【FdData 高校入試：中学数学 3 年：二次方程式の応用】

[係数を求める問題／面積／体積／数の問題／2 次方程式のその他の応用／整数解の問題／FdData 入試製品版のご案内]

[FdData 入試ホームページ]掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧] ※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます 理科：[理科 1 年]，[理科 2 年]，[理科 3 年] 社会：[社会地理]，[社会歴史]，[社会公民] 数学：[数学 1 年]，[数学 2 年]，[数学 3 年] ※全内容を掲載しておりますが，印刷はできないように設定しております

【】係数を求める問題

[問題]

二次方程式 $x^2+ax-10=0$ の 1 つの解が 2 のとき，a の値と他の解を求めよ。

(青森県)(**)

[解答欄]

a の値：	他の解：

[ヒント]

$x^2+ax-10=0$ に $x=2$ を代入する。

[解答] a の値：3　他の解：－5

[解説]

$x^2+ax-10=0$ の 1 つの解が 2 であるので，

$x^2+ax-10=0$ に $x=2$ を代入すると，

$4+2a-10=0$，$2a=6$，$a=3$

$a=3$ を $x^2+ax-10=0$ に代入すると，

$x^2+3x-10=0$，$(x-2)(x+5)=0$

$x=2, -5$

よって，他の解は－5 である。

[問題]

xについての二次方程式$(x+1)(x-2)=a$（aは定数)の解の 1 つが 4 である。このとき，aの値を求めよ。また，この方程式の他の解を求めよ。

(熊本県)(**)

[解答欄]

aの値：	他の解：

[ヒント]

$(x+1)(x-2)=a$に$x=4$を代入する。

[解答] aの値：10　他の解：－3

[解説]

$(x+1)(x-2)=a$の解の 1 つが 4 であるので，

$(x+1)(x-2)=a$に$x=4$を代入すると，

$5\times 2=a$， $a=10$

$a=10$を$(x+1)(x-2)=a$に代入すると，

$(x+1)(x-2)=10$， $x^2-x-2=10$， $x^2-x-12=0$

$(x+3)(x-4)=0$， $x=-3,\ 4$

よって，他の解は－3

[問題]

2 次方程式 $x^2-5x-6=0$の大きい方の解が，2 次方程式$x^2+ax-24=0$の解の 1 つになっている。このときのaの値を求めよ。

(神奈川県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

まず，$x^2-5x-6=0$を解く。

[解答] $a=-2$

[解説]

まず，$x^2-5x-6=0$を解く。

$(x+1)(x-6)=0$

$x=-1,\ 6$

よって，大きい方の解は$x=6$

$x=6$は$x^2+ax-24=0$の解なので， $x=6$を$x^2+ax-24=0$に代入すると，

$36+6a-24=0$， $6a=-12$

$a=-2$

[問題]

　x の二次方程式 $x^2-(a-b)x+b=0$ の解が $-2,\ 1$ であるとき，$a,\ b$ の値を求めよ。

(群馬県)(**)

[解答欄]

$a=$	$b=$

[解答] $a=-3$　$b=-2$

[解説]

$x=-2$ を $x^2-(a-b)x+b=0$ に代入すると，

$4+2(a-b)+b=0$，$2a-b=-4$・・・①

$x=1$ を $x^2-(a-b)x+b=0$ に代入すると，

$1-(a-b)+b=0$，$-a+2b=-1$・・・②

①，②を連立方程式として解く。

①×2　　$4a-2b=-8$・・・①'

①'＋②　　$3a=-9$，$a=-3$

$a=-3$ を①に代入すると，$-6-b=-4$，$-b=2$，$b=-2$

[問題]

　二次方程式 $x^2-4x+a=0$ の解が 1 つだけのとき，a の値を求めよ。

(補充問題)(***)

[解答欄]

[ヒント]

ただ 1 つの解をもつのは，$x^2-4x+a=0$ が $(x-p)^2=0$ と変形できる場合である。

[解答] $a=4$

[解説]

ただ 1 つの解をもつのは，$x^2-4x+a=0$ が $(x-p)^2=0$ と変形できる場合である。

$(x-p)^2=0$ の左辺を展開すると，$x^2-2px+p^2=0$

$x^2-4x+a=0$ と $x^2-2px+p^2=0$ はまったく同じ式になるので，

$-4=-2p$，$p=2$

また，$a=p^2$ なので，$a=2^2=4$

[問題]

xについての二次方程式 $x^2-nx+12=0$ の 2 つの解が，どちらも正の整数になったという。このとき，nの値をすべて求めよ。

(補充問題)(***)

[解答欄]

[ヒント]

二次方程式 $x^2-nx+12=0$・・・① の 2 つの解をa，bとする(ただし，$0<a\leqq b$)。

$x=a$，bを解とする二次方程式は$(x-a)(x-b)=0$で，

展開すると$x^2-(a+b)x+ab=0$・・・②

①と②の式はまったく同じものになる。

[解答]$n=7$，8，13

[解説]

二次方程式 $x^2-nx+12=0$・・・① の 2 つの解をa，bとする(ただし，$0<a\leqq b$)。

$x=a$，bを解とする二次方程式は$(x-a)(x-b)=0$で，

展開すると$x^2-(a+b)x+ab=0$・・・②

①と②の式はまったく同じものなので，

$a+b=n$・・・③

$ab=12$・・・④ が成り立つ。

④の式について，a，bは正の整数なので，

かけて12になる(a, b)の組み合わせは，$(1, 12)$，$(2, 6)$，$(3, 4)$の 3 通りになる。

$(1, 12)$のとき$n=a+b=1+12=13$

$(2, 6)$のとき$n=a+b=2+6=8$

$(3, 4)$のとき$n=a+b=3+4=7$

ゆえに$n=7$，8，13

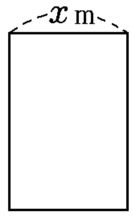
【】面積

[長方形の面積]

[問題]

A さんの学校では，花だんを何区画かつくることにした。このとき，どの区画も形と大きさが同じ長方形となるようにする。1 区画の花だんは，縦を横より 1m 長くし，面積が 12m² となるようにする。右の図のように横の長さを x m として，2 次方程式をつくり，x の値を求めよ。

(山口県)(**)



1区画の花だん

[解答欄]

[ヒント]

横の長さを x m とすると，縦の長さは $x+1$(m)になる。

[解答]

横の長さを x m とすると，縦の長さは $x+1$(m)になる。

面積は 12m² なので，

$(x+1)\times x=12$

$x^2+x-12=0$

$(x-3)(x+4)=0$

$x=3,\ -4$

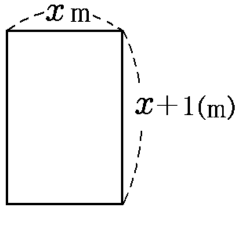
$x>0$ なので，$x=-4$ は問題にあわない。

$x=3$ は問題にあう。

$\underline{x=3}$

[解説]

横の長さを x m とすると，「縦を横より 1m 長く」するので，縦の長さは $x+1$(m)になる。



1 区画の花だんの「面積が 12m² となるようにする」とあるので，

(縦の長さ)×(横の長さ)＝12(m²)

よって，$(x+1)\times x=12$

[問題]

1 辺の長さが x cm の正方形がある。この正方形の縦の辺を 2cm，横の辺を 3cm それぞれ伸ばしてできた長方形の面積が，もとの正方形の面積の 2 倍となった。もとの正方形の 1 辺の長さを求めよ。方程式をつくり，それを解く過程も書け。

(群馬県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

「縦の辺を 2cm，横の辺を 3cm それぞれ伸ばしてできた長方形」の，

(縦の長さ)＝ $x+2$ (cm)，(横の長さ)＝ $x+3$ (cm)

[解答]

長方形の縦は $x+2$ (m)，横は $x+3$ (m)なので面積は $(x+2)(x+3)$ (m²)である。この長方形の面積は，正方形の面積 x^2 m² の 2 倍なので，

$(x+2)(x+3)=2x^2$

$x^2+5x+6=2x^2$

$x^2-5x-6=0$

$(x+1)(x-6)=0$

よって， $x=-1,\ 6$

$x>0$ だから， $x=-1$ は問題にあわない。

$x=6$ は問題にあう。

<u>正方形の 1 辺は 6cm</u>

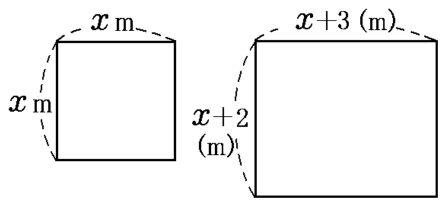
[解説]

(1 辺の長さが x cm の正方形の面積)＝ x^2 (cm²)

「縦の辺を 2cm，横の辺を 3cm それぞれ伸ばしてできた長方形」の，(縦の長さ)＝ $x+2$ (cm)，

(横の長さ)＝ $x+3$ (cm)なので，

(長方形の面積)＝ $(x+2)(x+3)$ (cm²)



「長方形の面積が，もとの正方形の面積の 2 倍となった」とあるので， $(x+2)(x+3)=2x^2$

[問題]

　縦の長さと横の長さの和が 6m で，面積が $6m^2$ の長方形がある。縦の長さが横の長さよりも短いとき，縦の長さを求めよ。ただし，用いる文字が何を表すかを示して方程式をつくり，それを解く過程も書け。

(岩手県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

この長方形の縦の長さを x m とすると，横の長さは $6-x$ (m)になる。

[解答]

この長方形の縦の長さを x m とすると，横の長さは $6-x$ (m)になる。

面積が $6m^2$ であるので，

$x(6-x)=6$

$6x-x^2=6$

$x^2-6x+6=0$

解の公式より，

$$x=\frac{6\pm\sqrt{36-24}}{2}=\frac{6\pm2\sqrt{3}}{2}=3\pm\sqrt{3}$$

$x=3+\sqrt{3}$ のとき，(縦の長さ)$=3+\sqrt{3}$，(横の長さ)$=6-(3+\sqrt{3})=3-\sqrt{3}$

縦の長さが横の長さより長いので，問題にあわない。

$x=3-\sqrt{3}$ のとき，(縦の長さ)$=3-\sqrt{3}$，(横の長さ)$=6-(3-\sqrt{3})=3+\sqrt{3}$

縦の長さが横の長さよりも短いので問題にあう。

縦の長さは $3-\sqrt{3}$ (m)

[解説]

縦の長さを x m とする。

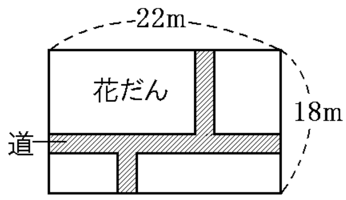
「縦の長さと横の長さの和が 6m」なので，横の長さは $6-x$ (m)になる。

「面積が $6m^2$ の長方形」とあるので，$x\times(6-x)=6$，$x(6-x)=6$

[花だんと道]

[問題]

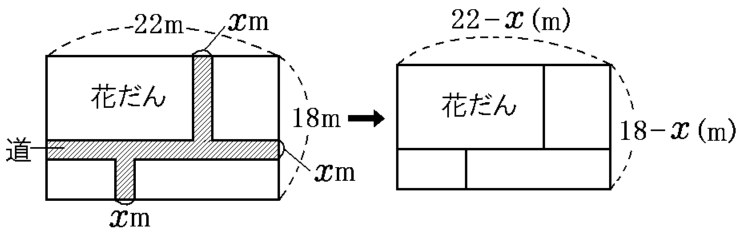
右図の土地は, 縦の長さが 18m, 横の長さが 22m である。この土地に，図のように，幅の等しい道と 4 つの長方形の花だんをつくる。4 つの花だんの面積の合計が 320m² になるとき, 道の幅を x として 2 次方程式をつくり, 道の幅を求めよ。



(山口県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

道の幅を x m とする。道路の部分を切り取って，残りの土地をつなげると，縦 $18-x$ (m)，横 $22-x$ (m)の長方形になるので,

$(18-x)(22-x)=320$

$x^2-40x+396=320$

$x^2-40x+76=0$

$(x-2)(x-38)=0$

$x=2,\ 38$

土地の縦の長さは 18m なので，道の幅は 18m 未満である。

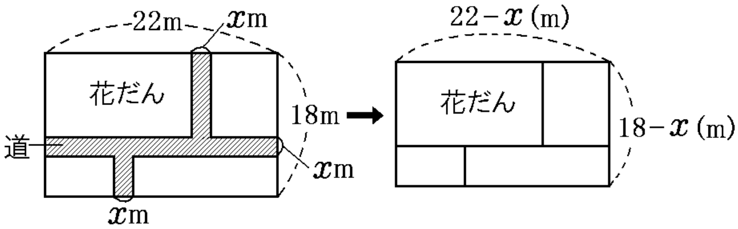
したがって， $x=38$ は問題にあわない。 $x=2$ は問題にあう。

<u>道の幅は 2m</u>

[解説]

道の幅を x m とする。

右図のように，道路の部分を切り取って,残りの土地をつなげると，縦 $18-x$(m)，横 $22-x$(m)の長方形になる。



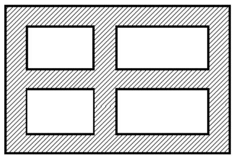
「4 つの花だんの面積の合計が 320m² になる」ので，

(縦の長さ)×(横の長さ)＝320(m²)

よって，$(18-x)(22-x)=320$

[問題]

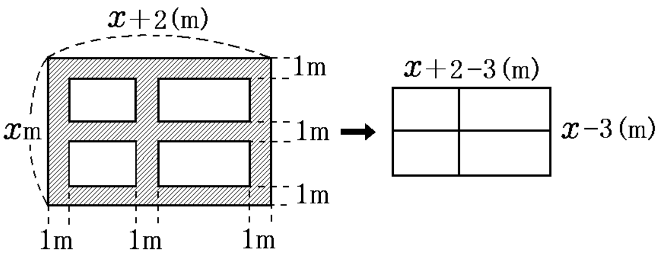
横が縦より 2m 長い長方形の土地がある。この土地に，図のように同じ幅の道(図の▨の部分)をつくり，残った 4 つの長方形の土地を花だんにする。道幅が 1m, 4 つの花だんの面積の合計が 35m² のとき，この土地の縦の長さは何 m か。



(愛知県)(***)

[解答欄]

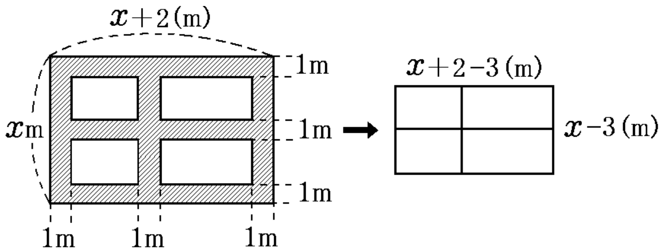
[ヒント]



[解答]
この土地の縦の長さを x m とすると，横の長さは $x+2$ (m)である。
道路の部分を切り取って，残りの土地をつなげると，縦 $x-3$(m)，横 $x+2-3$(m)の長方形になるので，

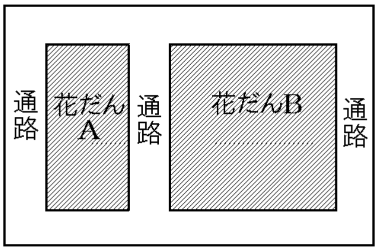
$(x-3)\times(x+2-3)=35$
$x^2-4x+3=35$
$x^2-4x-32=0$
$(x+4)(x-8)=0$
$x=-4,\ 8$
$x>0$ なので，$x=-4$ は問題にあわない。
$x=8$ は問題にあう。
土地の縦の長さは 8m

[解説]
この土地の縦の長さを x m とする。
「横が縦より 2m 長い」ので，横の長さは $x+2$ (m)である。
右図のように, 道路の部分を切り取って，残りの土地をつなげると，縦 $x-3$(m)，



横 $x+2-3$(m)の長方形になる。「4 つの花だんの面積の合計が 35m²」なので，
(縦の長さ)×(横の長さ)＝35(m²)
よって，$(x-3)\times(x+2-3)=35$

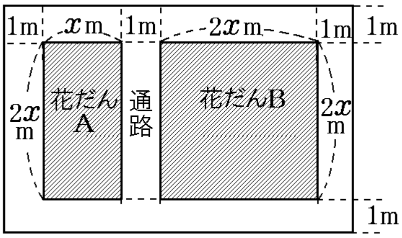
[問題]
右の図のように，長方形の土地に，花だん A，花だん B, およびそのまわりに通路をつくることにした。花だん A は長方形，花だん B は正方形とし，花だん B の横の長さは花だん A の横の長さの 2 倍, 2 つの花だんの縦の長さは同じとする。また，通路の幅はすべて 1m とする。長方形の土地全体の面積を 96m² とするとき，花だん A の横の長さを求めよ。ただし，方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書け。



(佐賀県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

花だん A の横の長さを x m とすると, 花だん B の横は $2x$ m, 縦は $2x$ m, 花だん A の縦は $2x$ m になる。通路の幅はすべて 1m なので，長方形の土地の横は $3x+3$(m)，縦は $2x+2$(m)になる。長方形の土地全体の面積は 96m² なので，

$(2x+2)\times(3x+3)=96$

式を整理すると，$(x+1)^2=16$

$x+1=\pm4$，$x=3,\ -5$

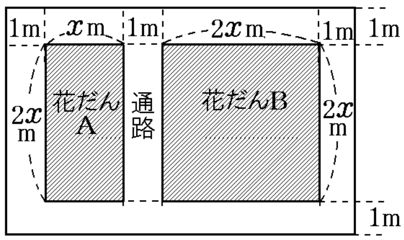
$x>0$ なので $x=-5$ は問題にあわない。

$x=3$ は問題にあう。

<u>花だん A の横の長さは 3m</u>

[解説]

花だん A の横の長さを x m とする。



「花だん B は正方形とし, 花だん B の横の長さは花だん A の横の長さの 2 倍，2 つの花だんの縦の長さは同じ」とあるので，花だん B の横は $2x$ m，縦は $2x$ m，花だん A の縦は $2x$ m になる。右図のように，

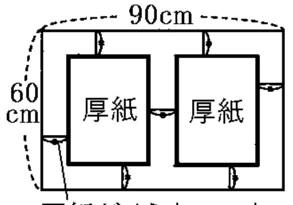
長方形の土地の横は $x+2x+1+1+1=3x+3$(m),

縦は $2x+1+1=2x+2$(m)になる。「長方形の土地全体の面積を 96m² とする」ので，

(縦の長さ)×(横の長さ)＝96(m²)，$(2x+2)\times(3x+3)=96$

[問題]

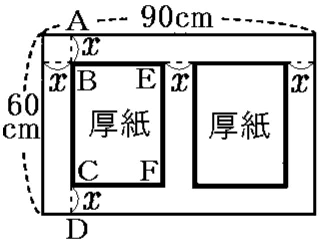
A 中学校では，在校生が卒業生へのメッセージを 2 枚の厚紙にかいて，その厚紙を，右の図のように，縦 60cm，横 90cm の長方形の模造紙にはることにした。2 枚の厚紙は合同な長方形で，厚紙 1 枚の面積は 1200cm^2 である。厚紙の縦と横の辺をそれぞれ模造紙の縦と横の辺に平行にし，厚紙がはられていない模造紙の部分の幅をすべて等しくなるようにする。厚紙がはられていない模造紙の部分の幅を求めよ。



(福岡県)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

厚紙がはられていない模造紙の部分の幅を x cm とすると，

厚紙の縦の長さは $60-2x$ (cm)，横の長さは $\frac{90-3x}{2}$ (cm)なので，

$$(60-2x)\times\frac{90-3x}{2}=1200$$

式を整理すると，

$$x^2-60x+500=0$$

$$(x-50)(x-10)=0$$

$$x=50,\ 10$$

$x=50$ のとき，幅の横の部分の長さは 50×3＝150(cm)となり，厚紙の横の長さ 90cm より長くなるので，問題にあわない。

$x=10$ は問題にあう。

<u>模造紙の部分の幅は 10cm</u>

[解説]

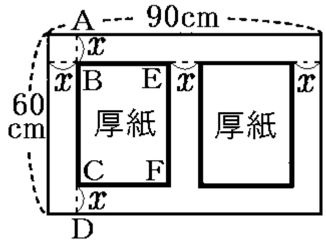
厚紙がはられていない模造紙の部分の幅を x cm とする。

右図の厚紙 BCFE に注目する。

BC＝AD－AB－CD＝ $60-x-x=60-2x$ (cm)

同様にして，BE＝ $\dfrac{90-3x}{2}$ (cm)

(厚紙 BCFE の面積)＝ $(60-2x)\times\dfrac{90-3x}{2}$



「厚紙 1 枚の面積は 1200cm² である」ので，

$(60-2x)\times\dfrac{90-3x}{2}=1200$

[その他]

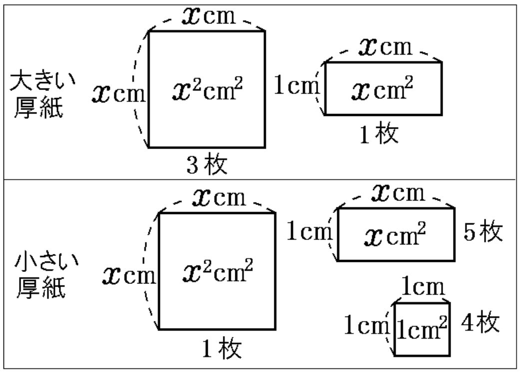
[問題]

大小 2 枚の厚紙がある。この 2 枚の厚紙をそれぞれ切り分けたところ，大きい厚紙は，1 辺が x cm の正方形が 3 枚，1 辺が x cm で他方の辺が 1cm の長方形が 1 枚の合計 4 枚の図形に分けることができた。また，小さい厚紙は，1 辺が x cm の正方形が 1 枚，1 辺が x cm で他方の辺が 1cm の長方形が 5 枚，1 辺が 1cm の正方形が 4 枚の合計 10 枚の図形に分けることができた。切り分ける前の大小 2 枚の厚紙の面積の差が 26cm² であったとき，x の値を求めよ。求める過程も書け。

(福島県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

厚紙の面積の差が 26cm² であるので，

$x^2\times3+x-(x^2+x\times5+1\times4)=26$

式を整理すると， $x^2-2x-15=0$

$(x+3)(x-5)=0$

$x=-3,\ 5$

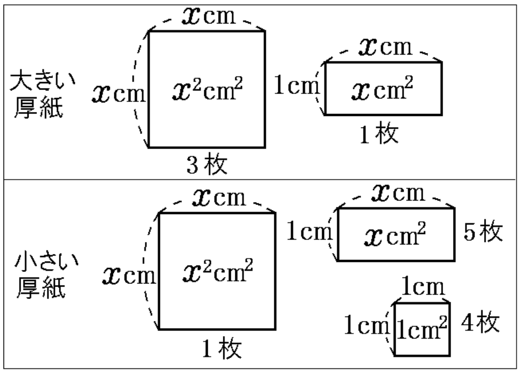
$x>0$ なので， $x=-3$ は問題にあわない。

$x=5$ は問題にあう。

$\underline{x=5}$

[解説]

「大きい厚紙は，1 辺が x cm の正方形が 3 枚，1 辺が x cm で他方の辺が 1cm の長方形が 1 枚の合計 4 枚の図形に分けることができた。」とあるので，右図のように，



(大きい厚紙の面積)＝ $x^2\times3+x$

「小さい厚紙は，1 辺が x cm の正方形が 1 枚，1 辺が x cm で他方の辺が 1cm の長方形が 5 枚，1 辺が 1cm の正方形が 4 枚の合計 10 枚の図形に分けることができた」とあるので，右図のように，

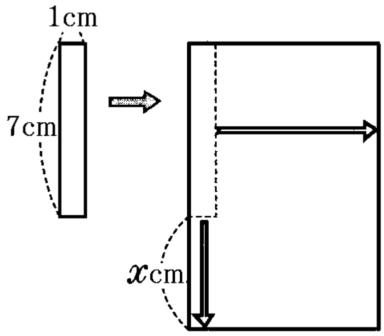
(小さい厚紙の面積)＝ $x^2+x\times5+1\times4$

「大小 2 枚の厚紙の面積の差が 26cm² であった」ので，

$x^2\times3+x-(x^2+x\times5+1\times4)=26$

[問題]

右の図のように，縦の長さが 7cm，横の長さが 1cm の長方形がある。縦と横の長さをそれぞれのばして，周の長さが 38cm の長方形をつくる。のばしてできる長方形の面積が 60cm² になるのは，縦の長さを何 cm だけのばしたときか。方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書け。(佐賀県)(**)



[解答欄]

[ヒント]

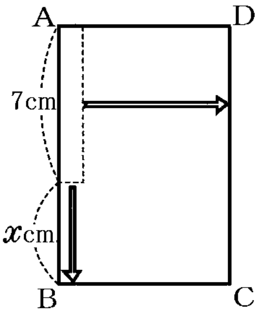
縦の長さを x cm のばしたとする。周の長さが 38cm なので，

(AB＋AD)×2＝38

AB＋AD＝19

$x+7$ ＋AD＝19

AD＝$12-x$ (cm)



[解答]

縦の長さを x cm のばしたとすると，

のばしてできる長方形の縦の長さは $x+7$ (cm)，横の長さは $12-x$ (cm)なので，

$(x+7)\times(12-x)=60$

式を整理すると，

$x^2-5x-24=0$

$(x+3)(x-8)=0$

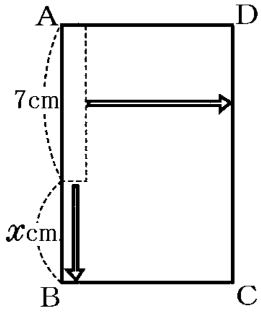
$x=-3,\ 8$

$x>0$ なので $x=-3$ は問題にあわない。

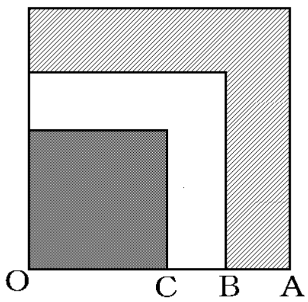
$x=8$ は問題にあう。

<u>縦の長さを 8cm だけのばした</u>

[解説]
縦の長さを x cm のばしたとする。
「縦と横の長さをそれぞれのばして，周の長さが 38cm の長方形をつくる」とあるので，(AB＋AD)×2＝38
AB＋AD＝19
$x+7$ ＋AD＝19
AD＝$12-x$ (cm)
「のばしてできる長方形の面積が 60cm² になる」ので,
AB×AD＝60
よって，$(x+7)\times(12-x)=60$

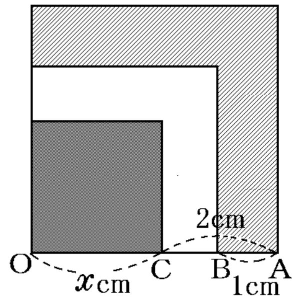


[問題]
右の図のように，線分 OA を 1 辺とする正方形がある。辺 OA 上に AB＝1cm, AC＝2cm となるように 2 点 B, C をとり，OA を 1 辺とする正方形と同じ側に，2 つの線分 OB，OC を 1 辺とする正方形をそれぞれつくる。で示された部分の面積とで示された部分の面積が等しいとき，OC の長さを求めよ。ただし, 用いる文字が何を表すかを示して方程式をつくり，それを解く過程も書け。



(岩手県)(**)
[解答欄]

[ヒント]



[解答]

OC の長さを x cm とすると，2 つの部分の面積が等しいので,

$x^2=(x+2)^2-(x+1)^2$

式を整理すると,

$x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$

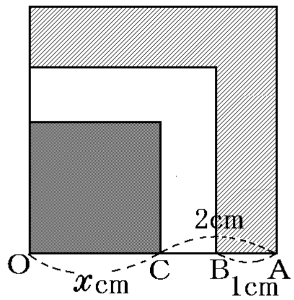
$x=-1,\ 3$

$x>0$ なので， $x=-1$ は問題にあわない。

$x=3$ は問題にあう。

<u>OC は 3cm</u>

[解説]



OC の長さを x cm とすると,

(の正方形の面積)＝ $x\times x=x^2$ (cm²)・・・①

(の部分の面積)＝(OA を 1 辺とする正方形の面積)－(OB を 1 辺とする正方形の面積)

OA＝OC＋AC＝ $x+2$ (cm)なので,

(OA を 1 辺とする正方形の面積)＝ $(x+2)^2$ (cm²)

OB＝OA－AB＝ $x+2-1$ ＝ $x+1$ (cm)なので,

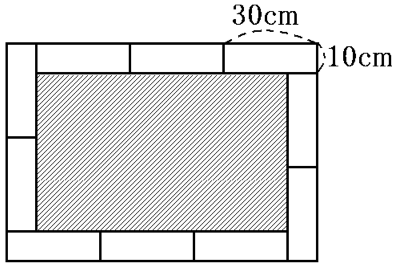
(OB を 1 辺とする正方形の面積)＝ $(x+1)^2$ (cm²)

よって，(の部分の面積)＝ $(x+2)^2-(x+1)^2$ ・・・②

(の正方形の面積)＝(の部分の面積)なので，①，②より,

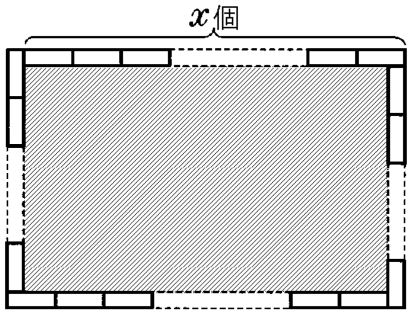
$x^2=(x+2)^2-(x+1)^2$

[問題]



校庭に同じ大きさのレンガを並べて，長方形の花だんをつくる。レンガの上の面は，縦 10cm，横 30cm の長方形である。ただし，レンガの高さは考えないものとする。次の各問いに答えよ。

(1) 右の図のように，レンガ 10 個を並べて花だんをつくった。このとき，レンガに囲まれた▨の部分の面積を求めよ。



(2) レンガ 36 個を(1)と同じように並べて花だんをつくった。このとき，レンガに囲まれた▨の部分の面積が 64000cm² となった。右の図のように，横に並べたレンガの数を x 個として，① x についての方程式をつくれ。②また，x の値を求めよ。ただし，花だんの横の長さは縦の長さより長いものとする。

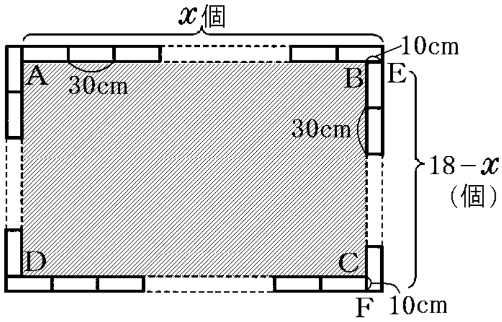
(大分県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)①	②

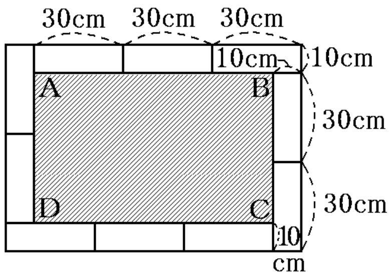
[ヒント]

(2)



[解答](1) 4000cm²　(2)①　$(30x-10)\{30(18-x)-10\}=64000$　②　$x=11$

[解説]



(1) 右図で▨の部分の長方形 ABCD で，

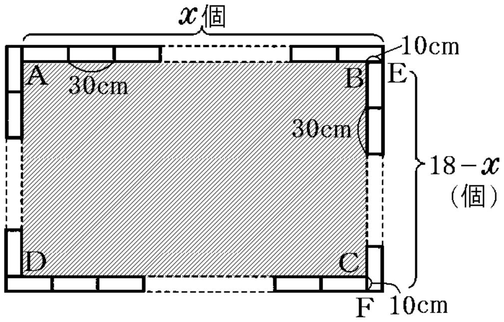
AB＝30(cm)×3－10(cm)＝80(cm)

BC＝30(cm)×2－10(cm)＝50(cm)

よって，(長方形 ABCD の面積)＝AB×BC

＝80(cm)×50(cm)＝4000(cm²)

(2) まず，右図の AB の長さを求める。



AE 間には，横 30cm のレンガが x 個並んでいるので，AE＝ $30\times x = 30x$ (cm)

よって，AB＝AE－BE＝ $30x-10$ (cm)・・・①

次に，BC の長さを求める。

レンガは 36 個なので，横に並ぶレンガ x 個と縦に並ぶレンガの合計は, 36÷2＝18(個)である。

したがって，縦に並ぶレンガの個数は $18-x$ (個)である。

よって，BF 間には $18-x$ (個)のレンガが並んでいるので,

BF＝ $30\times(18-x)$ (cm)

よって，BC＝BF－CF＝ $30(18-x)-10$ (cm)・・・②

①，②より，(長方形 ABCD の面積)＝AB×BC＝ $(30x-10)\{30(18-x)-10\}$

したがって,

$(30x-10)\{30(18-x)-10\}=64000$ が成り立つ。

式を整理すると,

$x^2-18x+77=0$

$(x-7)(x-11)=0$

$x=7,\ 11$

$x=7$ のとき，横には 7 個，縦には 18－7＝11(個)のレンガが並ぶ。

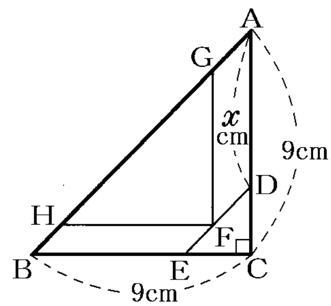
「花だんの横の長さは縦の長さより長いものとする」とあるので，$x=7$ は問題にあわない。

$x=11$ のとき，横には 11 個，縦には 18－11＝7(個)のレンガが並ぶ。これは問題にあう。

よって，$x=11$

[問題]

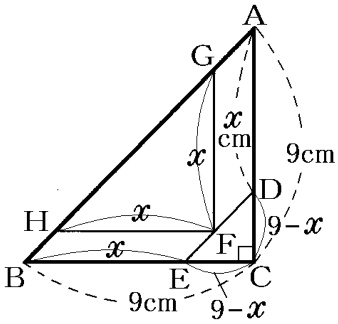
右の図のように，2 つの直角二等辺三角形 ABC と DEC があり，辺 AC 上に辺 DC，辺 BC 上に辺 EC がある。AC＝BC＝9cm とする。辺 DE 上に点 F，辺 AB 上に 2 点 G，H をとり，四角形 GFDA と HBEF がともに平行四辺形になるようにする。四角形 GFDA と HBEF の面積の和が△DEC の面積の 4 倍になるとき，AD の長さは何 cm になるか。AD の長さを x cm として方程式をつくり，求めよ。



(北海道)(***)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

(四角形 GFDA と HBEF の面積の和)＝(△ABC の面積)−(△DEC の面積)−(△GHF の面積)

$$=\frac{81}{2}-\frac{1}{2}(9-x)^2-\frac{1}{2}x^2$$

四角形 GFDA と HBEF の面積の和が△DEC の面積の 4 倍になるので,

$$\frac{81}{2}-\frac{1}{2}(9-x)^2-\frac{1}{2}x^2=\frac{1}{2}(9-x)^2\times 4$$

式を整理すると,

$x^2-15x+54=0$

$(x-9)(x-6)=0$

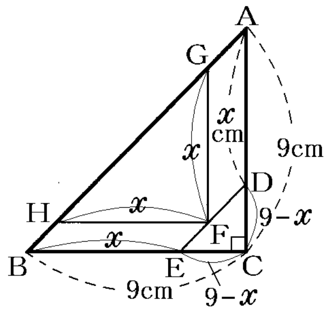
$x=9,\ 6$

$0<x<9$ なので, $x=9$ は問題にあわない。

$x=6$ は問題にあう。

<u>AD の長さは 6cm</u>

[解説]



△ABC は 2 つの三角形と 2 つの平行四辺形に分けられる。

それぞれの部分の面積について考える。

まず，△DEC について，

DC＝AC－AD＝$9-x$ (cm)

△DEC は直角二等辺三角形なので，EC＝DC＝$9-x$ (cm)

よって，(△DEC の面積)＝$\dfrac{1}{2}(9-x)^2$ (cm²)

次に△GHF について，

四角形 GFDA は平行四辺形なので，GF＝AD＝x (cm)

四角形 HBEF は平行四辺形なので，HF＝BE＝x (cm)

よって，(△GHF の面積)＝$\dfrac{1}{2}x^2$

また，(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times 9\times 9=\dfrac{81}{2}$

四角形 GFDA と HBEF の面積の和を S とすると，

S＋(△DEC の面積)＋(△GHF の面積)＝(△ABC の面積)

S＋$\dfrac{1}{2}(9-x)^2+\dfrac{1}{2}x^2=\dfrac{81}{2}$

よって，S＝$\dfrac{81}{2}-\dfrac{1}{2}(9-x)^2-\dfrac{1}{2}x^2$

「四角形 GFDA と HBEF の面積の和が△DEC の面積の 4 倍になる」ので，

S＝$\dfrac{1}{2}(9-x)^2\times 4$

よって，$\dfrac{81}{2}-\dfrac{1}{2}(9-x)^2-\dfrac{1}{2}x^2=\dfrac{1}{2}(9-x)^2\times 4$

【】体積

[問題]

横が縦より 3cm 長い長方形を底面とする，ふたのない合同な直方体の容器が 8 つある。すべての容器に水の深さが 3cm となるように水を入れたところ，入った水の体積は 546cm^3 であった。この容器の底面の縦の長さを求めよ。ただし，容器の厚さは考えないものとする。求める過程も書け。

(福島県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

底面の縦の長さを x cm とおくと，底面の横の長さは $x+3$(cm)である。

[解答]

底面の縦の長さを x cm とおくと，底面の横の長さは $x+3$(cm)で，水の深さは 3cm である。

容器 8 つの体積は 546cm^3 であるので，

$x\times(x+3)\times3\times8=546$

$24x(x+3)=546$， $4x(x+3)=91$

$4x^2+12x-91=0$

解の公式より， $x=\dfrac{-12\pm\sqrt{12^2-4\times4\times(-91)}}{8}=\dfrac{-12\pm\sqrt{1600}}{8}=\dfrac{-12\pm40}{8}$

$x>0$ なので， $x=\dfrac{28}{8}=\dfrac{7}{2}$， $x=\dfrac{7}{2}$ は問題にあう。

底面の縦の長さは $\dfrac{7}{2}$ cm

[解説]

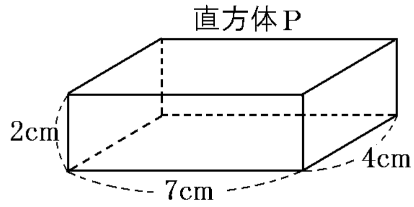
底面の縦の長さを x cm とおくと,「横が縦より 3cm 長い」ので，底面の横の長さは $x+3$(cm) である。直方体の底面の長方形の縦が x cm，横が $x+3$(cm),「水の深さが 3cm」なので,

(直方体 1 個に入っている水の体積)＝ $x\times(x+3)\times3=3x(x+3)$(cm^3)

「容器が 8 つ」に「入った水の体積は 546cm^3 で」あるので， $3x(x+3)\times8=546$

[問題]

右の図のような，縦 4cm，横 7cm，高さ 2cm の直方体 P がある。直方体 P の縦と横をそれぞれ x cm 長くした直方体 Q と，直方体 P の高さを x cm 長くした直方体 R をつくる。直方体 Q と直方体 R の体積が等しくなるとき，x の方程式をつくり，x の値を求めよ。ただし，途中の計算も書くこと。



(栃木県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

直方体 Q は，縦が $4+x$ (cm)，横が $7+x$ (cm)，高さが 2cm

直方体 R は，縦が 4cm，横が 7cm，高さが $2+x$ (cm)

[解答]

直方体 Q は，縦が $4+x$ (cm)，横が $7+x$ (cm)，高さが 2cm なので，

(直方体 Q の体積)＝$(4+x)\times(7+x)\times 2 = 2x^2+22x+56$ (cm²) である。

直方体 R は，縦が 4cm，横が 7cm，高さが $2+x$ (cm)なので，

(直方体 R の体積)＝$4\times 7\times(2+x) = 28x+56$ (cm²) である。

直方体 Q と直方体 R の体積が等しくなるとき，

$2x^2+22x+56=28x+56$ が成り立つ。

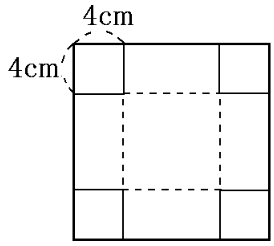
$2x^2-6x=0$

$x(x-3)=0$

$x>0$ なので，$x=3$

$x=3$ は問題に合う。

[問題]

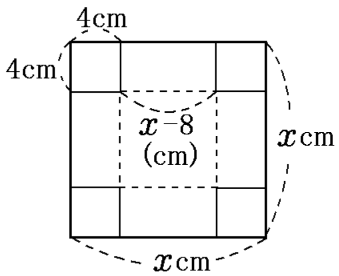


中学生の優子さんは，地域の子ども会のキャンプに参加した。野外炊飯をしようとしたところ，米の計量カップを忘れたことに気づいた。そこで，レクリエーション用に持ってきていた画用紙を使って，米 1 合分(180cm^3)を量るための箱を作ることにした。箱はふたのない直方体とし，右の図のように，正方形の画用紙の 4 すみから 1 辺が 4cm の正方形を切り取り, 容積が 180cm^3 となるように作る。
4 すみから正方形を切り取る前のはじめの正方形の画用紙の 1 辺の長さをいくらにすればよいか。答えを求めるまでの過程も書いて答えよ。

(岡山県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

正方形の画用紙の 1 辺の長さを x cm とすると，底面の正方形の 1 辺の長さは $x-8$(cm)である。高さが 4cm，容積が 180cm^3 なので，

$(x-8)\times(x-8)\times 4=180$

$(x-8)^2=45$

$x-8=\pm\sqrt{45}$

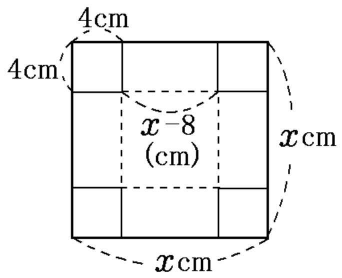
$x-8=\pm 3\sqrt{5}$

$x-8>0$ なので， $x-8=3\sqrt{5}$ ， $x=8+3\sqrt{5}$

$x=8+3\sqrt{5}$ は問題にあう。

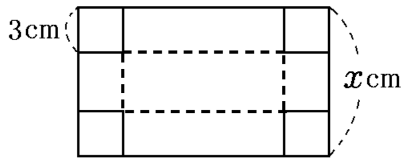
正方形の画用紙の 1 辺の長さは $8+3\sqrt{5}$ (cm)

[解説]



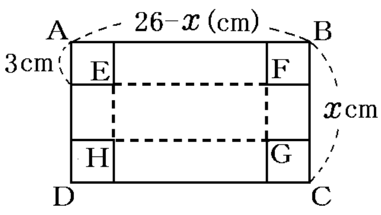
正方形の画用紙の 1 辺の長さを x cm とすると，
底面の正方形の 1 辺の長さは， $x-4-4=x-8$ (cm)なので，
(直方体の容積)＝$(x-8)\times(x-8)\times4$
容積は 180cm^3 なので，
$(x-8)\times(x-8)\times4=180$

[問題]



右の図のような，縦の長さが横の長さより短い長方形の紙があり，周の長さは 52cm である。この紙の 4 すみから，1 辺の長さが 3cm の正方形を切り取り，ふたのない直方体の箱を作ると，その容積は 120cm^3 になった。
もとの長方形の紙の縦の長さを x cm として，x の値を求めよ。x の値を求める過程も，式と計算を含めて書け。
(香川県)(**)
[解答欄]

[ヒント]



[解答]
直方体の箱の容積は 120cm^3 なので，
$(x-6)\times(20-x)\times3=120$
式を整理すると，
$x^2-26x+160=0$

$(x-10)(x-16)=0$

$x=10,\ 16$

$x=10$ のとき，縦の長さは 10cm，横の長さは 26－10＝16(cm)

縦の長さが横の長さより短いので問題にあう。

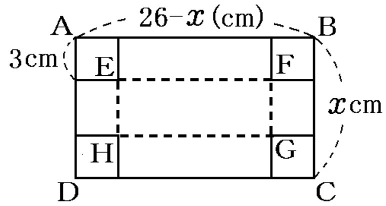
$x=16$ のとき，縦の長さは 16cm，横の長さは 26－16＝10(cm)

縦の長さが横の長さより長いので問題にあわない。

$\underline{x=10}$

[解説]

(直方体の容積)＝(縦 FG)×(横 EF)×(高さ 3cm)＝120(cm³)



FG＝BC－3－3＝ $x-6$ (cm)

「周の長さは 52cm である」ので，

AB＝52÷2－ x ＝ $26-x$ (cm)

EF＝AB－3－3＝ $26-x-6$ ＝ $20-x$

よって，(直方体の容積)＝ $(x-6)\times(20-x)\times3=120$

【】数の問題

[問題]

　ある数 x と，x を 2 乗した数との和は 3 である。このとき，x についての方程式をつくり，x の値を求めよ。

(熊本県)(*)

[解答欄]

[解答]

$x+x^2=3$

$x^2+x-3=0$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-3)}}{2}$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

[問題]

　連続する 2 つの自然数があり，それぞれを 2 乗した数の和が 113 になるとき，小さいほうの自然数を求めよ。

(神奈川県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

小さいほうの自然数を x とすると，大きい方の数は $x+1$ になる。

[解答]
小さいほうの自然数を x とすると，大きい方の数は $x+1$ になるので，

$x^2+(x+1)^2=113$

式を整理すると，

$x^2+x-56=0$

$(x+8)(x-7)=0$

$x=-8,\ 7$

x は自然数なので， $x=-8$ は問題にあわない。 $x=7$ は問題にあう。

<u>小さいほうの自然数は 7</u>

[問題]
　連続する 3 つの自然数を，それぞれ 2 乗して足すと 365 であった。もとの 3 つの自然数のうち，もっとも小さい数を求めよ。
(愛知県)(**)
[解答欄]

[ヒント]
一番小さい自然数を x とすると，連続する 3 つの自然数は，x，$x+1$，$x+2$ と表すことができる。また，真ん中の数を x とすると，連続する 3 つの自然数は，$x-1$，x，$x+1$ と表すことができる(こちらの方が計算が簡単になることが多い)。
[解答]10
[解説]
真ん中の数を x とすると，連続する 3 つの自然数は，$x-1$，x，$x+1$ と表すことができる。
連続する 3 つの自然数を，それぞれ 2 乗して足すと 365 なので，

$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=365$

$x^2-2x+1+x^2+x^2+2x+1=365$

$3x^2+2=365$

$3x^2=363$

$x^2=121$

$x>0$ なので， $x=11$

$x=11$ は問題に合う。

よって，一番小さい数は $x-1=11-1=10$

[問題]

1～20 までの正の整数から 3 つの数を選び，それぞれ A，B，C とする。B は A より 5 小さい数であり，C は A の 2 倍より 1 小さい数である。A と B の積が C を 3 倍したものより 25 小さいとき，整数 A，B，C をそれぞれ求めよ。方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書け。

(佐賀県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

A＝xとすると，B＝$x-5$，C＝$2x-1$になる。

[解答]

A＝xとすると，B＝$x-5$，C＝$2x-1$なので，

$x\times(x-5)=(2x-1)\times3-25$

式を整理すると，

$x^2-11x+28=0$

$(x-4)(x-7)=0$

$x=4,\ 7$

$x=4$のとき，A＝4，B＝4－5＝－1，C＝8－1＝7　A，B，C は正の整数なので，B＝－1 は問題にあわない。$x=7$のとき，A＝7，B＝7－5＝2，C＝14－ 1 ＝13 で，問題にあう。

<u>A＝7，B＝2，C＝13</u>

[解説]

A＝xとする。

「B は A より 5 小さい」ので，B＝$x-5$

「C は A の 2 倍より 1 小さい」ので，C＝$2x-1$

「A と B の積が C を 3 倍したものより 25 小さい」ので，

A×B＝C×3－25

$x\times(x-5)=(2x-1)\times3-25$

[問題]

ある正の数xに 4 を加えて 2 乗するところを，誤ってxに 2 を加えて 4 倍したため，正しい答えより 29 小さくなった。この正の数xを求めよ。

(千葉県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

(正しい答え)＝$(x+4)^2$

(誤った答え)＝$(x+2)\times 4$ ＝ $4(x+2)$

[解答]

$4(x+2)=(x+4)^2-29$

整理すると，

$x^2+4x-21=0$

$(x+7)(x-3)=0$

$x=-7,\ 3$

$x>0$なので$x=-7$は問題にあわない。

$x=3$は問題にあう。

[解説]

正しい答えは，「ある正の数xに 4 を加えて 2 乗」して得られる数なので，

(正しい答え)＝$(x+4)^2$である。

誤った答えは，「xに 2 を加えて 4 倍」して得られる数なので，

(誤った答え)＝$(x+2)\times 4$ ＝ $4(x+2)$

誤った答えは，「正しい答えより 29 小さくなった」ので，

(誤った答え)＝(正しい答え)－29　よって，$4(x+2)=(x+4)^2-29$

[問題]

2 けたの自然数がある。この自然数の一の位の数は十の位の数より 3 小さい。また，十の位の数の 2 乗は，もとの自然数より 15 小さい。もとの自然数の十の位の数を x として方程式をつくり，もとの自然数を求めよ。

(栃木県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

十の位の数は x，一の位の数は $x-3$ なので，

(もとの自然数)＝$10x+x-3$ である。

[解答]

$x^2=10x+x-3-15$

$x^2-11x+18=0$

$(x-2)(x-9)=0$

$x=2, 9$

$x=2$ のとき，(一の位の数)＝$x-3=2-3=-1$

したがって，$x=2$ は問題にあわない。

$x=9$ のとき，(一の位の数)＝$x-3=9-3=6$

したがって，$x=9$ は問題にあう。

<u>もとの自然数は 96</u>

[解説]

もとの自然数の十の位の数を x とし，「一の位の数は十の位の数より 3 小さい」ので，

(一の位の数)＝$x-3$ である。

したがって，

(もとの自然数)＝(十の位の数)×10＋(一の位の数)＝$x\times10+x-3=10x+x-3$

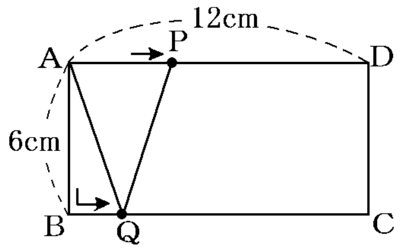
「十の位の数の 2 乗は，もとの自然数より 15 小さい」ので，

$x^2=10x+x-3-15$

【】動点

[問題]

右の図のように，AB＝6cm，AD＝12cm の長方形 ABCD がある。点 P は頂点 A から毎秒 1cm の速さで辺 AD を頂点 D に向かって移動する。点 Q は頂点 A から毎秒 2cm の速さで辺 AB，辺 BC，辺 CD の順に頂点 D に向かって移動する。ただし，点 P，点 Q はそれぞれ頂点 A を同時に出発し，頂点 D に到着したときに止まるものとする。点 P，点 Q が頂点 A を出発して，点 Q が x 秒後に辺 CD 上にあるとき，次の各問いに答えよ。



(1) 線分 DQ の長さを x を用いて表せ。

(2) △APQ の面積が 20cm² となるのは，点 P，点 Q が頂点 A を出発して何秒後か求めよ。

(佐賀県)(***)

[解答欄]

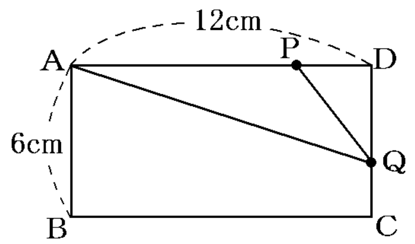
(1)	(2)

[ヒント]

(1) 点 Q が x 秒後に辺 CD 上にあるとき，

AB＋BC＋CQ＝$2x$

(2) (△APQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AP×DQ＝20



[解答](1) $24-2x$ (cm)　(2) 10 秒後

[解説]

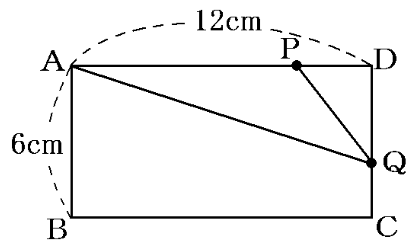
(1) 点 Q は頂点 A から毎秒 2cm の速さで進むので，

x 秒では $2\times x=2x$ (cm)進む。したがって，右図のように，

点 Q が辺 CD 上にあるとき，AB＋BC＋CQ＝$2x$

となる。よって，6＋12＋CQ＝$2x$，CQ＝$2x-18$

DQ＝CD－CQ＝$6-(2x-18)$＝$24-2x$



(2) 点 P は頂点 A から毎秒 1cm の速さで辺 AD を頂点 D に向かって移動するので，

x 秒では $1\times x=x$ (cm)進む。したがって，AP＝x

(△APQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AP×DQ＝20

$\dfrac{1}{2}\times x\times(24-2x)=20$，$12x-x^2=20$，$x^2-12x+20=0$，$(x-2)(x-10)=0$

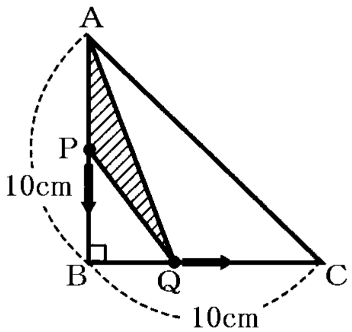
よって，$x=2,\ 10$

点 Q は辺 CD 上にあるので，$9\leqq x\leqq 12$　よって，$x=2$ は不適，$x=10$ は適する。

したがって，△APQ の面積が 20cm² となるのは，頂点 A を出発して 10 秒後である。

[問題]

右の図の△ABC は，AB＝BC＝10cm，∠B＝90°の直角二等辺三角形である。点 P は△ABC の辺上を，毎秒 2cm の速さで，A から B を通って C まで動く。点 Q は辺 BC 上を毎秒 1cm の速さで B から C まで動く。△APQ の面積が 16cm^2 となるのは，2 点 P，Q がそれぞれ A，B を同時に出発してから，何秒後と何秒後であるか求めよ。



(沖縄県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

次の図 1，図 2 の場合に分けて考える。

図1

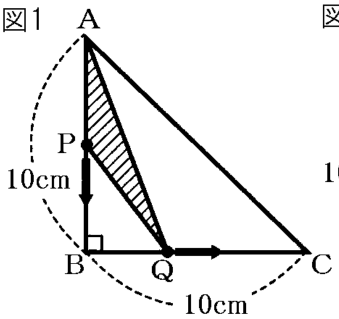
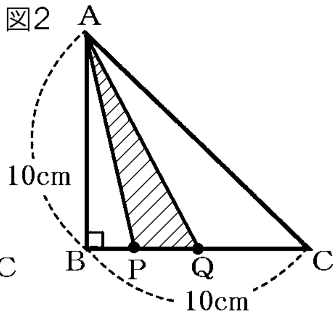


図2



[解答]4 秒後，$\dfrac{34}{5}$秒後

[解説]

2 点 P, Q が出発してからの時間を x 秒とする。点 P は毎秒 2cm の速さで A→B→C と進むので, B を通過するのは，5 秒後(10÷2＝5)，C に到着するのは 10 秒後である。

右の図 1, 図 2 の場合に分けて考える。

図1

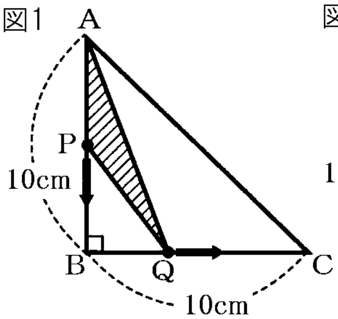


図2

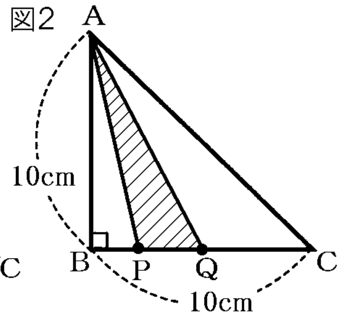


図 1：$0 \leqq x < 5$ のとき

P は毎秒 2cm の速さで進むので，AP＝$2 \times x = 2x$

Q は毎秒 1cm の速さで進むので，BQ＝$1 \times x = x$

(△APQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AP×BQ＝16

$\dfrac{1}{2} \times 2x \times x = 16$， $x^2 = 16$， $x = \pm 4$

$0 \leqq x < 5$ なので，$x=4$ は適する。$x=-4$ は不適。

図 2：$5 \leqq x \leqq 10$ のとき

P は毎秒 2cm の速さで進むので，AB＋BP＝$2x$，10＋BP＝$2x$，BP＝$2x-10$

Q は毎秒 1cm の速さで進むので，BQ＝x

よって，PQ＝BQ－BP＝$x-(2x-10)=-x+10$

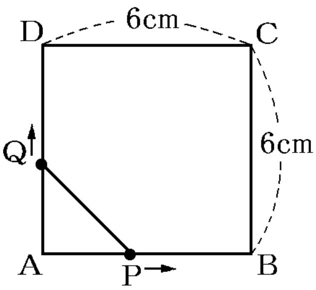
(△APQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×PQ×AB＝16

$\dfrac{1}{2}\times(-x+10)\times 10=16$，$-5x+50=16$，$-5x=-34$，$x=\dfrac{34}{5}$

$5 \leqq x \leqq 10$ なので，$x=\dfrac{34}{5}$ は適する。

[問題]

右の図の正方形 ABCD は，1 辺の長さが 6cm である。点 P，Q は，同時に点 A を出発し，点 P は正方形の辺上を点 B，C の順に通って点 D まで毎秒 1cm の速さで進んで止まる。点 Q は正方形の辺上を点 D まで毎秒 1cm の速さで進んで止まる。点 P，Q が出発してから，x 秒後の△APQ の面積が 16cm^2 になるときの x の値をすべて求めよ。

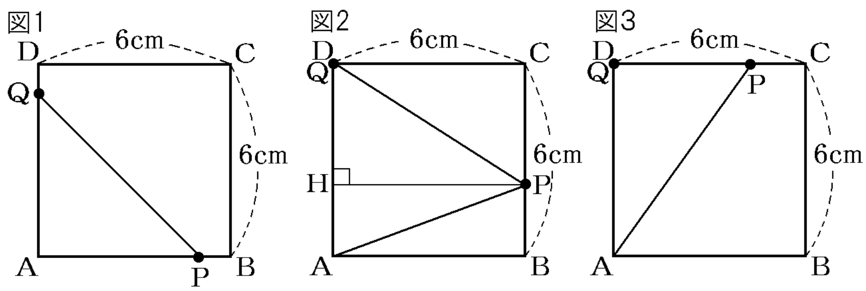


(青森県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

次の図 1，図 2，図 3 の場合に分けて考える。



[解答] $x=4\sqrt{2}$，$\dfrac{38}{3}$

[解説]

点 Q は 6 秒後に D に到着した後は D にとどまる。点 P は 6 秒後に点 B，12 秒後に C を通過し，18 秒後に D に到着する。

図1

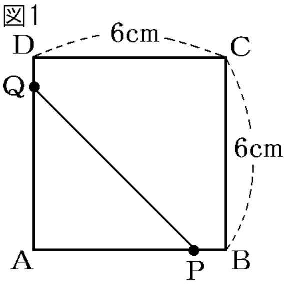


図2

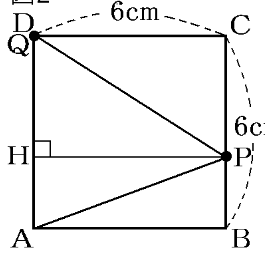


図3

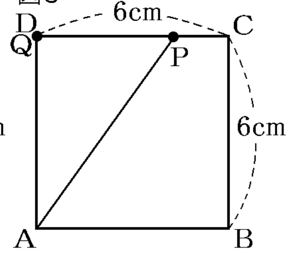


図 1～3 の場合に分けて考える。

図 1：0≦ x ＜6 のとき

(△APQ の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×AP×AQ＝16

AP＝AQ＝ x なので， $\frac{1}{2}\times x\times x=16$， $x^2=32$， $x=\pm\sqrt{32}=\pm4\sqrt{2}$

0≦ x ＜6 なので， $x=4\sqrt{2}$ は適する。 $x=-4\sqrt{2}$ は不適。

図 2：6≦ x ＜12 のとき

AQ を底辺とすると，高さは PH なので，

(△APQ の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×AQ×PH＝ $\frac{1}{2}$ ×6×6 ＝18(cm^2)となり，面積が 16cm^2 になることはない。

図 3：12≦ x ≦18 のとき

AB＋BC＋CP＝ x なので，6＋6＋CP＝ x，CP＝ x －12

よって，PQ＝CD－CP＝6－(x －12)＝－ x +18

(△APQ の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×PQ×AQ＝16

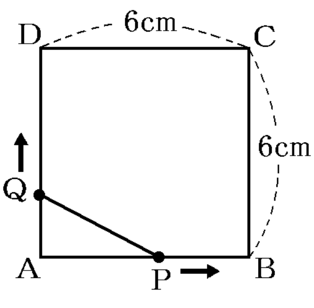
$\frac{1}{2}\times(-x+18)\times6=16$， $-3x+54=16$， $-3x=-38$， $x=\frac{38}{3}$

$x=\frac{38}{3}$ は 12＜ x ≦18 を満たすので適する。

[問題]

　右の図のような 1 辺が 6cm の正方形 ABCD がある。点 P，Q は，点 A を同時に出発して，点 P は毎秒 2cm の速さで正方形の辺上を反時計回りに動き，点 Q は毎秒 1cm の速さで正方形の辺上を時計回りに動く。また，点 P，Q は出会うまで動き，出会ったところで停止する。△APQ の面積が 6cm^2 となるのは，点 P，Q が点 A を出発して何秒後か。すべて求めよ。

(愛媛県)(***)



[解答欄]

[ヒント]

次の図 1，図 2，図 3 の場合に分けて考える。

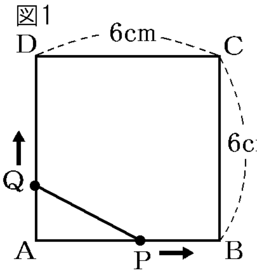
図1


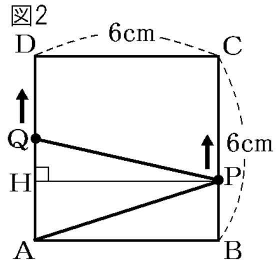
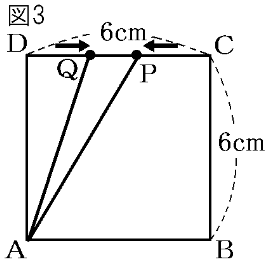
図2


図3


[解答] $\sqrt{6}$ 秒後， $\dfrac{22}{3}$ 秒後

[解説]

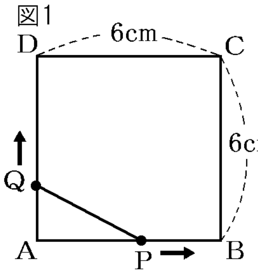
図1


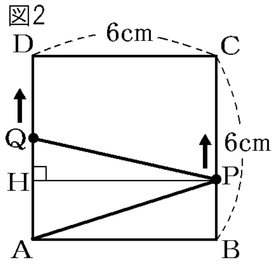
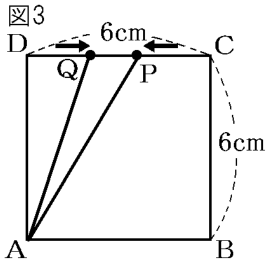
図2


図3


点 P は毎秒 2cm の速さで進むので，3 秒後に B を通過し，6 秒後に C を通過する。点 Q は毎秒 1cm の速さで進むので，6 秒後に D を通過する。P と Q が出会うのは，6×4÷(2＋1)＝8 秒後である。図 1～3 の場合に分けて考える。

図 1：$0 \leqq x < 3$ のとき

(△APQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AP×AQ＝6

AP＝$2x$，AQ＝x なので，

$\dfrac{1}{2} \times 2x \times x = 6$， $x^2 = 6$， $x = \pm\sqrt{6}$

$0 \leqq x < 3$ なので， $x = \sqrt{6}$ は適する。 $x = -\sqrt{6}$ は不適。

図 2：$3 \leqq x < 6$ のとき

(△APQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AQ×PH＝6

AQ＝x，PH＝6 なので，

$\dfrac{1}{2} \times x \times 6 = 6$， $3x = 6$， $x = 2$

$3 \leqq x < 6$ なので， $x = 2$ は不適。

図 3：$6 \leqq x \leqq 8$ のとき
点 P は毎秒 2cm の速さで進むので,
AB＋BC＋CP＝$2x$，6＋6＋CP＝$2x$，CP＝$2x-12$
点 Q は毎秒 1cm の速さで進むので,
AD＋DQ＝x，6＋DQ＝x，DQ＝$x-6$
PQ＝CD－CP－DQ＝$6-(2x-12)-(x-6)=-3x+24$

(△APQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×PQ×AD＝6

$\dfrac{1}{2}\times(-3x+24)\times 6=6$，$-3x+24=2$，$-3x=-22$，$x=\dfrac{22}{3}$

$6 \leqq x \leqq 8$ なので，$x=\dfrac{22}{3}$ は適する。

【】2 次方程式のその他の応用

[問題]

1 個 100 円で売ると, 1 日に 240 個売れる商品がある。この商品は 1 円値下げするごとに, 1 日あたり 4 個多く売れる。この商品を x 円値下げした日の売り上げは 25600 円であった。このとき, x の方程式をつくり, 何円値下げしたかを求めよ。

(栃木県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

x 円値下げしたものとすると, 売値は $100-x$ (円)で, $240+4x$ (個)売れる。

[解答]

x 円値下げしたものとすると, 売値は $100-x$ (円)で $240+4x$ (個)売れるので,

$(100-x)\times(240+4x)=25600$

式を整理すると,

$x^2-40x+400=0$

$(x-20)^2=0$

$x=20$

$x=20$ は問題にあう。

<u>20 円値下げした。</u>

[解説]

x 円値下げしたものとする。

「この商品は 1 円値下げするごとに, 1 日あたり 4 個多く売れる」ので,

x 円値下げすると, 1 日あたり $240+4x$ (個)売れる。このときの売値は $100-x$ (円)で,

(売値)×(個数)＝25600(円)なので,

$(100-x)\times(240+4x)=25600$

[問題]

商品 A は，1 個 120 円で売ると 1 日あたり 240 個売れ，1 円値下げするごとに 1 日あたり 4 個多く売れるものとする。次の各問いに答えよ。

(1) 1 個 110 円で売るとき，1 日で売れる金額の合計はいくらになるか。

(2) x 円値下げするとき，1 日あたり何個売れるかを，x を使った式で表せ。

(3) 1 個 120 円で売るときよりも，1 日で売れる金額の合計を 3600 円増やすためには，1 個何円で売るとよいか。

(岐阜県)(**)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 30800 円　(2) $4x+240$ (個)　(3) 90 円

[解説]

(1) 10 円値下げしているので，4(個)×10＝40(個)多い，240＋40＝280(個)売れる。

このとき，(1 日で売れる金額の合計)＝110(円)×280(個)＝30800(円)になる。

(2) 1 円値下げするごとに 1 日あたり 4 個多く売れるので，x 円値下げすると，$4\times x=4x$ (個)多く売れる。したがって，1 日で，$4x+240$ (個)売れる。

(3) x 円値下げして売ると，(2)より，$4x+240$ (個)売れる。

このとき，(売上金額)＝$(120-x)$(円)×$(4x+240)$(個)＝$(120-x)(4x+240)$(円) になる。

1 個 120 円で売ると 240 個売れるので，売上金額は 120(円)×240(個)＝28800(円)になる。

売り上げが 3600 円増えると，28800＋3600＝32400(円)なので，

$(120-x)(4x+240)=32400$ が成り立つ。

$480x+28800-4x^2-240x=32400$

$-4x^2+240x-3600=0$

$x^2-60+900=0$

$(x-30)^2=0$

$x=30$

これは問題にあう。

したがって，(1 個の売値)＝$120-x$＝120－30＝90(円)

[問題]

4 つの数 $a,\ b,\ c,\ d$ について $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=ab-cd$ とする。たとえば，$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}=2\times3-4\times5=-14$ である。$\begin{bmatrix} x & x \\ 1 & 3x \end{bmatrix}=3$ をみたす x の値を求めよ。方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書け。

(鹿児島県)(**)

[解答欄]

[解答]

$\begin{bmatrix} x & x \\ 1 & 3x \end{bmatrix} = 3$ より， $x \times x - 1 \times 3x = 3$

$x^2 - 3x - 3 = 0$

$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2}$

$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$

【】整数解の問題

[問題]

和歌子さんは，1 個 80 円のキウイフルーツを a 個，1 個 120 円のグレープフルーツを b 個買ったところ，代金は 800 円であった。このとき考えられるキウイフルーツとグレープフルーツの買い方の個数の組み合わせを，a と b の値の組(a，b)として，すべて求めよ。ただし，必ずキウイフルーツとグレープフルーツの両方を買うものとする。

(和歌山県)(***)

[解答欄]

（a，b）＝

[ヒント]

$80a+120b=800$ より $a=\dfrac{20-3b}{2}$

b ＝1，2，3･･･と代入して，a が自然数になるものをさがす。

[解答](a，b)＝(1，6)，(4，4)，(7，2)

[解説]

「1 個 80 円のキウイフルーツを a 個，1 個 120 円のグレープフルーツを b 個買ったところ，代金は 800 円であった」とあるので，

$80a+120b=800$

$2a+3b=20$，$2a=20-3b$，$a=\dfrac{20-3b}{2}$

「必ずキウイフルーツとグレープフルーツの両方を買うものとする」とあるので，

$a \geqq 1$，$b \geqq 1$

$b=1$ のとき，$a=\dfrac{20-3\times 1}{2}=\dfrac{17}{2}$　不適

$b=2$ のとき，$a=\dfrac{20-3\times 2}{2}=\dfrac{14}{2}=7$　適する

$b=3$ のとき，$a=\dfrac{20-3\times 3}{2}=\dfrac{11}{2}$　不適

$b=4$ のとき，$a=\dfrac{20-3\times 4}{2}=\dfrac{8}{2}=4$　適する

$b=5$ のとき，$a=\dfrac{20-3\times 5}{2}=\dfrac{5}{2}$　不適

$b=6$ のとき，$a=\dfrac{20-3\times 6}{2}=\dfrac{2}{2}=1$　適する

$b=7$ のとき，$a=\dfrac{20-3\times 7}{2}=-\dfrac{1}{2}$　不適

$b \geqq 8$のとき，$a < 0$となるので，不適
したがって，$(a,\ b)=(1,\ 6),\ (4,\ 4),\ (7,\ 2)$

[問題]

1 箱 60 円のチョコレートと 1 個 40 円のあめが売られている。このチョコレートとあめを買うとき，代金をちょうど 500 円にするには，買い方は全部で何通りあるか。ただし，必ずチョコレートとあめの両方を買うものとする。

(広島県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

チョコレートをn個，あめをm個買うものとすると，

$60n+40m=500$，$m=\dfrac{25-3n}{2}$

$n=1,\ 2,\ 3\cdots$と代入して，mが自然数になるものをさがす。

[解答]4 通り

[解説]

チョコレートをn個，あめをm個買うものとする。

「1 箱 60 円のチョコレート」n個と「1 個 40 円のあめ」m個で，「代金をちょうど 500 円にする」ので，

$60n+40m=500$，$3n+2m=25$，$2m=25-3n$

$m=\dfrac{25-3n}{2}$

「必ずチョコレートとあめの両方を買うものとする」とあるので，$n \geqq 1$，$m \geqq 1$

$n=1$のとき，$m=\dfrac{25-3\times1}{2}=\dfrac{22}{2}=11$　適する

$n=2$のとき，$m=\dfrac{25-3\times2}{2}=\dfrac{19}{2}$　不適

$n=3$のとき，$m=\dfrac{25-3\times3}{2}=\dfrac{16}{2}=8$　適する

$n=4$のとき，$m=\dfrac{25-3\times4}{2}=\dfrac{13}{2}$　不適

$n=5$のとき，$m=\dfrac{25-3\times5}{2}=\dfrac{10}{2}=5$　適する

$n=6$のとき，$m=\dfrac{25-3\times 6}{2}=\dfrac{7}{2}$　不適

$n=7$のとき，$m=\dfrac{25-3\times 7}{2}=\dfrac{4}{2}=2$　適する

$n=8$のとき，$m=\dfrac{25-3\times 8}{2}=\dfrac{1}{2}$　不適

$n=9$のとき，$m=\dfrac{25-3\times 9}{2}=-\dfrac{2}{2}=-1$　不適

$n\geqq 10$のとき，$m<0$となるので，不適

したがって，$(m,\ n)$＝(1，11)，(3，8)，(5，5)，(7，2)の 4 通り

[問題]

　2 次方程式$x^2+ax-b=0$の解の 1 つが$x=-3$であるとき，a, bの値の組は 2 つある。2 つの$a,\ b$の値の組$(a,\ b)$を求めよ。ただし，$a,\ b$は自然数であるとする。

(岐阜県)(***)

[解答欄]

$(a,\ b)$＝

[ヒント]

$x^2+ax-b=0$に$x=-3$を代入すると，

$9-3a-b=0$，$b=9-3a$

a＝1，2，3･･･と代入して，bが自然数になるものをさがす。

[解答]$(a,\ b)$＝(1，6)，(2，3)

[解説]

「2 次方程式$x^2+ax-b=0$の解の 1 つが$x=-3$である」ので，

$x^2+ax-b=0$に$x=-3$を代入すると，

$9-3a-b=0$，$b=9-3a$

$a=1$のとき，$b=9-3\times 1=6$　適する

$a=2$のとき，$b=9-3\times 2=3$　適する

$a=3$のとき，$b=9-3\times 3=0$　不適(bは自然数なので)

$a\geqq 4$のとき，bは負の数になるので不適

よって，$(a,\ b)$＝(1，6)，(2，3)

[問題]

$\dfrac{60}{2n+1}$ が整数となるような自然数 n をすべて求めよ。

(埼玉県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

$\dfrac{60}{2n+1}$ が整数になるためには, $2n+1$ は 60 の約数でなければならない。

[解答] $n=1,\ 2,\ 7$

[解説]

$\dfrac{60}{2n+1}$ が整数になるためには, $2n+1$ は 60 の約数でなければならない。

60 の約数は, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 である。

n は自然数なので, $2n+1$ は 3 以上の奇数である。

したがって, $2n+1$ は, 3, 5, 15 のいずれかである。

$2n+1=3$ のとき, $2n=2,\ n=1$

$2n+1=5$ のとき, $2n=4,\ n=2$

$2n+1=15$ のとき, $2n=14,\ n=7$

よって, $n=1,\ 2,\ 7$

【FdData 入試製品版のご案内】
詳細は，[FdData 入試ホームページ]に掲載（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）
姉妹品：[FdData 中間期末ホームページ]（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆印刷・編集
この PDF ファイルは，FdData 入試を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 入試は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 入試の特徴
FdData 入試は，公立高校入試問題の全傾向を網羅することを基本方針に編集したワープロデータ(Word 文書)です。 入試理科・社会・数学ともに，過去に出題された公立高校入試の問題をいったんばらばらに分解して，細かい単元ごとに再編集して作成しております。

◆サンプル版と製品版の違い
ホームページ上に掲載しておりますサンプルは，製品の Word 文書を PDF ファイルに変換したもので印刷や編集はできませんが，製品の全内容を掲載しており，どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。
しかし，FdData 入試がその本来の力を発揮するのは印刷や編集ができる製品版においてです。また，製品版は，すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」，編集に適した「問題解答一体形式」，などの形式を含んでいますので，目的に応じて活用することができます。
※FdData 入試の特徴(QandA 方式)（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆FdData 入試製品版(Word 版)の価格(消費税込み)
※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
数学 1 年(4400 円)，数学 2 年(6400 円)，数学 3 年(9600 円)：(統合版は 16,200 円)
理科 1 年(6800 円)，理科 2 年(6800 円)，理科 3 年(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
社会地理(6800 円)，社会歴史(6800 円)，社会公民(6800 円)：(統合版は 16,200 円)
※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。
(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は，メール(info2@fdtext.com)，または電話(092-811-0960)で承っております。
※注文→インストール→編集･印刷の流れ （[Shift]＋左クリック）
※注文メール記入例 （[Shift]＋左クリック）

【Fd 教材開発】 Mail： info2@fdtext.com Tel ：092-811-0960