

【】 平方式による解法

[問題] 次の方程式を解け。

1) $x^2 = 400$

2) $x^2 = 12$

3) $24x^2 = 81$

[解答] 1) $x = \pm 20$, 2) $x = \pm 2\sqrt{3}$, 3) $x = \pm \frac{3\sqrt{6}}{4}$

[問題] 次の方程式を解け。

1) $x^2 = 4$

2) $x^2 = 49$

3) $x^2 = 169$

4) $x^2 = 5$

5) $x^2 = 75$

6) $x^2 = \frac{16}{25}$

7) $x^2 = \frac{13}{100}$

8) $2x^2 = 8$

9) $2x^2 = 50$

10) $5x^2 = 135$

11) $4x^2 = 5$

12) $7x^2 = 8$

[解答] 1) $x = \pm 2$, 2) $x = \pm 7$, 3) $x = \pm 13$, 4) $x = \pm\sqrt{5}$, 5) $x = \pm 5\sqrt{3}$,6) $x = \pm \frac{4}{5}$, 7) $x = \pm \frac{\sqrt{13}}{10}$, 8) $x = \pm 2$, 9) $x = \pm 5$,10) $x = \pm 3\sqrt{3}$, 11) $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$, 12) $x = \pm \frac{2\sqrt{14}}{7}$

[問題] 次の方程式を解け。

1) $x^2 - 6 = 0$

2) $18 - 2x^2 = 0$

[解答] 1) $x = \pm\sqrt{6}$, 2) $x = \pm 3$

[問題]次の方程式を解け。

1) $x^2 - 16 = 0$

2) $x^2 - 50 = 0$

3) $2x^2 - 32 = 0$

4) $4x^2 - 80 = 0$

5) $21 - 3x^2 = 0$

6) $3x^2 - 25 = 0$

7) $27 - 5x^2 = 0$

8) $x^2 - 8 = 2x^2 - 18$

[解答] 1) $x = \pm 4$, 2) $x = \pm 5\sqrt{2}$, 3) $x = \pm 4$, 4) $x = \pm 2\sqrt{5}$, 5) $x = \pm\sqrt{7}$,
6) $x = \pm\frac{5\sqrt{3}}{3}$, 7) $x = \pm\frac{3}{5}\sqrt{15}$, 8) $x = \pm\sqrt{10}$

[問題]次の方程式を解け。

1) $(x+3)^2 = 4$

2) $(3x+1)^2 = 16$

[解答]1) $x = -5, -1$, 2) $x = -\frac{5}{3}, 1$

[問題]次の方程式を解け。

1) $(x-3)^2 = 81$

2) $(x+2)^2 = 49$

3) $(x-1)^2 = 9$

4) $(x+5)^2 = 16$

5) $(2x-1)^2 = 9$

6) $(3x-2)^2 = 4$

[解答]1) $x = -6, 12$, 2) $x = -9, 5$, 3) $x = -2, 4$, 4) $x = -9, -1$,
5) $x = -1, 2$, 6) $x = 0, \frac{4}{3}$

[問題] 次の方程式を解け。

1) $(x-3)^2 = 7$

2) $(6x+1)^2 = 2$

[解答] 1) $x = 3 \pm \sqrt{7}$, 2) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{6}$

[問題] 次の方程式を解け。

1) $(x-1)^2 = 3$

2) $(x+9)^2 = 10$

3) $(x-2)^2 = 32$

4) $(x-4)^2 = 12$

5) $(4x+3)^2 = 7$

6) $(2x-5)^2 = 5$

[解答] 1) $x = 1 \pm \sqrt{3}$, 2) $x = -9 \pm \sqrt{10}$, 3) $x = 2 \pm 4\sqrt{2}$, 4) $x = 4 \pm 2\sqrt{3}$,
5) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{7}}{4}$, 6) $x = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$

[問題] 次の方程式を解け。

1) $7(x-5)^2 = 63$

2) $2(3x-4)^2 = 36$

3) $27 - 3(x-1)^2 = 0$

[解答] 1) $x = 2, 8$, 2) $x = \frac{4 \pm 3\sqrt{2}}{3}$, 3) $x = -2, 4$

[問題]次の方程式を解け。

1) $2(x-5)^2 = 50$

2) $2(x+3)^2 = 32$

3) $4(x-7)^2 = 100$

4) $3(x-2)^2 = 45$

5) $4(x+3)^2 = 8$

6) $9(x-1)^2 = 27$

7) $2(3x+2)^2 = 18$

8) $\frac{1}{5}(x+1)^2 = 20$

9) $(x+3)^2 - 64 = 0$

10) $4(x-2)^2 - 80 = 0$

11) $81 - 3(x+2)^2 = 0$

12) $\frac{1}{4}(x-1)^2 - 5 = 0$

[解答]1) $x = 0, 10$, 2) $x = -7, 1$, 3) $x = 2, 12$, 4) $x = 2 \pm \sqrt{15}$,

5) $x = -3 \pm \sqrt{2}$, 6) $x = 1 \pm \sqrt{3}$, 7) $x = -\frac{5}{3}, \frac{1}{3}$

8) $x = -11, 9$, 9) $x = -11, 5$, 10) $x = 2 \pm 2\sqrt{5}$,

11) $x = -2 \pm 3\sqrt{3}$, 12) $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$

[問題]次の に適する数字を入れよ。

1) $x^2 - \quad x + 100 = (x - \quad)^2$

2) $x^2 - 6x + \quad = (x - \quad)^2$

3) $x^2 + 11x + \quad = (x + \quad)^2$

[解答]1) 20, 10 , 2) 9, 3 , 3) $\frac{121}{4}, \frac{11}{2}$

[問題] 次の に適する数字を入れよ。

1) $x^2 + \quad x + 36 = (x + \quad)^2$

2) $x^2 - \quad x + 81 = (x - \quad)^2$

3) $x^2 + 6x + \quad = (x + \quad)^2$

4) $x^2 - 12x + \quad = (x - \quad)^2$

5) $x^2 - 16x + \quad = (x - \quad)^2$

6) $x^2 - 3x + \quad = (x - \quad)^2$

7) $x^2 + 5x + \quad = (x + \quad)^2$

8) $x^2 - 0.1x + \quad = (x - \quad)^2$

9) $x^2 + \frac{2}{3}x + \quad = (x + \quad)^2$

10) $x^2 - \frac{7}{2}x + \quad = (x - \quad)^2$

[解答] 1) 12, 6 , 2) 18, 9 , 3) 9, 3 , 4) 36, 6 , 5) 64, 8 ,

6) $\frac{9}{4}, \frac{3}{2}$, 7) $\frac{25}{4}, \frac{5}{2}$, 8) 0.0025, 0.05 , 9) $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}$,

10) $\frac{49}{16}, \frac{7}{4}$

[問題] 次の 2次方程式を , $(x+a)^2 = b$ の形に変形せよ。

1) $x^2 + 6x = 5$

2) $x^2 - 0.4x = 0.25$

3) $x^2 + \frac{5}{2}x = -1$

[解答] 1) $(x+3)^2 = 14$, 2) $(x-0.2)^2 = 0.29$, 3) $\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

[問題] 次の 2 次方程式を , $(x+a)^2 = b$ の形に変形せよ。

1) $x^2 + 4x = 2$

2) $x^2 - 8x = 5$

3) $x^2 + 10x = 2$

4) $x^2 - 14x = -3$

5) $x^2 - 5x = 2$

6) $x^2 + 3x = -1$

7) $x^2 + 7x = -1$

8) $x^2 - 9x = \frac{3}{4}$

9) $x^2 - 0.2x = 0.8$

10) $x^2 - \frac{2}{3}x = 1$

[解答] 1) $(x+2)^2 = 6$, 2) $(x-4)^2 = 21$, 3) $(x+5)^2 = 27$, 4) $(x-7)^2 = 46$,

5) $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{33}{4}$, 6) $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$, 7) $\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{45}{4}$,

8) $\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 = 21$, 9) $(x - 0.1)^2 = 0.81$, 10) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$

[問題] 次の 2 次方程式を , $(x+a)^2 = b$ の形に変形して解け。

1) $x^2 + 4x = 12$

2) $3x^2 - 6x + 2 = 0$

[解答] 1) $x = 2, -6$, 2) $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

[問題] 次の 2 次方程式を , $(x+a)^2 = b$ の形に変形して解け。

1) $x^2 + 12x = -1$

2) $x^2 - 15x + 56 = 0$

3) $x^2 - 4x - 2 = 0$

4) $x^2 - 3x + 1 = 0$

5) $2x^2 - 5x - 4 = 0$

6) $3x^2 + 7x + 1 = 0$

7) $5x^2 - 6x - 2 = 0$

8) $x(x-8) - 33 = 0$

9) $4x^2 + 3x - 1 = 0$

10) $7x^2 - 15x = -2$

[解答] 1) $x = -6 \pm \sqrt{35}$, 2) $x = 8, 7$, 3) $x = 2 \pm \sqrt{6}$, 4) $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

5) $x = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{4}$, 6) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$, 7) $x = \frac{3 \pm \sqrt{19}}{5}$, 8) $x = 11, -3$

9) $x = \frac{1}{4}, -1$, 10) $x = 2, \frac{1}{7}$

[問題]

2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の公式を導け。

[解答]

まず , $ax^2 + bx + c = 0$ の c を右辺に移項して , $ax^2 + bx = -c$

両辺を a でわると , $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$

左辺を $()^2$ の形の変形するために , 両辺に $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ を加えると ,

$$x^2 + 2 \times \frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}, \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

よって,

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}, \quad x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{よって, } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

【】因数分解による解法

[問題]次の方程式を解け。

1) $(x-4)(x+7)=0$

2) $(4x-1)(3x+2)=0$

3) $(x+2)^2=0$

4) $x(x-8)=0$

[解答]1) $x = -7, 4$, 2) $x = -\frac{2}{3}, \frac{1}{4}$, 3) $x = -2$, 4) $x = 0, 8$

[問題]次の方程式を解け。

1) $(x-3)(x-5)=0$

2) $(x+5)(x-7)=0$

3) $(x-1)(x+2)=0$

4) $(3x-5)(x-6)=0$

5) $(3x-2)(4x-5)=0$

6) $(x+9)^2=0$

7) $(x-5)^2=0$

8) $x(x+4)=0$

[解答]1) $x = 3, 5$, 2) $x = -5, 7$, 3) $x = -2, 1$, 4) $x = \frac{5}{3}, 6$,

5) $x = \frac{2}{3}, \frac{5}{4}$, 6) $x = -9$, 7) $x = 5$, 8) $x = 0, -4$

[問題]次の方程式を解け。

1) $x^2 - 7x + 10 = 0$

2) $x^2 + 14x + 49 = 0$

3) $x^2 - 9x = 0$

4) $x^2 - 49 = 0$

[解答]1) $x = 2, 5$, 2) $x = -7$, 3) $x = 0, 9$, 4) $x = -7, 7$

[問題] 次の方程式を解け。

1) $x^2 + 5x + 6 = 0$

2) $x^2 + 7x + 12 = 0$

3) $x^2 - 8x + 15 = 0$

4) $x^2 + x - 12 = 0$

5) $x^2 + 5x - 24 = 0$

6) $x^2 - 29x - 30 = 0$

7) $x^2 + 4x + 4 = 0$

8) $x^2 - 6x + 9 = 0$

9) $x^2 - 2x = 0$

10) $x^2 - 8x = 0$

11) $x^2 - 25 = 0$

12) $x^2 - 121 = 0$

[解答] 1) $x = -3, -2$, 2) $x = -4, -3$, 3) $x = 3, 5$, 4) $x = -4, 3$,
5) $x = -8, 3$, 6) $x = -1, 30$, 7) $x = -2$, 8) $x = 3$, 9) $x = 0, 2$,
10) $x = 0, 8$, 11) $x = -5, 5$, 12) $x = -11, 11$

【】複雑な2次方程式

[問題] 次の方程式を解け。

1) $x^2 - 2x = 3x + 24$

2) $0.3x^2 - x + 0.1 = 0$

3) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0$

[解答] 1) $x = -3, 8$, 2) $x = \frac{5 \pm \sqrt{22}}{3}$, 3) $x = -3, 1$

[問題] 次の方程式を解け。

1) $x^2 + 2x = 8$

2) $x^2 + 5 = 6x$

3) $x^2 - 9 = 8x$

4) $x^2 - x = x + 15$

5) $x^2 - 3x = -4x + 12$

6) $2 + x = x^2$

7) $x^2 - 5 = 0$

8) $7x^2 - 3x = 0$

[解答] 1) $x = -4, 2$, 2) $x = 1, 5$, 3) $x = -1, 9$, 4) $x = -3, 5$

5) $x = -4, 3$, 6) $x = -1, 2$, 7) $x = \pm\sqrt{5}$, 8) $x = \frac{3}{7}, 0$

[問題] 次の方程式を解け。

1) $2x^2 - 5x = 1$

2) $x^2 + 0.4x - 0.6 = 0$

3) $0.2x^2 - 0.3x + 0.1 = 0$

4) $\frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{12}x - \frac{1}{4} = 0$

5) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x - 1 = 0$

[解答] 1) $x = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{4}$, 2) $x = -1, 0.6$, 3) $x = \frac{1}{2}, 1$

4) $x = -1, \frac{3}{2}$, 5) $x = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{6}$

[問題] 次の方程式を解け。

1) $x(x-4) = 12$

2) $2x^2 = (x+1)(x-7)$

[解答] 1) $x = -2, 6$, 2) $x = -3 \pm \sqrt{2}$

[問題] 次の方程式を解け。

1) $x(x-3) = 4$

2) $x(x+2) = 1$

3) $x(x-1) = 30$

4) $x^2 - 3 = 2(x-1)$

5) $x(x-3) = 2x$

6) $(x-1)(x+3) = 1$

7) $(x+3)(x-2) = 6$

8) $(x-1)(x-2) = 1$

9) $2x^2 = (x-2)(x-3)$

10) $1 - (x+1)^2 = 5 - 8x$

[解答]1) $x = 4, -1$, 2) $x = -1 \pm \sqrt{2}$, 3) $x = -5, 6$, 4) $x = 1 \pm \sqrt{2}$,

5) $x = 0, 5$, 6) $x = -1 \pm \sqrt{5}$, 7) $x = 3, -4$, 8) $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$,

9) $x = -6, 1$, 10) $x = 1, 5$

[問題]次の方程式を解け。

1) $2x^2 + 3(x-1) = 4x^2 - 3$

2) $(x-1)^2 - 5(x-1) = 0$

[解答]1) $x = 0, \frac{3}{2}$, 2) $x = 6, 1$

[問題]次の方程式を解け。

1) $2(x+1)^2 = x(x+7)$

2) $(x+8)(x-4) = 4(x-2)$

3) $(2x-3)(x+1) = (x-2)^2 + 3$

4) $(3x+2)(3x-2) = 8x^2 - 3(x-2)$

5) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 7x + \frac{1}{4}$

6) $(x+7)\{(x+7)-5\} = 5(x+7) + 12$

7) $(8x-9)^2 - 2(8x-9) - 35 = 0$

[解答]1) $x = 2, 1$, 2) $x = \pm 2\sqrt{6}$, 3) $x = -5, 2$, 4) $x = 2, -5$,

5) $x = 8, 0$, 6) $x = -2 \pm \sqrt{37}$, 7) $x = 2, \frac{1}{2}$

【】応用：係数の決定

[問題]

二次方程式 $x^2 + ax - 10 = 0$ の1つの解が2である。このとき、 a の値を求めよ。また、もう1つの解も求めよ。

[解答] $a = 3, x = -5$

[問題]

二次方程式 $x^2 - ax - 10 = 0$ の1つの解は $x = 5$ であるという。 a の値を求めよ。

[解答] $a = 3$

[問題]

二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の2つの解が $x = 2, 5$ であるとき、 a, b の値を求めよ。

[解答] $a = -7, b = 10$

[問題]

二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の2つの解が、3と4のとき、 a, b の値を求めよ。

[解答] $a = -7, b = 12$

【】応用：数の問題

[問題]

ある正の数を 2 乗したら，もとの数を 8 倍した数より 33 大きくなった。もとの数を求めよ。

[解答] 11

[問題]

ある数 x に 3 を加えて 2 倍すると， x に 3 を加えて 2 乗したときより 8 小さくなる。このときのある数 x を求めよ。

[解答] 1, -5

[問題]

ある正の整数 x に 4 を加えて 2 乗するところを，誤って x に 2 を加えて 4 倍してしまったので，もとの答より 53 小さくなった。 x を求めよ。

[解答] $x = 5$

[問題]

連続した 2 つの正の整数がある。それぞれを 2 乗した数の和が 61 になるとき，これら 2 つの整数を求めよ。ただし，2 つのうち小さい方を x として方程式をつくって解け。

[解答] 5, 6

[問題]

連続した 3 つの自然数がある。最も小さい数を 2 乗した値が，残りの 2 つの数の和に等しいとき，最も小さい数を求めよ。

[解答] 3

[問題]

連続した3つの整数がある。まん中の数の2乗は、残りの2数の和より15大きくなる。この連続した3つの整数を次の手順で求めよ。

- (1) まん中の数を x として方程式をつくれ。
- (2) この連続した3つの整数を求めよ。

[解答]

- (1) この3つの整数は、 $x-1$, x , $x+1$ と表すことができる。

まん中の数の2乗は、残りの2数の和より15大きくなるので、

$$x^2 = (x-1) + (x+1) + 15, \text{整理すると, } x^2 - 2x - 15 = 0 \cdots \text{答}$$

- (2) $x^2 - 2x - 15 = 0$ より $(x+3)(x-5) = 0$ よって $x = -3, 5$
連続する3整数は、 $-4, -3, -2$ か、 $4, 5, 6 \cdots$ 答

【】応用：面積・体積の問題

[問題]

ある正方形の1辺を3cm長くし、隣の辺を2cm短くして長方形をつくったところ、面積が 84cm^2 になった。もとの正方形の1辺の長さを求めよ。

[解答] 9cm

[問題]

正方形の土地がある。この土地の縦を4m短くし、横を6m長くして長方形にすると、その面積は 600m^2 になる。この正方形の土地の1辺の長さを求めよ。

[解答] 24m

[問題]

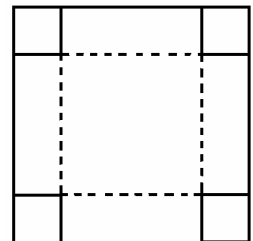
たて6cm、横8cmの長方形がある。この長方形のたてと横の長さをそれぞれ同じ長さだけ短くすると、もとの面積より 33cm^2 だけ小さくなるという。どれだけ短くするとよいか。

[解答] 3cm

[問題]

正方形の紙がある。右の図のように、この4すみから1辺が5cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくと、容積が 720cm^3 になった。もとの正方形の紙の1辺の長さは何cmか。

[解答] 22cm



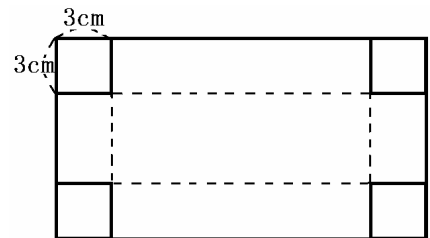
[問題]

右図のように横の長さが縦の長さの2倍の長方形の厚紙がある。この厚紙の4すみから1辺が3cmの正方形を切り取り、ふたのない直方体の箱を作ったところ、容積は 168cm^3 となった。もとの厚紙の縦の長さを求めよ。

(1) もとの厚紙の縦の長さを x として方程式をつくれ。

(2) 答えを求めよ。

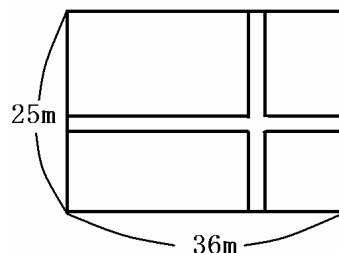
[解答] (1) $x^2 - 9x - 10 = 0$ (2) 10cm



[問題]

2辺の長さが25m, 36mの長方形の畑がある。これに右の図のように縦と横に同じ幅の道を作り, 残った畑の面積が, 840m^2 になるようにする。道幅をいくらにすればよいか。

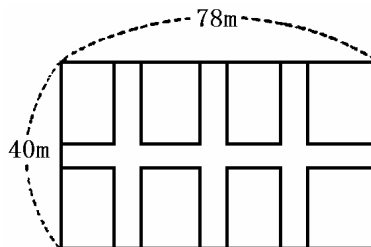
[解答] 1m



[問題]

縦40m, 横78mの長方形の土地がある。右の図のように, 同じ幅の道路を縦3本, 横1本つけて, 面積が等しい8区画の土地に分け, 1区画の土地の面積を 255m^2 にした。このとき, 道路の幅を求めよ。

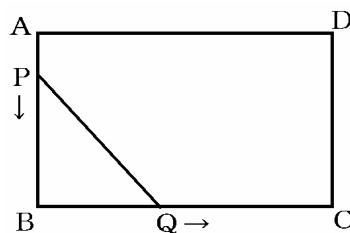
[解答] 6m



[問題]

$AB = 8\text{cm}$, $BC = 16\text{cm}$ の長方形ABCDがある。点Pは, 辺AB上をAからBまで毎秒1cmの速さで動き, 点Qは辺BC上をBからCまで毎秒2cmの速さで動くものとする。P, Qが同時に出発するとき, PBQ の面積が 15cm^2 になるのは何秒後か。

[解答] 3秒後と5秒後



[問題]

右の図のような, $C = 90^\circ$ である直角三角形ABCがある。いま, 点PはAを出発して, 辺AC上をCに向かって毎秒2cmの速さで動き, 点QはCを出発して, 辺CB上を引こ向かって毎秒1cmの速さで動く。

P, QがそれぞれA, Cを同時に出発してから何秒後に, PQC の面積が 15cm^2 になるかを求めよ。

[解答] 3秒後と5秒後

