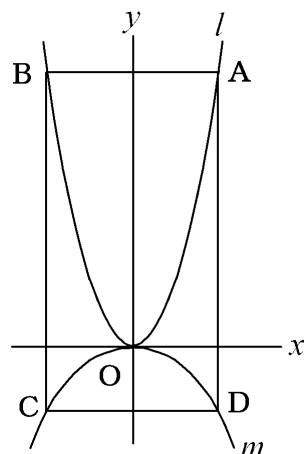
- (1) a, b の値を求めよ。
- (2) 点Dの座標を求めよ。
- (3) $(4, 0)$ を通過して、平行四辺形OBDAの面積を二等分する
 直線の式を求めよ。



【】 座標と方程式

[問題40]

右の図において、 l は $y = x^2$ のグラフを、 m は $y = -\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表す。Aは l 上を動く点で、Aの x 座標は正の範囲にあるものとする。Aを通り x 軸に平行な直線をひき、これが、 l と再び交わる点をBとする。また、 m 上に2点C、Dをとり、長方形ABCDをつくる。Oは原点であり、 x 軸の1目もりと y 軸の1目もりとの長さは等しい。次の問いに答えよ。



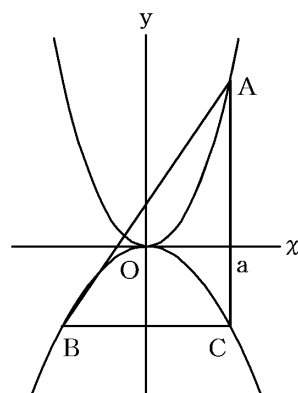
(1) 点Aの x 座標が3のとき、

- ① 点Cの座標を求めよ。
- ② ABの長さとADの長さとの比を最も簡単な整数の比で表せ。

(2) 長方形ABCDが正方形になるように点Aをとるとき、Aの x 座標を求めよ。

[問題41]

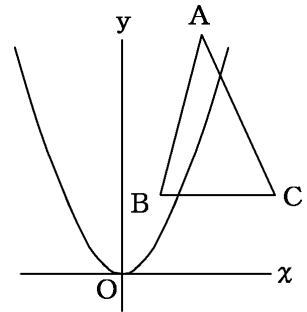
右の図のように、頂点Aは関数 $y = 2x^2$ のグラフ上に、頂点B、Cは関数 $y = -x^2$ のグラフ上にあり、辺ACが y 軸に平行、辺BCが x 軸に平行な直角三角形ABCがある。頂点Aの x 座標を a ($a > 0$) とする。直角三角形ABCが $AC = BC$ の直角二等辺三角形になるとき、 a の値を求めよ。



【】 その他放物線の問題

[問題42]($y = ax^2$ の a の値のとり得る範囲)

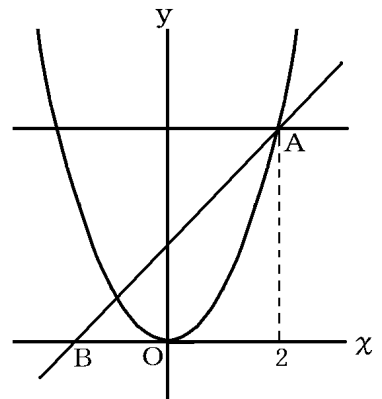
右の図で、点A, B, Cの座標はそれぞれ、 $A(2, 6)$, $B(1, 2)$, $C(4, 2)$ である。 $y = ax^2$ が $\triangle ABC$ と交わる
とき a の値のとり得る範囲を求めよ。



[問題43](格子点の問題)

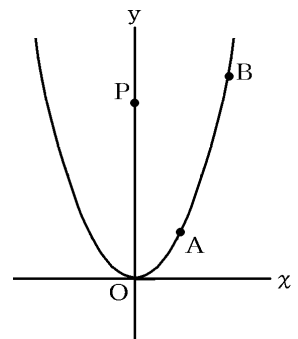
右の図のように、関数 $y = x^2$ とこのグラフ上の点A
(2, 4)が与えられている。また x 座標、 y 座標が、とも
に整数となるような点を格子点という。

- (1) 点Aを通り x 軸に平行な直線と、この関数のグラ
フとで囲まれた図形の内部の格子点は何個か。ただ
し線上の点は内部に含めない。
- (2) x 軸上に点 $B(b, 0)$ をとり、直線ABと関数
 $y = x^2$ のグラフで囲まれた図形の内部の格子点が
5個であるとき、 b の値のとり得る範囲を求めよ。
ただし、線上の点は内部に含めない。



[問題44](最短距離の問題)

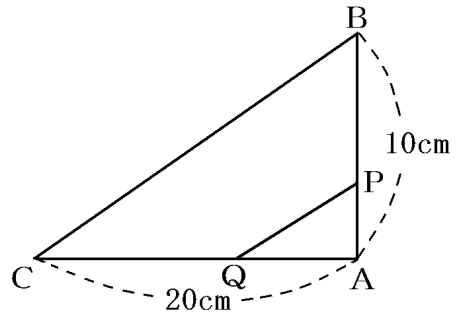
放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点A, Bがあり、その x 座標
はそれぞれ、2, 4である。 y 軸上を点Pが動く。PA+PB
がもっとも小さくなるときの点Pの座標を求めよ。



【I】 動点の問題

[問題45]

右の図のような直角三角形ABCがある。点Pは辺AB上を毎秒1cmの速さで、AからBまで動き、点Qは辺AC上を毎秒2cmの速さで、AからCまで動く。P、Qが同時にAを出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とすると、次の問いに答えよ。

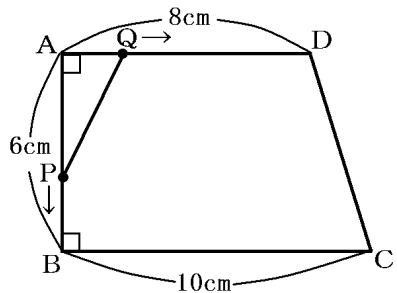


(1) ① y を x の式で表せ。② また、 x の変域も求めよ。

(2) $\triangle APQ$ の面積が 12 cm^2 になるのは、P、Qが出発してから何秒後か。

[問題46]

右の図のような、 $AD \parallel BC$ の台形ABCDがあり、 $AB=6 \text{ cm}$ 、 $BC=10 \text{ cm}$ 、 $AD=8 \text{ cm}$ 、 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ である。点P、Qはそれぞれ点Aを同時に出発して、点Pは辺AB、BC上を点Aから点Cまで毎秒2cmの速さで移動し、点Qは辺AD上を点Aから点Dまで毎秒1cmの速さで移動する。このとき、次の問いに答えよ。



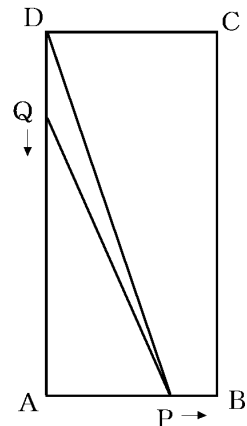
(1) 点P、Qがそれぞれ点Aを同時に出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とすると、次のそれぞれの場合について y を x の式で表し、 x の変域も求めよ。

- ① 点PがAB上にあるとき
- ② 点PがBC上にあるとき

(2) $AP=PQ$ となるときの $\triangle APQ$ の面積を求めよ。ただし、点P、Qが点Aの位置にあるときは除く。

[問題47]

右の図のように、 $BC = 6 \text{ cm}$ 、 $CD = 3 \text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。 P は A を出発して、辺 AB 、 BC 、 CD 上を毎秒 3 cm の速さで D まで進む。 Q は D を出発して、辺 DA 、 AB 上を毎秒 2 cm の速さで進み、 P が D に着くと同時にとまる。 P 、 Q が同時に出発して x 秒後にできる $\triangle DPQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、次の問いに答えよ。



(1) 点 P が、① AB 上、② BC 上、③ CD 上を進む場合に分けて考えた。①、②、③の各場合の、 x の変域を求め、 y を x の式で表すと次のようになった。

[] にあてはまる数または式を求めよ。

- ① P が辺 AB 上を進むとき、 $0 \leq x \leq 1$ で、 $y = [\quad]$
- ② P が辺 BC 上を進むとき、 $[\quad] \leq x \leq [\quad]$ で、 $y = 3x$
- ③ P が辺 CD 上を進むとき、 $[\quad] \leq x \leq [\quad]$ で、 $y = [\quad]$

(2) 長方形 $ABCD$ の面積が $\triangle DPQ$ の面積の 3 倍になるのは P が出発して何秒後か。

すべて求めよ。

[印刷／他のPDFファイルについて]

※ このファイルは、FdText数学(9,600円)の一部をPDF形式に変換したサンプルで、印刷・編集はできないようになっています。製品版のFdText数学はWordの文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

※ FdText(英語・数学・社会・理科・国語)全分野のPDFファイル、および製品版の購入方法は<http://www.fdtype.com/txt/> に掲載しております。

※ 弊社は、FdTextのほかにFdData中間期末過去問(数学・理科・社会)(各18,900円)を販売しております。PDF形式のサンプル(全内容)は、<http://www.fdtype.com/dat/> に掲載しております。

※ [FdData無料閲覧ソフト(RunFdData)]を、Windowsのデスクトップ上にインストールすれば、FdData中間期末の全PDFファイルを自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

【 <http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe> 】

※ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、【実行】[許可する][次へ]等を選択します。

【Fd教材開発】(092) 404-2266

<http://www.fdtype.com/dat/>