

【FdData 高校入試：中学数学 1 年：比例・反比例】

[\[関数／比例するもの／式の決定／比例のグラフ／反比例するもの／式の決定／反比例のグラフ／比例・反比例の応用:式・座標／面積／座標が整数／FdData 入試製品版のご案内\]](#)

[\[FdData 入試ホームページ\]](#)掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧]

※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

数学： [\[数学 1 年\]](#), [\[数学 2 年\]](#), [\[数学 3 年\]](#)

理科： [\[理科 1 年\]](#), [\[理科 2 年\]](#), [\[理科 3 年\]](#)

社会： [\[社会地理\]](#), [\[社会歴史\]](#), [\[社会公民\]](#)

※全内容を掲載しておりますが、印刷はできないように設定しております

【】 関数

[問題]

y が x の関数であるものを、次のア～エの中からすべて選べ。

ア 年齢の差が x 歳である 2 人の年齢の和は y 歳である。

イ 底辺が x cm の平行四辺形の面積は y cm² である。

ウ 500g の砂糖から x g 使ったときの残りの量は y g である。

エ 1 本 100 円のボールペンを x 本買ったときの代金は y 円である。

(広島県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

ともなって変わる 2 つの変数 x , y があって、 x の値を決めると、それに対応して y の値がただ 1 つに決まる時、 y は x の関数であるという。

[解答]ウ, エ

[解説]

ともなって変わる 2 つの変数 x , y があって、 x の値を決めると、それに対応して y の値がただ 1 つに決まる時、 y は x の関数であるという。

ア：例えば、年齢差が 2 歳でも、12 歳と 14 歳の時の年齢の和は 26 歳であるが、14 歳と 16 歳の時の年齢の和は 30 歳である。年齢の差 x が決まっても、年齢の和 y は決まらないので、関数とはいえない。

- イ：底辺が x cm と決まっても、高さによって面積 y cm² は変わるので、関数とはいえない。
- ウ： $y=500-x$ という式で表すことができる。この式で、 x が決まると y が 1 つだけ決まるので、関数といえる。
- エ： $y=100x$ という式で表すことができる。この式で、 x が決まると y が 1 つだけ決まるので、関数といえる。

[問題]

次のア～エの中から、 y が x の関数ではないものを 1 つ選べ。

- ア 時速 5km で x 時間歩くときの進んだ道のり y km
- イ 半径 x cm の円の面積 y cm²
- ウ 身長 x cm の人の体重 y kg
- エ 水そうに毎分 3L の割合で水を入れるとき、 x 分間にはいった水の量 y L
- (佐賀県)(*)

[解答欄]

[解答]ウ

[解説]

- ア： $y=5x$ という式で表すことができるので、関数である。
- イ： $y=\pi x^2$ という式で表すことができるので、関数である。
- ウ：身長 x cm が決まっても、体重 y kg は決まらないので、関数ではない。
- エ： $y=3x$ という式で表すことができるので、関数である。

[問題]

次のア～オから、 y が x の関数であるものをすべて選び、記号で答えよ。

- ア 1 辺の長さが x cm である正方形の面積 y cm²
- イ 頂点が x 個である正多角形の 1 つの外角の大きさ y 度
- ウ 降水確率が x % の日の最高気温 y °C
- エ 3% の食塩水 x g にとけている食塩の量 y g
- オ 自然数 x の倍数 y

(熊本県)(*)

[解答欄]

[解答]ア, イ, エ

【解説】

ア： $y = x \times x$, $y = x^2$ という式で表すことができるので、関数である。

イ： $y = 360 \div x$ という式で表すことができるので、関数である。

ウ： 降水確率が決まっても最高気温は決まらないので関数ではない。

エ： $y = x \times \frac{3}{100}$ という式で表すことができるので、関数である。

オ： 自然数 x の倍数は無数にあって 1 つに決まらないので、 y は x の関数ではない。

【問題】

周の長さが 20cm の長方形がある。この長方形の縦の長さを x cm, 横の長さを y cm とするとき、 x と y の関係について、次のア～エの中から、正しく述べているものを 1 つ選び、その記号をかけ。

ア y は x に比例する。

イ y は x に反比例する。

ウ y は x に比例しないが、 y は x の一次関数である。

エ y と x の関係は、比例、反比例、一次関数のいずれでもない。

(和歌山県)(*)

【解答欄】

【解答】ウ

【解説】

$$2x + 2y = 20, \quad x + y = 10, \quad y = -x + 10$$

比例の場合は $y = ax$, 反比例の場合は $y = \frac{a}{x}$ の形で表されるので、 $y = -x + 10$ は比例でも、

反比例でもない。一次関数(2年範囲)は $y = ax + b$ の形で表されるので、 $y = -x + 10$ は一次関数である。

[問題]

反比例 $y = -\frac{4}{x}$ の x の値とそれに対応する y の値の関係について正しいものを、次のア～エ

から 1 つ選び、記号を書け。

ア x の値と y の値の和は、いつも -4 である。

イ y の値から x の値をひいた差は、いつも -4 である。

ウ x の値と y の値の積は、いつも -4 である。

エ y の値を x の値でわった商は、いつも -4 である。

(長野県)(*)

[解答欄]

[解答]ウ

[解説]

ア～エのそれぞれを式で表すと次のようになる。

ア： $x + y = -4$ ， $y = -4 - x$ （一次関数）

イ： $y - x = -4$ ， $y = -4 + x$ （一次関数）

ウ： $xy = -4$ ，両辺を x で割ると， $y = -\frac{4}{x}$ （反比例）

エ： $y \div x = -4$ ， $\frac{y}{x} = -4$ ，両辺に x をかけると， $y = -4x$ （比例）

【】 比例

【】 比例するもの

[比例するものを選べ]

[問題]

次のア～エの中で、 y が x に比例するものを 1 つ選んで記号で答えよ。

ア 6 ページの絵本を読んでいるとき、読んだページ数 x と残りのページ数 y

イ 12km の距離を毎時 x km の速さで進むときにかかる時間 y

ウ 半径 x cm の円の面積 y cm²

エ 底辺が x cm、高さが 6cm の三角形の面積 y cm²

(沖縄県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

$y = ax$ の形で表されるとき、 y は x に比例する。

[解答]エ

[解説]

$y = ax$ の形で表されるとき、 y は x に比例する。

ア： $y = 6 - x$ なので比例しない。

イ：(時間) = $\frac{\text{距離}}{\text{速さ}}$ より $y = \frac{12}{x}$ なので比例しない。

ウ： $y = \pi x^2$ なので比例しない。

エ： $y = \frac{1}{2} \times x \times 6$ ， $y = 3x$ なので比例する。

[問題]

次のア～オのうち、 y が x に比例するものはどれか。すべて選び、記号を書け。

ア 面積が 20cm² であるひし形の 2 本の対角線のそれぞれの長さ x cm と y cm

イ 1 本 x 円の鉛筆 12 本の代金 y 円

ウ 8m のひもを x 人で同じ長さに分けたときの 1 人分のひもの長さ y m

エ x m の道のりを分速 120m で進むときにかかる時間 y 分

オ コップの中の水 70mL から x mL 飲んだときのコップの中に残った水の量 y mL

(大阪府)(*)

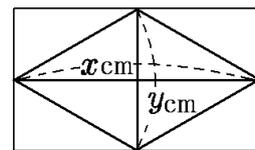
[解答欄]

[解答]イ, エ

[解説]

$y = ax$ の形で表されるとき, y は x に比例する。

ア: 右図のように, ひし形の面積は外側を囲む長方形の面積の $\frac{1}{2}$ であ



るので, (ひし形の面積) $= \frac{1}{2} \times x \times y = \frac{1}{2} xy$ よって, $\frac{1}{2} xy = 20$, $xy = 40$, $y = \frac{40}{x}$

$y = ax$ の形になっていないので, 比例ではない(反比例である)。

イ: $y = x \times 12$, $y = 12x$ で, $y = ax$ の形になっているので比例である。

ウ: $y = 8 \div x$, $y = \frac{8}{x}$

$y = ax$ の形になっていないので, 比例ではない(反比例である)。

エ: (時間) $= \frac{\text{(道のり)}}{\text{(速さ)}}$ なので, $y = \frac{x}{120}$, $y = \frac{1}{120}x$

$y = ax$ の形になっているので比例である。

オ: $y = 70 - x$ で, $y = ax$ の形になっていないので, 比例ではない。

[問題]

次のア～エのうち, y が x に比例するものはどれか。①1つ選び, その記号を書け。

②また, その比例の関係について, y を x の式で表せ。

ア 1辺の長さが $x \text{ cm}$ の立方体の表面積は, $y \text{ cm}^2$ である。

イ 700m の道のりを毎分 $x \text{ m}$ の速さで歩くと, y 分間かかる。

ウ 空の容器に毎分 3L ずつ水を入れると, x 分間で $y \text{ L}$ たまる。

エ ソース 50g にケチャップ $x \text{ g}$ を混ぜると, 全体の重さは $y \text{ g}$ である。

(岩手県)(*)

[解答欄]

①	②
---	---

[解答]① ウ ② $y = 3x$

[解説]

$y = ax$ の形で表されるとき, y は x に比例する。

ア: $y = 6x^2$ なので比例しない。

イ: (時間) $= \frac{\text{(距離)}}{\text{(速さ)}}$ より $y = \frac{700}{x}$ なので比例しない。

ウ: $y = 3x$ なので比例する。

エ: $y = 50 + x$ なので比例しない。

[問題]

次のア～オのうち、 y が x に比例するものをすべて選び、記号で答えよ。

ア 自然数 x の約数の個数は y 個である。

イ x 円の商品を1000円支払って買うとき、おつりは y 円である。

ウ 1200mの道のりを分速 x mの速さで進むとき、かかる時間は y 分である。

エ 5%の食塩水が x gあるとき、この食塩水に含まれる食塩の量は y gである。

オ 何も入っていない容器に水を毎分2Lずつ x 分間入れるとき、たまる水の量は y Lである。

(群馬県)(*)

[解答欄]

[解答]エ, オ

[解説]

ア：自然数 x が決まれば、その約数の個数は決まるので、 y は x の関数である。しかし、約数の個数 y は自然数 x に比例することはない。

イ： $y=1000-x$ と一次関数になるが、 $y=ax$ の形ではないので、比例ではない。

ウ： $y=\frac{1200}{x}$ と反比例になる。

エ： $y=x\times\frac{5}{100}$, $y=\frac{1}{20}x$ なので、比例である。

オ： $y=2\times x$, $y=2x$ なので、比例である。

[式で表せ]

[問題]

あるお菓子を作るのに、バター30gに対して小麦粉120gを使う。この割合でバター x g、小麦粉 y gを用意するとき、 y を x の式で表せ。

(岩手県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

(バター) : (小麦粉)の比は一定である。

[解答] $y=4x$

[解説]

(バター) : (小麦粉)の比は一定であるので、 $30 : 120 = x : y$
比の外項の積は内項の積に等しいので、 $30y = 120x$ 、 $y = 4x$

[問題]

1m 当たりの重さが 30g の針金がある。この針金の長さが x m のときの重さを y kg とする。
 y を x の式で表せ。

(静岡県)(*)

[解答欄]

[解答] $y = \frac{3}{100}x$

[解説]

1m 当たりの重さが 30g なので、 x m のときの重さは $30x$ (g) である。kg に換算すると、

$30x \div 1000 = \frac{30}{1000}x = \frac{3}{100}x$ (kg) である。よって、 $y = \frac{3}{100}x$ の式が成り立つ。

[問題]

同じ重さの玉がいくつかある。5 個の玉の重さをはかると 20g であった。このとき、 x 個の玉の重さを y g として、 y を x の式で表せ。

(沖縄県)(*)

[解答欄]

[解答] $y = 4x$

[解説]

1 個の玉の重さは $20 \div 5 = 4$ (g) なので、 x 個では、 $4 \times x = 4x$ (g) になる。
よって、 $y = 4x$ の関係が成り立つ。

[問題]

変数 x, y について、 x と y の関係を表した次の式のうち、 y が x に比例する関係を表した式はどれか。次のア～エからすべて選び、その記号を書け。

ア $y = 3x$ イ $y = \frac{x}{3}$ ウ $y = x + 3$ エ $y = 3x^2$

(高知県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

比例の場合、 $y = ax$ (a は比例定数) という式で表すことができる。

[解答]ア, イ

[解説]

比例の場合、 $y = ax$ (a は比例定数) という式で表すことができる。アの $y = 3x$ は比例の式で

比例定数は 3, イの $y = \frac{x}{3}$ は $y = \frac{1}{3}x$ と変形できる。これは比例の式で比例定数は $\frac{1}{3}$ である。

ウは一次関数の式(2年範囲), エは二次関数の式(3年範囲)である。

[問題]

$a < 0$ のとき、関数 $y = ax$ について必ずいえることを、次のア～エからすべて選んで記号を書け。

ア x が増加すると、 y も増加する。

イ x が増加すると、 y は減少する。

ウ y は x に比例する。

エ x は y に反比例する。

(秋田県)(*)

[解答欄]

[解答]イ, ウ

[解説]

関数 $y = ax$ は比例を表す式である。 a は比例定数である。

$a > 0$ のとき、 x が増加すると y も増加する。

$a < 0$ のとき、 x が増加すると y は減少する。

[問題]

1 辺の長さが x cm の正三角形がある。この正三角形の周の長さを y cm とすると、 y は x に比例する。その比例定数を答えよ。

(広島県)(*)

[解答欄]

[解答]3

[解説]

$y = x \times 3$, $y = 3x$ なので、 y は x に比例し、比例定数は 3 である。

【】式の決定

[問題]

y は x に比例し、 $x=3$ のとき、 $y=-6$ である。このとき、 y を x の式で表せ。

(長崎県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

y は x に比例するので $y=ax$ (a は比例定数)とおき、 $x=3$ 、 $y=-6$ を代入する。

[解答] $y=-2x$

[解説]

y は x に比例するので $y=ax$ (a は比例定数)とおく。

$x=3$ 、 $y=-6$ を $y=ax$ に代入すると、

$$-6=3a, \quad a=-2$$

よって、式は $y=-2x$ である。

[問題]

y は x に比例し、そのグラフが点(2, -6)を通る。このとき、 y を x の式で表せ。

(福島県)(*)

[解答欄]

[解答] $y=-3x$

[解説]

y は x に比例するので、 $y=ax$ (a は比例定数)とおく。

$y=ax$ のグラフが点(2, -6)を通るので、

$x=2$ 、 $y=-6$ を $y=ax$ に代入すると、

$$-6=2a, \quad a=-3$$

よって、式は $y=-3x$ である。

[問題]

y は x に比例し、 $x=2$ のとき $y=-8$ である。 $x=-1$ のときの y の値を求めよ。

(栃木県)(*)

[解答欄]

[解答] $y = 4$

[解説]

y は x に比例するので、 $y = ax$ (a は比例定数) とおく。

$x = 2$, $y = -8$ を $y = ax$ に代入すると、

$$-8 = 2a, \quad a = -4$$

よって、式は $y = -4x$ である。

$x = -1$ を $y = -4x$ に代入すると、 $y = -4 \times (-1) = 4$

[問題]

y は x に比例し、 $x = 12$ のとき $y = -8$ である。 $x = -3$ のときの y の値を求めよ。

(島根県)(*)

[解答欄]

[解答] $y = 2$

[解説]

y は x に比例するので、 $y = ax$ (a は比例定数) とおく。

$x = 12$, $y = -8$ を $y = ax$ に代入すると、

$$-8 = 12a, \quad a = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$$

よって、式は $y = -\frac{2}{3}x$ である。

$x = -3$ を $y = -\frac{2}{3}x$ に代入すると、 $y = -\frac{2}{3} \times (-3) = 2$

[問題]

y は x に比例し、 $x = 3$ のとき、 $y = 9$ である。 $y = 18$ のときの x の値を求めよ。

(沖縄県)(*)

[解答欄]

[解答] $x = 6$

【解説】

y は x に比例するので、 $y = ax$ (a は比例定数) とおく。

$x = 3$, $y = 9$ を $y = ax$ に代入すると、

$$9 = 3a, \quad a = 3$$

よって、式は $y = 3x$ である。

$y = 18$ を $y = 3x$ に代入すると、

$$18 = 3x, \quad x = 6$$

【問題】

右の表で、 y が x に比例するとき、() にあてはまる数を求めよ。

x	()	-3	0
y	5	2	0

(青森県)(*)

【解答欄】

【解答】 $-\frac{15}{2}$

【解説】

y は x に比例するので、 $y = ax$ (a は比例定数) とおく。

表より、 $x = -3$ のとき $y = 2$ なので、代入すると、

$$2 = -3a, \quad a = -\frac{2}{3}$$

よって、式は $y = -\frac{2}{3}x$ である。

$$y = -\frac{2}{3}x \text{ に } y = 5 \text{ を代入すると、} 5 = -\frac{2}{3}x, \quad x = 5 \div \left(-\frac{2}{3}\right) = -5 \times \frac{3}{2} = -\frac{15}{2}$$

【問題】

右の表は、 y が x に比例するときの対応の表である。

この表の①、②にあてはまる数を求めよ。

x	-1	(①)	2	4
y	4	0	-8	(②)

(山口県)(*)

【解答欄】

①	②
---	---

【解答】① 0 ② -16

[解説]

y は x に比例するので、 $y = ax$ (a は比例定数) とおく。

表より、 $x = -1$ のとき $y = 4$ なので、代入すると、

$$4 = -a, \quad a = -4$$

よって、式は $y = -4x$ である。

① $y = 0$ を $y = -4x$ に代入すると、 $0 = -4x$, $x = 0$

② $x = 4$ を $y = -4x$ に代入すると、 $y = -4 \times 4 = -16$

[問題]

y は x に比例し、 x の値が 3 増加するとき、 y の値は 4 減少する。

(1) y を x の式で表せ。

(2) y の値が 6 のときの x の値を求めよ。

(群馬県)(*)

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $y = -\frac{4}{3}x$ (2) $x = -\frac{9}{2}$

[解説]

(1) y は x に比例するので、 $y = ax$ (a は比例定数) とおく。比例なので、原点(0, 0)を通る。原点から x の値が 3 増加、 y の値は 4 減少すると、(3, -4)になる。そこで、 $y = ax$ に $x = 3$,

$$y = -4 \text{ を代入すると、} -4 = a \times 3, \quad 3a = -4, \quad a = -\frac{4}{3}$$

したがって、式は $y = -\frac{4}{3}x$ になる。

(2) $y = 6$ を $y = -\frac{4}{3}x$ に代入すると、 $6 = -\frac{4}{3}x$,

$$x = 6 \div \left(-\frac{4}{3}\right) = -6 \times \frac{3}{4} = -\frac{9}{2}$$

[問題]

y は x に比例し、 $x = 2$ のとき $y = -6$ である。また、 x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のとき、 y の変域は $p \leq y \leq q$ である。このとき、 p , q の値を求めよ。

(鳥取県)**

[解答欄]

$p =$	$q =$
-------	-------

[ヒント]

まず式を求める。

$y = ax (a < 0)$ において、 x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ の場合、
 $x = -2$ で最大値 q 、 $x = 1$ で最小値 p になる。

[解答] $p = -3$ $q = 6$

[解説]

y は x に比例するので、 $y = ax$ (a は比例定数)とおく。

「 $x = 2$ のとき $y = -6$ である」ので、 $x = 2$ 、 $y = -6$ を $y = ax$ に代入すると、
 $-6 = a \times 2$ 、 $2a = -6$ 、 $a = -3$

よって、式は $y = -3x$ となり、比例定数 a が負なので右下がりの直線になる。

したがって、 $x = -2$ のとき最大値、 $x = 1$ のときに最小値になる。

$x = -2$ を $y = -3x$ に代入すると、 $y = 6$

$x = 1$ を $y = -3x$ に代入すると、 $y = -3$ なので、

y の変域は、 $-3 \leq y \leq 6$ になる。

[問題]

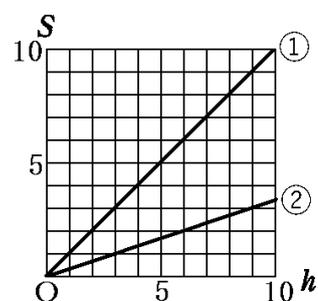
三角形の底辺を a cm、高さを h cm、面積を S cm² とすれば、

a 、 h 、 S の間には、 $S = \frac{1}{2}ah$ の関係がある。 $a = 2$ のとき、 S と

h の関係を表すグラフは、右の図の①のようになる。それでは、

S と h の関係を表すグラフが、②のようになるときの a の値を求めよ。

(青森県)(**)



[解答欄]

--

[ヒント]

②のグラフは、 $h = 9$ のとき $S = 3$ である。 $h = 9$ 、 $S = 3$ を $S = \frac{1}{2}ah$ に代入する。

[解答] $\frac{2}{3}$

【解説】

②のグラフは、 $h=9$ のとき $S=3$ である。

$$h=9, S=3 \text{ を } S=\frac{1}{2}ah \text{ に代入すると, } 3=\frac{1}{2}\times a\times 9, \frac{9}{2}a=3, a=3\div\frac{9}{2}=3\times\frac{2}{9}=\frac{2}{3}$$

【問題】

比例 $y=-3x$ のグラフ上にある点の座標の 1 つが、次のア～エの中にある。その座標を選び、その記号を書け。

ア $(-3, 0)$ イ $(-3, 1)$ ウ $(0, -3)$ エ $(1, -3)$

(山梨県)(*)

【解答欄】

【解答】エ

【解説】

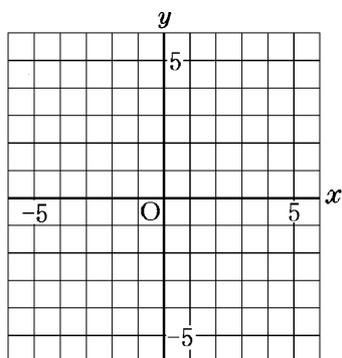
$y=-3x$ に $x=-3$ を代入すると、 $y=9$ である。アとイの y の値は 9 ではないので、ア、イはグラフ上にない。

$y=-3x$ に $y=-3$ を代入すると、 $-3=-3x$ 、 $x=1$ である。エの x の値は 1 なので、エはグラフ上の点である。ウはグラフ上の点ではない。

【】 比例のグラフ

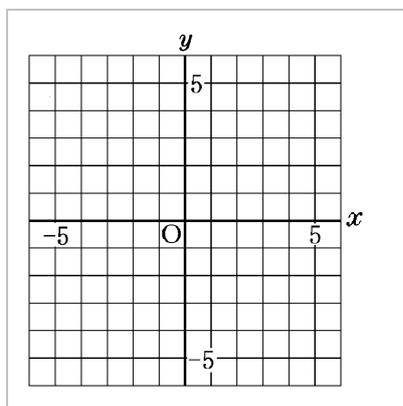
[問題]

関数 $y = -\frac{3}{5}x$ のグラフをかけ。



(広島県)(*)

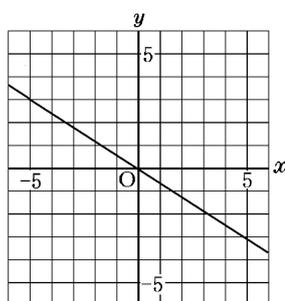
[解答欄]



[ヒント]

比例のグラフ $y = ax$ は必ず原点(0, 0)を通る。グラフが通るもう 1 点の座標を求めて, 2 点を直線で結べばよい。

[解答]



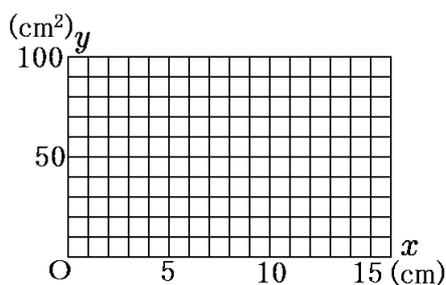
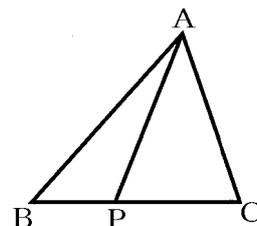
[解説]

$y = -\frac{3}{5}x$ に $x = 5$ を代入する ($x = 5$ であれば整数になるから)。

$y = -\frac{3}{5} \times 5 = -3$ したがって、点 $(5, -3)$ を通る。点 $(5, -3)$ と原点を通る直線をかく。

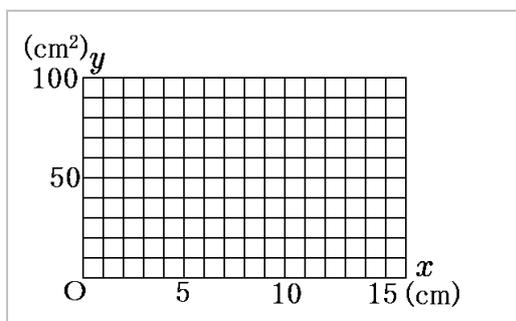
[問題]

右の図のように、 $BC = 15\text{cm}$ の $\triangle ABC$ があり、辺 BC を底辺としたときの $\triangle ABC$ の高さは 12cm である。点 P は、辺 BC 上を B から C まで動く。線分 BP の長さを $x\text{cm}$ 、 $\triangle ABP$ の面積を $y\text{cm}^2$ として、 x と y の関係を表すグラフをかけ。ただし、点 P が点 B の位置にあるときの y の値は 0 とする。



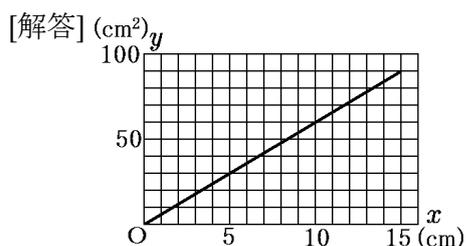
(広島県)(**)

[解答欄]



[ヒント]

($\triangle ABP$ の面積) $= \frac{1}{2} \times (\text{底辺 } BP) \times (\text{高さ})$ なので、 $y = \frac{1}{2} \times x \times 12$ 、 $y = 6x$ ($0 \leq x \leq 15$)



[解説]

($\triangle ABP$ の面積) = $\frac{1}{2} \times (\text{底辺 BP}) \times (\text{高さ})$ なので,

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 12, \quad y = 6x \quad (\text{ただし, } 0 \leq x \leq 15)$$

$x = 15$ のとき $y = 6 \times 15 = 90$ なので, 点(15, 90)を通る。

グラフは原点と点(15, 90)を結んだ線分になる。

【】 反比例

【】 反比例するもの

[反比例するものを選べ]

[問題]

y が x に反比例しているものを次のア～ウの中から 1 つ選び、①その記号を書け。
②また、そのときの y を x の式で表せ。

ア 時速 60km で走る自動車が、 x 時間走ったときに進む道のり y km

イ 1 本 120 円の缶ジュースを x 本買い、1000 円払ったときのおつり y 円

ウ 面積が 36cm^2 の平行四辺形で、底辺の長さを $x\text{cm}$ としたときの高さ $y\text{cm}$

(鹿児島県)(*)

[解答欄]

①	②
---	---

[ヒント]

$y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) の形で表されるとき y は x に反比例する。

[解答] ① ウ ② $y = \frac{36}{x}$

[解説]

$y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) の形で表されるとき y は x に反比例する。

ア：(道のり) = (速さ) × (時間) なので、 $y = 60 \times x$ 、 $y = 60x$ である。 $y = ax$ の形なので、反比例ではなく比例である。

イ： $y = 1000 - 120x$ なので、比例でも反比例でもない。

ウ：(平行四辺形の面積) = (底辺) × (高さ) なので、 $36 = xy$ である。

両辺を x で割ると、 $\frac{36}{x} = y$ 、 $y = \frac{36}{x}$ となり、反比例の式になる。

[問題]

y が x に反比例するものを、次のア～エから 1 つ選びその記号を書け。

ア 長さが 20m のリボンから $x\text{m}$ 使ったときの残りの長さ $y\text{m}$

イ 半径が $x\text{cm}$ である球の表面積 $y\text{cm}^2$

ウ 800m の道のりを毎分 $x\text{m}$ の速さで歩くときにかかる時間 y 分

エ 1 個 x 円の消しゴムを 3 個買ったときの代金 y 円

(山梨県)(*)

[解答欄]

[解答]ウ

[解説]

$y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) の形で表されるとき y は x に反比例する。

ア : $y = 20 - x$ なので、比例でも反比例でもない。

イ : $y = 4\pi x^2$ なので、比例でも反比例でもない。

ウ : (時間) = $\frac{(\text{道のり})}{(\text{速さ})}$ より、 $y = \frac{800}{x}$ なので反比例である。

エ : $y = 3x$ なので比例である。

[問題]

y が x に反比例するものを、次のア～エから 1 つ選び、記号で答えよ。

ア 1 辺の長さが x cm の正方形の面積 y cm²

イ 500mL の牛乳を x mL 飲んだときの残りの量 y mL

ウ 底辺が 8cm、高さが x cm の三角形の面積 y cm²

エ 12km の道のりを時速 x km で進むときにかかる時間 y 時間

(鳥取県)(*)

[解答欄]

[解答]エ

[解説]

$y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) の形で表されるとき y は x に反比例する。

ア : $y = x^2$ なので、比例でも反比例でもない。

イ : $y = 500 - x$ なので、比例でも反比例でもない。

ウ : $y = \frac{1}{2} \times 8 \times x$, $y = 4x$ なので、比例である。

エ : (時間) = $\frac{(\text{道のり})}{(\text{速さ})}$ より、 $y = \frac{12}{x}$ なので、反比例である。

[問題]

次のア～エのうち、 y が x に反比例するものはどれか。1つ選べ。

ア 毎分 60m の速さで x 分間歩いたときに進む道のり y m

イ 500mL のジュースを x 人で同じ量に分けたときの 1 人当たりのジュースの量 y mL

ウ 200 枚の色紙から x 枚を使ったときの残りの色紙の枚数 y 枚

エ 重さが 150g の容器に 1 個の重さが 20g のビー玉を x 個入れたときの全体の重さ y g

(大阪府)(*)

[解答欄]

--

[解答]イ

[解説]

$y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) の形で表されるとき y は x に反比例する。

ア：(道のり)=(速さ) \times (時間)より、 $y = 60x$ なので、比例である。

イ： $y = 500 \div x$ 、 $y = \frac{500}{x}$ なので、反比例である。

ウ： $y = 200 - x$ なので、比例でも反比例でもない。

エ； $y = 150 + 20x$ なので、比例でも反比例でもない。

[問題]

次の①～④について、 y が x に比例するときは「比例」、 y が x に反比例するときは「反比例」、 y が x に比例も反比例もしないときは「 \times 」をかけ。

① 縦の長さを x cm、横の長さを y cm とする長方形の周の長さが 20cm である。

② 100km 離れた 2 地点間を毎時 x km の速さで往復するときにかかった時間が y 時間である。

③ 半径が x cm の円の面積が y cm² である。

④ 1 個 50 円の品物を x 個買うときの代金が y 円である。

(新潟県)(*)

[解答欄]

①	②	③
④		

[ヒント]

$y = ax$ (a は比例定数) の形で表されるとき y は x に比例する

$y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) の形で表されるとき y は x に反比例する。

[解答]① × ② 反比例 ③ × ④ 比例

[解説]

$y = ax$ (a は比例定数) の形で表されるとき y は x に比例する

$y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) の形で表されるとき y は x に反比例する。

① $2x + 2y = 20$, $x + y = 10$, $y = 10 - x$ なので, 比例でも反比例でもない。

② (時間) = $\frac{\text{(道のり)}}{\text{(速さ)}}$, 往復の距離は 200km で $y = \frac{200}{x}$ なので, 反比例である。

③ $y = \pi x^2$ なので, 比例でも反比例でもない。

④ $y = 50x$ なので, 比例である。

[式で表せ]

[問題]

360L で満水になる水槽がある。この水槽に, 空の状態から毎分 x L の割合で水を入れ続けるとき, 満水になるまでに y 時間かかるとする。 y を x の式で表せ。

(静岡県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

(1 分間に入れる水の量(x L)) × (満水になるまでの時間(分)) = 360(L)

[解答] $y = \frac{6}{x}$

[解説]

y (時間) = $60 \times y = 60y$ (分)

毎分 x L の割合で水を入れると, $60y$ 分で 360L たまるので,

$x \times 60y = 360$, $xy = 6$, 両辺を x でわると, $y = \frac{6}{x}$

[問題]

水の入っていないプールに 420m^3 の水を入れたい。10 分間あたり $x\text{m}^3$ の水をプールに入れていくとき, 420m^3 の水を入れるのにかかる時間を y 時間として, y を x の式で表せ。ただし, 水は一定の割合でプールに入れていくものとする。

(静岡県)(*)

[解答欄]

[解答] $y = \frac{70}{x}$

[解説]

10 分間あたり $x \text{ m}^3$ の水を入れるので、1 時間=60 分では、 $x \times \frac{60}{10} = 6x (\text{m}^3)$ 入れることにな

る。 y 時間で 420 m^3 の水が入るので、 $6x \times y = 420$

$6xy = 420$, $xy = 70$, 両辺を x で割ると、 $y = \frac{70}{x}$

[問題]

1500m の道のりを毎分 $x \text{ m}$ の速さで歩くとき、出発してから到着するまでにかかる時間を y 分とする。 y を x の式で表せ。

(埼玉県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

(時間) = $\frac{\text{(道のり)}}{\text{(速さ)}}$

[解答] $y = \frac{1500}{x}$

[解説]

(時間) = $\frac{\text{(道のり)}}{\text{(速さ)}}$ より、 $y = \frac{1500}{x}$

[問題]

P 地点と Q 地点は 1 本の道で結ばれており、この道を通って P 地点から Q 地点まで時速 10km で行くと 2 時間かかる。同じ道を通って P 地点から Q 地点まで時速 $x \text{ km}$ で行くときにかかる時間を y 時間とする。 $x > 0$ として、 y を x の式で表せ。

(大阪府)(**)

[解答欄]

--

[ヒント]

(道のり)=(速さ)×(時間)

[解答] $y = \frac{20}{x}$

[解説]

「P 地点から Q 地点まで時速 10km で行くと 2 時間かかる」とあるので、

(道のり)=(速さ)×(時間)より、(PQ 間の道のり)= $10 \times 2 = 20(\text{km})$

「時速 $x \text{ km}$ で行くときにかかる時間を y 時間とする」とあるので、

$x \times y = 20$, $xy = 20$, 両辺を x で割ると, $y = \frac{20}{x}$

[問題]

道路上に 2 地点 P, Q があり, P, Q 間の道のりは 4km である。A さんが毎分 $y \text{ km}$ の速さで, 地点 P から地点 Q まで歩くときにかかる時間を x 分とするとき, 次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) 月曜日に, A さんが, 地点 P から地点 Q まで歩いたときにかかった時間が a 分であった。

翌火曜日に, A さんが, 地点 P から地点 Q までを少し早足で歩いたところ, かかった時間が前日より 20% 短くなった。このとき, 月曜日と比べて, A さんの歩いた速さは何% 増加したことになるか。求めよ。

(新潟県)(**)

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $y = \frac{4}{x}$ (2) 25%

[解説]

(1) 毎分 $y \text{ km}$ の速さで x 分歩いたときの道のりが 4km なので、

(速さ)×(時間)=(道のり)より, $y \times x = 4$

両辺を x で割ると, $y = \frac{4}{x}$

(2) 月曜：かかった時間が a 分なので、速さは、 $x = a$ を $y = \frac{4}{x}$ に代入して、 $y = \frac{4}{a}$

火曜：「かかった時間が前日より 20%短くなった」とあるので、 $x = (1 - 0.2)a = 0.8a$

$x = 0.8a$ を $y = \frac{4}{x}$ に代入して、 $y = \frac{4}{0.8a} = \frac{40}{8a} = \frac{5}{a}$

$\frac{5}{a} \div \frac{4}{a} = \frac{5}{a} \times \frac{a}{4} = \frac{5}{4} = 1.25$ なので、歩いた速さは 25%増加したことになる。

[問題]

右の表は、ある弁当を電子レンジで加熱するときの時間の目安を表している。表の加熱時間が、電子レンジの出力に反比例するとき、アにあてはまる時間は何分何秒か、求めよ。

電子レンジの出力	加熱時間
500W	3分30秒
600W	ア
1500W	1分10秒

(秋田県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

電子レンジの出力を x W、加熱時間を y 秒とする。「加熱時間が、電子レンジの出力に反比例する」とあるので、 $y = \frac{a}{x}$ とおくことができる。

[解答]2分55秒

[解説]

電子レンジの出力を x W、加熱時間を y 秒とする。「加熱時間が、電子レンジの出力に反比例する」とあるので、 $y = \frac{a}{x}$ とおくことができる。

表より、 $x = 500$ (W)のときの加熱時間は3分30秒=210(秒)なので、 $x = 500$ 、 $y = 210$ を

$y = \frac{a}{x}$ に代入して、 $210 = \frac{a}{500}$ 、 $a = 210 \times 500 = 105000$ よって、 $y = \frac{105000}{x}$

アのとき、 $x = 600$ (W)なので、 $y = \frac{105000}{600} = 175$

$175 = 60 \times 2 + 55$ なので、2分55秒

[問題]

たくみさんは、家の近くのコンビニエンスストアから、電子レンジで加熱する食品を買ってきた。右の表は、この食品を電子レンジで加熱するときの時間の目安として表示されていたものである。たくみさんの家の電子レンジの出力が 800W のとき、加熱時間は何秒にすればよいか。その時間を求めよ。ただし、加熱時間は、電子レンジの出力に反比例するものとする。

電子レンジの出力	加熱時間の目安
500W	240 秒
1500W	80 秒

(岩手県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

加熱時間を y 秒、電子レンジの出力を x W とする。「加熱時間は、電子レンジの出力に反比例するものとする」とあるので、 $y = \frac{a}{x}$ とおくことができる。

[解答]150 秒

[解説]

加熱時間を y 秒、電子レンジの出力を x W とする。

「加熱時間は、電子レンジの出力に反比例するものとする」とあるので、

$y = \frac{a}{x}$ とおくことができる。

$x = 500$, $y = 240$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、 $240 = \frac{a}{500}$

$a = 240 \times 500 = 120000$, よって、 $y = \frac{120000}{x}$

$x = 800$ を $y = \frac{120000}{x}$ に代入すると、 $y = \frac{120000}{800} = 150$ (秒)

[問題]

電子レンジで食品 A を調理するとき、電子レンジの出力を x W, 食品 A の調理にかかる時間を y 分とすると、 y は x に反比例する。電子レンジの出力が 500W のとき、食品 A の調理にかかる時間は 8 分である。次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) 電子レンジの出力が 600W のとき、食品 A の調理にかかる時間は、何分何秒であることを求めよ。

(岐阜県)(**)

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $y = \frac{4000}{x}$ (2) 6分40秒

[解説]

(1) y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ という式が成り立つ。

「電子レンジの出力が500Wのとき、食品Aの調理にかかる時間は8分である」とあるので、

$x = 500$, $y = 8$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、 $8 = \frac{a}{500}$ となる。よって、 $a = 8 \times 500 = 4000$

したがって、 $y = \frac{4000}{x}$ が成り立つ。

(2) $x = 600$ を $y = \frac{4000}{x}$ に代入すると、 $y = \frac{4000}{600} = \frac{400}{60} = 6 + \frac{40}{60}$ (分)

よって、食品Aの調理にかかる時間は、6分40秒である。

[問題]

右図の立体は、側面積が 100cm^2 の円柱である。この円柱の底面の円の半径を $x\text{cm}$ 、高さを $y\text{cm}$ とするとき、① y を x の式で表せ。ただし、円周率は π とする。②また、次のア～エの中から、 x と y の関係について正しく述べたものを1つ選び、記号で答えよ。



ア y は x の関数であり、 y は x に比例する。

イ y は x の関数であり、 y は x に反比例する。

ウ y は x の関数であるが、 x と y の関係は、比例、反比例のいずれでもない。

エ y は x の関数ではない。

(静岡県)**

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

側面の長方形の横の長さは、底面の円の円周の長さと等しいので、

(横の長さ) = $2\pi \times x = 2\pi x$ (cm)

[解答]① $y = \frac{50}{\pi x}$ ② イ

[解説]

側面の長方形の横の長さは、底面の円の円周の長さと等しいので、

$$(\text{横の長さ}) = 2\pi \times x = 2\pi x \text{ (cm)}$$

高さは y cm であるので、側面積は $y \times 2\pi x = 100$, $y = \frac{100}{2\pi x}$, $y = \frac{50}{\pi x}$

$y = \frac{50}{\pi x}$ は $y = \frac{a}{x}$ の形をしているので、反比例で、関数の一種である。

[問題]

6 台の機械で 50 分かかる作業がある。この作業を 6 台の機械で同時に始めた。作業を始めてから 35 分後に 1 台の機械が故障したため、残りの作業を 5 台の機械で続けて行い、作業を終えた。1 台の機械が故障してから何分後に作業を終えたかを求めよ。ただし、6 台の機械はすべて同じ性能で、途中で故障したのは 1 台のみとする。

(岐阜県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

機械の台数を x 台、時間を y 分とし、 x 台の機械で y 分作業を行ったときの作業量を a とす

ると、 $xy = a$, $y = \frac{a}{x}$ の関係が成り立つ。

[解答]18 分後

[解説]

機械の台数を x 台、時間を y 分とし、 x 台の機械で y 分作業を行ったときの作業量を a とす

ると、 $xy = a$, $y = \frac{a}{x}$ の関係が成り立つ。

「6 台の機械で 50 分かかる作業」の作業量は、 $x = 6$, $y = 50$ を $xy = a$ に代入すると、

$$6 \times 50 = a, \quad a = 300$$

35 分間は 6 台の機械で作業しているので、作業量は、 $a = xy = 6 \times 35 = 210$ である。

したがって、残った作業量は、 $a = 300 - 210 = 90$ である。

$a = 90$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、 $y = \frac{90}{x}$ である。

90 の作業を 5 台の機械で行うので、かかる時間 y は、 $y = \frac{90}{x} = \frac{90}{5} = 18$

したがって、18 分かかる。

【】式の決定

[問題]

y は x に反比例し、 $x=4$ のとき、 $y=-9$ である。このとき、 x と y の関係を式に表せ。

(和歌山県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおき、 $x=4$ 、 $y=-9$ を代入する。

[解答] $y = -\frac{36}{x}$

[解説]

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおく。

$$x=4, y=-9 \text{ を } y = \frac{a}{x} \text{ に代入すると, } -9 = \frac{a}{4}, a = -9 \times 4 = -36$$

よって、 $y = -\frac{36}{x}$

[問題]

y は x に反比例し、 $x=2$ のとき $y=8$ である。 y を x の式で表せ。

(広島県)(*)

[解答欄]

[解答] $y = \frac{16}{x}$

[解説]

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおく。

$$x=2, y=8 \text{ を } y = \frac{a}{x} \text{ に代入すると, } 8 = \frac{a}{2}, a = 8 \times 2 = 16$$

よって、 $y = \frac{16}{x}$

[問題]

反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフが、点 $(-3, 2)$ を通るとき、 a の値を求めよ。

(兵庫県)(*)

[解答欄]

[解答] -6

[解説]

点 $(-3, 2)$ を通るので、 $x = -3$ 、 $y = 2$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、

$$2 = \frac{a}{-3}, \quad a = 2 \times (-3) = -6$$

[問題]

関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフが点 $(6, -2)$ を通るとき、 a の値を求めよ。

(栃木県)(*)

[解答欄]

[解答] -12

[解説]

点 $(6, -2)$ を通るので、 $x = 6$ 、 $y = -2$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、

$$-2 = \frac{a}{6}, \quad a = -2 \times 6 = -12$$

[問題]

y は x に反比例し、 $x = 6$ のとき $y = -12$ である。 $x = -9$ のときの y の値を答えよ。

(新潟県)(*)

[解答欄]

[解答] 8

【解説】

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおく。

$x = 6$, $y = -12$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、 $-12 = \frac{a}{6}$, $a = -12 \times 6 = -72$

よって、式は $y = -\frac{72}{x}$ となる。

$x = -9$ を $y = -\frac{72}{x}$ に代入すると、 $y = -\frac{72}{-9} = 8$

【問題】

y は x に反比例し、 $x = 2$ のとき $y = -14$ である。 $x = -7$ のときの y の値を求めよ。

(福岡県)(*)

【解答欄】

【解答】4

【解説】

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおく。

$x = 2$, $y = -14$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、 $-14 = \frac{a}{2}$, $a = -14 \times 2 = -28$

よって、式は $y = -\frac{28}{x}$ となる。

$x = -7$ を $y = -\frac{28}{x}$ に代入すると、 $y = -\frac{28}{-7} = 4$

【問題】

y が x に反比例し、 $x = 3$ のとき $y = 8$ である。 $y = 6$ のときの x の値を求めよ。

(山口県)(*)

【解答欄】

【解答】4

[解説]

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおく。

$x=3$, $y=8$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、 $8 = \frac{a}{3}$, $a = 8 \times 3 = 24$

よって、式は $y = \frac{24}{x}$ となる。

$y=6$ を $y = \frac{24}{x}$ に代入すると、 $6 = \frac{24}{x}$, 両辺に x をかけると、 $6x = 24$, $x = 4$

[問題]

点 $(a, 2)$ が、反比例 $y = -\frac{12}{x}$ のグラフ上にあるとき、 a の値を求めよ。

(兵庫県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

点 $(a, 2)$ を通るので、 $x=a$, $y=2$ を $y = -\frac{12}{x}$ に代入する。

[解答] -6

[解説]

点 $(a, 2)$ を通るので、 $x=a$, $y=2$ を $y = -\frac{12}{x}$ に代入すると、 $2 = -\frac{12}{a}$

両辺に a をかけると、 $2a = -12$, $a = -6$

[問題]

次の表は、 y が x に反比例する関係を表している。 y を x の式で表せ。

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	-12	×	12	6	4	...

(栃木県)(*)

[解答欄]

[解答] $y = \frac{12}{x}$

[解説]

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおく。

表の数値のどの x 、 y の組を代入してもよい。

例えば、 $x=1$ 、 $y=12$ を代入すると、

$$12 = \frac{a}{1}, \quad a = 12$$

よって、式は $y = \frac{12}{x}$ となる。

[問題]

次の表は、 y が x に反比例する関係を表したものである。① y を x の式で表せ。②また、表のアにあてはまる数を答えよ。

x	...	-1	0	1	2	...
y	...	-12	×	12	ア	...

(鳥取県)(*)

[解答欄]

①	②
---	---

[解答] ① $y = \frac{12}{x}$ ② 6

[解説]

① y が x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ とおくことができる。表より $x=1$ のとき $y=12$ なので、

$$x=1, \quad y=12 \text{ を } y = \frac{a}{x} \text{ に代入すると, } 12 = \frac{a}{1}, \quad a = 12$$

したがって、 $y = \frac{12}{x}$ という式が成り立つ。

② $x=2$ を $y = \frac{12}{x}$ に代入すると、 $y = \frac{12}{2} = 6$

[問題]

次の表は、 x と y の関係を表したものである。 y が x に反比例するとき、表の()にあてはまる数を求めよ。

x	...	-1	...	0	...	3	...
y	...	()	...	×	...	2	...

(秋田県)(*)

[解答欄]

[解答] -6

[解説]

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数)とおく。

$x=3$, $y=2$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、 $2 = \frac{a}{3}$, $a = 2 \times 3 = 6$

よって、式は $y = \frac{6}{x}$ となる。

$x=-1$ を $y = \frac{6}{x}$ に代入すると、 $y = \frac{6}{-1} = -6$

[問題]

次のア～エの x と y の関係を示した表の中から、 y が x に反比例するものを1つ選び、
①その記号を書け。②また、選んだ表に示された関係について、 y を x の式で表せ。

ア	イ	ウ	エ
x 1 2 3 4			
y 10 9 8 7	y 12 6 4 3	y 1 4 9 16	y 3 6 9 12

(愛媛県)(*)

[解答欄]

①	②
---	---

[ヒント]

y が x に反比例するとき、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数)という関係が成り立つ。

$y = \frac{a}{x}$ の両辺に x をかけると、 $xy = a$ が成り立つので、 x と y の積は一定の数(a)になる。

[解答]① イ ② $y = \frac{12}{x}$

[解説]

y が x に反比例するとき、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) という関係が成り立つ。

$y = \frac{a}{x}$ の両辺に x をかけると、 $xy = a$ が成り立つので、 x と y の積は一定の数(a)になる。

ア～エの中で x と y の積が一定の数になるのはイのみである。

したがって、 y が x に反比例するのはイで、 x と y の積は 12 になる。

このとき $a = 12$ なので、式は $y = \frac{12}{x}$ になる。

【1】反比例のグラフ

【問題】

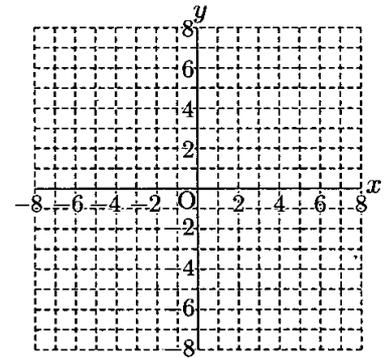
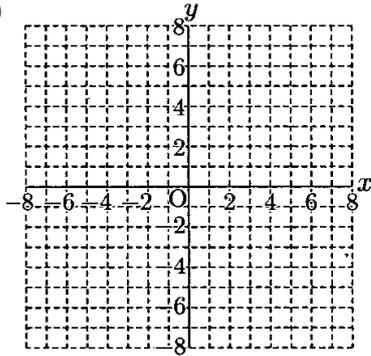
y は x に反比例し、 $x = -2$ のとき $y = 4$ である。① x と y の関係を式に表し、② そのグラフをかけ。

(愛媛県)(*)

【解答欄】

①

②

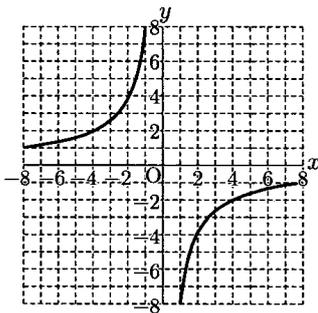


【ヒント】

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおき、 $x = -2$ 、 $y = 4$ を代入して式を求める。 x 、 y がともに整数になるような値の組を求め、それらを座標にする点を取り、なめらかな曲線で結ぶ。

【解答】① $y = -\frac{8}{x}$

②



【解説】

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおく。

$x = -2$ 、 $y = 4$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、 $4 = \frac{a}{-2}$ 、 $a = 4 \times (-2) = -8$

よって、式は $y = -\frac{8}{x}$ である。

x, y がともに整数になるような値の組を求め、それらを座標にする点を取り、なめらかな曲線で結ぶ。

x	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
y	1	2	4	8	-8	-4	-2	-1

[問題]

y は x に反比例し、 $x = -2$ のとき、 $y = 2$ である。

次の各問いに答えよ。

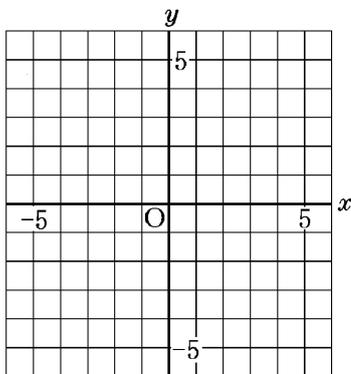
- (1) y を x の式で表せ。
- (2) (1) で表した式について、この関数のグラフをかけ。

(群馬県)(*)

[解答欄]

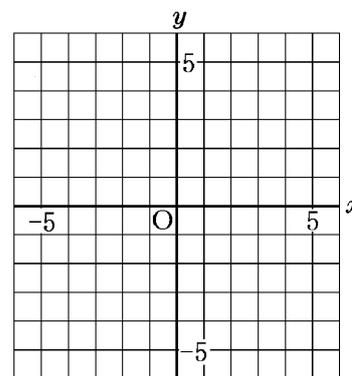
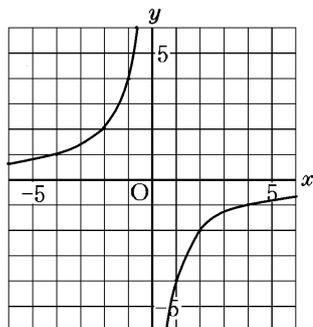
(1)

(2)



[解答](1) $y = -\frac{4}{x}$

(2)



[解説]

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおく。

$$x = -2, y = 2 \text{ を } y = \frac{a}{x} \text{ に代入すると, } 2 = \frac{a}{-2}, a = 2 \times (-2) = -4$$

よって、式は $y = -\frac{4}{x}$ である。

x, y がともに整数になるような値の組を求め、それらを座標にする点を取り、なめらかな曲線で結ぶ。

[問題]

右図は、 y が x に反比例する関数のグラフである。

このグラフを表す関数の式を求めよ。

(島根県改)(*)

[解答欄]

[解答] $y = \frac{8}{x}$

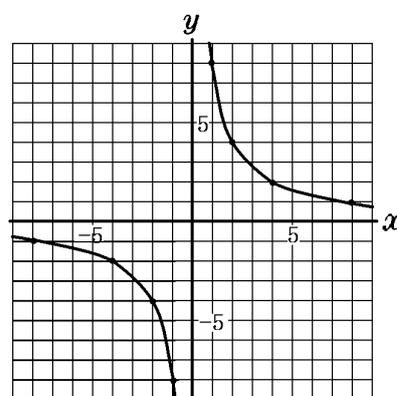
[解説]

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ とおくことができる。

このグラフは(2, 4)を通るので、 $x = 2, y = 4$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、

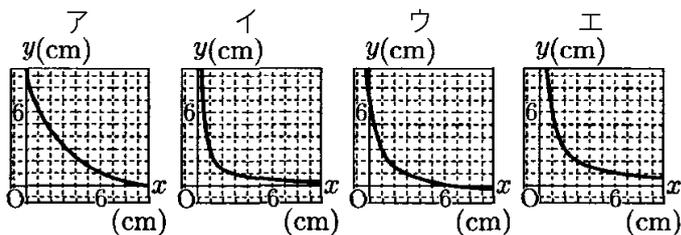
$$4 = \frac{a}{2}, a = 4 \times 2 = 8$$

よって、このグラフを表す関数の式は $y = \frac{8}{x}$ となる。



[問題]

面積が 3cm^2 である三角形の底辺 $x\text{cm}$ と高さ $y\text{cm}$ の関係を表す正しいグラフはどれか、次のア～エから 1 つ選び、記号で答えよ。



(鳥取県)**

[解答欄]

[解答]エ

[解説]

(三角形の面積) $= \frac{1}{2} \times (\text{底辺}) \times (\text{高さ})$ なので、

$$\frac{1}{2} \times x \times y = 3, \quad xy = 6, \quad \text{両辺を } x \text{ で割ると, } y = \frac{6}{x}$$

$y = \frac{6}{x}$ は反比例で、 $x=1$ のとき $y=6$ 、 $x=2$ のとき $y=3$ 、 $x=3$ のとき $y=2$ 、

$x=6$ のとき $y=1$ なので、グラフはエのようになる。

[問題]

関数 $y = \frac{3}{x}$ のグラフについて必ずいえることを、次のア～エからすべて選んで記号を書け。

ア $x > 0$ の範囲では、 x の値が増加するとき、 y の値も増加する。

イ $x > 0$ の範囲では、 x の値が増加するとき、 y の値は減少する。

ウ $x < 0$ の範囲では、 x の値が増加するとき、 y の値も増加する。

エ $x < 0$ の範囲では、 x の値が増加するとき、 y の値は減少する。

(秋田県)*

[解答欄]

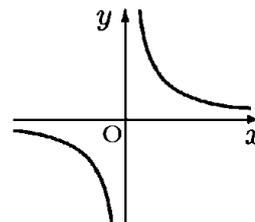
[解答]イ, エ

[解説]

反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフで、 $a > 0$ のときは、右図のように、

$x < 0$ の範囲では、 x の値が増加するとき、 y の値は減少する。

$x > 0$ の範囲では、 x の値が増加するとき、 y の値は減少する。



[問題]

y が x の関数であり、 $y = -\frac{1}{x}$ という関係が成り立つとき、次のア～エのうち、正しいもの

を1つ選べ。

ア y は x に比例する。

イ グラフは y 軸を対称の軸として線対称である。

ウ x の値が負のとき、 y の値も負である。

エ x の変域が $x > 0$ のとき、 x の値が増加すれば y の値も増加する。

(大阪府)(*)

[解答欄]

[解答]エ

[解説]

アは誤り。 $y = -\frac{1}{x}$ は反比例の式である。

イは誤り。反比例のグラフは y 軸や x 軸について線対称ではない。

ウは誤り。 x の値が負のとき、 y の値は正になる。

エは正しい。

[問題]

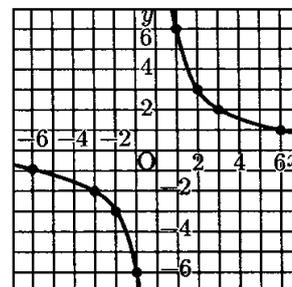
右の図は反比例のグラフで、グラフ上の8つの・印は、 x 座標、 y 座標の値がともに整数である点を表している。 x の変域が $2 \leq x \leq 6$ のとき、 y の変域を求めよ。

(岩手県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

$x > 0$ の範囲では、 x が増加すると y は減少するので、 y の値は $x = 2$ のとき最大、 $x = 6$ のとき最小になる。



[解答] $1 \leq y \leq 3$

[解説]

$x > 0$ の範囲では、 x が増加すると y は減少するので、
 $x=2$ のとき y は最大になる。このときの値はグラフより、 $y=3$ である。
 $x=6$ のとき y は最小になる。このときの値はグラフより、 $y=1$ である。
よって、 y の変域は、 $1 \leq y \leq 3$ である。

[問題]

反比例 $y = \frac{6}{x}$ について、次の問いに答えよ。

(1) $x=0.4$ のときの y の値を求めよ。

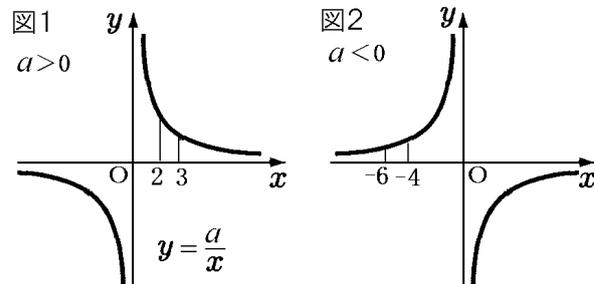
(2) 反比例 $y = \frac{6}{x}$ の、 x の変域が $2 \leq x \leq 3$ のときの y の変域と、反比例 $y = \frac{a}{x}$ の、 x の変域が $-6 \leq x \leq -4$ のときの y の変域が一致するとき、 a の値を求めよ。ただし、 $a < 0$ とする。

(宮城県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



[解答](1) 15 (2) -12

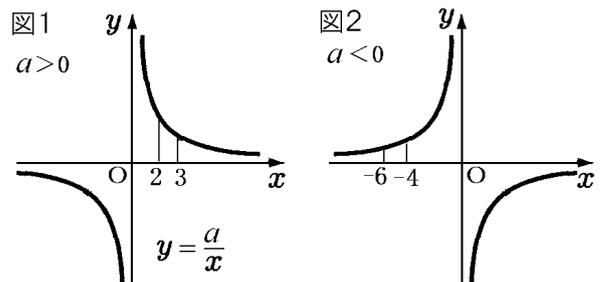
[解説]

(1) $x=0.4$ を代入すると、 $y = \frac{6}{x} = \frac{6}{0.4} = \frac{60}{4} = 15$

(2) 反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは、 $a > 0$ のときは

図1 のようになるので、 $y = \frac{6}{x}$ の x の変域が 2

$\leq x \leq 3$ のとき、
 $x=2$ のとき、 y は最大値になり、



$x=3$ のとき、 y は最小値になる。

$$x=2 \text{ を代入すると, } y = \frac{6}{2} = 3$$

$$x=3 \text{ を代入すると, } y = \frac{6}{3} = 2$$

したがって、 y の変域は、 $2 \leq y \leq 3$ になる。

「 y の変域が一致する」ので、 $y = \frac{a}{x}$ の y の変域は、 $2 \leq y \leq 3$ になる。

$y = \frac{a}{x}$ のグラフは、 $a < 0$ のときは図2のようになるので、

$x = -6$ のとき最小値、 $x = -4$ のとき最大値になる。

よって、 $x = -6$ のとき $y = 2$ 、 $x = -4$ のとき $y = 3$ になる。

$$x = -6, y = 2 \text{ を } y = \frac{a}{x} \text{ に代入すると, } 2 = \frac{a}{-6}, a = -12$$

$$x = -4, y = 3 \text{ を } y = \frac{a}{x} \text{ に代入すると, } 3 = \frac{a}{-4}, a = -12$$

(どちらに代入しても a の値は同じになる)

【】 比例・反比例の応用

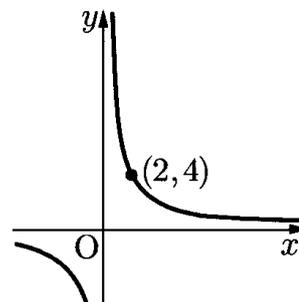
【】 式・座標

[問題]

右の図は、ある反比例のグラフである。この関数の式を求めよ。

(佐賀県)(*)

[解答欄]



[ヒント]

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおき、 $x = 2$ 、 $y = 4$ を代入する。

[解答] $y = \frac{8}{x}$

[解説]

y は x に反比例するので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおく。

$x = 2$ 、 $y = 4$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、 $4 = \frac{a}{2}$ 、 $a = 4 \times 2 = 8$

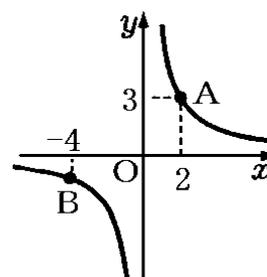
よって、式は $y = \frac{8}{x}$ である。

[問題]

右の図のように、点 $A(2, 3)$ を通る反比例のグラフがあり、このグラフ上に x 座標が -4 となる点 B をとる。点 B の y 座標を求めよ。

(宮城県)(**)

[解答欄]



[ヒント]

反比例なので、 $y = \frac{a}{x}$ とおく。点 $A(2, 3)$ を通ることから $x = 2$ 、 $y = 3$ を代入して a を求める。

次に求めた式に点 B の x 座標を代入する。

[解答] $-\frac{3}{2}$

[解説]

反比例なので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおく。

点 A(2, 3) を通るので、 $x=2$, $y=3$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、 $3 = \frac{a}{2}$, $a = 3 \times 2 = 6$

よって、式は $y = \frac{6}{x}$ となる。

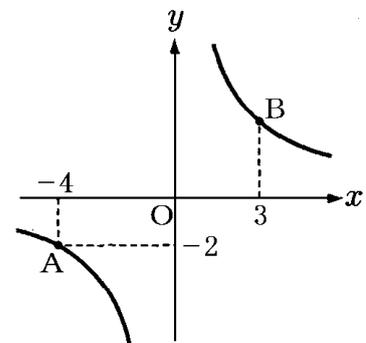
点 B の x 座標 $x = -4$ を $y = \frac{6}{x}$ に代入すると、 $y = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$

[問題]

右の図は、2 点 A, B を通る反比例のグラフである。
このとき、点 B の y 座標を求めよ。

(鹿児島県)(**)

[解答欄]



[解答] $\frac{8}{3}$

[解説]

反比例なので、 $y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) とおく。

点 A(-4, -2) を通るので、 $x = -4$, $y = -2$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、

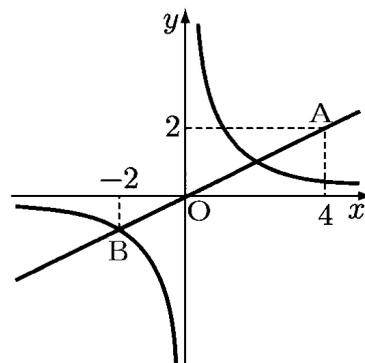
$$-2 = -\frac{a}{4}, \quad a = 2 \times 4 = 8$$

よって、式は $y = \frac{8}{x}$ となる。

点 B の x 座標 $x = 3$ を $y = \frac{8}{x}$ に代入すると、 $y = \frac{8}{3}$

[問題]

右の図のように、原点と点 A(4, 2)を通る比例のグラフが、反比例のグラフと 2 点で交わっている。交点の 1 つを B として、その x 座標が -2 のとき、この反比例のグラフについて、 y を x の式で表せ。



(宮城県)**

[解答欄]

[ヒント]

まず、比例のグラフの式を $y = ax$ とおき、点 A(4, 2)の座標を代入して a の値を求める。
求めた直線の式に点 B の x 座標 -2 を代入して、点 B の y 座標を求める。

次に、反比例の式を $y = \frac{b}{x}$ とおき、点 B の座標を代入して b の値を求める。

[解答] $y = \frac{2}{x}$

[解説]

まず、比例のグラフの式を求める。

比例のグラフの式を $y = ax$ (a は比例定数)とおく。

$$y = ax \text{ は点 } A(4, 2) \text{ を通るので、 } x=4, y=2 \text{ を } y = ax \text{ に代入すると、 } 2 = 4a, a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

よって、比例のグラフの式は、 $y = \frac{1}{2}x$ である。

$$\text{点 } B \text{ は } y = \frac{1}{2}x \text{ 上にあるので、 } x = -2 \text{ を } y = \frac{1}{2}x \text{ に代入すると、 } y = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$$

したがって、点 B の座標は $(-2, -1)$ である。

次に、反比例の式を $y = \frac{b}{x}$ (b は比例定数)とおく。

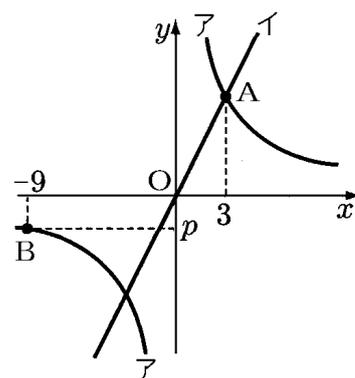
$$y = \frac{b}{x} \text{ は、点 } B(-2, -1) \text{ を通るので、 } x = -2, y = -1 \text{ を } y = \frac{b}{x} \text{ に代入して、}$$

$$-1 = \frac{b}{-2}, b = (-1) \times (-2) = 2$$

よって、反比例のグラフは、 $y = \frac{2}{x}$ である。

[問題]

右の図のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ ……アのグラフ上に 2 点 A, B
 があり、関数アのグラフと関数 $y = 2x$ ……イのグラフが、点 A
 で交わっている。点 A の x 座標が 3, 点 B の座標が $(-9, p)$
 のとき、次の各問いに答えよ。



- (1) a の値を求めよ。
 (2) p の値を求めよ。

(三重県)**

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

- (1) 点 A は $y = 2x$ の上にあるので、 $x = 3$ を代入して y 座標を求める。点 A は $y = \frac{a}{x}$ 上にも
 あるので、求めた点 A の座標を代入すればよい。
 (2) (1) で求めた反比例の式に $x = -9$ を代入する。

[解答](1) 18 (2) -2

[解説]

(1) 点 A は $y = 2x$ の上にあるので、 $x = 3$ を $y = 2x$ に代入して、 $y = 2 \times 3 = 6$
 したがって、点 A の座標は $(3, 6)$ である。

点 A は $y = \frac{a}{x}$ 上にもあるので、 $x = 3$, $y = 6$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入して、 $6 = \frac{a}{3}$, $a = 6 \times 3 = 18$

(2) (1) より、アのグラフの式は、 $y = \frac{18}{x}$ である。

$y = \frac{18}{x}$ は点 B を通るので、点 B の x 座標 $x = -9$ を $y = \frac{18}{x}$ に代入して、 $y = \frac{18}{-9} = -2$

よって、 $p = -2$

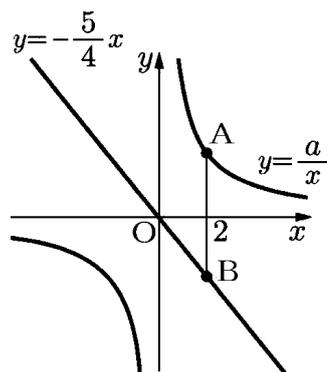
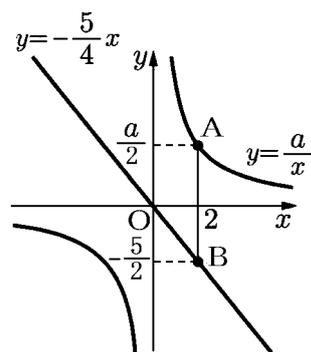
[問題]

右の図のように、2つの関数 $y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$)、 $y = -\frac{5}{4}x$ のグラフ上で、 x 座標が2である点をそれぞれA、Bとする。
 $AB=6$ となるときの a の値を求めよ。

(栃木県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]7

[解説]

点Aの y 座標は、 $x=2$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入して、 $y = \frac{a}{2}$

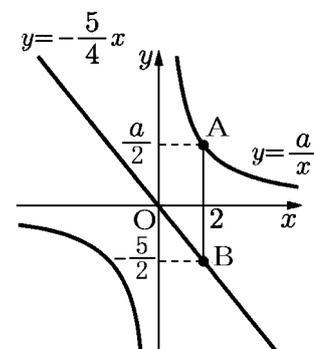
点Bの y 座標は、 $x=2$ を $y = -\frac{5}{4}x$ に代入して、

$$y = -\frac{5}{4} \times 2 = -\frac{5}{2}$$

ABの長さは、 y 座標の大きい方から小さい方を引いて、

$$AB = \frac{a}{2} - \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{a}{2} + \frac{5}{2}$$

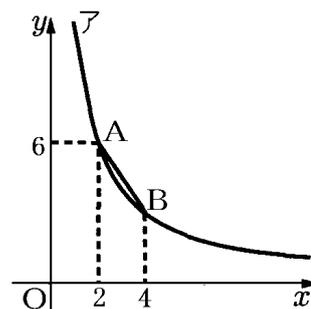
$$AB=6 \text{ なので、} \frac{a}{2} + \frac{5}{2} = 6, \quad a+5=12, \quad a=7$$



[問題]

右の図のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ ($x > 0$, a は定数) …ア

のグラフがある。2点 A, B は関数アのグラフ上の点で、A の座標は (2, 6), B の x 座標は 4 である。このとき、次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

(2) 原点 O を通る $y = mx$ (m は定数) の直線が、線分 AB 上の点を通るとき、 m の値の範囲を求めよ。

(熊本県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

(1) $y = \frac{a}{x}$ に点 A(2, 6) の座標を代入して a を求める。

(2) (1) で求めた式に $x = 4$ を代入して点 B の y 座標を求める。

$y = mx$ が点 A を通るとき m は最大になり、点 B を通るとき m は最小になる。

[解答](1) 12 (2) $\frac{3}{4} \leq m \leq 3$

[解説]

(1) 点 A(2, 6) は $y = \frac{a}{x}$ 上にあるので、 $x = 2$, $y = 6$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入して、

$$6 = \frac{a}{2}, \quad a = 6 \times 2 = 12 \quad \text{アの式は } y = \frac{12}{x} \text{ である。}$$

(2) まず、 $y = mx$ が点 A(2, 6) を通るときの m の値を求める。

$$x = 2, \quad y = 6 \text{ を } y = mx \text{ に代入して、} 6 = 2m, \quad m = 3 \cdots \text{①}$$

次に $y = mx$ が点 B を通るときの m の値を求めるために、まず点 B の y 座標を求める。

$$x = 4 \text{ を } y = \frac{12}{x} \text{ に代入して、} y = \frac{12}{4} = 3$$

$$x = 4, \quad y = 3 \text{ を } y = mx \text{ に代入して、} 3 = 4m, \quad m = \frac{3}{4} \cdots \text{②}$$

①, ②より、 m が一番小さいのは $m = \frac{3}{4}$ のときで、一番大きいのは $m = 3$ のときである。

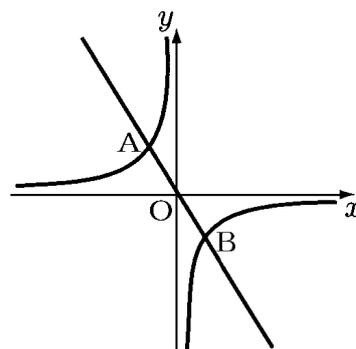
したがって、 m の範囲は、 $\frac{3}{4} \leq m \leq 3$ である。

[問題]

右の図で、原点を通る直線が、双曲線 $y = \frac{a}{x}$ のグラフと、

2点 A, B で交わっている。点 A の x 座標が -2 、点 B の y 座標が -3 のとき、 a の値を求めよ。

(埼玉県)(***)



[解答欄]

[ヒント]

点 A と点 B が原点について対称になっていることに気づくかがポイントである。

[解答] -6

[解説]

点 A と点 B が原点について対称になっていることに気づくかがポイントである。

点 A と点 B が原点について対称なので、点 A の x 座標が -2 であることから、点 B の x 座標が 2 であることがわかる。点 B の y 座標が -3 なので、点 B の座標は $(2, -3)$ である。

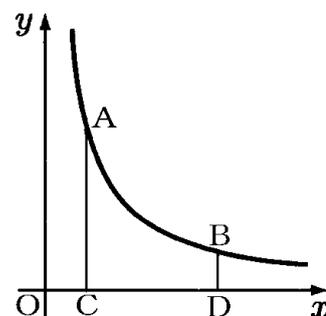
点 B は $y = \frac{a}{x}$ 上にあるので、 $x=2$, $y=-3$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入して、 $-3 = \frac{a}{2}$, $a = -3 \times 2 = -6$

[問題]

右の図のように、関数 $y = \frac{10}{x}$ のグラフ上に x 座標が正の

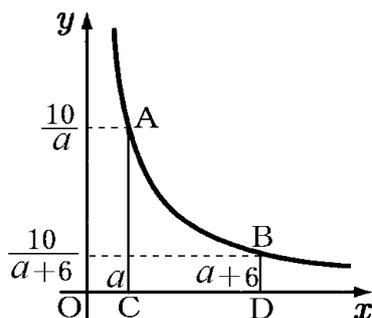
数である 2 点 A, B がある。点 A, B から y 軸に平行な直線をひき、 x 軸との交点をそれぞれ C, D とする。 $AC = 5BD$, $CD = 6$ のとき、点 A の x 座標を求めよ。

(広島県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\frac{3}{2}$

[解説]

点 A の x 座標を a とすると、点 A の y 座標は、 $x = a$ を $y = \frac{10}{x}$

に代入して、 $y = \frac{10}{a}$

$CD = 6$ なので、点 B の x 座標は $a + 6$ である。点 B の y 座標

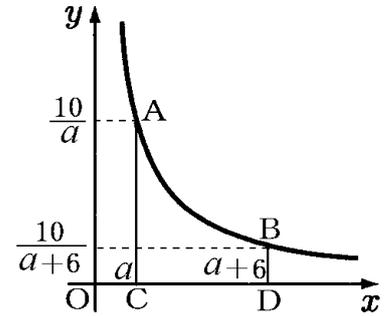
は、 $x = a + 6$ を $y = \frac{10}{x}$ に代入して、 $y = \frac{10}{a + 6}$

したがって、 $AC = \frac{10}{a}$ 、 $BD = \frac{10}{a + 6}$

$AC = 5BD$ なので、 $\frac{10}{a} = 5 \times \frac{10}{a + 6}$ 、 $\frac{10}{a} = \frac{50}{a + 6}$

両辺の分母と分子を逆にすると(逆数)、 $\frac{a}{10} = \frac{a + 6}{50}$ 、

両辺に 50 をかけると、 $5a = a + 6$ 、 $4a = 6$ 、 $a = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$



[問題]

右の図のように、2点 A(2, 6)、B(8, 2)がある。次の文中の(ア)、(イ)にあてはまる数を求めよ。

直線 $y = ax$ のグラフが、線分 AB 上の点を通るとき、 a の値の範囲は、(ア) $\leq a \leq$ (イ) である。

(和歌山県)(**)

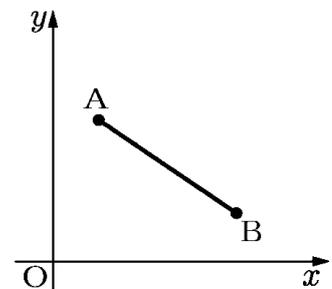
[解答欄]

ア	イ
---	---

[ヒント]

$y = ax$ が A(2, 6) を通るときの a の値、B(8, 2) を通るときの a の値をそれぞれ求める。

[解答]ア $\frac{1}{4}$ イ 3



[解説]

$y = ax$ が $A(2, 6)$ を通るとききの a の値を求めるために、 $x = 2, y = 6$ を $y = ax$ に代入すると、
 $6 = 2a, a = 3$

$y = ax$ が $B(8, 2)$ を通るとききの a の値を求めるために、 $x = 8, y = 2$ を $y = ax$ に代入すると、

$$2 = 8a, a = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

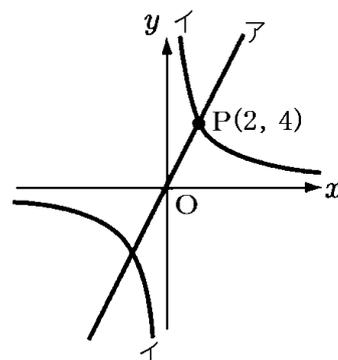
したがって、直線 $y = ax$ のグラフが、線分 AB 上の点を通るとき、 a の値の範囲は

$$\frac{1}{4} \leq a \leq 3 \text{ である。}$$

【】面積

[問題]

右の図のように、 y が x に比例する関数アのグラフと、 y が x に反比例する関数イのグラフが、点Pで交わっている。点Pの座標が、(2, 4)であるとき、次の各問いに答えよ。



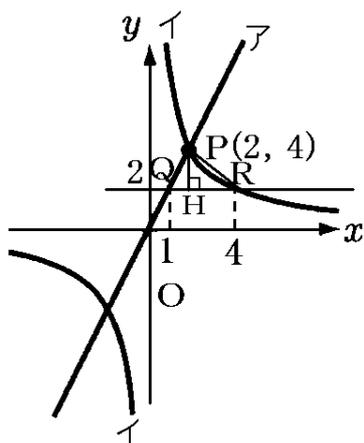
- (1) 関数ア, イのそれぞれについて, y を x の式で表せ。
- (2) x 軸に平行で y の値がつねに2になる直線と関数ア, イのグラフの交点をそれぞれQ, Rとすると, $\triangle PQR$ の面積を求めよ。ただし, 座標の1目もりを1cmとする。

(三重県)(***)

[解答欄]

(1)ア	イ	(2)
------	---	-----

[ヒント]



[解答](1)ア $y = 2x$ イ $y = \frac{8}{x}$ (2) 3cm^2

[解説]

(1) y が x に比例する関数アのグラフの式は $y = ax$ とおくことができる。

$y = ax$ は点P(2, 4)を通るので, $x = 2, y = 4$ を $y = ax$ に代入すると, $4 = a \times 2, 2a = 4, a = 2$ よって, アの式は $y = 2x$ である。

y が x に反比例する関数イの式は $y = \frac{b}{x}$ とおくことができる。 $y = \frac{b}{x}$ は点P(2, 4)を通るので,

$x = 2, y = 4$ を $y = \frac{b}{x}$ に代入すると, $4 = \frac{b}{2}, b = 4 \times 2 = 8$

よって, イの式は $y = \frac{8}{x}$ である。

(2) 右図のように、 $\triangle PQR$ の底辺を QR とすると、高さは PH である。まず、 QR の長さを求めるために、 Q と R の x 座標を求める。

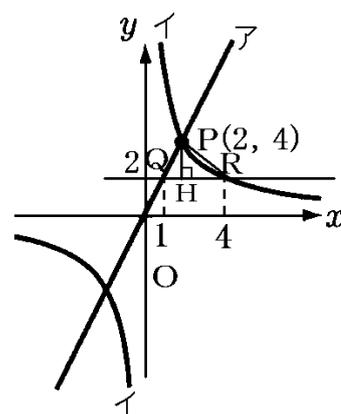
アの式 $y=2x$ に $y=2$ を代入すると、 $2=2x$ 、 $x=1$ なので Q の x 座標は 1 である。

イの式 $y=\frac{8}{x}$ に $y=2$ を代入すると、 $2=\frac{8}{x}$ 、 $2x=8$ 、 $x=4$

なので R の x 座標は 4 である。よって、 $QR=4-1=3(\text{cm})$ である。

次に、 PH の長さを求める。 P の y 座標は 4、 H の y 座標は 2 なので、 $PH=4-2=2(\text{cm})$ に

なる。よって、 $(\triangle PQR \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times (\text{底辺 } QR) \times (\text{高さ } PH) = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3(\text{cm}^2)$



[問題]

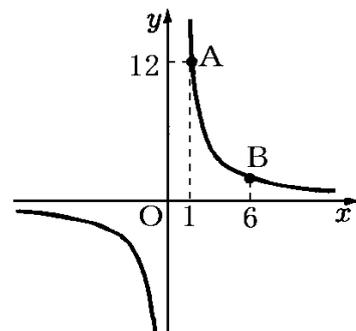
$y=\frac{12}{x}$ のグラフ上に点 $A(1, 12)$ と点 B があり、点 B の x 座

標は 6 である。このとき、次の各問いに答えよ。

(1) 点 B の y 座標を求めよ。

(2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。ただし、座標の 1 目もりは 1cm とする。

(沖縄県)(***)

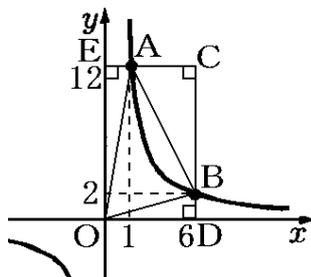


[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

(2) 長方形 $ODCE$ の面積から 3 つの直角三角形の面積を引く。



[解答](1) 2 (2) 35cm^2

[解説]

(1) 点 B の x 座標は 6 なので, $x=6$ を $y=\frac{12}{x}$ に代入すると, $y=\frac{12}{6}=2$

(2) 右図のように $\triangle OAB$ を囲む長方形 ODCE をとる。

この長方形の面積から, $\triangle OBD$ と $\triangle ABC$ と $\triangle AOE$ の面積を引くことによつて, $\triangle OAB$ の面積を求める。

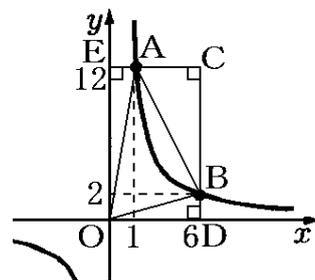
$$(\text{長方形 ODCE の面積}) = OE \times OD = 12 \times 6 = 72(\text{cm}^2)$$

$$(\triangle OBD \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times OD \times BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$$

$$(\triangle ABC \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{1}{2} \times (6-1) \times (12-2) = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25(\text{cm}^2)$$

$$(\triangle AOE \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times AE \times OE = \frac{1}{2} \times 1 \times 12 = 6(\text{cm}^2)$$

$$\begin{aligned} \text{よつて, } (\triangle OAB \text{ の面積}) &= (\text{長方形 ODCE}) - (\triangle OBD) - (\triangle ABC) - (\triangle AOE) \\ &= 72 - 6 - 25 - 6 = 35(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

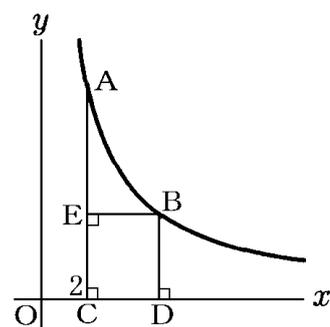


[問題]

右の図のように, x の変域を $x > 0$ とする関数 $y = \frac{18}{x}$ のグラ

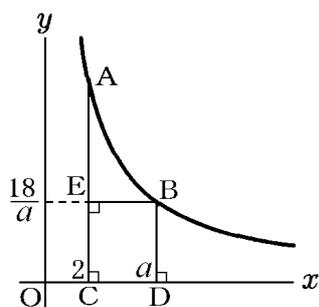
フ上に 2 点 A, B がある。2 点 A, B から x 軸にそれぞれ垂線 AC, BD をひく。線分 AC 上に $BE \perp AC$ となるように点 E をとる。点 A の x 座標が 2, 四角形 BECD の面積が 10 のとき, 点 B の座標を求めよ。

(広島県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\left(\frac{9}{2}, 4\right)$

[解説]

点 B の x 座標を a とおくと、点 B の y 座標は、

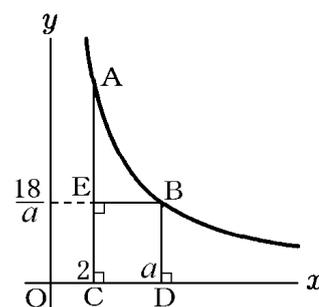
$$x = a \text{ を } y = \frac{18}{x} \text{ に代入して、 } y = \frac{18}{a}$$

$$(\text{四角形 BECD の面積}) = EC \times CD = \frac{18}{a} \times (a - 2) = 10$$

$$\frac{18}{a} \times a - \frac{18}{a} \times 2 = 10, \quad 18 - \frac{36}{a} = 10, \quad 8 = \frac{36}{a}, \quad 8a = 36, \quad a = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$$

$$a = \frac{9}{2} \text{ を } y = \frac{18}{a} \text{ に代入すると、 } y = 18 \times \frac{1}{a} = 18 \times \frac{2}{9} = 4$$

よって、点 B の座標は $\left(\frac{9}{2}, 4\right)$ である。



[問題]

右の図において、2点 A, B は反比例 $y = \frac{a}{x} (a > 0)$ のグラフ

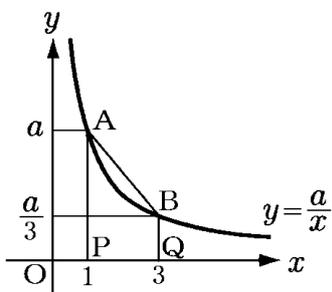
上にあり、点 A の x 座標は 1, 点 B の x 座標は 3 である。

A, B から x 軸に垂線をひき、 x 軸との交点をそれぞれ P, Q とする。四角形 APQB の面積が 4 であるとき、 a の値を求めよ。

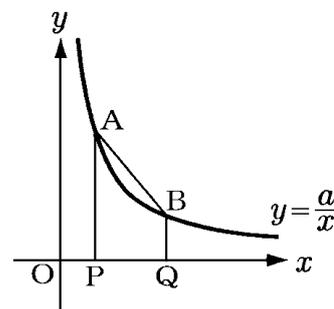
(山形県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答] 3



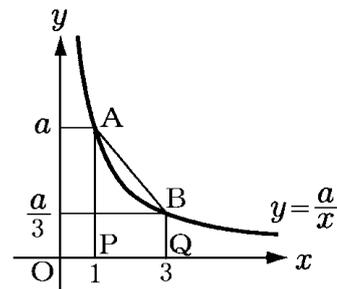
[解説]

点 A の x 座標は 1 なので、 $x=1$ を $y=\frac{a}{x}$ に代入すると、 $y=\frac{a}{1}=a$

点 B の x 座標は 3 なので、 $x=3$ を $y=\frac{a}{x}$ に代入すると、 $y=\frac{a}{3}$

右図はグラフに座標を書き込んだものである。

四角形 APQB は台形である。



(上底 BQ) = $\frac{a}{3}$, (下底 AP) = a , (高さ PQ) = $3-1=2$ なので、

$$(\text{台形 APQB の面積}) = \frac{1}{2} \times (\text{BQ} + \text{AP}) \times \text{PQ} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{3} + a \right) \times 2 = \frac{1}{3}a + \frac{3}{3}a = \frac{4}{3}a$$

「四角形 APQB の面積が 4 である」とあるので、 $\frac{4}{3}a = 4$, $a = 4 \div \frac{4}{3} = 4 \times \frac{3}{4} = 3$

[問題]

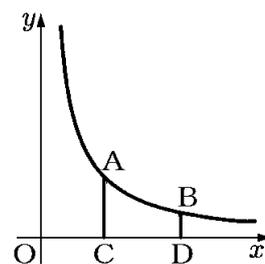
右の図のように、関数 $y=\frac{4}{x}$ のグラフ上に、点 A(2, 2) と $x > 2$

の範囲で動く点 B があり、2 点 A, B から x 軸にそれぞれ垂線 AC, BD を引く。これについて、次の各問いに答えよ。

(1) $CD=3$ となるとき、点 B の y 座標を求めよ。

(2) $AB=BC$ となるとき、 $\triangle ACB$ の面積を求めよ。

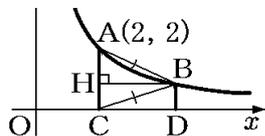
(広島県)(***)



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



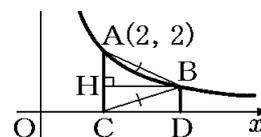
[解答](1) $\frac{4}{5}$ (2) 2

【解説】

(1) $CD=3$ より、点 B の x 座標は点 A の x 座標の 2 より 3 大きい 5 になる。

$x=5$ を $y=\frac{4}{x}$ に代入すると、 $y=\frac{4}{5}$ になる。したがって、点 B の y 座標は $\frac{4}{5}$ である。

(2) $AB=BC$ なので $\triangle ACB$ は二等辺三角形である。右図のように、 B から AC に垂線 BH を引くと、 H は AC の中点になる(二等辺三角形の性質)。点 A の y 座標は 2 なので、点 H の y 座標は $2 \div 2 = 1$ になる。



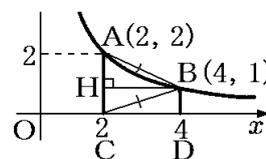
点 B の y 座標は点 H と同じなので 1 になる。

$y=\frac{4}{x}$ に $y=1$ を代入すると、 $1=\frac{4}{x}$ 、 $x=4$ であるので、点 B の座標は $(4, 1)$ である。

そこで、 $\triangle ACB$ の面積を求める。

$\triangle ACB$ の底辺を AC とすると、高さは BH になる。

右図より、 $AC=2$ 、 $BH=4-2=2$ なので、



$$(\triangle ACB \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times AC \times BH = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

【】座標が整数

[問題]

曲線 $y = \frac{20}{x} (x > 0)$ 上で、 x 座標、 y 座標がともに整数である点は何個あるか。

(静岡県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

$y = \frac{20}{x} (x > 0)$ で、整数 x が 20 の約数のとき y も整数になる。

[解答]6 個

[解説]

x 座標、 y 座標がともに整数である点は、

(1, 20), (2, 10), (4, 5), (5, 4), (10, 2), (20, 1) の 6 個である。

[問題]

関数 $y = \frac{8}{x}$ のグラフ上にあり、 x 座標、 y 座標がともに整数である点は何個あるか。

(徳島県)(**)

[解答欄]

[解答]8 個

[解説]

$x > 0$ の範囲で、 x 座標、 y 座標がともに整数である点は、

(1, 8), (2, 4), (4, 2), (8, 1) の 4 個である。

$x < 0$ の範囲で、 x 座標、 y 座標がともに整数である点は、同様に、4 個である。

[問題]

y が x に反比例し、 $x = \frac{4}{5}$ のとき $y = 15$ である関数のグラフ上の点で、 x 座標と y 座標がと

ともに正の整数となる点は何個あるか。

(愛知県)(**)

[解答欄]

[解答]6 個

[解説]

反比例なので、このグラフの式は $y = \frac{a}{x}$ とおくことができる。

$y = \frac{a}{x}$ の両辺に x をかけると、 $xy = a$

$x = \frac{4}{5}$, $y = 15$ を $a = xy$ に代入すると、 $a = \frac{4}{5} \times 15 = 12$

よって、この反比例の式は $y = \frac{12}{x}$ である。

したがって、 x 座標と y 座標がともに正の整数となる点は

(1, 12), (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2), (12, 1)

の 6 個である。

[問題]

$y = \frac{12}{x}$ のグラフ上に点 A(1, 12) と点 B があり、点 B の x 座

標は 6 である。A, B の間にある曲線 $y = \frac{12}{x}$ 上の点の点で、 x

座標、 y 座標の値がともに整数である点はいくつあるか。ただし、点 A と点 B を除くものとする。

(沖縄県)(**)

[解答欄]

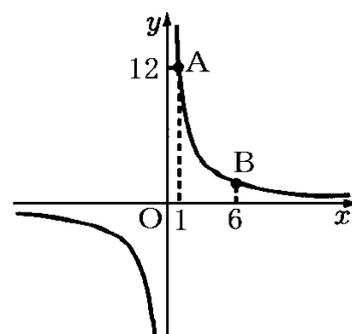
[解答]3 個

[解説]

点 A と B の間で、 x のとりうる値は 2, 3, 4, 5 である。

このうち、 x , y ともに整数になる組み合わせは、

$(x, y) = (2, 6), (3, 4), (4, 3)$ の 3 個である。



[問題]

右の図の双曲線は、反比例のグラフで、点(6, -4)を通る。
このグラフ上の点で、 x 座標、 y 座標の値がともに整数である点の個数を求めよ。

(長野県)**

[解答欄]

[解答]16 個

[解説]

まず、この反比例のグラフの式を求める。反比例なので、 $y = \frac{a}{x}$ とおく。

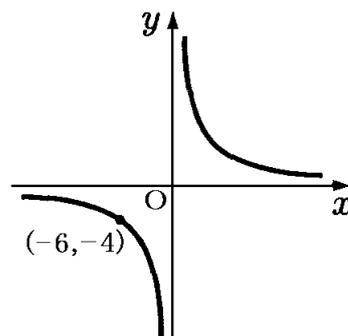
点(6, -4)を通るので、 $x=6$ 、 $y=-4$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると、

$$-4 = \frac{a}{6}, \quad a = -4 \times 6 = -24$$

よって、グラフの式は $y = -\frac{24}{x}$

x 座標、 y 座標の値がともに整数であるのは、

$(x, y) = (1, -24), (2, -12), (3, -8), (4, -6), (6, -4), (8, -3), (12, -2),$
 $(24, -1), (-1, 24), (-2, 12), (-3, 8), (-4, 6), (-6, 4), (-8, 3), (-12, 2),$
 $(-24, 1)$ の 16 個である。



【FdData 入試製品版のご案内】

詳細は、[\[FdData 入試ホームページ\]](#)に掲載 ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

姉妹品：[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#) ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

◆印刷・編集

この PDF ファイルは、FdData 入試を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 入試は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 入試の特徴

FdData 入試は、公立高校入試問題の全傾向を網羅することを基本方針に編集したワープロデータ(Word 文書)です。入試理科・社会・数学ともに、過去に出題された公立高校入試の問題をいったんばらばらに分解して、細かい單元ごとに再編集して作成しております。

◆サンプル版と製品版の違い

ホームページ上に掲載しておりますサンプルは、製品の Word 文書を PDF ファイルに変換したもので印刷や編集はできませんが、製品の全内容を掲載しており、どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。

しかし、FdData 入試がその本来の力を発揮するのは印刷や編集ができる製品版においてです。また、製品版は、すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」、編集に適した「問題解答一体形式」、などの形式を含んでいますので、目的に応じて活用することができます。

※[FdData 入試の特徴\(QandA 方式\)](#) ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

◆FdData 入試製品版(Word 版)の価格(消費税込み)

※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

[数学 1 年](#)(4400 円), [数学 2 年](#)(6400 円), [数学 3 年](#)(9600 円) : (統合版は 16,200 円)

[理科 1 年](#)(6800 円), [理科 2 年](#)(6800 円), [理科 3 年](#)(6800 円) : (統合版は 16,200 円)

[社会地理](#)(6800 円), [社会歴史](#)(6800 円), [社会公民](#)(6800 円) : (統合版は 16,200 円)

※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。
(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は、メール(info2@fdtext.com), または電話(092-811-0960)で承っております。

※[注文→インストール→編集・印刷の流れ](#) ([Shift]+左クリック)

※[注文メール記入例](#) ([Shift]+左クリック)

【Fd 教材開発】 Mail : info2@fdtext.com Tel : 092-811-0960