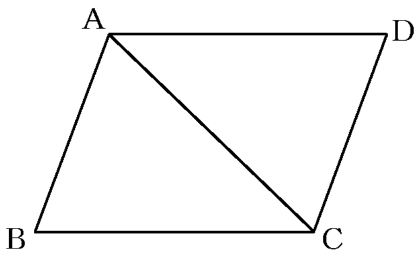
【】平行四辺形の性質①(向かい合う辺が等しい)

[問題]

次の図を使って，平行四辺形の2組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABCと△CDAにおいて，

ACは共通･･･①

AD // BCなので，錯角が等しく，∠BCA＝∠DAC･･･②

AB // DCなので，錯角が等しく，∠BAC＝∠DCA･･･③

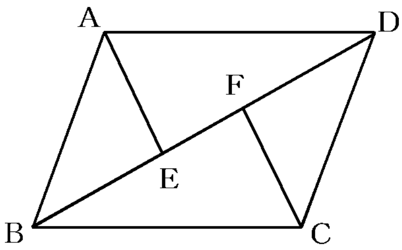
①，②，③より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ABC≡△CDA

ゆえに，AB＝CD，BC＝DA

[問題]

平行四辺形ABCDの対角線BDに垂線AE，CFをひくと，AE＝CFとなることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABEと△CDFにおいて，

四角形ABCDは平行四辺形なので，AB＝CD･･･①

仮定より，∠AEB＝∠CFD＝90°･･･②

AB // DC なので，錯角が等しく，∠ABE＝∠CDF･･･③

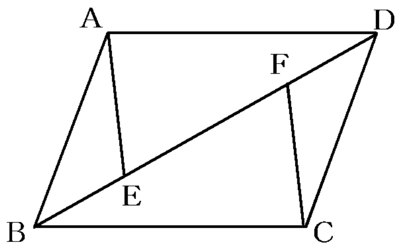
①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので，

△ABE≡△CDF

ゆえに，AE＝CF

[問題]

平行四辺形ABCDの対角線BD上に，BE＝DFとなる点E，Fをとる。このとき，AE＝CFであることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABEと△CDFにおいて，

四角形ABCDは平行四辺形なので，AB＝CD･･･①

仮定より，BE＝DF･･･②

AB // CD なので，錯角が等しく，∠ABE＝∠CDF･･･③

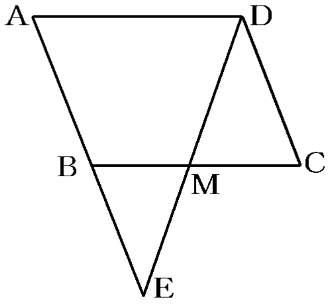
①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABE≡△CDF

ゆえに，AE＝CF

[問題]

　平行四辺形ABCDの辺BCの中点をMとし，DとMを結ぶ直線と辺ABの延長との交点をEとすると，AB＝BEとなることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△BEMと△CDMにおいて，

仮定より BM＝CM･･･①

対頂角は等しいので，∠BME＝∠CMD･･･②

AE // CDなので，錯角が等しく，∠EBM＝∠DCM･･･③

①，②，③より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△BEM≡△CDM

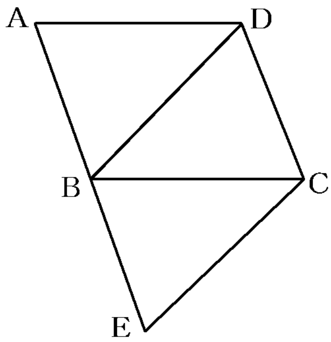
ゆえに，BE＝CD

また，四角形ABCDは平行四辺形なので CD＝AB

ゆえに，AB＝BE

[問題]

平行四辺形ABCDの対角線DBに平行に，Cから直線をひいて，ABの延長との交点をEとすると，AB＝BEとなることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△DBCと△ECBにおいて，

BCは共通･･･①

AE // DCなので，錯角が等しく，∠DCB＝∠EBC･･･②

また，BD // ECなので，錯角が等しく，∠CBD＝∠BCE･･･③

①，②，③より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△DBC≡△ECB

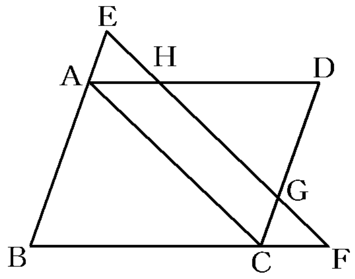
ゆえに，　CD＝BE

また，四角形ABCDは平行四辺形なので，CD＝AB

よって，AB＝BE

[問題]

平行四辺形ABCDの対角線ACに平行な直線を図のように引き，4辺BA，BC，CD，DAまたは，その延長と交わる点をそれぞれE，F，G，Hとすると，EH＝GFである。これを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△AEHと△CGFにおいて，

仮定より，AH // CF，AC // HFなので，

四角形ACFHは平行四辺形となり，AH＝CF･･･①

AD // BFなので，同位角が等しく，∠AHE＝∠CFG･･･②

また，AD // BCなので，同位角が等しく，∠EAH＝∠ABC

AB // CDなので，同位角が等しく，∠ABC＝∠GCF

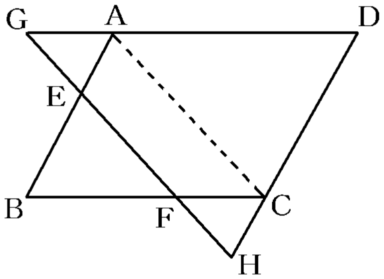
ゆえに，∠EAH＝∠GCF･･･③

①，②，③より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△AEH≡△CGF　よって，EH＝GF

[問題]

平行四辺形ABCDの対角線ACに平行な直線が，AB，BCとE，Fで交わり，DA，DCの延長とG，Hで交わるとき，EG＝HFであることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△AEGと△CHFにおいて，

仮定より，AG // CF，AC // GFなので四角形ACFGは平行四辺形となる。

ゆえに，AG＝CF･･･①

AG // CFなので，同位角が等しく，∠AGE＝∠CFH･･･②

AB // DCなので，錯角が等しく，∠GAE＝∠EBF＝∠FCH･･･③

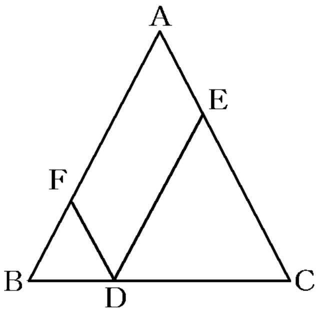
①，②，③より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△AEG≡△CHF

ゆえに，EG＝HF

[問題]

次の図で，AB＝ACで，ABとED，ACとFDはそれぞれ平行である。このとき，FD＋DE＝AB となることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

仮定よりAB // ED，AC // FDなので，

四角形AEDFは平行四辺形となる。

ゆえに，DE＝FA･･･①

仮定より，AB＝ACなので，∠FBD＝∠ECD

FD // ACなので，同位角が等しく，∠ECD＝∠FDB

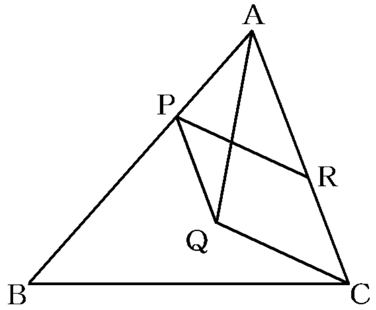
ゆえに，∠FBD＝∠FDBとなり，△FBDは二等辺三角形で，FD＝FB･･･②

①，②より，FD＋DE＝FB＋FA＝AB

よって，FD＋DE＝AB

[問題]

　次の図のように，△ABCの辺AB上の点PからACと平行になるようにひいた直線と∠BACの二等分線との交点をQとする。また，PからQCと平行になるようにひいた直線と辺ACとの交点をRとする。このとき，RC＝PAであることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

仮定より，PQ // RC，PR // QCなので，四角形PQCRは平行四辺形となる。

ゆえに，RC＝PQ･･･①

次に，PQ // ACなので，錯角が等しく，∠PQA＝∠RAQ

仮定より，∠RAQ＝∠PAQ

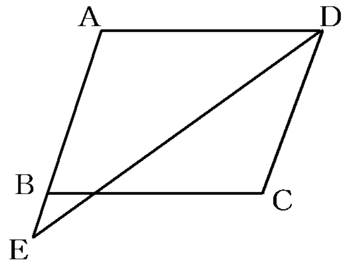
ゆえに，∠PQA＝∠PAQとなり，△PAQは二等辺三角形で，PQ＝PA･･･②

①，②より，RC＝PA

【】平行四辺形の性質②(向かい合う角が等しい)

[問題]

右の図で，四角形ABCDは平行四辺形で，EDは∠ADCの二等分線である。∠BED＝35°のとき，∠ABCの大きさを求めよ。

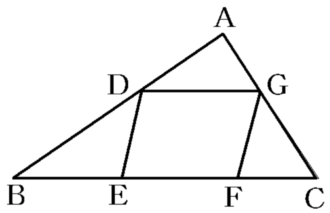


[解答欄]

[解答]70°

[問題]

右の図で，△ABCは∠A＝90°の直角三角形で，四角形DEFGは平行四辺形である。∠BDE＝42°，∠ACB＝56°のとき，∠DGFの大きさを求めよ。

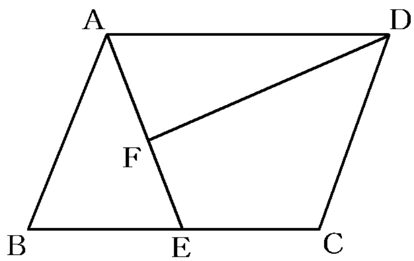


[解答欄]

[解答]76°

[問題]

右の図で，Eは平行四辺形ABCDの辺BC上の点で，AB＝AEである。また，Fは線分AE上の点であり，∠AFD＝90°である。∠ABE＝68°のとき∠CDFの大きさは何度か。

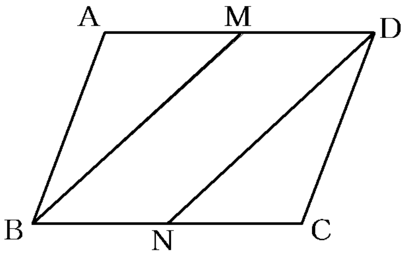


[解答欄]

[解答]46°

[問題]

平行四辺形ABCDの対辺AD，BCの中点をそれぞれM，Nとするとき，BM＝DNであることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABMと△CDNにおいて，

四角形ABCDは平行四辺形なので，AB＝CD･･･①

また，AM＝$\frac{1}{2}$AD＝$\frac{1}{2}$BC＝CNで，AM＝CN･･･②

平行四辺形の向かい合う角は等しいので，∠BAM＝∠DCN･･･③

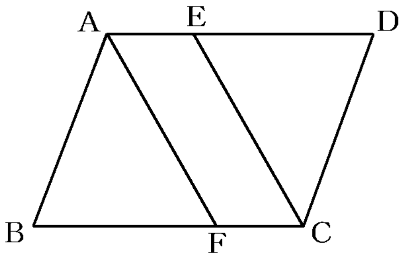
①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABM≡△CDN

ゆえに，BM＝DN

[問題]

　平行四辺形ABCDの対角∠A，∠Cの2等分線がBC，ADと交わる点をそれぞれF，Eとすると，BF＝DEとなることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABFと△CDEにおいて，

四角形ABCDは平行四辺形なので，AB＝CD･･･①

∠ABF＝∠CDE･･･②

仮定より，$\angle BAF=\dfrac{1}{2}\angle BAD$，$\angle DCE=\dfrac{1}{2}\angle DCB$

∠BAD＝∠DCBなので，∠BAF＝∠DCE･･･③

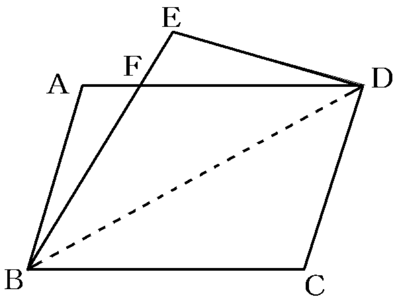
①，②，③より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ABF≡△CDE

ゆえに，BF＝DE

[問題]

　次の図のように，平行四辺形ABCDを対角線BDを折り目として折り返し，頂点Cが移る点をE，BEとADの交点をFとする。このとき，FA＝FEとなることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

仮定より，∠FBD＝∠CBD

AD // BCなので，錯角が等しく，∠CBD＝∠FDB

ゆえに，∠FBD＝∠FDBとなり，△FBDは二等辺三角形で，FD＝FB･･･①

四角形ABCDは平行四辺形なので，AD＝BC

また，BC＝BE

ゆえに，AD＝BE･･･②

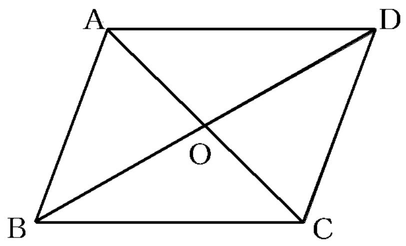
FA＝AD－FD，FE＝BE－FB

①，②より，FA＝FE

【】平行四辺形の性質③(対角線はそれぞれ中点で交わる)

[問題]

次の図を使って，平行四辺形の2つの対角線はおのおの中点で交わることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABOと△CDOにおいて，

四角形ABCDは平行四辺形なので，AB＝CD･･･①

AB // CDなので，錯角が等しく，∠BAO＝∠DCO･･･②

∠ABO＝∠CDO･･･③

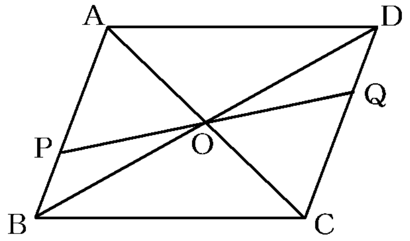
①，②，③より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ABO≡△CDO

ゆえに，AO＝CO，BO＝DO

[問題]

平行四辺形ABCDで，対角線の交点Oを通る直線をひき，対辺AB，CDとの交点を，それぞれP，Qとする。このとき，OP＝OQであることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△BPOと△DQOにおいて，

平行四辺形の対角線はたがいに中点で交わるので，BO＝DO･･･①

対頂角は等しいので，∠BOP＝∠DOQ･･･②

AB // CDなので，錯角が等しく，∠PBO＝∠QDO･･･③

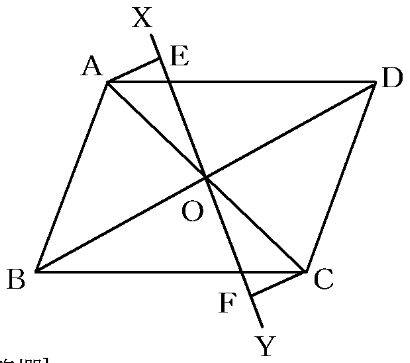
①，②，③より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△BPO≡△DQO

ゆえに，OP＝OQ

[問題]

平行四辺形ABCDの対角線の交点をOとする。Oを通る直線XYに，頂点A，Cから垂線AE，CFをひくと，AE＝CFであることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△AEOと△CFOにおいて，

仮定より，∠AEO＝∠CFO＝90°･･･①

平行四辺形の対角線はたがいに中点で交わるので，

AO＝CO･･･②

対頂角は等しいので，∠AOE＝∠COF･･･③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので，

△AEO≡△CFO

ゆえに，AE＝CF

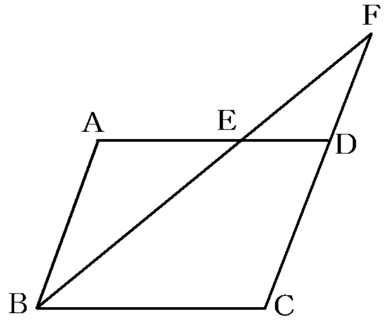
【】平行四辺形の性質④(その他)

[問題]

平行四辺形ABCDで，∠Bの2等分線が辺AD，CDの延長と交わる点を，それぞれE，Fとするとき，次のことを証明せよ。

(1) AB＝AE

(2) CB＝CF



[解答欄]

(1)
(2)

[解答]

(1) 仮定より，∠ABE＝∠CBE

AD // BCなので，錯角が等しく，∠CBE＝∠AEB

ゆえに，∠ABE＝∠AEB

ゆえに，△ABEは二等辺三角形となり，AB＝AE

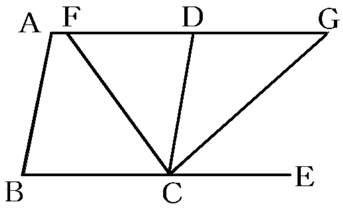
(2) AB // CFなので，錯角が等しく，∠ABE＝∠CFB

∠ABE＝∠CBFなので，∠CFB＝∠CBF

ゆえに，△CBFは二等辺三角形となり，CB＝CF

[問題]

次の図のように，平行四辺形ABCDの辺BCをのばした直線上に点Eをとり，∠DCBの二等分線と∠DCEの二等分線とが，直線ADと交わる点を，それぞれF，Gとするとき，DF＝DGであることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

AD // BCなので，錯角が等しく，∠DFC＝∠BCF

仮定より，∠BCF＝∠DCF

ゆえに，∠DFC＝∠DCFとなり，△DECは二等辺三角形になる。

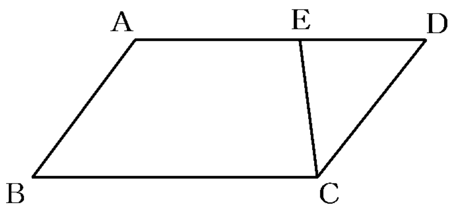
ゆえに，DF＝DC

同様にして，DC＝DG

ゆえに，DF＝DG

[問題]

　次の図のような平行四辺形ABCDの辺AD上に，∠ECD＝∠ABCとなるように点Eをとる。このとき，AE＋EC＝BCとなることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

四角形ABCDは平行四辺形なので，向かい合う角が等しく，∠CDE＝∠ABC

仮定より，∠ABC＝∠ECD

ゆえに，∠CDE＝∠ECD となり，△ECDは二等辺三角形

ゆえに，EC＝ED

AE＋EC＝AE＋ED＝AD＝BC

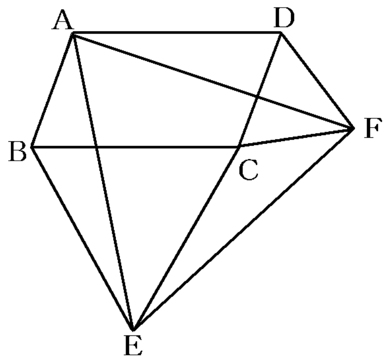
よって，AE＋EC＝BC

[問題]

平行四辺形ABCDの2辺BC，CDをそれぞれ1辺とする正三角形BEC，CFDを次の図のようにつくるとき，次のことを証明せよ。

(1) ∠ABE＝∠FDA＝∠FCE

(2) △AEFは正三角形である。



[解答欄]

(1)
(2)

[解答]

(1)∠ABC＝xとおく。

△BEC，△CFDは正三角形なので，

∠ABE＝x＋60°

∠FDA＝x＋60°

次に，∠BCD＝180°－xなので，

∠FCE＝360°－∠BCD－60°－60°＝360°－(180°－x)－120°＝60°＋x

以上より，∠ABE＝∠FDA＝∠FCE

(2)△ABEと△FDAにおいて，

△BEC，△CFDは正三角形なので，DF＝DC

四角形ABCDは平行四辺形なので，DC＝AB

ゆえに，AB＝DF･･･①

同様にして，AD＝BC，BC＝BEなので，AD＝BE･･･②

(1)より，∠FDA＝∠ABE･･･③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABE≡△FDAとなり，AE＝AF･･･④

次に，△FDAと△FCEにおいて

△CFDは正三角形なので，DF＝CF･･･⑤

CE＝CB，CB＝DAなので，DA＝CE･･･⑥

(1)より，∠FDA＝∠FCE･･･⑦

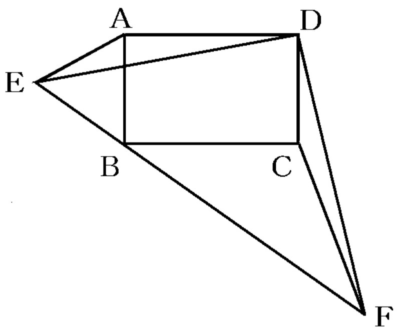
⑤，⑥，⑦より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△FDA≡△FCEとなり，AF＝EF･･･⑧

④，⑧よりAE＝EF＝AFとなり，△AEFは正三角形になる。

[問題]

次の図のように，長方形ABCDの頂点Bを通る直線上に，2点E，FをAB＝AE，BC＝CFとなるようにとる。このとき，ED＝DFとなることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△AEDと△CDFにおいて，

仮定より，AE＝AB

四角形ABCDは長方形なので，AB＝CD

ゆえに，AE＝CD･･･①

同様にして，AD＝BC，BC＝CFなので，AD＝CF･･･②

次に，$\angle ABE = x$ とおく。

$AB = AE$ なので，$\angle AEB = \angle ABE = x$

ゆえに，$\angle EAB = 180° - 2x$

ゆえに，$\angle EAD = 180° - 2x + 90° = 270° - 2x$ ･･･③

また，$\angle ABE = x$ なので，$\angle CBF = 180° - 90° - x = 90° - x$

$BC = CF$ なので，$\angle CFB = \angle CBF = 90° - x$

ゆえに，$\angle BCF = 180° - (90° - x) \times 2 = 2x$

ゆえに，$\angle DCF = 360° - 90° - 2x = 270° - 2x$ ･･･④

③，④より，$\angle EAD = \angle DCF$ ･･･⑤

①，②，⑤より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

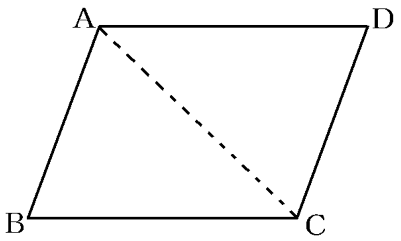
$\triangle AED \equiv \triangle CDF$

ゆえに，$ED = DF$

【】平行四辺形になる条件①(向かい合う2組の辺が等しい)

[問題]

　次の図において，AB＝CD，BC＝DAならば，四角形ABCDは平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABCと△CDAにおいて，

ACは共通･･･①

仮定より，AB＝CD･･･②，BC＝DA･･･③

3辺が等しいので，△ABC≡△CDA

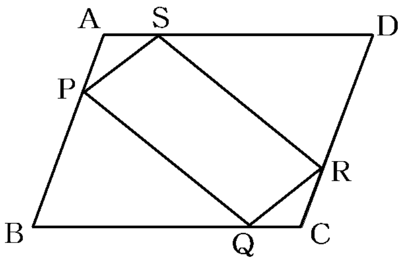
ゆえに，∠BCA＝∠DACで，錯角が等しいので，AD // BC

　∠BAC＝∠DCAで，錯角が等しいので，AB // DC

ゆえに，向かい合う2組の辺が平行なので，四角形ABCDは平行四辺形になる。

[問題]

平行四辺形ABCDの辺AB，BC，CD，DA上にそれぞれ点P，Q，R，Sをとり，AP＝CR，BQ＝DSとなるようにすれば，四角形PQRSは平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△APSと△CRQにおいて，

仮定より，AP＝CR･･･①

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので，AD＝CB

仮定より，DS＝BQなので，

AS＝AD－DS＝CB－BQ＝CQ

ゆえに，AS＝CQ･･･②

平行四辺形の向かい合う角の大きさは等しいので，∠PAS＝∠RCQ･･･③

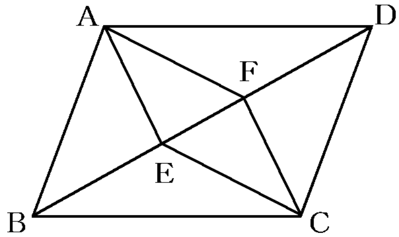
①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△APS≡△CRQ

ゆえに，PS＝RQ

同様にして，△BPQ≡DRSとなり，PQ＝RS

向かい合う2組の辺の長さが等しいので，四角形PQRSは平行四辺形になる。

[問題]



平行四辺形ABCDの頂点A，Cから対角線BDへ垂線をひき，その交点をそれぞれE，Fとすると。

(1) △ABEと△CDFが合同になることを証明せよ。

(2) 四角形AECFが平行四辺形になることを証明せよ。

[解答欄]

(1)
(2)

[解答]

(1) △ABEと△CDFにおいて，

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので，AB＝CD･･･①

AB // CDなので，錯角が等しく ∠ABE＝∠CDF･･･②

仮定より，∠AEB＝∠CFD＝90°･･･③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので，

△ABE≡△CDF

(2) △AFDと△CEBにおいて，

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので，AD＝CB･･･④

(1)より，△ABE≡△CDFなので，DF＝BE･･･⑤

AD // BCなので，錯角が等しく，∠ADF＝∠CBE･･･⑥

④，⑤，⑥より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

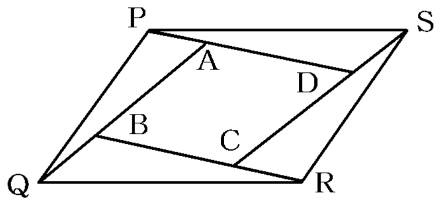
△AFD≡△CEB　ゆえに，AF＝CE

また，(1) より，△ABE≡△CDFなので，AE＝CF

向かい合う2組の辺の長さが等しいので，四角形AECFは平行四辺形になる。

[問題]

　次の図のように，平行四辺形ABCDの各辺の延長線上に，それぞれP，Q，R，Sをとり，AP＝BQ＝CR＝DSとすれば，四角形PQRSは平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△PDSと△RBQにおいて，

仮定より，DS＝BQ･･･①

四角形ABCDは平行四辺形なので，AD＝CB

また，PA＝RCなので，PD＝RB･･･②

平行四辺形の向かい合う角は等しいので，∠ADC＝∠CBA

ゆえに，∠PDS＝180°－∠ADC＝180°－∠CBA＝∠RBQ

ゆえに，∠PDS＝∠RBQ･･･③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△PDS≡△RBQ　　ゆえに，PS＝RQ･･･④

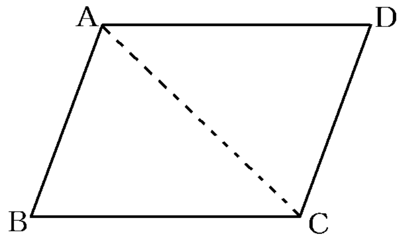
以上と同様にして，△QAP≡△SCRとなり，PQ＝RS･･･⑤

④，⑤より向かい合う2組の辺の長さが等しいので，四角形PQRSは平行四辺形になる。

【】平行四辺形になる条件②(向かい合う1組の辺が平行で等しい)

[問題]

次の図において，ADとBCが平行で等しいならば，四角形ABCDは平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABCと△CDAにおいて，

ACは共通･･･①

仮定より，BC＝DA･･･②

AD // BCなので，錯角が等しく，∠BCA＝∠DAC･･･③

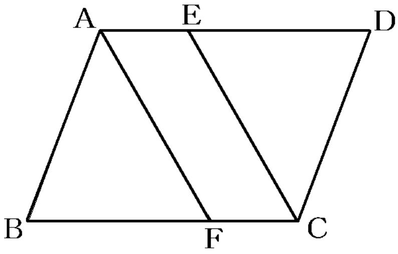
①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABC≡△CDA

ゆえに，AB＝CD

向かい合う2組の辺の長さが等しいので，四角形ABCDは平行四辺形になる。

[問題]

平行四辺形ABCDの対辺AD，BC上にそれぞれ点E，FをAE＝CFとなるようにとる。このとき，四角形AFCEは平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

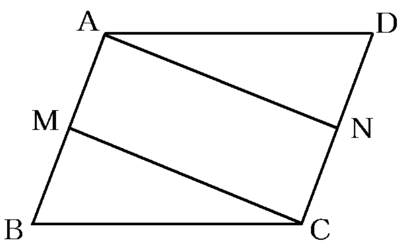
四角形ABCDは平行四辺形なので，AE // FC

仮定より，AE＝FC

1組の辺が平行で等しいので，四角形AFCEは平行四辺形である。

[問題]

平行四辺形ABCDの対辺AB，DCの中点を，それぞれM，Nとするとき，四角形AMCNは平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

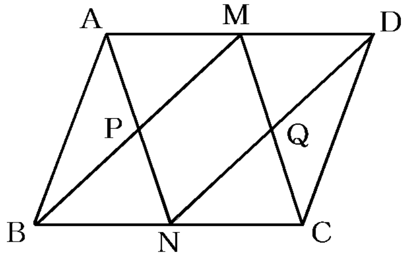
四角形ABCDは平行四辺形なので，AM // NC

AB＝DC，AM＝$\dfrac{1}{2}$AB，NC＝$\dfrac{1}{2}$DCなので，AM＝NC

1組の辺が平行で等しいので，四角形AMCNは平行四辺形である。

[問題]

平行四辺形ABCDの対辺AD，BCの中点をそれぞれM，Nとするとき，四角形PNQMは平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

四角形ANCMについて，

四角形ABCDは平行四辺形なので，AM // NC

AD＝BC，AM＝$\frac{1}{2}$AD，NC＝$\frac{1}{2}$BCなので，AM＝NC

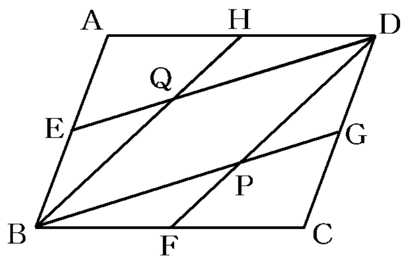
1組の辺が平行で等しいので，四角形AMCNは平行四辺形である。ゆえに，PN // MQ

同様にして，四角形BNDMは平行四辺形で，MP // QN

2組の辺が平行なので，四角形PNQMは平行四辺形である。

[問題]

平行四辺形ABCDの各辺の中点を，E，F，G，Hとし，BGとDFの交点をP，BHとDEの交点をQとすると，四角形BPDQは平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

四角形BFDHについて，

四角形ABCDは平行四辺形なので，HD // BF

AD＝BC，HD＝$\dfrac{1}{2}$AD，BF＝$\dfrac{1}{2}$BCなので，HD＝BF

1組の辺が平行で等しいので，四角形BFDHは平行四辺形である。

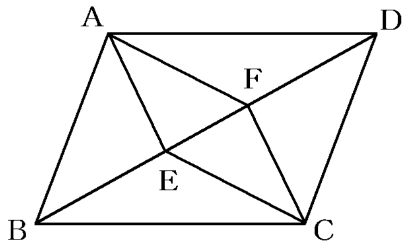
ゆえに，BQ // PD

同様にして，四角形BGDEは平行四辺形となり，BP // QD

2組の辺が平行なので，四角形BPDQは平行四辺形である。

[問題]

平行四辺形ABCDの頂点A，Cから対角線BDへ垂線をひき，その交点をそれぞれE，Fとすると，四角形AECFは平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABEと△CDFにおいて,

四角形ABCDは平行四辺形なので，AB＝CD･･･①

AB // CDなので，錯角が等しく，∠ABE＝∠CDF･･･②

仮定より，∠AEB＝∠CFD＝90°･･･③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので,

△ABE≡△CDF

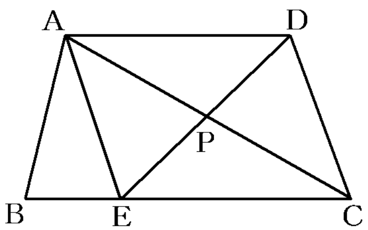
ゆえに，AE＝CF

また，∠AEF＝∠CFE＝90°なので，錯角が等しく，AE // CF

1組の辺が平行で等しいので，四角形AECFは平行四辺形である。

[問題]

台形ABCDにおいて，対角線ACの中点をPとし，DPの延長とBCの交点をEとするとき，四角形AECDは平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ADPと△CEPにおいて,

仮定より，AP＝CP･･･①

対頂角は等しいので，∠APD＝∠CPE･･･②

AD // BCなので，錯角が等しく，∠DAP＝∠ECP･･･③

①，②，③より，1辺と両端の角がそれぞれ等しいので,

△ADP≡△CEP

ゆえに，AD＝CE

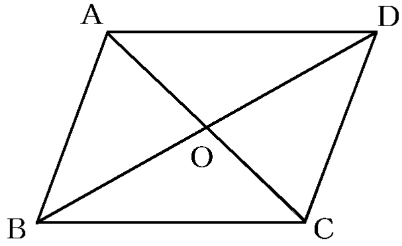
また，AD // CE

1組の辺が平行で等しいので，四角形AECDは平行四辺形である。

【】平行四辺形になる条件③(対角線がそれぞれ中点で交わる)

[問題]

　次の図で，AO＝CO，BO＝DOであるとき，四角形ABCDは平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABOと△CDOにおいて，

仮定より，AO＝CO･･･①

　　　　　BO＝DO･･･②

対頂角は等しいので，∠AOB＝∠COD･･･③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABO≡△CDO

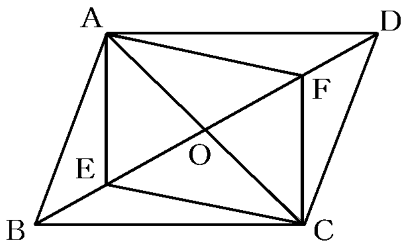
ゆえに，AB＝CD

∠OAB＝∠OCDなので，錯角が等しく，AB // CD

1組の辺が平行で等しいので，四角形ABCDは平行四辺形になる。

[問題]

平行四辺形ABCDの2つの対角線の交点をOとし，対角線BD上に点E，FをOE＝OFとなるようにとる。このとき，四角形AECFは平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

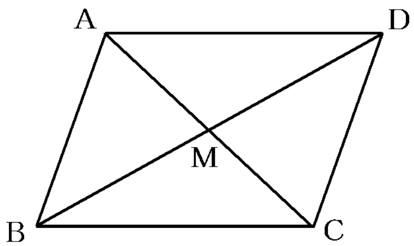
四角形ABCDは平行四辺形なので，OA＝OC

仮定より，OE＝OF

ゆえに，対角線がそれぞれ中点で交わるので，四角形AECFは平行四辺形となる。

[問題]

次の図のような△ABCで，点Bと辺ACの中点Mを結んだ直線と，点Cを通りBAに平行にひいた直線との交点をDとする。このとき，四角形ABCDが平行四角形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABMと△CDMにおいて,

仮定より，AM＝CM･･･①

対頂角は等しいので，∠AMB＝∠CMD･･･②

仮定より，AB // CDなので，錯角が等しく，∠BAM＝∠DCM

①，②，③より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,

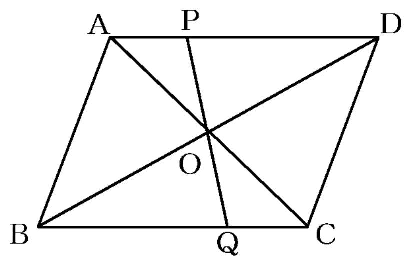
△ABM≡△CDM

ゆえに，BM＝DM･･･④

①，④より，対角線がそれぞれ中点で交わるので，四角形ABCDは平行四辺形となる。

[問題]

　平行四辺形ABCDの対角線の交点Oを通って，次の図のように直線PQをひくと，四角形PBQDは平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△APOと△CQOにおいて，

四角形ABCDは平行四辺形なので，AO＝CO･･･①

対頂角は等しいので，∠AOP＝∠COQ･･･②

AD // BCなので，錯角が等しく，∠PAO＝∠QCO･･･③

①，②，③より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△APO≡△CQO

ゆえに，PO＝QO

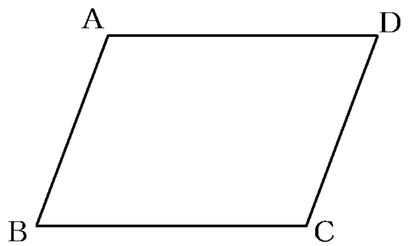
また，四角形ABCDは平行四辺形なので，DO＝BO

対角線がそれぞれ中点で交わるので，四角形PBQDは平行四辺形となる。

【】平行四辺形になる条件④(向かい合う2組の角が等しい)

[問題]

　次の図で，$\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$であるとき，四角形ABCDは平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

四角形の内角の和は360°なので，

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$

仮定より，$\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$

ゆえに，$2\angle A+2\angle B=360°$ゆえに，$\angle A+\angle B=180°$

ここで，BAの延長線上に点Eをとる。

$\angle ABC+\angle BAD=180°$，$\angle EAD+\angle BAD=180°$なので，

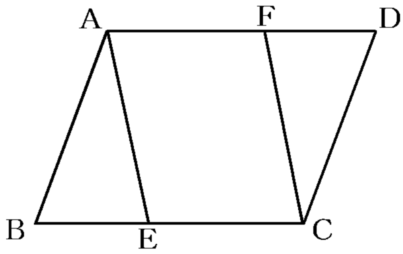
$\angle ABC=\angle EAD$となり，同位角が等しいので，AD // BC

また，$\angle EAD=\angle ADC$なので，錯角が等しく，AB // DC

ゆえに，2組の向かい合う辺が平行なので，四角形ABCDは平行四辺形になる。

[問題]

次の図の平行四辺形ABCDで∠AEB＝∠CFDとすると，四角形AECFは平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

AD // BCなので，∠AEB＝∠EAF

∠CFD＝∠ECF

仮定より，∠AEB＝∠CFDなので，∠EAF＝∠ECF･･･①

∠AFC＝180°－∠CFD

∠AEC＝180°－∠AEB

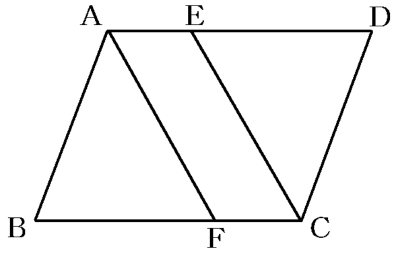
仮定より，∠AEB＝∠CFDなので，∠AFC＝∠AEC･･･②

①，②より向かい合う2組の角が等しいので，

四角形AECFは平行四辺形になる。

[問題]

平行四辺形ABCDの対角∠A，∠Cの2等分線がBC，ADと交わる点をそれぞれF，Eとするとき，四角形AFCEは平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

四角形ABCDは平行四辺形なので向かい合う角は等しく，

∠BAD＝∠BCD

仮定より，$\angle \mathrm{EAF}=\dfrac{1}{2}\angle \mathrm{BAD}$，$\angle \mathrm{ECF}=\dfrac{1}{2}\angle \mathrm{BCD}$

ゆえに，∠EAF＝∠ECF･･･①

また，AD // BCなので，∠BFA＝∠EAF，∠DEC＝∠ECF

ゆえに，∠BFA＝∠DEC

∠CFA＝180°－∠BFA

∠AEC＝180°－∠DEC

ゆえに，∠CFA＝∠AEC･･･②

①，②より向かい合う2組の角が等しいので，四角形AFCEは平行四辺形になる。

【】長方形

[問題]

長方形は平行四辺形でもあることを証明せよ。

[解答欄]

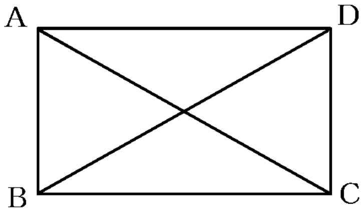
[解答]

長方形の定義より，4つの内角はすべて等しい。

ゆえに，向かい合う2組の角は等しくなるので，平行四辺形となる。

[問題]

次の図を使って，長方形の対角線の長さが等しいことを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABCと△DCBにおいて，

BCは共通･･･①

四角形ABCDは長方形なので，∠ABC＝∠DCB＝90°･･･②

AB＝DC･･･③

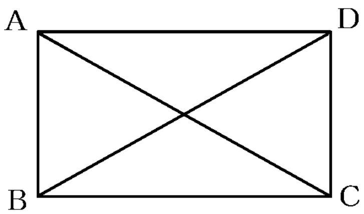
①，②，③より2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABC≡△DCB

ゆえに，AC＝DB

[問題]

次の図を使って，対角線の長さが等しい平行四辺形は長方形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABCと△DCBにおいて，

BCは共通･･･①

仮定より，AC＝DB･･･②

平行四辺形の向かい合う角は等しいので，AB＝DC･･･③

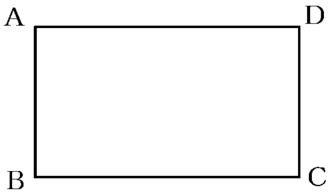
①，②，③より，3辺がそれぞれ等しいので，$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

ゆえに，$\angle ABC = \angle DCB$，さらに，$\angle ABC = \angle ADC$，$\angle BAD = \angle DCB$なので

4つの内角がすべて等しい。ゆえに，四角形ABCDは長方形となる。

[問題]

1つの角が直角である平行四辺形は長方形であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\angle A = 90^\circ$と仮定する。

平行四辺形の向かい合う角は等しいので，$\angle C = \angle A = 90^\circ$

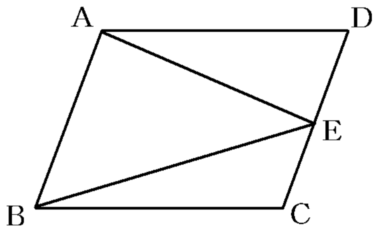
$\angle B + \angle D = 360^\circ - (\angle A + \angle C) = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$

$\angle B = \angle D$なので，$\angle B = \angle D = 90^\circ$

ゆえに，$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$となり，四角形ABCDは長方形となる。

[問題]

　平行四辺形ABCDの辺DCの中点をEとするとき，AE＝BEならば，この四角形ABCDは長方形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ADEと△BCEにおいて，

仮定より　AE＝BE･･･①

　　　　　DE＝CE･･･②

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので，AD＝BC･･･③

①，②，③より，3辺がそれぞれ等しいので，

△ADE≡△BCE

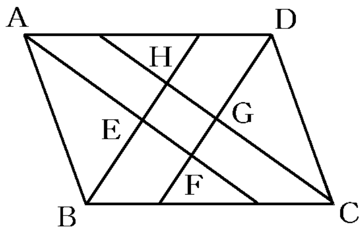
ゆえに，∠ADE＝∠BCE

平行四辺形の向かい合う角は等しいので，∠ADE＝∠ABC，∠ECB＝∠BAD

ゆえに，4つの内角がすべて等しくなり，四角形ABCDは長方形となる。

[問題]

平行四辺形ABCDの4つの角の二等分線で囲まれた四角形は長方形になる。このことを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

∠BAE＝x，∠ABE＝yとおくと，

仮定より，∠DAE＝∠DCG＝∠BCG＝x

∠CBE＝∠ADG＝∠CDG＝y

四角形の内角の和は360°なので，$4x+4y=360°$ゆえに，$x+y=90°$

∠HEF＝∠AEB＝180°−(∠BAE＋∠ABE)＝180°−($x+y$)＝90°

同様にして，∠FGH＝90°

また，△AFDについて，

∠AFD＝180°−(∠FAD＋∠FDA)＝180°−($x+y$)＝90°

同様にして，∠BHC＝90°

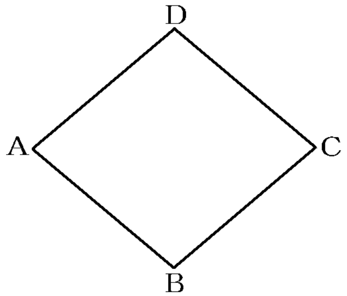
以上より，四角形EFGHの内角はすべて90°で等しくなる。

ゆえに，四角形EFGHは長方形となる。

【】ひし形

[問題]

ひし形は平行四辺形でもあることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

ひし形ABCDにおいて4辺がすべて等しいので，

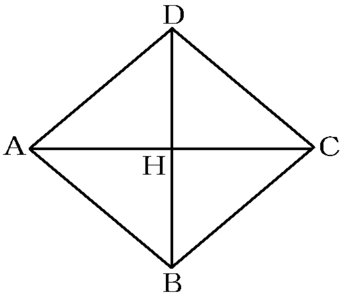
AB＝DC，AD＝BC

ゆえに，向かい合う2組の辺の長さが等しいので，

ひし形ABCDは平行四辺形となる。

[問題]

次の図を使って，ひし形の対角線が垂直に交わることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ADHと△CDHにおいて，

DHは共通･･･①

四角形ABCDはひし形なので，AD＝CD･･･②

また，ひし形は平行四辺形でもあるので，AH＝CH･･･③

ゆえに，3つの辺がそれぞれ等しいので，

△ADH≡△CDH

ゆえに，∠AHD＝∠CHD

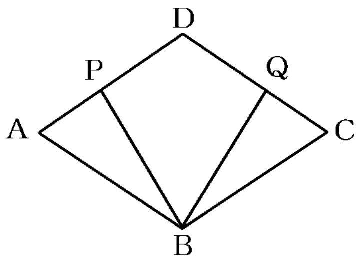
また，∠AHD＋∠CHD＝180°

よって，∠AHD＝∠CHD＝90°

したがって，AC⊥DH

[問題]

　ひし形ABCDの頂点BからAD，CDにひいた垂線を，それぞれBP，BQとするとき，BP＝BQであることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABPと△CBQにおいて，

四角形ABCDはひし形なので，AB＝CB･･･①

ひし形は平行四辺形でもあるので，向かい合う内角が等しく，

∠BAP＝∠BCQ･･･②

仮定より，∠APB＝∠CQB＝90°･･･③

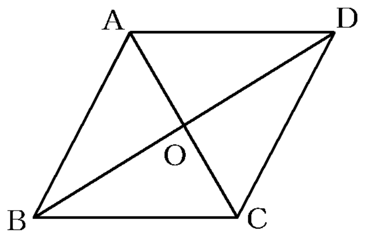
①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の1鋭角がそれぞれ等しいので，

△ABP≡△CBQ

ゆえに，BP＝BQ

[問題]

次の図を使って，対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△ABOと△ADOにおいて，

AOは共通･･･①

平行四辺形の対角線はたがいに中点で交わるので，BO＝DO･･･②

仮定より，∠AOB＝∠AOD･･･③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABO≡△ADO

ゆえに，AB＝AD･･･④

平行四辺形の向かい合う辺は等しいので，

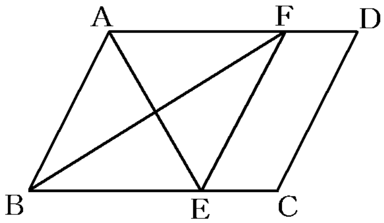
AB＝CD，AD＝BC･･･⑤

④，⑤よりAB＝BC＝CD＝DA

ゆえに，四角形ABCDはひし形となる。

[問題]

平行四辺形ABCDの∠A，∠Bの二等分線が辺BC，ADと交わる点をそれぞれE，Fとするとき，四角形ABEFはひし形になることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

AEとBFの交点をHとする。

△ABHと△AFHにおいて，

AHは共通･･･①

仮定より，∠BAH＝∠FAH･･･②

また，仮定より，∠ABH＝∠EBH

AF // BEなので，錯角が等しく，∠EBH＝∠AFH

ゆえに，∠ABH＝∠AFH･･･③

②，③より

∠AHB＝180°－(∠BAH＋∠ABH)＝180°－(∠FAH＋∠AFH)＝∠AHF

ゆえに，∠AHB＝∠AHF･･･④

①，②，④より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ABH≡△AFH

ゆえに，AB＝AF

同様にして，△ABH≡△BEHとなり，AB＝BE

△BEH≡△FEHとなり，BE＝EF

以上より，4つの辺の長さが等しいので，

四角形ABEFはひし形になる

[問題]

次の(　ア　)，(　イ　)にあてはまるものを，下の1～4から，それぞれ1つ選び，記号で答えよ。

四角形ABCDは，ABとDCが平行で(　ア　)のとき，平行四辺形であり，さらに，平行四辺形ABCDは，(　イ　)のとき，長方形である。

1　AD＝BC　　2　AB＝DC　　3　AB＝AD　　4　∠A＝∠B

[解答欄]

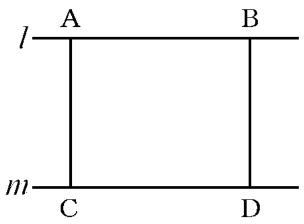
ア	イ

[解答]ア　2，イ　4

【】平行線と面積①(底辺を共有)

[問題]

2直線l, mが平行であるとき，l上の2点A，Bからmにひいた垂線をAC，BDとすると，AC＝BDである。このことを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

仮定より，∠ACD＝90°

∠BDC＝90°なので，

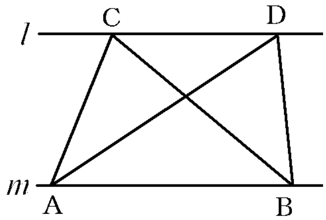
CDの延長上に点Eをとると，∠BDE＝90°

ゆえに，∠ACD＝∠BDEで同位角が等しいので，AC // BD

また，l // mなので，四角形ABCDは平行四辺形となり，AC＝BD

[問題]

次の図で，2直線l, mが平行であるとき，△ABCと△ABDの面積が等しくなることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

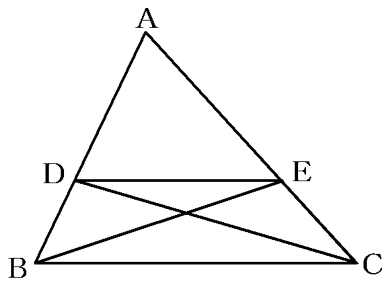
△ABCと△ABDの底辺をともにABとすると，底辺の長さは等しい。･･･①
2直線l, mが平行なので，CからABまでの距離とDからABまでの距離が等しい。

ゆえに，△ABCと△ABDの高さが等しい。･･･②

①，②より△ABCと△ABDの面積は等しい。

[問題]

△ABCで辺BCに平行な直線をひき，AB，ACと交わる点をそれぞれD，Eとする。このとき，△ABEの面積と△ACDの面積が等しくなることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

△BDEと△CDEで底辺をともにDEとすると，

DE　//　BCなので，高さは同じになる。

よって，△BDE＝△CDE,

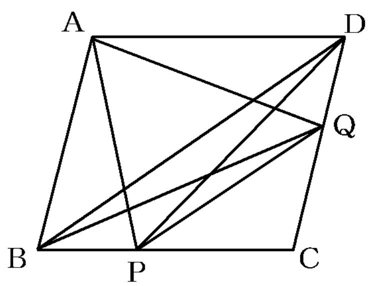
△ABE＝△ADE＋△BDE,

△ACD＝△ADE＋△CDE なので,

△ABE＝△ACD

[問題]

　平行四辺形ABCDの対角線BDに平行な直線が，辺BC，CDと交わる点をそれぞれP，Qとする。△ABPと面積の等しい三角形をすべてあげよ。

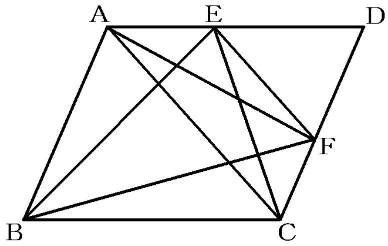


[解答欄]

[解答] △DBP，△DBQ，△DAQ

[問題]

平行四辺形ABCDの対角線に平行な直線が辺AD，CDと交わる点を，それぞれE，Fとする。このとき，△ABEと面積が等しい三角形が3つある。
この三角形をすべてあげよ。

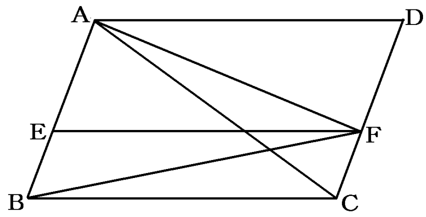


[解答欄]

[解答] △ACE，△ACF，△BCF

[問題]

次の平行四辺形ABCDで，AD // EFであるとき，△FCBと面積が等しい三角形を書け。

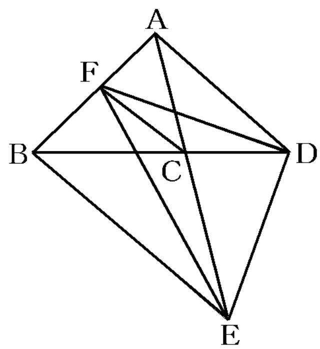


[解答欄]

[解答] △FCA，△BEF

[問題]

次の図で，AD，FC，BEは互いに平行である。
このとき，△DEFは△ABCの面積の何倍か。



[解答欄]

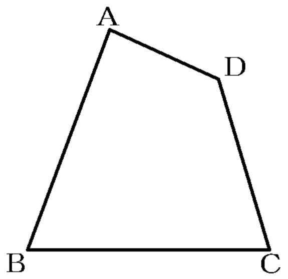
[解答] 2倍

【】等積変形

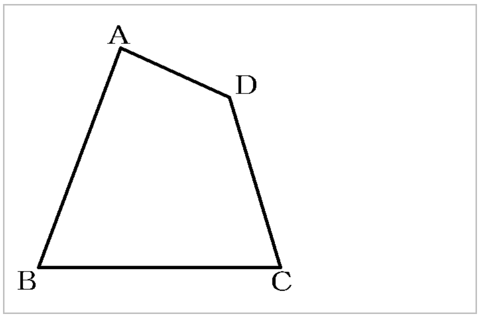
[問題]

次の四角形ABCDと，面積が等しい三角形△ABEを作図せよ。

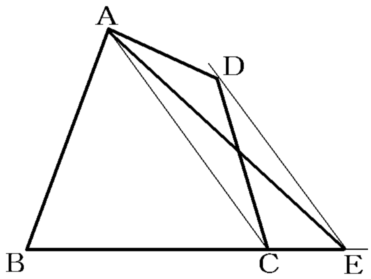
(作図に用いた線は，消さずに残しておくこと)



[解答欄]

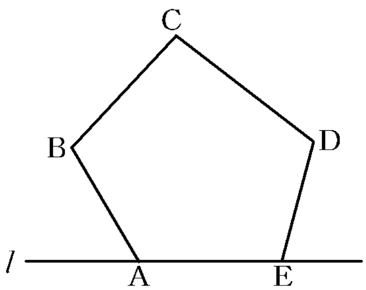


[解答]

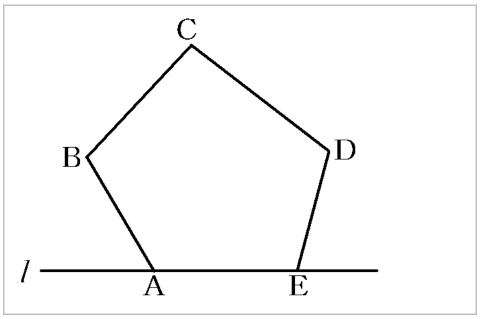


[問題]

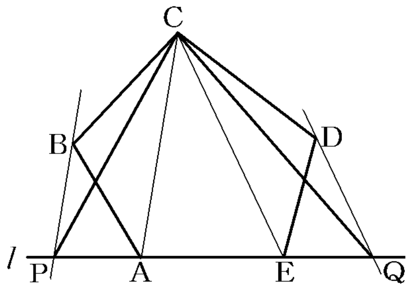
l 上に点P，Qをとって五角形ABCDEの面積と△CPQの面積が等しくなるようにしたい。P，Qの位置を作図によって求めよ。



[解答欄]

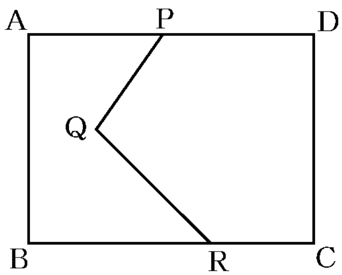


[解答]

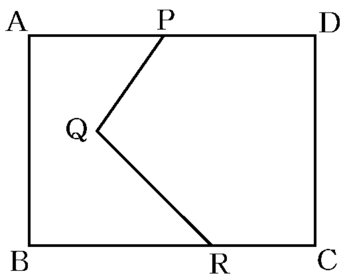


[問題]

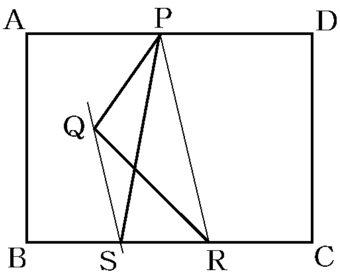
次の図のように，長方形ABCDがあり，PQRを境に2つの部分に分けられている。BC上に点Sをとって，2つの部分の面積を変えないでPSを新しい境界線としたい。点Sの位置を作図によって求めよ。



[解答欄]

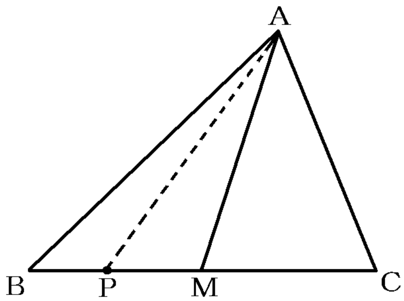


[解答]

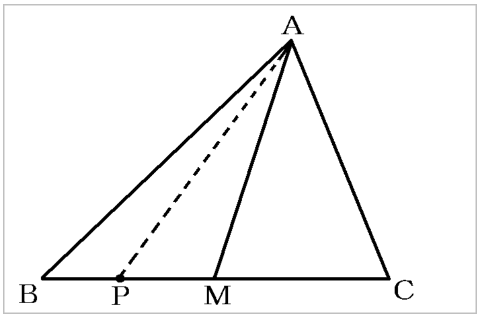


[問題]

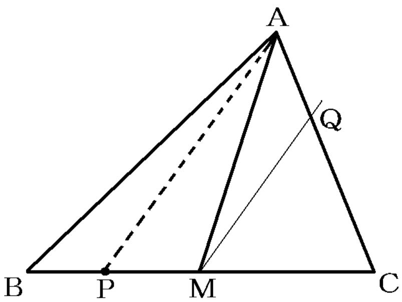
　△ABCにおいて，辺BCの中点をM，BM上の点をPとする。辺AC上に点Qをとって，線分PQが△ABCの面積を2等分するように，解答用紙の図に作図せよ。ただし，作図に用いた線は残し，必要なマークやアルファベットを必ず入れること。



[解答欄]



[解答]



MQ // AP

[印刷／他のPDFファイルについて]
※ このファイルは，FdText数学(9,600円)の一部をPDF形式に変換したサンプルで，印刷・編集はできないようになっています。製品版のFdText数学はWordの文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。
※ FdText(英語・数学・社会･理科･国語)全分野のPDFファイル，および製品版の購入方法はhttp://www.fdtext.com/txt/ に掲載しております。

※ 弊社は，FdTextのほかにFdData中間期末過去問(数学・理科・社会)(各18,900円)を販売しております。PDF形式のサンプル(全内容)は，
http://www.fdtext.com/dat/ に掲載しております。

※ [FdData無料閲覧ソフト(RunFdData)]を，Windowsのデスクトップ上にインストールすれば， FdData中間期末の全PDFファイルを自由に閲覧できます。次のリンクを左クリックするとインストールが開始されます。

【 http://fddata.deci.jp/lnk/instRunFdDataWDs.exe 】

※ダイアログが表示されたら，【実行】ボタンを左クリックしてください。インストール中，いくつかの警告が出ますが，[実行][許可する][次へ]等を選択します。

【Fd教材開発】(092) 404-2266
http://www.fdtext.com/dat/