

【】 2乗に比例する関数の性質

[問題]

次のア～カの関数について， y が x の2乗に比例しているものを選び，記号で答えよ。

ア $y = 3x^2$ イ $y = \frac{1}{x^2}$ ウ $y = -x^2$ エ $y = \frac{1}{2}x^2$ オ $y = 3^2x$

カ $y = -\frac{x^2}{2}$ キ $y = 2x + 1$

[解答] ア，ウ，エ，カ

[問題]

次の各場合について，1) y を x の式で表せ，2) y は x の2乗に比例しているか，3) x の2乗に比例している場合については比例定数を求めよ。

- (1) 1辺の長さ x cmの正方形の面積を y cm²とする。
- (2) 1辺が x cmのひし形の周りの長さを y cmとする。
- (3) 底面が x cmの正方形で高さが6cmの三角すいの体積を y cm³とする。
- (4) 底面の半径が x cm，高さが7cmの円柱の体積を y cm³とする。

[解答] (1) $y = x^2$ ，2乗に比例，1 (2) $y = 4x$ ，2乗に比例しない
 (3) $y = 2x^2$ ，2乗に比例，2 (4) $y = 7\pi x^2$ ，2乗に比例，7

[問題]

関数 $y = 2x^2$ について，次の問いに答えよ。

- (1) 下の表の空欄をうめよ。

x	0	1	2	3	4
y					

- (2) x の値が3倍になると， y の値は何倍になるか。

[解答]

- (1) (左から順に) 0, 2, 8, 18, 32 (2) 9倍

[問題]

1辺の長さが x cm の立方体の表面積を y cm² とする。

- (1) y を x の式で表せ。
- (2) 比例定数を求めよ。
- (3) 1辺(x)を3倍にすると、表面積(y)は何倍になるか。
- (4) 表面積(y)を16倍にするには1辺(x)を何倍にすればよいか。

[解答] (1) $y = 6x^2$ (2) 6 (3) 9倍 (4) 4倍

[問題]

ある一定の傾きをもった斜面をころがり落ちるボールが、ころがり始めてから x 秒間に進む距離を y m とする。 y は x の2乗に比例し、比例定数は2である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) y を x の式で表せ。
- (2) ころがり始めてから、6秒後までにころがった距離を求めよ。
- (3) 128m ころがるのは、ころがり始めてから何秒後か。
- (4) x が1から3へと3倍になると、 y は何倍になるか。

[解答] (1) $y = 2x^2$ (2) 72m (3) 8秒後 (4) 9倍

[問題]

- (1) y が x の2乗に比例し、 $x = 2$ のとき $y = 8$ である。比例定数を求めよ。また、 y を x の式で表せ。
- (2) y が x の2乗に比例し $x = 2$ のとき $y = -8$ である。 $x = -3$ のときの y の値を求めよ。

[解答] (1) 比例定数 2, $y = 2x^2$ (2) $y = -18$

[問題]

- (1) y は x の2乗に比例し、 $x = 3$ のとき $y = 27$ になる。比例定数を求めよ。
- (2) y は x の2乗に比例し、 $x = -2$ のとき $y = 20$ になる。 y を x の式で表せ。
- (3) y が x の2乗に比例し $x = -3$ のとき $y = 36$ である。 $x = 0.5$ のときの y の値を求めよ。

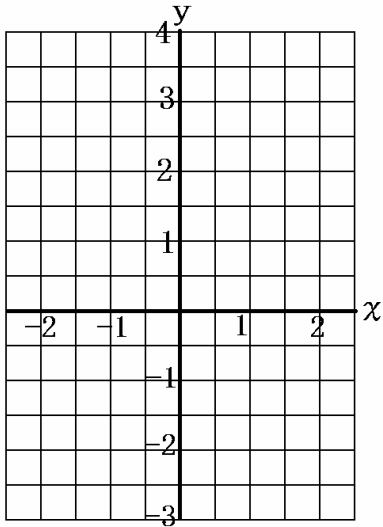
[解答](1) 3 (2) $y = 5x^2$ (3) $y = 1$

【】 グラフ

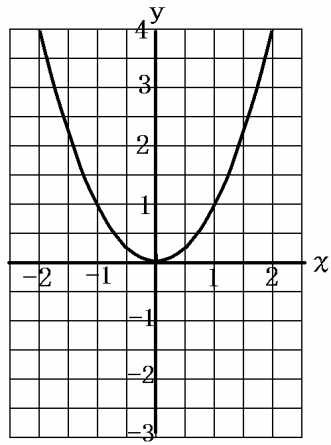
[問題]

$y = x^2$ のグラフをかけ。

[解答欄]



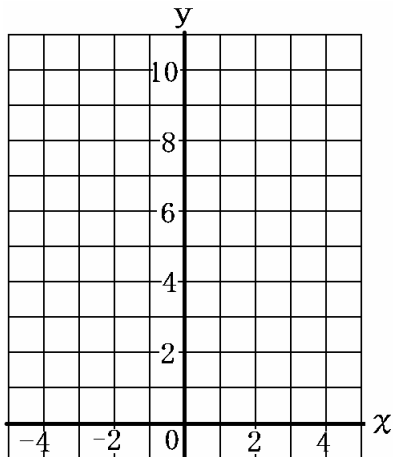
[解答]



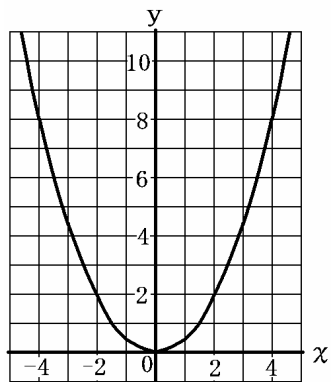
[問題]

$y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフをかけ。

[解答欄]



[解答]



[問題]

次の ~ は、関数 $y = ax^2$ 上のグラフについて特徴を述べたものである。次の()にあてはまる適当なことばや記号を入れよ。

- ・ () を通り, () に関して対称である。
- ・ a () 0 のとき, 曲線は上に開いている。
- ・ a の () が大きいほどグラフの開き方が小さくなる。
- ・ $y = ax^2$ のグラフと $y = -ax^2$ のグラフは, () について対称である。

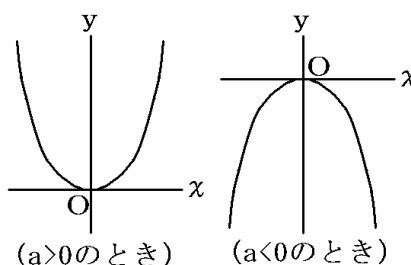
[解答] 原点 y軸 > 絶対値 x軸

[問題]

右の $y = ax^2$ のグラフを見て, 次の文の()にあてはまる言葉を入れよ。

関数 $y = ax^2$ について,

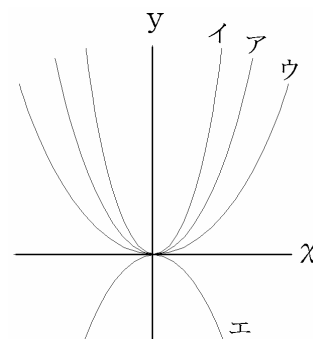
- ・ $a > 0$ のとき, x の値を増加させると, y の値は, $x > 0$ で()し, $x < 0$ で()する。
- ・ $a < 0$ のとき, x の値を増加させると, y の値は, $x > 0$ で()し, $x < 0$ で()する。



[解答] 減少 増加 増加 減少

[問題]

次の図でアは $y = x^2$ である。イ, ウ, エは $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = 2x^2$, $y = -x^2$ のどれかである。イ, ウ, エのグラフの式を求めよ。



[解答] イ $y = 2x^2$, ウ $y = \frac{1}{2}x^2$, エ $y = -x^2$

[問題]

- (1) $y = 3x^2$ と x 軸について対称なグラフの式を求めよ。
- (2) $y = -2x^2$ と y 軸について対称なグラフの式を求めよ。

[解答] (1) $y = -3x^2$ (2) $y = -2x^2$

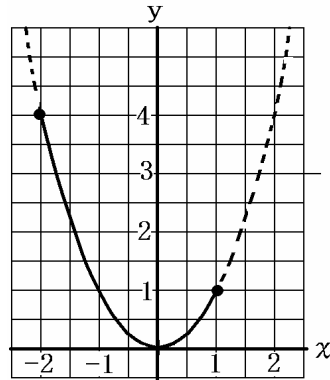
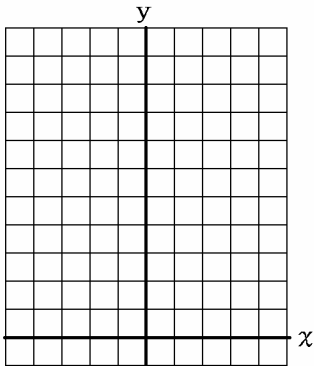
【】変域

[問題]

- (1) $y = x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$)のグラフをかけ。
(2) $y = x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$)の y の変域を求めよ。

[解答欄]

[解答](1)下図 (2) $0 \leq y \leq 4$



[問題]

次の関数について、 y の変域を求めよ。

- (1) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $-2 < x < 4$ のときの y の変域。
(2) 関数 $y = x^2$ について、 x の変域が $2 \leq x \leq 3$ のときの y の変域。
(3) 関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 4$ のときの y の変域。

[解答]

- (1) $0 < y < 8$ (2) $4 \leq y \leq 9$ (3) $-8 \leq y \leq 0$

[問題]

関数 $y = ax^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域は $-8 \leq y \leq 0$ となる。このとき a の値を求めよ。

[解答]

$$a = -\frac{1}{2}$$

[問題]

関数 $y = -x^2$ について、 x の変域が $-3 < x < a$ とき、 y の変域が $-16 < y < b$ である。 a, b の値を求めよ。

[解答]

$$a = 4, b = 0$$

【】変化の割合

[問題]

物体を高いところから静かに落としたとき、 x 秒後の落下距離を y m とすると、 $y = 5x^2$ の式が成り立つ。

- (1) $x = 2$ のときの y の値を求めよ。
- (2) $x = 4$ のときの y の値を求めよ。
- (3) x が 2 から 4 まで増加するときの y の増加量を求めよ。
- (4) x が 2 から 4 まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ。

[解答](1) $y = 20$ (2) $y = 80$ (3) 60 (4) 30

[問題] $y = 2x^2$ について、

- (1) x が 1 から 3 まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ。
- (2) x が 3 から 5 まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ。
- (3) x が 5 から 7 まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ。

[解答](1) 8 (2) 16 (3) 24

[問題]

- (1) $y = 2x + 3$ で x が 2 から 5 まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ。
- (2) $y = -3x - 2$ で x が -5 から -1 まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ。
- (3) $y = \frac{36}{x}$ で x が 2 から 6 まで増加するときの y の値の変化の割合を求めよ

[解答] (1) 2 (2) -3 (3) -3

[問題]

(1) $y = ax^2$ において x が 1 から 3 まで増加するときの y の値の変化の割合は 2 である。

このときの a の値を求めよ。

(2) $y = ax^2$ で x が 2 から 4 まで増加するとき y は 24 減少する。このときの a の値を求めよ。

(3) $y = x^2$ において、 x の増加量が 4 で、 y の値の変化の割合が 12 になるのは x がいくらかからいくらかに増加したときか。

[解答] (1) $a = \frac{1}{2}$ (2) $a = -2$ (3) 4 から 8

[問題]

(1) $y = ax^2$ において x が 3 から 6 まで増加するときの y の値の変化の割合は 12 である。

このときの a の値を求めよ。

(2) $y = ax^2$ で x が 1 から 3 まで増加するとき y は 24 増加する。このときの a の値を求めよ。

(3) $y = 3x^2$ において、 x の増加量が 3 で、 y の値の変化の割合が 15 になるのは x がいくらかからいくらかに増加したときか。

[解答] $a = \frac{4}{3}$ (2) $a = 3$ (3) 1 から 4

【】直線と放物線

[問題] 次の2点を通る直線の式を求めよ。

(1) $(2, 8)$, $(-1, -1)$ (2) $(-4, 3)$, $(2, 0)$

(3) $(4, 0)$, $(0, -3)$

[解答] (1) $y = 3x + 2$ (2) $y = -\frac{1}{2}x + 1$ (3) $y = \frac{3}{4}x - 3$

[問題]

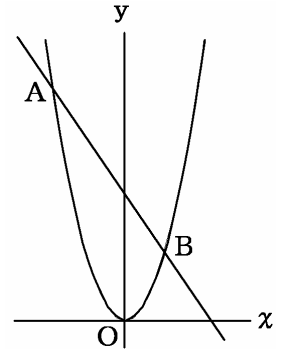
次の図のように放物線上に点A, Bがある。点Aのx座標は-2, 点Bの座標は(1, 2)である。

(1) この放物線の式を求めよ。

(2) Aの座標を求めよ。

(3) 直線ABの式を求めよ。

[解答](1) $y = 2x^2$ (2) $(-2, 8)$ (3) $y = -2x + 4$



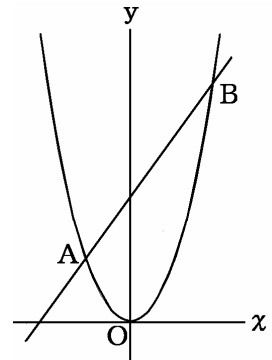
[問題]

右の図のように, 関数 $y = ax^2$ (a は定数) のグラフ上に2点A, Bがあり, Aのx座標は-2, Bのx座標は4である。また, Bと原点Oを通る直線の式は, $y = 3x$ である。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 直線ABの式を求めよ。

[解答] (1) $\frac{3}{4}$ (2) $y = \frac{3}{2}x + 6$



[問題]

(1) $y = x^2$ と $y = x + 6$ の交点の座標を求めよ。

(2) $y = x^2$ と $y = -2x + 3$ の交点の座標を求めよ。

[解答] (1) $(-2, 4)$, $(3, 9)$ (2) $(1, 1)$, $(-3, 9)$

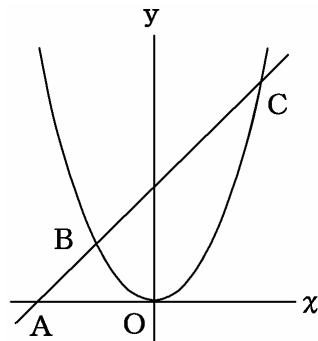
[問題]

次の図のように、放物線 $y = x^2$ と直線ACが点B, Cで交わっている。点Cのx座標は2, 点Aの座標は $(-2, 0)$ とするとき、次の問に答えよ。

(1) 直線ACの式を求めよ。

(2) 点Bの座標を求めよ。

[解答](1) $y = x + 2$ (2) $(-1, 1)$



【】三角形の面積

[問題]

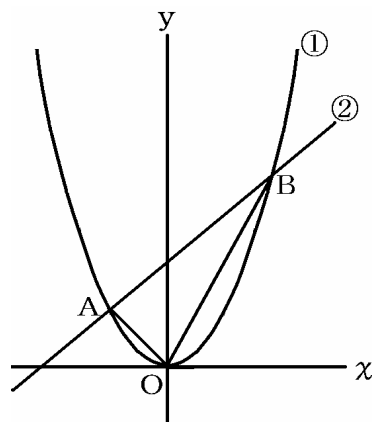
右の図は、関数 $y = x^2 \cdots$,
 $y = x + 6 \cdots$ のグラフである。次の各問いに答えなさい。

(1) 交点A, Bの座標を求めなさい。

(2) AOBの面積を求めなさい。

[解答]

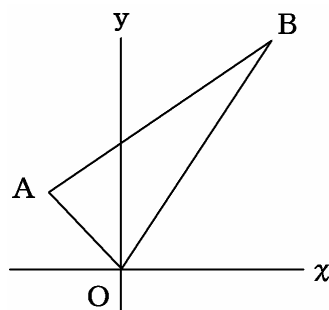
(1) $A(-2, 4)$, $B(3, 9)$ (2) 15



[問題]

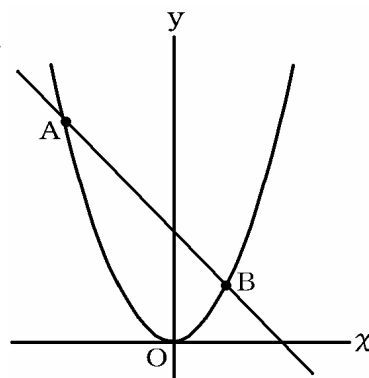
次の図で、点Aの座標は $(-2, 2)$, 点Bの座標は $(4, 6)$ である。原点を通過して OABの面積を2等分する直線の式を求めよ。

[解答] $y = 4x$



[問題]

右の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフ上に、点A, Bがある。点Aの座標が $(-4, 8)$ 、点Bの x 座標が2であるとき、次の問いに答えなさい。



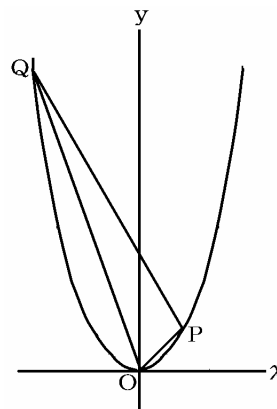
- (1) a の値を求めなさい。
- (2) 点Bの y 座標を求めなさい。
- (3) 直線 AB の式を求めなさい。
- (4) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。
- (5) 点Oを通り、 $\triangle OAB$ の面積を二等分する直線の式を求めなさい。

[解答]

- (1) $a = \frac{1}{2}$ (2) $y = 2$ (3) $y = -x + 4$ (4) 12 (5) $y = -5x$

[問題]

右の図で、関数 $y = ax^2$ のグラフ上に、2点 $P(1, 1)$ 、 $Q(-3, 9)$ がある。このとき、次の問いに答えなさい。



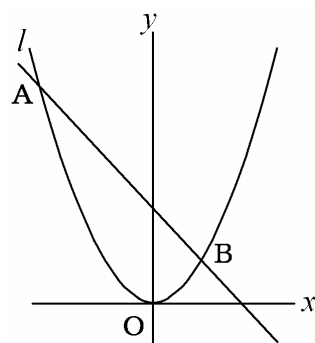
- (1) a の値を求めなさい。
- (2) 2点 P, Q を通る直線の式を求めなさい。
- (3) $\triangle OPQ$ の面積を求めなさい。ただし、1目盛りを 1cm とする。
- (4) 原点を通り $\triangle OPQ$ の面積を2等分する直線の式を求めなさい。

- [解答] (1) $a = 1$ (2) $y = -2x + 3$ (3) 6cm^2 (4) $y = -5x$

[問題]

次の図で、放物線の方程式は、 $y = ax^2$ である。これと直線 l が2点 $A(-4, 8)$ 、 $B(t, 2)$ で交わっている。

- (1) 点 B の x 座標 t を求めよ。ただし、 $t > 0$ とする。
- (2) OAB の面積を求めよ。
- (3) 点 B を通り、 OAB の面積を2等分する直線の方程式を求めよ。



[解答] (1) 2 (2) 12 (3) $y = -\frac{1}{2}x + 3$

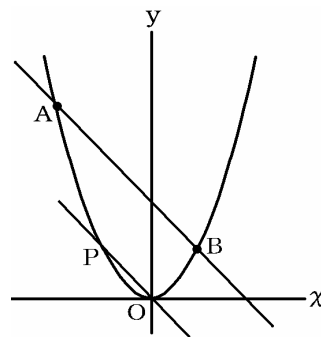
【】等積変形の応用

[問題]

図のように、放物線 $y = x^2$ と直線 $y = -x + 2$ が2点 $A(-2, 4)$ 、 $B(1, 1)$ で交わっている。Oを通り直線 AB に平行な直線を引き、放物線との交点を P とする。

このとき、 ABP の面積を求めよ。

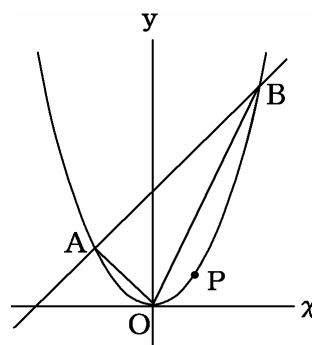
[解答] 3



[問題]

次の図において、点 A の座標は $(-1, 1)$ 、点 B の y 座標は4である。OB上に点 P をとって ABO と ABP の面積が等しくなるようにする。

- (1) この放物線の式を求めよ。
- (2) 点 B の座標を求めよ。
- (3) 直線 AB の式を求めよ。
- (4) OP の式を求めよ。
- (5) 点 P の座標を求めよ。



[解答] (1) $y = x^2$ (2) $(2, 4)$ (3) $y = x + 2$ (4) $y = x$ (5) $(1, 1)$

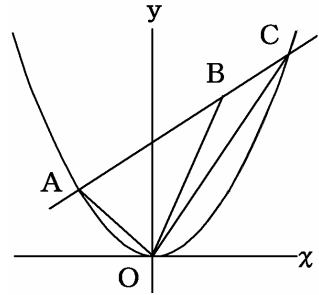
【】面積比

[問題]

次の図で、直線 AC は $y = x + 4$ 、点 C の x 座標は 4 である。

OAB と OBC の面積比が $2 : 1$ になるとき、次の問に答えよ。

- (1) この放物線の式を求めよ。
- (2) 点 A の座標を求めよ。
- (3) 直線 OB の式を求めよ。

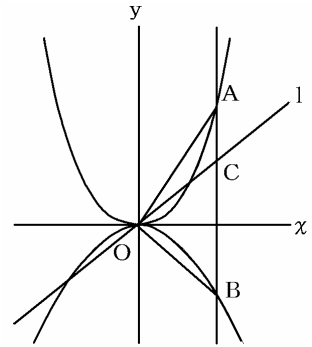


[解答] (1) $y = \frac{1}{2}x^2$ (2) $(-2, 2)$ (3) $y = 3x$

[問題]

右の図のように、直線 $x = 1$ は、放物線 $y = 2x^2$ 、放物線 $y = -x^2$ および原点を通る直線 l と A, B, C で交わっている。

- (1) 点 A の座標を求めよ。
- (2) 線分 AB の長さを求めよ。
- (3) OAC と OBC の面積比が $1 : 3$ のとき、直線 l の式を求めよ。

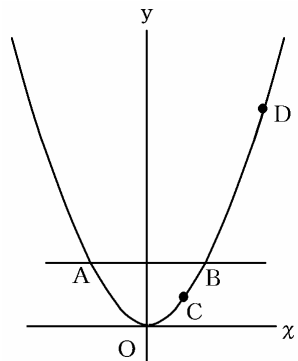


[解答] (1) $(1, 2)$ (2) 3 (3) $y = \frac{5}{4}x$

[問題]

次の図で 2 点 A, B は $y = 2$ のグラフと関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフとの交点で、 C, D はこのグラフ上にあり、点 C の x 座標は 1 である。ただし、点 A の x 座標は負、点 D の x 座標は正とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 A の座標を求めよ。
- (2) ABD の面積が ABC の面積の 4 倍であるとき、点 D の座標を求めよ。



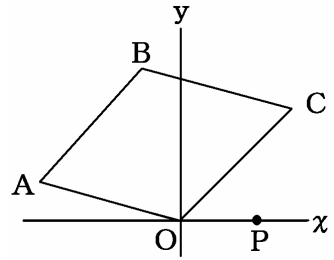
[解答] (1) $(-2, 2)$ (2) $(4, 8)$

【】 平行四辺形と面積の二等分

[問題]

次の図で四角形OABCは平行四辺形で点Aの座標は $(-8, 2)$, 点Cの座標は $(6, 6)$ とする。

- (1) 点Bの座標を求めよ。
- (2) 点P(3, 0)を通過して, 平行四辺形OABCの面積を二等分する直線の式を求めよ。

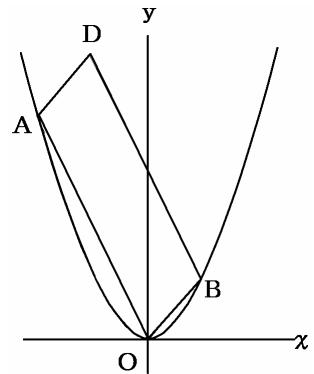


[解答] (1) $(-2, 8)$ (2) $y = -x + 3$

[問題]

次の図で, 放物線 $y = ax^2$ 上に点A $(-4, 8)$, 点B $(b, 2)$ をとる。さらに, 四角形OADBが平行四辺形になるように点Dをとる。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) a, b の値を求めよ。
- (2) 点Dの座標を求めよ。
- (3) $(4, 0)$ を通過して, 平行四辺形OBDAの面積を二等分する直線の式を求めよ。

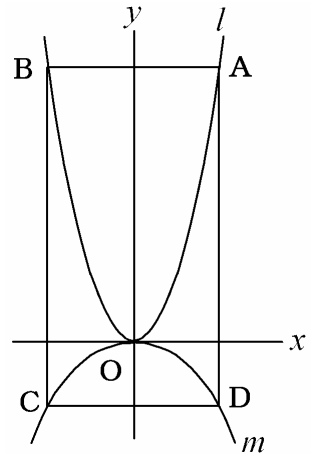


[解答] (1) $a = \frac{1}{2}, b = 2$ (2) $(-2, 10)$ (3) $y = -x + 4$

【】座標と方程式

[問題]

次の図において、 l は $y = x^2$ のグラフを、 m は $y = -\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表す。A は l 上を動く点で、A の x 座標は正の範囲にあるものとする。A を通り x 軸に平行な直線をひき、これが、 l と再び交わる点を B とする。また、 m 上に 2 点 C、D をとり、長方形 ABCD をつくる。O は原点であり、 x 軸の 1 目もりと y 軸の 1 目もりとの長さは等しい。次の問いに答えよ。



(1) 点 A の x 座標が 3 のとき、

点 C の座標を求めよ。

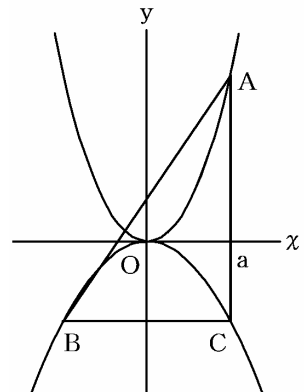
AB の長さ と AD の長さ との比を最も簡単な整数の比で表せ。

(2) 長方形 ABCD が正方形になるように点 A をとるとき、A の x 座標を求めよ。

[解答] (1) $(-3, -\frac{9}{4})$ $8 : 15$ (2) $\frac{8}{5}$

[問題]

次の図のように、頂点 A は関数 $y = 2x^2$ のグラフ上に、頂点 B、C は関数 $y = -x^2$ のグラフ上にあり、辺 AC が y 軸に平行、辺 BC が x 軸に平行な直角三角形 ABC がある。頂点 A の x 座標を a ($a > 0$) とする。直角三角形 ABC が $AC = BC$ の直角二等辺三角形になるとき、 a の値を求めよ。



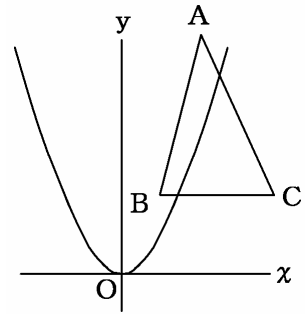
[解答] $\frac{2}{3}$

【】その他放物線の問題

[問題]($y = ax^2$ の a の値のとり範囲)

次の図で、点A, B, Cの座標はそれぞれ、 $A(2, 6)$, $B(1, 2)$, $C(4, 2)$ である。 $y = ax^2$ がABCと交わる時 a の値のとり範囲を求めよ。

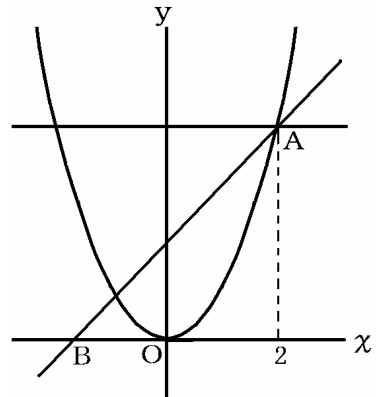
[解答] $\frac{1}{8} < a < 2$



[問題](格子点の問題)

右の図のように、関数 $y = x^2$ とこのグラフ上の点A(2, 4)が与えられている。また x 座標、 y 座標が、ともに整数となるような点を格子点という。

- (1) 点Aを通り x 軸に平行な直線と、この関数のグラフとで囲まれた図形の内部の格子点は何個か。ただし線上の点は内部に含めない。
- (2) x 軸上に点 $B(b, 0)$ をとり、直線ABと関数 $y = x^2$ のグラフで囲まれた図形の内部の格子点が5個であるとき、 b の値のとり得る範囲を求めよ。ただし、線上の点は内部に含めない。



[解答]

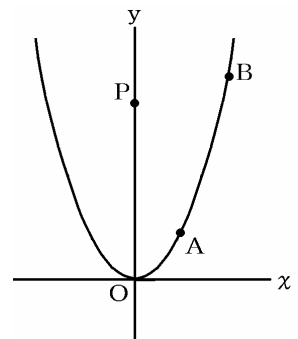
- (1) 7個 (2) $-6 < b < -4$

[問題](最短距離の問題)

放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点A, Bがあり、その x 座標はそれぞれ、2, 4である。 y 軸上を点Pが動く。 $PA + PB$ がもっとも小さくなる時の点Pの座標を求めよ。

[解答]

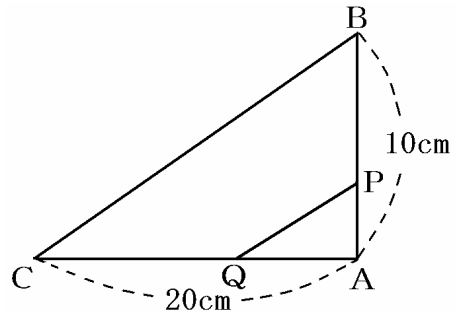
(0, 4)



【】動点の問題

[問題]

右の図のような直角三角形ABCがある。点Pは辺AB上を毎秒1cmの速さで、AからBまで動き、点Qは辺AC上を毎秒2cmの速さで、AからCまで動く。P、Qが同時にAを出発してから x 秒後の APQ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、次の問いに答えよ。



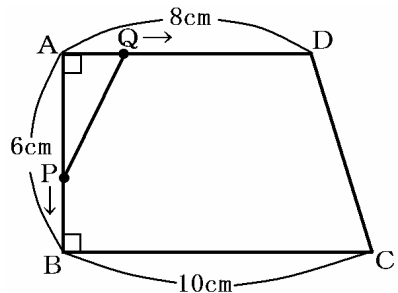
(1) y を x の式で表しなさい。また、 x の変域も求めよ。

(2) APQ の面積が 12 cm^2 になるのは、P、Q が出発してから何秒後か。

[解答] (1) $y = x^2$, $0 \leq x \leq 10$ (2) $2\sqrt{3}$ 秒後

[問題]

次の図のような、 $AD \parallel BC$ の台形 ABCD があり、 $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$, $AD = 8 \text{ cm}$, $\angle A = \angle B = 90^\circ$ である。点 P, Q はそれぞれ点 A を同時に出発して、点 P は辺 AB, BC 上を点 A から点 C まで毎秒 2cm の速さで移動し、点 Q は辺 AD 上を点 A から点 D まで毎秒 1cm の速さで移動する。このとき、次の問いに答えよ。



(1) 点 P, Q がそれぞれ点 A を同時に出発してから x 秒後の APQ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、次のそれぞれの場合について y を x の式で表し、 x の変域も求めよ。

点PがAB上にあるとき

点PがBC上にあるとき

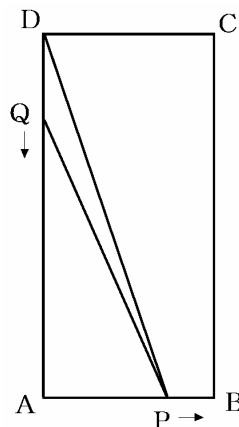
(2) $AP = PQ$ となるとき APQ の面積を求めよ。ただし、点 P, Q が点 A の位置にあるときは除く。

[解答]

(1) $y = x^2$, $0 \leq x \leq 3$ $y = 3x$, $3 \leq x \leq 8$ (2) 12 cm^2

[問題]

次の図のように、 $BC = 6 \text{ cm}$ 、 $CD = 3 \text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。 P は A を出発して、辺 AB 、 BC 、 CD 上を毎秒 3 cm の速さで D まで進む。 Q は D を出発して、辺 DA 、 AB 上を毎秒 2 cm の速さで進み、 P が D に着くと同時にとまる。 P 、 Q が同時に出発して x 秒後にできる DPQ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、次の問いに答えよ。



(1) 点 P が、 AB 上、 BC 上、 CD 上を進む場合に分けて考えた。、、の各場合の、 x の変域を求め、 y を x の式で表すと次のようになった。

[] にあてはまる数または式を求めよ。

P が辺 AB 上を進むとき、 $0 < x < 1$ で、 $y = [\quad]$

P が辺 BC 上を進むとき、 $[\quad] < x < [\quad]$ で、 $y = 3x$

P が辺 CD 上を進むとき、 $[\quad] < x < [\quad]$ で、 $y = [\quad]$

(2) (1) の、、のグラフをかけ。

(3) 長方形 $ABCD$ の面積が DPQ の面積の 3 倍になるのは P が出発して何秒後か。すべて求めよ。

[解答] (1) $3x^2$ 、 $1, 3$ 、 $3, 4$ 、 $-9x + 36$ (2) 略

(3) 2 秒後と $\frac{10}{3}$ 秒後