【FdData 高校入試：中学数学 3 年：数図形の規則性】

[カレンダーなど／九九の表／表：その他／何行目の何列目か／図形を並べる：横に並べる／多角形に並べる／横に並べる：複数の色・形／縦横に並べる／2 色のタイルを並べる／組に分ける／その他／FdData 入試製品版のご案内]

[FdData 入試ホームページ]掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧]
※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
理科：[理科 1 年]，[理科 2 年]，[理科 3 年]
社会：[社会地理]，[社会歴史]，[社会公民]
数学：[数学 1 年]，[数学 2 年]，[数学 3 年]
※全内容を掲載しておりますが，印刷はできないように設定しております

【】カレンダー・表

【】カレンダーなど

[問題]

右の表のように，自然数を 1 から順に 1 段に 7 個ずつ並べ，表の中の 4 つの数を$\boxed{}$のように囲った。左上の数と右下の数の積から右上の数と左下の数の積をひくと，つねに－7 になる。これを証明せよ。

(島根県改)(**)

1 段目	1	2	3	4	5	6	7
2 段目	8	9	10	11	12	13	14
3 段目	15	16	17	18	19	20	21
4 段目	22	23	24	25	26	27	28
5 段目	29	30					

[解答欄]

[ヒント]

n	$n+1$
$n+7$	$n+8$

[解答]

n	$n+1$
$n+7$	$n+8$

左上の数をnとすると，右上の数は$n+1$，
左下の数は$n+7$，右下の数は$n+8$になる。
(左上の数)×(右下の数)−(右上の数)×(左下の数)
$=n(n+8)-(n+1)(n+7)$
$=n^2+8n-n^2-8n-7$
$=-7$

[解説]

n	$n+1$
$n+7$	$n+8$

1 段に 7 個ずつ並んでいるので，10 の右の数は 10＋1＝11，下の数は 10＋7＝17，17 の右の数は 17＋1＝18 である。左上の数をnとすると，右の数は$n+1$，下の数は$n+7$，$n+7$の右は$n+8$になる。

[問題]

右図のようなカレンダーがある。次の各問いに答えよ。

			3月			
月	月	火	水	木	金	土
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

(1) カレンダーの中で，縦，横に 2 つずつ並んでいる 4 つの数の組 $\begin{array}{|cc|}\hline a & b \\ c & d \\ \hline\end{array}$ について考える。たとえば，図の $\begin{array}{|cc|}\hline 5 & 6 \\ 12 & 13 \\ \hline\end{array}$ では，$a=5$，$b=6$，$c=12$，$d=13$である。
このような 4 つの数の組をどこに選んでも，$bc-ad$の値はいつも 7 になることを，文字式を用いて証明せよ。

(2) このカレンダーで，縦に並んだ 2 つの数の積が 198 であるとき，縦に並んだ 2 つの数を求めよ。

(奈良県)(**)

[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]

n	$n+1$
$n+7$	$n+8$

[解答]

(1) $a=n$ とすると，$b=n+1$，$c=n+7$，$d=n+8$ となる。

n	$n+1$
$n+7$	$n+8$

$bc-ad=(n+1)(n+7)-n(n+8)=n^2+8n+7-n^2-8n=7$

よって，$bc-ad$ の値はいつも 7 になる。

(2) 11，18

[解説]

(2) 縦に並んだ数のうち，上の数を n とすると，下の数は $n+7$ になる。

「縦に並んだ 2 つの数の積が 198 である」ので，

$n(n+7)=198$，$n^2+7n-198=0$，$(n-11)(n+18)=0$，$n=11,\ -18$

$n>0$ なので，$n=11$

よって，2 数は 11 と，11＋7＝18 である。

[問題]

自然数 1，2，3，･･･を 1 から 1 つずつ，左から順番に，どの行も同じ個数となるように，縦と横の位置をそろえながら書き並べていく。右の図は，1 つの行に 8 個ずつ自然数を書き並べたものである。このように自然数を書き並べたとき，図の太線で囲まれたような，縦に並ぶ 3 つの数について，次の各問いに答えよ。

1行目	1	2	3	4	5	6	7	8
2行目	9	$\boxed{10}$	11	12	13	14	15	16
3行目	17	$\boxed{18}$	19	20	21	22	23	24
	25	$\boxed{26}$	・	・	・	・	・	・
	・	・	・	・	・	・	・	・

(1) 1 つの行に 8 個ずつ自然数を書き並べたとき，縦に並ぶ 3 つの数で，最も小さい数の平方と真ん中の数の平方との和が，最も大きい数の平方と等しくなった。このときの真ん中の数を求めよ。

(2) 1 つの行に n 個ずつ自然数を書き並べたとき，どの縦に並ぶ 3 つの数についても，最も小さい数と真ん中の数の積と，最も大きい数と真ん中の数の積との平均は，真ん中の数の平方になる。そのわけを，文字式を使って説明せよ。ただし，n は自然数とする。

(宮城県)(**)

[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]

(1) $\boxed{\begin{matrix} x-8 \\ x \\ x+8 \end{matrix}}$ (2) $\boxed{\begin{matrix} x-n \\ x \\ x+n \end{matrix}}$

[解答](1) 32

(2) 縦に並ぶ 3 つの数の真ん中の数を x とすると，最も小さい数は $x-n$，最も大きい数は $x+n$ と表すことができる。

$\boxed{\begin{matrix} x-n \\ x \\ x+n \end{matrix}}$

最も小さい数と真ん中の数の積と，最も大きい数と真ん中の数の積との平均は，

$$\frac{(x-n)x+(x+n)x}{2}=\frac{x^2-nx+x^2+nx}{2}=\frac{2x^2}{2}=x^2$$

よって，最も小さい数と真ん中の数の積と，最も大きい数と真ん中の数の積との平均は，真ん中の数の平方になる。

[解説]

(1) 縦に並ぶ 3 つの数の真ん中の数を x とする。縦に並ぶ 3 つの数は上から下へ 8 ずつ増えているので，最も小さい数は $x-8$，最も大きい数は $x+8$ と表すことができる。「最も小さい数の平方と真ん中の数の平方との和が，最も大きい数の平方と等しくなった」とあるので，

$\boxed{\begin{matrix} x-8 \\ x \\ x+8 \end{matrix}}$

$(x-8)^2+x^2=(x+8)^2$

$x^2-16x+64+x^2=x^2+16x+64$

$x^2-32x=0$，

$x(x-32)=0$，　$x=0,\ 32$

$x>0$ なので，　$x=32$

[問題]

ある月のカレンダーにおいて，図 1 のような形に並ぶ 4 つの数を小さい順に a， b， c， d とし，この 4 つの数の間に成り立つ関係について考える。図 Ⅱ は $a=5$ のときの例である。次の各問いに答えよ。

図Ⅰ

a	b	
	c	d

図Ⅱ

5	6	
	13	14

(1) $c=27$ であるとき， a の値を求めよ。

(2) d を a の式で表せ。

(3) $bc-ad$ の値はいつでも 8 であることを，文字を使って説明せよ。

(群馬県)(**)

[解答欄]

(1)	(2)
(3)	

[ヒント]

a	b	
	c	d

a	$a+1$	
	$a+8$	$a+9$

[解答](1) 19　(2) $d=a+9$

(3) $b=a+1$， $c=a+8$， $d=a+9$ なので，

$$
\begin{aligned}
bc-ad &= (a+1)(a+8)-a(a+9) \\
&= a^2+9a+8-a^2-9a \\
&= 8
\end{aligned}
$$

よって， $bc-ad$ の値はいつでも 8 である。

[解説]

(1)(2) カレンダーなので，横方向に 1 つずつ増えるので， $b=a+1$ である。また，縦方向に 7 つずつ増えるので， $c=b+7=a+1+7=a+8$ である。

a	b	
	c	d

a	$a+1$	
	$a+8$	$a+9$

$d=c+1=a+9$ である。

$c=27$ のとき， $a+8=27$， $a=27-8=19$

[問題]

右の表は, 1 から 30 までの整数を順に並べたものである。

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

(1) 表の中で, $\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 2 & \\ \hline & 8 & \multicolumn{1}{c|}{9} \\ \hline\end{array}$ や $\begin{array}{|c|c|c|}\hline 4 & 5 & \\ \hline & 11 & \multicolumn{1}{c|}{12} \\ \hline\end{array}$ のように並んでいる

4 つの数を $\begin{array}{|c|c|c|}\hline a & b & \\ \hline & c & \multicolumn{1}{c|}{d} \\ \hline\end{array}$ と表すとき, $bd-ac$ の値は $b+c$

に等しくなることを証明せよ。

(2) 4 つの数を $\begin{array}{|c|c|}\hline & e \\ \hline f & g \\ \hline h & \\ \hline\end{array}$ とするとき, $fh-eg$ の値は, $f+g$ の値の 5 倍に等しくなることを証明せよ。

(福岡県改)(**)

[解答欄]

(1)
(2)

[ヒント]

(1) $\begin{array}{|c|c|c|}\hline a & b & \\ \hline & c & \multicolumn{1}{c|}{d} \\ \hline\end{array}$ $\begin{array}{|c|c|c|}\hline a & a+1 & \\ \hline & a+7 & \multicolumn{1}{c|}{a+8} \\ \hline\end{array}$

(2) $\begin{array}{|c|c|}\hline & e \\ \hline f & g \\ \hline h & \\ \hline\end{array}$ $\begin{array}{|c|c|}\hline & e \\ \hline e+5 & e+6 \\ \hline e+11 & \\ \hline\end{array}$

[解答]

(1) $b=a+1$, $c=b+6=a+7$, $d=c+1=a+8$ なので,

$bd-ac=(a+1)(a+8)-a(a+7)=a^2+9a+8-a^2-7a=2a+8$

$b+c=a+1+a+7=2a+8$

よって, $bd-ac$ の値は $b+c$ に等しくなる。

(2) g, f, h を e を使って表すと, $g=e+6$, $f=e+5$, $h=e+11$ となる。

$fh-eg=(e+5)(e+11)-e(e+6)=e^2+16e+55-e^2-6e=10e+55$

$5(f+g)=5(e+5+e+6)=5(2e+11)=10e+55$

よって，$fh-eg$ の値は，$f+g$ の値の 5 倍に等しくなる。

[解説]

(1) 表の数字は横方向に 1 つずつ増えるので，$b=a+1$ である。また，横に 6 個ずつ並んでいるので，縦方向に 6 つずつ増える。したがって，$c=b+6=a+1+6=a+7$ である。

さらに，$d=c+1=a+7+1=a+8$ である。

a	b	
	c	d

a	$a+1$	
	$a+7$	$a+8$

(2) 横に 6 個ずつ並んでいるので，縦方向に 6 つずつ増えるから，$g=e+6$ である。横方向に 1 つずつ増えるので，$f=g-1=e+6-1=e+5$ である。

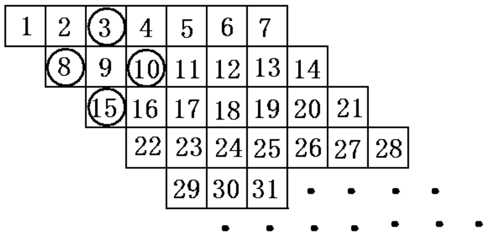
また，$h=f+6=e+5+6=e+11$ である。

	e
f	g
h	

	e
$e+5$	$e+6$
$e+11$	

[問題]

右の図のように，自然数を 1 から順に横に 7 個ずつ並べた。○○○○のように○をつけた 4 つの自然数を ⓐⓑⓒⓓ とする。この 4 つの自然数 a，b，c，d について，$bc-ad=35$ の関係が成り立つことを証明せよ。



(大分県改)(**)

[解答欄]

[ヒント]

	a	
$a+5$	$a+6$	$a+7$
	$a+12$	

[解答]

b, c, d を a を使って表すと， $b=a+5$， $c=a+7$， $d=a+12$ である。

$bc-ad$

$=(a+5)(a+7)-a(a+12)$

$=a^2+12a+35-a^2-12a$

$=35$

よって， $bc-ad=35$ の関係が成り立つ

[解説]

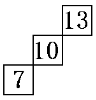
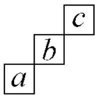
b, c, d を a を使って表すことにする。図の数字は，横方向に 1 ずつ，縦方向に 6 ずつ増えるので，右の表で，X＝$a+6$，b ＝X－1＝$a+5$，c ＝X＋1＝$a+7$，d ＝X＋6＝$a+12$ となる。

	a	
b	X	c
	d	

➡

	a	
$a+5$	$a+6$	$a+7$
	$a+12$	

[問題]

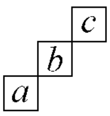
右の表は，自然数を，ある規則に従って並べたものの一部である。表の中の  のような，3 つの自然数  の組について考える。このとき，$bc-a^2$ の値は 9 の倍数になることを，a を用いて説明せよ。

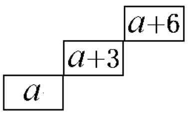
1	5	9	13	17	21	25	29
2	6	10	14	18	22	26	30
3	7	11	15	19	23	27	31
4	8	12	16	20	24	28	32

(栃木県)(**)

[解答欄]

[ヒント]





[解答]

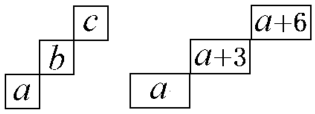
右上へ 1 つ進むごとに 3 ずつ増えるので， $b=a+3$， $c=a+6$ が成り立つ。

$bc-a^2=(a+3)(a+6)-a^2=a^2+9a+18-a^2$

$=9a+18=9(a+2)$

$a+2$ は整数なので， $9(a+2)$ は 9 の倍数になる。

よって， $bc-a^2$ の値は 9 の倍数になる



[問題]

右の図はある学級の座席表に 1 から 36 までの整数を順に記入し，教卓に近いほうから順に 1 列目，2 列目，･･･，6 列目としたものである。図の 2 列目の 2, 8, 14 や 4 列目の 10, 16，22 のように，「図の同じ列でとなり合ってならんだ 3 つの整数において，「最も大きい整数の 2 乗からまん中の整数と最も小さい整数の積をひいた数は，18 でわりきれる」ことを証明せよ。ただし，となり合ってならんだ 3 つの整数のまん中の数を n とする。

教卓

1	7	13	19	25	31	･･･1列目
2	8	14	20	26	32	･･･2列目
3	9	15	21	27	33	･･･3列目
4	10	16	22	28	34	･･･4列目
5	11	17	23	29	35	･･･5列目
6	12	18	24	30	36	･･･6列目

(福岡県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

10	16	22

$n-6$	n	$n+6$

[解答]

同じ列にならぶ整数は 6 ずつ増えている。となり合ってならんだ 3 つの整数のまん中の数を n とすると，3 つの整数は，$n-6$，n，$n+6$ である。

10	16	22
$n-6$	n	$n+6$

最も大きい整数の 2 乗からまん中の整数と最も小さい整数の積をひいた数を A とすると，

A$=(n+6)^2-n(n-6)$

$=n^2+12n+36-n^2+6n$

$=18n+36$

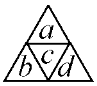
$=18(n+2)$

$n+2$ は整数なので，$18(n+2)$は 18 の倍数になる。

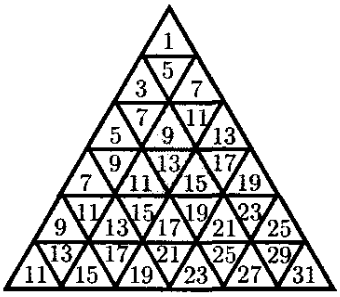
よって，A は 18 でわりきれる。

[問題]

　右の図は，奇数を，ある規則にしたがって，書き並べたものである。図の中の 

のように並んだ 4 つの奇数の組 

について考える。このとき，次の各問いに答えよ。



(1)　$b+c+d$ を，a を使った式で表せ。

(2)　$cd-ab$ の値は，つねに 8 の倍数になることを証明せよ。

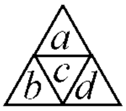
(宮崎県)(**)

[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]



[解答](1)　$3a+12$

(2)　$b=a+2$，　$c=a+4$，　$d=a+6$ が成り立つので，

$cd-ab$

$=(a+4)(a+6)-a(a+2)$

$=a^2+10a+24-a^2-2a$

$=8a+24$

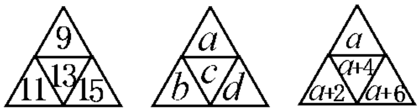
$=8(a+3)$

$a+3$ は整数なので，　$8(a+3)$ は 8 の倍数になる。

よって，　$cd-ab$ の値は，つねに 8 の倍数になる。

[解説]

(1) 図のどこの部分でも，a, b, c, d の位置にある 4 つの数は 2 ずつ増えている。



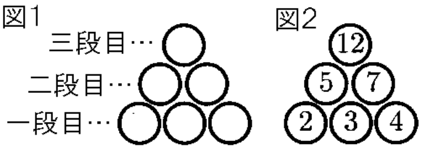
したがって，$b=a+2$，$c=a+4$，$d=a+6$ が成り立つ。

$b+c+d=a+2+a+4+a+6=3a+12$

[問題]

　図 1 のように並べられた 6 つの○の中に，次の手順にしたがって数字を書く。

図1　図2



①　一段目の 3 つの○の中に，連続する 3 つの整数を左から小さい順に書く。

②　二段目の 2 つの○の中に，一段目の隣り合う 2 つの整数の和をそれぞれ書く。

③　三段目の○の中に，二段目の整数の和を書く。

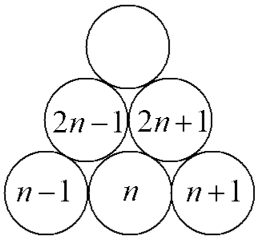
図 2 は，一段目の○の中に 2，3，4 を書いた場合の例である。S さんは，一段目に書く整数を変えて，この手順で何回か行ったところ，次のことに気がついた。「三段目に書く整数は，いつも一段目のまん中に書いた整数の 4 倍になる。」

このことを文字式を使って証明せよ。ただし，一段目のまん中の整数を n とする。

(静岡県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

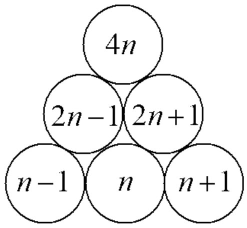
一段目のまん中の整数を n とすると,

一段目の数は左から, $n-1$, n, $n+1$ となる。

二段目の左の数は, $n-1+n=2n-1$

二段目の右の数は, $n+n+1=2n+1$

三段目の数は, $2n-1+2n+1=4n$



よって，三段目に書く整数は，いつも一段目のまん中に書いた整数の 4 倍になる。

【】九九の表

[問題]

右の表は,「かけ算九九の表」の一部である。この表中の $\begin{array}{|c|c|}\hline 6&9\\ \hline 8&12\\ \hline\end{array}$ のような 4 つの整数の組 $\begin{array}{|c|c|}\hline a&b\\ \hline c&d\\ \hline\end{array}$ について考える。このとき,$(a+d)-(b+c)$ の値はつねに 1 になる。このことを,a は,かけられる数が m,かける数が n であるものとして説明せよ。

かける数

かけられる数	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

(栃木県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

$$\begin{array}{r|c|c|}\multicolumn{1}{r}{} & \multicolumn{1}{c}{n} & \multicolumn{1}{c}{n+1}\\ \cline{2-3} m & a & b\\ \cline{2-3} m+1 & c & d\\ \cline{2-3}\end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{|c|c|}\hline mn & m(n+1)\\ \hline (m+1)n & (m+1)(n+1)\\ \hline\end{array}$$

[解答]

a ～ d を m, n を使って表すと,

$a=mn$, $b=m(n+1)$, $c=(m+1)n$, $d=(m+1)(n+1)$ である。

$(a+d)-(b+c)$

$=\{mn+(m+1)(n+1)\}-\{m(n+1)+(m+1)n\}$

$=(mn+mn+m+n+1)-(mn+m+mn+n)$

$=mn+mn+m+n+1-mn-m-mn-n$

$=1$

よって,$(a+d)-(b+c)$ の値はつねに 1 になる。

[解説]

$$\begin{array}{r|c|c|}\multicolumn{1}{r}{} & \multicolumn{1}{c}{n} & \multicolumn{1}{c}{n+1}\\ \cline{2-3} m & a & b\\ \cline{2-3} m+1 & c & d\\ \cline{2-3}\end{array}$$

a は,かけられる数が m,かける数が n なので,$a=mn$

b は,かけられる数が m,かける数が $n+1$ なので,$b=m(n+1)$

c は,かけられる数が $m+1$,かける数が n なので,$c=(m+1)n$

d は,かけられる数が $m+1$,かける数が $n+1$ なので,$d=(m+1)(n+1)$

[問題]

　右の表は，小学校で学習したかけ算九九の表である。表中の太線で囲んだ数のように左上から右下に並んだ 3 つの数についていくつかの場合を調べると，いずれの場合においても「左上から右下に並んだ 3 つの数のうち，左上と右下の数の和は，中央の数の 2 倍より 2 だけ大きい。」ことがわかる。中央の数について，かけ算九九の表のかけられる数を a，かける数を b として，このことを証明せよ。

かける数

かけられる数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

(広島県改)(**)

[解答欄]

[ヒント]

	$b-1$	b	$b+1$
$a-1$	$(a-1)(b-1)$		
a		ab	
$a+1$			$(a+1)(b+1)$

[解答]

左上の数は $(a-1)(b-1)$，中央の数は ab，

右下の数は $(a+1)(b+1)$ である。

	$b-1$	b	$b+1$
$a-1$	$(a-1)(b-1)$		
a		ab	
$a+1$			$(a+1)(b+1)$

(左上と右下の数の和)

$= (a-1)(b-1)+(a+1)(b+1)$

$= ab-a-b+1+ab+a+b+1$

$= 2ab+2$

(中央の数の 2 倍より 2 だけ大きい数)

$= ab\times 2+2$

$= 2ab+2$

よって，左上と右下の数の和は，中央の数の 2 倍より 2 だけ大きい。

[問題]

　右図は，かけ算の九九の表の一部である。図のように，横に並んだ 3 つの数を▭で囲んだとき，この 3 つの数の和は，中央の数の 3 倍になることを証明せよ。

(徳島県改)(**)

かけられる数＼かける数	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	8	10	12	14
3	3	6	9	12	15	18	21
4	4	8	12	16	20	24	28
5	5	10	15	20	25	30	35
6	6	12	18	24	30	36	42
7	7	14	21	28	35	42	49

[解答欄]

[ヒント]

かけられる数＼かける数	$b-1$	b	$b+1$
a	$a(b-1)$	ab	$a(b+1)$

[解答]

かけられる数を a ,

かける数を $b-1$，b，$b+1$ とすると，

かけられる数＼かける数	$b-1$	b	$b+1$
a	$a(b-1)$	ab	$a(b+1)$

(3 つの数の和)$=a(b-1)+ab+a(b+1)$

$=ab-a+ab+ab+a$

$=3ab$

(中央の数の 3 倍)$=3ab$

よって，3 つの数の和は，中央の数の 3 倍になる。

[問題]

表 1，表 2 のように，自然数を規則的に並べた表がある。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 表 1 において，4 は 1 行目の 4 列目の位置，2 行目の 2 列目の位置, 4 行目の 1 列目の位置の 3 か所にある。10 は何か所にあるか求めよ。

(2) 表 1 において，3 行目にある数のうち，横に連続して並んだ 3 つの数の和が 144 になるものがある。この 3 つの数の中で，もっとも小さい数を求めよ。

(3) 表 2 のように, 縦 2 つ横 2 つの 4 つの数を $\boxed{}$ で囲む。(6＋12)−(9＋8)のように， $\boxed{}$ の中の左上の数と右下の数の和から，右上の数と左下の数の和をひく。このとき, その差は $\boxed{}$ がどの位置にあっても 1 になる。このことが成り立つことを，左上の数が a 行目 b 列目にあるとして証明せよ。

表1

	1列目	2列目	3列目	4列目	…
1行目	1	2	3	4	…
2行目	2	4	6	8	…
3行目	3	6	9	12	…
4行目	4	8	12	16	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

表2

	1列目	2列目	3列目	4列目	…
1行目	1	2	3	4	…
2行目	2	4	6	8	…
3行目	3	6	9	12	…
4行目	4	8	12	16	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

(石川県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)
(3)	

[ヒント]

(1) 表の a 行目・b 列目にある数は，2 数の積 ab になっている。積 ab が 10 になる組み合わせを考えればよい。

(2) 3 行目の b 列， $b+1$(列)， $b+2$ (列)にある数は，それぞれ $3b$， $3(b+1)$， $3(b+2)$ である。

(3)

	b 列目	$b+1$ 列目
a 行目	ab	$a(b+1)$
$a+1$ 行目	$(a+1)b$	$(a+1)(b+1)$

[解答](1) 4 か所　(2) 45

(3) 左上の数は ab，右下の数は $(a+1)(b+1)$，右上の数は $a(b+1)$，左下の数は $(a+1)b$ であるので，

(左上の数と右下の数の和)－(右上の数と左下の数の和)

$ab+(a+1)(b+1)-\{a(b+1)+(a+1)b\}$

$=ab+ab+a+b+1-ab-a-ab-b$

$=1$

よって，左上の数と右下の数の和から，右上の数と左下の数の和をひくと 1 になる。

[解説]

(1) 表の a 行目・b 列目にある数は，2 数の積 ab になっている。

積 ab が 10 になる組み合わせは，

(a，b)＝(1，10)，(2，5)，(5，2)，(10，1)の 4 通りである。

(2) 3 行目の b 列，$b+1$(列)，$b+2$ (列)にある数は，それぞれ $3b$，$3(b+1)$，$3(b+2)$ である。

「3 つの数の和が 144 になる」ので，

$3b+3(b+1)+3(b+2)=144$，$3b+3b+3+3b+6=144$，$9b+9=144$

$9b=135$，$b=15$

よって，(もっとも小さい数)＝$3b$＝3×15＝45

(3)

	b 列目	$b+1$ 列目
a 行目	ab	$a(b+1)$
$a+1$ 行目	$(a+1)b$	$(a+1)(b+1)$

【】表：その他

[問題]

右の図のように，連続する自然数をある規則にしたがって，1 番目，2 番目，3 番目，･･･と並べていく。このとき，3 番目の右上すみにある自然数は 16，左下すみにある自然数は 10 となっている。次の各問いに答えよ。

1番目

1	4
2	3

2番目

1	4	9
2	3	8
5	6	7

3番目

1	4	9	16
2	3	8	15
5	6	7	14
10	11	12	13

(1) 4 番目の右上すみにある自然数を答えよ。

(2) n 番目の右上すみにある自然数を，n を用いて表せ。

(3) 右上すみにある自然数と左下すみにある自然数の和が 146 となるのは何番目のときか。

(群馬県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(1)(2) 右上すみの数は，1 番目が 4＝2^2，2 番目が 9＝3^2，3 番目が 16＝4^2 になっている。

(3) 左下すみにある数は，右図から

1 番目：1^2＋１＝2

2 番目：2^2＋１＝5

3 番目：3^2＋１＝10

1番目

1	4
2	3

2番目

1	4	9
2	3	8
5	6	7

3番目

1	4	9	16
2	3	8	15
5	6	7	14
10	11	12	13

[解答](1) 25　(2) $(n+1)^2$　(3) 8 番目

[解説]

(1)(2) 1 番目は 2×2＝2^2＝4 個の数字が並んでおり，右上すみの数は 4

2 番目は 3×3＝3^2＝9 個の数字が並んでおり，右上すみの数は 9

3 番目は 4×4＝4^2＝16 個の数字が並んでおり，右上すみの数は 16

4 番目は 5×5＝5^2＝25 個の数字が並んでおり，右上すみの数は 25 になる。

n 番目は $(n+1)(n+1)=(n+1)^2$ 個の数字が並んでおり，右上すみの数は $(n+1)^2$ になる。

(3) 左下すみにある数は，右図から

1 番目：1^2＋１＝2

2 番目：2^2＋１＝5

3 番目：3^2＋１＝10

1番目

1	4
2	3

2番目

1	4	9
2	3	8
5	6	7

3番目

1	4	9	16
2	3	8	15
5	6	7	14
10	11	12	13

と計算できる。したがって，n 番目は n^2+1 になる。

「右上すみにある自然数と左下すみにある自然数の和が 146 となる」ので，

$(n+1)^2+n^2+1=146$

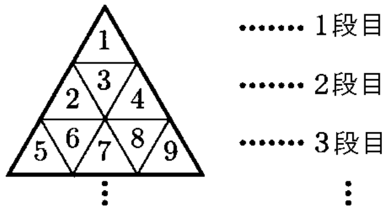
$n^2+2n+1+n^2+1=146$，$2n^2+2n-144=0$，$n^2+n-72=0$

$(n+9)(n-8)=0$，$n=-9,\ 8$

$n>0$ なので，$n=8$

[問題]

　右の図のように，同じ大きさの正三角形の板を，重ならないようにすき間なくしきつめて大きな正三角形を作る。また，しきつめた1つ1つの正三角形の板には，上から順に1段目には1，2段目には2，3，4，3段目には，5，6，7，8，9と自然数を書き，4段目から下の正三角形の板にも，10，11，12，･･･と自然数を順に書いていくものとする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) ①6段目の正三角形の板に書かれている自然数のうち，最も大きな数を求めよ。②また，n段目の正三角形の板に書かれている自然数のうち，最も大きな数をnを用いて表せ。

(2) 正三角形の板 1024 枚をしきつめて，大きな正三角形を作った。このとき，最も下の段に並んだ正三角形の板の枚数を求めよ。

(京都府)(***)

[解答欄]

(1)①	②	(2)

[ヒント]

(1) 各段の最も大きな数は，1段目は1，2段目は4，3段目は9，4段目は16･･･である。

(2) n段目の最も大きい数はn^2であるので，正三角形の板の数はn^2枚である。

[解答](1)① 36　② n^2　(2) 63枚

[解説]

(1) 各段の最も大きい数は，図より，1段目は1，2段目は$4=2^2$，3段目は$9=3^2$である。

4段目は，10，11，12，13，14，15，16と7個の数が並ぶので，最も大きい数は$16=4^2$である。最も大きい数は，1，2^2，3^2，4^2，･･･と並ぶので，6段目の最も大きい数は$6^2=36$，n段目の最も大きい数はn^2であるとわかる。

(2) n段目の最も大きい数はn^2であるので，正三角形の板の数はn^2枚である。

そこで，$n^2=1024$とおく。$1024=2^{10}=(2^5)^2=32^2$なので，$n=32$

1段目の板の枚数：1

2段目の板の枚数：$3=1+2\times1$

3段目の板の枚数：$5=1+2\times2$

4段目の板の枚数：$7=1+2\times3$

n段目の板の枚数：$1+2\times(n-1)=2n-1$

$2n-1$に$n=32$を代入すると，

$2n-1=2\times32-1=63$(枚)

[問題]

右の表は，1 段目に，1 から 20 までの自然数を，2 段目に，1 から 20 までの自然数を 2 乗した数を，それぞれ小さい順に左からかいたものの一部である。

1	2	3	4	5	6	…	20	←1段目
1	4	9	16	25	36	…	400	←2段目

この表において，

2	3
4	9

のように並んだ 4 つの数の組を

x	a
b	c

とする。4 つの数 x， a， b， c の和が 242 となるとき， x の値を求めよ。

(山口県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

x	a
b	c

x	$x+1$
x^2	$(x+1)^2$

[解答]10

[解説]

$a=x+1$， $b=x^2$， $c=(x+1)^2$ なので，

x	a
b	c

x	$x+1$
x^2	$(x+1)^2$

$x+(x+1)+x^2+(x+1)^2=242$

$x+x+1+x^2+x^2+2x+1=242$， $2x^2+4x-240=0$

$x^2+2x-120=0$， $(x+12)(x-10)=0$

$x=-12,\ 10$

$x>0$ なので， $x=10$

【】何行目の何列目か

[問題]

右の表のように，自然数を 1 から順に 1 段に 7 個ずつ並べた。表から次のことがわかる。文中の①，②にあてはまる数を答えよ。

1段目	1	2	3	4	5	6	7
2段目	8	9	10	11	12	13	14
3段目	15	16	17	18	19	20	21
4段目	22	23	24	25	26	27	28
5段目	29	30	・	・	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・
・							

・18 は上から 3 段目で左から 4 番目の数である。

・47 は上から(　①　)段目で左から(　②　)番目の数である。

・上から 100 段目で左から 1 番目の数は(　③　)である。

(島根県)(***)

[解答欄]

①	②	③

[ヒント]

各段の一番左の数は，1，8，15，22，29 と 7 ずつ増えている。

1，8＝1＋7×1，15＝1＋7×2，22＝1＋7×3，29＝1＋7×4･･･

[解答]① 7　② 5　③ 694

[解説]

各段の一番左の数は，1，8，15，22，29 と 7 ずつ増えている。

1 段目：1

2 段目：1＋7×1＝1＋7×(2－1)

3 段目：1＋7×2＝1＋7×(3－1)

4 段目：1＋7×3＝1＋7×(4－1)

5 段目：1＋7×4＝1＋7×(5－1)

n段目：1＋7×(n－1)

よって，n段目の左から 1 番目の数は，1＋7×(n－1)＝7n－6 である。

①② n＝7 のとき，7n－6＝7×7－6＝43

n＝8 のとき，7n－6＝7×8－6＝50

なので，47 は上から 7 段目にある。

7 段目は左から，43，44，45，46，47，･･･と並ぶので，47 は左から 5 番目である。

③ n段目の左から 1 番目の数は，7n－6 であるので，100 段目で左から 1 番目の数は，7n－6 にn＝100 を代入して，7n－6＝7×100－6＝694

＊最初の数がaで，dずつ増えるとき，

n番目の数は$a+d\times(n-1)$となる。

この問題では，$a=1$, $d=7$なので，n段目の左から 1 番目の数は，1＋7×(n－1)＝1＋7n－7＝7n－6 となる

最初の数がaで，dずつ増えるとき，
n番目の数は　$a+d\times(n-1)$

＊ $a+d\times(n-1)$ の式は高校数学では等差数列の公式として出てくるが，中学数学では公式としては出てこない。しかし，「数や図形の規則性」単元の高校入試問題では，この公式の考え方を使う問題が非常に多いので，以後，公式として使っていく。

[問題]

右の表は，自然数を 1 から順に横に 5 つずつ書き並べていったものである。この表で，上から m 段目で左から n 番目の数を，m，n を用いて表せ。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

(静岡県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

各段の一番左の数は，1，6，11 と 5 ずつ増えている。

最初の数が $a=1$ で，$d=5$ ずつ増えるので，

m 番目は，$a+d\times(m-1)=1+5(m-1)$

最初の数が a で，d ずつ増えるとき，
n 番目の数は $a+d\times(n-1)$

[解答]$5m+n-5$

[解説]

各段の一番左の数は，1，6，11 と 5 ずつ増えている。

1 段目の左から 1 番目：1

2 段目の左から 1 番目：$1+5\times(2-1)$

3 段目の左から 1 番目：$1+5\times(3-1)$

m 段目の左から 1 番目：$1+5\times(m-1)=5m-4$

m 段目の左から 2 番目：$5m-4+1$

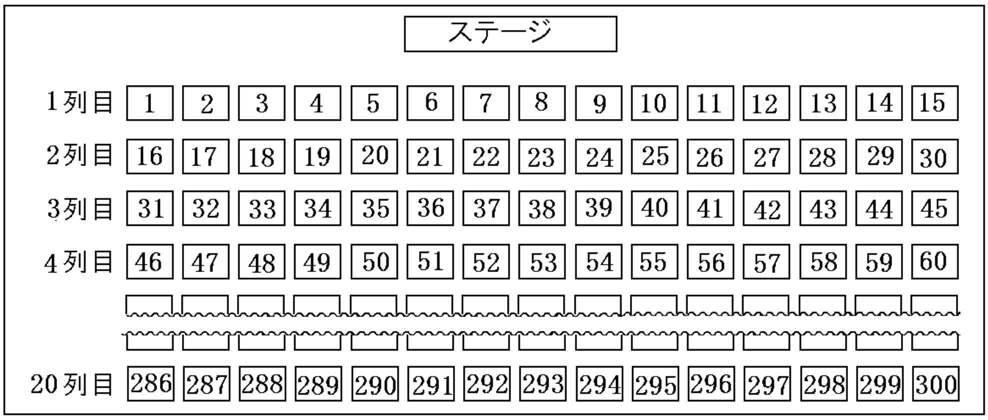
m 段目の左から 3 番目：$5m-4+2$

m 段目の左から 4 番目：$5m-4+3$

m 段目の左から n 番目：$5m-4+(n-1)=5m+n-5$

[問題]

　次の図は，ある学校説明会の座席表である。会場には，横に 15 人，縦に 20 人，合計 300 人が座れるように座席番号を付けたいすを並べている。座席の位置は，ステージに向かって「前から何列目の左から何番目」と表すものとする。例えば，図中の座席番号 20 の位置は「前から 2 列目の左から 5 番目」となる。後の各問いに答えよ。



(1) 前から n 列目($1 \leqq n \leqq 20$)の左端の座席番号を n を使って表せ。

(2) 座席番号 95 の位置は，「前から何列目の左から何番目」になるか。

(徳島県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) 左端の番号は，1，16，31，46･･･と最初の数 a が 1 で，$d=15$ ずつ増えているの。

最初の数が a で，d ずつ増えるとき，
n 番目の数は $a+d\times(n-1)$

[解答](1) $15n-14$　(2) 前から 7 列目の左から 5 番目

[解説]

(1) 左端の番号は，1，16，31，46･･･と最初の数 a が 1 で，$d=15$ ずつ増えているので，n 列目の左端の番号は，$a+d\times(n-1)=1+15\times(n-1)=15n-14$ になる。

(2) $15n-14$ の n に適当な数を入れてみる。

$n=6$ のとき，$15n-14=15\times6-14=76$

$n=7$ のとき，$15n-14=15\times7-14=91$

$n=8$ のとき，$15n-14=15\times8-14=106$

したがって，座席番号 95 は $n=7$(7 列目)であることがわかる。

7 列目は，91，92，93，94，95･･･と横に並ぶので，95 は左から 5 番目の位置にある。

よって，座席番号 95 は前から 7 列目の左から 5 番目である。

[問題]

右のように，自然数が次の規則にしたがって並んでいる表がある。

(規則)

1 行目には 1 から始まる奇数が順に並んでいる。2 行目以降は，前の行に並んだ数に 1 を加えた数が順に並んでいる。この表について，次の各問いに答えよ。

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	6列目	7列目	
1行目	1	3	5	7	9	11	13	⋯
2行目	2	4	6	8	10	12	14	⋯
3行目	3	5	7	9	11	13	15	⋯
4行目	4	6	8	10	12	14	16	⋯
5行目	5	7	9	11	13	15	17	⋯
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

(1) 9 行目の 5 列目の数を求めよ。

(2) m 行目の n 列目の数を m, n を使って表せ。

(3) 31 は何個あるか求めよ。

(富山県)(****)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(2) m 行目の 1 列目の数は m である。最初の数 a が m で，$d=2$ ずつ増えていくので，n 番目は，$a+d\times(n-1)$ の公式を使って求めることができる。

(3) 31 は奇数行目にそれぞれ 1 個ずつ出てくる。ただし，31 より後は出てこない。

[解答](1) 17　(2) $m+2n-2$　(3) 16 個

[解説]

(1) 9 行目の 1 列目の数は 9 である。

2 ずつ増えていくので，9，11，13，15，17，19･･･と並ぶ。

したがって，5 列目の数は 17 である。

最初の数が a で，d ずつ増えるとき，
n 番目の数は　$a+d\times(n-1)$

(2) m 行目の 1 列目の数は m である。

最初の数 a が m で，$d=2$ ずつ増えていくので，$a+d\times(n-1)$ の公式を使うと，n 列目の数は，

$m+2\times(n-1)=m+2n-2$ となる。

(3) 31 は奇数行目にそれぞれ 1 個ずつ出てくる。すなわち，

1 行目，3 行目，5 行目，･･･，31 行目に 1 個ずつ出てくる(31 より後は出てこない)

1，3，5，7，･･･，31 の数の並びについて 31 が何番目になるか考える。

この数の並びは，最初の数が 1 で 2 ずつ増えているので，k 番目の数は，

$1+2\times(k-1)=2k-1$ になる。

そこで，$2k-1=31$ とおくと，$2k=32$，$k=16$

したがって，31 は 16 番目の数になる。

よって，31 は 16 個あることがわかる。

[問題]

次の表のように，自然数が規則的に並んでいる。各問いに答えよ。

	1列目	2列目	3列目	4列目				
1段目	1	6	7	12	・	・	・	・
2段目	2	5	8	11	・	・	・	・
3段目	3	4	9	10	・	・	・	・

(1) 上から 1 段目，左から 6 列目の数を求めよ。

(2) 上から 3 段目，左から 20 列目の数を求めよ。

(大分県)(****)

[解答欄]

(1)	(2)

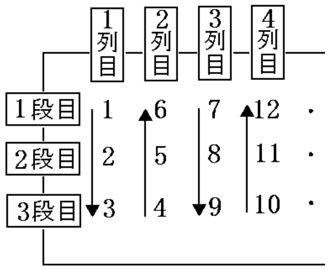
[ヒント]

2 段目の数の並び方に注目する。2 段目は 2，5，8，11，･･･と 3 ずつ増えている。

[解答](1) 18　(2) 58　(3)　$9n-3$

[解説]

(1) 2 段目の数の並び方に注目する。



2 段目は 2，5，8，11，･･･と 3 ずつ増えている。最初の数は 2 なので，n 列目は，$2+3\times(n-1)=3n-1$ である。

したがって，上から 2 段目，左から 6 列目の数は，

$3n-1=3\times6-1=17$ になる。

右図のように，偶数列は下→上で数が増えているので，

上から 1 段目, 左から 6 列目の数は, $17+1=18$ である。

最初の数が a で，d ずつ増えるとき，
n 番目の数は　$a+d\times(n-1)$

(2) まず，2 段目，20 列目の数を求める。

$3n-1$ に $n=20$ を代入すると，$3\times20-1=59$

偶数列は下→上で数が増えているので，

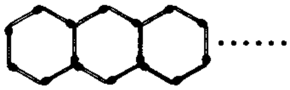
3 段目，20 列目の数は，$59-1=58$ である。

【】図形を並べる

【】横に並べる

[問題]

右図のように，マッチ棒を使って正六角形を左から右へ順につくっていく。正六角形を 2 個つくるには，マッチ棒は 11 本必要である。正六角形を n 個つくるには，マッチ棒は何本必要か。その本数を n を用いて表せ。

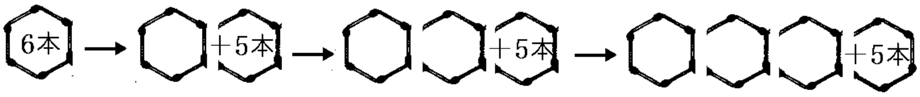


(奈良県)(***)

[解答欄]

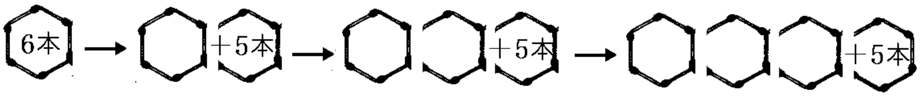
[ヒント]

最初が 6 本で，5 本ずつ増えていく。



[解答] $5n+1$(本)

[解説]



最初の数が $a=6$(本)で，$d=5$(本)ずつ増えるので，
n 番目は，$a+d\times(n-1)=6+5\times(n-1)=5n+1$(本)
になる。

最初の数が a で，d ずつ増えるとき，
n 番目の数は $a+d\times(n-1)$

参考までに，書き並べてみると，次のようになる。

正六角形が 1 個：6(本)

正六角形が 2 個：$6+5\times1$(本)

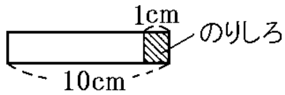
正六角形が 3 個：$6+5\times2$(本)

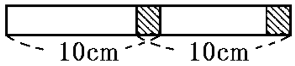
正六角形が 4 個：$6+5\times3$(本)

正六角形が n 個：$6+5\times(n-1)=5n+1$(本)

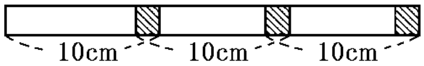
[問題]

横の長さが 10cm の長方形の紙がある。これを右の図のように，のりしろを 1cm とし，その部分を重ねてつなぎ合わせる。例えば，2 枚つなぎ合わせたときは次のようになる。





3 枚つなぎ合わせたときは次のようになる。



このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 5 枚つなぎ合わせたとき，横の長さは何 cm になるか。

(2) x 枚つなぎ合わせたとき，横の長さは何 cm になるか。 x を用いて表せ。

(3) 何校かつなぎ合わせたとき，横の長さが 163cm になった。紙を何枚つなぎ合わせたか。

(沖縄県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

最初の長さが $a=10$(cm)で， $d=9$(cm)ずつ増えるので， x 番目は，

$a+d\times(x-1)$の公式にあてはめる。

[解答](1) 46cm　(2) $9x+1$(cm)　(3) 18 枚

[解説]

最初の長さが $a=10$(cm)で， $d=9$(cm)ずつ増えるので， x 番目は，

$a+d\times(x-1)=10+9\times(x-1)=9x+1$(cm)になる。

(1) 5 枚つなぎ合わせたとき，$9x+1$ に $x=5$ を代入して，

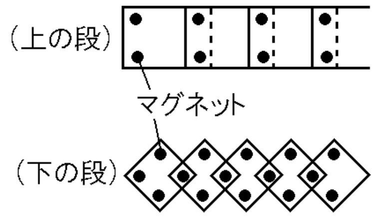
$9x+1=9\times5+1=46$(cm)

(3) $9x+1=163$ とおく。$9x=163-1$，$9x=162$，$x=162\div9$，$x=18$

よって，18 枚

[問題]

右図のように，正方形の画用紙の一部が重なるようにして，マグネットを使い，上の段と下の段で別々のはり方をする。ただし，はるときには，画用紙の 4 か所を必ずとめるものとする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 上の段に 6 枚の画用紙をはるとき，マグネットの個数を求めよ。

(2) 下の段に画用紙をはる。50 個のマグネットが使えるとき，はることができる画用紙の最大の枚数を求めよ。

(3) 上の段と下の段に合計 20 枚の画用紙をはる。50 個のマグネットをすべて使うとき，1)上の段と下の段にはる画用紙の枚数をそれぞれ x 枚，y 枚として，x，y についての連立方程式をつくれ。2)また，上の段と下の段にはる画用紙の枚数を，それぞれ求めよ。

(長野県)(****)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)1)
2)上の段：	下の段：	

[ヒント]

上の段：最初の数が a =4(個)で，d =2(個)ずつ増える。

下の段：最初の数が a =4(個)で，d =3(個)ずつ増える。

[解答](1) 14 個　(2) 16 枚　(3)1) $\begin{cases} x+y=20 \\ 2x+3y=47 \end{cases}$　2)上の段：13 枚　下の段：7 枚

[解説]

(1) 上の段のはりかたでは，

最初の数が a =4(個)で，d =2(個)ずつ増えるので，

n 枚目のときのマグネットの個数は，

$a+d\times(n-1)$ =4+2×(n −1)=2n +2(個)･･･①

n =6 を代入すると，2n +2=2×6+2=14(個)

最初の数が a で，d ずつ増えるとき，
n 番目の数は　$a+d\times(n-1)$

(2) 下の段のはり方では，

最初の数が a =4(個)で，d =3(個)ずつ増えるので，m 枚目のときのマグネットの個数は，

$a+d\times(m-1)$ =4+3×(m −1)=3m +1(個)･･･②

「50 個のマグネットが使えるとき」とあるので，まず，

$3m+1=50$ とおいてみる。

$3m=49$，$m=49\div3$ =16.333･･･

よって，m の最大数は 16 枚である。

(3) 上の段にはる画用紙はx枚，下の段にはる画用紙はy枚である。

画用紙の合計は20枚なので，$x+y=20$・・・③

上の段で使うマグネットの数は，①より，$2x+2$(個)

下の段で使うマグネットの数は，②より，$3y+1$(個)

50個のマグネットをすべて使うので，

$2x+2+3y+1=50$，$2x+3y=47$・・・④

③，④より，連立方程式$\begin{cases} x+y=20 \\ 2x+3y=47 \end{cases}$が成り立つ。

③×2より，$2x+2y=40$・・・③'

④－③'より，$y=7$

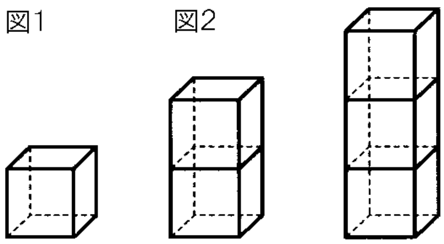
$y=7$を③に代入すると，$x+7=20$，$x=13$

$x=13$, $y=7$は問題にあう。

よって，上の段は13枚，下の段は7枚である。

[問題]

図1の立体は，1辺の長さが1cmの立方体である。この立方体を，図2のように，すき間やずれのないように上に重ねて，直方体を作っていく。このとき，図1の立方体をn個重ねてできる直方体の表面積を，nを用いて表せ。



(静岡県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

1個の立方体の表面積はa＝6cm²である。立方体を1個上に重ねるごとに4つの側面の面積d＝4 cm²が増加する。

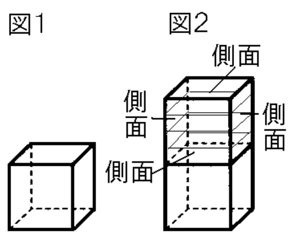
[解答] $4n+2$(cm²)

[解説]

図1の立方体の1つの面(正方形)の面積は1×1＝1(cm²)である。

1つの立方体は6つの面でできているので，1個の立方体の表面積はa＝6(cm²)である。

図2のように，2個目の立方体を重ねると，4つの側面の面積4 cm²が増加する表面積である。よって，d＝4である。

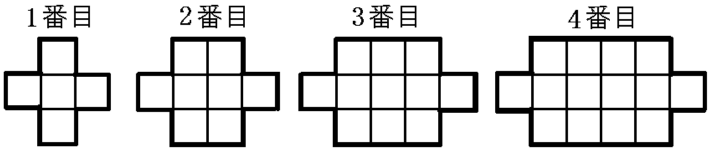


したがって，この立方体をn個重ねてできる直方体の表面積は，

$a+d\times(n-1)=6+4\times(n-1)=4n+2$(cm²)

[問題]

　次の図のように，1 辺が 1cm の正方形のタイルを並べて，1 番目，2 番目，3 番目，･･･と図形をつくっていく。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 7 番目の図形には，タイルは何枚必要か。

(2) 図の太線は，図形の周を表している。n番目の図形の周の長さは何 cm になるか。nを用いた式で表せ。

(石川県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) 1 番目はa ＝5 枚，2 番目は 8 枚，3 番目は 11 枚，･･･とd ＝3 枚ずつ増えている。

(2) 1 番目はa ＝12cm，2 番目は 14cm，3 番目は 16cm，･･･とd ＝2cm ずつ増えている。

[解答](1)23 枚　(2)　$2n+10$(cm)

[解説]

(1) 1 番目は 5 枚，2 番目は 8 枚，3 番目は 11 枚，･･･と 3 枚ずつ増えている。

1 番目がa ＝5(枚)で，d ＝3(枚)ずつ増えるので，n番目のときの枚数は，

$a+d\times(n-1)$＝5＋3×(n －1)＝3n ＋2(枚)である。

n ＝7 を代入すると，3n ＋2＝3×7＋2＝23(枚)

(2) 1 番目は 12cm，2 番目は 14cm，3 番目は 16cm，･･･と 2cm ずつ増えている。

1 番目がa ＝12(cm)で，d ＝2(cm)ずつ増えるので，n番目のときの周の長さは，

$a+d\times(n-1)$＝12＋2×(n －1)＝2n ＋10(cm)である。

[問題]

図 1 のような台形が 50 個ある。図 2 のように，台形を横につないでいく。表は，図形の周囲の長さを表にしたものである。次の各問いに答えよ。

図1

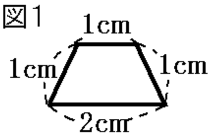


図2

図形の番号	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	・・・	20 番目	・・・	50 番目
周囲の長さ	5cm	8cm	11cm	ア	イ		ウ		

(1) 表で，4 番目と 5 番目の周囲の長さア，イの値を求めよ。

(2) 表で，20 番目の周囲の長さウの値を求めよ。

(島根県)(***)

[解答欄]

(1)ア	イ	(2)

[ヒント]

周囲の長さは，1 番目が $a=5$(cm)で，$d=3$(cm)ずつ増えている。

[解答](1)ア 14　イ 17　(2) 62

[解説]

(1) 図形の周囲の長さは 3cm ずつ増えているので，

アは 11＋3＝14cm，イは 14＋3＝17cm になる。

(2) 1 番目が $a=5$(cm)で，$d=3$(cm)ずつ増えるので，n番目のときの周の長さは，

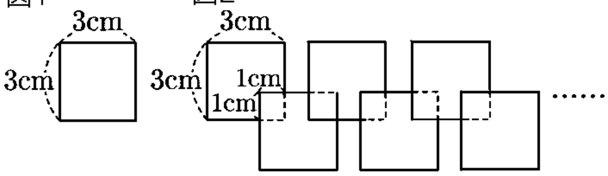
$a+d\times(n-1)=5+3\times(n-1)=3n+2$(cm)である。

$n=20$ を代入すると，$3n+2=3\times20+2=62$(cm)になる。

[問題]

次の図 1 のような 1 辺 3cm の正方形の紙がたくさんある。これらを，図 2 のように 1 辺 1cm の正方形をのりしろとして，つなぎ合わせていく。このとき，次の各問いに答えよ。

図1　図2



(1) 8 枚の紙をつなぎ合わせたとき，できた図形の面積を求めよ。

(2) n 枚の紙をつなぎ合わせたとき，できた図形の面積を n を用いて表せ。

(3) n 枚の紙をつなぎ合わせたとき，できた図形の面積が 169cm² であった。このとき，n の値を求めよ。

(佐賀県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

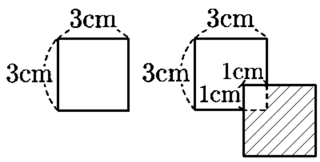
1 枚のときの面積は $a=3\times3=9$(cm²)である。正方形を 1 枚重ねるとき，増える部分の面積は $d=3\times3-1\times1=8$(cm²)である。

[解答](1) 65cm²　(2) $8n+1$(cm²)　(3) $n=21$

[解説]

1 枚のときの面積は $a=3\times3=9$(cm²)である。

右図のように，1 枚目に 2 枚目の正方形を重ねたとき，増える部分の面積は右図の斜線部分である。斜線部分の面積は，$d=3\times3-1\times1=8$(cm²)である(2 枚目に 3 枚目の正方形を重ねたときも同様である)。



したがって，n 枚の紙をつなぎ合わせたとき，できた図形の面積は，

$a+d\times(n-1)=9+8\times(n-1)=8n+1$(cm²)である。

(1) $n=8$ を代入すると，$8n+1=8\times8+1=65$(cm²)

(3) $8n+1=169$ とおく。$8n=168$，$n=168\div8=21$

[問題]

図1のような直角をはさむ2辺の長さが4cmの直角二等辺三角形の紙がn枚ある。これらを，図2のように各辺の長さが図1の$\frac{1}{2}$倍となる直角二等辺三角形をのりしろとして，つなぎ合わせていく。このとき, 次の各問いに答えよ。

図1

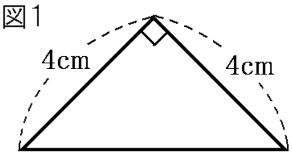
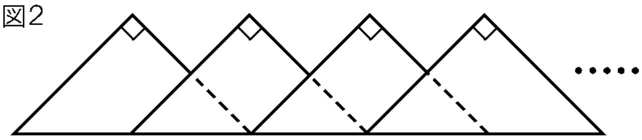


図2



(1) $n=6$のとき，つなぎ合わせてできた図形の面積を求めよ。

(2) n枚つなぎ合わせてできた図形の面積が170cm^{2}であった。このとき，nの値を求めよ。

(佐賀県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

最初の面積が$a=8$(cm^2)で，$d=6$(cm^2)ずつ増える。

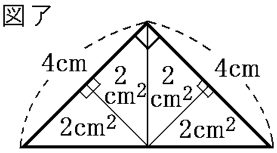
[解答](1) 38cm^2　(2) $n=28$

[解説]

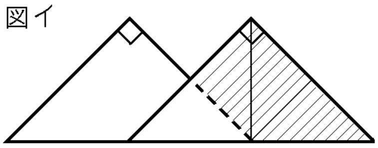
図1の直角二等辺三角形の面積は，

$\frac{1}{2}\times4\times4=8$(cm^2)である。

図ア



図イ



右の図ア，イからわかるように，重なる部分の面積は2cm^{2}なので，直角二等辺三角形の紙を1枚つなぐごとに増える面積は，$8-2=6$(cm^2)である。

最初の面積が$a=8$(cm^2)で，$d=6$(cm^2)ずつ増えるので，n枚目のときの面積は，

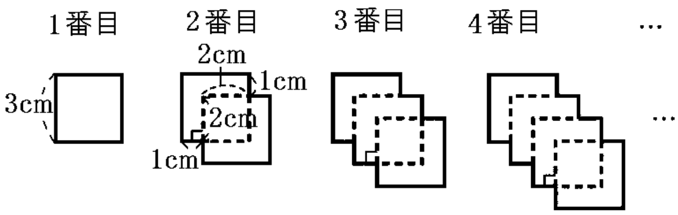
$a+d\times(n-1)=8+6\times(n-1)=6n+2$(cm^2)である。

(1) $n=6$を代入すると，$6n+2=6\times6+2=38$(cm^2)

(2) $6n+2=170$とおくと，$6n=168$，$n=28$

[問題]

右の図のように，1 辺の長さが 3cm の正方形を，右と下に 1cm ずつずらしながら順に重ねて図形をつくる。ただし，重なる部分は，1 辺の長さが 2cm の正方形となるようにする。また，図形の周の長さは，実線(—)の長さとし，図形の面積は，実線で囲まれた部分の面積とする。例えば，「2 番目の図形」の，周の長さは 16cm，面積は 14cm^2 となる。



(1) 「10 番目の図形」の面積を求めよ。

(2) 「5 番目の図形」の周の長さを求めよ。

(富山県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

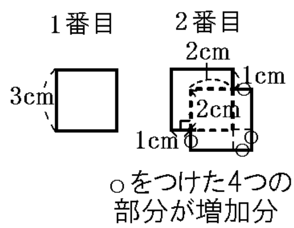
[ヒント]

(1) 1 番目の図形の面積は $a=3\times3=9$(cm^2)である。1 枚重ねるごとに，$d=3\times3-2\times2=5$(cm^2)だけふえていく。

(2) 1 番目の図形の周の長さは $a=3\times4=12$(cm)である。

1 番目→2 番目で，右図の○をつけた 4 つの部分

(合計で 4cm)が増加分なので，$d=4$ である。



[解答](1) 54cm^2　(2) 28cm

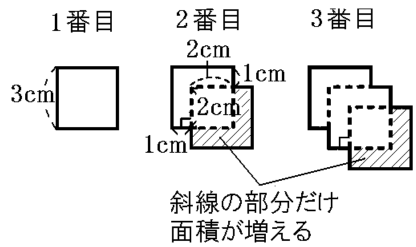
[解説]

(1) 1 番目の図形の面積は $a=3\times3=9$(cm^2)である。

右図の斜線の部分($3\times3-2\times2=5$(cm^2))だけふえていくので $d=5$ である。よって，n 番目の図形の面積は，

$a+d\times(n-1)=9+5\times(n-1)=5n+4$

$n=10$ を代入すると，$5n+4=5\times10+4=54$(cm^2)



(2) 1 番目の図形の周の長さは $a=3\times4=12$(cm)である。

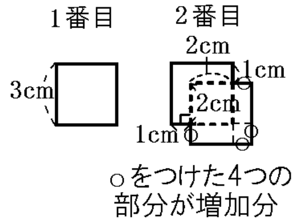
1 番目→2 番目で，右図の○をつけた 4 つの部分

(合計で 4cm)が増加分なので，$d=4$ である。

よって，n 番目の図形の周の長さは，

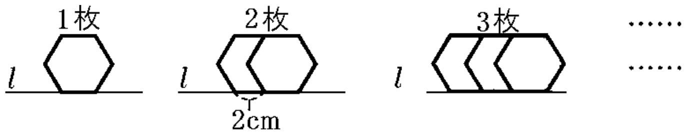
$a+d\times(n-1)=12+4\times(n-1)=4n+8$

$n=5$ を代入すると，$4n+8=4\times5+8=28$(cm)



[問題]

次の図のように，1 辺の長さが 2cm の正六角形の紙を，1 辺が直線 l 上にあるように，右に 2cm ずつずらしながら，1 枚，2 枚，3 枚，･･･と並べていく。図の太線は，正六角形の辺のうち，おもてに出ている辺を表している。後の各問いに答えよ。



(1) 正六角形の辺のうち，おもてに出ている辺の長さの合計をまとめたところ，次の表のようになった。(　　)にあてはまる数を書け。

正六角形の紙の枚数(枚)	1	2	･･･	5	･･･
おもてに出ている辺の長さの合計(cm)	12	20	･･･	(　　)	･･･

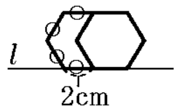
(2) おもてに出ている辺の長さの合計が 3m になるのは, 正六角形の紙を何枚並べたときか。

(山形県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

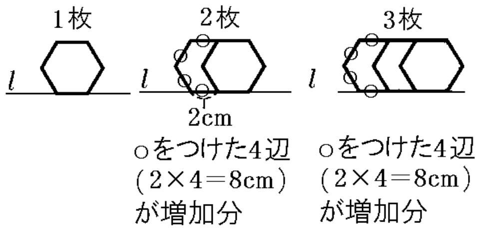
[ヒント]



おもてに出ている辺の長さの合計は，1 枚のときは a ＝12cm で，1 枚増えるごとに， d ＝2cm×4＝8cm ずつ増える。

[解答](1) 44　(2) 37 枚

[解説]



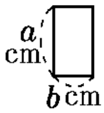
おもてに出ている辺の長さの合計は，1 枚のときは a ＝12cm で，1 枚増えるごとに d ＝2cm×4＝8cm ずつ増えるので， n 枚のときの長さは，$a+d\times(n-1)$＝12＋8×(n −1)＝8n ＋4(cm)である。

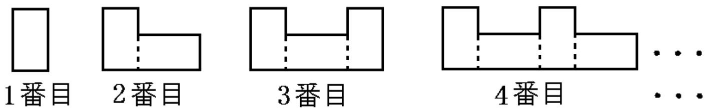
(1) n ＝5 を代入すると，8n ＋4＝8×5＋4＝44(cm)

(2) 8n ＋4＝300 とおく。8n ＝296， n ＝296÷8＝37(枚)

[問題]

右のような縦が a cm，横が b cm の長方形を，次の図のように，縦と横を交互に，互いの辺が重なるように並べて，1 番目，2 番目，3 番目，4 番目，$\cdots$，と同じ規則で図形を順につくってそれぞれの周の長さ(図の太線の部分)を求める。このとき，10 番目につくった図形の周の長さを a，b を用いて表せ。ただし，$a>b$ とする。



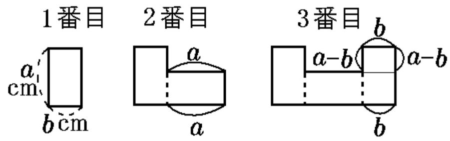


(埼玉県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

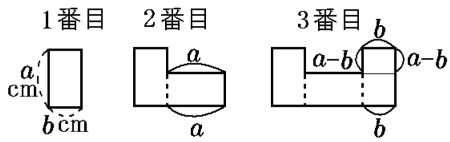
右図のように，1 番目→2 番目では，$a+a=2a$ (cm) だけ周の長さが増加する。2 番目→3 番目では，$(a-b)\times 2+2b=2a$ (cm)だけ周の長さが増加する。



[解答] $20a+2b$ (cm)

[解説]

右図のように，1 番目→2 番目では，$a+a=2a$ (cm) だけ周の長さが増加する。2 番目→3 番目では，$(a-b)\times 2+2b=2a$ (cm)だけ周の長さが増加する。



以下も同様にして，$2a$ (cm)ずつ増加する。

1 番目の図形の周の長さは $2a+2b$ (cm)なので，n 番目の図形の周の長さは，

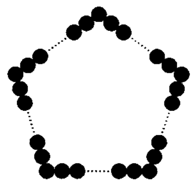
$2a+2b+2a\times(n-1)$ (cm)になる。

$n=10$ を代入すると，$2a+2b+2a\times(n-1)=2a+2b+2a\times 9=20a+2b$ (cm)

【】多角形に並べる

[問題]

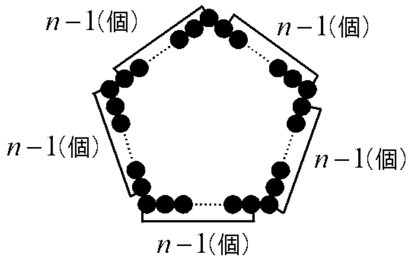
右の図のように，1 辺に同じ個数の碁石を並べて，正五角形の形をつくる。1 辺に並べる碁石を n 個とすると，碁石は全部で何個必要か，n を用いて表せ。



(徳島県)(**)

[解答欄]

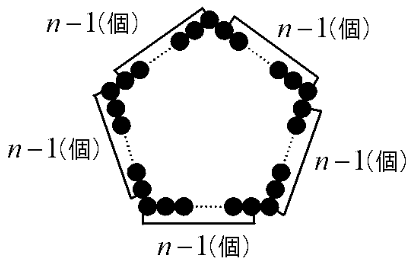
[ヒント]



[解答] $5(n-1)$(個)

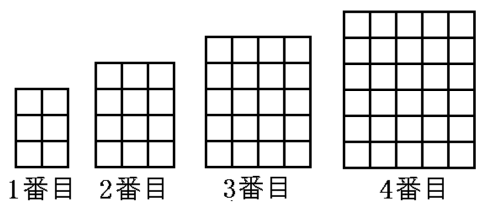
[解説]

右図のように，5 つの部分に分けると，
碁石の合計の個数は $5(n-1)$(個)になることがわかる。



[問題]

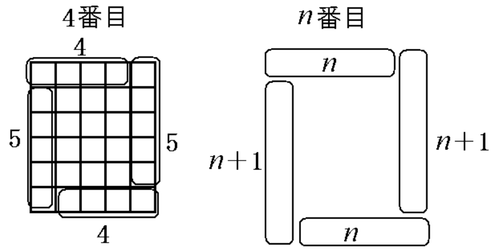
次の図の 1 番目，2 番目，3 番目，4 番目･･･のように，同じ大きさの正方形を規則的に並べて図形をつくる。図形をつくる正方形のうち，外側に並ぶ正方形について考えると，4 番目の図形では，その個数は 18 個である。外側に並ぶ正方形の個数が 158 個となるのは何番目の図形か。



(愛媛県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]39 番目

[解説]

右図のように，4 番目の図形では，

$4\times2+(4+1)\times2=8+10=18$(個)である。

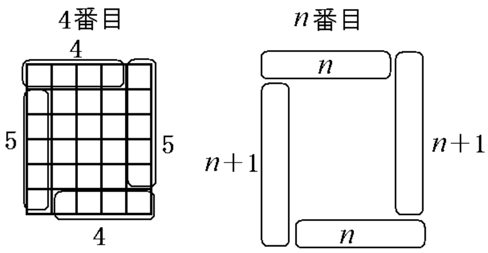
同様に，n 番目の図形では，

$n\times2+(n+1)\times2=2n+2n+2=4n+2$(個)である。

「外側に並ぶ正方形の個数が 158 個」とあるので，

$4n+2=158$ とおくと，

$4n=156$，$n=156\div4=39$(番目)



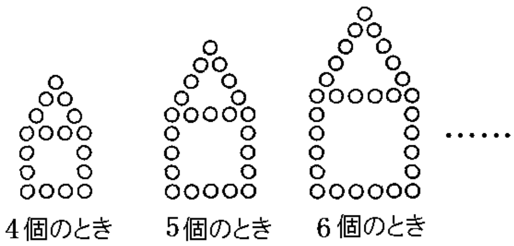
[問題]

右の図のように 1 辺に 4 個，5 個，6 個，･･･と石を並べ，正三角形と正方形を作る。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 1 辺に並べる石の個数が 7 個のとき，全部で石は何個必要か。

(2) 1 辺に並べる石の個数が n 個のとき，全部の石の個数を n の式で表せ。

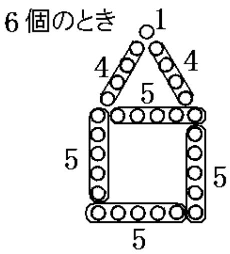
(福井県)(***)



[解答欄]

(1)	(2)

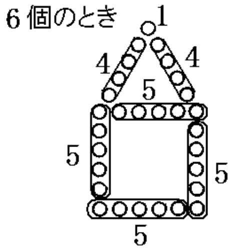
[ヒント]



[解答](1) 35 個　(2) $6n-7$(個)

[解説]

(1) 1 辺に並べる石の個数が 6 個のとき，右図のように，



5×4＋4×2＋1＝20＋8＋1＝29(個)必要である。

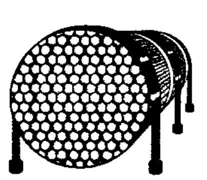
同様に，考えると，1 辺に並べる石の個数が 7 個のときは，

6×4＋5×2＋1＝24＋10＋1＝35(個)必要である。

(2) (1)と同じように考えると，1 辺に並べる石の個数が n 個のときは，

$(n-1)\times4+(n-2)\times2+1=4n-4+2n-4+1=6n-7$(個)必要である。

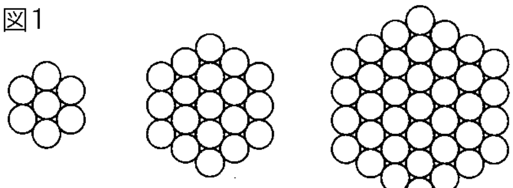
[問題]



右の図は，明石海峡大橋で使われているケーブルの断面を模式的に表したものである。美紀さんと紀男さんは，この断面の模様の並び方に興味をもち，碁石を使って考えてみた。

図 1 の 1 番目の図形は，中心となる碁石を 1 個おき，そのまわりに碁石を並べたもので，2 番目の図形は，さらにその外側に碁石を並べたものである。このようにして，3 番目，4 番目，･･･と同じ規則で碁石を並べて，図形を順につくっていく。次の各問いに答えよ。

図1



1番目　　2番目　　3番目

(1) 次の表は，図 1 のように，碁石を規則正しく並べて，1 番目，2 番目，3 番目，･･･と図形をつくっていったときの順番と，一番外側の碁石の個数についてまとめたものである。①，②に答えよ。

順番(番目)	1	2	3	4	･･･	(イ)	･･･	☆	★
1 番外側の碁石の個数(個)	6	12	18	(ア)	･･･	54	･･･	a	b

(☆，★は，連続する 2 つの順番を表す)

① 表中のア，イにあてはまる数をかけ。

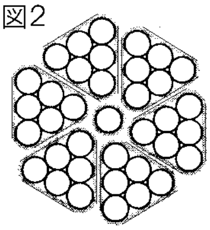
② n番目の図形をつくるとき，一番外側の碁石は何個必要か，nの式で表せ。

(2) 美紀さんは，図 1 の 3 番目の図形をつくるとき，全部で何個の碁石が必要かを求めるために，次のような方法を考えた。美紀さんの考え方を参考にして，10 番目の図形をつくるためには，全部で何個の碁石が必要か，求めよ。

(美紀さん)

図 2 のように，3 番目の図形を，中央の碁石と，三角形状に並んだ 6 組の碁石に分ける。三角形状に並んだ 1 組の碁石の個数は，1＋2＋3(個)だから，3 番目の図形をつくるのに必要な碁石全部の個数は，1＋(1＋2＋3)×6＝37(個)となる。

図2

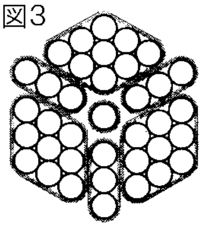


(3) 紀男さんは，美紀さんとは別の方法で，碁石の個数を求めた。次の方法は，紀男さんの考え方をまとめたものである。紀男さんの考え方を用いて，n番目の図形をつくるためには，全部で何個の碁石が必要か，nの式で表せ。

(紀男さん)

図 3 のように，3 番目の図形を，ひし形状に並んだ 3 組の碁石，直線状に並んだ 3 組の碁石，中央の碁石に分ける。ひし形状に並んだ 1 組の碁石の個数は，3×3(個)，直線状に並んだ 1 組の碁石の個数は 3 個だから，3 番目の図形をつくるのに必要な碁石全部の個数は，3×3×3＋3×3＋1＝37(個)となる。

図3



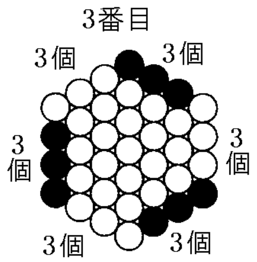
(和歌山県)(***)

[解答欄]

(1)①ア	イ	②
(2)	(3)	

[ヒント]

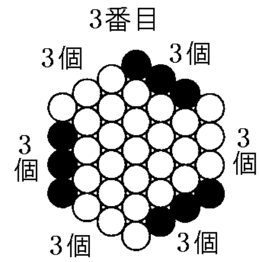
(1)



[解答](1)①ア　24　イ　9　②　$6n$(個)　(2) 331 個　(3)　$3n^2+3n+1$(個)

[解説]

(1) 右図は 3 番目の図形の外側を，分かりやすいように，○と●で塗り分けた図である。この図より，3 番目の図形の一番外側の碁石の個数は，3(個)×6＝18(個)であることがわかる。



同様に考えると，4 番目の図形の一番外側の碁石の個数は，
4(個)×6＝24(個)である。

また，n番目の図形の一番外側の碁石の個数は，
$n\times 6=6n$(個)である。

一番外側の碁石が 54 個となるのは何番目か求めるために，
$6n=54$とおくと，$n=54\div 6=9$(番目)と計算できる。

(2) 1＋(1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋9＋10)×6＝1＋55×6＝331(個)

(3) ひし形状に並んだ 1 組の碁石の個数は，$n\times n=n^2$(個)，直線状に並んだ 1 組の碁石の個数はn個だから，n番目の図形をつくるのに必要な碁石全部の個数は，
$n^2\times 3+n\times 3+1$＝$3n^2+3n+1$(個)となる。

【】横に並べる：複数の色・形

[問題]

図 1 のように，同じ大きさの黒，白，赤の 3 色のタイルがある。これらを使って，図 2 の 1 番目，2 番目，3 番目，…のように，規則的に並べて図形をつくる。

図1 黒 白 赤

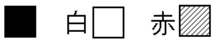
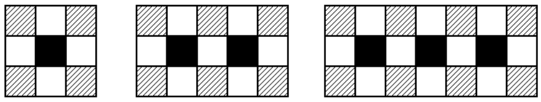


図2



1番目　2番目　3番目

また，それぞれの図形について，黒，白，赤の色ごとにタイルの枚数を調べ，右のような表をつくる。このとき，次の各問いに答えよ。

	1 番目	2 番目	3 番目	・・・
黒いタイルの枚数(枚)	1	2	3	・・・
白いタイルの枚数(枚)	4	7	10	・・・
赤いタイルの枚数(枚)	4	6	8	・・・

(1) 4 番目の図形の黒，白，赤のタイルの枚数を，それぞれ求めよ。

(2) n 番目の図形の白いタイルの枚数を，n を使って表せ。

(3) 並べた全てのタイルの枚数が 99 枚になるのは，何番目の図形か。

(愛媛県)(***)

[解答欄]

(1)黒：	白：	赤：
(2)	(3)	

[ヒント]

黒：最初は 1 枚で，1 枚ずつ増えている。

白：最初は $a=4$(枚)で，$d=3$(枚)ずつ増えている。

赤：最初は $a=4$(枚)で，$d=2$(枚)ずつ増えている。

[解答](1)黒：4 枚　白：13 枚　赤：10 枚　(2) $3n+1$(枚)　(3) 16 番目

[解説]

(1) 黒いタイルは 1 枚ずつ増えているので 4 番目は 3＋1＝4 枚である。

白いタイルは 3 枚ずつ増えているので 4 番目は 10＋3＝13 枚である。

赤いタイルは 2 枚ずつ増えているので 4 番目は 8＋2＝10 枚である。

(2) 白いタイルの枚数は，4，7，10，・・・と最初の数 $a=4$(枚)で，$d=3$(枚)ずつ増えているので，$a+d\times(n-1)=4+3\times(n-1)=3n+1$(枚)

(3) 黒いタイルの枚数は，1，2，3，・・・となっているので，n 番目は n(枚)である。

赤いタイルの枚数は，4，6，8，・・・と最初の数 $a=4$(枚)で，$d=2$(枚)ずつ増えているので，

$a+d\times(n-1)=4+2\times(n-1)=2n+2$(枚)

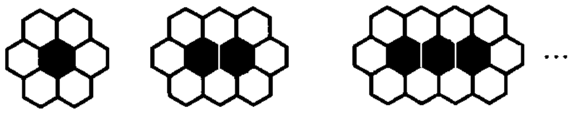
(黒いタイル)＋(白いタイル)＋(赤いタイル)＝$n+(3n+1)+(2n+2)=6n+3$

「全てのタイルの枚数が 99 枚になる」とあるので，

$6n+3=99$ とおく。$6n=96$，$n=96\div 6=16$(番目)

[問題]

黒色と白色の紙で，同じ大きさの正六角形をたくさん用意した。次の図のように，黒色の正六角形を 1 個，2 個，3 個，･･･と横一列に 1 個ずつ順に増やして並べ，それらを取り囲んで白色の正六角形をすき間なく並べた。このときできた図形を，1 番目，2 番目，3 番目，･･･とし，正六角形の数と正六角形の互いに重なった辺の数を表にまとめた。正六角形の数を N，正六角形の互いに重なった辺の数を S とするとき，後の各問いに答えよ。



1番目　2番目　3番目　…

	1 番目	2 番目	3 番目	･･･
正六角形の数(N)	7	10	13	･･･
正六角形のたがいに重なった辺の数(S)	12	19	26	･･･

(1) 6 番目の図形で，N と S の値をそれぞれ答えよ。

(2) n 番目の図形で，N の値を n を用いて表せ。

(3) N＝61 のとき，S の値を求めよ。

(新潟)(***)

[解答欄]

(1)N＝	S＝	(2)N＝
(3)		

[ヒント]

N は 1 番目は a ＝7 で，d ＝3 ずつ増加する。

S は 1 番目は a ＝12 で，d ＝7 ずつ増加する。

[解答](1)N＝22　S＝47　(2)N＝ $3n+4$　(3) 138

[解説]

N は 1 番目は a ＝7 で，d ＝3 ずつ増加するので，n 番目は，

N＝ $a+d\times(n-1)$ ＝7＋3×(n−1)＝3 n ＋4

S は 1 番目は a ＝12 で，d ＝7 ずつ増加するので，n 番目は，

S＝ $a+d\times(n-1)$ ＝12＋7×(n−1)＝7 n ＋5

(1) n ＝6 を代入すると，

N＝3 n ＋4＝3×6＋4＝22，S＝7 n ＋5＝7×6＋5＝47

(3) N＝3 n ＋4 に N＝61 を代入すると，

$3n+4=61$，$3n=57$，$n=19$

$n=19$ を S＝7 n ＋5 に代入すると，S＝7×19＋5＝138

[問題]

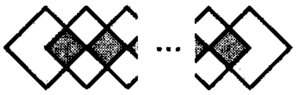
あおいさんは，1 辺が 2cm の正方形の紙をいくつか用意し，次の手順にしたがって，それらを 1 枚ずつ横 1 列に貼り合わせて図形をつくった。

(手順)

手順Ⅰ　図 1 のように，1 枚目の正方形の紙の上に 2 枚目の正方形の紙を重ね，1 辺が 1cm の正方形の重なりができるように，2 枚目の正方形の紙を右にずらして貼る。続けて貼っていく正方形の紙についても, それぞれ 1 辺が 1cm の正方形の重なりができるように，2 枚目の上に 3 枚目，3 枚目の上に 4 枚目，･･･と，右にずらしながら順に貼る。

図1

図2



手順Ⅱ　手順Ⅰでできた図形を，図 2 のように，紙が 2 枚重なっている◆の部分と, 紙が重なっていない◇の部分に区別する。貼り合わせてできた図形の，紙が 2 枚重なっているすべての◆の部分を A，紙が重なっていないすべての◇の部分を B として考える。

(1) B の面積が $20cm^2$ となるとき，貼り合わせた正方形の紙の枚数を求めよ。

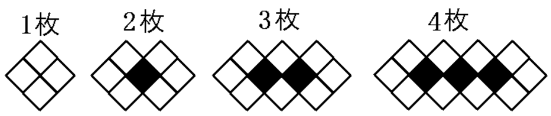
(2) あおいさんは，A の面積と B の面積を，正方形の紙の枚数を変えてそれぞれ計算した。すると，貼り合わせた正方形の紙の枚数が異なると，A の面積と B の面積の比も異なっていることに気付いた。A の面積と B の面積の比が 3：7 となるときの正方形の紙の枚数を求めよ。

(高知県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]



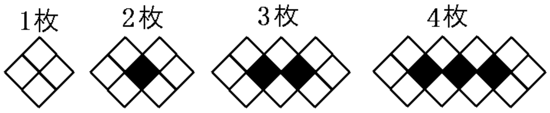
黒(A)：最初の面積が $a=0(cm^2)$ で，$d=1(cm^2)$ ずつ増える。

白(B)：最初の面積が $a=4(cm^2)$ で，$d=2(cm^2)$ ずつ増える。

[解答](1) 9 枚　(2) 13 枚

[解説]

(1) 右図の◇(または◆)1 個の面積は $1cm^2$ である。紙が重なっていない◇の部分 B は,



1 枚のとき：$4cm^2$

2 枚のとき：$6cm^2$

3 枚のとき：$8cm^2$

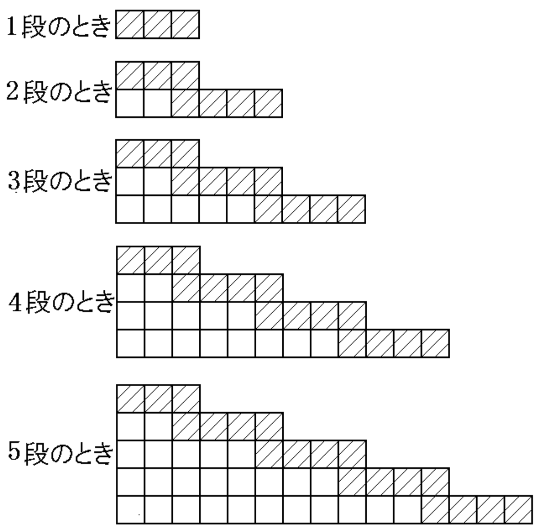
4 枚のとき：$10cm^2$

最初の数が a で, d ずつ増えるとき，
n 番目の数は　$a+d\times(n-1)$

と 2cm² ずつ増えていく。
最初の面積が $a=4$(cm²)で，$d=2$(cm²)ずつ増えるので，n 番目は，
$a+d\times(n-1)=4+2\times(n-1)=2n+2$(cm²)になる。
「B の面積が 20cm² となるとき，貼り合わせた正方形の紙の枚数を求めよ。」とあるので，
$2n+2=20$ とおく。$2n=18$，$n=9$(枚)
(2) 紙が重なっている◆の部分 A は，
1 枚のとき：0cm²
2 枚のとき：1cm²
3 枚のとき：2cm²
4 枚のとき：3cm²
と 1cm² ずつ増えていく。
最初の面積が $a=0$(cm²)で，$d=1$(cm²)ずつ増えるので，n 番目は，
$a+d\times(n-1)=0+1\times(n-1)=n-1$(cm²)になる。
「A の面積と B の面積の比が 3：7 となる」とあるので，
$(n-1):(2n+2)=3:7$ とおく。比の外項の積は内項の積に等しいので，
$7(n-1)=3(2n+2)$，$7n-7=6n+6$，$n=13$

[問題]

　同じ大きさの正方形の白(□)と黒(▨)のタイルを規則的に並べて，右の図のような階段状の図形をつくることにした。このとき，次の各問いに答えよ。

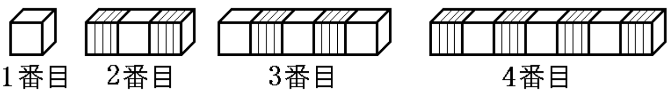


(1) 白のタイルは十分にあるが，黒のタイルが 30 枚しかない場合，①最大で何段の図形をつくることができるか。②また，そのとき使用せずに残った黒のタイルの枚数を求めよ。
(2) n は 2 以上の自然数とする。初めに，n 段の図形をつくるために必要なタイルを準備していたが，$(n+1)$段の図形をつくることにしたため，白と黒のタイルを必要な枚数だけそれぞれ追加した。追加した白のタイルの枚数を n を用いた式で表せ。
(石川県)(****)
[解答欄]

(1)①	②	(2)

[ヒント]
(1) 黒のタイルは，1段目は$a=3$枚で，$d=4$(枚)ずつ増える。
(2) n段→$n+1$(段)のときに追加する白タイルは，
1段→2段：2枚，2段→3段：5枚，3段→4段：8枚
と3枚ずつ増加していく。
[解答](1)① 7段　② 3枚　(2) $3n-1$
[解説]
(1) 使用する黒のタイルは，1段目は$a=3$枚で，$d=4$(枚)ずつ増えているので，n段目は，
$a+d\times(n-1)=3+4\times(n-1)=4n-1$(枚)である。
「黒のタイルが30枚しかない」とあるので，仮に，$4n-1=30$とおくと，$4n=31$，$n=7.75$
nは整数なので，最大で$n=7$(段)になる。
このとき，$4n-1=4\times7-1=27$(枚)の黒のタイルを使用する。
よって，使用せずに残った黒のタイルは，$30-27=3$(枚)である。
(2) n段→$n+1$(段)のときに追加する白タイルは，
1段→2段：2枚
2段→3段：5枚
3段→4段：8枚
と3枚ずつ増加していく。$a=2$，$d=3$とすると，
$a+d\times(n-1)=2+3\times(n-1)=3n-1$(枚)
よって，n段→$n+1$(段)のときに追加する白タイルは$3n-1$(枚)である。

[問題]
　次の図は，白色の立方体の箱と，灰色の立方体の箱を順に並べたものである。また，表は，図の順番と，白色の箱の個数と灰色の箱の個数についてまとめたものである。このとき，後の各問いに答えよ。



順番(番目)	1	2	3	4	5	6	・・・
白色の箱の個数(個)	1	1	3	3	*	*	・・・
灰色の箱の個数(個)	0	2	2	4	*	*	・・・
箱の合計個数(個)	1	3	5	7	*	*	・・・

(*は，あてはまる数を省略したことを示している)

(1) 8番目の白い箱の個数を求めよ。
(2) 箱の合計個数が101個のとき，何番目であるか，求めよ。
(3) 両端が白色の箱で，灰色の箱の個数が24個のとき，何番目であるか，求めよ。

(和歌山県)(****)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

白色の箱の個数は，奇数番目のときは順番の数と同じになり，偶数番目のときは，その1つ前の奇数番目と同じになる。

箱の合計個数は，1，3，5，7，・・・と，最初の個数がa＝1(個)で，d＝2(個)ずつ増える。

[解答](1) 7個　(2) 51番目　(3) 25番目

[解説]

(1) 白色の箱の個数は，奇数番目のときは順番の数と同じになり，偶数番目のときは，その1つ前の奇数番目と同じになる。したがって，8番目の白い箱の個数は，7番目の個数と同じ7個になる。

(2) 箱の合計個数は，1，3，5，7，・・・と，最初の個数がa＝1(個)で，d＝2(個)ずつ増えるので，n番目は，$a+d\times(n-1)$＝1＋2×(n－1)＝2n－1(個)になる。

2n－1＝101とおく。2n＝102，n＝51(番目)

(3) (2)より，n番目のときの箱の合計個数は2n－1(個)である。

両端が白色の箱であるのは奇数番目である。白色の箱の個数は，奇数番目のときは順番の数と同じになるのでn個である。

(白色の箱の数)＋(灰色の箱の数)＝(合計個数)なので，

n＋(灰色の箱の数)＝2n－1

(灰色の箱の数)＝n－1

灰色の箱の個数が24個なので，

n－1＝24，n＝25(番目)

【】縦横に並べる

[問題]

同じ長さのマッチ棒を用いて，右図のように，一定の規則にしたがって，1 番目，2 番目，3 番目，･･･と，マッチ棒をつなぎ合わせて図形をつくっていく。用いたマッチ棒の数は，1 番目では 4 本，2 番目では 12 本，3 番目では 24 本である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 5 番目の図形をつくるには何本のマッチ棒が必要か。

(2) n 番目の図形をつくるには何本のマッチ棒が必要か， n の式で表せ。

(群馬県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

1 番目：横は 2 本，縦は 2 本

2 番目：横は 2×3(本)，縦も 2×3(本)

3 番目：横は 3×4(本)，縦も 3×4(本)

[解答](1) 60 本　(2) $2n(n+1)$本

[解説]

1 番目：横は 2 本，縦は 2 本

2 番目：横は 2×3(本)，縦も 2×3(本)

3 番目：横は 3×4(本)，縦も 3×4(本)

4 番目：横は 4×5(本)，縦も 4×5(本)

5 番目：横は 5×6(本)，縦も 5×6(本)で，合計 30＋30＝60(本)

n 番目：横は $n(n+1)$(本)，縦も $n(n+1)$(本)で，合計 $2n(n+1)$ (本)

[問題]

マッチ棒を並べたものをつくる。図 1 は，そのようにしてつくったものを表している。番号 1 は，マッチ棒 1 本を 1 辺とする正方形に並べたものである。番号 2 は，番号 1 にマッチ棒を加えて，いちばん外側にマッチ棒 2 本を 1 辺とする正方形ができるように並べたものである。番号 n は，番号 $(n-1)$ にマッチ棒を加えて，いちばん外側にマッチ棒 n 本を 1 辺とする正方形ができるように並べたものである。次の各問いに答えよ。

図1

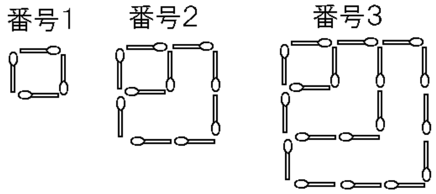
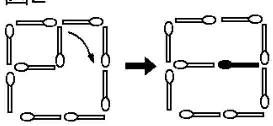


図2



(1) 番号 17 のとき，いちばん外側にあるマッチ棒の本数を求めよ。

(2) 番号 2 は，図 2 のように変形することができる。このような考え方を使うと，番号 20 の内側にあるマッチ棒の本数は何本になるか。

(3) 番号nのとき，すべてのマッチ棒の本数を求めよ。

(山形県改)(***)

[解答欄]

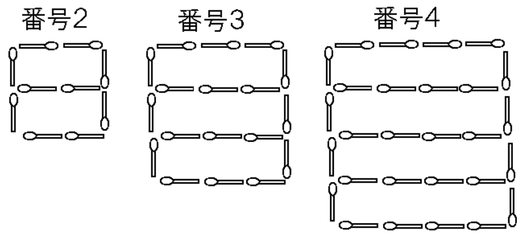
(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(1) いちばん外側にあるマッチ棒の本数は,

番号 1：1×4＝4(本)，番号 2：2×4＝8(本)，番号 3：3×4＝12(本)

(2)内側にあるマッチ棒の本数は，右図のように，



番号 2：2 本

番号 3：3×2＝6 本

番号 4：4×3＝12 本

[解答](1) 68 本　(2) 380 本　(3) n^2+3n(本)

[解説]

(1) いちばん外側にあるマッチ棒の本数は,

番号 1：1×4＝4(本)

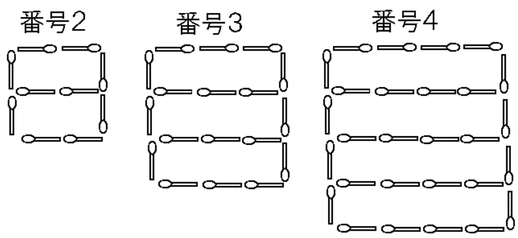
番号 2：2×4＝8(本)

番号 3：3×4＝12(本)

番号n ： n×4＝ $4n$(本)

n＝17 を代入すると， $4n$＝4×17＝68(本)

(2) 内側にあるマッチ棒の本数は，右図のように，



番号 2：2 本

番号 3：3×2＝6 本

番号 4：4×3＝12 本

番号 5：5×4＝20 本

番号 20：20×19＝380 本

番号n ： $n\times(n-1)=n(n-1)$本

(3) (1)(2)より，番号nのとき，すべてのマッチ棒の本数は,

$4n+n(n-1)=4n+n^2-n=n^2+3n$(本)

[問題]

明美さんは，1 辺が 1cm，2cm の 2 種類の正方形のシールを並べることによってさまざまな大きさの正方形ができることに興味をもち，次の①，②の方法でシールを並べてみることにした。ただし，シールはすき間や重なりがないように並べるものとする。

(方法)

① はじめに，1 辺が 2cm の正方形のシールだけを使い，図 1 のように，シールを並べて，1 辺の長さが 2cm ずつ大きくなるように，1 番目，2 番目，3 番目，･･･の順に正方形をつくる。

図1

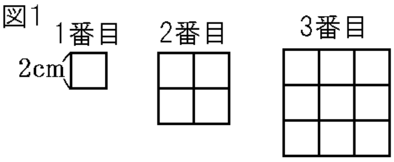
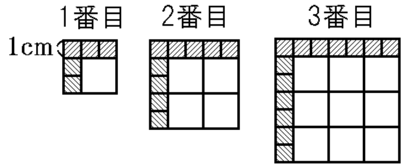


図2



② 次に，①でつくった正方形について，それぞれ 1 辺の長さが 1cm 大きい正方形となるように，図 2 のように，1 番目，2 番目，3 番目，･･･の順に，①でつくった正方形のとなり合う 2 辺にそって，1 辺が 1cm の正方形のシールを並べる。このとき，方法の②でつくる正方形について，次の各問いに答えよ。

(1) 4 番目につくる正方形では，1 辺が 1cm の正方形のシールが何枚必要か。

(2) 明美さんは， n 番目につくる正方形では，1 辺が 1cm の正方形のシールが何枚必要か，考えてみた。n 番目につくる正方形では，1 辺が 1cm の正方形のシールが何枚必要か，n を使って表せ。

(3) 次に，明美さんは， n 番目につくる正方形の面積を考えてみた。 n 番目につくる正方形の面積を， n を使って表せ。

(山形県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

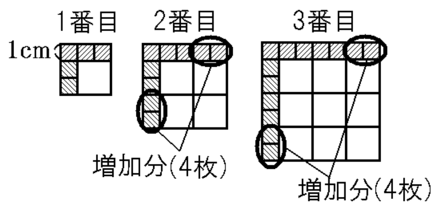
[ヒント]

(1)(2) 1 辺が 1cm の正方形のシールは，1 番目は $a=5$(枚)である。1 番目→2 番目で 4 枚，2 番目→3 番目で 4 枚と増えていくので $d=4$(枚)である。

(3) 1 番目の正方形の 1 辺の長さは $a=3$(cm)である。1 辺の長さは，1 番目→2 番目で 2cm，2 番目→3 番目で 2cm 増えていくので， $d=2$(cm)である。

[解答](1) 17 枚　(2) $4n+1$(枚)　(3) $(2n+1)^2$ (cm²)

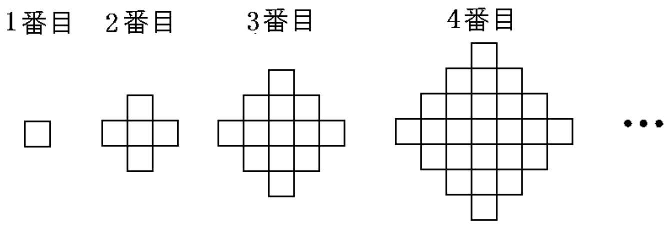
[解説]



(1)(2) 1 辺が 1cm の正方形のシールは，1 番目は $a=5$(枚)である。右図のように，1 番目→2 番目で 4 枚，2 番目→3 番目で 4 枚と増えていくので $d=4$(枚)で，n 番目では， $a+d\times(n-1)=5+4\times(n-1)=4n+1$(枚)になる。$n=4$ のときは，$4n+1=4\times4+1=17$(枚)になる。

(3) 1番目の正方形の1辺の長さはa＝3(cm)である。1辺の長さは，1番目→2番目で2cm，2番目→3番目で2cm増えていくので，d＝2(cm)で，
n番目の正方形の1辺の長さは，
$a+d\times(n-1)$＝3＋2×(n－1)＝2n＋1(cm)になる。
したがって，n番目につくる正方形の面積は，$(2n+1)^2$(cm²)になる。

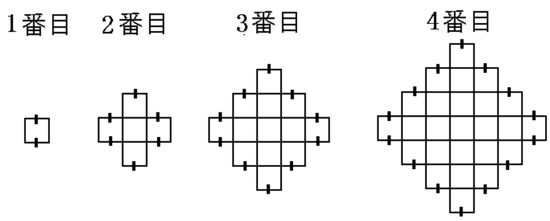
[問題]
1辺の長さが1cmの正方形の形をしたプラスチックの板がたくさんある。この板を使って，右の図のように図形を作っていく。



まず，板を1個置いたものを1番目，その周囲を4個の板で囲んだものを2番目，さらにその周囲を8個の板で囲んだものを3番目とする。このような作業を繰り返して4番目，5番目，・・・と作っていくとき，次の各問いに答えよ。ただし，板はすき間なく置くものとする。
(1) 5番目の図形の一番外側の周の長さを求めよ。
(2) n番目の図形の一番外側の周の長さをnを用いて表せ。
(3) それぞれの図形において，1列に最も多く並んだ板の個数は，2番目の図形では3個，3番目の図形では5個である。n番目の図形では何個になるか，nを用いて表せ。
(徳島県)(***)
[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]
(1)(2) 一番外側の周の長さは，1番目が4cm，2番目が12cm，3番目が20cm，・・・と8cmずつ増えていく。
(3) 1列に最も多く並んだ板の個数は，1番目では1個，2番目では3個，3番目では5個，4番目では7個である。
[解答](1) 36cm　(2) $8n-4$(cm)　(3) $2n-1$(個)
[解説]
(1)(2) 一番外側の周で，横方向の辺は右図で╋をつけた部分である。



1番目：2辺なので2cm
2番目：6辺なので6cm
3番目：10辺なので10cm
4番目：14辺なので14cm

1番目が $a=2$(cm)で，$d=4$(cm)ずつ増えるので，n 番目の横方向の長さは，

$a+d\times(n-1)=2+4\times(n-1)=4n-2$(cm)になる。

一番外側の周で，縦方向の辺の長さも，同様に $4n-2$(cm)になる。

したがって，n 番目の図形の一番外側の周の長さは，$(4n-2)\times 2=8n-4$(cm)になる。

$n=5$ のときは，$8n-4=8\times 5-4=36$(cm)である。

(3) 1列に最も多く並んだ板の個数は，

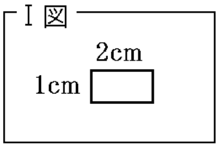
1番目では1個，2番目では3個，3番目では5個，4番目では7個である。

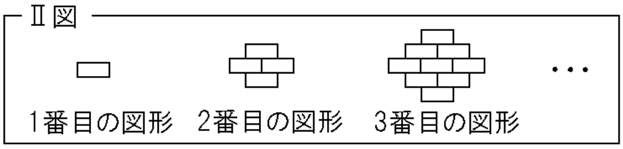
1番目が $a=1$(個)で，$d=2$(個)ずつ増えるので，n 番目では，

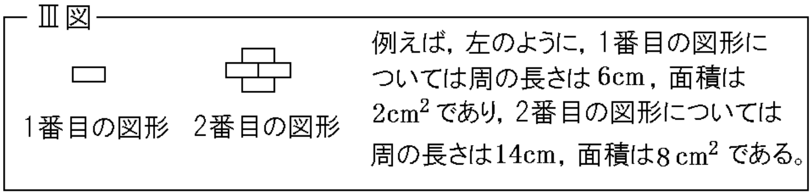
$a+d\times(n-1)=1+2\times(n-1)=2n-1$(個)になる。

[問題]

右のⅠ図のような縦 1cm，横 2cm の長方形を，次のⅡ図のようにすき間なく規則的に並べて，1番目の図形，2番目の図形，3番目の図形，･･･とする。次に，下のⅢ図のように，それぞれの図形の周の長さや面積について調べる。このとき，後の各問いに答えよ。







(1) 5番目の図形について，①周の長さと，②面積をそれぞれ求めよ。

(2) 周の長さが 166cm となるのは，①何番目の図形か求めよ。②また，その図形の面積を求めよ。

(京都府)(****)

[解答欄]

(1)①	②	(2)①
②		

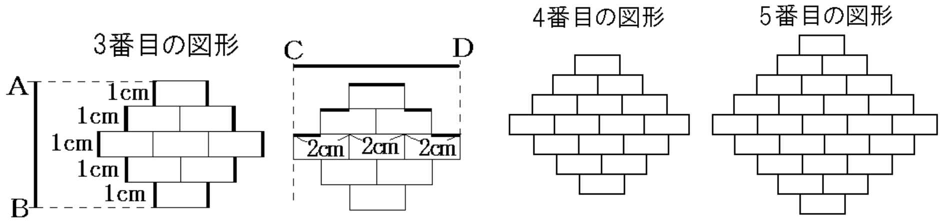
[ヒント]

周の長さ：1番目は 6cm，2番目は 14cm，3番目は 22cm である。

長方形の個数(面積)：1番目は1個($2cm^2$)，2番目は4個($8cm^2$)，3番目は9個($18cm^2$)である。

[解答](1)① 38cm　② 50cm²　(2)① 21 番目　② 882 cm²

[解説]



(1) まず，周の長さについて，1 番目は 6cm，2 番目は 14cm である。

3 番目は上の図を使って考える。図のように，

AB＝1(cm)×5＝5(cm)，CD＝2(cm)×3＝6(cm)なので，

(周の長さ)＝(AB＋CD)×2＝(5＋6)×2＝22(cm)

4 番目：AB＝1(cm)×7＝7(cm)，CD＝2(cm)×4＝8(cm)で，(周の長さ)＝(7＋8)×2＝30(cm)

5 番目：AB＝1(cm)×9＝9(cm)，CD＝2(cm)×5＝10(cm)で，(周の長さ)＝(9＋10)×2＝38(cm)

したがって，1 番目は 6cm，2 番目は 14cm，3 番目は 22cm，4 番目は 30cm，5 番目は 38cm と d ＝8(cm)ずつ増える。a ＝6 なので，

(n 番目の図形の周の長さ)＝$a+d\times(n-1)$＝6＋8×(n －1)＝$8n-2$ (cm)

次に，面積について考えるために，n 番目の図形にふくまれる長方形の個数を計算する。

1 番目：1 個

2 番目：1＋2＋1＝4(個)

3 番目：1＋2＋3＋2＋1＝9(個)

4 番目：1＋2＋3＋4＋3＋2＋1＝16(個)

5 番目：1＋2＋3＋4＋5＋4＋3＋2＋1＝25(個)

以上より，n 番目の個数は n^2 (個)とわかる。

長方形 1 個の面積は 1×2＝2(cm²)なので，n 番目の図形の面積は $2n^2$ (cm²)である。

5 番目の図形の面積は，n ＝5 を代入して，$2n^2$ ＝2×5²＝50(cm²)

(2) (n 番目の図形の周の長さ)＝$8n-2$ (cm)なので，

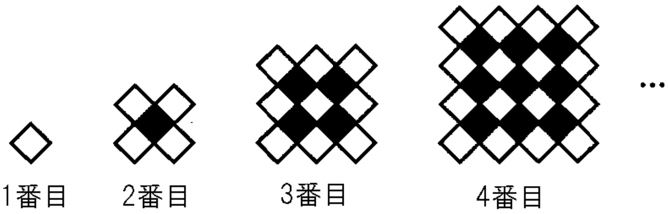
$8n-2=166$ とおく。$8n=168$，$n=21$ (番目)

$n=21$ を代入すると，$2n^2$ ＝2×21²＝882(cm²)

【】2 色のタイルを並べる

[問題]

正方形の形をした合同な白のタイルと黒のタイルを使い，次の図のように模様を作っていく。このとき，各問いに答えよ。



(1) 6 番目の模様について，白のタイルと黒のタイルの個数をそれぞれ求めよ。

(2) n 番目の模様について，白のタイルと黒のタイルの個数をそれぞれ n を使った式で表せ。

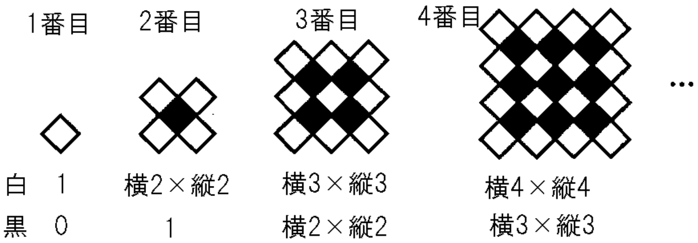
(3) タイルの総数が 181 個になるのは，何番目の模様か。

(富山県)(***)

[解答欄]

(1)白：	黒：	(2)白：
黒：	(3)	

[ヒント]



[解答](1)白：36 個　黒：25 個　(2)白：n^2 個　黒：$(n-1)^2$ 個　(3) 10 番目

[解説]

(1)(2)

1 番目：白が 1 個，黒が 0 個

2 番目：白が 2×2＝4 個，黒が 1 個

3 番目：白が 3×3＝9 個，黒が 2×2＝4 個

4 番目：白が 4×4＝16 個，黒が 3×3＝9 個

5 番目：白が 5×5＝25 個，黒が 4×4＝16 個

n 番目：白が $n\times n=n^2$ 個，黒が $(n-1)\times(n-1)=(n-1)^2$ 個

(3) (タイルの総数)$=n^2+(n-1)^2=181$

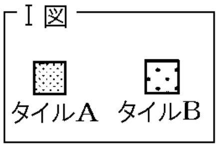
$n^2+n^2-2n+1=181$，$2n^2-2n-180=0$，$n^2-n-90=0$

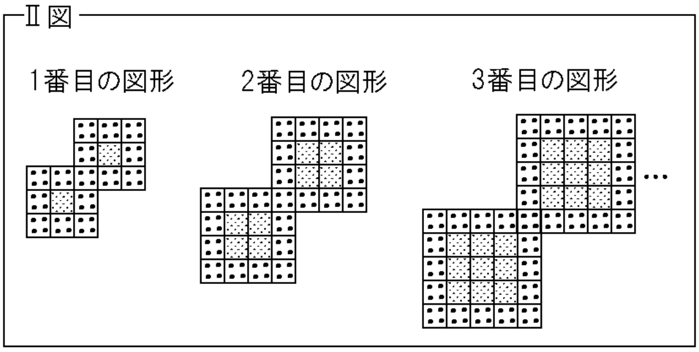
$(n+9)(n-10)=0$，$n=-9,\ 10$　$n>0$ なので，$n=10$

よって，タイルの総数が 181 個になるのは，10 番目の模様である。

[問題]

右のⅠ図のようなタイル A とタイル B を, 次のⅡ図のようにすき間なく規則的に並べて，1 番目の図形，2 番目の図形，3 番目の図形，･･･とする。下の表は，それぞれの図形における，タイル A の枚数とタイル B の枚数についてまとめたものの一部である。このとき, 各問いに答えよ。





	1 番目の図形	2 番目の図形	3 番目の図形	･･･
タイル A の枚数(枚)	2	8	18	
タイル B の枚数(枚)	15	23	31	

(1) n 番目の図形について, タイル A の枚数とタイル B の枚数を, それぞれ n を用いて表せ。

(2) タイル A の枚数がタイル B の枚数より 1043 枚多くなるのは，何番目の図形か求めよ。

(京都府)(***)

[解答欄]

(1)A：	B：	(2)

[ヒント]

タイル A：$1^2\times2$(枚)，$2^2\times2$(枚)，$3^2\times2$(枚)，･･･

タイル B：15(枚)，23(枚)，31(枚)，･･･と 8 枚ずつ増えていく。

[解答]A：$2n^2$ 枚　B：$8n+7$(枚)　(2) 25 番目

[解説]

(1) タイル A は,

1 番目：1×2，2 番目：$2^2\times2$，3 番目：$3^2\times2$

n 番目：$n^2\times2=2n^2$(枚)

タイル B は，15，23，31，･･･と 8 ずつ増えていく。

1 番目が $a=15$(枚)で，$d=8$ ずつ増えていくので，n 番目では,

$a+d\times(n-1)=15+8\times(n-1)=8n+7$(枚)になる。

(2)「タイル A の枚数がタイル B の枚数より 1043 枚多くなる」ので,

$2n^2=(8n+7)+1043$，$2n^2-8n-1050=0$，$n^2-4n-525=0$

$(n+21)(n-25)=0$，$n=-21,\ 25$　$n>0$ なので，$n=25$

[問題]

1 目もりが縦，横ともに 1cm の等しい間隔で線が書かれている方眼紙があり，この方眼紙の線に合わせて 1 辺の長さが n cm の正方形の紙を 2 枚切り取る。この 2 枚の紙を，重なる部分が 1 辺の長さ 1cm の正方形となるようにはり合わせる。このはり合わせた紙の上に，1 辺の長さが 1cm の正方形の黒いタイルと白いタイルを，次の①，②の方法で順にしきつめ，使われたタイルの枚数を調べることにする。ただし， n は 2 以上の整数とする。

図1

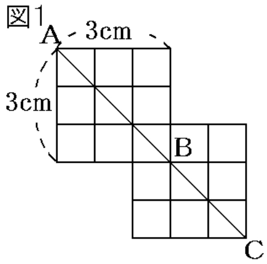
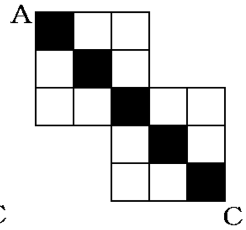


図2



① はり合わせたとき，上になった 1 辺の長さが n cm の正方形の紙に引ける 2 本の対角線のうち，重なっている部分を通る方の対角線を引き，それを延ばした直線を下になった紙に引く。

② ①で引いた線の上には黒いタイルを，それ以外には白いタイルを，方眼紙の線に合わせてすき間なくしきつめる。

例 $n=3$ のとき，

① 図 1 のように，はり合わせて上になった正方形の紙に対角線 AB を引き，それを C まで延ばす。

② 図 1 の線分 AC の上には黒いタイルを，それ以外には白いタイルをしきつめる。この結果，図 2 のようにタイルがしきつめられ，使われた黒いタイルは 5 枚，白いタイルは 12 枚である。

このとき，次の問いに答えよ。

(1) $n=5$ のとき，使われた白いタイルの枚数を求めよ。

(2) 使われた白いタイルが 144 枚のとき，使われた黒いタイルの枚数を求めよ。

(神奈川県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

1 辺が 3cm のとき，

・(白黒のタイル数の合計)＝3×3×2－1＝17(枚)

・(黒のタイル数)＝3×2－1＝5(枚)

・(白のタイル数)＝17－5＝12(枚)

[解答](1) 40 枚　(2) 17 枚

[解説]

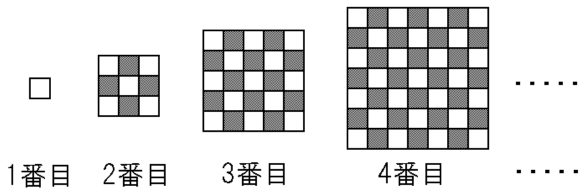
(1) 1 辺が 3cm のとき，

・(白黒のタイル数の合計)＝3×3×2－1＝17(枚)

・(黒のタイル数)＝3×2－1＝5(枚)

・(白のタイル数)＝17－5＝12(枚)
1 辺が 4cm のとき，
・(白黒のタイル数の合計)＝4×4×2－1＝31(枚)
・(黒のタイル数)＝4×2－1＝7(枚)
・(白のタイル数)＝31－7＝24(枚)
1 辺が 5cm のとき，
・(白黒のタイル数の合計)＝5×5×2－1＝49(枚)
・(黒のタイル数)＝5×2－1＝9(枚)
・(白のタイル数)＝49－9＝40(枚)
1 辺が n cm のとき，
・(白黒のタイル数の合計)＝$n\times n\times 2-1=2n^2-1$(枚)
・(黒のタイル数)＝$n\times 2-1=2n-1$(枚)
・(白のタイル数)＝$\left(2n^2-1\right)-\left(2n-1\right)=2n^2-2n$(枚)
(2) $2n^2-2n=144$ とおく。
$2n^2-2n-144=0$，$n^2-n-72=0$
$\left(n+8\right)\left(n-9\right)=0$，$n=-8,\ 9$，$n>0$ なので，$n=9$
(黒のタイル数)＝$2n-1=2\times 9-1=17$(枚)

[問題]
右の図のように，白色と黒色の正方形のタイルをすき間なく交互に並べ，1 番目，2 番目，3 番目，4 番目，･･･と大きな正方形の図形を，同じ規則で順につくっていく。ここで，白色のタイルが 113 枚使われている図形のとき，黒色のタイルは何枚使われているか。①その枚数を求めよ。②また，このときの図形は何番目になるかを求めよ。



(埼玉県)(****)
[解答欄]

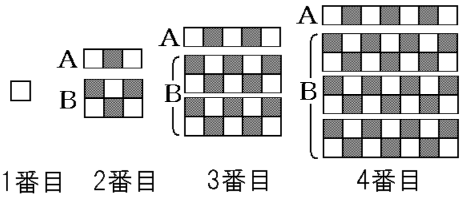
①	②

[ヒント]
・白と黒の枚数の合計は，1 番目は 1 枚，2 番目は 3^2 枚，3 番目は 5^2 枚，4 番目は 7^2 枚，･･･となっている。1，3，5，7，･･･の数の並びで，1 番目は a＝1，2 ずつ増えているので d＝2 である。
・各番目の正方形で，白が黒より 1 枚多くなる。

[解答]① 112 枚　② 8 番目

[解説]

まず，白と黒のタイル数の差について考える。



右図のように，2 番目以降の図形で，一番上の段(A)とそれより下の段(B)に分けて考える。

右図からわかるように，B の段では白と黒の枚数は同じである。これに対し，A の段では，白が黒より 1 枚多くなっている。したがって，各番目の正方形で，白が黒より 1 枚多くなる。白色のタイルが 113 枚使われている図形のとき，黒色のタイルは 1 枚少ないので 112 枚になる。

次に，白と黒の枚数の合計を計算する。白と黒の枚数の合計は，

1 番目は 1 枚，2 番目は 3^2 枚，3 番目は 5^2 枚，4 番目は 7^2 枚，･･･となっている。

1，3，5，7，･･･の数の並びで，1 番目は $a=1$，2 ずつ増えているので $d=2$ で，n 番目は，

$a+d\times(n-1)=1+2\times(n-1)=2n-1$ になる。

したがって，白と黒の枚数の合計は，$(2n-1)^2$ (枚)になる。

各段の正方形で，白が黒より 1 枚多くなるので，

$(2n-1)^2=4n^2-4n+1=(2n^2-2n+1)+(2n^2-2n)$ と変形すると，

(白の枚数)$=2n^2-2n+1$，(黒の枚数)$=2n^2-2n$ となる。

白色のタイルが 113 枚使われている図形では，

$2n^2-2n+1=113$ が成り立つ。

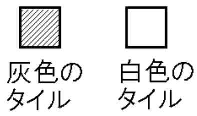
$2n^2-2n-112=0$，$n^2-n-56=0$，$(n+7)(n-8)=0$

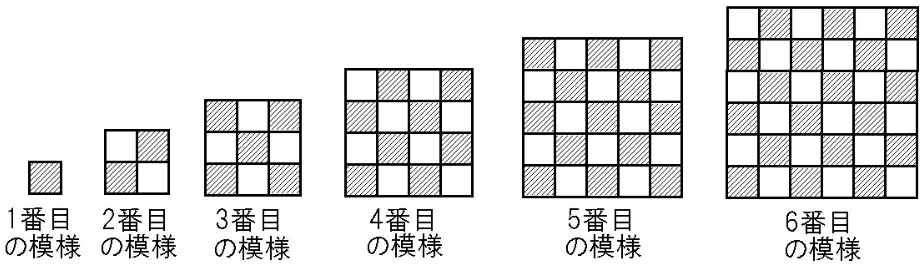
$n=-7,\ 8$　　$n>0$ なので $n=8$

白色のタイルが 113 枚使われている図形は 8 番目である。

[問題]

右の図のような灰色と白色の同じ大きさの正方形のタイルがたくさんある。下の図のように，灰色のタイルと白色のタイルをすき間なく交互に並べて模様を作っていくとき，15 番目の模様における①灰色のタイルの枚数と，②白色のタイルの枚数をそれぞれ求めよ。





(鳥取県)(****)

[解答欄]

①	②

[ヒント]

偶数番目の模様では，灰色のタイルと白色のタイルの枚数は同じである。これに対し奇数番目の模様では灰色のタイルは白色のタイルより 1 枚多い。

[解答]① 113 枚　② 112 枚

[解説]

偶数番目の模様では，灰色のタイルと白色のタイルの枚数は同じである。これに対し奇数番目の模様では灰色のタイルは白色のタイルより 1 枚多い。

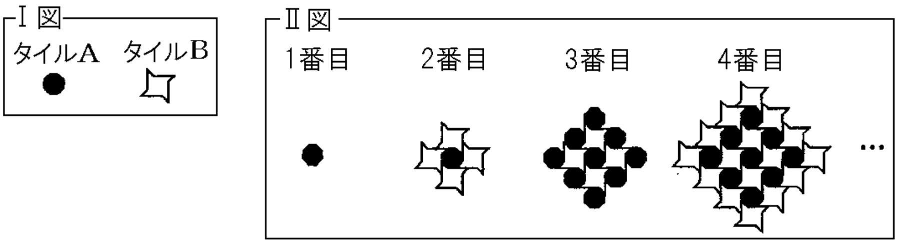
灰色と白色のタイルの合計枚数は,

1 番目は 1 枚，2 番目は 2^2 枚，3 番目は 3^2 枚，･･･15 番目は 15^2＝225 枚である。

225＝112＋113 なので，灰色が 113 枚，白色が 112 枚である。

[問題]

Ⅰ図のようなタイル A とタイル B を，Ⅱ図のようにすき間なく規則的に並べて，1 番目の図形，2 番目の図形，3 番目の図形，…とする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 6 番目の図形について，タイル B の枚数を求めよ。

(2) n が奇数のとき，n 番目の図形について，タイル A とタイル B の枚数の合計を，n を用いて表せ。

(3) n が偶数のとき，n 番目の図形について，タイル A とタイル B の枚数の合計を，n を用いて表せ。

(4) タイル A とタイル B の枚数の合計が 1861 枚になるのは何番目の図形か。

(京都府)(****)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[ヒント]

番目	1	2	3	4	5	6
A	1	1	9	9	25	25
B	0	4	4	16	16	36

[解答](1) 36 枚　(2) $2n^2-2n+1$(枚)　(3) $2n^2-2n+1$(枚)　(4) 31 番目

[解説]

(1) 規則に従って並べていくと次の表のようになる。

番目	1	2	3	4	5	6
A	1	1	9	9	25	25
B	0	4	4	16	16	36

したがって，6 番目の図形について，タイル B の枚数は 36 枚になる。

(2)(3) A は，1^2，1^2，3^2，3^2，5^2，$5^2\cdots$ (1^2，$(2-1)^2$，3^2，$(4-1)^2$，5^2，$(6-1)^2\cdots$)と並んでいるので，n が奇数のときは n^2 枚，n が偶数のときは $(n-1)^2$ 枚である。

B は，0，2^2，2^2，4^2，4^2，$6^2\cdots$ ($(1-1)^2$，2^2，$(3-1)^2$，4^2，$(5-1)^2$，$6^2\cdots$)と並んでいるので，n が奇数のときは $(n-1)^2$ 枚，n が偶数のときは n^2 (枚)である。

したがって，n が奇数のときの合計枚数は，$n^2+(n-1)^2=2n^2-2n+1$(枚)，

n が偶数のときの合計枚数は，$(n-1)^2+n^2=2n^2-2n+1$(枚)である。

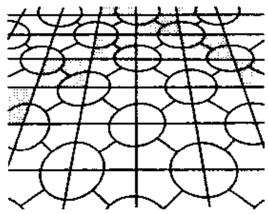
(4) $2n^2-2n+1=1861$ とおく。$2n^2-2n-1860=0$，$n^2-n-930=0$，$(n+30)(n-31)=0$

$n=-30,\ 31$　$n>0$ なので，$n=31$

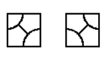
よって，合計が 1861 枚になるのは 31 番目の図形である。

[問題]

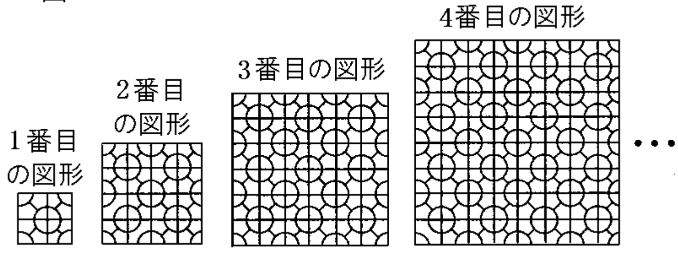
右の図は，歩道にはられたタイルを写したものである。このタイルを参考に，Ⅰ図のような模様の入った正方形のタイルをつくり，Ⅱ図のように，Ⅰ図のタイルをすき間なく規則的にしきつめて，1 番目の図形，2 番目の図形，3 番目の図形，4 番目の図形，･･･とする。次に，Ⅲ図のように，図形の中にできた円形の模様の個数について調べる。下の表は，それぞれの図形のタイルの枚数と，図形の中にできた円形の模様の個数について，まとめたものの一部である。このとき，後の各問いに答えよ。



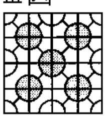
Ⅰ図



Ⅱ図



Ⅲ図



例えば，左のように，2番目の図形の中にできた円形の模様の個数は5個である。

2番目の図形

	1番目の図形	2番目の図形	・・・	(ア)番目の図形
タイルの枚数(枚)	4	16	・・・	1296
図形の中にできた円形の模様の個数(個)	1	5	・・・	(イ)

(1) 6 番目の図形について，①タイルの枚数と，②図形の中にできた円形の模様の個数を求めよ。

(2) n番目の図形について，①タイルの枚数をnを用いて表せ。②また，上の表のア，イに当てはまる数をそれぞれ求めよ。

(京都府)(****)

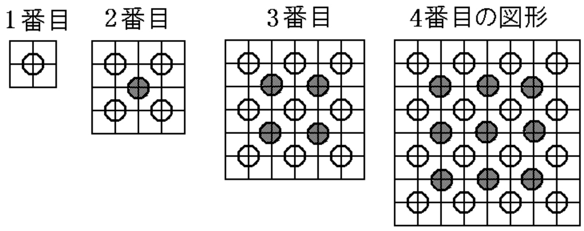
[解答欄]

(1)①	②	(2)①
②ア	イ	

[ヒント]

・タイルの枚数は，1 番目は 4 枚，2 番目は $4\times4=4\times2^2$(枚)，3 番目は $4\times9=4\times3^2$ (枚)，4 番目は $4\times16=4\times4^2$ (枚)，・・・となっている。

・図形の中にできた円形の模様を右図のように○と●に分けて考える。



1 番目：○が $1=1^2$ 個，●が 0 個

2 番目：○が $4=2^2$ 個，●が $1=1^2$ 個

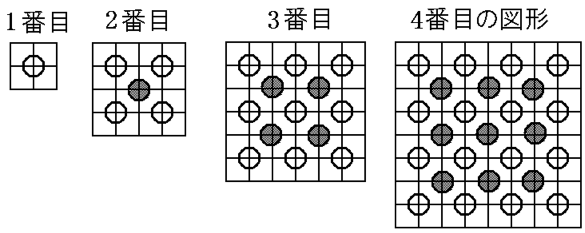
3 番目：○が $9=3^2$ 個，●が $4=2^2$ 個

4 番目：○が $16=4^2$ 個，●が $9=3^2$ 個

[解答](1)① 144 枚　② 61 個　(2)①　$4n^2$　②ア 18　イ 613

[解説]

タイルの枚数は，1 番目は 4 枚，2 番目は $4\times4=4\times2^2$(枚)，3 番目は $4\times9=4\times3^2$ (枚)，4 番目は $4\times16=4\times4^2$ (枚)，・・・となっているので，n番目は $4\times n^2=4n^2$(枚)となる。



6番目は$n=6$ を $4\times n^2$に代入すると，

$4\times6^2=144$(枚)となる。

図形の中にできた円形の模様を右図のように○と●に分けて考える。

1 番目：○が $1=1^2$ 個，●が 0 個

2 番目：○が $4=2^2$ 個，●が $1=1^2$ 個

3 番目：○が $9=3^2$ 個，●が $4=2^2$ 個

4 番目：○が $16=4^2$ 個，●が $9=3^2$ 個

n番目：○がn^2個，●が$(n-1)^2$個。合計で，$n^2+(n-1)^2$

$n=6$ を $n^2+(n-1)^2$ に代入すると，$6^2+5^2=36+25=61$(個)
タイルの枚数が 1296 個のとき，
$4n^2=1296$ とおくと，$n^2=324=2^2\times9^2=18^2$ なので，$n=18$
$n^2+(n-1)^2$ に $n=18$ を代入すると，
$18^2+17^2=324+289=613$

【】組に分ける

[問題]

白，黄，赤の 3 種類のカードを，左から 1 列に白を 1 枚，黄を 1 枚，赤を 2 枚という順に，くり返し並べる。たとえば，カードを 13 枚並べた場合は，次の図のようになる。このとき，各問いに答えよ。

白	黄	赤	赤	白	黄	赤	赤	白	黄	赤	赤	白

(1) カードを 35 枚並べたとき，並べたすべてのカードの中にある赤のカードの枚数を求めよ。

(2) 最後に並べたカードが黄のカードのとき，並べたすべてのカードの中に黄のカードが n 枚あった。並べたすべてのカードの枚数を，n を用いた式で表せ。

(三重県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

「白黄赤赤」の 4 枚を 1 つの組として考える。

(1) 35÷4＝8･･･3 なので，「白黄赤赤」の組が 8 つと「白黄赤」が 1 つできる。

(2)「白黄赤赤」の組が $n-1$(組)と「白黄」が 1 つであったことがわかる。

[解答](1) 17 枚　(2) $4n-2$(枚)

[解説]

「白黄赤赤」の 4 枚を 1 つの組として考える。

(1) 35÷4＝8･･･3 なので，「白黄赤赤」の組が 8 つと「白黄赤」が 1 つできる。

よって，赤の枚数は，2(枚)×8(組)＋1(枚)＝17(枚)

(2) 「最後に並べたカードが黄のカードであった」とあるので，

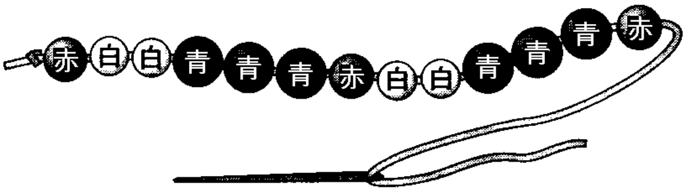
「白黄赤赤」の組がいくつかと，「白黄」が 1 つであったことがわかる。

「黄のカードが n 枚あった」とあるので，「白黄赤赤」の組が $n-1$(組)と「白黄」が 1 つであったことがわかる。

よって，カードの枚数の合計は，4(枚)×$(n-1)$＋2(枚)＝$4n-4+2=4n-2$(枚)である。

[問題]

赤色，白色，青色のビーズがたくさんある。このビーズを使って，次の図のように，まず赤色のビーズを 1 個，次に白色のビーズを 2 個，さらに青色のビーズを 3 個という順で，1 本の糸に繰り返し通していく。後の各問いに答えよ。



(1) 糸に通した①20 個目と，②21 個目のビーズの色はそれぞれ何色か。

(2) 全部で 100 個のビーズを糸に通したとき，赤色，白色，青色のビーズを，それぞれ何個通したか。

(3) 最後に糸に通したビーズの色は赤色であった。通した赤色のビーズを数えると，全部で n 個であった。糸に通したすべてのビーズの個数を n を用いて表せ。

(徳島県)(***)

[解答欄]

(1)①	②	(2)赤：
白：	青：	(3)

[ヒント]

「赤白白青青青」の 6 個を 1 組として考える。

(1) 21÷6＝3･･･3 なので，「赤白白青青青」の組が 3 組で 6(個)×3＝18 個が先に並ぶ。

その後に「赤白白」と並ぶ。

(2) 100÷6＝16･･･4 なので，「赤白白青青青」の組が 16 組で，その後に「赤白白青」と並ぶ。

(3) 「赤白白青青青」が x 組並び，その後に「赤」が並ぶものとすると，赤の個数は，

$1\times x+1=x+1$(個)である。

[解答](1)① 白　② 白　(2)赤：17 個　白：34 個　青：49 個　(3) $6n-5$(個)

[解説]

「赤白白青青青」の 6 個を 1 組として考える。

(1) 21÷6＝3･･･3 なので，「赤白白青青青」の組が 3 組で 6(個)×3＝18 個が先に並ぶ。

その後に「赤白白」と並ぶので，19 番目に赤，20 番目に白，21 番目に白が並ぶ。

(2) 100÷6＝16･･･4 なので，「赤白白青青青」の組が 16 組で，その後に「赤白白青」と並ぶので，赤：1×16＋1＝17(個)，白：2×16＋2＝34(個)，青：3×16＋1＝49(個)

(3) 「赤白白青青青」が x 組並び，その後に「赤」が並ぶものとすると，赤の個数は，

$1\times x+1=x+1$(個)である。「赤色のビーズを数えると，全部で n 個であった」とあるので，

$x+1=n$，$x=n-1$

よって，(すべてのビーズの個数)＝6(個)×$(n-1)$＋1＝$6n-6+1=6n-5$(個)

[問題]

右の図 1 のような長方形のタイル A と，直角三角形のタイル B が多数ある。これらを直線l上に，次の手順通りに並べていく。

図1

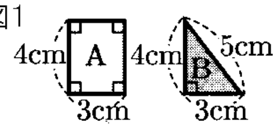


図2

(手順)

① タイル A をおく。

② タイル A をおく。

③ タイル B をおく。

以後，手順①～③を繰り返す。ただし，図 2 のように，2 枚目以降は，直前に置いたタイルの右へすきまなく重ならないように並べるものとする。例えば, 4 枚のタイルを並べたとき，タイルで作られた図形の周の長さは 38cm，面積は 42cm^2 である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 10 枚のタイルを並べたとき，タイルで作られた図形の①面積と，②周の長さを求めよ。

(2) 何枚かのタイルを並べたとき，タイルで作られた図形の周の長さは 428cm であった。この図形の面積を求めよ。

(福井県)(****)

[解答欄]

(1)①	②	(2)

[ヒント]

「AAB」を 1 組として考える。

(1) 10÷3＝3･･･1 なので,「AAB」3 組のあとに A が 1 個並ぶ。

(2) 「AAB」1 組の周の長さは 24cm なので，仮に，428cm を 24 で割ってみると,

428÷24＝17･･･20 となり,「AAB」が 17 組で，そのあとに「A」か「AA」が来ると考えられる。

[解答](1)① 102cm^2 ② 86cm (2) 534cm^2

[解説]

「AAB」を 1 組として考える。

(1) 10÷3＝3･･･1 なので,「AAB」3 組のあとに A が 1 個並ぶ。

① (A の面積)$=4\times3=12(\text{cm}^2)$,(B の面積)$=\dfrac{1}{2}\times4\times3=6(\text{cm}^2)$なので,

(「AAB」の面積)$=12\times2+6=30(\text{cm}^2)$である。

よって，(10 枚のタイルを並べたときの面積)$=30\times3+12=102(\text{cm}^2)$

② (「AAB」の周の長さ)$=4+3\times2+5+3\times3=24$(cm),

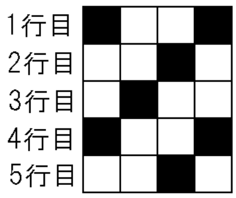
(「A」の周の長さ)$=4\times2+3\times2=14$(cm),

「AAB」3 組のあとに「A」が 1 つ並ぶので，周の長さの合計は,

$24\times3+14=86$(cm)

(2) 「AAB」1 組の周の長さは 24cm なので，仮に，428cm を 24 で割ってみると，
428÷24＝17･･･20 となり，「AAB」が 17 組で，そのあとに「A」か「AA」が来ると考えられる。「A」の周の長さは 14cm で，「AA」の周の長さは 4×2＋3×4＝20(cm)なので，
「AAB」が 17 組の後に「AA」が並ぶことがわかる。
「AAB」1 組の面積は 30cm²，A1 個の面積は 12cm² なので，
(全体の面積)＝30(cm²)×17＋12(cm²)×2＝510＋24＝534(cm²)

[問題]



黒色と白色のタイルを，黒，白，白の順をくり返し，重ならないように左から右に並べていく。ただし，右の図のように，1 行に 4 枚のタイルが並んだら，次の行に，前の行の 4 枚目に続く色のタイルを左から並べていく。この並べ方を続けるとき，次の各問いに答えよ。

(1) 1 行目から 9 行目までタイルを並べるとき，必要となる黒色のタイルの枚数を求めよ。

(2) n 行目は，左から 3 枚目が黒色のタイルとなる。1 行目から n 行目までタイルを並べるとき，必要となる黒色のタイルの枚数を n を用いて表せ。

(宮城県)(****)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]
(1 行目，2 行目，3 行目)，(4 行目，5 行目，6 行目)，･･･と 3 行を 1 組として考える。
(1) 1 行目から 9 行目までタイルを並べるとき，9÷3＝3 組ができる
(2) 何組か並んだ後に，2 つの行が来ることがわかる。このときにできる組の数は，
$(n-2)\div 3=\dfrac{n-2}{3}$ (組)である。

[解答](1) 12 枚　(2) $\dfrac{4n+1}{3}$ 枚

[解説]
(1 行目，2 行目，3 行目)，(4 行目，5 行目，6 行目)，･･･と 3 行を 1 組として考える。
(1) 1 組の中にある黒色のタイルは 4 枚である。1 行目から 9 行目までタイルを並べるとき，9÷3＝3 組ができるので，その中の黒色のタイルは 4×3＝12(枚)である。
(2) 「左から 3 枚目が黒色のタイルとなる」とあるので，何組か並んだ後に，2 つの行が来ることがわかる。このときにできる組の数は，$(n-2)\div 3=\dfrac{n-2}{3}$ (組)である。

1 組の中にある黒色のタイルは 4 枚なので，$\frac{n-2}{3}$ 組の中には，$4\times\frac{n-2}{3}=\frac{4n-8}{3}$(枚)の黒色のタイルがふくまれている。$\frac{n-2}{3}$ 組の後に来る 2 つの行には 3 枚の黒色のタイルがあるので，全体では，$\frac{4n-8}{3}+3=\frac{4n+1}{3}$(枚)の黒色のタイルがあることがわかる。

[問題]

赤，白，青の 3 種類の長方形のカードを，次の手順にしたがって並べて長方形を作る。このとき，後の各問いに答えよ。ただし，3 種類のカードの縦の長さはすべて 6cm で，横の長さは，赤は 1cm，白は 3cm，青は 5cm である。

(手順)

「1 番の長方形」は赤のカードを置く。

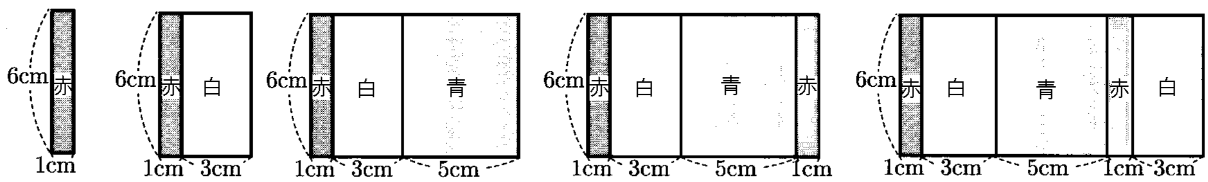
「2 番の長方形」は,「1 番の長方形」の右端にすき間がないように白のカードを並べて作る。

「3 番の長方形」は,「2 番の長方形」の右端にすき間がないように青のカードを並べて作る。

「4 番の長方形」は,「3 番の長方形」の右端にすき間がないように赤のカードを並べて作る。

「5 番の長方形」は,「4 番の長方形」の右端にすき間がないように白のカードを並べて作る。

このように，左から，赤，白，青，…の順にすき間がないようにカードを並べて長方形を作る。



(1) 「17 番の長方形」を作ったとき，一番右端に並べたカードの色は何か求めよ。

(2) 「22 番の長方形」の横の長さを求めよ。

(3) 長方形の面積が 540cm^2 になるのは「何番の長方形」か求めよ。

(4) 一番右端に赤色のカードを並べて作った長方形で，使った赤のカードの総数が n 枚であるとき，この長方形の面積を n を使った式で表せ。

(富山県)(****)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[ヒント]
(赤，白，青)を1組と考える。
(1) 17÷3＝5･･･2なので，17番の長方形は，(赤，白，青)が5組，その後に(赤，白)が並ぶ。
(2) 22÷3＝7･･･1なので，22番の長方形は，(赤，白，青)が7組，その後に(赤)が並ぶ。
(3) (赤，白，青)の組の面積は，6＋18＋30＝54(cm²)　540(cm²)÷54(cm²)＝10
(4) 「一番右端に赤色のカードを並べて」とあるので，この長方形は(赤，白，青)が何組か並んだ後に(赤)が並んでいることがわかる。この長方形の(赤，白，青)の組の数をxとすると，赤色は$x+1$(個)である。赤のカードの総数がn枚なので，$x+1=n$，$x=n-1$
[解答](1) 白　(2) 64cm　(3) 30番目　(4) $54n-48$(cm²)
[解説]
(赤，白，青)を1組と考える。
(1) 17÷3＝5･･･2なので，17番の長方形は，(赤，白，青)が5組，その後に(赤，白)が並ぶ。
したがって，一番右端に並べたカードの色は白である。
(2) 22÷3＝7･･･1なので，22番の長方形は，(赤，白，青)が7組，その後に(赤)が並ぶ。
(赤，白，青)の組の横の長さは1＋3＋5＝9(cm)，赤1個の横の長さは1cmなので，
(横の長さ)＝9(cm)×7＋1(cm)＝64(cm)
(3) 赤のカードの面積は6×1＝6(cm²)，白のカードの面積は6×3＝18(cm²)，青のカードの面積は6×5＝30(cm²)であるので，(赤，白，青)の組の面積は，6＋18＋30＝54(cm²)
540(cm²)÷54(cm²)＝10 なので，面積が 540cm² になる長方形には(赤，白，青)がちょうど10組ふくまれていることがわかる。10×3＝30なので，この長方形は30番目であることがわかる。
(4) 「一番右端に赤色のカードを並べて」とあるので，この長方形は(赤，白，青)が何組か並んだ後に(赤)が並んでいることがわかる。この長方形の(赤，白，青)の組の数をxとすると，赤色は$x+1$(個)である。赤のカードの総数がn枚なので，
$x+1=n$，$x=n-1$
よって，(赤，白，青)が$n-1$(組)と赤が1つ並んでいることがわかる。
赤のカードの面積は6×1＝6(cm²)，(赤，白，青)の組の面積は6＋18＋30＝54(cm²)なので，
(面積の合計)＝$54\times(n-1)+6=54n-48$(cm²)

【】その他

[問題]

右の図のように，1 辺の長さが 1cm の立方体をすき間なく並べて，n 番目は底面が 1 辺 n cm の正方形となるように立体を作っていく。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 4 番目の立体の表面積を求めよ。

(2) n 番目の立体の表面積を n を用いて表せ。

(福井県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

底面の面積と側面の面積に分けて考える。

4 番目の立体の底面の正方形の 1 辺は 4cm である。1 つの側面の長方形は，縦が 1cm，横が 4cm である。

n 番目の立体の底面の正方形の 1 辺は n cm である。1 つの側面の長方形は，縦が 1cm，横が n cm である。

[解答](1) 48cm² (2) $2n^2+4n$ (cm²)

[解説]

(1) 4 番目の立体の底面の正方形の 1 辺は 4cm なので，(1 つの底面の面積)＝4×4＝16(cm²)

よって，(上底面と下底面の面積の合計)＝16×2＝32(cm²)

1 つの側面の長方形は，縦が 1cm，横が 4cm なので，(1 つの側面の面積)＝1×4＝4(cm²)

よって，(4 つの側面積の合計)＝4×4＝16(cm²)

したがって，(表面積)＝32＋16＝48(cm²)

(2) n 番目の立体の底面の正方形の 1 辺は n cm なので,(1 つの底面の面積)＝ $n\times n=n^2$ (cm²)

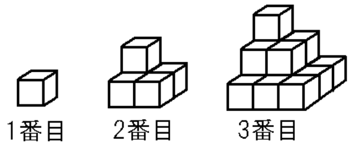
よって，(上底面と下底面の面積の合計)＝ $n^2\times 2=2n^2$ (cm²)

1 つの側面の長方形は，縦が 1cm，横が n cm なので，(1 つの側面の面積)＝$1\times n=n$ (cm²)

よって，(4 つの側面積の合計)＝ $n\times 4=4n$ (cm²) したがって，(表面積)＝ $2n^2+4n$ (cm²)

[問題]

1 辺が 1cm の立方体の積み木がある。右の図のように，この積み木を 1 番目，2 番目，3 番目，･･･と同じ規則で，積み木と積み木の間にすき間やずれのないように積み上げて，立体をつくる。ただし，図において，2 番目の立体は 5 個の積み木でできており，3 番目の立体は 14 個の積み木でできている。このとき，後の各問いに答えよ。



(1) 7 番目の立体は，何個の積み木でできているか。

(2) 10 番目の立体の表面積を求めよ。ただし，底面も含むものとする。

(京都府)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

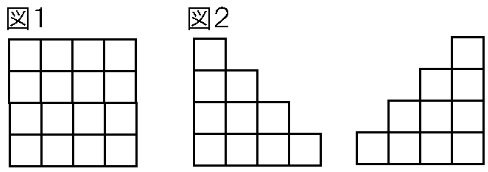
(1) 1 番目：1 個

2 番目：$1+2^2$

3 番目：$1+2^2+3^2$

4 番目：$1+2^2+3^2+4^2$

(2) 例えば, 4 番目の立体を上と下方向から見ると, 図 1 のように, 1 辺が 1cm の正方形が $4\times4=16$(個)集まった正方形になる。また，横方向から見た 4 つの側面は図 2 のような形に見える。その中にある正方形は，$1+2+3+4=10$(個)である。



[解答](1) 140 個　(2) 420cm²

[解説]

(1) 1 番目：1 個

2 番目：$1+2^2$

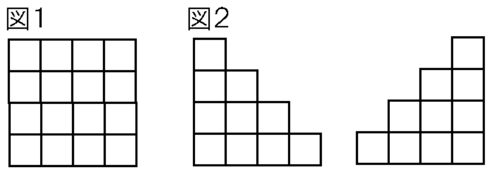
3 番目：$1+2^2+3^2$

4 番目：$1+2^2+3^2+4^2$

7 番目：$1+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2$

$=1+4+9+16+25+36+49=140$(個)

(2) 例えば, 4 番目の立体を上と下方向から見ると, 図 1 のように, 1 辺が 1cm の正方形が $4\times4=16$(個)集まった正方形になる。また，横方向から見た 4 つの側面は図 2 のような形に見える。その中にある正方形は，$1+2+3+4=10$(個)である。

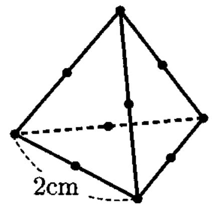


10 番目の立体の場合も同様になる。

上と下方向から見ると，1 辺が 1cm の正方形が $10\times10=100$(個)集まった正方形になり, その面積は 100 cm² になる。また，横方向から見た側面は，1 辺が 1cm の正方形が $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$(個)集まった図形になるので, その面積は 55 cm² になる。よって，(表面積)$=100\times2+55\times4=420$(cm²)になる。

[問題]

xを自然数とする。1辺の長さが$x$cmの正四面体について，各辺をx等分する点とすべての頂点に・印をつけることとする。例えば，1辺の長さが2cmの正四面体のときは，右の図のように・印が10個つく。次の各問いに答えよ。



(1) 1辺の長さが3cmの正四面体のときにつく・印の個数を求めよ。

(2) 1辺の長さが$x$cmの正四面体のときにつく・印の個数をy個とするとき，yをxの式で表せ。

(北海道)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

長さが2cmのとき：頂点が4個，頂点以外の点が1(個)×6(辺)＝6(個)

長さが3cmのとき：頂点が4個，頂点以外の点が2(個)×6(辺)＝12(個)

長さが$x$cmのとき：頂点が4個，頂点以外の点が$(x-1)$(個)×6(辺)＝$6x-6$(個)

[解答](1) 16個　(2) $y=6x-2$

[解説]

長さが2cmのとき：頂点が4個，頂点以外の点が1(個)×6(辺)＝6(個)，計10個

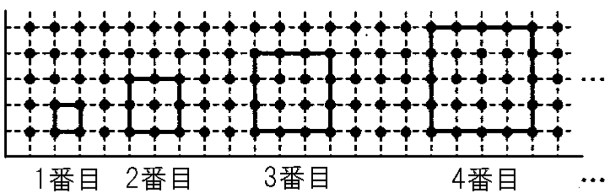
長さが3cmのとき：頂点が4個，頂点以外の点が2(個)×6(辺)＝12(個)，計16個

長さが$x$cmのとき：頂点が4個，頂点以外の点が$(x-1)$(個)×6(辺)＝$6x-6$(個)，

$y=4+6x-6=6x-2$

[問題]

方眼紙の縦線と横線の交点に，点(・)が打ってある。これらの点を結んで線分をひき，大きさの違う正方形を規則的につくっていく。右図のように，1番目は，方眼紙の縦線の上にある連続する2点を結ぶ線分をひき，それを1辺とする正方形を1つつくる。2番目は，方眼紙の縦線の上にある連続する3点を結ぶ線分をひき，それを1辺とする正方形を1つつくる。3番目は，方眼紙の縦線の上にある連続する4点を結ぶ線分をひき,それを1辺とする正方形を1つつくる。このように，正方形を規則的につくっていく。表は，この規則に従って正方形をつくったときの順番と点の個数についてまとめたものである。ただし，正方形の内部の点は，正方形の周上の点を含まないものとする。このとき，次の各問いに答えよ。



順番(番目)	1	2	3	4	5	6	7	8	・・・
正方形の周上の点の個数(個)	4	8	12	16	20	＊	(　)	＊	・・・
正方形の内部の点の個数(個)	0	1	4	9	16	＊	＊	＊	・・・
点の合計個数(個)	4	9	16	25	36	＊	＊	＊	・・・

(1) 表中の(　　)にあてはまる数をかけ。

(2) 正方形の内部の点の個数が 196 個のとき，何番目の正方形か，求めよ。

(和歌山県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) 表のように，正方形の周上の点の個数は，4，8，12，16，20 と 4 個ずつ増えている。

(2) 正方形の内部の点の個数は，1 番目は$(1-1)^2$，2 番目は$(2-1)^2$，3 番目は$(3-1)^2$，
4 番目は$(4-1)^2$，5 番目は$(5-1)^2$，・・・と並んでいる。

[解答](1) 28　(2) 15 番目

[解説]

(1) 表のように，正方形の周上の点の個数は，4，8，12，16，20 と 4 個ずつ増えている。
最初の数が $a=4$(個)で，$d=4$(個)ずつ増えるので，n 番目は，
$a+d\times(n-1)=4+4\times(n-1)=4n$(個)になる。
$n=7$ を代入すると，$4n=4\times7=28$(個)である。

(2) 正方形の内部の点の個数は，0，1，4，9，16・・・
すなわち，
1 番目は$(1-1)^2$，2 番目は$(2-1)^2$，3 番目は$(3-1)^2$，4 番目は$(4-1)^2$，5 番目は$(5-1)^2$，・・・
と並んでいる。したがって，n 番目は$(n-1)^2$である。
$(n-1)^2=196$とおくと，$n-1>0$なので，$n-1=14$，$n=15$
したがって，15 番目の正方形である。

[問題]

図 1 は，ます目に黒い石を縦に 4 個，横に 9 個並べて長方形の形をつくり，内部のすべてのます目に白い石を並べた図形である。このように，ます目に黒い石を縦に x 個，横に $x+5$ 個並べて長方形の形をつくり，内部のすべてのます目に白い石を並べた図 2 のような図形を考える。ただし，x は 3 以上の整数とする。このとき，次の各問いに答えよ。

図1

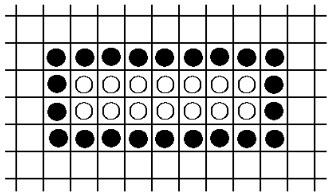
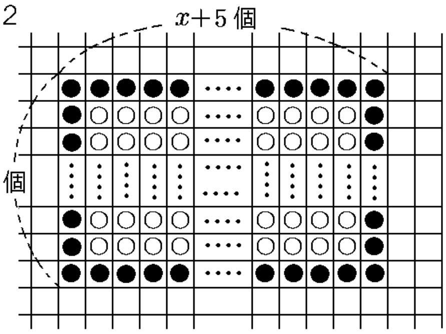


図2



(1) 次の①, ②に当てはまる数を, それぞれ答えよ。

ます目に黒い石を縦に 5 個，横に 10 個並べて長方形の形をつくり, 内部のすべてのます目に白い石を並べた図形をつくるとき，黒い石は(①)個，白い石は(②)個必要である。

(2) 図 2 について，次の①～③の問いに答えよ。

① 黒い石と白い石はそれぞれ何個必要か。x を用いて表せ。

② 黒い石が全部で 90 個のとき，白い石は何個必要か。

③ 白い石の個数が黒い石の個数の 2 倍であるとき，x の値を求めよ。

(新潟県)(***)

[解答欄]

(1)①	②	(2)①黒：
白：	②	③

[ヒント]

(1) 黒：5×2＋10×2－4

白：縦に 5－2＝3(個)，横に 10－2＝8(個)並ぶ。

[解答](1)① 26 ② 24 (2)①黒：$4x+6$(個) 白：x^2+x-6 ② 456 個 ③ 9

[解説]

(1) 黒：5×2＋10×2－4＝26(個)

白：縦に 5－2＝3(個)，横に 10－2＝8(個)並ぶので，3×8＝24(個)

(2)①黒：$x\times2+(x+5)\times2-4=2x+2x+10-4=4x+6$(個)

白：縦に $x-2$(個)，横に $(x+5)-2=x+3$(個)並ぶので，$(x-2)\times(x+3)=x^2+x-6$(個)

② $4x+6=90$ とおく。$4x=84$，$x=21$

$x=21$ を代入すると，$x^2+x-6=441+21-6=456$(個)

③ $x^2+x-6=(4x+6)\times2$ とおく。$x^2+x-6=8x+12$，$x^2-7x-18=0$

$(x+2)(x-9)=0$，$x=-2,\ 9$ $x>0$ なので，$x=9$

[問題]

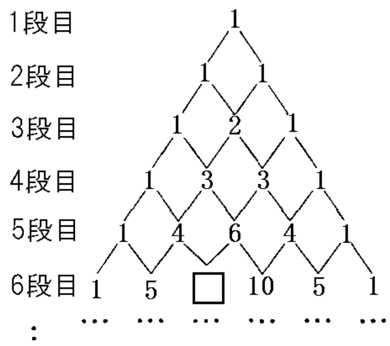
右の図のように，数が並んでいる。数の並びの規則性に着目して，次の各問いに答えよ。

(1) 図中の□にあてはまる数を求めよ。

(2) 7 段目のすべての数の和を求めよ。例えば，4 段目のすべての数の和とは 1＋3＋3＋1 であるから 8 となる。

(3) n 段目のすべての数の和が 1024 であるとき n を求めよ。

(沖縄県)(***)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

1，2，3，4，5･･･段目の数の和は，1，2，4，8，16 なので，n 段目の和は 2^{n-1} である。

[解答](1) 10　(2) 64　(3)　$n=11$

[解説]

1，2，3，4，5･･･段目の数の和は，1，2，4，8，16 なので，n 段目の和は 2^{n-1} である。

(2)　$2^{7-1}=2^6=64$

(3) $1024＝2^{10}$ なので $n=11$

[問題]

しんじさんは，美術の授業でデザインを考えた。最初に，図Ⅰのように 3 つの白い正三角形と 1 つの黒い正三角形を組み合わせた模様をかいた。その後，以下に示す(作業)を何回かくり返して規則的な模様をつくった。

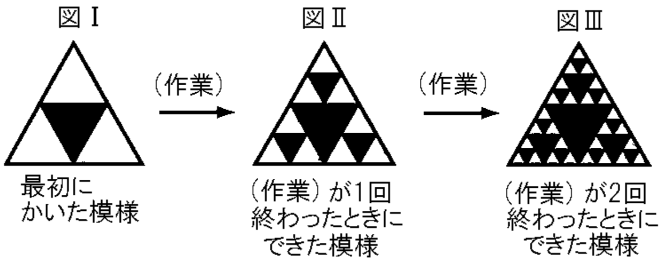
(作業)

手順①　白い正三角形をすべて見つける。

手順②　手順①で見つけたそれぞれの白い正三角形について，3 辺の中点を結んで新たに 4 つの合同な正三角形をつくる。

手順③　手順②でつくられた正三角形のうち，最初にかいた黒い正三角形と同じ向きの正三角形をすべて黒く塗りつぶす。

次の図Ⅰ～Ⅲは，最初にかいた模様と(作業)をくり返し行ってできた模様を表している。このとき，後の各問いに答えよ。



(1) (作業)が 4 回終わったときにできた模様には，黒い正三角形は全部で何個あるか。

(2) (作業)が 4 回終わったときにできた模様にある黒い正三角形のなかで，最も小さな正三角形の面積を 1cm^2 とする。すべての黒い正三角形の面積の和を求めよ。

(岩手県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) 黒い正三角形の数は,

作業が 1 回終了：$1+3$

作業が 2 回終了：$1+3+3^2$

(2) 作業が 1 回終了するごとにできる黒い正三角形は，その前の黒い正三角形に比べて長さが $\dfrac{1}{2}$ 倍になる。面積比は長さの比の 2 乗に比例するので，面積は $\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$ (倍)になる。

逆にいうと，大きい方の正三角形の面積は小さい方面積の 4 倍になる。

したがって，(作業)が 4 回終わったときにできた模様にある黒い正三角形の面積を小さいものから並べると，1cm^2，4cm^2，16cm^2，64cm^2，256cm^2 である。

[解答](1) 121 個　(2) 781cm^2

[解説]

(1) 黒い正三角形の数は,

作業が 1 回終了：$1+3$

作業が 2 回終了：$1+3+3^2$

作業が 3 回終了：$1+3+3^2+3^3$

作業が 4 回終了：$1+3+3^2+3^3+3^4=1+3+9+27+81=121$(個)

(2) 作業が 1 回終了するごとにできる黒い正三角形は，その前の黒い正三角形に比べて長さが $\dfrac{1}{2}$ 倍になる。面積比は長さの比の 2 乗に比例するので，面積は $\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$ (倍)になる。逆にいうと，大きい方の正三角形の面積は小さい方面積の 4 倍になる。

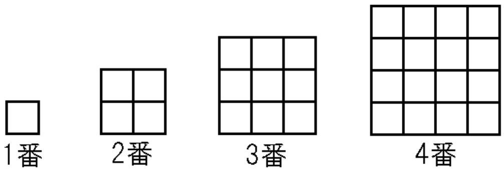
したがって，(作業)が 4 回終わったときにできた模様にある黒い正三角形の面積を小さいものから並べると，1cm^2，4cm^2，16cm^2，64cm^2，256cm^2 である。よって，面積の合計は，

$256(\text{cm}^2)\times1$(個) $+64(\text{cm}^2)\times3$(個) $+16(\text{cm}^2)\times9$(個) $+4(\text{cm}^2)\times27$(個) $+1(\text{cm}^2)\times81$(個)

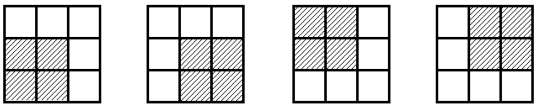
$=256+192+144+108+81=781(\text{cm}^2)$ になる。

[問題]

次のように，それぞれ 1 番，2 番，3 番，4 番，…と番号をつけた図がある。1 番の図は正方形で，2 番の図からは 1 番の図をすき間なく並べたものである。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 次の図のように, 3 番の図には, 2 番の図が 4 個含まれている。このとき, 5 番の図には, 2 番の図が何個含まれるか。



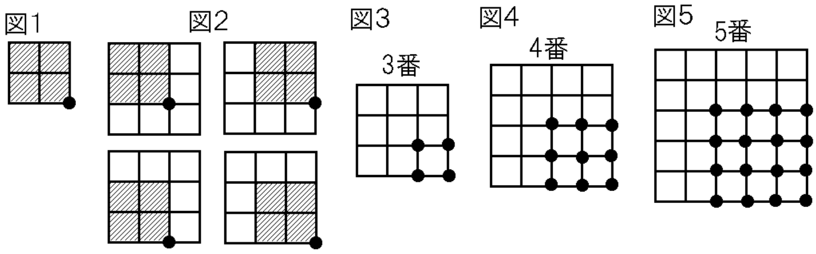
(2) n 番の図に，2 番の図が 80 個以上含まれるような自然数 n のうち，最も小さい n の値を求めよ。

(佐賀県)(***)

[解答欄]

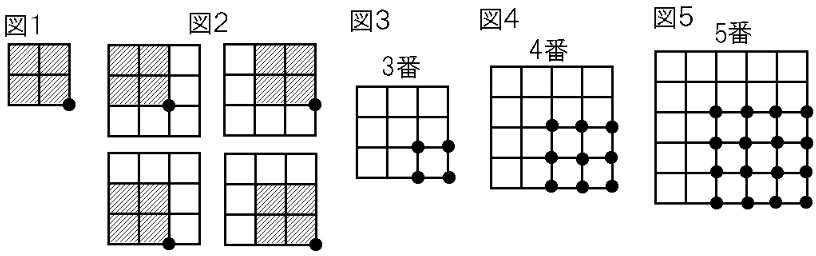
(1)	(2)

[ヒント]



[解答](1) 16 個　(2) 10

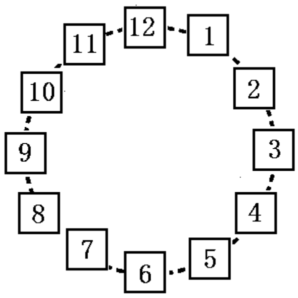
[解説]



(1) 図 1 の 2 番の図の右下に●をつけて考える。図 2 のように 3 番の図の場合，2 番の図が 4 個含まれている。それは，図 3 の 4 個の●に対応している。4 番の図の場合は図 4 のように 9 個，5 番の図の場合は図 5 のように 16 個になる。すなわち，

3 番→2^2 個，4 番→3^2 個，5 番→4^2 個，6 番→5^2 個，・・・，n 番→$(n-1)^2$ 個と考えられる。
(2) $(n-1)^2 \geqq 80$ を満たす n の最小値を求めればよい。$8^2=64$，$9^2=81$ なので，
$n-1=9$ になる。よって，$n=10$ になる。

[問題]
右図のように，1 から 12 までの数が書かれたカードが並んでいる。駒を，あるカードの上に置き，次のように駒をカードの上を進めていく。



(駒の進め方)
駒を置いたカードに書かれた数だけ，時計回りに進める。例えば，表のように，1 回目に 7 のカードの上に駒を置いた場合，2 回目は，7 つ進めて，2 のカードの上に駒を置く。3 回目は，2 つ進めて，4 のカードの上に駒を置く。このとき，次の各問いに答えよ。

回数	1 回目→2 回目→3 回目→ ・・・
カードの数	7 → 2 → 4 → ・・・

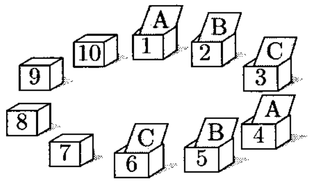
(1) 1 回目に 1，10 のカードの上に駒を置く。1，10 のどちらの場合にも，3 回目以降は，駒を置くカードの数に共通するきまりがあらわれる。そのきまりを書け。
(2) 10 回目に駒を置くカードの数が 12 になるのは，1 回目にどのカードの上に駒を置いたときか。そのカードの数をすべて求めよ。
(3) n を自然数とする。1 回目に 8 のカードの上に駒を置く。
① $2n$ 回目に駒を置くカードの数を求めよ。
② 1 回目から $2n$ 回目までに駒を置くカードの数の和を n を用いた式で表せ。
(長野県)(***)
[解答欄]

(1)		(2)
(3)①	②	

[ヒント]
(1) 1 回目に 1 のカードの上に駒を置いた場合，1 回目は 1→2 回目は 2→3 回目は 4→4 回目は 8→5 回目は 4→6 回目は 8→・・・ と 3 回目以降は，4 と 8 をくり返す。
(2) (1)より，1 と 10 の場合は 12 になることはない。それ以外の数について，1 つ 1 つ調べていく。(4 か 8 が出たら 12 になることはないのでそこで終了(×印)。また，12 が出たら以降すべて 12 になるので○。)
[解答](1) 4 と 8 をくり返す。 (2) 3，6，9，12 (3)① 4 ② $12n$

[解説]
(1) 1 回目に 1 のカードの上に駒を置いた場合，1 回目は 1→2 回目は 2→3 回目は 4
→4 回目は 8 →5 回目は 4→6 回目は 8→・・・ と 3 回目以降は，4 と 8 をくり返す。
1 回目に 10 のカードの上に駒を置いた場合，1 回目は 10→2 回目は 8→3 回目は 4→4 回目は 8→5 回目は 4→6 回目は 8→・・・と 3 回目以降は，4 と 8 をくり返す。
(2) (1)より，1 と 10 の場合は 12 になることはない。それ以外の数について，1 つ 1 つ調べていく。(4 か 8 が出たら 12 になることはないのでそこで終了(×印)。また，12 が出たら以降すべて 12 になるので○。)
2→4(×)，3→6→12→12→12→・・・(○)，4(×)，5→10→8(×)，6→12→12→12→・・・(○)
7→2→4(×)，8(×)，9→6→12→12→12→・・・(○)，10→8(×)，12→12→12→・・・(○)
以上より，条件を満たすのは 3，6，9，12 の 4 通りである。
(3)① 8→4→8→4→8→4→・・・なので，$2n$ 回目(偶数回目)に駒を置くカードの数は 4 である。
② 8＋4＋8＋4＋8＋4＋・・・と，$2n$ 個の数を加えるとき
8 が n 個，4 が n 個なので，(数の和)＝$8\times n+4\times n=12n$

[問題]



右の図のように，1 から 10 までの番号がついている 10 個の箱を，番号の小さいほうから順に，右回りに円の形に並べる。これらの箱に，A，B，C の文字が 1 つずつ書かれた 3 種類のカードを，1 枚ずつ A，B，C の順に 1 番の箱から 10 番の箱まで入れていく。2 周目以降は，直前の周の 10 番の箱に入れたカードに続くカードから，同じように 1 番の箱から入れていく。
(1) 3 周目の 4 番の箱までに入るすべてのカードのうち，C の文字が書かれたカードの枚数を求めよ。
(2) 35 周目の 4 番の箱に入るカードに書かれた文字は何か。
(福島県)(***)
[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]
(1) 1 周目に 10 枚，2 周目に 10 枚，3 周目の 1～4 番に 4 枚で，合計 10＋10＋4＝24(枚)のカードがある。
(2) 34 周目までにはいるカードは 10×34＝340(枚)で，35 周目の 1～4 番に 4 枚で，
合計 340＋4＝344(枚)である。

[解答](1) 8 枚　(2) B

[解説]
見当をつけるために書き並べてみる。

箱	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 周目	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A
2 周目	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B
3 周目	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C

⑴ 1 周目に 10 枚，2 周目に 10 枚，3 周目の 1～4 番に 4 枚で，合計 10＋10＋4＝24(枚)のカードがある。24÷3＝8(枚)なので，A，B，C がそれぞれ 8 枚ずつであることがわかる。
⑵ 34 周目までにはいるカードは 10×34＝340(枚)で，35 周目の 1～4 番に 4 枚で，
合計 340＋4＝344(枚)である。
344÷3＝114･･･2 なので，ABC，ABC，ABC，･･･ABC が 114 回続き，その後に A，B のカードが来る。したがって，35 周目の 4 番の箱に入るカードに書かれた文字は B である。

【FdData 入試製品版のご案内】
詳細は，[FdData 入試ホームページ]に掲載（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）
姉妹品：[FdData 中間期末ホームページ]（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆印刷・編集
この PDF ファイルは，FdData 入試を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 入試は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 入試の特徴
FdData 入試は，公立高校入試問題の全傾向を網羅することを基本方針に編集したワープロデータ(Word 文書)です。 入試理科・社会・数学ともに，過去に出題された公立高校入試の問題をいったんばらばらに分解して，細かい単元ごとに再編集して作成しております。

◆サンプル版と製品版の違い
ホームページ上に掲載しておりますサンプルは，製品の Word 文書を PDF ファイルに変換したもので印刷や編集はできませんが，製品の全内容を掲載しており，どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。
しかし，FdData 入試がその本来の力を発揮するのは印刷や編集ができる製品版においてです。また，製品版は，すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」，編集に適した「問題解答一体形式」，などの形式を含んでいますので，目的に応じて活用することができます。
※FdData 入試の特徴(QandA 方式)（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆FdData 入試製品版(Word 版)の価格(消費税込み)
※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
数学 1 年(4400 円)，数学 2 年(6400 円)，数学 3 年(9600 円)：(統合版は 16,200 円)
理科 1 年(6800 円)，理科 2 年(6800 円)，理科 3 年(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
社会地理(6800 円)，社会歴史(6800 円)，社会公民(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。
(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は，メール(info2@fdtext.com)，または電話(092-811-0960)で承っております。
※注文→インストール→編集･印刷の流れ　([Shift]＋左クリック)
※注文メール記入例　([Shift]＋左クリック)

【Fd 教材開発】 Mail： info2@fdtext.com　 Tel ：092-811-0960