【FdData 高校入試：中学数学 2 年：四角形】

[平行四辺形の性質／平行四辺形になるための条件／長方形・ひし形・正方形／
折り返し／平行線と面積／FdData 入試製品版のご案内]

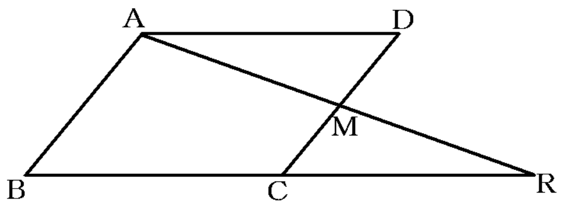
【】平行四辺形など

【】平行四辺形の性質

[問題]

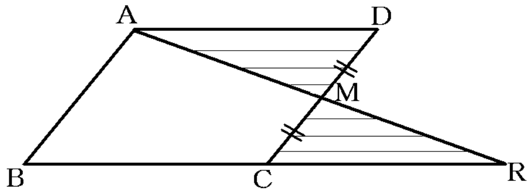
右の図のように，平行四辺形 ABCD がある。辺 CD の中点を M とする。直線 AM と直線 BC の交点を R とする。△AMD≡△RMC であることを証明せよ。

(和歌山県)(**)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△AMD と△RMC で,

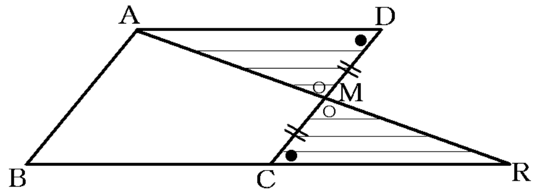
仮定より，DM＝CM ・・・①

AD // BR で，平行線の錯角は等しいので,

　∠ADM＝∠RCM ・・・②

対頂角は等しいので,

　∠AMD＝∠RMC ・・・③

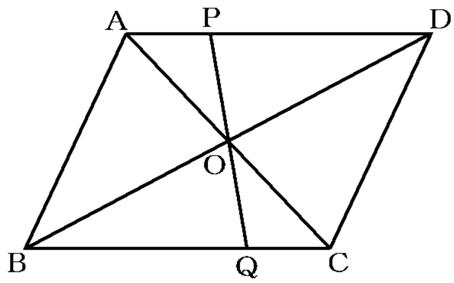


①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

　△AMD≡△RMC

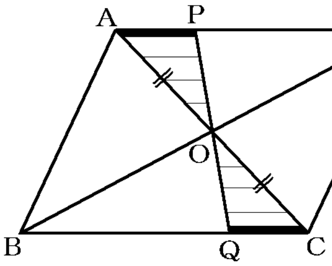
[問題]

　右の図のように, 平行四辺形 ABCD の対角線の交点 O を通る直線と辺 AD，BC との交点をそれぞれ P，Q とする。このとき，AP＝CQ であることを証明せよ。(栃木県)(**)



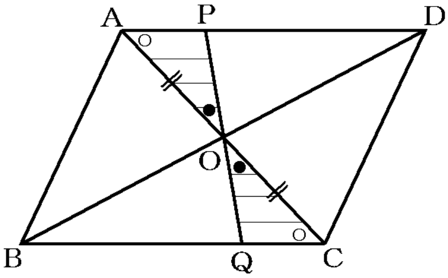
[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△OAP と△OCQ で，



平行四辺形の対角線はたがいに中点で交わるので，

　OA＝OC ･･･①

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので，

　∠OAP＝∠OCQ ･･･②

対頂角は等しいので，∠AOP＝∠COQ ･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

　△OAP≡△OCQ

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

　AP＝CQ

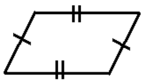
[解説]

[平行四辺形の性質]

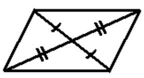
定義：2組の向かいあう辺が，それぞれ平行な四角形

性質：「辺対角」と覚えておく

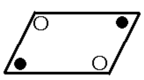
- 2組の向かいあう辺は，それぞれ等しい(辺)



- 対角線は，それぞれ中点で交わる(対)

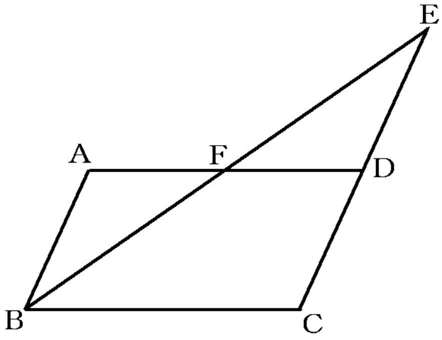


- 2組の向かいあう角は，それぞれ等しい(角)



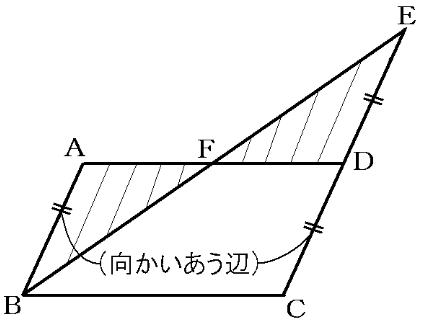
[問題]

　右の図のような平行四辺形 ABCD がある。辺 CD の延長上に，CD＝DE となる点 E をとり，線分 BE と辺 AD との交点を F とする。このとき，△ABF≡△DEF であることを証明せよ。
(新潟県)(**)

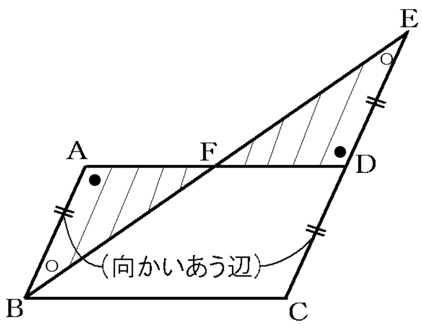


[解答欄]

[ヒント]



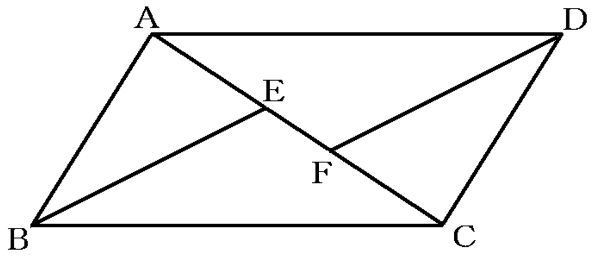
[解答]



△ABF と△DEF で，
四角形 ABCD は平行四辺形なので，AB＝CD
仮定より，CD＝DE
　よって，AB＝DE　･･･①
AB // CE で，平行線の錯角は等しいので，
　∠ABF＝∠DEF　･･･②
　∠BAF＝∠EDF　･･･③
①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，
　△ABF≡△DEF

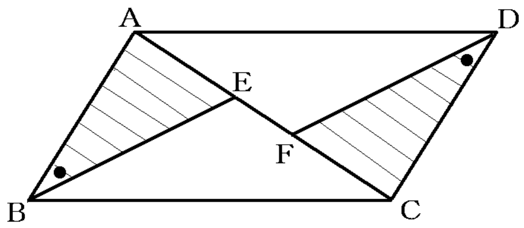
[問題]

右の図のように，平行四辺形 ABCD の対角線 AC 上に∠ABE＝∠CDF となるように，点 E，F をとる。このとき，△ABE≡△CDF となることを証明せよ。
(富山県)(**)



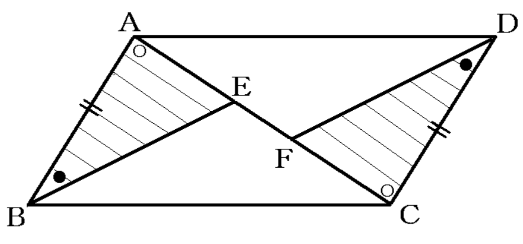
[解答欄]

[ヒント]



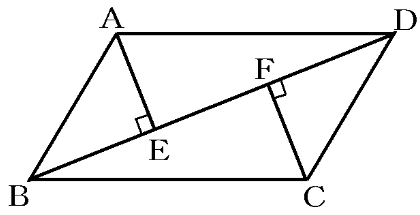
[解答]

△ABE と△CDF で，
四角形 ABCD は平行四辺形なので，
AB＝CD ･･･①
仮定より，
∠ABE＝∠CDF ･･･②
AB // CD で，平行線の錯角は等しいので，
∠BAE＝∠DCF ･･･③
①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，
△ABE≡△CDF



[問題]

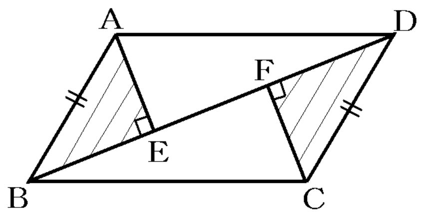
右の図のように，平行四辺形 ABCD の頂点 A，C から対角線 BD に垂線をひき，対角線との交点をそれぞれ E，F とする。このとき，△ABE≡△CDF であることを証明せよ。



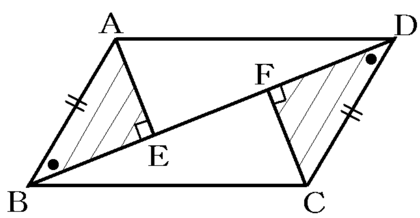
(埼玉県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABE と△CDF で，

仮定より，∠AEB＝∠CFD＝90°　･･･①

四角形 ABCD は平行四辺形なので，

　AB＝CD　･･･②

AB // CD で，平行線の錯角は等しいので，

　∠ABE＝∠CDF　･･･③

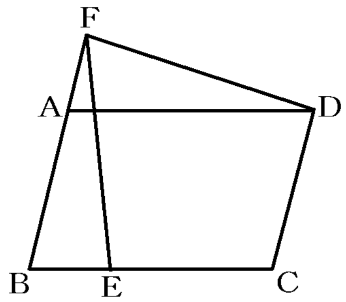
①，②，③から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，

　△ABE≡△CDF

[問題]

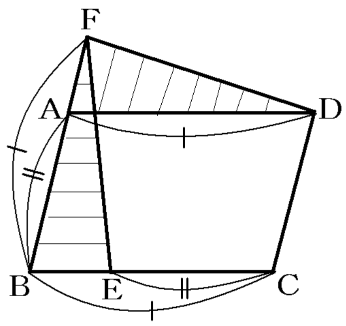
　右の図のような，AB＜AD の平行四辺形 ABCD があり，辺 BC 上に AB＝CE となるように点 E をとり，辺 BA の延長に BC＝BF となるように点 F をとる。ただし，AF＜BF とする。このとき，△ADF≡△BFE となることを証明せよ。

(栃木県)(***)

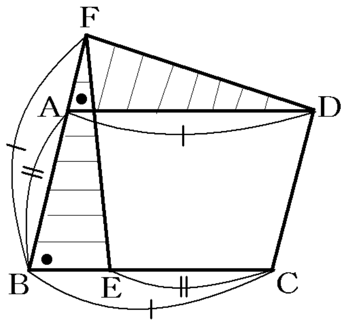


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ADF と△BFE で，

四角形 ABCD は平行四辺形なので，AD＝BC ･･･①

仮定より，BF＝BC ･･･②

①，②より，AD＝BF ･･･③

また，仮定より，AB＝CE ･･･④

②，④より，BF－AB＝BC－CE なので，AF＝BE ･･･⑤

AD // BC で，平行線の同位角は等しいので，∠DAF＝∠FBE ･･･⑥

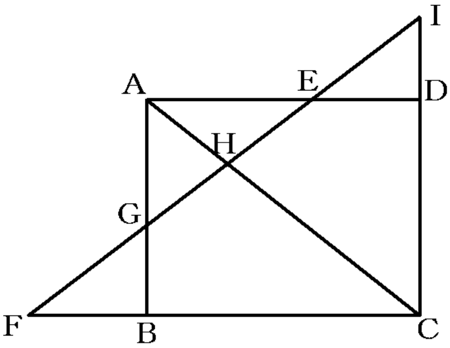
③，⑤，⑥から，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ADF≡△BFE

[問題]

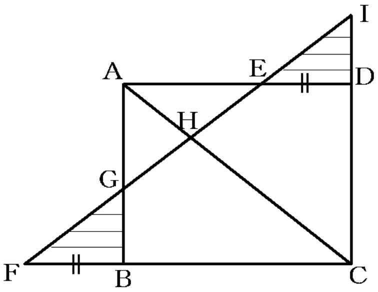
右の図のように，長方形ABCDがある。辺AD上に，2点A，Dと異なる点Eをとり，辺CBの延長上に，BF＝DEとなる点Fをとる。また，点Aと点Cを結ぶ。2点F，Eを通る直線と辺AB，線分AC，辺CDの延長との交点をそれぞれG，H，Iとする。このとき，△GFB≡△IEDであることを証明せよ。

(香川県)(**)

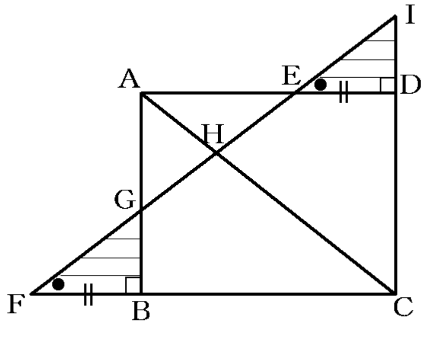


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△GFBと△IEDで，

仮定より，

BF＝DE ･･･①

四角形ABCDは長方形だから，

AD // FCで，平行線の同位角は等しいので，

∠BFG＝∠DEI ･･･②

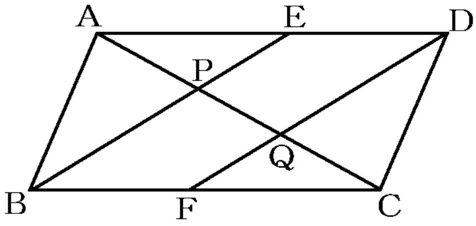
∠FBG＝∠EDI＝90° ･･･③

①，②，③から，1組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

△GFB≡△IED

[問題]

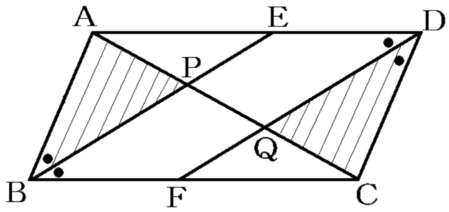
　右の図のように，平行四辺形 ABCD がある。∠B の二等分線と辺 AD の交点を E，∠D の二等分線と辺 BC の交点を F とする。また，対角線 AC と線分 BE, DF の交点をそれぞれ P, Q とする。このとき，AD＞AB として，△ABP≡△CDQ であることを証明せよ。



(高知県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

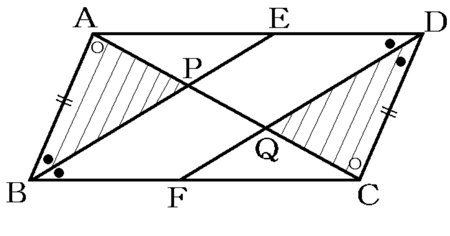
△ABP と△CDQ で，

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので，

　AB＝CD･･･①

AB // CD で平行線の錯角は等しいので，

　∠BAP＝∠DCQ･･･②



仮定より，∠ABP＝$\frac{1}{2}$∠ABC，∠CDQ＝$\frac{1}{2}$∠CDA

平行四辺形の向かいあう角は等しいので，∠ABC＝∠CDA

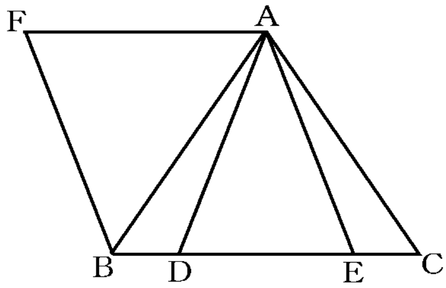
よって，∠ABP＝∠CDQ･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，△ABP≡△CDQ

[問題]

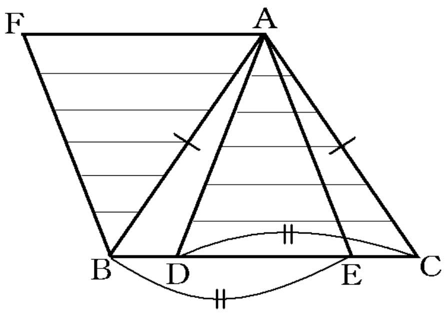
右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に，2 点 D，E があり，BE＝CD である。また, 四角形 AFBE は, 平行四辺形である。このとき，△AFB≡△CDA であることを証明せよ。

(山口県)(***)



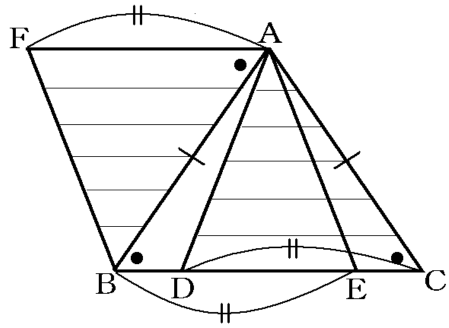
[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△AFB と△CDA で,



四角形 AFBE は，平行四辺形であるので,

　AF＝BE ･･･①

仮定より，BE＝CD ･･･②

①，②より，AF＝CD ･･･③

仮定より, △ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので,

　AB＝CA ･･･④

　∠ACD＝∠ABE ･･･⑤

FA // BE で平行線の錯角は等しいので,

　∠ABE＝∠BAF ･･･⑥

⑤，⑥より,

　∠BAF＝∠ACD ･･･⑦

③，④，⑦から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

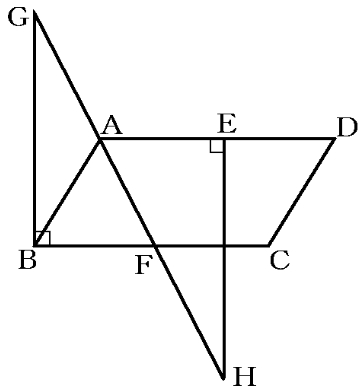
　△AFB≡△CDA

[問題]

　右の図は, ∠ABC が鋭角の平行四辺形 ABCD で, 2 辺 AD, BC の中点をそれぞれ E，F とし，∠AFB は鋭角である。

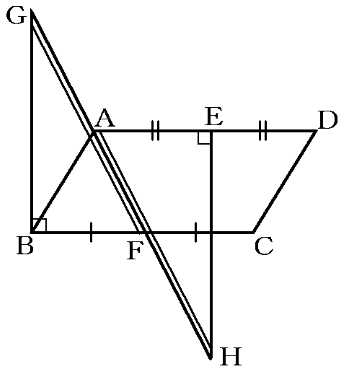
点 B を通り辺 BC に垂直な直線と直線 AF との交点を G とし, 点 E を通り辺 AD に垂直な直線と直線 AF との交点を H とする。このとき，GF＝HA であることを証明せよ。

(岩手県)(***)

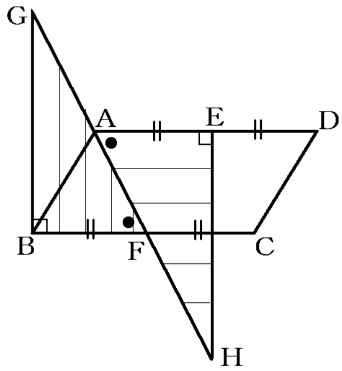


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△FGB と△AHE で,

仮定より,

　∠FBG＝∠AEH＝90°　･･･①

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので,

　∠BFG＝∠EAH　･･･②

仮定より，BF＝$\frac{1}{2}$BC，EA＝$\frac{1}{2}$AD　･･･③

四角形 ABCD は平行四辺形なので，　BC＝AD　･･･④

③，④より，BF＝EA　･･･⑤

①，②，⑤から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

　△FGB≡△AHE

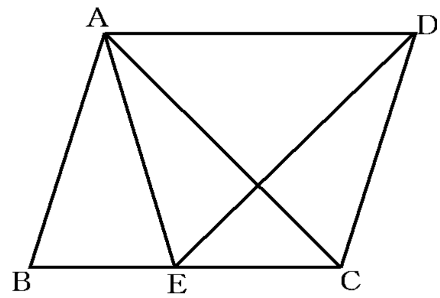
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

　GF＝HA

[問題]

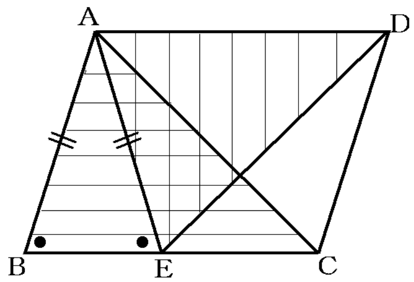
右の図のように，平行四辺形 ABCD があり，点 E は辺 BC 上の点で，AB＝AE である。このとき，△ABC≡△EAD となることを証明せよ。

(秋田県)(***)

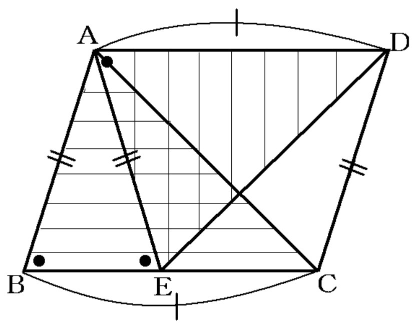


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABC と△EAD で,

四角形 ABCD は平行四辺形なので,

BC＝AD ･･･①

仮定より，AB＝EA ･･･②

②より，△ABE は二等辺三角形なので,

∠ABC＝∠AEB ･･･③

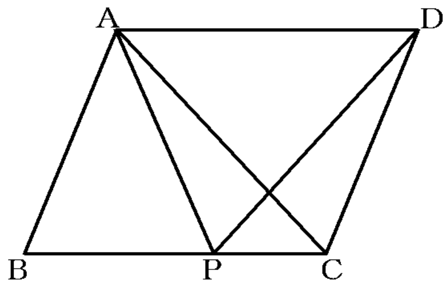
AD // BC で，平行線の錯角は等しいので,

∠AEB＝∠EAD ･･･④

③，④より，∠ABC＝∠EAD ･･･⑤

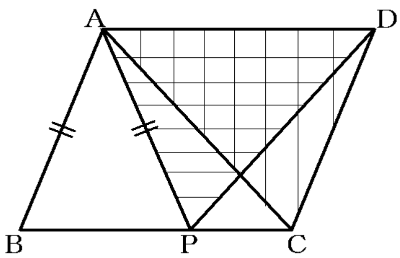
①，②，⑤から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，
　△ABC≡△EAD

[問題]
　右の図の平行四辺形 ABCD において，AB＝AP のとき，△APD≡△DCA であることを証明せよ。
(東京都)(***)

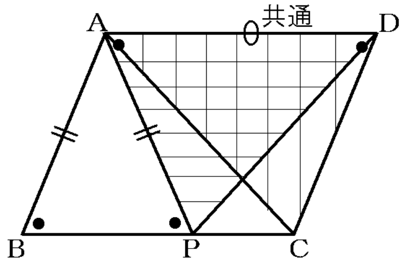


[解答欄]

[ヒント]



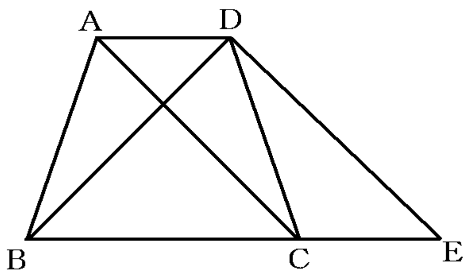
[解答]
△APD と△DCA で，
AD は共通 ･･･①
仮定より，AB＝AP ･･･②
平行四辺形 ABCD で，向かいあう辺は等しいので，
　AB＝DC ･･･③



②，③より，AP＝DC ･･･④
AD // BC で，平行線の錯角は等しいので，
　∠DAP＝∠APB ･･･⑤
△ABP は AB＝AP の二等辺三角形なので，
　∠APB＝∠ABP ･･･⑥
平行四辺形 ABCD で，向かいあう角は等しいので，
　∠ABP＝∠ADC ･･･⑦
⑤，⑥，⑦より，
　∠DAP＝∠ADC ･･･⑧
①，④，⑧から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，
　△APD≡△DCA

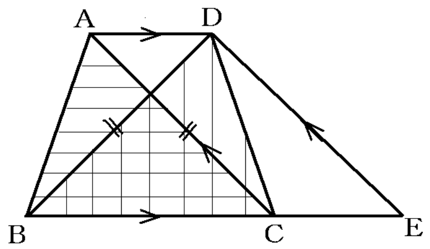
[問題]

　右の図のように，AD // BC，AC＝DB である四角形 ABCD がある。辺 BC を C の方向に延長した直線上に AC // DE となる点 E をとる。このとき，
AB＝DC であることを証明せよ。

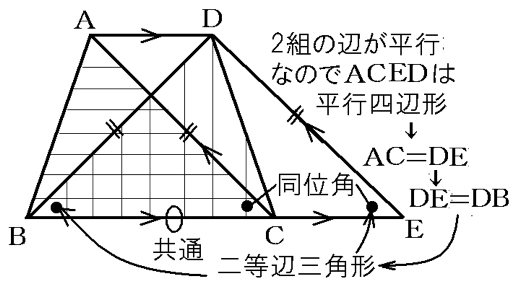


(茨城県)(***)
[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABC と△DCB で,

仮定より，AC＝DB ･･･①

BC は共通 ･･･②

仮定より，AD // CE，AC // DE なので，

　四角形 ACED は平行四辺形になる。

　よって，DE＝AC ･･･③

また，仮定より，AC＝DB ･･･④

③，④より，DE＝DB となり，△DBE は二等辺三角形になるので，∠DBC＝∠DEB ･･･⑤

AC // DE で，平行線の同位角は等しいので，

　∠DEB＝∠ACB ･･･⑥

⑤，⑥より，∠ACB＝∠DBC ･･･⑦

①，②，⑦から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△ABC≡△DCB

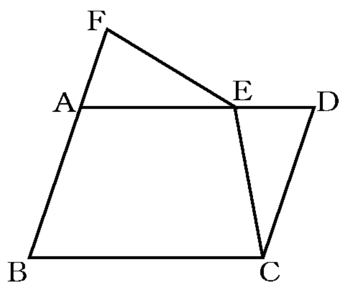
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

　AB＝DC

[問題]

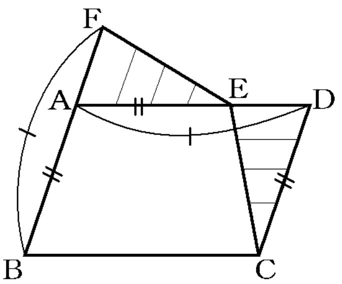
　右の図のように, 平行四辺形 ABCD の辺 AD 上に AB＝AE となる点 E をとり, BA の延長上に BF＝AD となる点 F をとる。A と F，E と F，C と E をそれぞれ結ぶ。このとき，△AEF≡△DCE であることを証明せよ。

(岐阜県)(***)

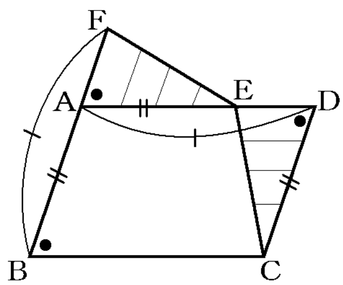


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△AEF と△DCE で,

AD // BC で平行線の同位角は等しいので,

∠FAE＝∠ABC･･･①

平行四辺形の向かいあう角は等しいので,

∠ABC＝∠EDC･･･②

①，②より，∠FAE＝∠EDC･･･③

仮定より，AB＝AE･･･④

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので,

AB＝DC･･･⑤

④，⑤より，AE＝DC･･･⑥

仮定より，BF＝AD･･･⑦

④，⑦より，AF＝BF－AB＝AD－AE＝DE

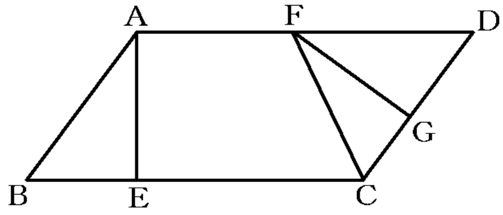
よって，AF＝DE･･･⑧

③，⑥，⑧から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

△AEF≡△DCE

[問題]

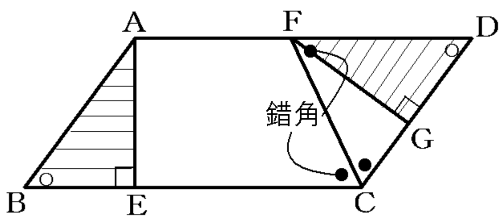
右の図において, 四角形 ABCD は平行四辺形である。点 E は点 A から辺 BC にひいた垂線と BC との交点である。また，点 F は∠BCD の二等分線と辺 AD との交点であり，点 G は F から辺 CD にひいた垂線と CD との交点である。このとき，AE＝FG であることを証明せよ。



(福島県)(****)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABE と△FDG で,

仮定より，∠AEB＝∠FGD＝90°・・・①

四角形 ABCD は平行四辺形であるので,

　∠ABE＝∠FDG ・・・②

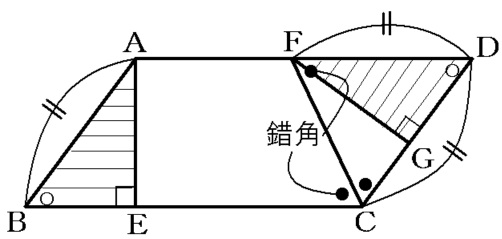
仮定より，∠DCF＝∠BCF ・・・③

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので,

　∠BCF＝∠DFC ・・・④

③，④より，∠DCF＝∠DFC

よって，△DCF は 2 角が等しいので二等辺三角形になり，DF＝DC ・・・⑤



また，四角形 ABCD は平行四辺形であるので，

DC＝BA ･･･⑥

⑤，⑥より，BA＝DF ･･･⑦

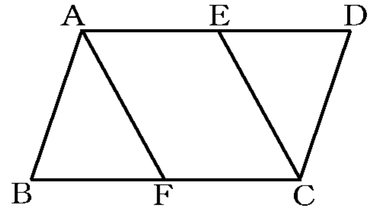
①，②，⑦から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，△ABE≡△FDG

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，AE＝FG

【】平行四辺形になるための条件

[問題]

右図は，平行四辺形 ABCD において，辺 AD，BC の中点をそれぞれ E，F とし，点 A と F，点 C と E を結んだものである。図において，四角形 AFCE が平行四辺形であることを次のように証明することができる。証明の(　1　)，(　2　)に当てはまるものとして最も適切なものを，下のア～エから 1 つずつ選び，記号を書け。また，「平行四辺形になるための条件」になるように，(　3　)に当てはまる適切な言葉を書け。



(証明)

(　1　)，AD＝BC であり，点 E，F は，それぞれ辺 AD，BC の中点なので，

AE＝FC ･･･①

また，(　2　)，AD // BC

よって，AE // FC ･･･②

①，②から，(　　3　　)が等しくて平行なので，四角形 AFCE は平行四辺形である。

ア　平行四辺形の 2 組の向かい合う辺は，それぞれ平行なので

イ　平行四辺形の 2 組の向かい合う辺は，それぞれ等しいので

ウ　平行四辺形の 2 組の向かい合う角は，それぞれ等しいので

エ　平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わるので

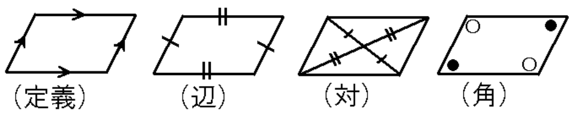
(長野県)

[解答欄]

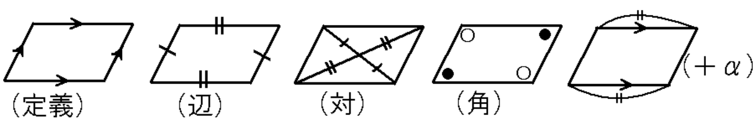
1：	2：	3：

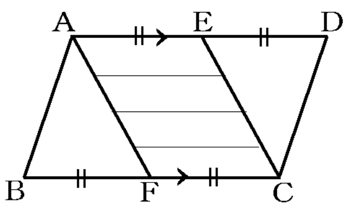
[ヒント]

(平行四辺形の性質)



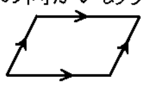
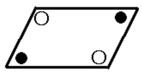
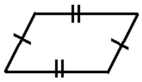
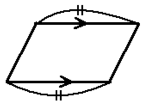
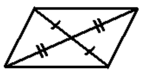
(平行四辺形になるための条件)





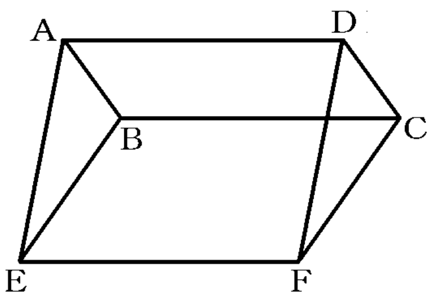
[解答]1：イ　2：ア　3：1 組の向かい合う辺

[解説]

[平行四辺形になるための条件]	
2組の向かいあう辺が，それぞれ平行(定義) 	2組の向かいあう角が，それぞれ等しい(角) 
2組の向かいあう辺が，それぞれ等しい(辺) 	1組の向かいあう辺が，等しくて平行(＋α) 
対角線が，それぞれ中点で交わる(対) 	※「辺対角＋α」と覚えておく

[問題]

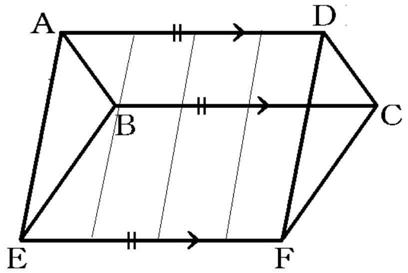
右の図で，四角形 ABCD，四角形 BEFC がともに平行四辺形であるとき，四角形 AEFD も平行四辺形であることを証明せよ。



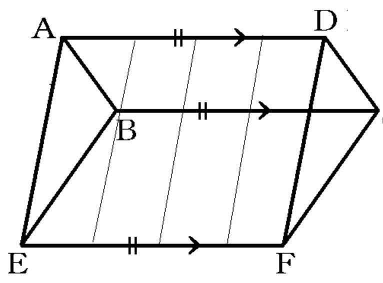
(補充問題)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]



（1組の向かいあう辺が，等しくて平行）

四角形 ABCD は平行四辺形なので，

AD // BC，AD＝BC･･･①

四角形 BEFC は平行四辺形なので，

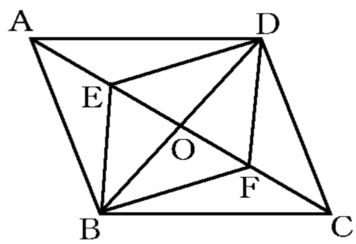
EF // BC，EF＝BC･･･②

①，②より，AD // EF，AD＝EF

1 組の向かい合う辺が，等しくて平行なので，

四角形 AEFD は平行四辺形である。

[問題]

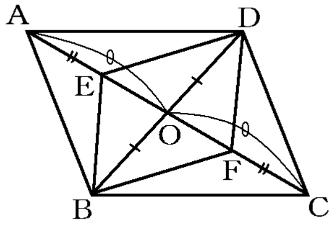


右の図のように，平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OA，OC 上に，AE＝CF となる点 E，F をそれぞれとる。このとき，四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明せよ。

(埼玉県)(**)

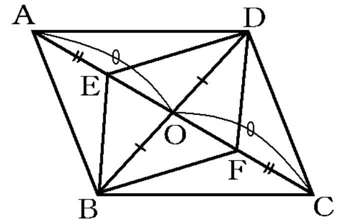
[解答欄]

[ヒント]



[解答]

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，



OA＝OC･･･①

OB＝OD･･･②

仮定より，AE＝CF･･･③

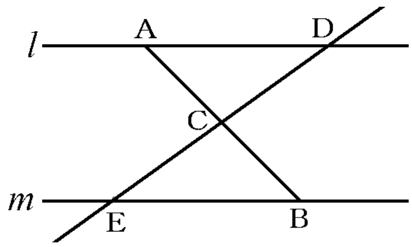
①，③から，OA－AE＝OC－CF なので，

OE＝OF･･･④

②，④から，対角線がそれぞれの中点で交わるので，四角形 EBFD は平行四辺形である。

[問題]

右の図のように，平行な 2 直線 l, m があり，l 上に点 A，m 上に点 B をとる。線分 AB の中点を C とし，点 C を通る直線が，l, m と交わる点をそれぞれ D，E とする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) △ACD≡△BCE を証明せよ。

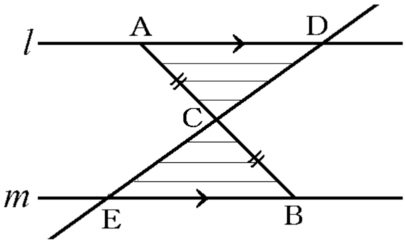
(2) (1)で証明した△ACD≡△BCE を使って，四角形 AEBD が平行四辺形であることを証明せよ。

(富山県)(**)

[解答欄]

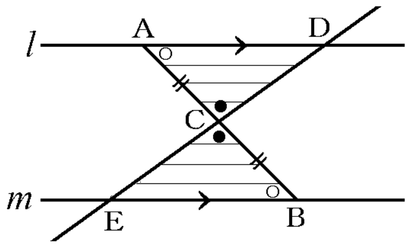
(1)
(2)

[ヒント]



[解答]

(1) △ACD と△BCE で,



仮定より，AC＝BC ･･･①

$l /\!/ m$ で，平行線の錯角は等しいので,

∠CAD＝∠CBE ･･･②

対頂角は等しいので，∠ACD＝∠BCE ･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

△ACD≡△BCE

(2) (1)より，△ACD≡△BCE で，合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

DC＝EC ･･･④

また，仮定より，AC＝BC ･･･⑤

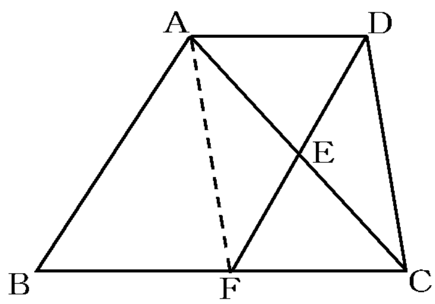
④，⑤より，四角形 AEBD の対角線が，それぞれ中点で交わるので,

四角形 AEBD は平行四辺形になる。

[問題]

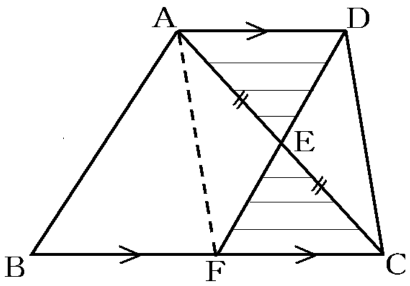
右の図のように，AD // BC である台形 ABCD で，対角線 AC の中点を E とし，直線 DE と辺 BC の交点を F とするとき, 四角形 AFCD は平行四辺形であることを証明せよ。

(補充問題)(***)



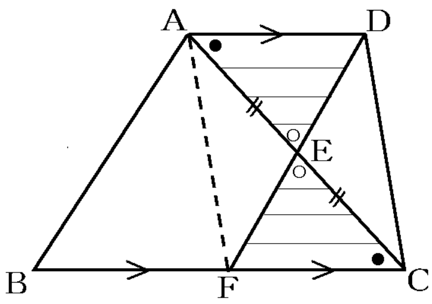
[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ADE と△CFE で,



仮定より,

　AE＝CE ･･･①

仮定より AD // BC で，平行線の錯角は等しいので,

　∠DAE＝∠FCE ･･･②

対頂角は等しいので,

　∠AED＝∠CEF ･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

　△ADE≡△CFE

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

　DE＝FE ･･･④

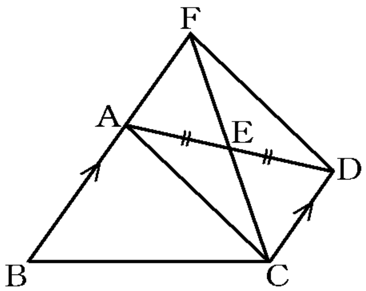
①，④から，対角線が，それぞれの中点で交わるので,

四角形 AFCD は平行四辺形である。

[問題]

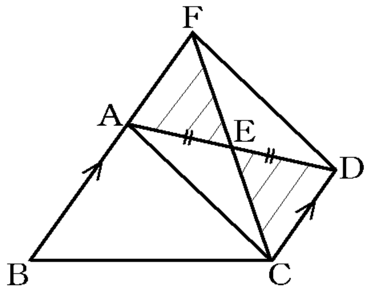
　右の図のように，AB // DC である四角形 ABCD があり，辺 AD の中点を E，CE の延長と BA の延長との交点を F とする。このとき，四角形 ACDF は平行四辺形になることを証明せよ。

(福島県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△AEF と△DEC で，

仮定より，

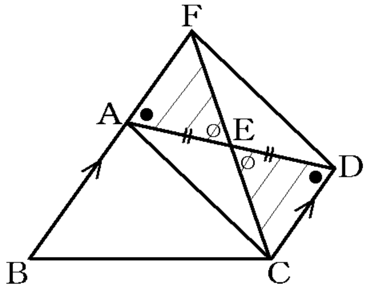
　AE＝DE･･･①

対頂角は等しいので，

　∠AEF＝∠DEC･･･②

FB // DC で平行線の錯角は等しいので，

　∠EAF＝∠EDC･･･③



①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

　△AEF≡△DEC

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

　FE＝CE･･･④

四角形 ACDF で，①，④から，対角線がそれぞれの中点で交わるので，

四角形 ACDF は平行四辺形である。

[問題]

　次のア～エの四角形のうち，必ず平行四辺形であるといえるものを 2 つ選び，記号で答えよ。

ア　AD＝BC，AB // DC である四角形 ABCD

イ　AD＝BC，AB＝DC である四角形 ABCD

ウ　AD＝BC，∠A＋∠B＝180°である四角形 ABCD

エ　AD＝BC，∠B＋∠D＝180°である四角形 ABCD

(和歌山県)(**)

[解答欄]

[解答]イ，ウ

[解説]

ア：右の図 1 のような場合は平行四辺形になるが，図 2 のような場合には平行四辺形にならない。

図1

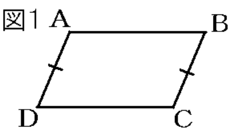
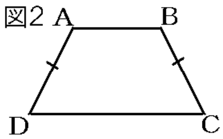


図2



イ：「2 組の向き合う辺がそれぞれ等しい」という条件に当てはまるので，平行四辺形である。

ウ：図 1 で∠A＋∠B＝180°のとき，同側内角が等しいので AD // BC になる。AD＝BC なので，「1 組の向かい合う辺が，等しくて平行」なので平行四辺形になる。

エ：図 2 のような場合，平行四辺形にならない。

【】長方形・ひし形・正方形

[問題]

　次の①～③は，対角線の性質により，平行四辺形の特別な場合を説明したものである。ア，イ，ウにあてはまる適切なことばを答えよ。

①　平行四辺形のうち，2つの対角線が垂直に交わるものは(　ア　)である。

②　平行四辺形のうち，対角線の(　　イ　　)ものは長方形である。

③　①と②の両方の性質をもつものが(　ウ　)である。

(山口県改)(**)

[解答欄]

ア	イ	ウ

[解答]ア ひし形　イ 長さが等しい　ウ 正方形

[解説]

ひし形，長方形，正方形は平行四辺形の特殊な場合である。

ひし形：定義「4つの辺が等しい四角形」，性質「対角線が垂直に交わる」

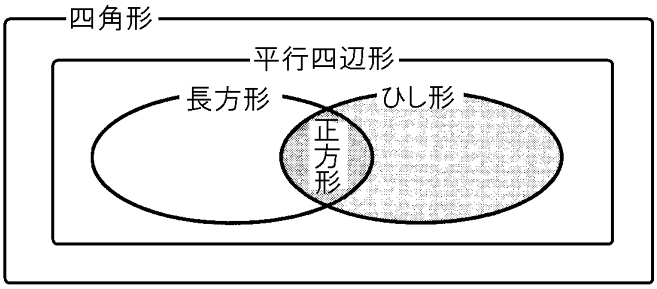
長方形：定義「4つの角が等しい四角形」，性質「対角線の長さが等しい」

正方形：定義「4つの角が等しく，4つの辺が等しい四角形」

　　　　性質「対角線の長さが等しく垂直に交わる」

[問題]

　右の図は，四角形，平行四辺形，長方形，ひし形，正方形の関係を表したものである。例えば，四角形に「1組の対辺が平行でその長さが等しい」という条件が加わると，平行四辺形になるといえる。次の各問いに答えよ。



(1) 平行四辺形に，ある条件が加わると，長方形やひし形になる。次の①，②に当てはまる条件として正しいものを，後のア～オからそれぞれ1つずつ選び，記号で答えよ。

平行四辺形に「(　①　)」という条件が加わると，長方形になる。

平行四辺形に「(　②　)」という条件が加わると，ひし形になる。

ア　対角線がそれぞれの中点で交わる

イ　1組の隣り合う辺の長さが等しい

ウ　1組の隣り合う角の大きさが等しい

エ　2組の対辺の長さがそれぞれ等しい

オ　2組の対角の大きさがそれぞれ等しい

(2) 長方形に，対角線に関するある条件が加わると，正方形になる。その「対角線に関する条件」を，簡潔に書け。

(群馬県)

[解答欄]

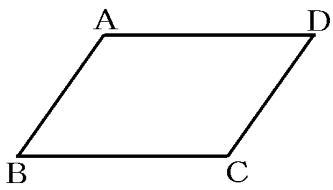
(1)①	②	(2)

[解答](1)① ウ　② イ　(2) 対角線が垂直に交わる

[問題]

次の文の(　　)に当てはまる条件として最も適切なものを，ア～エのうちから1つ選んで，記号で答えよ。

平行四辺形ABCDに，(　　)の条件が加わると，平行四辺形ABCDは長方形になる。



ア AB＝BC　　イ AC⊥BD

ウ AC＝BD　　エ ∠ABD＝∠CBD

(栃木県)

[解答欄]

[解答]ウ

[解説]

アとイはひし形に，ウは長方形になる。エは平行四辺形であればすべて成り立っている。

[問題]

次のア～エのことがらについて，その逆が正しいものを1つ選び，記号を書け。

ア　四角形ABCDが平行四辺形ならば四角形ABCDの1組の向かい合う角の大きさが等しい。

イ　四角形ABCDが長方形ならば四角形ABCDの4つの内角の大きさがすべて等しい。

ウ　四角形ABCDがひし形ならば四角形ABCDの2本の対角線が垂直に交わる。

エ　四角形ABCDが正方形ならば四角形ABCDの4つの辺の長さがすべて等しい。

(大阪府)(**)

[解答欄]

[解答]イ

[解説]

ア：逆は「四角形 ABCD の 1 組の向かい合う角の大きさが等しければ四角形 ABCD は長方形である」であるが，明らかに正しくない。

イ：逆は「四角形 ABCD の 4 つの内角の大きさがすべて等しいならば四角形 ABCD は長方形である」であるが，これは正しい。

ウ：逆は「四角形 ABCD の 2 本の対角線が垂直に交わるならば四角形 ABCD はひし形である」であるが，これは正しくない。

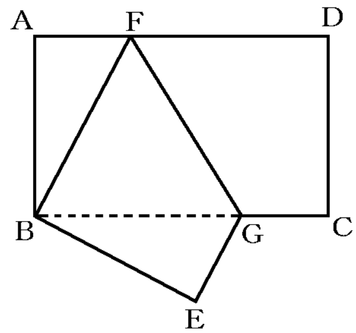
エ：逆は「四角形 ABCD の 4 つの辺の長さがすべて等しいならば四角形 ABCD は正方形である」であるが，これは正しくない。

【】折り返し

[問題]

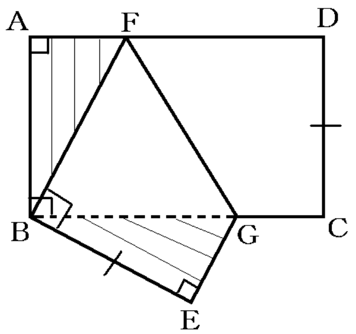
縦と横の長さが異なる長方形の紙 ABCD を，頂点 D が頂点 B と重なるように折った。頂点 C が移った点を E，折り目の線分を FG とする。右の図は，折る前の図形と折った後の図形を表したものである。このとき，△ABF と△EBG が合同になることを証明せよ。

(青森県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABF と△EBG で，

仮定より，∠BAF＝∠BEG＝90° ･･･①

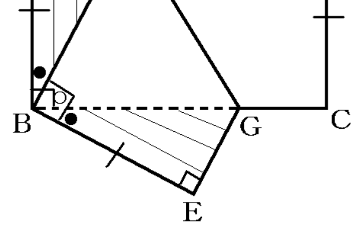
BE＝CD，CD＝BA なので， BA＝BE ･･･②

∠ABF＋∠FBG＝90° なので，∠ABF＝90° －∠FBG

∠EBG＋∠FBG＝90° なので，∠EBG＝90° －∠FBG

よって，∠ABF＝∠EBG ･･･③

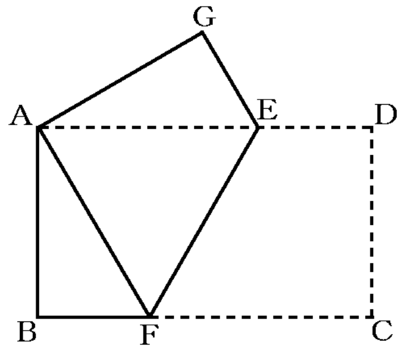
①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，△ABF≡△EBG



[問題]

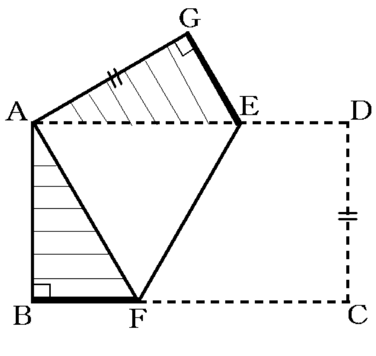
長方形 ABCD がある。右の図のように，点 C が点 A に重なるように折ったとき，折り目の線を EF とし，点 D の移った点を G とする。このとき，BF＝GE であることを証明せよ。

(埼玉県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△AFB と△AEG で,

仮定より,

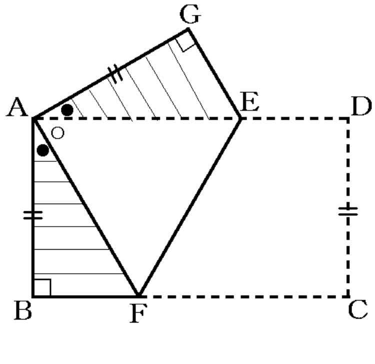
　∠ABF＝∠AGE＝90°　･･･①

　AB＝DC，DC＝AG なので，AB＝AG　･･･②

∠BAF＋∠FAE＝90°　なので，∠BAF＝90°　－∠FAE

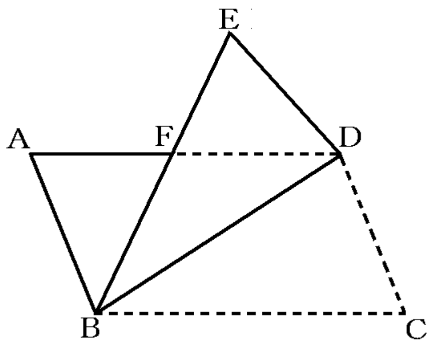
∠GAE＋∠FAE＝90°　なので，∠GAE＝90°　－∠FAE

よって，∠BAF＝∠GAE　･･･③



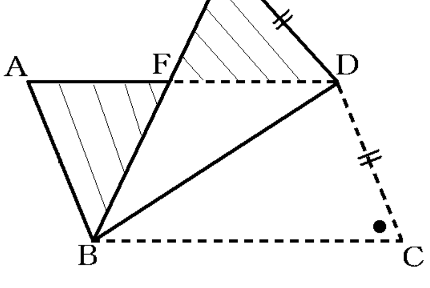
①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，
　△AFB≡△AEG
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，
　BF＝GE

[問題]
　右の図のように, AB＜AD である平行四辺形 ABCD を，対角線 BD を折り目として折り返す。折り返したあとの頂点 C の位置を E とし，AD と BE の交点を F とする。このとき，△ABF≡△EDF であることを証明せよ。
(岩手県)(***)

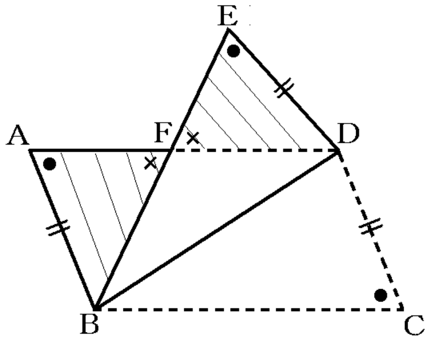


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABF と△EDF で,

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので，AB＝DC

折り返したとき対応する辺の長さは等しいので，DC＝ED

　よって，AB＝ED ･･･①

平行四辺形の向かいあう角は等しいので，∠BAF＝∠DCB

折り返したとき対応する角は等しいので，∠DCB＝∠DEF

　よって，∠BAF＝∠DEF ･･･②

対頂角は等しいので，

　∠AFB＝∠EFD ･･･③

△ABF で，∠ABF＝180°－∠BAF－∠AFB

②，③より，∠ABF＝180°－∠DEF－∠EFD

△EDF で，∠EDF＝180°－∠DEF－∠EFD

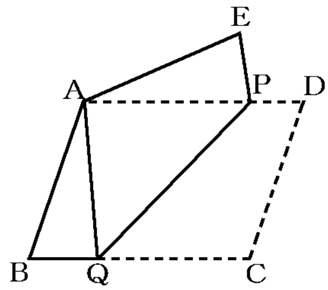
よって，∠ABF＝∠EDF ･･･④

①，②，④から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

　△ABF≡△EDF

[問題]

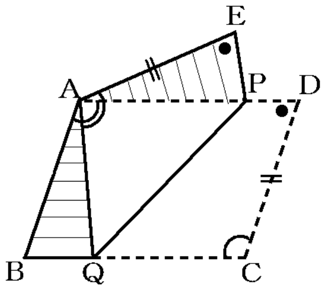
　右図のような，AB＜AD の平行四辺形 ABCD がある。この平行四辺形を頂点 C が頂点 A に重なるように折った。折り目の線と辺 AD，BC との交点をそれぞれ P，Q とし，頂点 D が移った点を E とする。このとき，△ABQ≡△AEP であることを証明せよ。



(栃木県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABQ と△AEP で,

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，AB＝DC

折り返したとき対応する辺の長さは等しいので，DC＝AE

よって，AB＝AE ･･･①

平行四辺形の向かいあう角は等しいので，∠ABQ＝∠CDP

折り返したとき対応する角は等しいので，∠CDP＝∠AEP

よって，∠ABQ＝∠AEP ･･･②

平行四辺形の向かいあう角は等しいので，∠BAD＝∠BCD

折り返したとき対応する角は等しいので，∠BCD＝∠EAQ

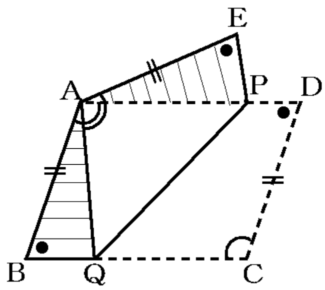
よって，∠BAD＝∠EAQ

∠BAD－∠QAD＝∠EAQ－∠QAD

したがって，∠BAQ＝∠EAP ･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

△ABQ≡△AEP



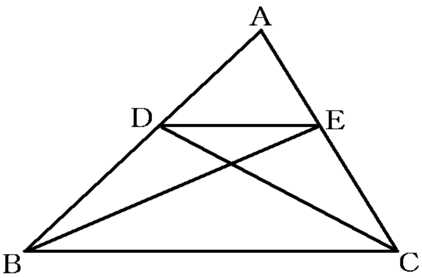
【】平行線と面積

[面積が等しい三角形]

[問題]

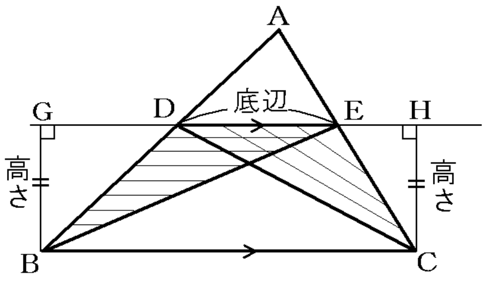
右の図のように，△ABC の辺 AB，AC 上の点をそれぞれ D，E とする。このとき，DE // BC ならば，△ABE の面積と△ACD の面積が等しいこと，すなわち△ABE＝△ACD であることを証明せよ。

(岩手県)(***)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABE と△ACD で，

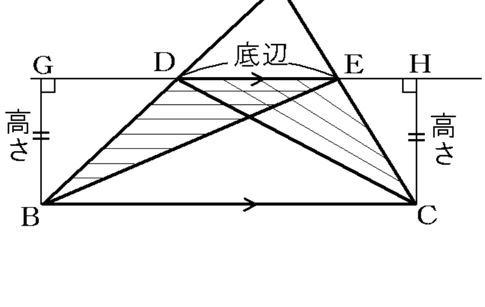
△ABE＝△ADE＋△BDE ･･･①

△ACD＝△ADE＋△CED ･･･②

△BDE と△CED は底辺 DE を共有し，DE // BC より，高さが等しいので，

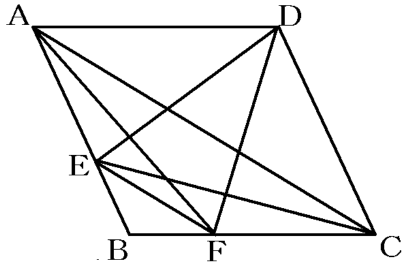
△BDE＝△CED ･･･③

①，②，③より，△ABE＝△ACD



[問題]

右の図の平行四辺形 ABCD で，AB，BC 上にそれぞれ点 E，F をとる。AC // EF のとき，△ACE と面積が等しい三角形を 3 つ書け。

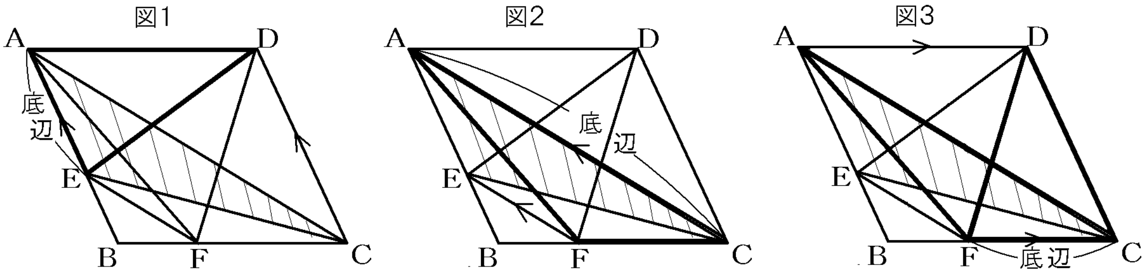


(青森県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

図1　図2　図3



[解答]△ADE，△ACF，△DCF

[解説]

図1　図2　図3

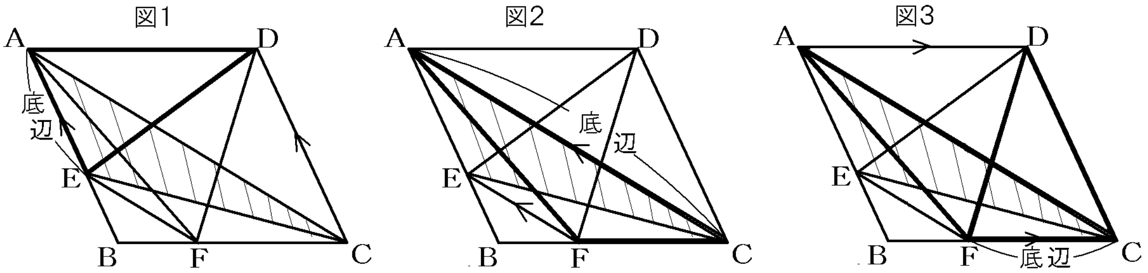


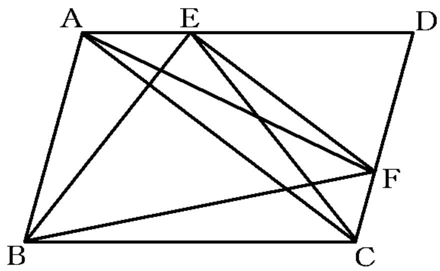
図 1 の△ACE と△ADE は，底辺 AE が共通で，DC // AE より高さも等しいので，面積が等しくなる。

図 2 の△ACE と△ACF は，底辺 AC が共通で，EF // AC より高さも等しいので，面積が等しくなる。

図 3 の△ACF と△DCF は，底辺 FC が共通で，AD // FC より高さも等しいので，面積が等しくなる。

[問題]

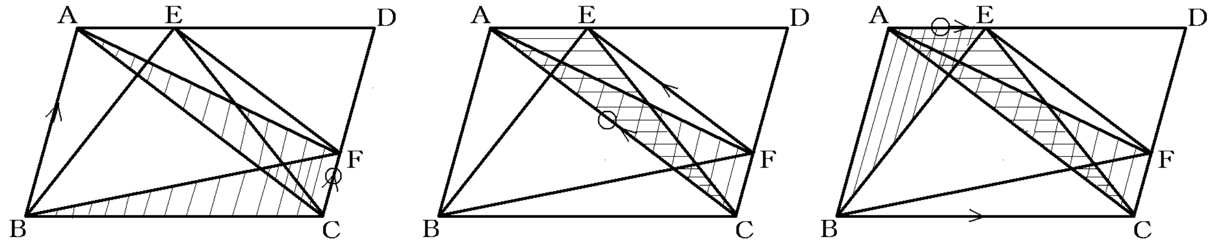
右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形で，EF // AC である。このとき，図の中で，△ACF と面積の等しい三角形をすべて答えよ。



(山口県)(**)

[解答欄]

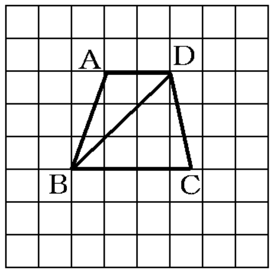
[ヒント]



[解答]△BCF，△ACE，△ABE

[等積変形]

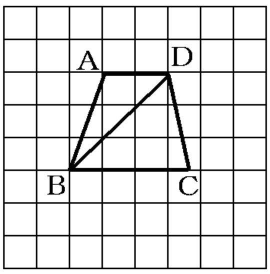
[問題]



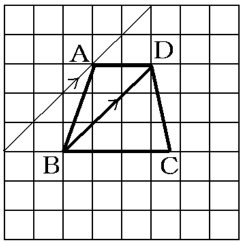
右の図のように，方眼紙にかかれた四角形 ABCD がある。四角形 ABCD を，その面積を変えないで，辺 BC を 1 辺とする三角形にしたい。点 A を通り，対角線 BD と平行な直線をひいて，その三角形を作図せよ。

(岐阜県)(**)

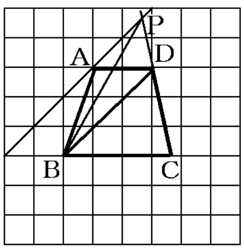
[解答欄]



[ヒント]

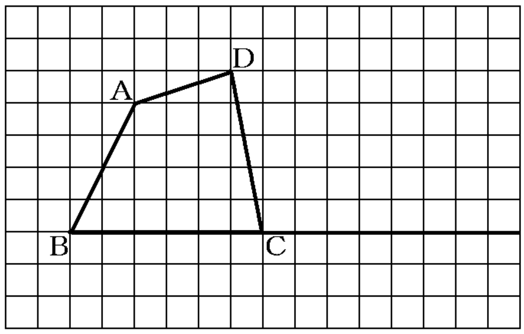


[解答]

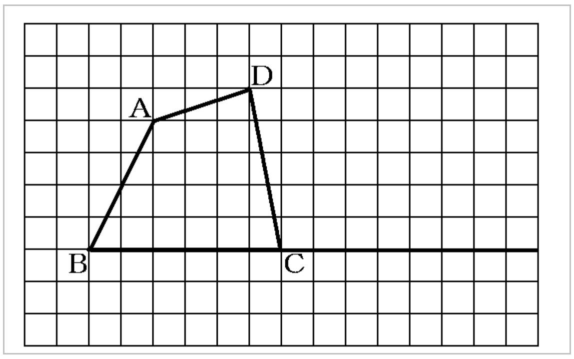


[解説]
点 A を通り，対角線 BD と平行な直線をひき，直線 CD との交点を P とすると，△PBC が求める三角形である。△PBC と四角形 ABCD の面積が等しくなる理由を説明する。
△ABD と△PBD で，BD を共通の底辺とすると，AP // BD なので高さが等しくなるので，
(△ABD の面積)＝(△PBD の面積)となる。
(四角形 ABCD の面積)＝(△DBC の面積)＋(△ABD の面積)
(△PBC の面積)＝(△DBC の面積)＋(△PBD の面積)
なので，(四角形 ABCD の面積)＝(△PBC の面積)となる。

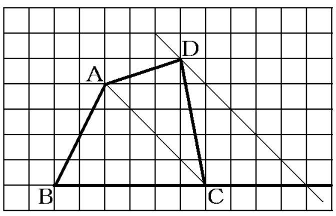
[問題]
右の図のように方眼紙にかかれた四角形 ABCD と，BC を C のほうに延長した直線がある。この半直線上に点 E をとり，△ABE の面積と四角形 ABCD の面積が等しくなるようにする。このとき，点 E，辺 AE を右の図にかき入れよ。
(福島県)(**)



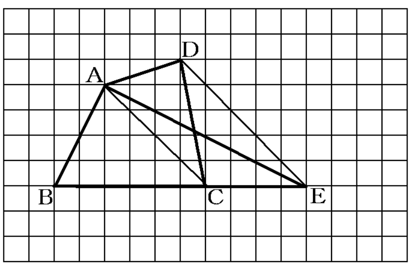
[解答欄]



[ヒント]



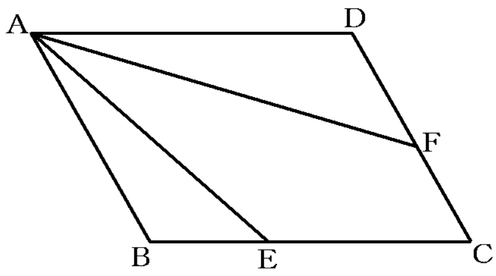
[解答]



[面積は何倍か]

[問題]

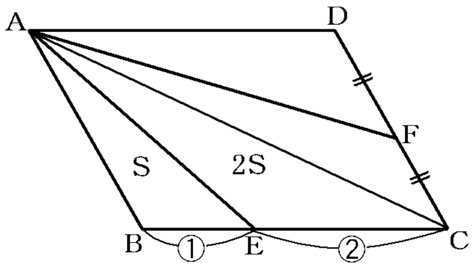
右の図のように，平行四辺形 ABCD がある。点 E は辺 BC 上の点で, BE:EC＝1:2 である。点 F は辺 CD の中点である。このとき，四角形 AECF の面積は平行四辺形 ABCD の面積の何倍か。



(秋田県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

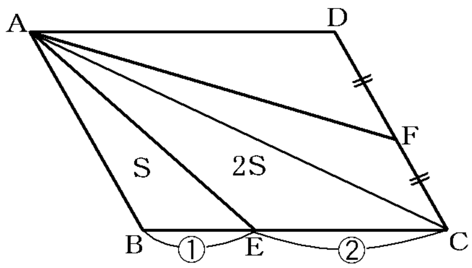


[解答] $\frac{7}{12}$ 倍

[解説]

(△ABE の面積)＝S とする。

△ABE と△AEC で，底辺 BE : 底辺 EC＝1 : 2 で，高さは共通なので，面積比は 1 : 2 になる。



よって，(△AEC の面積)＝2S

(△ABC の面積)＝(△ABE の面積)＋(△AEC の面積)

＝S＋2S＝3S

(△ADC の面積)＝(△ABC の面積)＝3S

△ACF と△AFD で，底辺 CF と底辺 FD は等しく，高さが共通なので,

(△ACF の面積)＝(△AFD の面積)＝$\frac{1}{2}$(△ADC の面積)＝$\frac{1}{2}\times 3\mathrm{S}=\frac{3}{2}\mathrm{S}$

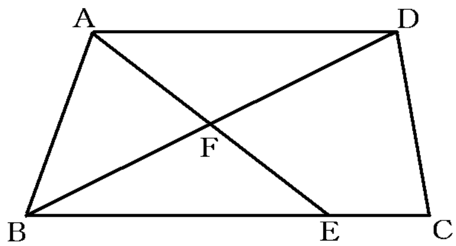
よって，(四角形 AECF の面積)＝(△AEC の面積)＋(△ACF の面積)＝$2\mathrm{S}+\frac{3}{2}\mathrm{S}=\frac{7}{2}\mathrm{S}$

(平行四辺形 ABCD の面積)＝(△ABC の面積)＋(△ADC の面積)＝3S＋3S＝6S

(四角形 AECF の面積)÷(平行四辺形 ABCD の面積) ＝$\frac{7}{2}\mathrm{S}\div 6\mathrm{S}=\frac{7}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{7}{12}$(倍)

[問題]

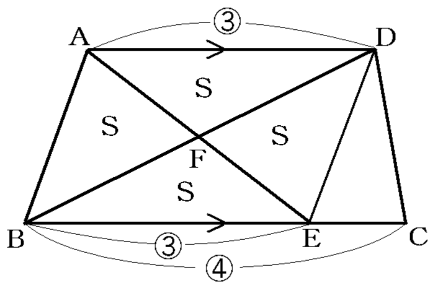
右の図のように，AD // BC，BC＝$\frac{4}{3}$AD である台形ABCD がある。辺 BC 上に AD＝BE となる点 E をとり，線分 AE と線分 BD の交点を F とする。このとき，台形 ABCD の面積は，△ABF の面積の何倍か。



(山口県)(***)

[解答欄]

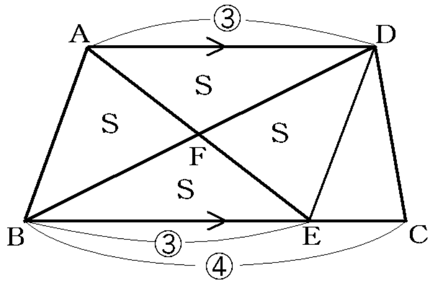
[ヒント]



[解答] $\frac{14}{3}$倍

[解説]

AD // BE，AD＝BE より，1 組の向かいあう辺が等しくて平行なので，四角形 ABED は平行四辺形である。



△ABF の面積を S とする。

△ABF と△ADF において，底辺 BF＝底辺 DF で(平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから)，高さが共通なので，△ABF と△ADF は面積が等しい。よって，△ADF の面積は S となる。

同様にして，△EDF，△BEF の面積も S となる。

BC＝$\frac{4}{3}$AD，AD＝BE なので，BC＝$\frac{4}{3}$BE となる。

よって，EC＝BC－BE＝$\frac{4}{3}$BE－BE＝$\frac{1}{3}$BE で，BE：EC＝3：1

△DBE と△DEC の底辺をそれぞれ BE，EC とすると，高さは共通なので，

(△DBE の面積)：(△DEC の面積)＝3：1

(△DBE の面積)＝S＋S＝2S なので，(△DEC の面積)＝2S×$\frac{1}{3}$＝$\frac{2}{3}$S

したがって，

(台形 ABCD の面積)＝(平行四辺形 ABED の面積)＋(△DEC の面積)＝4S＋$\frac{2}{3}$S＝$\frac{14}{3}$S

よって，台形 ABCD の面積は，△ABF の面積の$\frac{14}{3}$倍になる。

【FdData 入試製品版のご案内】
詳細は，[FdData 入試ホームページ]に掲載（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）
姉妹品：[FdData 中間期末ホームページ]（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆印刷・編集
この PDF ファイルは，FdData 入試を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 入試は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 入試の特徴
FdData 入試は，公立高校入試問題の全傾向を網羅することを基本方針に編集したワープロデータ(Word 文書)です。 入試理科・社会・数学ともに，過去に出題された公立高校入試の問題をいったんばらばらに分解して，細かい単元ごとに再編集して作成しております。

◆サンプル版と製品版の違い
ホームページ上に掲載しておりますサンプルは，製品の Word 文書を PDF ファイルに変換したもので印刷や編集はできませんが，製品の全内容を掲載しており，どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。
しかし，FdData 入試がその本来の力を発揮するのは印刷や編集ができる製品版においてです。また，製品版は，すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」，編集に適した「問題解答一体形式」，などの形式を含んでいますので，目的に応じて活用することができます。
※FdData 入試の特徴(QandA 方式)（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆FdData 入試製品版(Word 版)の価格(消費税込み)
※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
数学 1 年(4400 円)，数学 2 年(6400 円)，数学 3 年(9600 円)：(統合版は 16,200 円)
理科 1 年(6800 円)，理科 2 年(6800 円)，理科 3 年(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
社会地理(6800 円)，社会歴史(6800 円)，社会公民(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。
(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は，メール(info2@fdtext.com)，または電話(092-811-0960)で承っております。
※注文→インストール→編集･印刷の流れ　（[Shift]＋左クリック）
※注文メール記入例　（[Shift]＋左クリック）

【Fd 教材開発】 Mail： info2@fdtext.com　 Tel ：092-811-0960