

【】証明

[問題]

次のことがらの逆を書き、正しいものには○、正しくないものには×をつけよ。

- (1) $x=3$, $y=2$ ならば, $x+y=5$ である。
- (2) a が 6 の倍数ならば, 3 の倍数である。
- (3) 2 つの三角形が合同ならば, 面積は等しい。

[解答欄]

(1)
(2)
(3)

[解答]

- (1) $x+y=5$ ならば, $x=3$, $y=2$ である。×
- (2) a が 3 の倍数ならば, 6 の倍数である。×
- (3) 2 つの三角形の面積が等しいならば, 合同である。×

[問題]

ことがら「正三角形は二等辺三角形である」について、次の問いに答えよ。

- (1) このことがらの仮定と結論を述べよ。
- (2) このことがらの逆を述べよ。
- (3) (2)のことがらが正しいかどうか述べ、簡単に理由を説明せよ。

[解答欄]

(1)
(2)
(3)

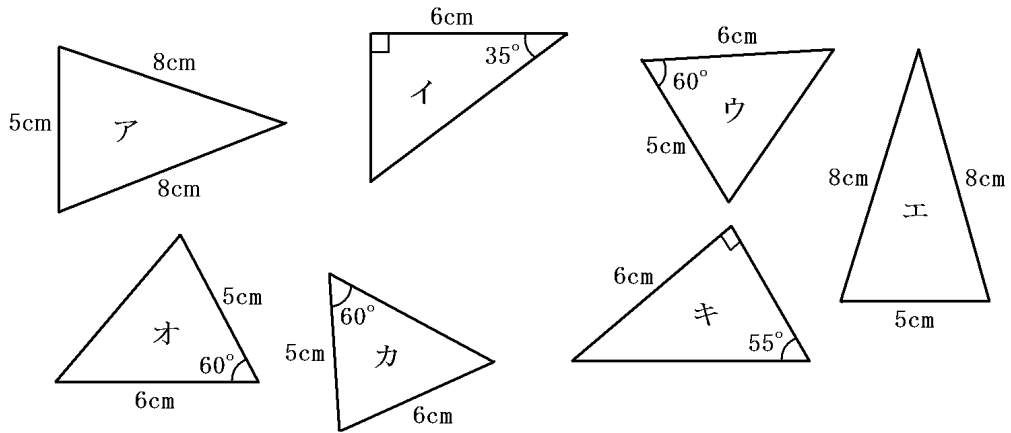
[解答]

- (1) 仮定：正三角形である, 結論：二等辺三角形である (2) 二等辺三角形ならば正三角形である (3) 正しくない。たとえば, 3つの角が 50° , 50° , 80° の二等辺三角形は正三角形ではない。

【】 三角形の合同条件

[問題]

次の三角形の中からたがいに合同な三角形を選び、それに用いた合同条件をいえ。



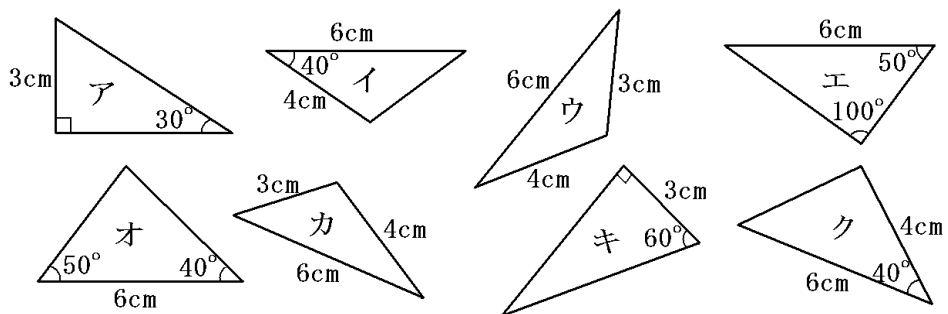
[解答欄]

[解答]

- ア, エ(3辺がそれぞれ等しい)
- イ, キ(1辺とその両端の角がそれぞれ等しい)
- ウ, オ(2辺とその間の角がそれぞれ等しい)

[問題]

次の三角形の中から、たがいに合同な三角形を選び、それに用いた合同条件をいえ。



[解答欄]

--

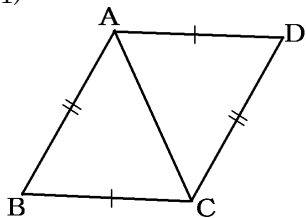
[解答]

- ア, キ(1辺とその両端の角がそれぞれ等しい)
 イ, ク(2辺とその間の角がそれぞれ等しい)
 ウ, カ(3辺がそれぞれ等しい)

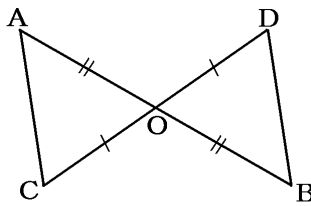
[問題]

次の図で、合同な図形を見つけ、記号 \triangle と \equiv を使って表せ。また、そのとき使った三角形の合同条件を書け。(同じ印は等しい辺・等しい角を表している)

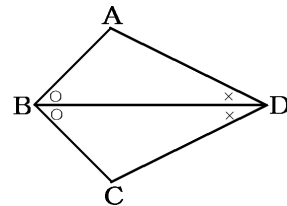
(1)



(2)



(3)



[解答欄]

(1)
(2)
(3)

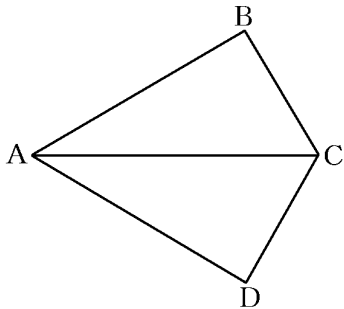
[解答]

- (1) $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$, 三辺がそれぞれ等しい
 (2) $\triangle AOC \equiv \triangle BOD$, 二辺とその間の角がそれぞれ等しい
 (3) $\triangle ABD \equiv \triangle CBD$, 二辺とその間の角がそれぞれ等しい

【】 三角形の合同(共通辺・共通角の利用)

[問題]

次の図で、 $AB=AD$ 、 $CB=CD$ ならば、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ は合同であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ において、

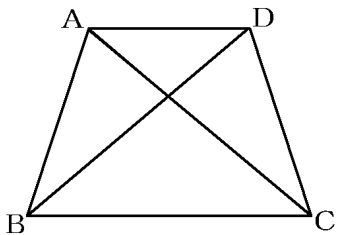
AC は共通・・・①

仮定より、 $AB=AD$ ・・・②、 $CB=CD$ ・・・③

①、②、③より、3辺がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

[問題]

次の図で、 $AB=DC$ 、 $CA=BD$ である。このとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ が合同になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ において、

BC は共通・・・①

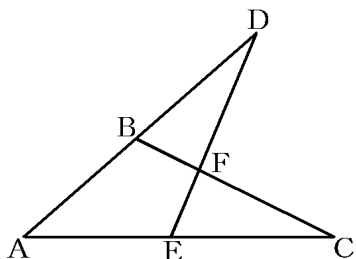
仮定より、 $AB=DC$ ・・・②、 $CA=BD$ ・・・③

①、②、③より、3辺がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABC \cong \triangle DCB$

[問題]

次の図で、 $AC=AD$ 、 $AB=AE$ ならば、 $\triangle ABC$ と $\triangle AED$ が合同になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において、

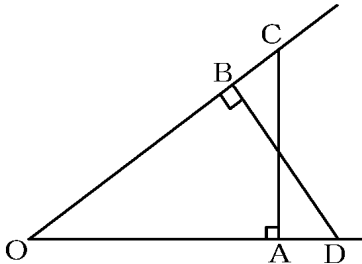
$\angle A$ は共通・・・①

仮定より、 $AC=AD$ ・・・②、 $AB=AE$ ・・・③

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABC \equiv \triangle AED$

[問題]

次の図は、 $OA=OB$ で、点Aを通り直線OAに垂直な直線が直線OBと交わる点をC、点Bを通り直線OBに垂直な線が直線OAと交わる点をDとしたものである。このとき、 $\triangle OAC$ と $\triangle OBD$ が合同になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle OAC$ と $\triangle OBD$ において、

仮定より、 $OA=OB$ ・・・①

$\angle OAC = \angle OBD$ ・・・②

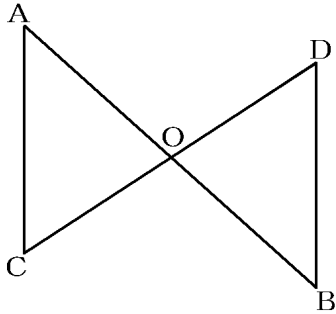
$\angle O$ は共通・・・③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle OAC \equiv \triangle OBD$

【】 三角形の合同(対頂角の利用)

[問題]

次の図で、点Oは線分AB、CDの midpoint である。このとき、 $\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ が合同になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ において、

仮定より、 $AO=BO$ ・・・①

$CO=DO$ ・・・②

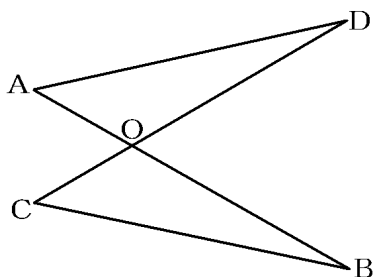
対頂角は等しいので、 $\angle AOC=\angle BOD$ ・・・③

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle AOC \cong \triangle BOD$

[問題]

次の図で、 $AB=CD$ 、 $AO=CO$ である。



- (1) $\triangle AOD$ と $\triangle COB$ が合同であることを証明せよ。
- (2) $AD=CB$ となることを証明せよ。

[解答欄]

(1)

(2)

[解答]

(1) $\triangle AOD$ と $\triangle COB$ において、

仮定より、 $AO=CO$ ・・・①

仮定より、 $AB=CD$ 、 $AO=CO$ なので、 $DO=CD-CO=AB-AO=BO$

よって、 $DO=BO$ ・・・②

対頂角は等しいので、 $\angle AOD=\angle COB$ ・・・③

①、②、③より2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

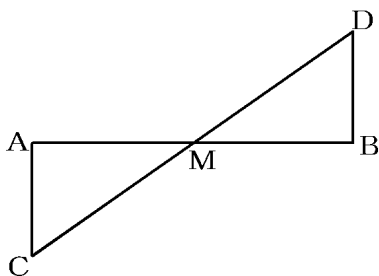
$\triangle AOD\equiv\triangle COB$

(2) (1)より、 $\triangle AOD\equiv\triangle COB$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいので、 $AD=CB$

[問題]

次の図で、 $\angle CAM$ と $\angle DBM$ が直角で、 M は線分 AB の midpointである。このとき、 $MC=MD$ となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ACM$ と $\triangle BDM$ において、

仮定より、 $AM=BM$ ・・・①

$$\angle CAM = \angle DBM \text{・・・②}$$

対頂角は等しいので、 $\angle AMC = \angle BMD$ ・・・③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

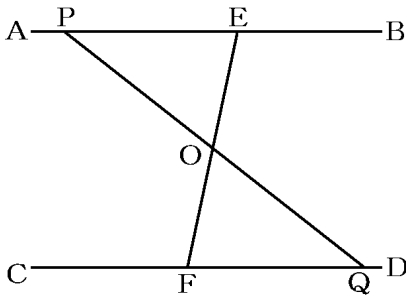
$$\triangle ACM \cong \triangle BDM$$

ゆえに、 $MC=MD$

【I】 三角形の合同(平行線の利用)

[問題]

次の図で、直線ABと直線CDは平行である。直線AB上の点Eと直線CD上の点Fを結ぶ線分EFの中点をOとする。点Oを通る直線が直線AB、直線CDと交わる点をそれぞれP、Qとする。OP=OQであることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle EOP$ と $\triangle FOQ$ において、

仮定より、 $EO=FO$ ・・・①

対頂角は等しいので、 $\angle EOP=\angle FOQ$ ・・・②

また $AB \parallel CD$ なので、錯角が等しく、 $\angle PEO=\angle QFO$ ・・・③

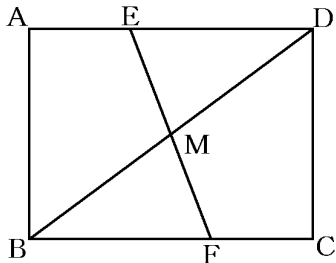
①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle EOP \cong \triangle FOQ$

ゆえに、 $OP=OQ$

[問題]

次の図のように、長方形ABCDの対角線BDの midpointをMとし、Mを通る直線が辺AD、BCと交わる点をそれぞれE、Fとする。このとき、 $DE=BF$ となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle DEM$ と $\triangle BFM$ において、

仮定より、 $DM=BM$ ・・・①

対頂角は等しいので、 $\angle DME=\angle BMF$ ・・・②

四角形ABCDは長方形で $AD \parallel BC$ なので、錯角が等しく、 $\angle EDM=\angle FBM$ ・・・③

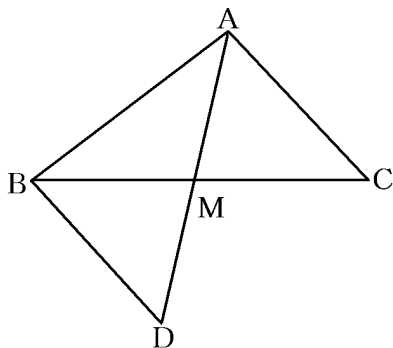
①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle DEM \cong \triangle BFM$

ゆえに、 $DE=BF$

[問題]

次の図で、 $\triangle ABC$ の辺BCの中点をMとする。線分AMをMの方向に延ばした直線と頂点Bを通り辺ACに平行な直線との交点をDとすると、 $CA=BD$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ACM$ と $\triangle DBM$ において、

仮定より、 $CM=BM$ ・・・①

対頂角は等しいので、 $\angle AMC=\angle DMB$ ・・・②

仮定より $AC \parallel BD$ なので、錯角が等しく、 $\angle ACM=\angle DBM$ ・・・③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

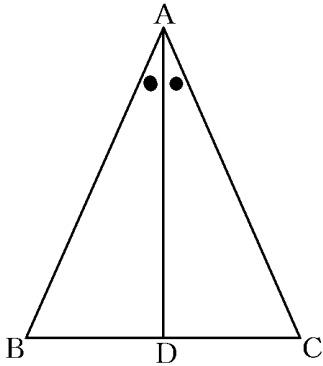
$\triangle ACM \cong \triangle DBM$

ゆえに、 $CA=BD$

【】二等辺三角形(二等辺三角形→底角が等しい)

[問題]

次の図を使って，二等辺三角形の底角は等しいことを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

図のように $\angle A$ の二等分線 AD をひく。

$\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において，

AD は共通・・・①

仮定より， $\triangle ABC$ は二等辺三角形なので， $AB=AC$ ・・・②

仮定より， $\angle BAD=\angle CAD$ ・・・③

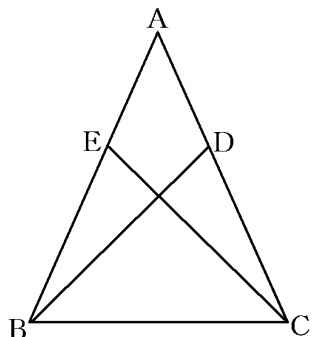
①，②，③より2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

$\triangle ABD\equiv\triangle ACD$

ゆえに， $\angle ABD=\angle ACD$

[問題]

$AB=AC$ の二等辺三角形 ABC で、 $BE=CD$ とすると、 $CE=BD$ になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle EBC$ と $\triangle DCB$ において、

BC は共通・・・①

仮定より、 $BE=CD$ ・・・②

$AB=AC$ なので、 $\angle EBC=\angle DCB$ ・・・③

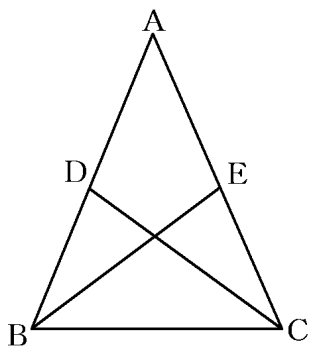
①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle EBC\cong\triangle DCB$

ゆえに、 $CE=BD$

[問題]

次の図で、 $AB=AC$ 、 AB 、 AC の中点をそれぞれ D 、 E とするとき、 $\angle ABE=\angle ACD$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ において、

$\angle A$ は共通・・・①

$AB=AC$ ・・・②

さらに、 $AE=EC$ 、 $AD=DB$ なので、 $AE=AD$ ・・・③

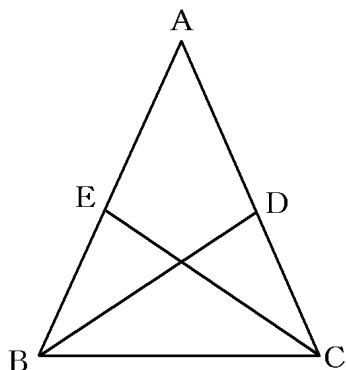
①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABE \cong \triangle ACD$

ゆえに、 $\angle ABE = \angle ACD$

[問題]

$AB=AC$ の二等辺三角形 ABC において、 $\angle B$ 、 $\angle C$ の二等分線をひき、辺 AC 、 AB と交わる点をそれぞれ D 、 E とすると、 $CE=BD$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle EBC$ と $\triangle DCB$ において、

BC は共通・・・①

$AB=AC$ なので、 $\angle EBC = \angle DCB$ ・・・②

$\angle ECB = \frac{1}{2} \angle DCB = \frac{1}{2} \angle EBC = \angle DBC$ ・・・③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

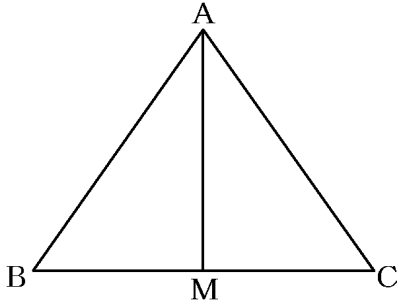
$\triangle EBC \cong \triangle DCB$

ゆえに、 $CE=BD$

【】二等辺三角形(二辺が等しい→二等辺三角形)

[問題]

次の図で、 $\triangle ABC$ の辺 BC の中点を M とし、頂点 A と中点 M を結ぶ。このとき、 AM と BC が垂直ならば、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形になる。このことを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABM$ と $\triangle ACM$ において、

AM は共通・・・①

仮定より、 $BM=CM$ ・・・②

仮定より、 $AM \perp BC$ なので、 $\angle AMB = \angle AMC$ ・・・③

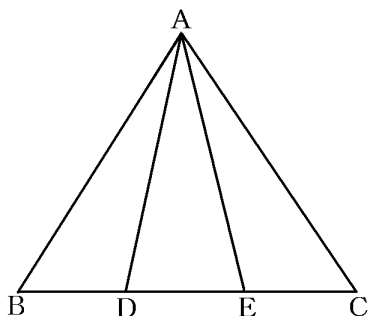
①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABM \cong \triangle ACM$

ゆえに、 $AB=AC$ となり、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形となる。

[問題]

$AB=AC$ である二等辺三角形で、辺 BC 上に2つの点 D 、 E を $BD=CE$ となるようにとるとき、 $\triangle ADE$ が二等辺三角形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において、

仮定より $AB=AC$ ・・・①

$BD=CE$ ・・・②

また、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形なので、 $\angle B=\angle C$ ・・・③

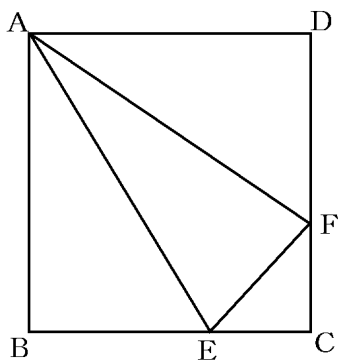
①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABD \cong \triangle ACE$

ゆえに、 $AD=AE$ となり、 $\triangle ADE$ は二等辺三角形になる。

[問題]

正方形ABCDの辺BC，CD上にそれぞれ点E，Fがあつて， $BE=DF$ である。このとき， $\triangle AEF$ は二等辺三角形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABE$ と $\triangle ADF$ において，

仮定より， $AB=AD$ ・・・①

$BE=DF$ ・・・②

$\angle ABE=\angle ADF$ ・・・③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

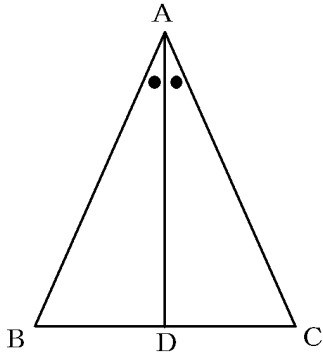
$\triangle ABE\cong\triangle ADF$

ゆえに， $AE=AF$ となり， $\triangle AEF$ は二等辺三角形になる。

【】二等辺三角形(底角が等しい→二等辺三角形)

[問題]

三角形の2つの角が等しければ，その三角形は二等辺三角形となることを，次の図を使って証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\angle B = \angle C$ とし，ADを $\angle A$ の二等分線とする。

$\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において，

ADは共通・・・①

仮定より， $\angle BAD = \angle CAD$ ・・・②

$\angle ADB = 180^\circ - (\angle B + \angle BAD) = 180^\circ - (\angle C + \angle CAD) = \angle ADC$

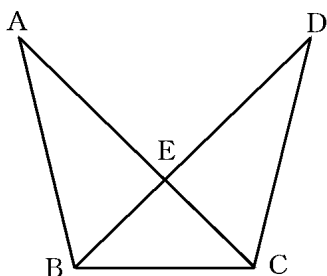
ゆえに， $\angle ADB = \angle ADC$ ・・・③

①，②，③より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので， $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

ゆえに， $AB = AC$ となり， $\triangle ABC$ は二等辺三角形となる。

[問題]

次の図で、 $AB=DC$ 、 $AC=DB$ とする。このとき、 $\triangle EBC$ が二等辺三角形となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ において、

BC は共通・・・①

仮定より、 $AB=DC$ ・・・②

$AC=DB$ ・・・③

①、②、③より、3辺がそれぞれ等しいので、

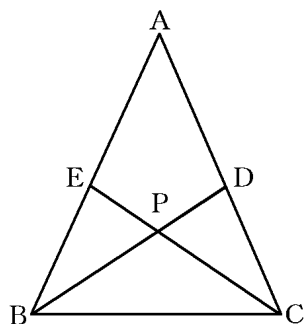
$\triangle ABC \cong \triangle DCB$

ゆえに、 $\angle ECB = \angle EBC$

底角が等しいので、 $\triangle EBC$ は二等辺三角形となる。

[問題]

$AB=AC$ の二等辺三角形で、 $BE=CD$ となるように、点D、Eをとり、BDとCEの交点をPとする。このとき、 $\triangle PBC$ は二等辺三角形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BCE$ と $\triangle CBD$ において、

BCは共通・・・①

仮定より、 $BE=CD$ ・・・②

二等辺三角形の底角は等しいので、 $\angle EBC=\angle DCB$ ・・・③

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

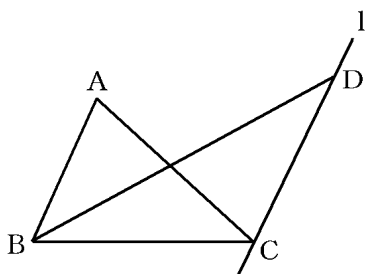
$\triangle BCE\equiv\triangle CBD$

ゆえに、 $\angle PCB=\angle PBC$

底角が等しいので、 $\triangle PBC$ は二等辺三角形となる。

[問題]

次の図のように、 $\triangle ABC$ と頂点Cをって辺ABに平行な直線 l がある。 $\angle ABC$ の二等分線と直線の l との交点をDとすると、 $\triangle BCD$ は二等辺三角形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

AB // CDなので、錯角が等しく、 $\angle ABD = \angle CDB$

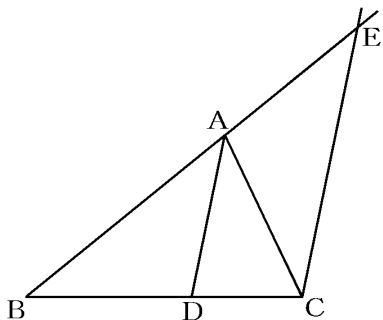
仮定より、 $\angle ABD = \angle CBD$

ゆえに、 $\angle CDB = \angle CBD$

底角が等しいので、 $\triangle BCD$ は二等辺三角形となる。

[問題]

次の図において、 AD は $\triangle ABC$ における $\angle A$ の二等分線である。点 C を通り AD に平行な直線と BA の延長との交点を E とするとき、 $\triangle ACE$ は二等辺三角形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$AD \parallel CE$ なので、錯角が等しく、 $\angle DAC = \angle ACE$

同位角も等しく、 $\angle BAD = \angle AEC$

仮定より、 $\angle DAC = \angle BAD$

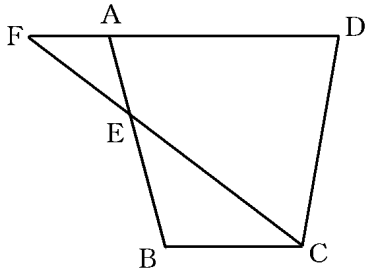
ゆえに、 $\angle ACE = \angle AEC$

底角が等しいので、 $\triangle ACE$ は二等辺三角形になる。

[問題]

次の図のように、ADとBCが平行である台形ABCDがある。辺AB上に点Eを $BC=BE$ となるようにとり、直線CEと辺DAの延長との交点をFとする。

このとき、 $AE=AF$ となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

仮定より、 $FD \parallel BC$ なので、錯角が等しく、

$$\angle AFE = \angle BCE$$

仮定より、 $BC=BE$ なので、 $\triangle BCE$ は二等辺三角形となり、 $\angle BCE = \angle BEC$

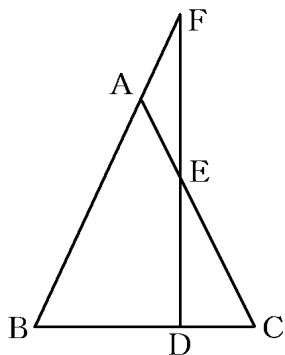
対頂角は等しいので、 $\angle BEC = \angle AEF$

以上より、 $\angle AFE = \angle AEF$ となり、

$\triangle AEF$ は二等辺三角形で、 $AE=AF$

[問題]

二等辺三角形ABCの底辺BC上の点DからBCに垂線をひき、ACと交わる点をE、BAの延長と交わる点をFとする。このとき、 $AE=AF$ となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$BC \perp FD$ なので、

$$\angle AFE + \angle B = 90^\circ$$

$$\angle CED + \angle C = 90^\circ$$

仮定より、 $\angle B = \angle C$ なので、 $\angle AFE = \angle CED$

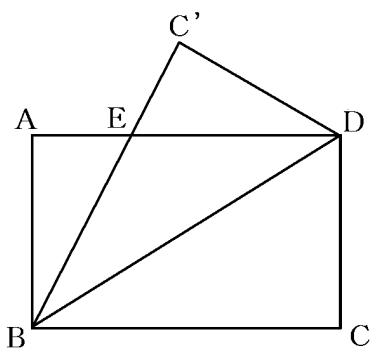
対頂角は等しいので、 $\angle CED = \angle AEF$

ゆえに、 $\angle AFE = \angle AEF$

底角が等しいので、 $\triangle AEF$ は二等辺三角形となり、 $AE = AF$

[問題]

次の図は、長方形ABCDをBDを折り目として折り返したことを表している。C'BとADの交点をEとすると、 $\triangle EBD$ は二等辺三角形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

折り返しの仮定より、 $\angle EBD = \angle CBD$

$AD \parallel BC$ なので、錯角が等しく、 $\angle CBD = \angle EDB$

ゆえに、 $\angle EBD = \angle EDB$ となるので、 $\triangle EBD$ は二等辺三角形となる。

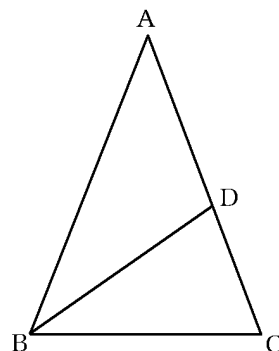
【】二等辺三角形の角

[問題]

右の図は、 $AB=AC$ 、 $\angle C=70^\circ$ の二等辺三角形である。
 $\angle B$ の二等分線と辺 AC との交点を D とすると、 $\angle ADB$ の
大きさは何度か。

[解答欄]

[解答]105°

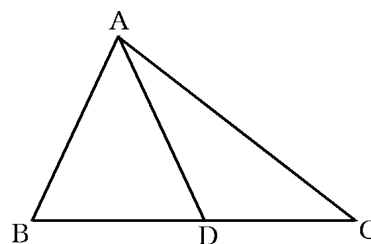


[問題]

右の図で、 D は $\triangle ABC$ の辺 BC 上の点で、 $AB=AD$
である。 $\angle BAD=40^\circ$ 、 $\angle ACD=36^\circ$ のとき、 $\angle CAD$
の大きさは何度か。

[解答欄]

[解答]34°

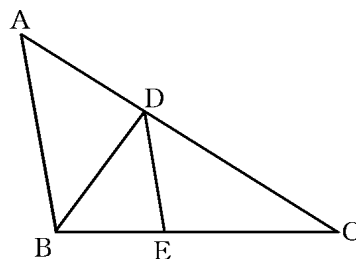


[問題]

右の図で、 D は $\triangle ABC$ の辺 AC 上の点で、 $AD=DB$ であ
る。また、 E は辺 BC 上の点で、 $DE=BE$ 、 AB と DE は平
行である。 $\angle DEB=80^\circ$ のとき、 $\angle DCE$ の大きさは何度か。

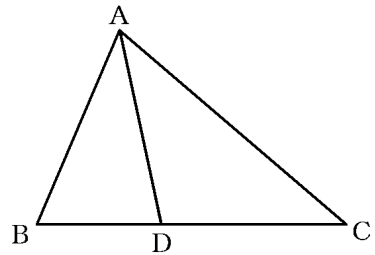
[解答欄]

[解答]30°



[問題]

右の図のような $\triangle ABC$ があり、点Dは $\angle BAC$ の二等分線と辺BCとの交点である。 $AD=DC$ 、 $\angle B=75^\circ$ のとき、 $\angle ADC$ の大きさは何度か。

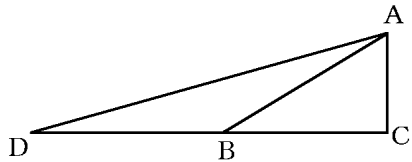


[解答欄]

[解答] 110°

[問題]

右の図で、 $\angle C=90^\circ$ 、 $\angle ABC=30^\circ$ 、 $AB=BD$ とする。 $\angle CAD$ の大きさは何度か。

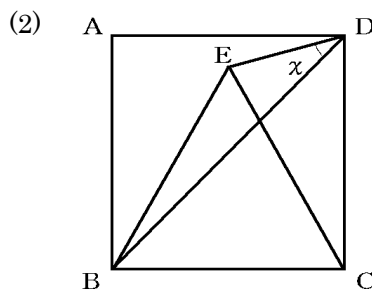
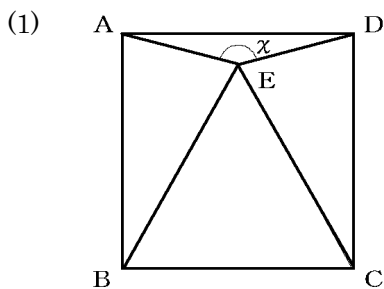


[解答欄]

[解答] 75°

[問題]

次の図において、四角形ABCDは正方形であり、 $\triangle BCE$ は正三角形である。 $\angle x$ を求めよ。



[解答欄]

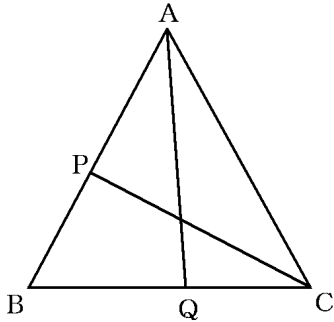
(1)	(2)
-----	-----

[解答] (1) 150° (2) 30°

【】 三角形の合同(正三角形の利用)

[問題]

正三角形ABCの辺AB, BC上に, $AP=BQ$ となる点P, Qをとる。このとき, $AQ=CP$ となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABQ$ と $\triangle CAP$ において,

仮定より, $AB=CA$ ・・・①

$BQ=AP$ ・・・②

$\triangle ABC$ は正三角形なので, $\angle ABQ=\angle CAP=60^\circ$ ・・・③

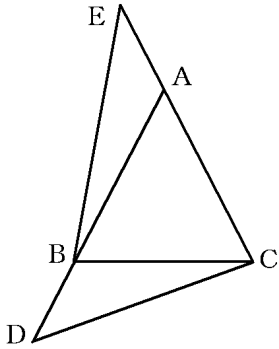
①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABQ \cong \triangle CAP$

ゆえに, $AQ=CP$

[問題]

次の図で、 $\triangle ABC$ は正三角形である。CA, ABの延長上に $AE=BD$ となるように、2点E, Dをとり、EとB, DとCを結ぶ。このとき、 $EB=DC$ を証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABE$ と $\triangle BCD$ において、

仮定より、 $AE=BD$ ・・・①

$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $AB=BC$ ・・・②

$\angle BAE=180^\circ-\angle BAC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

$\angle CBD=180^\circ-\angle ABC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

ゆえに、 $\angle BAE=\angle CBD$ ・・・③

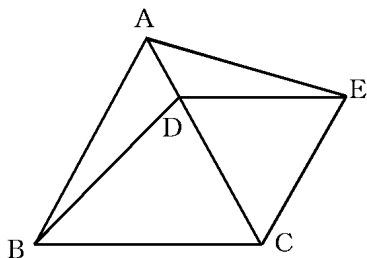
①, ②, ③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABE\equiv\triangle BCD$

ゆえに、 $EB=DC$

[問題]

次の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle DCE$ は正三角形である。このとき、 $BD=AE$ を証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BCD$ と $\triangle ACE$ において、

$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $BC=AC$ ・・・①

$\triangle DCE$ は正三角形なので、 $CD=CE$ ・・・②

正三角形の内角はすべて 60° なので、 $\angle BCD=\angle ACE=60^\circ$ ・・・③

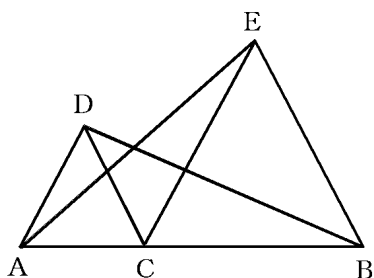
①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle BCD \cong \triangle ACE$

ゆえに、 $BD=AE$

[問題]

次の図のように、線分AB上に点Cをとり、線分ABの同じ側に正三角形ACD、正三角形CBEをつくる。AとE、BとDをそれぞれ結ぶとき、 $AE=DB$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ において、

$\triangle ACD$ と $\triangle CBE$ は正三角形なので、

$$AC=DC \cdots \textcircled{1}$$

$$EC=BC \cdots \textcircled{2}$$

また、正三角形の内角はすべて 60° なので、 $\angle ACD=60^\circ$ 、 $\angle BCE=60^\circ$

$$\angle DCE=180^\circ-\angle ACD-\angle BCE=180^\circ-60^\circ-60^\circ=60^\circ$$

$$\text{よって、}\angle ACE=\angle DCB=120^\circ \cdots \textcircled{3}$$

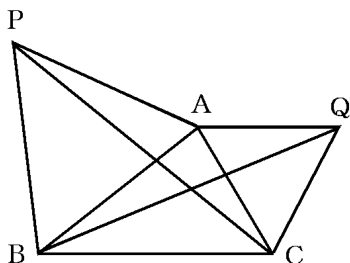
①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ACE \cong \triangle DCB$$

ゆえに、 $AE=DB$

[問題]

$\triangle ABC$ の2辺 AB 、 AC をそれぞれ1辺とする正三角形を図のように作り、その頂点を P 、 Q とする。このとき、 $CP=QB$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle APC$ と $\triangle ABQ$ において、

$\triangle ABP$ と $\triangle ACQ$ はそれぞれ正三角形なので、

$$AP=AB \cdots \textcircled{1}$$

$$AC=AQ \cdots \textcircled{2}$$

正三角形の内角はすべて 60° なので、

$$\angle PAC = 60^\circ + \angle BAC = \angle BAQ \cdots \textcircled{3}$$

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

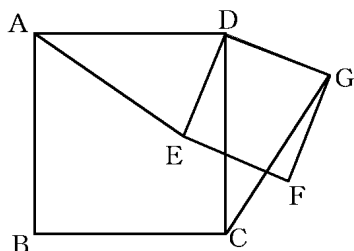
$$\triangle APC \cong \triangle ABQ$$

ゆえに、 $CP=QB$

【】 三角形の合同(正方形の利用)

【問題】

次の図において、四角形ABCDと四角形DEFGは正方形であり、頂点Dを共有して一部が重なった位置にある。このとき、 $\triangle ADE$ と $\triangle CDG$ が合同であることを証明せよ。



【解答欄】

【解答】

$\triangle ADE$ と $\triangle CDG$ において、

四角形ABCDと四角形DEFGが正方形であることから、

$$AD=CD\cdots\textcircled{1}$$

$$ED=GD\cdots\textcircled{2}$$

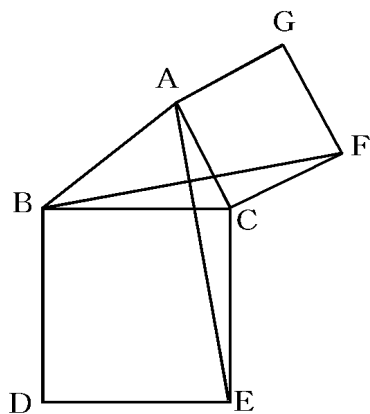
$$\angle ADE=90^\circ-\angle CDE=\angle CDG\cdots\textcircled{3}$$

①, ②, ③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ADE\cong\triangle CDG$$

[問題]

次の図のように、 $\triangle ABC$ の辺BC，辺CAをそれぞれ1辺とする正方形BDECと正方形ACFGをつくる。このとき、 $AE=FB$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ACE$ と $\triangle FCB$ において、

四角形BDECと四角形ACFGは正方形なので、

$$AC=FC \cdots \textcircled{1}$$

$$EC=BC \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle ACE = \angle ACB + 90^\circ = \angle FCB \cdots \textcircled{3}$$

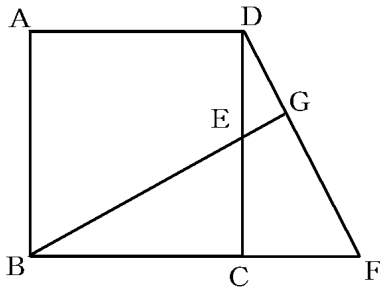
①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ACE \cong \triangle FCB$$

ゆえに、 $AE=FB$

[問題]

次の図のように、正方形ABCDの辺CD上に点Eをとり、辺BCの延長上にCE=CFとなる点Fをとる。また、BEの延長とDFとの交点をGとする。このとき、 $\angle DEG = \angle DFC$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BCE$ と $\triangle DCF$ において、

仮定より、 $CE = CF \cdots \text{①}$

四角形ABCDは正方形なので、 $BC = DC \cdots \text{②}$

$\angle BCE = 90^\circ = \angle DCF \cdots \text{③}$

①、②、③より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle BCE \cong \triangle DCF$

ゆえに、 $\angle BEC = \angle DFC$

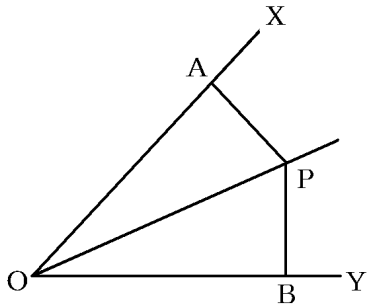
対頂角は等しいので、 $\angle BEC = \angle DEG$

ゆえに、 $\angle DEG = \angle DFC$

【】 直角三角形の合同

[問題]

∠XOY内の点PからOX, OYにひいた垂線PA, PBが等しいならば, 点Pは∠XOYを2等分することを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△AOPと△BOPにおいて,

OPは共通・・・①

仮定より, AP=BP・・・②

∠PAO=∠PBO=90°・・・③

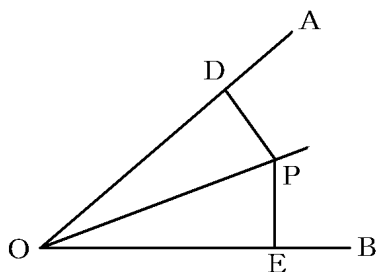
①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので,

△AOP≡△BOP

ゆえに, ∠AOP=∠BOP

[問題]

$\angle AOB$ の2等分線上の1点をPとし、PからOA、OBへ垂線をひき、OA、OBとの交点をそれぞれD、Eとする。このとき、 $PD=PE$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle DOP$ と $\triangle EOP$ において、

OPは共通・・・①

仮定より、 $\angle DOP = \angle EOP$ ・・・②

$\angle PDO = \angle PEO = 90^\circ$ ・・・③

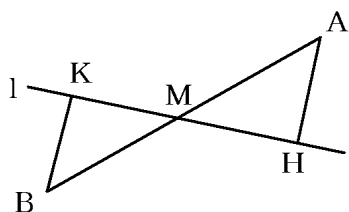
①、②、③より、直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$\triangle DOP \cong \triangle EOP$

ゆえに、 $PD = PE$

[問題]

線分ABの midpoint M を通る直線に、線分ABの両端から垂線AH, BKをひくと、 $BK=AH$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BMK$ と $\triangle AMH$ において、

仮定より、 $BM=AM$ ・・・①

$$\angle BKM = \angle AHM = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、 $\angle BMK = \angle AMH$ ・・・③

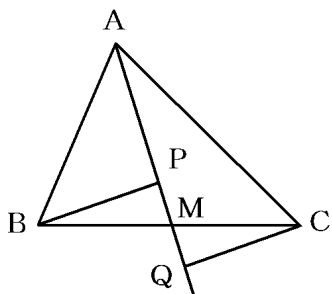
①, ②, ③より、直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle BMK \cong \triangle AMH$$

ゆえに、 $BK=AH$

[問題]

次の図で、MはBCの midpoint であり、BP、CQはAQと垂直である。このとき、 $BP=CQ$ となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BMP$ と $\triangle CMQ$ において、

仮定より、 $BM=CM$ ・・・①

$$\angle BPM = \angle CQM = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、 $\angle BMP = \angle CMQ$ ・・・③

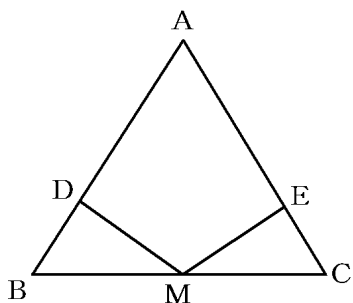
①、②、③より、直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle BMP \cong \triangle CMQ$$

ゆえに、 $BP=CQ$

[問題]

$AB=AC$ である $\triangle ABC$ の辺 BC の中点 M から AB , AC に垂線 MD , ME をひく。このとき,
 $MD=ME$ となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BDM$ と $\triangle CEM$ において,

仮定より, $BM=CM$ ・・・①

$$\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$\triangle ABC$ は二等辺三角形なので, $\angle DBM = \angle ECM$ ・・・③

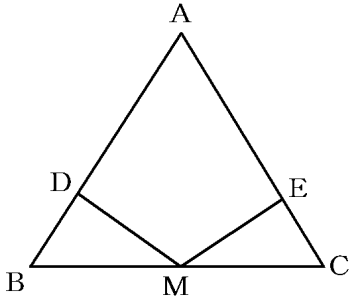
①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle BDM \cong \triangle CEM$$

ゆえに, $MD=ME$

[問題]

次の図は、 $\triangle ABC$ の辺BCの midpoint Mから辺AB, ACへそれぞれ垂線MD, MEをひいたものである。MD=MEであるとき、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BDM$ と $\triangle CEM$ において、

仮定より、 $BM=CM$ ・・・①

$\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ$ ・・・②

$MD=ME$

①, ②, ③より、直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので、

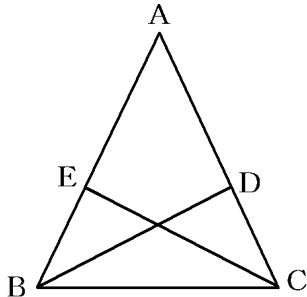
$\triangle BDM \cong \triangle CEM$

ゆえに、 $\angle DBM = \angle ECM$

2角が等しいので、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形になる。

[問題]

$AB=AC$ の二等辺三角形 ABC の頂点 B , C から AC , AB にそれぞれ垂線 BD , CE をひいたとき, $CE=BD$ になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle BCE$ と $\triangle CBD$ において,

BC は共通・・・①

仮定より, $\angle BEC = \angle CDB = 90^\circ$ ・・・②

$AB=AC$ なので, $\angle EBC = \angle DCB$ ・・・③

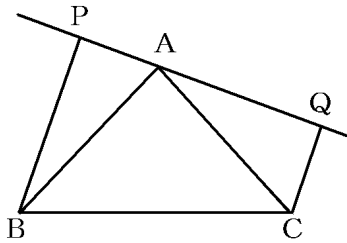
①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので,

$\triangle BCE \cong \triangle CBD$

ゆえに, $CE=BD$

[問題]

次の図で、 $\triangle ABC$ は $\angle A=90^\circ$ の直角二等辺三角形である。頂点Aを通る直線にB, Cから、それぞれ垂線BP, CQをひく。このとき、 $AP=CQ$ となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABP$ と $\triangle CAQ$ において、

仮定より、 $AB=CA$ ・・・①

$$\angle APB = \angle CQA = 90^\circ \cdots \text{②}$$

$$\angle ABP + \angle BAP = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\angle CAQ + \angle BAP = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

ゆえに、 $\angle ABP = \angle CAQ$ ・・・③

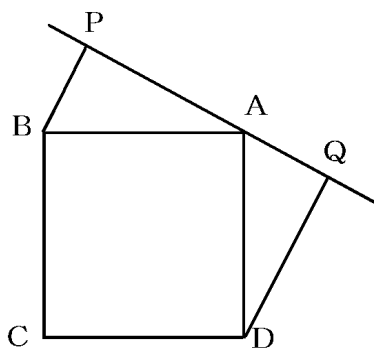
①, ②, ③より、直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABP \cong \triangle CAQ$$

ゆえに、 $AP=CQ$

[問題]

次の図のように，正方形ABCDの頂点Aを通る直線に頂点B，Dから垂線BP，DQをひく。このとき， $PQ=QD+BP$ を証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABP$ と $\triangle DAQ$ において，

仮定より， $AB=DA$ ・・・①

$$\angle APB = \angle DQA = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle ABP + \angle BAP = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\angle DAQ + \angle BAP = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

ゆえに， $\angle ABP = \angle DAQ$ ・・・③

①，②，③より直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので，

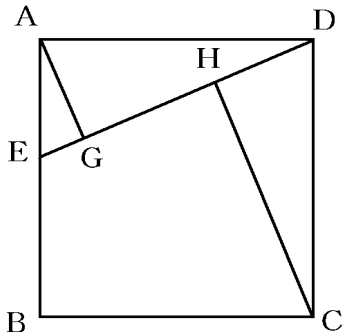
$$\triangle ABP \cong \triangle DAQ$$

ゆえに， $PA=QD$ ， $BP=AQ$

ゆえに， $PQ=PA+AQ=QD+BP$

[問題]

次の図において、四角形ABCDは正方形で、Eは辺AB上の点である。点C, AからDEにそれぞれ垂線CH, AGをひく。このとき $DG=CH$ となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ADG$ と $\triangle DCH$ において、

四角形ABCDは正方形なので、 $AD=DC$ ・・・①

仮定より、 $\angle AGD = \angle DHC = 90^\circ$ ・・・②

$$\angle DAG + \angle ADG = 180^\circ - \angle AGD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\angle CDH + \angle ADG = 90^\circ$$

ゆえに、 $\angle DAG = \angle CDH$ ・・・③

①, ②, ③より、直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ADG \cong \triangle DCH$$

ゆえに、 $DG=CH$

[印刷／他のPDFファイルについて]

※ このファイルは、FdText数学(9,600円)の一部をPDF形式に変換したサンプルで、印刷・編集はできないようになっています。製品版のFdText数学はWordの文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

※ FdText(英語・数学・社会・理科・国語)全分野のPDFファイル、および製品版の購入方法は<http://www.fdtype.com/txt/> に掲載しております。

※ 弊社は、FdTextのほかにFdData中間期末過去問(数学・理科・社会)(各18,900円)を販売しております。PDF形式のサンプル(全内容)は、
<http://www.fdtype.com/dat/> に掲載しております。

※ [FdData無料閲覧ソフト(RunFdData)]を、Windowsのデスクトップ上にインストールすれば、FdData中間期末の全PDFファイルを自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

【 <http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe> 】

※ダイアログが表示されたら、【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中、いくつかの警告が出ますが、【実行】[許可する][次へ]等を選択します。

【Fd教材開発】(092) 404-2266

<http://www.fdtype.com/dat/>