【FdData 高校入試：中学数学 2 年：三角形】

[仮定と結論，逆，合同条件／三角形の合同の証明／直角三角形／二等辺三角形の定理／二等辺三角形の性質を使った証明／二等辺三角形になることを証明／正三角形／FdData 入試製品版のご案内]

【】仮定と結論，逆，合同条件

[問題]

次の①～④のことがらの中から逆が正しいものをすべて選び，番号を書け。

① 整数 a, b で，a も b も偶数ならば，ab は偶数である。

② △ABC で，AB＝AC ならば，∠B＝∠C である。

③ 2 つの直線 l, m に別の 1 つの直線が交わるとき，l と m が平行ならば，同位角は等しい。

④ 四角形 ABCD がひし形ならば，対角線 AC と BD は垂直に交わる。

(佐賀県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

「○○ならば□□」の逆は「□□ならば○○」，仮定と結論を入れればよい。
もとの「○○ならば□□」が正しくても，その逆「□□ならば○○」が正しいとはかぎらない。

[解答]②，③

[解説]

「○○ならば□□」の逆は「□□ならば○○」，仮定と結論を入れればよい。

もとの「○○ならば□□」が正しくても，その逆「□□ならば○○」が正しいとはかぎらない。

① 逆は「abが偶数ならば，aもbも偶数である。」　例えば，$a=5,\ b=4$のときabは偶数であるが，aは偶数ではないので，逆は正しくない。

② 逆は「△ABC で，∠B＝∠C ならば，AB＝AC である。」である。2 つの角が等しい三角形は二等辺三角形になるので，正しい。

③ 逆は「2 つの直線$l,\ m$に別の 1 つの直線が交わるとき，同位角が等しいならば，lとmは平行になる。」である。これは正しい。

④ 逆は「四角形 ABCD で，対角線 AC と BD が垂直に交わればひし形なる。」であるが，これは正しくない。

[問題]

次のそれぞれの下線部分の逆を書け。また，正しい場合は○，正しくない場合は×を書け。

(1) △ABC で，<u>∠A＝90°ならば∠B＋∠C＝90°である。</u>

(2) △ABC で，<u>AB＝AC ならば∠B＝∠C である。</u>

(3) <u>a＞0，b＞0 ならば ab＞0 である。</u>

(補充問題)(**)

[解答欄]

(1)
(2)
(3)

[解答](1) △ABC で，∠B＋∠C＝90°ならば∠A=90°である。　○

(2) △ABC で，∠B＝∠C ならば AB＝AC である。　○

(3) ab＞0 ならば a＞0，b＞0 である。　×

[解説]

(1) ∠B＋∠C＝90°なら∠A＝180°－(∠B＋∠C)＝180°－90°＝90°なので○。

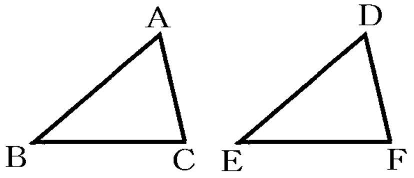
(2) ∠B＝∠C なら AB＝AC の二等辺三角形になるので○。

(3) a＜0，b＜0 の場合には成り立たないので×。

【】三角形の合同の証明

[問題]

右図の△ABC と△DEF が合同であることを証明したい。AB＝DE, BC＝EF であることがわかっているとき，あと１つ，どのようなことをつけ加えれば合同であることが証明できるか。適切なものを次のア～エから２つ選び，記号を書け。

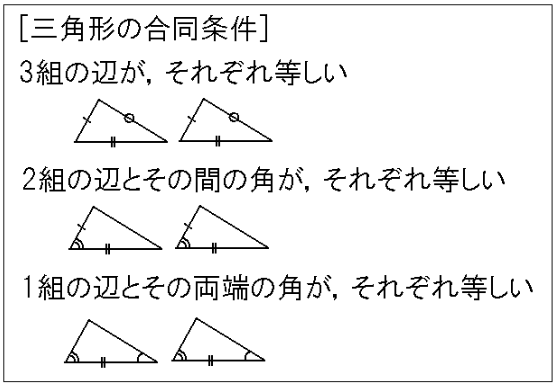


ア AC＝DF　　イ ∠A＝∠D　　ウ ∠B＝∠E　　エ ∠C＝∠F

(長野県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

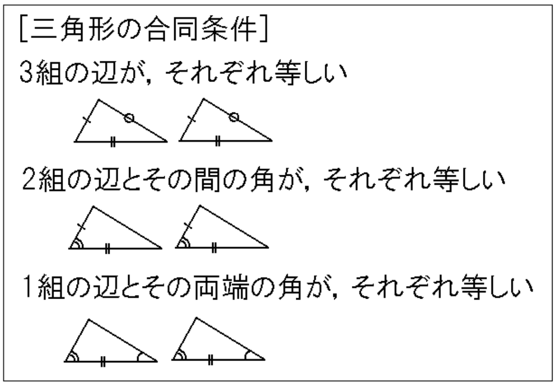


[解答]ア，ウ

[解説]

ア : AB＝DE，BC＝EF に AC＝DF の条件を加えると，「3 組の辺が，それぞれ等しい」ので，2 つの三角形は合同になる。

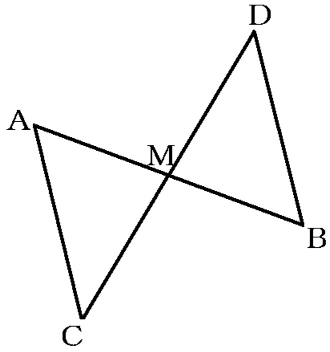
ウ : AB＝DE，BC＝EF に∠B＝∠E の条件を加えると，「2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しい」ので，2 つの三角形は合同になる。



[問題]

右の図の線分 AB，CD は，それぞれの中点 M で交わっている。この図において，①三角形 ACM と合同な三角形をみつけ，記号を用いて表せ。②また，そのときに使った合同条件を書け。

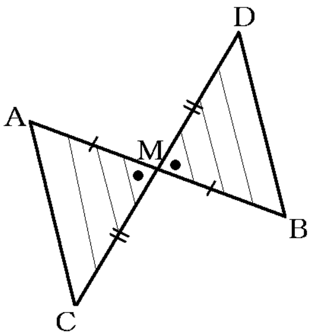
(群馬県)(*)



[解答欄]

①
②

[ヒント]

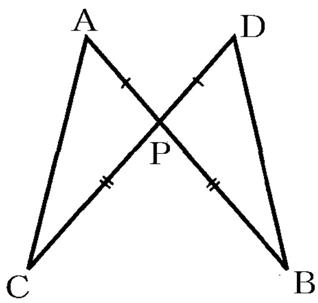


[解答]① △ACM≡△BDM　② 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

[問題]

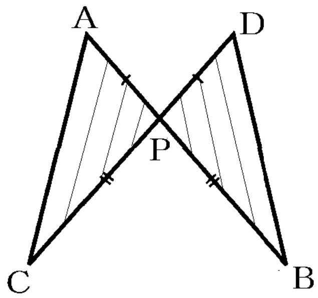
右の図で，線分 AB と CD が，AP＝DP，CP＝BP となるように，点 P で交わっている。このとき，△APC≡△DPB であることを証明せよ。

(沖縄県)(**)

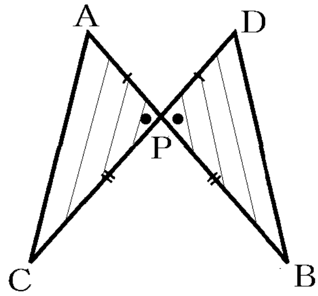


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△APC と△DPB で，

仮定より，

　AP＝DP･･･①

　CP＝BP･･･②

対頂角は等しいので，

　∠APC＝∠DPB･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

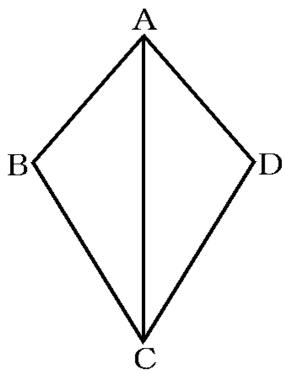
　△APC≡△DPB

＊解答に図をつける必要はないが，理解しやすいよう掲載している(以下，同様)。

[問題]

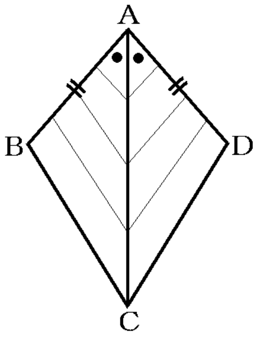
　四角形 ABCD があり，AB＝AD で，対角線 AC は∠BAD を 2 等分している。このとき，△ABC≡△ADC であることを証明せよ。

(長崎県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABC と△ADC で，

仮定より，

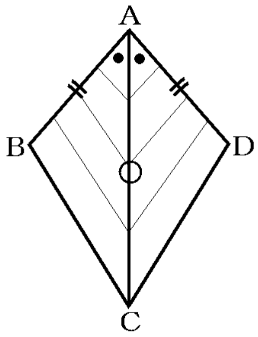
　AB＝AD ・・・①

　∠BAC＝∠DAC ・・・②

AC は共通・・・③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

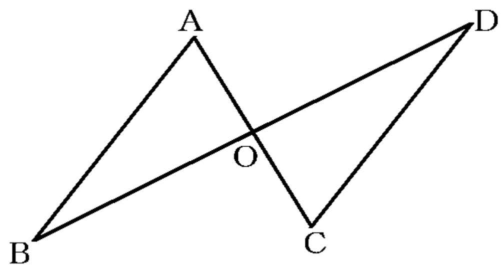
　△ABC≡△ADC



[問題]

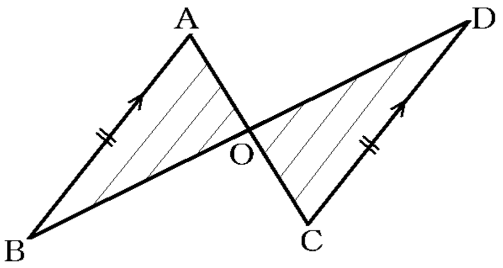
　右の図は，線分 AC と線分 BD の交点を O として，AB＝CD，AB // CD となるようにかいたものである。このとき，△OAB≡△OCD であることを証明せよ。

(沖縄県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△OAB と△OCD で,

仮定より，AB＝CD ・・・①

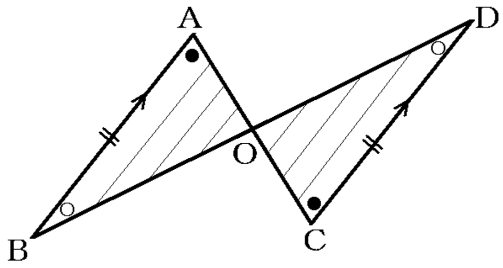
仮定より, AB // CD で, 平行線の錯角は等しいので,

　∠OAB＝∠OCD ・・・②

　∠OBA＝∠ODC ・・・③

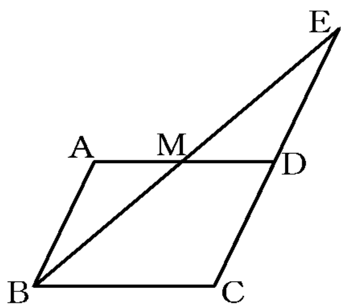
①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

　△OAB≡△OCD



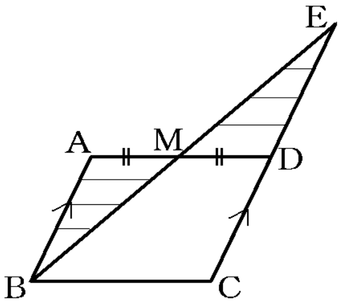
[問題]

　平行四辺形 ABCD の辺 AD の中点を M とする。
線分 BM の延長と辺 CD の延長との交点を E とする。
このとき，△ABM≡△DEM であることを証明せよ。
(長崎県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABM と△DEM で,

仮定より,

　AM＝DM･･･①

対頂角は等しいので,

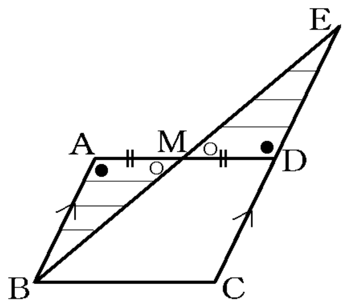
　∠AMB＝∠DME･･･②

AB // CE で平行線の錯角は等しいので,

　∠BAM＝∠EDM･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

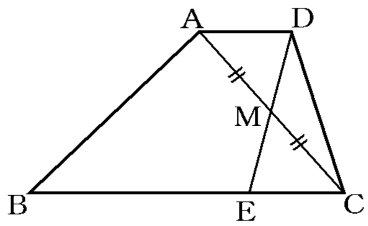
　△ABM≡△DEM



[問題]

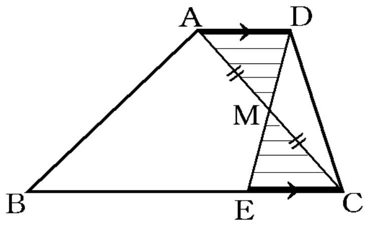
　右の図のように，AD // BC である台形 ABCD がある。線分 AC の中点を M とし，直線 DM と辺 BC との交点を E とする。このとき，AD＝CE であることを証明せよ。

(鳥取県)(**)

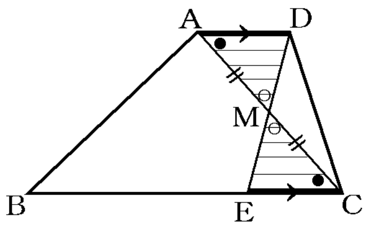


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△AMD と△CME で,

仮定より,

　AM＝CM･･･①

対頂角は等しいので,

　∠AMD＝∠CME･･･②

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので,

　∠DAM＝∠ECM･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

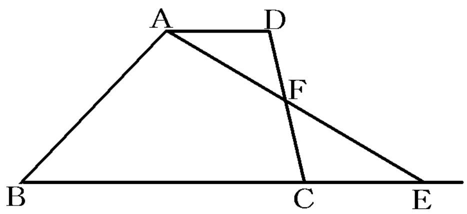
　△AMD≡△CME

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

　AD＝CE

[問題]

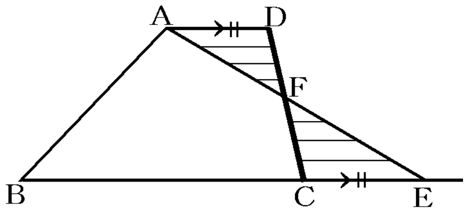
　右の図のように，AD // BC である台形 ABCD がある。半直線 BC 上で点 C の右側に AD＝CE となる点 E をとり, 線分 AE と辺 CD の交点を F とする。このとき，点 F は辺 CD の中点であることを証明せよ。



(岩手県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ADF と△ECF で,

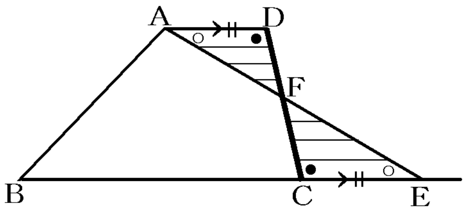
仮定より,

AD＝CE･･･①

平行線の錯角は等しいので，AD // CE より,

∠FAD＝∠FEC･･･②

∠FDA＝∠FCE･･･③



①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

△ADF≡△ECF

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

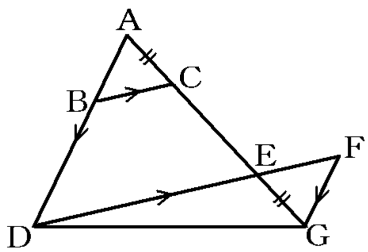
FD＝FC

よって，点 F は辺 CD の中点である。

[問題]

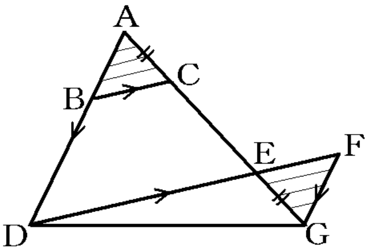
右の図において，AC＝GE，BC // DF，AD // FG のとき，△ABC と△GFE は合同であることを証明せよ。ただし，点 E は，線分 AG と線分 DF の交点とする。

(鳥取県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABC と△GFE で,

仮定より，AC＝GE･･･①

AD // FG で平行線の錯角は等しいので,

　∠BAC＝∠FGE･･･②

BC // DF で平行線の同位角は等しいので,

　∠ACB＝∠AED･･･③

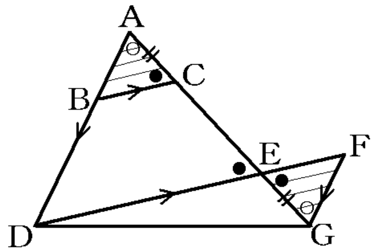
対頂角は等しいので,

　∠AED＝∠GEF･･･④

③，④より，∠ACB＝∠GEF･･･⑤

①，②，⑤から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

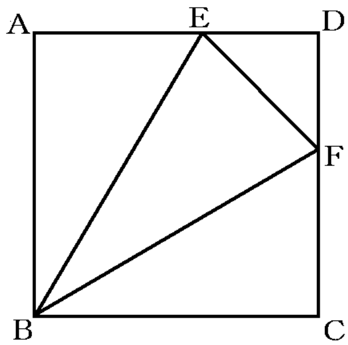
△ABC≡△GFE



[問題]

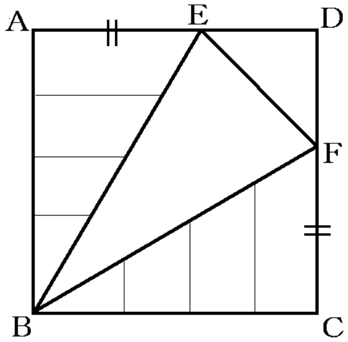
　右の図のように，正方形 ABCD があり，AE＝CF となるように，点 E，F をそれぞれ辺 AD，CD 上にとる。このとき，△ABE≡△CBF となることを証明せよ。

(富山県)(**)

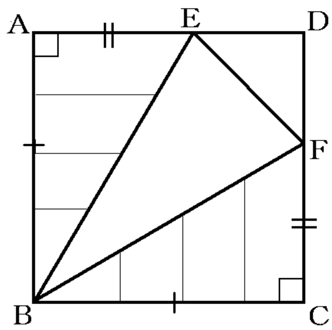


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABE と△CBF で，

仮定より，AE＝CF ・・・①

また，四角形 ABCD は正方形なので，

　AB＝CB ・・・②

　∠BAE＝90°，∠BCF＝90° で

　∠BAE＝∠BCF ・・・③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

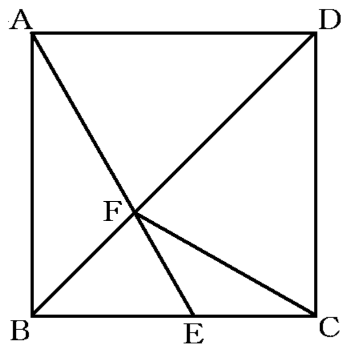
△ABE≡△CBF

[問題]

　右の図のように，正方形 ABCD がある。この正方形の辺 BC 上に点 E をとり，対角線 BD と線分 AE との交点を F とし，点 C と点 F を結ぶ。

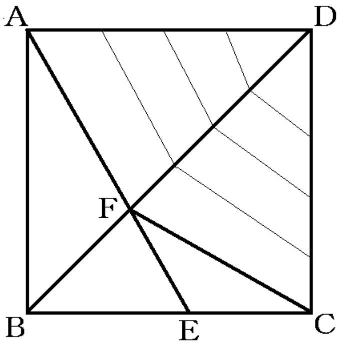
このとき，△ADF≡△CDF を証明せよ。

(高知県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ADF と△CDF で,

仮定より，四角形 ABCD は正方形なので,

　AD＝CD　･･･①

△ABD は直角二等辺三角形になるので，∠ADF＝45°

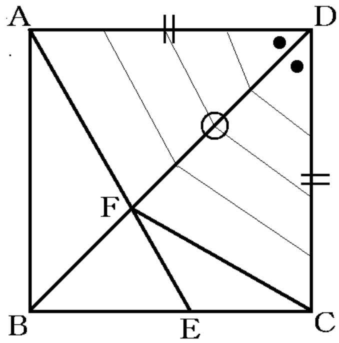
同様にして，∠CDF＝45°

　よって，∠ADF＝∠CDF　･･･②

DF は共通　･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

　△ADF≡△CDF

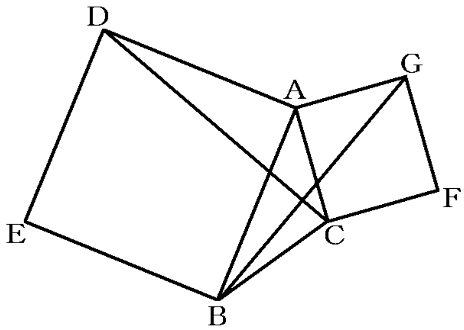


[問題]

　右の図のように，∠A が鋭角の△ABC の 2 辺 AB，AC をそれぞれ 1 辺とする正方形 ADEB, ACFG を△ABC の外側につくる。

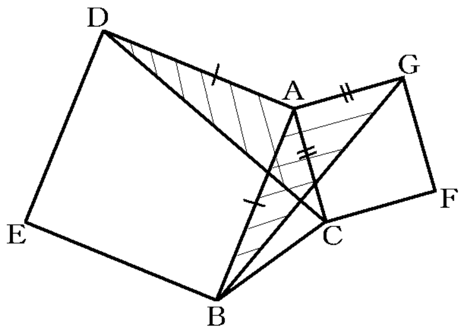
このとき，△ABG≡△ADC であることを証明せよ。

(鹿児島県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABG と△ADC で,

四角形 ADEB, 四角形 ACFG はともに正方形なので,

AB＝AD ・・・①

AG＝AC ・・・②

正方形の 4 つの内角は 90° なので,

∠CAG＝∠BAD＝90°

よって,

∠BAG＝∠CAG＋∠BAC＝90° ＋∠BAC

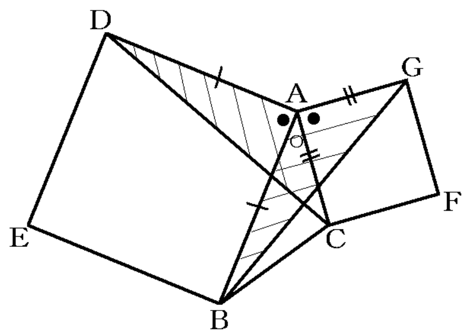
∠DAC＝∠BAD＋∠BAC＝90° ＋∠BAC

したがって,

∠BAG＝∠DAC ・・・③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

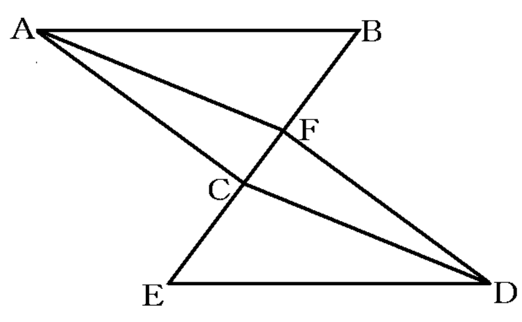
△ABG≡△ADC



[問題]

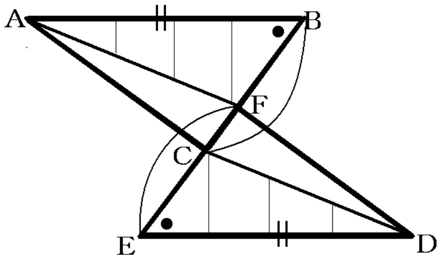
右の図で，△ABC≡△DEF で，4 点 B，F，C，E は，1 つの直線上にある。点 A と点 F，点 D と点 C をそれぞれ結ぶとき，△ABF≡△DEC であることを証明せよ。

(栃木県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABF と△DEC で,

仮定より，△ABC≡△DEF なので,

　∠ABF＝∠DEC ･･･①

　AB＝DE ･･･②

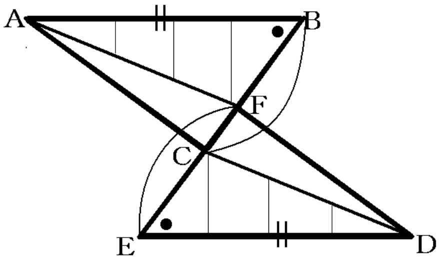
　BC＝EF で,

　BF＝BC－CF，EC＝EF－CF なので,

　BF＝EC ･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

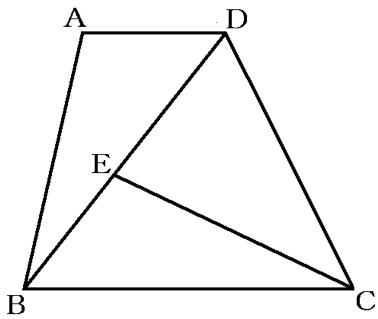
　△ABF≡△DEC



[問題]

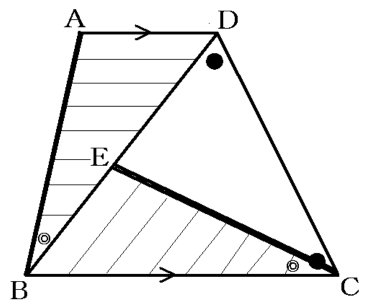
　右の図のように，AD // BC の台形 ABCD があり，∠BCD＝∠BDC である。また, 対角線 BD 上に点 E があり，∠ABD＝∠ECB である。このとき，AB＝EC であることを証明せよ。

(広島県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABD と△ECB で,

仮定より，∠ABD＝∠ECB ・・・①

仮定より∠BCD＝∠BDC なので, △BCD は二等辺三角形で,

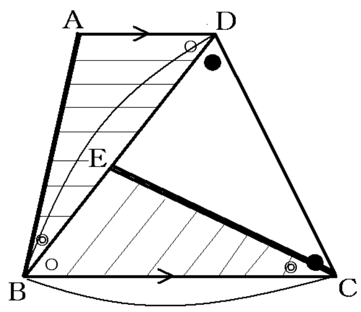
BD＝CB ・・・②

仮定より AD // BC で，平行線の錯角は等しいので,

∠ADB＝∠EBC ・・・③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，△ABD≡△ECB

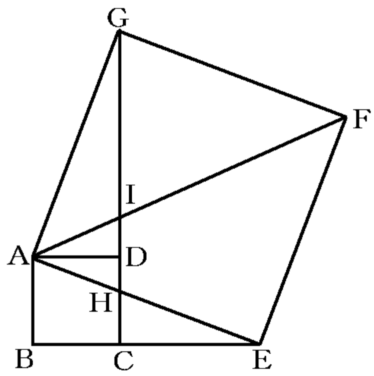
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，　AB＝EC



【】直角三角形

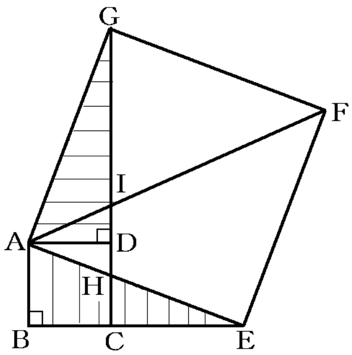
[問題]

右の図で，四角形 ABCD と四角形 AEFG はともに
正方形であり，点 E は辺 BC の延長線上にある。このとき，
△ABE≡△ADG となることを証明せよ。
(岐阜県)(***)



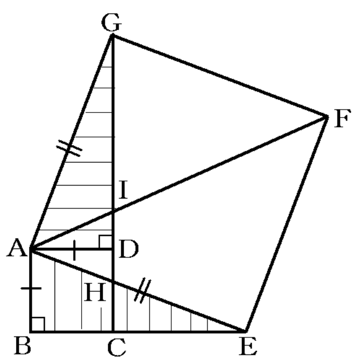
[解答欄]

[ヒント]



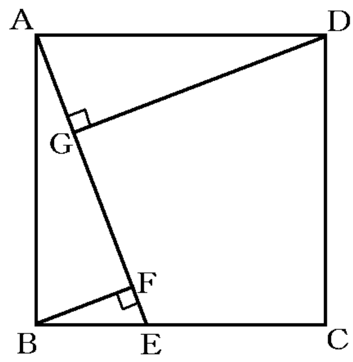
[解答]

△ABE と△ADG で，
四角形 ABCD は正方形なので，
∠ABE＝∠ADG＝90°･･･①
AB＝AD ･･･②
四角形 AEFG は正方形なので，
AE＝AG ･･･③
①，②，③から，直角三角形の斜辺と他の 1 辺が，それぞれ等しいので，
△ABE≡△ADG



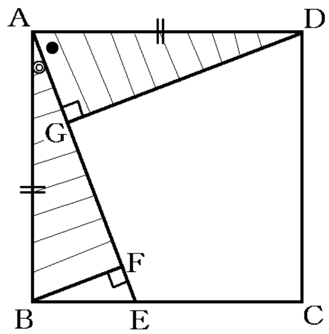
[問題]

右の図において，四角形 ABCD は正方形である。E は，辺 BC 上にあって B，C と異なる点である。A と E とを結ぶ。F は，B から線分 AE にひいた垂線と線分 AE との交点である。G は, D から線分 AE にひいた垂線と線分 AE との交点である。このとき，△ABF≡△DAG となることを証明せよ。
(大阪府)(***)



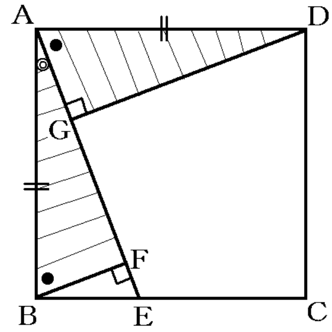
[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABF と△DAG で,



仮定より,

∠AFB＝∠DGA＝90° ･･･①

正方形の辺はすべて等しいので,

AB＝DA ･･･②

三角形の内角の和は 180° だから,

∠ABF＋∠BAF＋90° ＝180°

∠ABF＝90° －∠BAF ･･･③

∠DAG＋∠BAF＝90° なので,

∠DAG＝90° －∠BAF ･･･④

③，④より，∠ABF＝∠DAG ･･･⑤

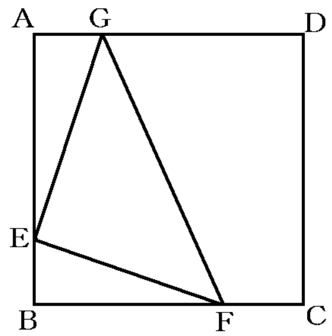
①，②，⑤から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので,

△ABF≡△DAG

[問題]

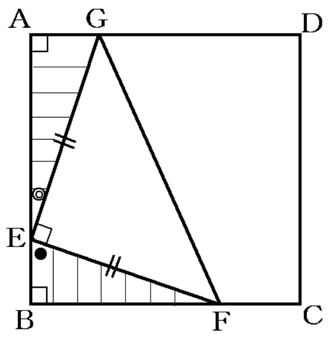
右の図のように，正方形 ABCD がある。辺 AB，BC，AD 上に点 E, F, G をそれぞれとり, 線分 GE, EF, GF をひく。EG＝FE, ∠GEF＝90° のとき，△AEG≡△BFE であることを証明せよ。

(宮崎県)(***)

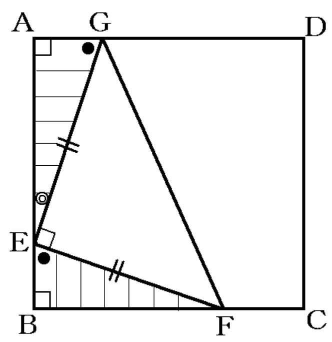


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△AEG と△BFE で,

正方形の内角はすべて 90° なので,

　∠EAG＝∠FBE＝90° ･･･①

仮定より,

　EG＝FE ･･･②

三角形の内角の和は 180° だから,

　∠AEG＋∠AGE＋90° ＝180°

　∠AGE＝90° －∠AEG ･･･③

A，E，G は一直線上にあるので,

　∠AEG＋90° ＋∠BEF＝180°

　∠BEF＝90° －∠AEG ･･･④

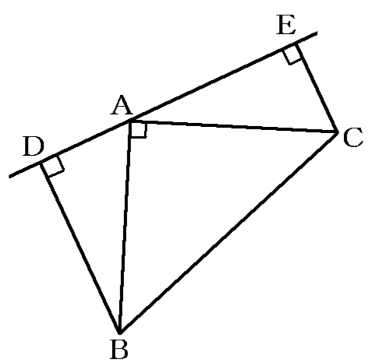
③，④より，∠AGE＝∠BEF ･･･⑤

①，②，⑤から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので,

　△AEG≡△BFE

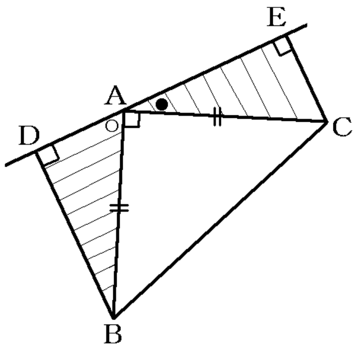
[問題]

　右の図のように，AB＝AC である直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線に，頂点 B，C からそれぞれ垂線 BD，CE をひく。このとき，BD＋CE＝DE であることを証明せよ。(愛知県改)(***)

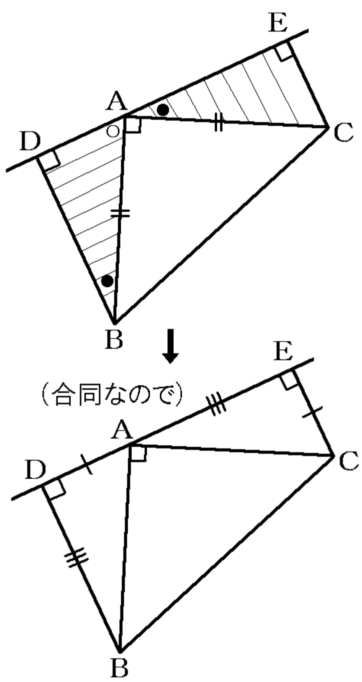


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABD と△CAE で，

仮定より，

　∠ADB＝∠CEA＝90°　･･･①

　AB＝CA　･･･②

三角形の内角の和は 180°　だから，

　∠ABD＋∠BAD＋90°　＝180°　，

　∠ABD＝90°　－∠BAD　･･･③

D，A，E は一直線上にあるので，

　∠CAE＋90°　＋∠BAD＝180°

　∠CAE＝90°　－∠BAD　･･･④

③，④より，∠ABD＝∠CAE　･･･⑤

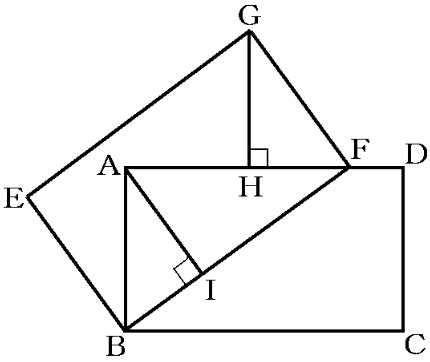
①，②，⑤から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，△ABD≡△CAE

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，BD＝AE, AD＝CE となり，BD＋CE＝AE＋AD＝DE　よって，BD＋CE＝DE

[問題]

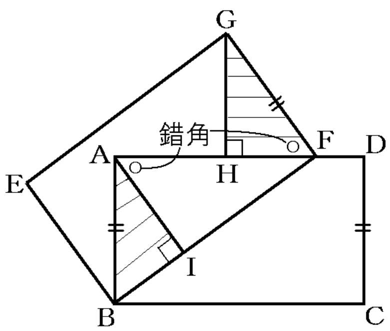
右の図のように，1 つの平面上に合同な 2 つの長方形 ABCD, EBFG があり, 点 F は辺 AD 上の点である。また，線分 AF 上に点 H，辺 BF 上に点 I があり，GH⊥AF, AI⊥BF である。このとき，△ABI≡△GFH であることを証明せよ。

(広島県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABI と△GFH で,

仮定より,

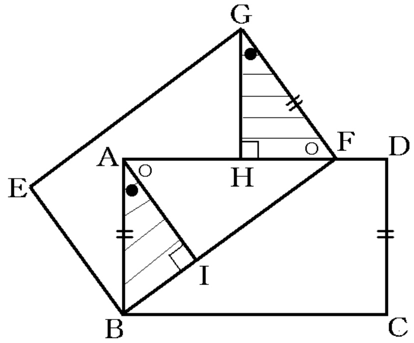
∠AIB＝∠GHF＝90° ･･･①

四角形 ABCD は長方形なので,

AB＝DC ･･･②

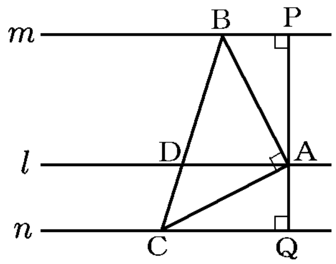
長方形 ABCD と長方形 EBFG は合同なので,

DC＝GF ･･･③



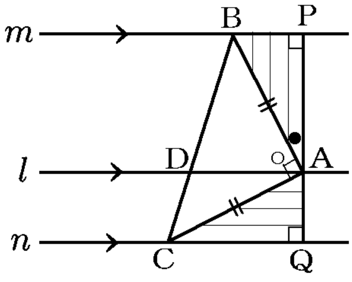
②，③より，AB＝GF ･･･④
∠BAI＋∠IAF＝90°なので，∠BAI＝90°－∠IAF ･･･⑤
△GFH で，三角形の内角の和は 180°なので，
　∠FGH＋∠GFH＋90°＝180°，∠FGH＝90°－∠GFH ･･･⑥
AI // GF で，平行線の錯角は等しいので，∠IAF＝∠GFH ･･･⑦
⑤，⑥，⑦より，∠BAI＝∠FGH ･･･⑧
①，④，⑧から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，
△ABI≡△GFH

[問題]
　右の図のように，∠BAC＝90°の直角二等辺三角形 ABC と，頂点 A，B，C をそれぞれ通る 3 本の平行な直線 l，m，n がある。線分 BC と直線 l との交点を D とし，頂点 A から 2 直線 m，n にそれぞれ垂線 AP，AQ をひく。このとき，△ABP≡△CAQ であることを証明せよ。
(鹿児島県)(***)



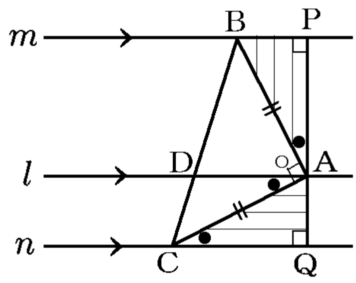
[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABP と△CAQ で，



仮定より，

∠APB＝∠CQA＝90°　･･･①

△ABC は直角二等辺三角形なので，

AB＝CA･･･②

m // l なので，∠DAP＝∠APB＝90°

∠BAP＝∠DAP－∠BAD＝90°－∠BAD･･･③

∠DAC＝∠BAC－∠BAD＝90°－∠BAD･･･④

③，④より，∠BAP＝∠DAC･･･⑤

l // n で，平行線の錯角は等しいので，∠DAC＝∠ACQ･･･⑥

⑤，⑥より，∠BAP＝∠ACQ･･･⑦

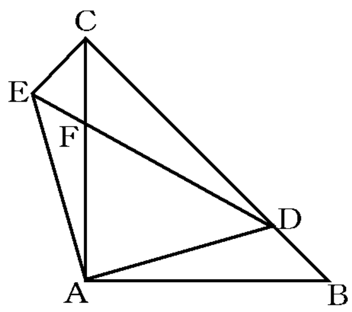
①，②，⑦から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，

△ABP≡△CAQ

[問題]

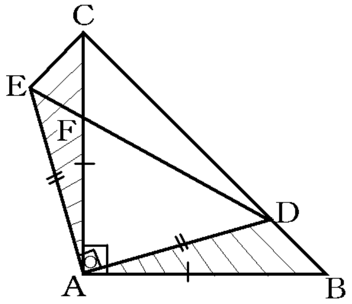
右の図の△ABC は，AB＝AC の直角二等辺三角形である。辺 BC 上に点 D をとり，図のように AD＝AE となる直角二等辺三角形 ADE を作り，DE と AC との交点を F とする。このとき，△ABD と△ACE が合同であることを証明せよ。

(山形県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABD と△ACE で,

仮定より，AB＝AC･･･①，AD＝AE･･･②

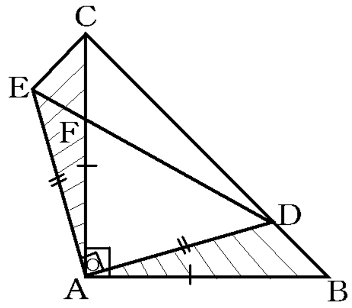
仮定より，∠BAC＝90°，∠DAE＝90° なので,

∠BAD＝∠BAC－∠CAD＝90° －∠CAD

∠CAE＝∠DAE－∠CAD＝90° －∠CAD

よって，∠BAD＝∠CAE･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，　△ABD≡△ACE

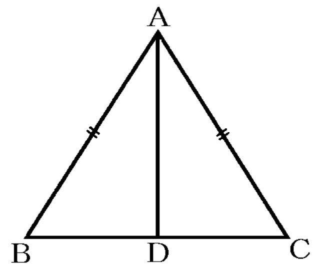


【】二等辺三角形

【】二等辺三角形の定理

[問題]

右の図のような AB＝AC である二等辺三角形 ABC があり，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とする。次の(証明)は，△ABD と△ACD が合同であることを証明したものである。このとき，アにあてはまる角を書け。また，イにあてはまる言葉を書き入れて三角形の合同条件を完成させよ。



(証明)

△ABD と△ACD で，

仮定より，

AB＝AC ・・・①

また，AD は共通だから，

AD＝AD ・・・②

AD は∠A の二等分線だから，

∠BAD＝(　ア　) ・・・③

①，②，③から，(　　イ　　)が，それぞれ等しいので，

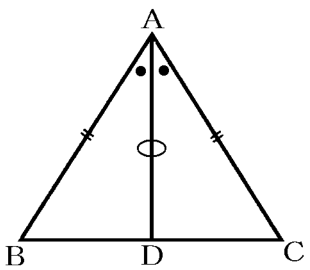
△ABD≡△ACD

(福井県)

[解答欄]

ア	イ

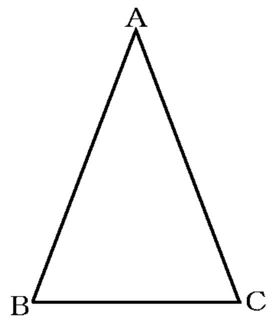
[ヒント]



[解答]ア ∠CAD　イ 2 組の辺とその間の角

[問題]

　右の図のような二等辺三角形 ABC において，「AB＝AC ならば，∠B＝∠C である」ことを，次のように証明した。$\boxed{\quad\quad}$ に証明の続きをかき，証明を完成せよ。



(証明)

点 A から辺 BC に垂線をひき，辺 BC との交点を D とする。

△ABD と△ACD で，

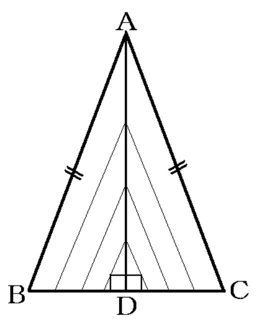
合同な図形では，対応する角は等しいので，∠B＝∠C

(証明終)

(鳥取県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

辺 AD は辺 BC の垂線だから,

∠ADB＝∠ADC＝90° ･･･①

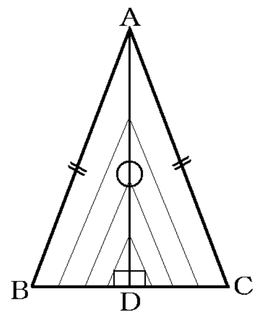
仮定より,

AB＝AC ･･･②

AD は共通 ･･･③

①, ②, ③から, 直角三角形の斜辺と他の 1 辺が, それぞれ等しいので,

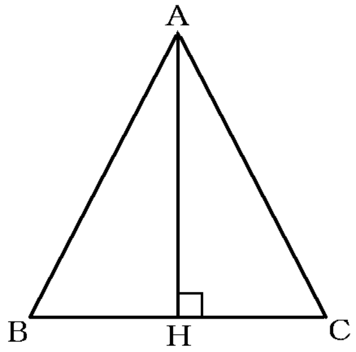
△ABD≡△ACD



[問題]

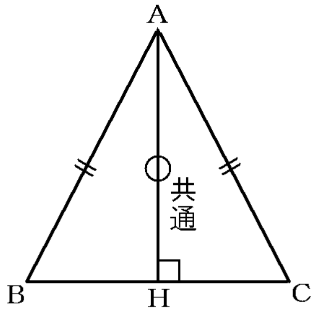
右の図の△ABC は, AB＝AC の二等辺三角形である。頂点 A から底辺 BC に垂線 AH をひくとき, BH＝CH となることを証明せよ。

(鳥取県)(**)

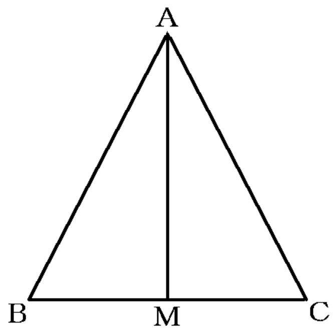


[解答欄]

[解答]
△ABH と△ACH で,
仮定より,
　AB＝AC ･･･①
　∠AHB＝∠AHC＝90° ･･･②
AH は共通 ･･･③
①，②，③から，直角三角形の斜辺と他の 1 辺が，それぞれ等しいので,
　△ABH≡△ACH
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,
　BH＝CH



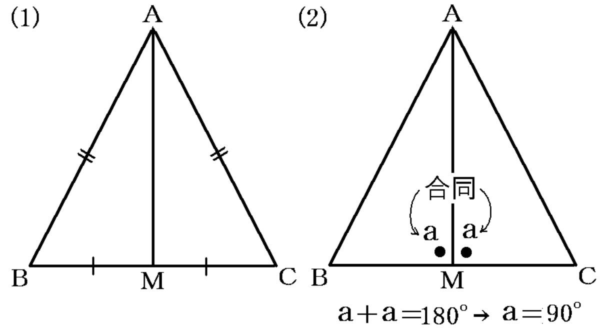
[問題]
　右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形 ABC の辺 BC の中点を M とする。次の各問いに答えよ。
(1)　△ABM≡△ACM であることを証明せよ。ただし，AM⊥BC を用いないこと。
(2)　AM⊥BC であることを次のように説明した。次の(　　)のア，イにあてはまるものを答えよ。
　△ABM≡△ACM より，∠AMB＝∠(　ア　)。
　また，∠AMB＋∠(ア)＝(　イ　)° だから,
　∠AMB＝90° つまり，AM⊥BC である。
(島根県)(**)



[解答欄]

(1)	
(2)ア	イ

[ヒント]



[解答]

(1)

△ABM と△ACM で,

仮定より,

AB＝AC …①

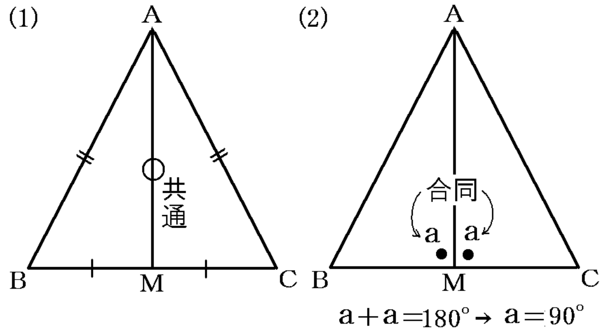
BM＝CM …②

AM は共通 …③

①，②，③から，3 組の辺が，それぞれ等しいので,

△ABM≡△ACM

(2)ア AMC イ 180

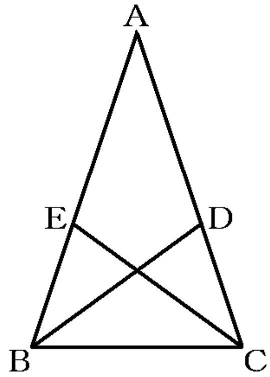


【】二等辺三角形の性質を使った証明

[問題]

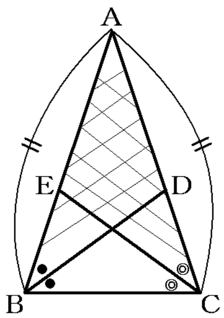
AB＝AC の二等辺三角形 ABC において，∠B と∠C の二等分線をひき，辺 AC，AB との交点を，それぞれ D，E とする。△ABD と△ACE が合同であることを証明せよ。

(埼玉県)(**)

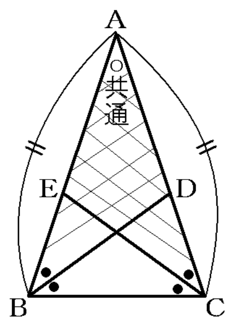


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABD と△ACE で，

仮定より，AB＝AC ･･･①

∠A は共通 ･･･②

仮定より，∠ABD＝$\dfrac{1}{2}$∠B，∠ACE＝$\dfrac{1}{2}$∠C

二等辺三角形の底角は等しいので，∠B＝∠C

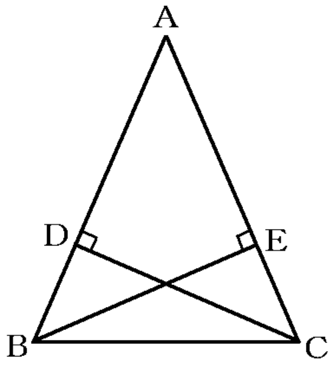
よって，∠ABD＝∠ACE ･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，△ABD≡△ACE

[問題]

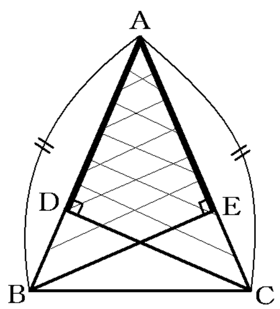
　次の図のような，∠A が鋭角で AB＝AC の二等辺三角形 ABC がある。辺 AB，AC 上に∠ADC＝∠AEB＝90°となるようにそれぞれ点 D，E をとる。このとき，AE＝AD であることを証明せよ。

(栃木県)(**)

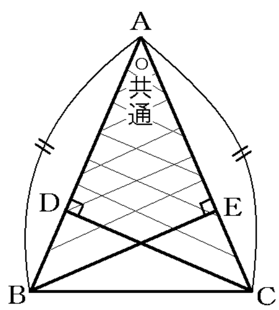


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABE と△ACD で，

仮定より，

　AB＝AC ･･･①

　∠AEB＝∠ADC＝90° ･･･②

∠A は共通 ･･･③

①，②，③から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，

　△ABE≡△ACD

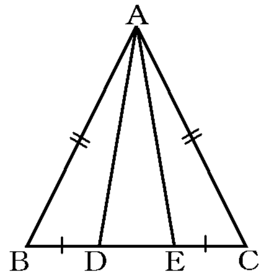
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

　AE＝AD

[問題]

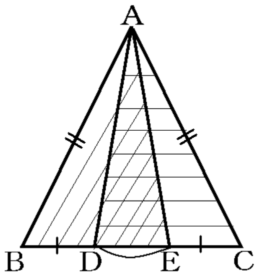
右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に，BD＝CE となるようにそれぞれ点 D，E をとる。ただし，BD＜DC とする。このとき，△ABE≡△ACD であることを証明せよ。

(栃木県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABE と△ACD で，

△ABC は二等辺三角形なので，

AB＝AC･･･①

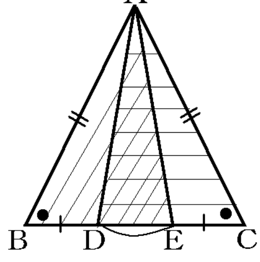
∠ABE＝∠ACD･･･②

仮定より，BD＝CE なので，BD＋DE＝CE＋DE

よって，BE＝CD･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

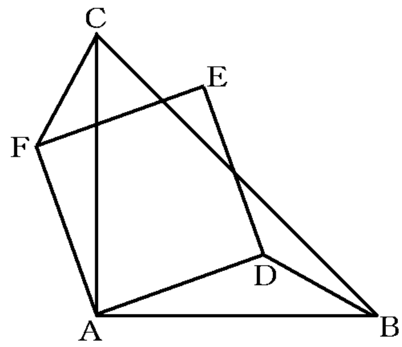
△ABE≡△ACD



[問題]

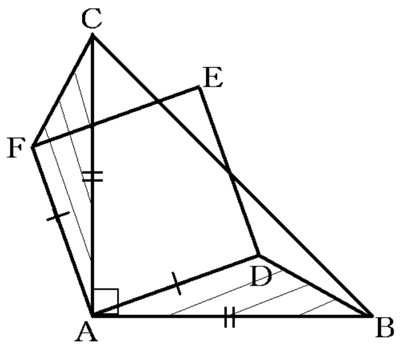
右の図のように，1 つの平面上に∠BAC＝90°の直角二等辺三角形 ABC と正方形 ADEF がある。ただし，∠BAD は鋭角とする。このとき，△ABD≡△ACF であることを証明せよ。

(広島県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABD と△ACF で，

仮定より，四角形 ADEF は正方形なので，

AD＝AF ・・・①

仮定より，△ABC は直角二等辺三角形なので，

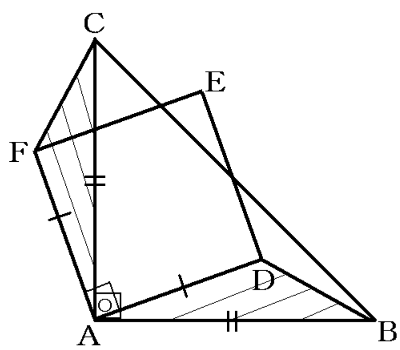
AB＝AC ・・・②

また，∠BAC＝90°，∠DAF＝90°なので，

∠BAD＝∠BAC−∠DAC＝90°−∠DAC

∠CAF＝∠DAF−∠DAC＝90°−∠DAC

よって，∠BAD＝∠CAF ・・・③

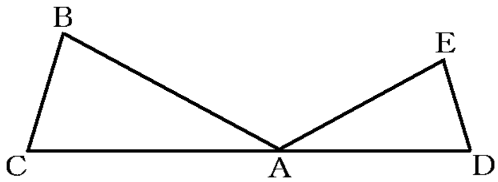


①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

　△ABD≡△ACF

[問題]

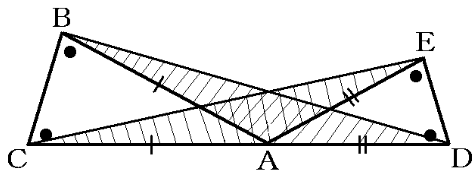
　右の図のように, 頂点 A が共通な 2 つの△ABC と△ADE があり, 点 C, A, D は一直線上にある。AB＝AC，AD＝AE，∠ACB＝∠ADE とする。このとき，BD＝CE となることを証明せよ。



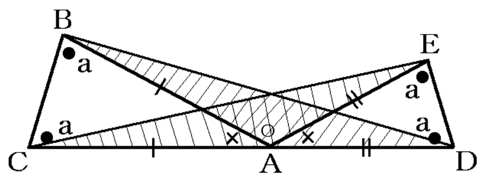
(北海道)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABD と△ACE で,

仮定より，

　AB＝AC ･･･①

　AD＝AE ･･･②

仮定より，∠ACB＝∠ADE＝a とおく。

△ABC は二等辺三角形なので，∠ABC＝∠ACB＝a

△ADE は二等辺三角形なので，∠ADE＝∠AED＝a

よって，$\angle ABC = \angle ACB = \angle ADE = \angle AED = a$

$\triangle ABC$ で，$\angle CAB = 180^\circ - 2a$

$\triangle ADE$ で，$\angle DAE = 180^\circ - 2a$

$\angle BAD = \angle BAE + \angle DAE = \angle BAE + 180^\circ - 2a$

$\angle CAE = \angle BAE + \angle CAB = \angle BAE + 180^\circ - 2a$

よって，$\angle BAD = \angle CAE$ ･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

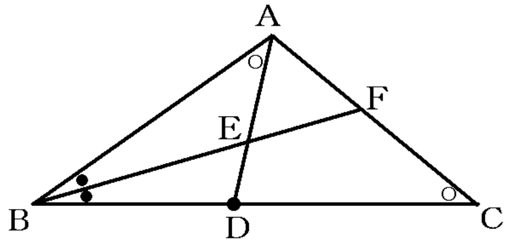
$BD = CE$

【】二等辺三角形になることを証明

[問題]

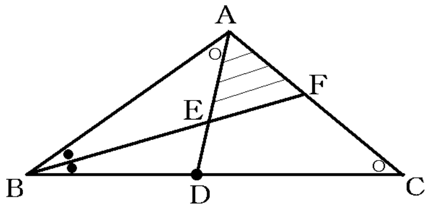
右の図のように，△ABC の辺 BC 上に点 D がある。∠ABD の二等分線と線分 AD，辺 AC との交点をそれぞれ E，F とする。∠BAE＝∠BCF のとき，AE＝AF を証明せよ。

(北海道)(***)

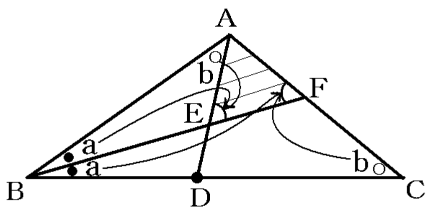


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



仮定より，BF は∠ABD の二等分線なので，

∠ABE＝∠CBF＝a とおくことができる。

また，仮定より∠BAE＝∠BCF なので，

∠BAE＝∠BCF＝b とおくことができる。

△ABE で，1 つの外角は，そのとなりにない 2 つの内角に等しいので，

∠AEF＝∠ABE＋∠BAE＝a＋b ･･･①

△BCF で，1 つの外角は，そのとなりにない 2 つの内角に等しいので，

∠AFE＝∠CBF＋∠BCF＝a＋b ･･･②

①，②より，∠AEF＝∠AFE

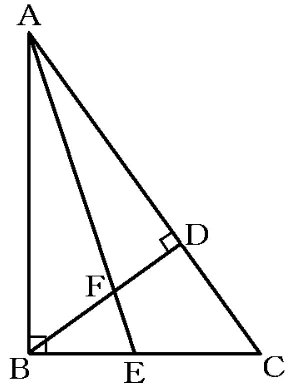
2 つの角が等しいので，△AEF は二等辺三角形になる。

よって，AE＝AF

[問題]

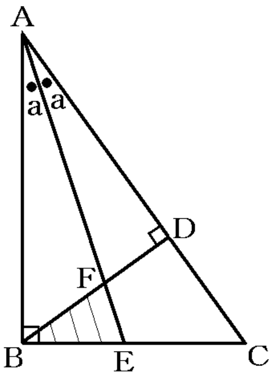
　右の図のように，∠ABC＝90°の直角三角形 ABC において，頂点 B から辺 AC に垂線 BD を引く。また，∠BAC の二等分線と辺 BC，BD との交点をそれぞれ E，F とする。このとき，BE＝BF であることを証明せよ。

(栃木県)(***)

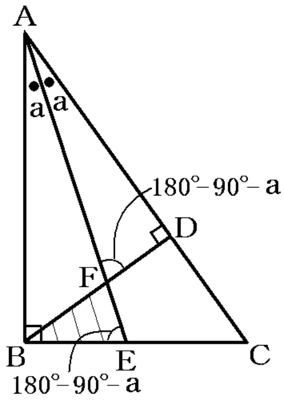


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



仮定より，EA は∠BAC の二等分線なので，

∠BAE＝∠DAF＝a とおくことができる。

△AEB で，∠AEB＝180°－90°－a＝90°－a

よって，∠BEF＝90°－a ･･･①

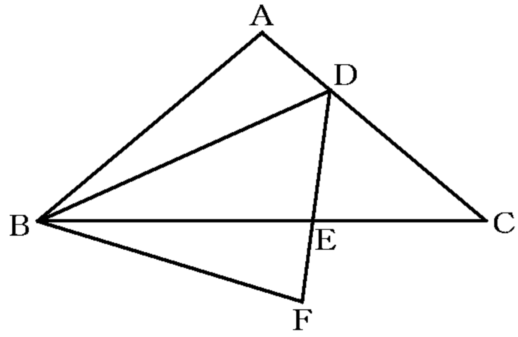
△AFD で，∠AFD＝180°－90°－a＝90°－a

対頂角は等しいので，

∠BFE＝∠AFD＝90°　－a　･･･②
①，②より，∠BEF＝∠BFE
△BEF は 2 角が等しいので二等辺三角形である。
よって，BE＝BF

[問題]

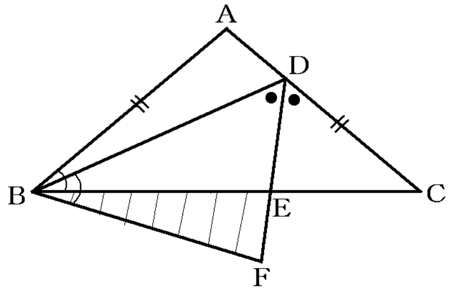
　右の図のように，AB＝AC である二等辺三角形 ABC の辺 AC 上に点 D がある。辺 BC 上に∠BDE＝∠CDE となるように点 E をとる。また，線分 DE の延長上に∠DBF＝∠ABC となるように点 F をとる。このとき，△BFE は二等辺三角形であることを証明せよ。



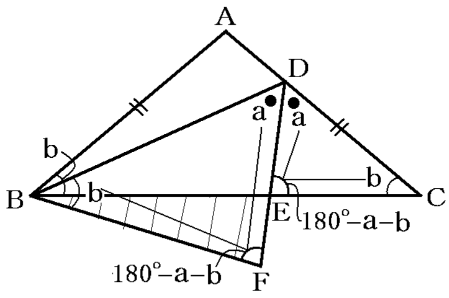
(広島県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]
仮定より，∠BDE＝∠CDE なので，
∠BDE＝∠CDE＝a とおくことができる。
また，仮定より AB＝AC なので，
∠ABC＝∠ACB＝b とおくことができる。
仮定より∠DBF＝∠ABC なので，∠DBF＝b
△BFD で，
∠BFD＝180° －∠BDF－∠DBF＝180° －a－b
△CED で，
∠CED＝180° －∠CDE－∠ACB＝180° －a－b
対頂角は等しいので，∠BEF＝∠CED＝180° －a－b
よって，∠BFD＝∠BEF
△BEF は 2 角が等しいので二等辺三角形である。

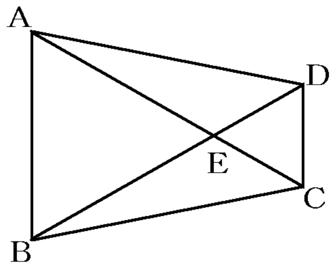


【】正三角形

[問題]

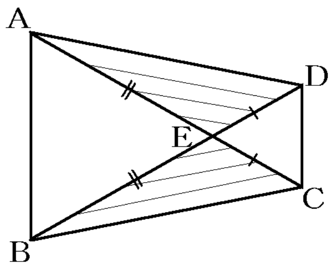
右の図のような四角形 ABCD がある。線分 AC と BD の交点を E とすると，△ABE と△CDE は正三角形である。このとき，△AED≡△BEC であることを証明せよ。

(沖縄県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△AED と△BEC で，

対頂角は等しいので，

∠AED＝∠BEC･･･①

△ABE は正三角形なので，

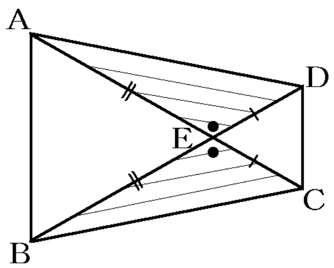
AE＝BE･･･②

△CDE は正三角形なので，

DE＝CE･･･③

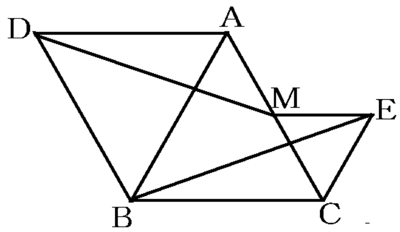
①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

△AED≡△BEC



[問題]

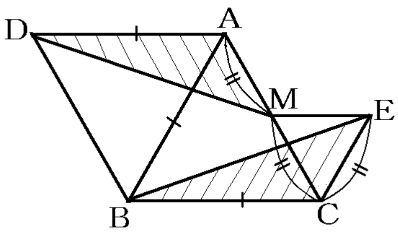
　右の図のように正三角形 ABC があり，辺 AC の中点を M とする。正三角形 ABC の外側に正三角形 DBA と正三角形 MCE をつくる。このとき，△ADM≡△CBE であることを証明せよ。



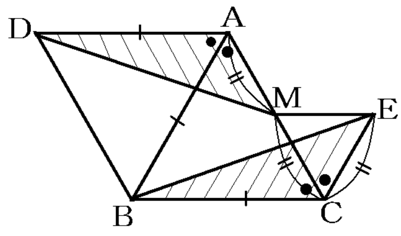
(佐賀県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ADM と△CBE で，

△ABD は正三角形なので，AD＝AB･･･①

△ABC は正三角形なので，AB＝CB･･･②

①，②より，AD＝CB･･･③

仮定より，AM＝CM･･･④

△MCE は正三角形なので，CM＝CE･･･⑤

④，⑤より，AM＝CE･･･⑥

△DBA，△ABC，△MCE はそれぞれ正三角形なので，内角はすべて 60°である。

よって，∠DAM＝60°＋60°＝120°，∠BCE＝60°＋60°＝120°なので，

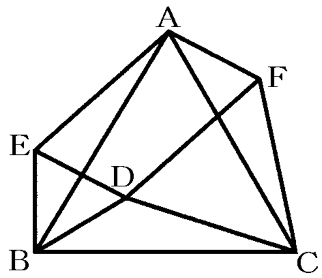
　∠DAM＝∠BCE･･･⑦

③，⑥，⑦から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

　△ADM≡△CBE

[問題]

右の図のように，正三角形ABCの内側に点Dをとり，△DBCの外側にBD，DCを1辺とする正三角形BDE，DCFをつくり，点Aと点E，Fをそれぞれ結ぶ。△AEBと△CDBが合同になることを次のように証明した。ア～ウにあてはまる辺や角やことばを入れよ。



(証明)

△AEBと△CDBについて，

仮定より，AB=(　ア　)･･･①

BE=BD･･･②,

∠EBD=∠ABC･･･③

また，∠EBA=∠EBD−(　イ　)･･･④

∠DBC=∠ABC—(　イ　)･･･⑤

③，④，⑤より，∠EBA=∠DBC･･･⑥

①，②，⑥から，(　　ウ　　)がそれぞれ等しいので，

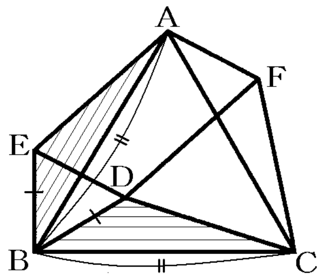
△AEB≡△CDB

(青森県)(***)

[解答欄]

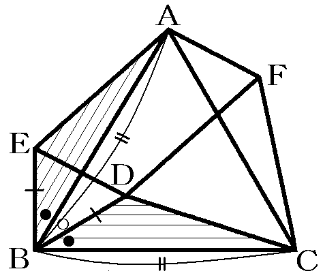
ア	イ	ウ

[ヒント]



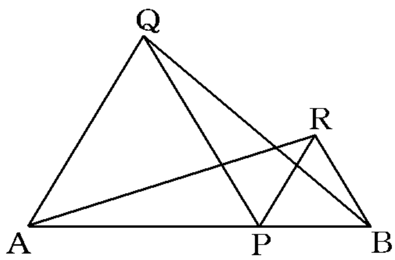
[解答]ア　CB　イ　∠ABD　ウ　2組の辺とその間の角

[解説]



[問題]

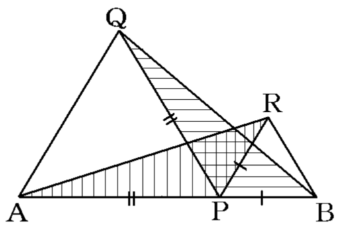
　線分 AB 上に点 P がある。辺 AP，PB を 1 辺とする 2 つの正三角形△APQ 及び△PBR を辺 AB 上の同じ側につくる。A と R，B と Q を結んだとき，△APR≡△QPB であることを証明せよ。



(長野県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△APR と△QPB で，

正三角形の辺だから，

　AP＝QP …①

　PR＝PB …②

正三角形の内角はすべて 60° なので，

　∠APQ＝∠BPR＝60°

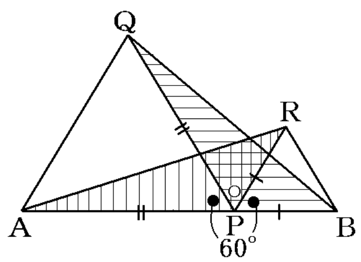
∠QPR＝180° −60° −60° ＝60°

∠APR＝120° ，∠QPB＝120°

よって，∠APR＝∠QPB …③

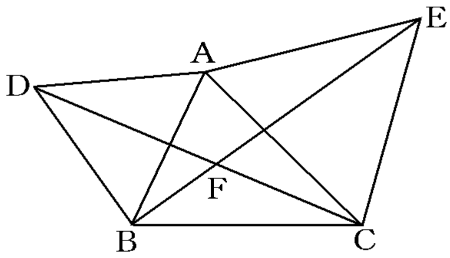
①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

　△APR≡△QPB



[問題]

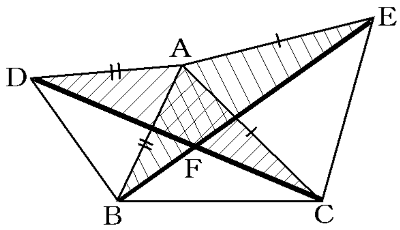
右の図のように，△ABC があり，∠BAC は鋭角で，AB＜AC である。△ABC と同じ平面上に 2 点 D，E を，△ADB と△ACE がともに正三角形になるようにとる。また，2 点 C，D を通る直線と，2 点 B，E を通る直線との交点を F とする。このとき，BE＝DC を証明せよ。



(三重県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABE と△ADC で，

正三角形の辺だから，

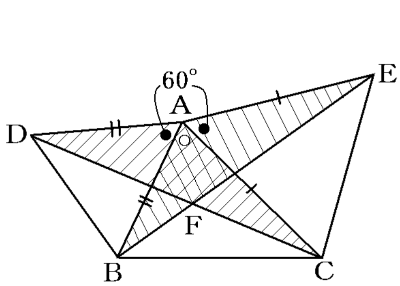
AB＝AD …①

AE＝AC …②

正三角形の内角はすべて 60° なので，

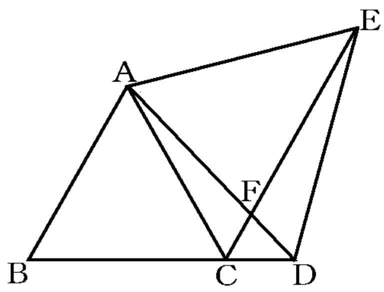
∠BAE＝∠BAC＋∠CAE＝∠BAC＋60°

∠DAC＝∠BAC＋∠DAB＝∠BAC＋60°



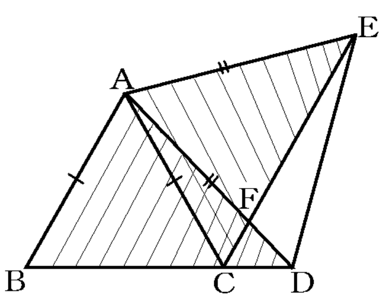
よって，∠BAE＝∠DAC ･･･③
①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，
△ABE≡△ADC
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，
BE＝DC

[問題]
右の図のように，正三角形 ABC と正三角形 ADE がある。点 D は辺 BC の延長上にあり，辺 AD と線分 CE の交点を F とする。△ABD≡△ACE であることを証明せよ。
(山口県)(***)

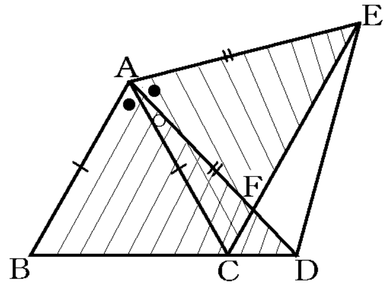


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABD と△ACE で,

△ABC は正三角形なので，AB＝AC･･･①

△ADE は正三角形なので，AD＝AE･･･②

正三角形の内角はすべて 60°なので,

∠BAD＝∠BAC＋∠CAD＝60°＋∠CAD

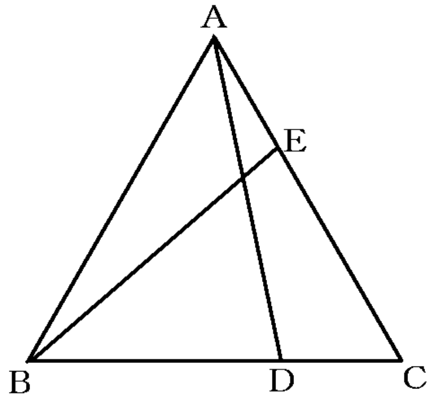
∠CAE＝∠DAE＋∠CAD＝60°＋∠CAD

よって，∠BAD＝∠CAE･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

△ABD≡△ACE

[問題]



右の図の正三角形 ABC で，BC，CA 上にそれぞれ点 D，E をとる。BD＝CE のとき，△ABD と△BCE が合同になることを次のように証明した。ア，イにあてはまる式やことばを入れよ。

(証明)

△ABD と△BCE で

仮定より，BD＝CE･･･①

また，△ABC は正三角形だから,

(　　　　ア　　　　)･･･②

∠ABD＝∠BCE･･･③

①，②，③から，(　　　　イ　　　　)がそれぞれ等しいので

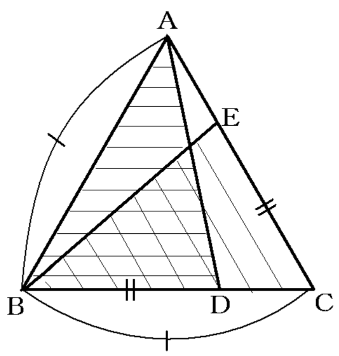
△ABD≡△BCE

(青森県)(***)

[解答欄]

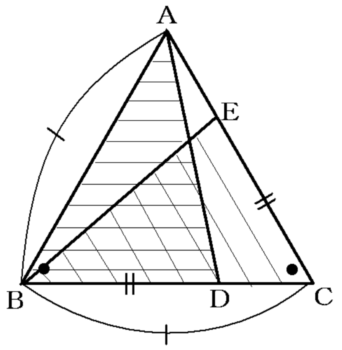
ア	イ

[ヒント]



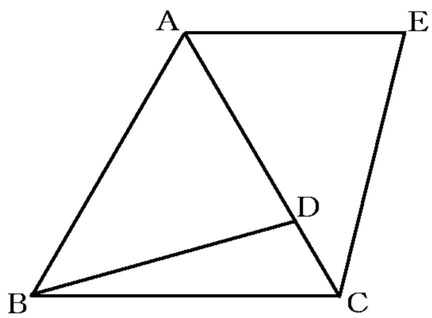
[解答]ア　AB＝BC　イ　2 組の辺とその間の角

[解説]



[問題]

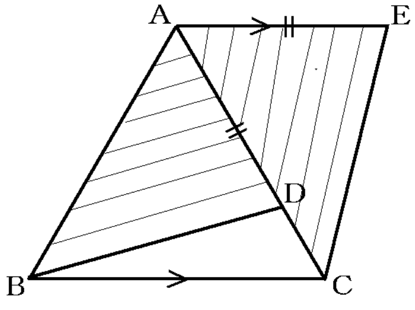
正三角形 ABC において辺 AC 上に点 D をとり，AE // BC, AD＝AE となるように点 E をとる。このとき，△ABD≡△ACE であることを証明せよ。



(栃木県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

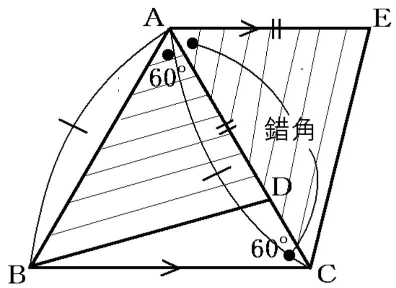


[解答]

△ABD と△ACE で,

仮定より,

　AD＝AE ･･･①



△ABC は正三角形で 3 辺が等しいので,

　AB＝AC ･･･②

△ABC は正三角形で 3 つの角はすべて等しいので,

　∠BAD＝∠ACB ･･･③

仮定より，AE // BC なので,

　∠ACB＝∠CAE ･･･④

③，④より，∠BAD＝∠CAE ･･･⑤

①，②，⑤から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

　△ABD≡△ACE

【FdData 入試製品版のご案内】
詳細は，[FdData 入試ホームページ]に掲載（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）
姉妹品：[FdData 中間期末ホームページ]（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆印刷・編集
この PDF ファイルは，FdData 入試を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 入試は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 入試の特徴
FdData 入試は，公立高校入試問題の全傾向を網羅することを基本方針に編集したワープロデータ(Word 文書)です。 入試理科・社会・数学ともに，過去に出題された公立高校入試の問題をいったんばらばらに分解して，細かい単元ごとに再編集して作成しております。

◆サンプル版と製品版の違い
ホームページ上に掲載しておりますサンプルは，製品の Word 文書を PDF ファイルに変換したもので印刷や編集はできませんが，製品の全内容を掲載しており，どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。
しかし，FdData 入試がその本来の力を発揮するのは印刷や編集ができる製品版においてです。また，製品版は，すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」，編集に適した「問題解答一体形式」，などの形式を含んでいますので，目的に応じて活用することができます。
※FdData 入試の特徴(QandA 方式)（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆FdData 入試製品版(Word 版)の価格(消費税込み)
※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
数学 1 年(4400 円)，数学 2 年(6400 円)，数学 3 年(9600 円)：(統合版は 16,200 円)
理科 1 年(6800 円)，理科 2 年(6800 円)，理科 3 年(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
社会地理(6800 円)，社会歴史(6800 円)，社会公民(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。
(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は，メール(info2@fdtext.com)，または電話(092-811-0960)で承っております。
※注文→インストール→編集･印刷の流れ （[Shift]＋左クリック）
※注文メール記入例 （[Shift]＋左クリック）

【Fd 教材開発】 Mail： info2@fdtext.com Tel ：092-811-0960