

## 【FdData 高校入試：中学数学 3 年：円】

[円の角：円周角と中心角／角を分割／円周角・平行線／直径→90°／弧の長さと角／その他／円と合同など：正三角形・二等辺三角形／その他／円と相似：円周角／直径→90°／弧の長さと円周角／角の二等分線／その他／FdData 入試製品版のご案内]

[FdData 入試ホームページ]掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧]

※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます  
数学： [数学 1 年], [数学 2 年], [数学 3 年]

理科： [理科 1 年], [理科 2 年], [理科 3 年]

社会： [社会地理], [社会歴史], [社会公民]

※全内容を掲載しておりますが、印刷はできないように設定しております

### 【】円の角

### 【】円周角と中心角

[円周角と中心角]

[問題]

右図のような円 Oにおいて、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(長崎県)(\*)

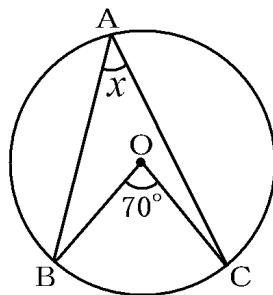
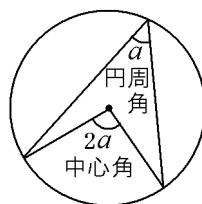
[解答欄]

[ヒント]

$$(円周角) = (\text{中心角}) \div 2$$

$$(\text{中心角}) = (\text{円周角}) \times 2$$

[解答] $35^\circ$

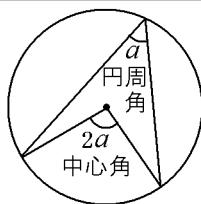


[解説]

<Point>

$$(円周角) = (\text{中心角}) \div 2$$

$$(\text{中心角}) = (\text{円周角}) \times 2$$



右図で、 $\angle APB$  は弧  $AB$  に対する円周角で、

$\angle AOB$  は弧  $AB$  に対する中心角である。

$\angle OPA = a$ ,  $\angle OPB = b$  とする。

$\triangle OAP$  は  $OA = OP$  の二等辺三角形なので、

$\angle OAP = \angle OPA = a$

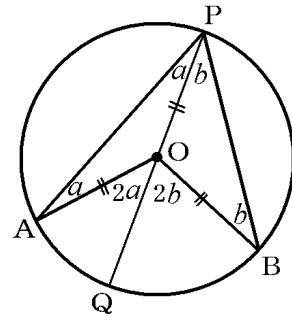
よって、 $\angle AOQ = \angle OAP + \angle OPA = a + a = 2a$

同様に、 $\angle BOQ = 2b$

したがって、 $\angle AOB = \angle AOQ + \angle BOQ = 2a + 2b = 2(a + b)$  よって、 $\angle AOB = 2\angle APB$

この問題では、(弧  $BC$  の円周角  $\angle BAC$ ) =  $\frac{1}{2}$ (弧  $BC$  の中心角  $\angle BOC$ )

よって、 $\angle x = 70^\circ \div 2 = 35^\circ$



### [問題]

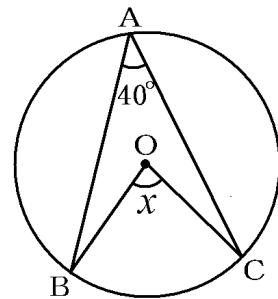
右の図のように、円  $O$  の円周上に 3 点  $A$ ,  $B$ ,  $C$  をとる。

$\angle BAC = 40^\circ$  のとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(北海道)(\*)

[解答欄]

[解答]  $80^\circ$



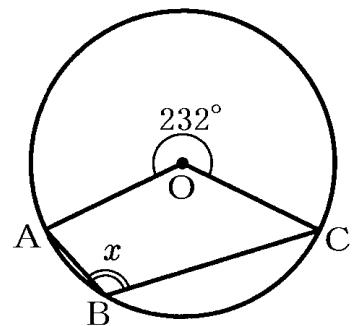
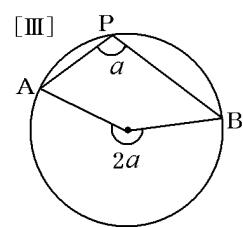
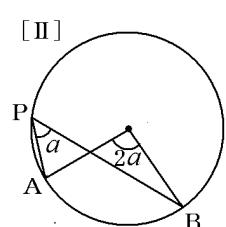
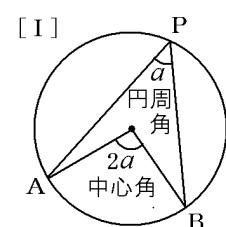
### [問題]

右の図において、点  $O$  は円の中心であり、点  $A$ ,  $B$ ,  $C$  は円周上の点であるとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(山梨県)

[解答欄]

[ヒント]

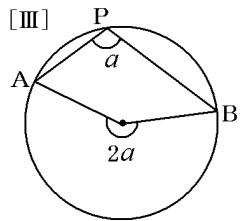
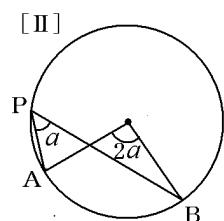
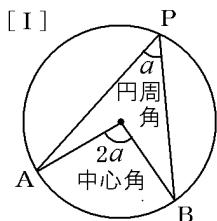


円周角と中心角の関係は、[I]の他、[II]や[III]の場合などにも成り立つ。

[解答]  $116^\circ$

[解説]

<Point> (円周角) = (中心角)  $\div 2$ , (中心角) = (円周角)  $\times 2$



$$x = 232^\circ \div 2 \sim 116^\circ$$

[問題]

右の図において、点 A, B, C は円 O の周上の点である。

$\angle x$  の大きさを求めよ。

(栃木県)(\*)

[解答欄]

[解答]  $113^\circ$

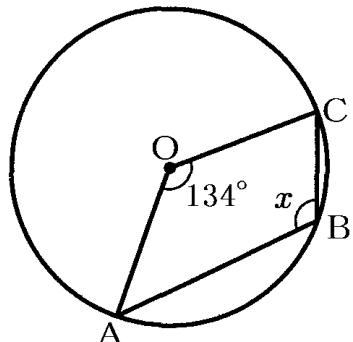
[解説]

右図のように、

$$2x + 134^\circ = 360^\circ,$$

$$2x = 360^\circ - 134^\circ,$$

$$2x = 226^\circ, \quad x = 113^\circ$$



[問題]

右の図のように、半径 10cm の円 O の周上  
がある。 $\angle BAC = 72^\circ$  のとき、斜線部分の面積を求めよ。

(島根県)(\*)

[解答欄]

[解答]  $40\pi \text{ cm}^2$

[解説]

$$\angle BOC = 72^\circ \times 2 = 144^\circ$$

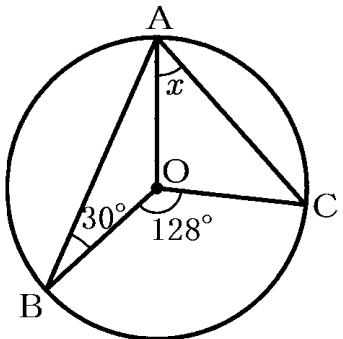
$$(\text{斜線部分の面積}) = \pi \times 10^2 \times \frac{144^\circ}{360^\circ} = 100\pi \times \frac{2}{5} = 40\pi (\text{cm}^2)$$

[問題]

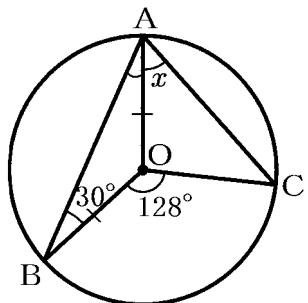
右の図で、3点A, B, Cは、円Oの周上の点で、  
 $\angle OBA = 30^\circ$ ,  $\angle BOC = 128^\circ$  である。このとき、  
 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(岩手県)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $34^\circ$

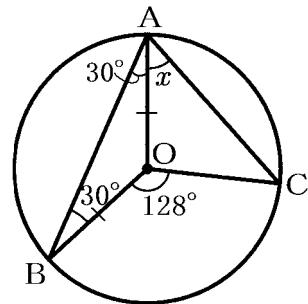
[解説]

右図のように、 $OA=OB=(\text{半径})$ なので、 $\triangle OAB$ は二等辺三角形である。したがって、 $\angle OAB=\angle OBA=30^\circ$  になる。  
 よって、 $\angle BAC=x^\circ+30^\circ$  になる。

(円周角)=(中心角) $\div 2$  なので、

$$x^\circ+30^\circ=128 \div 2, \quad x^\circ+30^\circ=64^\circ$$

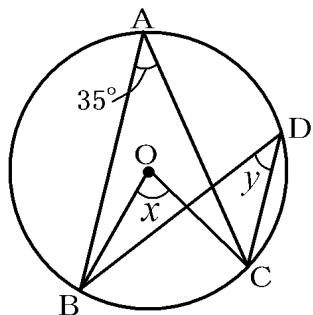
$$\text{したがって}, \quad x=64^\circ-30^\circ=34^\circ$$



[同じ弧の円周角は等しい]

[問題]

次の図で、 $\angle x$ ,  $\angle y$  の大きさを求めよ。



(補充問題)

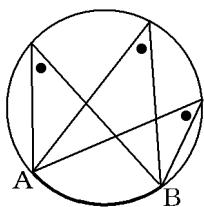
[解答欄]

$\angle x =$

$\angle y =$

[ヒント]

同じ弧(AB)に対する  
円周角の大きさは等しい

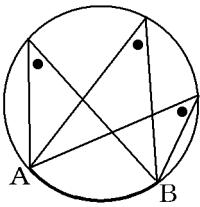


[解答]  $\angle x = 70^\circ$      $\angle y = 35^\circ$

[解説]

<Point>

同じ弧(AB)に対する  
円周角の大きさは等しい



$\angle BAC = 35^\circ$  は弧 BC に対する円周角である。

$\angle BOC = x$  は弧 BC に対する中心角なので,

(中心角) = (円周角)  $\times 2$  より,  $x = \angle BAC \times 2 = 35^\circ \times 2 = 70^\circ$

次に,  $y$  を求める。

$\angle BDC = y$  は弧 BC の円周角である。

(円周角) = (中心角)  $\div 2$  なので,  $y = x \div 2 = 70^\circ \div 2 = 35^\circ$

一般に, 同じ弧に対する円周角は, その弧の中心角の半分なので,

同じ弧に対する円周角どうしは等しくなる。

[問題]

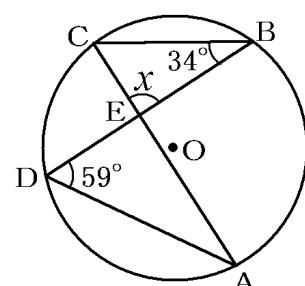
右の図の円 O で,  $\angle x$  の大きさを求めよ。

(山口県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]

弧 AB の円周角なので,  $\angle ACB = \angle ADB$



[解答]  $87^\circ$

[解説]

弧 AB の円周角なので、

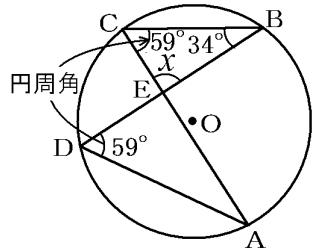
$$\angle ACB = \angle ADB = 59^\circ$$

$\triangle BCE$  で、内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle x + 34^\circ + \angle ACB = 180^\circ$$

$$\angle x + 34^\circ + 59^\circ = 180^\circ$$

$$\text{よって}, \angle x = 180^\circ - (34^\circ + 59^\circ) = 87^\circ$$

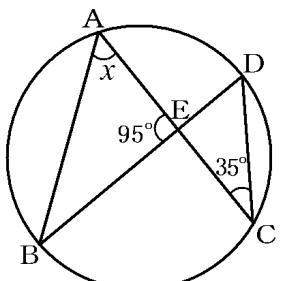


[問題]

右の図のように、円周上に 4 点 A, B, C, D があり、線分 AC と線分 BD の交点を E とする。 $\angle ACD = 35^\circ$ ,  $\angle AEB = 95^\circ$  のとき、 $\angle x$  の大きさは何度か。

(広島県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]

弧 AD の円周角なので、 $\angle ABD = \angle ACD$

[解答]  $50^\circ$

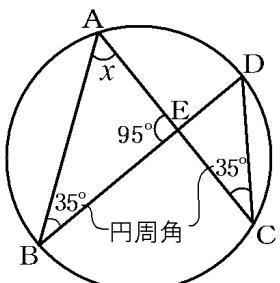
[解説]

弧 AD の円周角なので、 $\angle ABD = \angle ACD = 35^\circ$

$\triangle ABE$  で、内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle x + 35^\circ + 95^\circ = 180^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - (35^\circ + 95^\circ) = 50^\circ$$

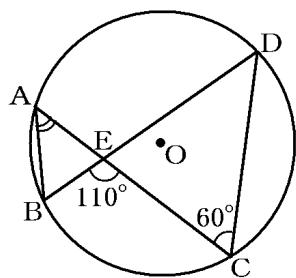


[問題]

右の図において、4 点 A, B, C, D は円 O の周上にあり、線分 AC, BD の交点を E とする。 $\angle BEC = 110^\circ$ ,  $\angle ACD = 60^\circ$  のとき、 $\angle BAC$  の大きさを求めよ。

(山梨県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]

弧 AD の円周角なので， $\angle ABD = \angle ACD$

[解答]50°

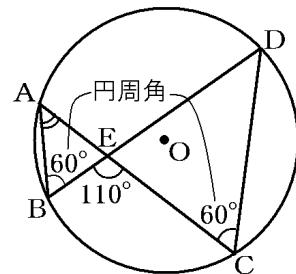
[解説]

弧 AD の円周角なので， $\angle ABD = \angle ACD = 60^\circ$

△ABE で，三角形の外角は，そのとなりになりない 2 つの内角の和に等しいので， $\angle BAE + 60^\circ = 110^\circ$

$$\angle BAE = 110^\circ - 60^\circ = 50^\circ$$

$$\angle BAC = \angle BAE = 50^\circ$$



[問題]

右の図で，3 点 A, B, C が，円 O の周上にあるとき，  
 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(岩手県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]

弧 AB の円周角と中心角なので， $\angle ACB = \angle AOB \div 2$

[解答]82°

[解説]

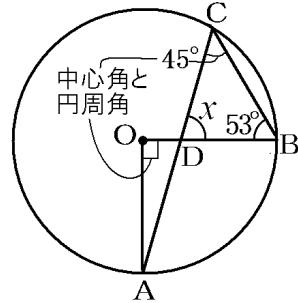
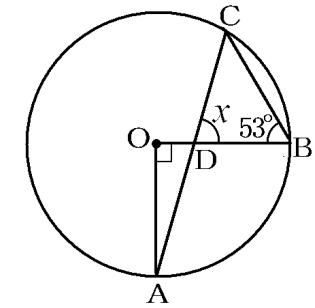
弧 AB の円周角と中心角なので，

$$\angle ACB = \angle AOB \div 2 = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$$

△BCD で，三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので，

$$\angle x + \angle ACB + 53^\circ = 180^\circ, \angle x + 45^\circ + 53^\circ = 180^\circ$$

$$\text{よって， } \angle x = 180^\circ - 45^\circ - 53^\circ = 82^\circ$$



[問題]

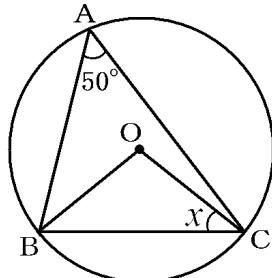
右の図のように，円 O の周上に 3 つの点 A, B, C があり， $\angle BAC = 50^\circ$  であるとき， $\angle x$  の大きさを答えよ。

(新潟県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]

弧 BC の円周角と中心角なので， $\angle BOC = \angle BAC \times 2$



[解答]  $40^\circ$

[解説]

弧BCの円周角と中心角なので、

$$\angle BOC = \angle BAC \times 2 = 50^\circ \times 2 = 100^\circ$$

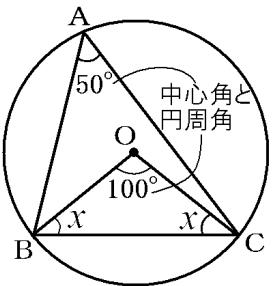
△OBCはOB=OC(半径)なので、二等辺三角形で、

$$\angle OBC = \angle OCB = x$$

△OBCで、三角形の内角の和は $180^\circ$ なので、

$$x + x + 100^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 80^\circ, x = 40^\circ$$

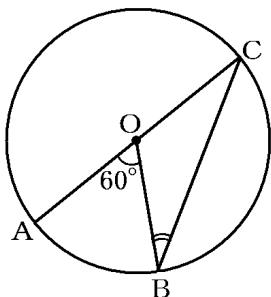


[問題]

右図において、点A, B, Cは円Oの周上の点であり、ACは円Oの直径である。このとき、 $\angle OBC$ の大きさを求めよ。

(栃木県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]

弧ABの円周角と中心角なので、 $\angle OCB = \angle AOB \div 2$

[解答]  $30^\circ$

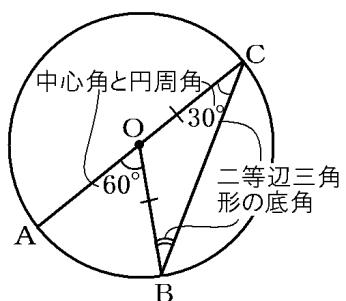
[解説]

弧ABの円周角と中心角なので、

$$\angle OCB = \angle AOB \div 2 = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$$

△OBCはOB=OC(半径)の二等辺三角形なので、

$$\angle OBC = \angle OCB = 30^\circ$$

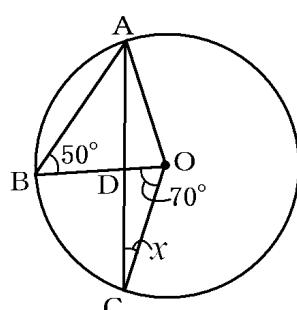


[問題]

右の円Oで $\angle x$ の大きさを求めよ。

(青森県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]

弧 BC の円周角と中心角なので、 $\angle BAC = \angle BOC \div 2$

次に $\angle ADO$  に着目。

[解答]15°

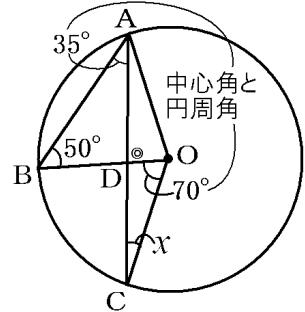
[解説]

弧 BC の円周角と中心角なので、

$$\angle BAC = \angle BOC \div 2 = 70^\circ \div 2 = 35^\circ$$

$\angle ADO$ (図の○の角)が $\triangle ABD$  と $\triangle COD$  の共通の外角になつていることに着目すると、 $\angle ADO = \angle x + 70^\circ = 50^\circ + 35^\circ$

$$\angle x = 50^\circ + 35^\circ - 70^\circ = 15^\circ$$



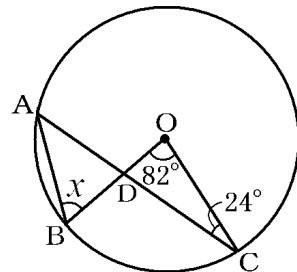
[問題]

右の図のように、円 O の周上に点 A, B, C がある。

このとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(富山県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]

弧 BC の円周角と中心角なので、 $\angle BAC = \angle BOC \div 2$

次に、 $\angle ADO$  に着目。

[解答]65°

[解説]

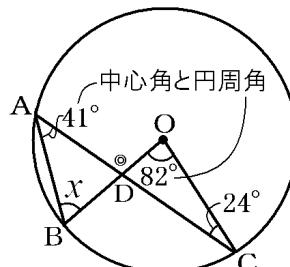
弧 BC の円周角と中心角なので、

$$\angle BAC = \angle BOC \div 2 = 82^\circ \div 2 = 41^\circ$$

$\angle ADO$ (図の○の角)が $\triangle ABD$  と $\triangle COD$  の共通の外角になつていることに着目すると、

$$\angle ADO = \angle x + 41^\circ = 82^\circ + 24^\circ$$

$$\angle x = 82^\circ + 24^\circ - 41^\circ = 65^\circ$$



[問題]

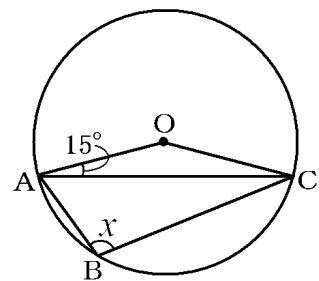
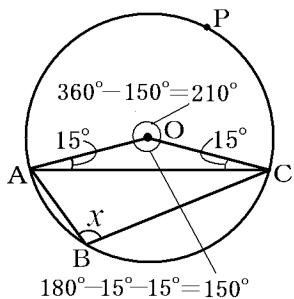
右の図のように、円 O の周上に 3 点 A, B, C がある。  
 $\angle OAC = 15^\circ$  のとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(和歌山県)(\*\*)

[解答欄]

--

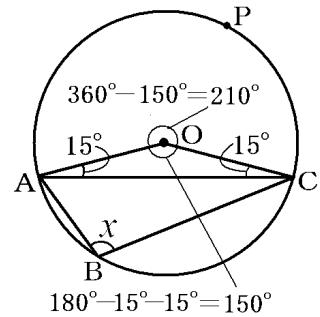
[ヒント]



[解答]  $105^\circ$

[解説]

$\triangle OAC$  は  $OA=OC$  の二等辺三角形なので、  
 $\angle OCA = \angle OAC = 15^\circ$   
 $\triangle OAC$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、  
 $\angle AOC = 180^\circ - 15^\circ - 15^\circ = 150^\circ$   
 よって、弧 APC の中心角  $\angle AOC$  は、  
 $\angle AOC = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$   
 $\angle x$  は弧 APC の円周角なので、  
 $\angle x = 210^\circ \div 2 = 105^\circ$



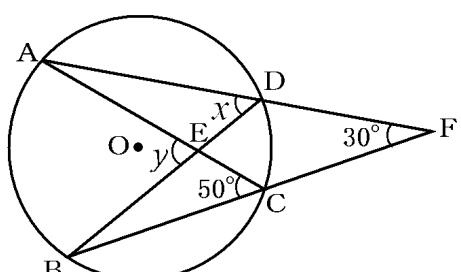
[問題]

次の図の円 Oにおいて、 $\angle x$  と  $\angle y$  の大きさを  
 それぞれ求めよ。

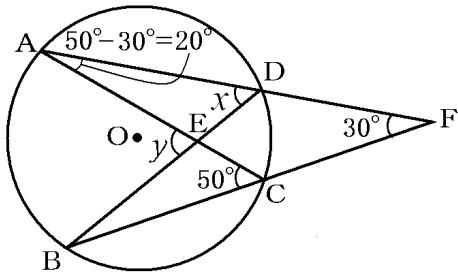
(群馬県)(\*\*)

[解答欄]

$\angle x$	$\angle y$
------------	------------



[ヒント]



[解答]  $\angle x = 50^\circ$      $\angle y = 70^\circ$

[解説]

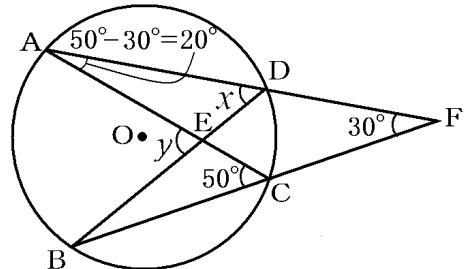
弧ABの円周角なので、 $\angle x = \angle ACB = 50^\circ$

$\triangle ACF$  で、三角形の外角は、そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので、

$$\angle CAF = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$

$\triangle ADE$  で、三角形の外角は、そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので、

$$\angle y = \angle x + 20^\circ = 50^\circ + 20^\circ = 70^\circ$$

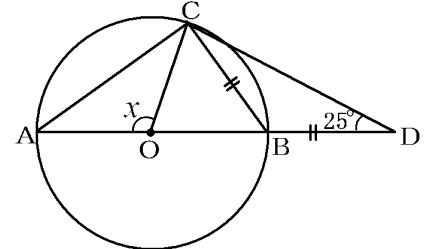


[問題]

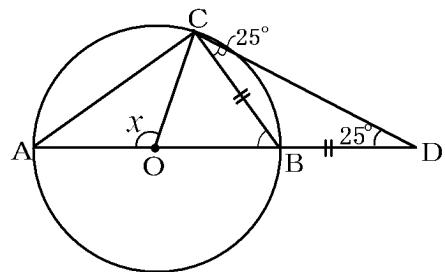
右の図のように、 $\triangle ABC$  が点Oを中心とする円に内接し、ABの延長上に  $BC=BD$  となるように点Dをとる。このとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(島根県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $100^\circ$

[解説]

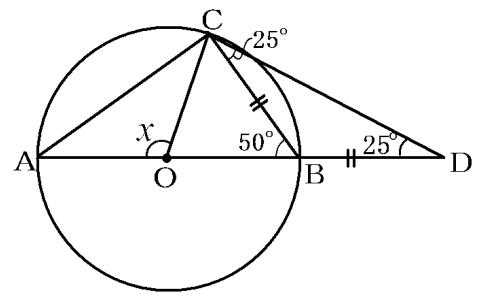
$BC=BD$  より、 $\triangle BCD$  は二等辺三角形なので、  
 $\angle BCD=\angle BDC=25^\circ$

$\triangle BCD$  で、三角形の外角は、そのとなりにない  
2つの内角の和に等しいので、

$$\angle ABC=\angle BCD+\angle BDC=25^\circ + 25^\circ = 50^\circ$$

弧  $AC$  の円周角と中心角なので、

$$\angle AOC=\angle ABC \times 2=50^\circ \times 2=100^\circ$$



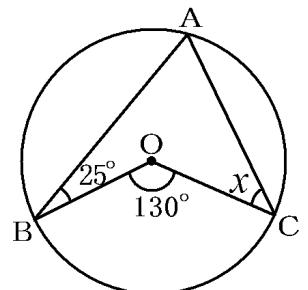
【】角を分割

[問題]

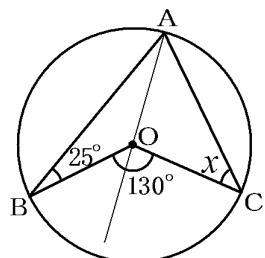
右の図で、点Oは円の中心である。 $\angle BOC=130^\circ$ ，  
 $\angle ABO=25^\circ$  のとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(岩手県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



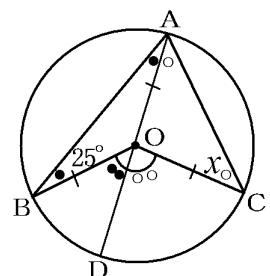
[解答]  $40^\circ$

[解説]

右図の $\triangle OAB$ は、 $OA=OB$ (半径)の二等辺三角形である。二等辺三角形の底角は等しいので、 $\angle OAB=\angle OBA=25^\circ$ である。

三角形の外角は、そのとなりにない2つの内角の和に等しいので、  
 $\angle BOD=\angle OAB+\angle OBA=25^\circ+25^\circ=50^\circ$ である。

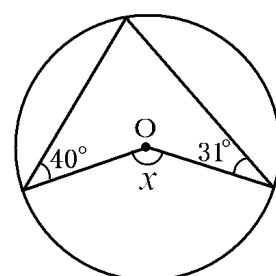
$\triangle OAC$ も同様にして、 $\angle OAC=\angle OCA=\angle x$ で、  
 $\angle COD=\angle OAC+\angle OCA=\angle x+\angle x=2\angle x$   
 $\angle BOD+\angle COD=\angle BOC$ なので、  
 $50^\circ+2\angle x=130^\circ$ ， $2\angle x=80^\circ$ ， $\angle x=40^\circ$



[問題]

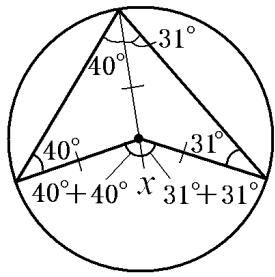
右の図の円Oで、 $\angle x$ の大きさを求めよ。  
(山口県)(\*\*)

[解答欄]



[解答]  $142^\circ$

[解説]

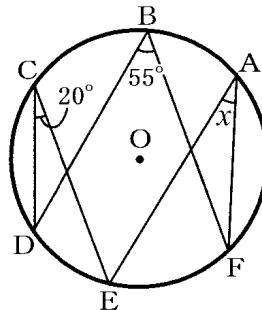


[問題]

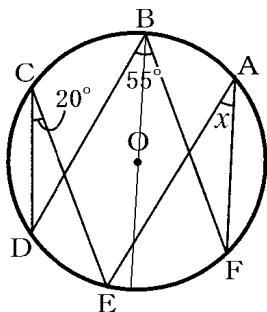
右の図のように、点 A, B, C, D, E, F は円 O の円周上にあり、 $\angle DCE=20^\circ$ ， $\angle DBF=55^\circ$  である。このとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(岡山県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $35^\circ$

[解説]

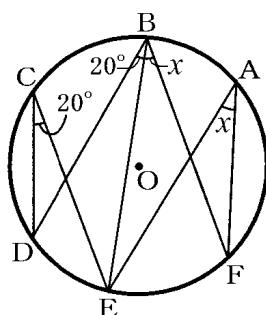
B と E を結ぶ。

弧 DE の円周角なので、 $\angle DBE=\angle DCE=20^\circ$

弧 EF の円周角なので、 $\angle FBE=\angle FAE=\angle x$

$\angle DBE+\angle FBE=\angle DBF$

よって、 $20^\circ + \angle x = 55^\circ$ ， $\angle x = 35^\circ$



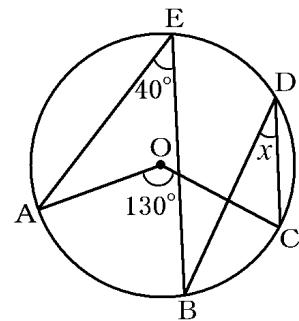
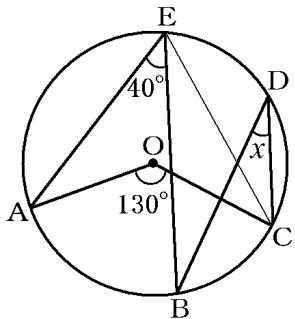
[問題]

右の図で、5点 A, B, C, D, E は円 O の円周上にあり、 $\angle AOC = 130^\circ$ ， $\angle AEB = 40^\circ$  である。このとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(千葉県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $25^\circ$

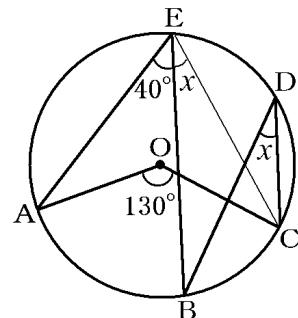
[解説]

C と E を結ぶ。

弧 BC の円周角なので、 $\angle BEC = \angle BDC = \angle x$

$\angle AEC$  は弧 AC の円周角、 $\angle AOC$  は弧 AC の中心角なので、  
 $\angle AEC = \angle AOC \div 2$

$$40^\circ + \angle x = 130^\circ \div 2, \quad \angle x = 65^\circ - 40^\circ = 25^\circ$$



## 【】円周角・平行線

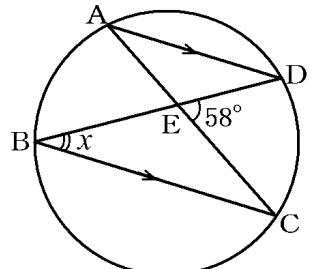
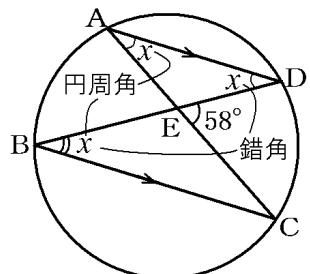
### [問題]

右の図で、A, B, C, Dは円周上の点で、 $AD \parallel BC$ であり、Eは線分ACとDBとの交点である。 $\angle DEC=58^\circ$  のとき、 $\angle EBC$ の大きさは何度か。

(愛知県)(\*\*)

### [解答欄]

### [ヒント]



[解答] $29^\circ$

### [解説]

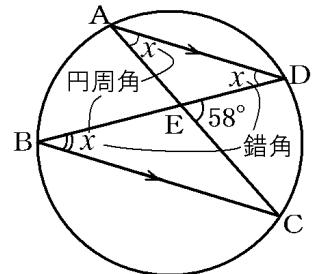
弧CDの円周角なので、 $\angle CAD = \angle CBD = \angle x$

$AD \parallel BC$ で平行線の錯角は等しいので、

$\angle ADB = \angle CBD = \angle x$

$\triangle ADE$ で、三角形の外角は、そのとなりにない2つの内角の和に等しいので、

$$\angle x + \angle x = 58^\circ, 2\angle x = 58^\circ, \angle x = 29^\circ$$



### [問題]

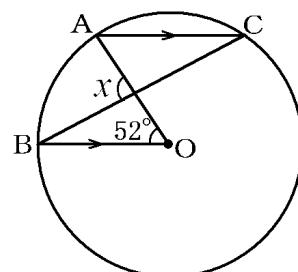
右図で、点A, B, Cは円Oの周上の点であり、 $AC \parallel BO$ である。 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(福島県)(\*\*)

### [解答欄]

### [ヒント]

弧ABの円周角と中心角なので、 $\angle ACB = \angle AOB \div 2$



[解答]78°

[解説]

弧ABの円周角と中心角なので、

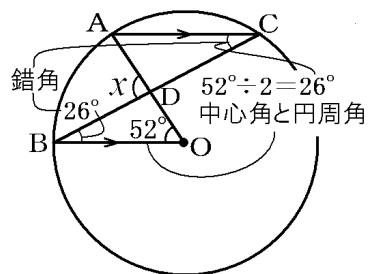
$$\angle ACB = \angle AOB \div 2 = 52^\circ \div 2 = 26^\circ$$

AC // BOで平行線の錯角は等しいので、

$$\angle DBO = \angle ACB = 26^\circ$$

△DBOで、三角形の外角は、そのとなりにない2つの内角の和に等しいので、

$$\angle x = 26^\circ + 52^\circ = 78^\circ$$



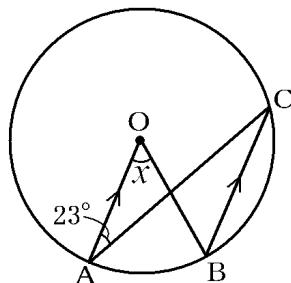
[問題]

右の図のように、円Oの周上に点A, B, Cがあり、

OA // CB,  $\angle OAC = 23^\circ$  である。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(石川県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]

弧ABの円周角と中心角なので、 $\angle x = \angle ACB \times 2$

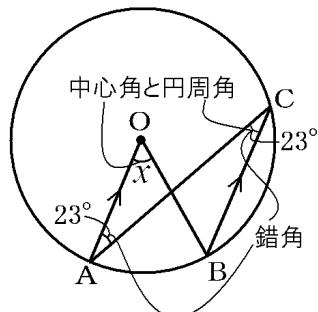
[解答]46°

[解説]

OA // CBなので、 $\angle ACB = \angle OAC = 23^\circ$

弧ABの円周角と中心角なので、

$$\angle x = \angle ACB \times 2 = 23^\circ \times 2 = 46^\circ$$

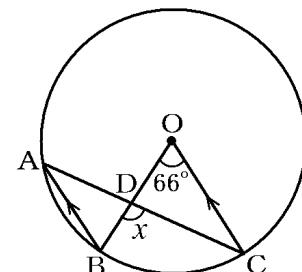


[問題]

右の図で、3点A, B, Cは点Oを中心とする円の周上にあり、 $\angle BOC = 66^\circ$  で、 $AB // OC$ である。線分ACと線分OBとの交点をDとするとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(山形県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]

弧 BC の円周角と中心角なので,  $\angle BAC = \angle BOC \div 2$

[解答]99°

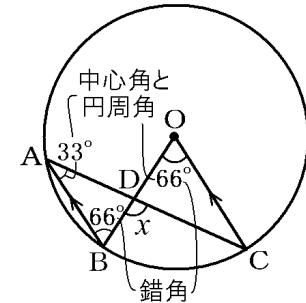
[解説]

AB // OC なので,  $\angle ABO = \angle BOC = 66^\circ$

弧 BC の円周角と中心角なので,

$\angle BAC = \angle BOC \div 2 = 66^\circ \div 2 = 33^\circ$

$\triangle ABD$  で, 三角形の外角は, そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので,  $\angle x = 33^\circ + 66^\circ = 99^\circ$

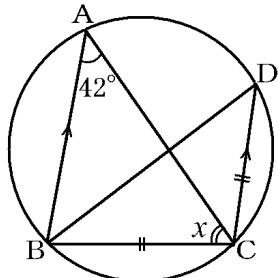


[問題]

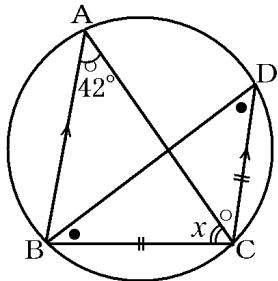
右の図で, A, B, C, D は円周上の点で, AB // DC, BC = DC である。 $\angle BAC = 42^\circ$  のとき,  $\angle x$  の大きさは何度か。

(愛知県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]54°

[解説]

弧 BC の円周角なので,  $\angle BDC = \angle BAC = 42^\circ$

$\triangle CBD$  は CB = CD の二等辺三角形なので,

$\angle CBD = \angle BDC = 42^\circ$

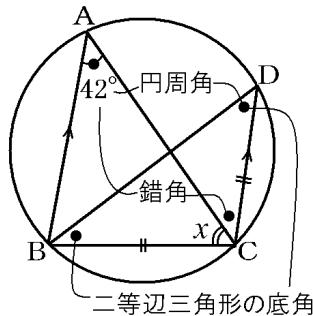
AB // DC で, 平行線の錯角は等しいので,

$\angle ACD = \angle BAC = 42^\circ$

$\triangle BCD$  で, 三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので,

$\angle x + 42^\circ + 42^\circ + 42^\circ = 180^\circ$ ,  $\angle x + 126^\circ = 180^\circ$

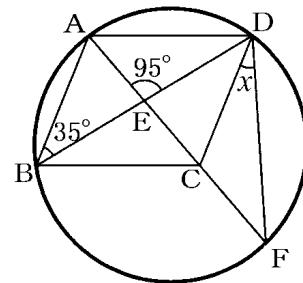
$\angle x = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$



[問題]

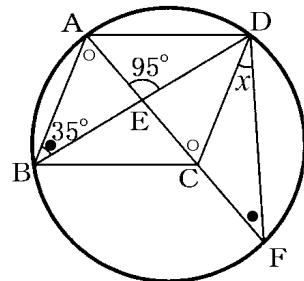
右の図のように、 $AB < AD$  で  $\angle BAD$  が鈍角の平行四辺形  $ABCD$  があり、その対角線の交点を  $E$  とする。また、3点  $A, B, D$  を通る円と対角線  $AC$  の延長との交点を  $F$  とし、線分  $DF$  をひく。 $\angle ABD = 35^\circ$ ， $\angle AED = 95^\circ$  のとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(岩手県)(\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $25^\circ$

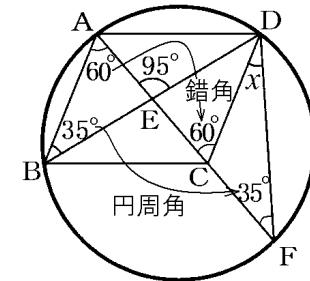
[解説]

弧  $AD$  の円周角なので、 $\angle AFD = \angle ABD = 35^\circ$

$\triangle ABE$  で、三角形の外角は、そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので、 $\angle BAE + 35^\circ = 95^\circ$ ， $\angle BAE = 95^\circ - 35^\circ = 60^\circ$

$AB \parallel DC$  で、平行線の錯角は等しいので、 $\angle DCA = \angle BAE = 60^\circ$

$\triangle CDF$  で、三角形の外角は、そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので、 $\angle x + 35^\circ = 60^\circ$ ， $\angle x = 60^\circ - 35^\circ = 25^\circ$

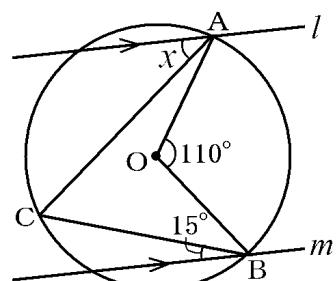


[問題]

右の図のように、円  $O$  の周上に 3 点  $A, B, C$  があり、点  $A$  を通る直線  $l$  と、点  $B$  を通る直線  $m$  は平行である。

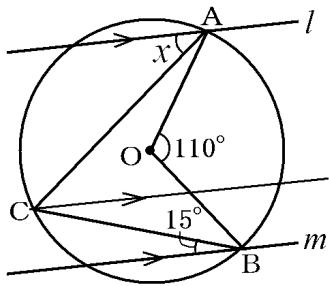
このとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(石川県)(\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $40^\circ$

[解説]

右図のように、点Cを通り  $l$ ,  $m$ に平行な補助線を引く。

平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ACE = \angle DAC = x$$

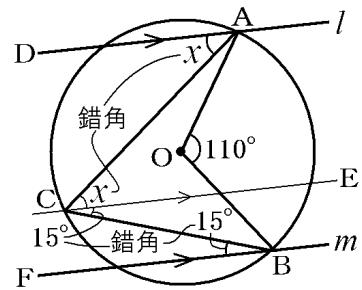
$$\angle ECB = \angle CBF = 15^\circ$$

よって、 $\angle ACB = \angle x + 15^\circ$

弧ABの円周角と中心角なので、

$$\angle ACB = \angle AOB \div 2 = 110^\circ \div 2 = 55^\circ$$

したがって、 $\angle x + 15^\circ = 55^\circ$  ,  $\angle x = 55^\circ - 15^\circ = 40^\circ$

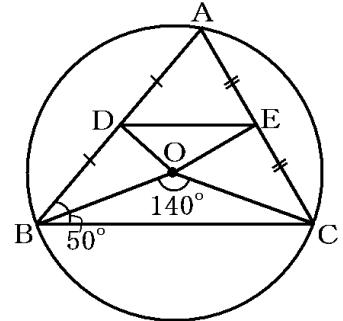


[問題]

右の図で、3点A, B, Cは点Oを中心とする円の周上にあり、 $\angle ABC=50^\circ$  ,  $\angle BOC=140^\circ$  である。線分AB, ACの中点をそれぞれD, Eとするとき、次の各問いに答えよ。

- (1)  $\angle AED$  の大きさを求めよ。
- (2)  $\angle DOE$  の大きさを求めよ。

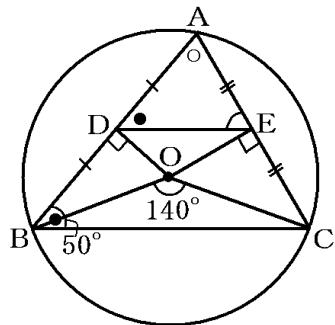
(山形県)(\*\*\*)



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



[解答](1)  $60^\circ$  (2)  $110^\circ$

[解説]

(1) 図1のように、DはABの中点、EはACの中点なので、中点連結定理より、 $DE \parallel BC$  になる。

平行線の同位角は等しいので、 $\angle ADE = \angle ABC = 50^\circ$

弧BCの円周角と中心角なので、

$$\angle BAC = \angle BOC \div 2 = 140^\circ \div 2 = 70^\circ$$

$\triangle ADE$ で三角形の内角の和は $180^\circ$ なので、

$$\angle AED = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$$

(2) Oから弦ABの中点Dに引いたODはABと垂直になるので、 $\angle ODA = 90^\circ$

$$\text{よって}, \angle ODE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\text{同様に}, \angle OED = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$\triangle ODE$ で三角形の内角の和は $180^\circ$ なので、

$$\angle DOE = 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ = 110^\circ$$

図1

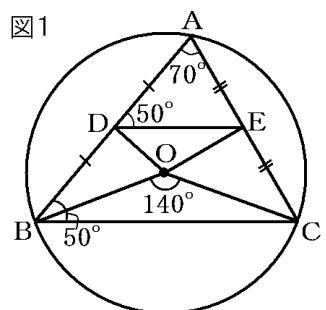
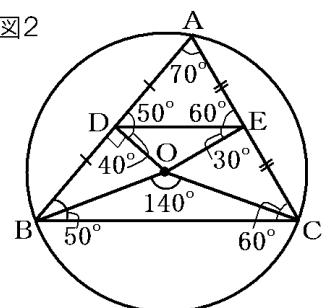


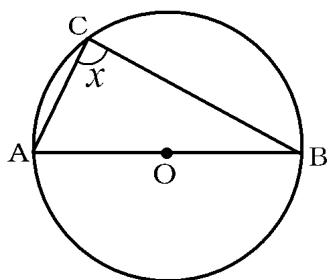
図2



【】直径→90°

[問題]

次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

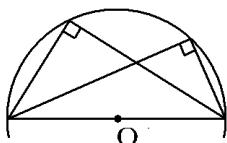


(補充問題)(\*)

[解答欄]

[ヒント]

直径の円周角は 90°



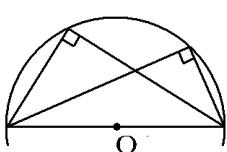
[解答]  $\angle x = 90^\circ$

[解説]

$\angle x$  は弧 AB(下半分)の円周角である。弧 AB の中心角  $\angle AOB = 180^\circ$  なので、

$$\angle x = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$$

<Point> 直径の円周角は 90°



[問題]

右の図において、 $\angle x$ の大きさを求めよ。ただし、4点 A, B, C, D は円 O の周上の点であり、線分 AC は円 O の直径である。

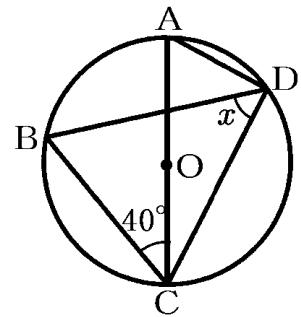
(鳥取県)(\*)

[解答欄]

[ヒント]

$$\angle ADB = \angle ACB$$

[解答]  $50^\circ$



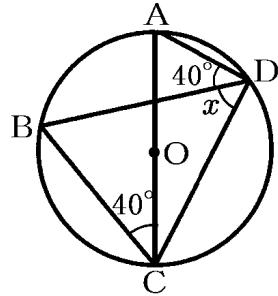
[解説]

弧ABの円周角なので、 $\angle ADB = \angle ACB = 40^\circ$

ACは直径なので、 $\angle ADC = 90^\circ$

よって、 $40^\circ + x = 90^\circ$

$$x = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$



[問題]

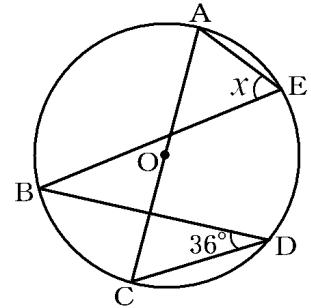
右の図において、ACが円Oの直径であるとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(鳥取県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]

図に直径がかかっていたら、ほとんどの場合「直径の円周角は  $90^\circ$ 」を使う。この問題では、「直径の円周角は  $90^\circ$ 」が使えるように、まず、CEを結ぶ。



[解答]  $54^\circ$

[解説]

右図で中心角  $\angle POQ = 180^\circ$  なので、

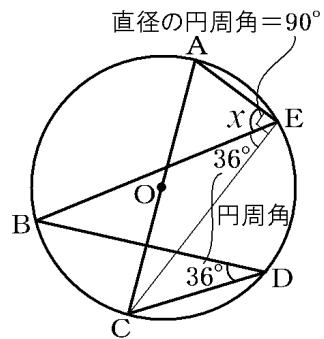
円周角  $\angle PRQ = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$  になる。

したがって、直径の円周角は  $90^\circ$  になる。図に直径がかかっていたら、ほとんどの場合「直径の円周角は  $90^\circ$ 」を使う。この問題では、「直径の円周角は  $90^\circ$ 」が使えるように、まず、CEを結ぶ。

弧BCの円周角なので、 $\angle BEC = \angle BDC = 36^\circ$

直径の円周角なので、 $\angle AEC = 90^\circ$  になる。

$$\text{よって}, \angle x + \angle BEC = 90^\circ, \angle x + 36^\circ = 90^\circ, \angle x = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

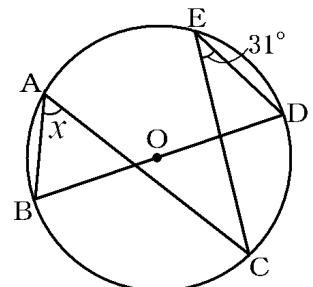


[問題]

右の図で、点A, B, C, D, Eは点Oを中心とする円周上の点で、線分BDは円Oの直径である。 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(福島県)(\*\*)

[解答欄]

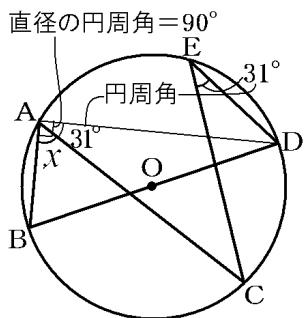


[ヒント]

「直径の円周角は  $90^\circ$ 」が使えるように、まず、ADを結ぶ。

[解答]  $59^\circ$

[解説]



[問題]

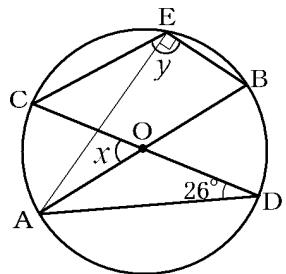
右図で、AB, CDは円Oの直径であり、点Eは円Oの円周上にある。 $\angle ADC=26^\circ$  のとき、 $\angle x$ ,  $\angle y$ の大きさを求めよ。

(石川県)(\*\*)

[解答欄]

$\angle x =$	$\angle y =$
--------------	--------------

[ヒント]



[解答]  $\angle x=52^\circ$      $\angle y=116^\circ$

[解説]

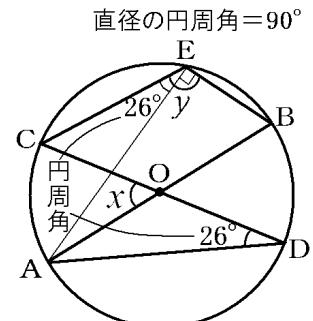
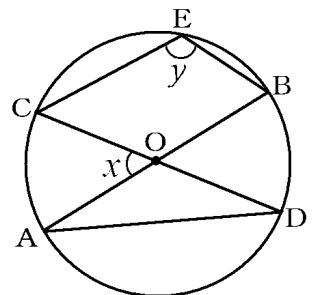
弧CAの円周角と中心角なので、

$$\angle x = \angle ADC \times 2 = 26^\circ \times 2 = 52^\circ$$

AEを結ぶと、直径の円周角なので、 $\angle AEB=90^\circ$

弧CAの円周角なので、 $\angle AEC=\angle ADC=26^\circ$

$$\text{よって}, \angle y = 26^\circ + 90^\circ = 116^\circ$$



[問題]

右の図で、4点A, B, C, Dは、円Oの周上の点であり、線分BDは円Oの直径である。 $\angle ACD=52^\circ$  のとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(秋田県)(\*\*)

[解答欄]

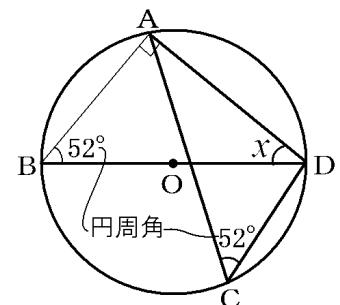
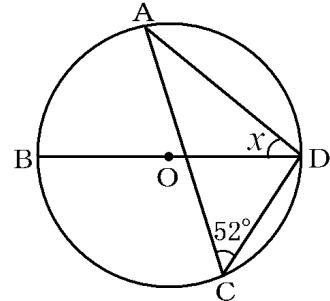
[ヒント]

ABを結ぶ。

[解答] $38^\circ$

[解説]

まず、ABを結ぶと、 $\angle BAD=90^\circ$   
 弧ADの円周角なので、 $\angle ABD=\angle ACD=52^\circ$   
 $\triangle ABD$ で、三角形の内角の和は $180^\circ$ なので、  
 $\angle x + 52^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ ,  $\angle x = 180^\circ - (52^\circ + 90^\circ) = 38^\circ$



[問題]

右図のように、線分ABを直径とする円Oの円周上に2点C, Dがある。 $\angle ABD=70^\circ$  のとき、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(宮崎県)(\*\*)

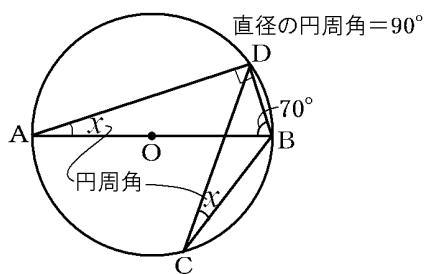
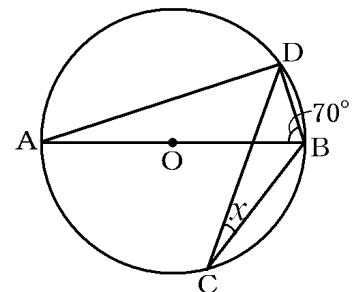
[解答欄]

[ヒント]

$\angle ADB=90^\circ$

[解答] $20^\circ$

[解説]



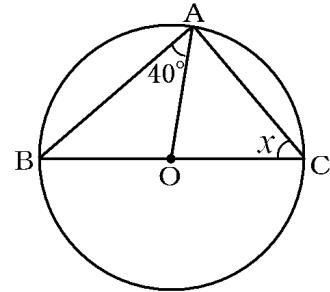
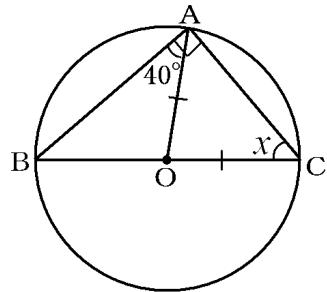
[問題]

図のように、円  $O$  の周上に 3 点  $A, B, C$  があり、 $BC$  は直径である。 $\angle x$  の大きさは何度か。

(兵庫県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $50^\circ$

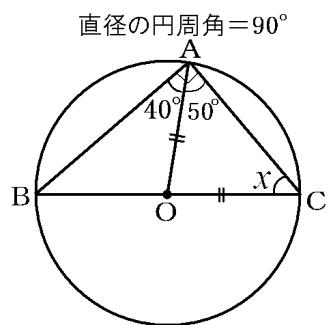
[解説]

直径の円周角は  $90^\circ$  なので、 $\angle BAC = 90^\circ$

よって、 $\angle OAC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

$\triangle OAC$  は  $OA = OC$ (半径)の二等辺三角形なので、

$\angle x = \angle OAC = 50^\circ$



[問題]

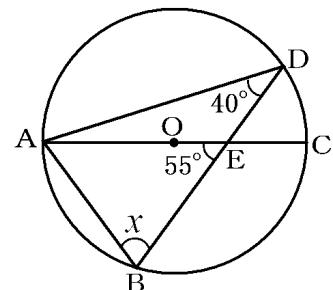
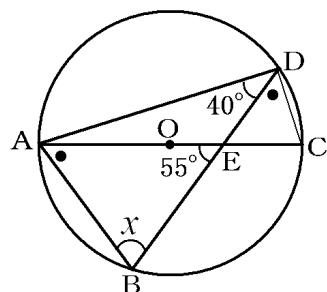
右の図で、点  $A, B, C, D$  は円  $O$  の円周上の点で、線分  $AC$  は円  $O$  の直径、点  $E$  は  $AC$  と  $BD$  の交点である。

このとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(長野県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $75^\circ$

[解説]

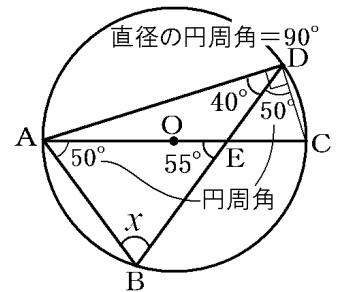
DC を結ぶと、直径の円周角なので、 $\angle ADC=90^\circ$  で、  
 $\angle BDC=90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

弧 BC の円周角なので、 $\angle BAC=\angle BDC=50^\circ$

$\triangle ABE$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle x + 50^\circ + 55^\circ = 180^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - (50^\circ + 55^\circ) = 75^\circ$$



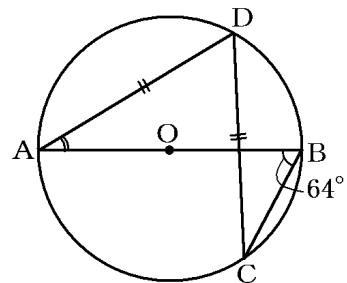
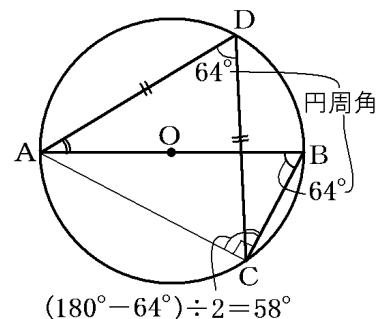
[問題]

右の図のように、線分 AB を直径とする円 O の周上に  
 2 点 C, D があり、AD=CD である。 $\angle ABC=64^\circ$  の  
 とき、 $\angle BAD$  の大きさを求めよ。

(大分県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $32^\circ$

[解説]

まず、AC を結ぶ。すると、直角三角形 ABC( $\angle ACB=90^\circ$ )  
 と二等辺三角形 DAC ができる。

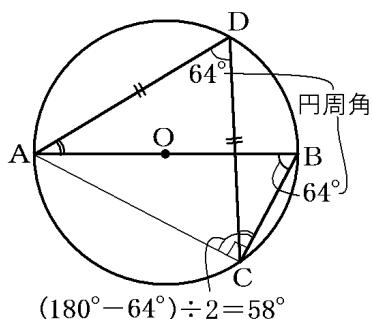
弧 AC の円周角なので、 $\angle ADC=\angle ABC=64^\circ$

$\triangle DAC$  は AD=CD の二等辺三角形なので、

$$\angle ACD=(180^\circ - 64^\circ) \div 2 = 58^\circ$$

$$\text{よって}, \angle BCD=\angle ACB-\angle ACD=90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$$

弧 BD の円周角なので、 $\angle BAD=\angle BCD=32^\circ$



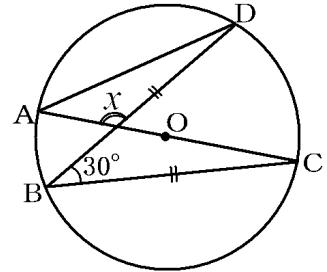
$$(180^\circ - 64^\circ) \div 2 = 58^\circ$$

[問題]

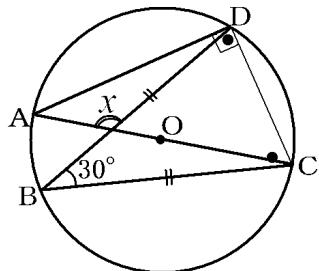
右の図で、4点A, B, C, Dは円Oの周上にあり、ACは円Oの直径である。BC=BD,  $\angle CBD = 30^\circ$  のとき、 $\angle x$ を求めよ。

(岐阜県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $135^\circ$

[解説]

まず、DCを結ぶ。すると、直角三角形ACDと二等辺三角形BCDができる。

二等辺三角形の底角は等しいので、

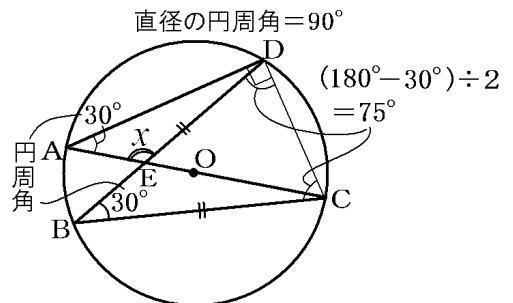
$$\angle BCD = \angle BDC = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$$

$$\angle ADC = 90^\circ \text{ なので, } \angle ADE = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$$

$\triangle ADE$ で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle x + 30^\circ + 15^\circ = 180^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

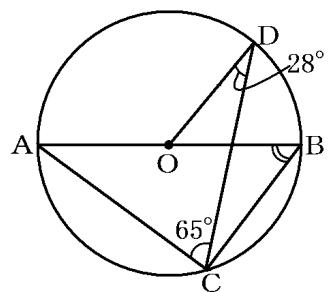


[問題]

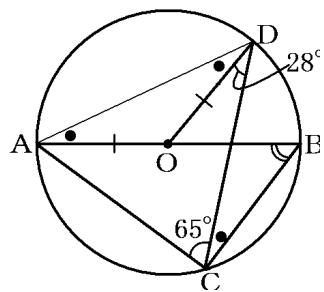
右の図において、線分ABは円Oの直径であり、2点C, Dは円Oの周上の点である。このとき、 $\angle ABC$ の大きさを求めよ。

(神奈川県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $53^\circ$

[解説]

$\angle ACB = 90^\circ$  (直径の円周角)なので,

$$\angle BCD = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$$

AD を結ぶ。弧 BD の円周角なので,

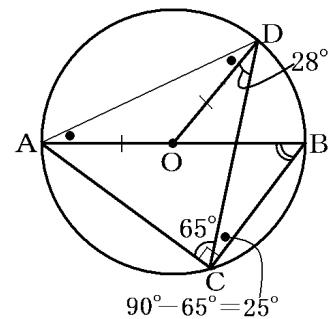
$$\angle DAO = \angle BCD = 25^\circ$$

$\triangle OAD$  は二等辺三角形なので,

$$\angle ADO = \angle DAO = 25^\circ$$

$$\text{よって, } \angle ADC = 25^\circ + 28^\circ = 53^\circ$$

弧 AC の円周角なので,  $\angle ABC = \angle ADC = 53^\circ$



[問題]

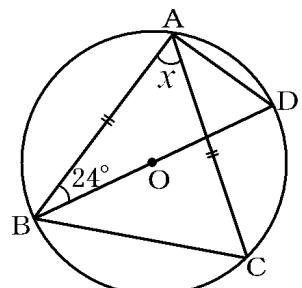
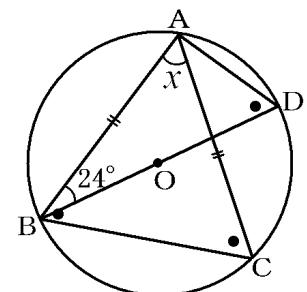
右の図で, 点 A, B, C, D は円 O の周上の点であり,  
線分 BD は円 O の直径である。また,  $AB = AC$  である。

このとき,  $\angle x$  の大きさを求めよ。

(福島県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $48^\circ$

[解説]

$\angle BAD = 90^\circ$  (直径の円周角)なので,

$$\angle ADB = 180^\circ - 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$$

弧 AB の円周角なので,

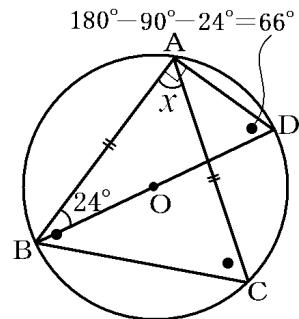
$$\angle ACB = \angle ADB = 66^\circ$$

$\triangle ABC$  は  $AB=AC$  の二等辺三角形なので,

$$\angle ABC = \angle ACB = 66^\circ$$

$\triangle ABC$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので,

$$x = 180^\circ - 66^\circ - 66^\circ = 48^\circ$$



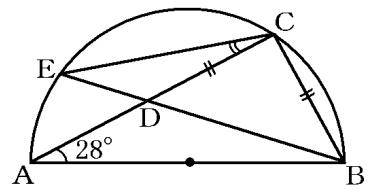
[問題]

右の図は、線分 AB を直径とする半円で、点 C は弧 AB 上にある。点 D は線分 AC 上にあって、 $DC=BC$  である。

また、点 E は BD の延長と弧 AC との交点である。

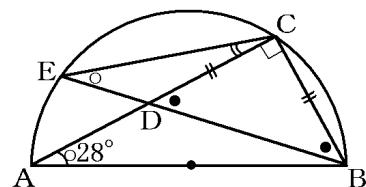
$\angle BAD = 28^\circ$  であるとき、 $\angle DCE$  の大きさを求めよ。

(熊本県)(\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $17^\circ$

[解説]

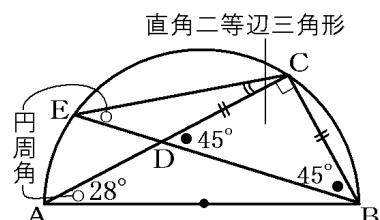
$\angle ACB = 90^\circ$  (直径の円周角)で、 $CD=CB$  なので、

$\triangle CBD$  は直角二等辺三角形であるから、 $\angle CDB = 45^\circ$

また、弧 BC の円周角なので、 $\angle BEC = \angle BAC = 28^\circ$

$\triangle CDE$  で、三角形の外角は、そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので、

$$\angle DCE + 28^\circ = 45^\circ, \quad \angle DCE = 45^\circ - 28^\circ = 17^\circ$$

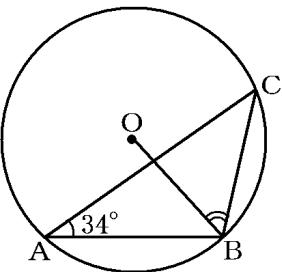
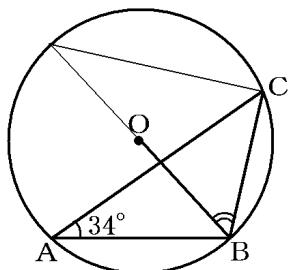


[問題]

右の図で、A, B, Cは円Oの周上の点である。  
 $\angle CAB=34^\circ$  のとき、 $\angle OBC$ の大きさは何度か。  
 (愛知県)(\*\*\*)

[解答欄]

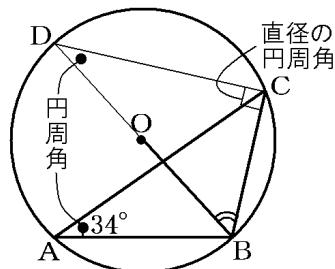
[ヒント]



[解答]  $56^\circ$

[解説]

「直径の円周角は  $90^\circ$ 」が使えないかと考え、右図のように、  
 BOを延長させて直径BDをかき、さらに、CDを結ぶ。  
 弧BCの円周角なので、 $\angle BDC = \angle BAC = 34^\circ$   
 また、 $\angle BCD = 90^\circ$  (直径の円周角)なので、  
 $\angle OBC + 90^\circ + 34^\circ = 180^\circ$   
 $\angle OBC = 180^\circ - (90^\circ + 34^\circ) = 56^\circ$



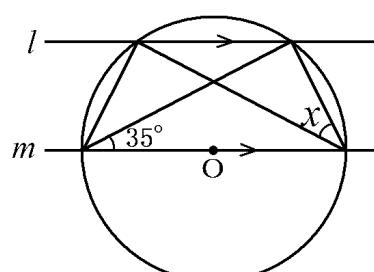
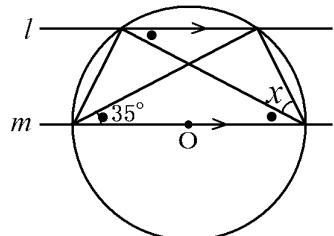
[問題]

右の図のように、直線lと直線mは平行で、直線mは  
 円Oの中心を通っている。このとき、 $\angle x$ の大きさを  
 求めよ。

(沖縄県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $20^\circ$

[解説]

弧  $CD$  の円周角なので,  $\angle CAD = \angle CBD = 35^\circ$

$l \parallel m$  で, 平行線の錯角は等しいので,

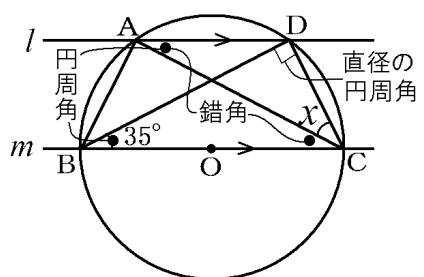
$\angle ACB = \angle CAD = 35^\circ$

直径の円周角なので,  $\angle BDC = 90^\circ$

$\triangle BCD$  で, 三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので,

$$\angle x + 35^\circ + 35^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

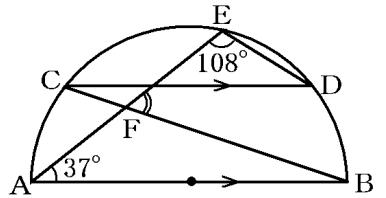
$$\angle x = 180^\circ - (35^\circ + 35^\circ + 90^\circ) = 20^\circ$$



[問題]

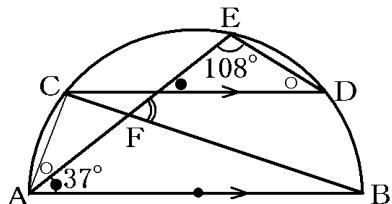
右の図は, 線分  $AB$  を直径とする半円で, 2点  $C, D$  は弧  $AB$  上にあって,  $CD \parallel AB$  である。点  $E$  は弧  $CD$  上にあり, 点  $F$  は線分  $AE$  と線分  $BC$  との交点である。 $\angle BAE = 37^\circ$ ,  $\angle AED = 108^\circ$  であるとき,  $\angle BFE$  の大きさを求めよ。

(熊本県)(\*\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $55^\circ$

[解説]

$AC$  を結ぶと,  $\angle ACB = 90^\circ$

$CD \parallel AB$  なので,  $\angle EGD = \angle BAE = 37^\circ$

$\triangle DEG$  で三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので,

$$\angle EDG = 180^\circ - 108^\circ - 37^\circ = 35^\circ$$

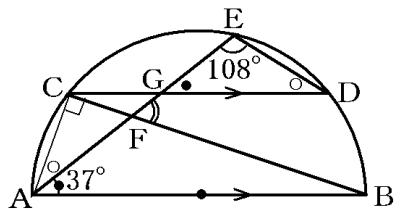
弧  $CE$  の円周角なので,  $\angle CAF = \angle EDG = 35^\circ$

$\triangle ACF$  で三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので,

$$\angle AFC + \angle CAF + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\angle AFC = 180^\circ - (\angle CAF + 90^\circ) = 180^\circ - (35^\circ + 90^\circ) = 55^\circ$$

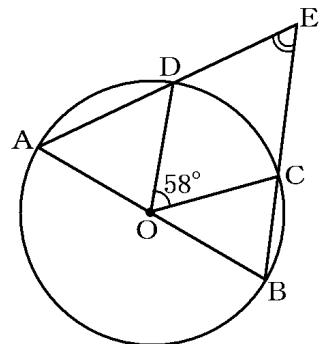
対頂角は等しいので,  $\angle BFE = \angle AFC = 55^\circ$



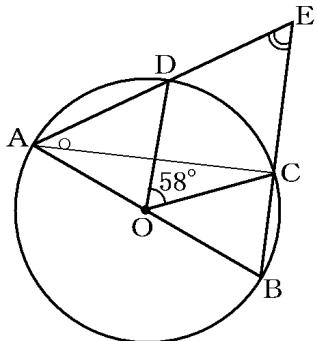
[問題]

右の図で、A, B, C, Dは円Oの周上の点で、ABは直径である。また、Eは直線ADと直線BCとの交点である。 $\angle DOC=58^\circ$  のとき、 $\angle DEC$ の大きさは何°か。  
(愛知県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $61^\circ$

[解説]

ACを結ぶと、 $\angle ACB=90^\circ$

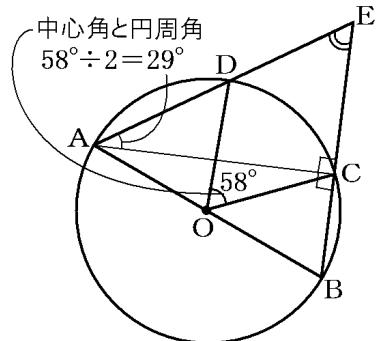
弧CDの中心角と円周角なので、

$$\angle CAD = \angle COD \div 2 = 58^\circ \div 2 = 29^\circ$$

直角三角形AECで、三角形の内角の和は $180^\circ$ なので、

$$\angle DEC = \angle AEC = 180^\circ - 90^\circ - \angle CAD$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - 29^\circ = 61^\circ$$

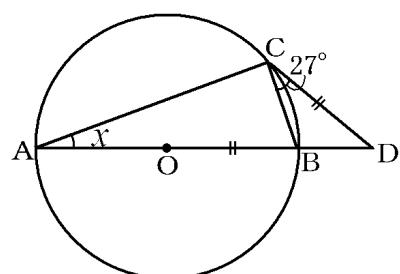


[問題]

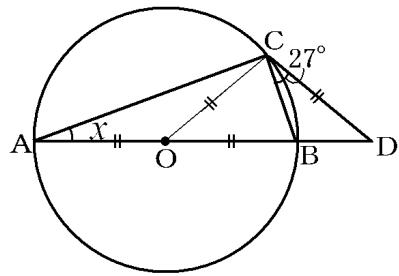
右の図のように、ABを直径とする円Oの周上に点Cをとり、直径ABをBの方に延長した直線上に点Dをとる。  
 $CD=OB$ ,  $\angle BCD=27^\circ$  のとき、 $\angle CAB$ の大きさxを求めよ。

(埼玉県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $21^\circ$

[解説]

$OC$  を結ぶと、 $OC=OA=OB=CD$  である。

$\triangle OAC$  は二等辺三角形なので、

$$\angle OCA = \angle OAC = x$$

三角形の外角は、そのとなりにない 2 つの内角の和に等し

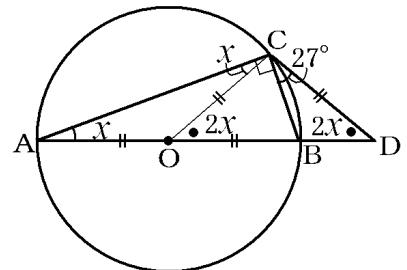
いので、 $\angle DOC = x + x = 2x$

$\triangle COD$  は二等辺三角形なので、 $\angle ODC = \angle DOC = 2x$

$\triangle ACD$  で、 $\angle ACD = 90^\circ + 27^\circ = 117^\circ$

三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$x + 117^\circ + 2x = 180^\circ \quad 3x = 63^\circ, \quad x = 21^\circ$$



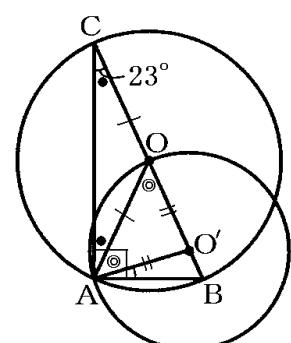
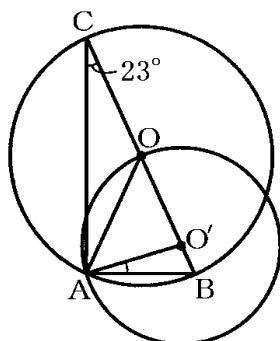
[問題]

右の図で、点 A は、BC を直径とする円 O の周上にあり、  
 $\angle ACB = 23^\circ$  である。また、2 点 O, A を通る円  $O'$  の中心は、  
線分 OB 上にある。このとき、 $\angle BAO'$  の大きさを求めよ。

(茨城県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $21^\circ$

[解説]

$\triangle OAC$  は  $OA=OC$  の二等辺三角形なので、

$$\angle OAC = \angle OCA = 23^\circ$$

三角形の外角は、他の2つの内角の和に等しいので、

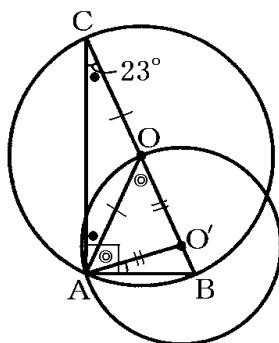
$$\angle AOO' = 23^\circ + 23^\circ = 46^\circ$$

$\triangle O'AO$  は  $O'A=O'O$  の二等辺三角形なので、

$$\angle O'AO = \angle O'OA = 46^\circ$$

$BC$  は円  $O$  の直径なので、 $\angle BAC = 90^\circ$

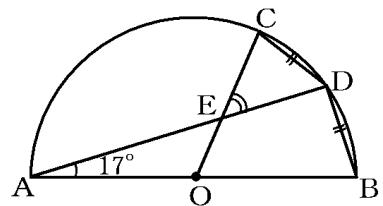
$$\angle BAO' = 90^\circ - 23^\circ - 46^\circ = 21^\circ$$



[問題]

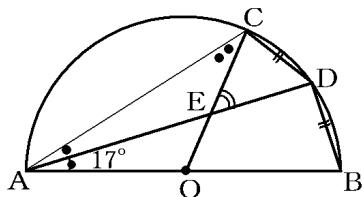
右の図で、C, D は AB を直径とする半円 O の周上の点で、 $CD=DB$  である。また、E は線分 DA と  $CO$  との交点である。 $\angle EAO=17^\circ$  のとき、 $\angle CED$  の大きさは何度か。

(愛知県)(\*\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $51^\circ$

[解説]

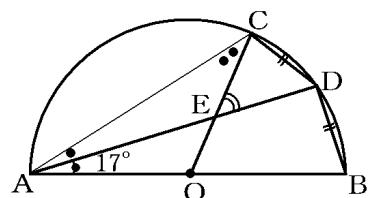
$AC$  を結ぶと、 $CD=DB$  なので、 $\angle CAD = \angle DAB = 17^\circ$

$\triangle OAC$  は  $OA=OC$  (半径) の二等辺三角形なので、

$$\angle OCA = \angle OAC = 17^\circ + 17^\circ = 34^\circ$$

$\triangle ACE$  で、三角形の外角は、他の2つの内角の和に等しいので、

$$\angle CED = 17^\circ + 34^\circ = 51^\circ$$



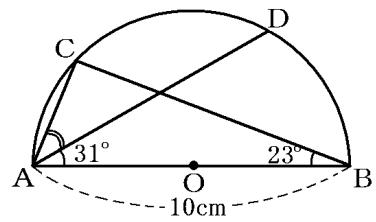
[問題]

右の図のように、長さが 10cm の線分 AB を直径とする半円 O がある。弧 AB 上に、 $\angle ABC=23^\circ$ ， $\angle BAD=31^\circ$  となるように 2 点 C, D をとる。次の各問いに答えよ。

(1)  $\angle CAD$  の大きさを求めよ。

(2) 弧 CD の長さを求めよ。

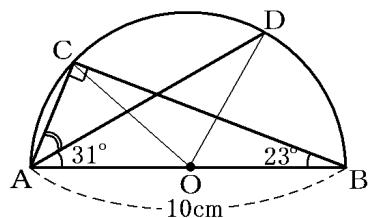
(福島県)(\*\*)



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



[解答](1)  $36^\circ$  (2)  $2\pi$  cm

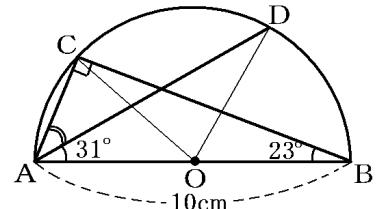
[解説]

(1) 直径の円周角なので、 $\angle ACB=90^\circ$

$\triangle ABC$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、  
 $\angle CAD=180^\circ - 90^\circ - 31^\circ - 23^\circ = 36^\circ$

(2) (1)より、弧 CD の円周角は  $36^\circ$  なので、  
 弧 CD の中心角  $\angle COD=36^\circ \times 2=72^\circ$

$$(\text{弧 } CD \text{ の長さ})=(\text{円周}) \times \frac{72^\circ}{360^\circ} = 10\pi \times \frac{1}{5} = 2\pi \text{ (cm)}$$



## 【】弧の長さと角

[円周角と弧の長さ]

[問題]

右の図のように、半径が 10cm の円 O の周上に、  
3 点 A, B, C を  $\angle ABC = 36^\circ$  となるようにとる。  
このとき、太い線で示した弧 AC の長さを求めよ。  
ただし、円周率を  $\pi$  とする。

(宮城県)(\*)

[解答欄]

[ヒント]

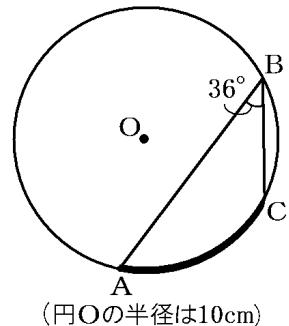
弧 AC の中心角と円周角なので、 $\angle AOC = \angle ABC \times 2$

[解答]  $4\pi$  cm

[解説]

弧 AC の中心角と円周角なので、 $\angle AOC = \angle ABC \times 2 = 36^\circ \times 2 = 72^\circ$

$$(弧 AC) = 2\pi \times 10 \times \frac{72}{360} = 20\pi \times \frac{1}{5} = 4\pi \text{ (cm)}$$



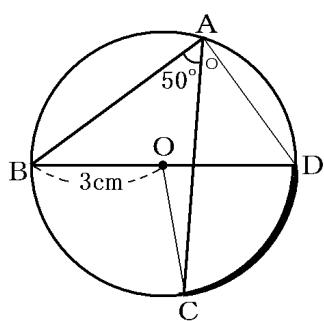
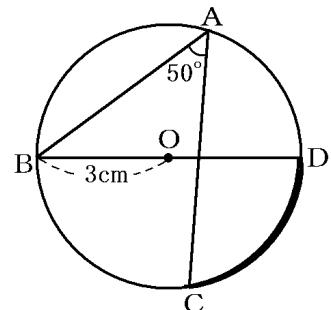
[問題]

右の図において、4 点 A, B, C, D は点 O を中心とする円の周上にあり、BD はこの円の直径である。円の半径が 3cm で、 $\angle BAC = 50^\circ$  であるとき、点 A をふくまない弧 CD の長さは何 cm か。ただし、円周率は  $\pi$  とする。

(山形県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $\frac{4}{3}\pi \text{ cm}$

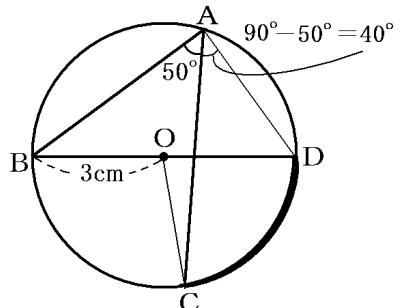
[解説]

右図のように AD を結ぶと、BD は直径で、 $\angle BAD = 90^\circ$  なので、 $\angle CAD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$  である。

弧 CD の円周角と中心角なので、

$$\angle COD = \angle CAD \times 2 = 40^\circ \times 2 = 80^\circ$$

$$(\text{弧 } CD) = 2\pi \times 3 \times \frac{80^\circ}{360^\circ} = \frac{4}{3}\pi \text{ (cm)}$$

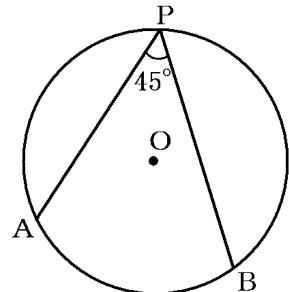


[問題]

右の図は、円 O で、弧 AB に対する円周角  $\angle APB$  を  $45^\circ$  になるようにかいたものである。弧  $AB = 2\pi \text{ cm}$  のとき、円 O の半径を求めるよ。

(岩手県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]

弧 AB の円周角と中心角なので、 $\angle AOB = \angle APB \times 2 = 45^\circ \times 2 = 90^\circ$

[解答] 4cm

[解説]

弧 AB の円周角と中心角なので、 $\angle AOB = \angle APB \times 2 = 45^\circ \times 2 = 90^\circ$

$$\text{円 } O \text{ の半径を } x \text{ (cm) とすると, } (\text{弧 } AB) = 2\pi x \times \frac{90}{360} = \frac{\pi}{2}x$$

$$\text{弧 } AB = 2\pi \text{ cm } \text{ なので, } \frac{\pi}{2}x = 2\pi, x = 2\pi \div \frac{\pi}{2} = 2\pi \times \frac{2}{\pi} = 4 \text{ (cm)}$$

[弧の長さが等しい]

[問題]

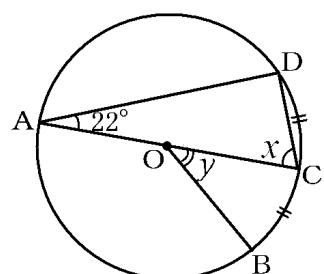
右の図の円 O で弧 BC=弧 CD のとき、 $\angle x$ 、 $\angle y$  の大きさを求めよ。ただし、線分 AC は円の直径である。

(福井県)(\*\*)

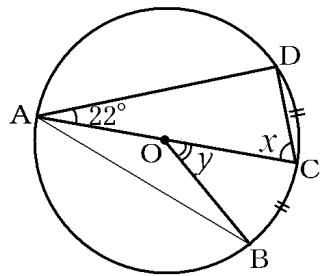
[解答欄]

$$\angle x =$$

$$\angle y =$$



[ヒント]



$$[解答] \angle x = 68^\circ \quad \angle y = 44^\circ$$

[解説]

直径 AC の円周角なので、 $\angle ADC=90^\circ$

$\triangle ACD$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

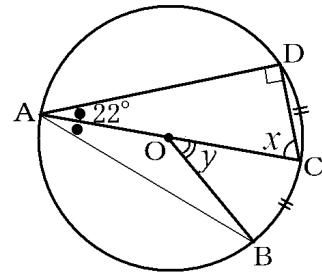
$$\angle x = 180^\circ - 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$$

次に、A と B を結ぶ。

弧 BC = 弧 CD なので、 $\angle BAC = \angle CAD = 22^\circ$

弧 BC の中心角と円周角なので、

$$\angle y = \angle BAC \times 2 = 22^\circ \times 2 = 44^\circ$$



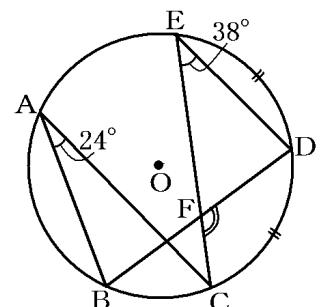
[問題]

右の図で、5点 A, B, C, D, E は円 O の円周上にあり、  
 $\angle BAC = 24^\circ$ ， $\angle CED = 38^\circ$ ，弧 CD = 弧 DE である。

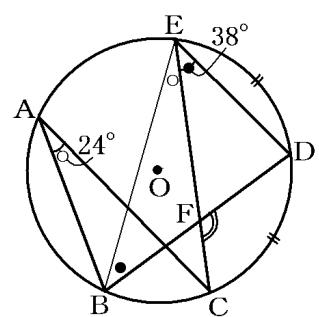
線分 BD と線分 CE の交点を F とするとき、 $\angle CFD$  の大きさを求めよ。

(千葉県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



$$[解答] 118^\circ$$

[解説]

BE を結び、 $\triangle BEF$  に着目する。

弧 BC の円周角なので、 $\angle BEC = \angle BAC = 24^\circ$

弧 DE = 弧 CD なので、 $\angle DBE = \angle CED = 38^\circ$

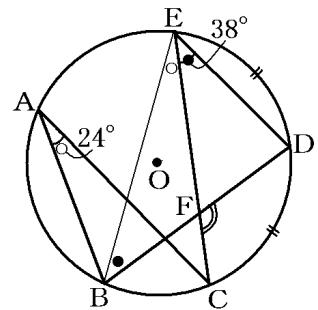
$\triangle BEF$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$\angle BFE + \angle EBF + \angle BEF = 180^\circ$$

$$\angle BFE + 38^\circ + 24^\circ = 180^\circ$$

$$\angle BFE = 180^\circ - (38^\circ + 24^\circ) = 118^\circ$$

対頂角は等しいので、 $\angle CFD = \angle BFE = 118^\circ$



[弧の長さの比]

[問題]

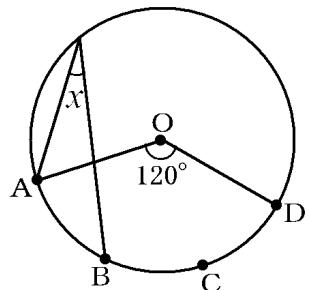
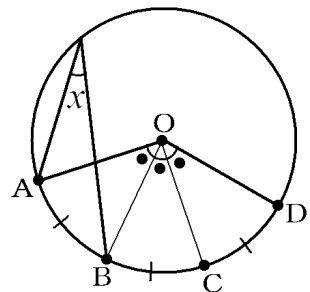
右の図において、弧 AB=弧 BC=弧 CD とする。

$\angle x$  の大きさを求めよ。ただし、点 O は円の中心とする。

(沖縄県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $20^\circ$

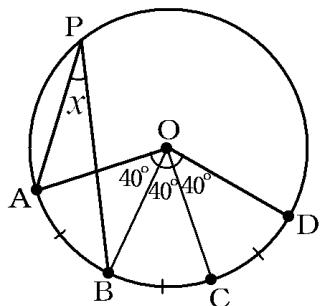
[解説]

1つの円で、長さが等しい弧に対する中心角の大きさは等しいので、 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$

よって、 $\angle AOB = \angle AOD \div 3 = 120^\circ \div 3 = 40^\circ$

同じ弧 AB の円周角は中心角の半分になるので、

$$\angle x = \angle APB = \angle AOB \div 2 = 40^\circ \div 2 = 20^\circ$$



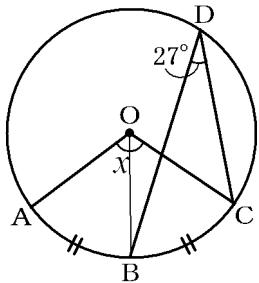
[問題]

右の図のように、円Oの円周上に、4点A, B, C, Dがある。弧AB=弧BC,  $\angle BDC = 27^\circ$  のとき、 $\angle AOC$ の大きさxを求めよ。

(宮崎県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $108^\circ$

[解説]

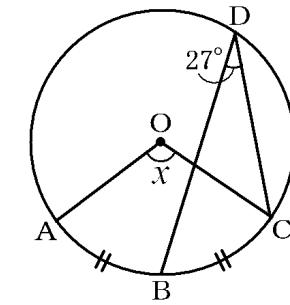
OBを結ぶ。

同じ弧BCの中心角は、円周角の2倍になるので、

$$\angle BOC = \angle BDC \times 2 = 27^\circ \times 2 = 54^\circ$$

弧AB=弧BCなので、 $\angle AOB = \angle BOC = 54^\circ$

よって、 $\angle AOC = 54^\circ + 54^\circ = 108^\circ$



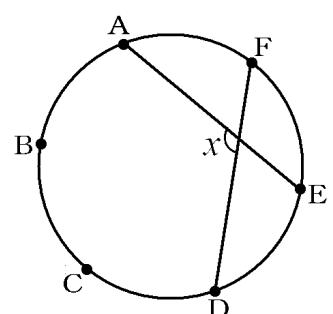
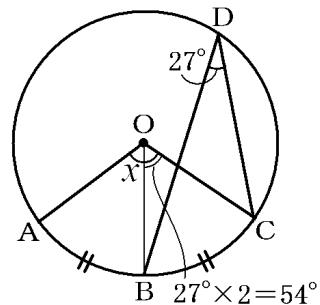
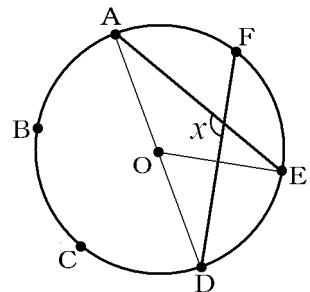
[問題]

右の図で、A, B, C, D, E, Fは、円周を6等分する点である。 $\angle x$ の大きさを求めよ。

(福島県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $120^\circ$

[解説]

A と D を結ぶと、AD は直径になるので、円の中心 O は線分 AB の中点にある。弧 DE は円周の  $\frac{1}{6}$  なので、

中心角  $\angle DOE = 360^\circ \times \frac{1}{6} = 60^\circ$  である。

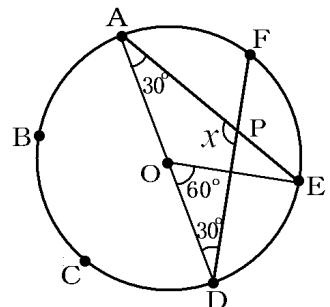
同じ弧 DE の円周角は中心角の  $\frac{1}{2}$  なので、

$$\angle DAE = \angle DOE \times \frac{1}{2} = 60^\circ \times \frac{1}{2} = 30^\circ \text{ である。}$$

同様にして、弧 AF の円周角  $\angle ADF$  は  $30^\circ$  になる。

$\triangle ADP$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、 $\angle x + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$$\text{よって, } \angle x = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$



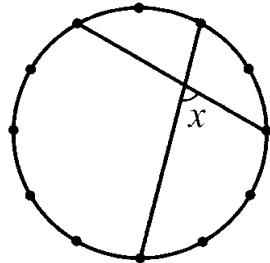
[問題]

右の図で、円周上の 12 点は円周を 12 等分している。

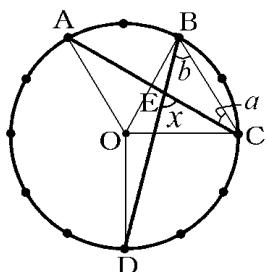
$\angle x$  の大きさを求めよ。

(奈良県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $75^\circ$

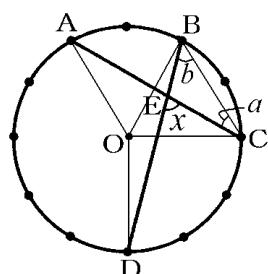
[解説]

右図で  $\angle a$  と  $\angle b$  がわかれば  $\angle x$  を求めることができる。

$\angle a$  は弧 AB の円周角である。弧 AB の中心角は  $\angle AOB$  で、

$$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{2}{12} = 60^\circ \text{ なので, } \angle a = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$$

同様に、 $\angle COD = 360^\circ \times \frac{3}{12} = 90^\circ$  なので、 $\angle b = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$



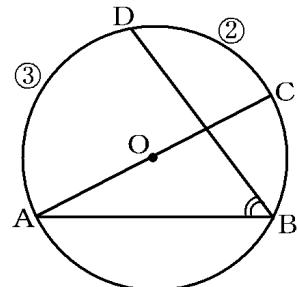
$\triangle BCE$  で、三角形の外角は、他の 2 つの内角の和に等しいので、  
 $\angle x = \angle a + \angle b = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$

[問題]

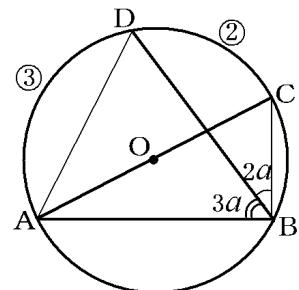
右の図のように、円 O の周上に 4 点 A, B, C, D があり、線分 AC は点 O を通る。点 B を含まない弧 AD の長さと点 B を含まない弧 DC の長さの比が 3 : 2 のとき、 $\angle ABD$  の大きさを求めよ。

(徳島県)(\*\*)

[解答欄]



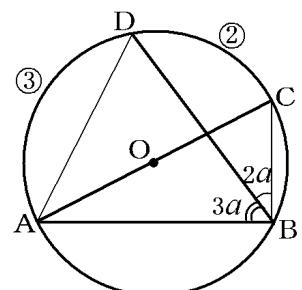
[ヒント]



[解答]  $54^\circ$

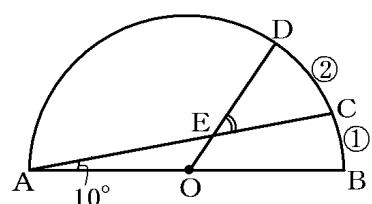
[解説]

弧 AD の長さと弧 DC の長さの比が 3 : 2 なので、それぞれの弧の円周角の比も 3 : 2 になる。  
 そこで、右図のように、 $\angle ABD = 3a$ ,  $\angle CBD = 2a$  とおく。  
 直径 AC の円周角なので、 $\angle ABC = 90^\circ$  だから、  
 $3a + 2a = 90^\circ$ ,  $5a = 90^\circ$ ,  $a = 18^\circ$   
 $\angle ABD = 3a = 3 \times 18^\circ = 54^\circ$



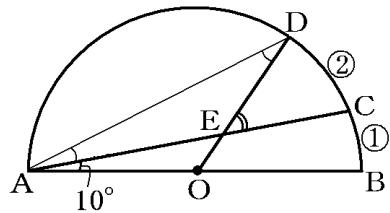
[問題]

右の図のように、線分 AB を直径とする半円 O がある。また、2 点 C, D が弧 AB 上にあり、 $\angle BAC = 10^\circ$ 、弧 BC : 弧 CD = 1 : 2 となっている。2 つの線分 OD と AC の交点を E とするとき、 $\angle CED$  の大きさを求めよ。  
 (岩手県)(\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $50^\circ$

[解説]

AD を結ぶ。

弧 BC : 弧 CD = 1 : 2 なので、

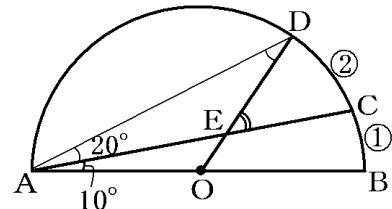
$$\angle CAD = \angle BAC \times 2 = 10^\circ \times 2 = 20^\circ$$

$\triangle OAD$  は  $OA=OD$  の二等辺三角形なので、

$$\angle ODA = \angle OAD = 10^\circ + 20^\circ = 30^\circ$$

$\triangle ADE$  で、三角形の外角は、他の 2 つの内角の和に等しいので、

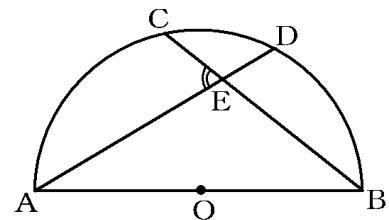
$$\angle CED = \angle EAD + \angle EDA = 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ$$



[問題]

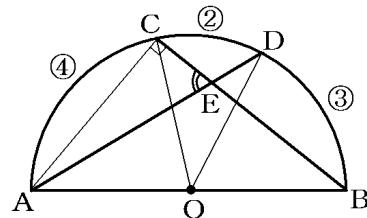
右の図で、2 点 C, D は、線分 AB を直径とする半円 O の弧 AB 上にある点で、弧  $AC = \frac{4}{9}$  弧 AB, 弧  $BD = \frac{1}{3}$  弧 AB である。線分 AD と線分 BC との交点を E とする。 $\angle AEC$  の大きさは何° か。

(東京都)(\*\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $70^\circ$

[解説]

$\triangle AEC$  で、 $\angle CAD$  がわかれば、 $\angle AEC$  を求めることができる。

「弧  $AC = \frac{4}{9}$  弧  $AB$ 、弧  $BD = \frac{1}{3}$  弧  $AB$ 」なので、

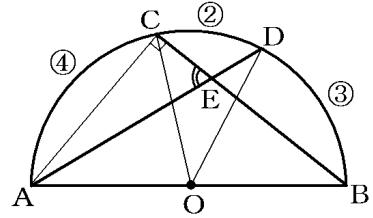
$$\text{弧 } CD = \left(1 - \frac{4}{9} - \frac{1}{3}\right) \times \text{弧 } AB = \frac{2}{9} \text{ 弧 } AB \text{ で、}$$

$$\text{弧 } AC : \text{弧 } CD : \text{弧 } DB = \frac{4}{9} : \frac{2}{9} : \frac{1}{3} = 4 : 2 : 3 \text{ である。}$$

$$\text{したがって、} \angle COD = 180^\circ \times \frac{2}{4+2+3} = 180^\circ \times \frac{2}{9} = 40^\circ$$

弧  $CD$  の円周角と中心角なので、 $\angle CAE = \angle CAD = \angle COD \div 2 = 40^\circ \div 2 = 20^\circ$

$\triangle AEC$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、 $\angle AEC = 180^\circ - 20^\circ - 90^\circ = 70^\circ$

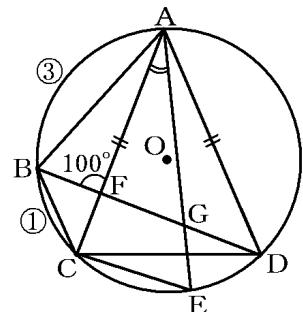


[問題]

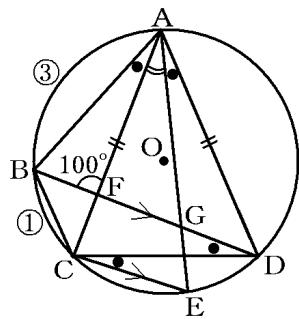
右の図において、4点  $A, B, C, D$  は円  $O$  の円周上の点であり、 $\triangle ACD$  は  $AC=AD$  の二等辺三角形である。点  $C$  を通り  $BD$  に平行な直線と円  $O$  との交点を  $E$  とし、 $BD$  と  $AC$ ,  $AE$  との交点をそれぞれ  $F, G$  とする。弧  $AB : \text{弧 } BC = 3 : 1$ ,  $\angle AFB = 100^\circ$  のとき、 $\angle CAE$  の大きさを求めよ。

(静岡県)(\*\*\*)

[解答欄]

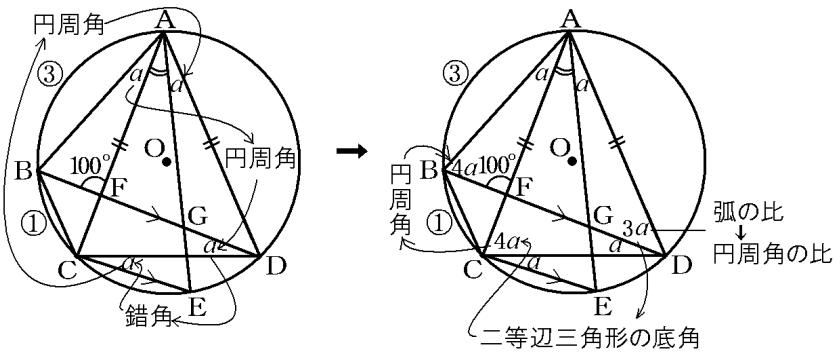


[ヒント]



[解答]  $36^\circ$

[解説]



$\angle BAC = a$  とおく。円周角、平行線の錯角、弧の比=円周角の比、を使って角を調べると、上図のようになる。

$\triangle ABF$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$a + 4a + 100^\circ = 180^\circ, \quad 5a = 80^\circ, \quad a = 16^\circ$$

$\triangle ABD$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$$a + \angle CAE + a + 4a + 3a = 180^\circ, \quad \angle CAE = 180^\circ - 9a$$

$$a = 16^\circ \text{ なので, } \angle CAE = 180^\circ - 9 \times 16^\circ = 36^\circ$$

【】その他

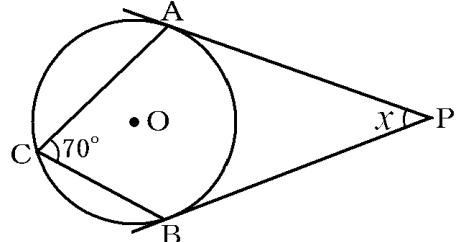
[円と接線]

[問題]

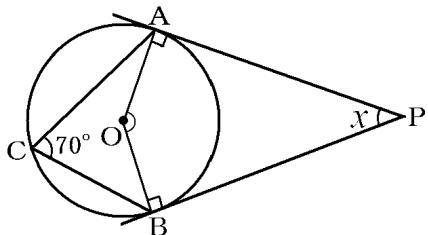
右の図において、 $\angle x$  の大きさを求めよ。ただし、  
PA, PB は円 O の接線で、点 A, B はその接点である。  
また、点 C は円 O の周上の点である。

(鳥取県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $40^\circ$

[解説]

右図のように、OA, OB を結ぶと、

$$\angle OAP = 90^\circ, \angle OBP = 90^\circ$$

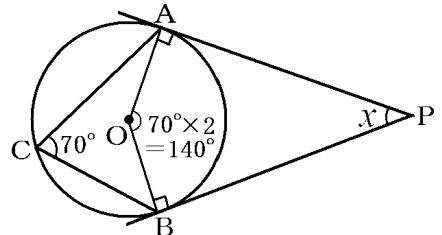
また、同じ弧の中心角は、円周角の 2 倍になるので、

$$\angle AOB = \angle ACB \times 2 = 70^\circ \times 2 = 140^\circ$$

四角形 AOBP で、四角形の内角の和は  $360^\circ$  なので、

$$x + 90^\circ + 140^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

$$x + 320^\circ = 360^\circ, x = 360^\circ - 320^\circ = 40^\circ$$

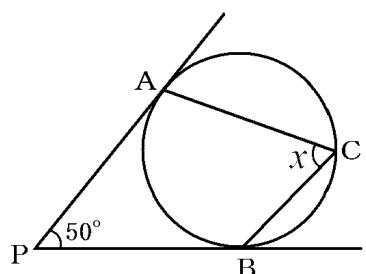


[問題]

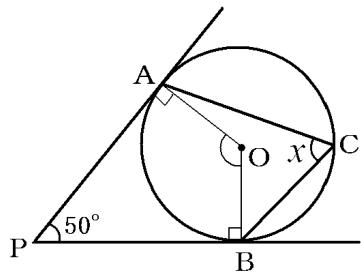
右の図のように、3 点 A, B, C が円周上にあり、  
2 直線 PA, PB はともに円の接線である。 $\angle APB = 50^\circ$   
のとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(鹿児島県)(\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $65^\circ$

[解説]

円の中心を  $O$  とする。右図のように、 $OA$ ,  $OB$  を結ぶと、

$$\angle OAP = 90^\circ, \angle OBP = 90^\circ$$

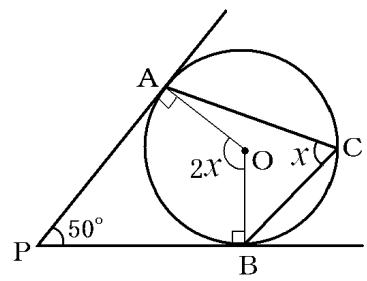
また、同じ弧の中心角は、円周角の 2 倍になるので、

$$\angle AOB = \angle ACB \times 2 = x \times 2 = 2x$$

四角形  $AOBP$  で、四角形の内角の和は  $360^\circ$  なので、

$$2x + 50^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

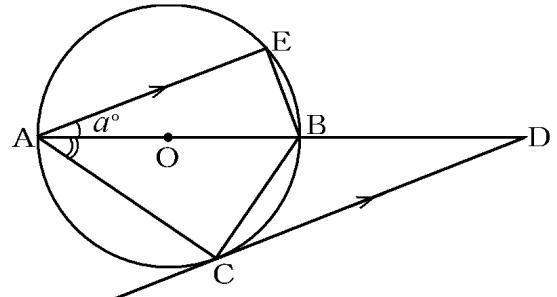
$$2x + 230^\circ = 360^\circ, 2x = 130^\circ, x = 65^\circ$$



[問題]

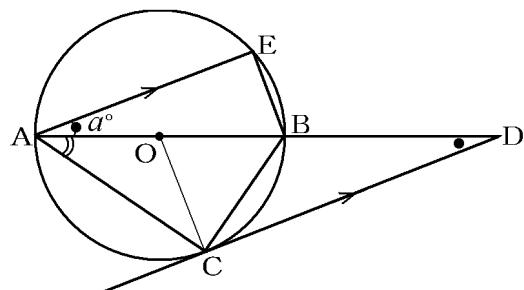
右の図のように、 $AB$  を直径とする円  $O$  の周上に、 $AC > BC$  となるように点  $C$  をとる。また、 $C$  を通る円  $O$  の接線と直線  $AB$  との交点を  $D$  とし、 $CD \parallel AE$  となるように円周上に点  $E$  をとる。 $\angle EAB = a^\circ$  とするとき、 $\angle BAC$  の大きさを  $a$  を用いて表せ。

(栃木県)(\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $45^\circ - \frac{1}{2}a^\circ$

[解説]

$OC$  を結ぶと,  $\angle OCD = 90^\circ$

$CD // AE$  で平行線の錯角は等しいので,

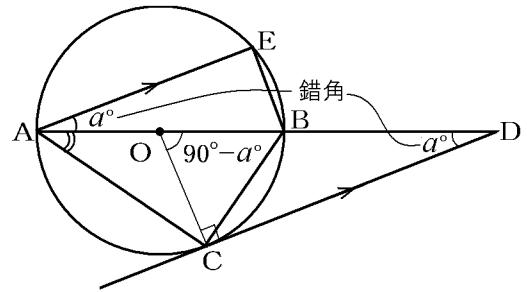
$$\angle CDO = \angle EAB = a^\circ$$

直角三角形  $ODC$  で, 内角の和は  $180^\circ$  なので,

$$\angle COB = 180^\circ - 90^\circ - a^\circ = 90^\circ - a^\circ$$

同じ弧  $BC$  の円周角は中心角の  $\frac{1}{2}$  倍になるので,

$$\angle BAC = (90^\circ - a^\circ) \times \frac{1}{2} = 45^\circ - \frac{1}{2}a^\circ$$



[円周角定理の逆]

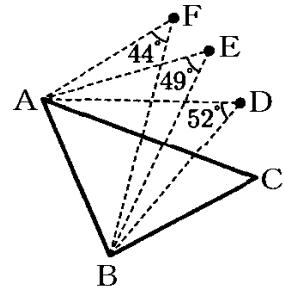
[問題]

右の図において,  $\angle BAC = 46^\circ$ ,  $\angle CBA = 85^\circ$  とする。

このとき, 3 点 A, B, C と同じ円周上にある点は 3 点 D, E, F のどれか。

(鹿児島県)(\*)

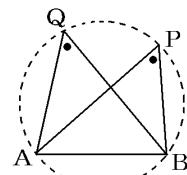
[解答欄]



[ヒント]

$\angle APB = \angle AQB$  ならば,

4 点 A, B, P, Q は 1 つの円周上にある。



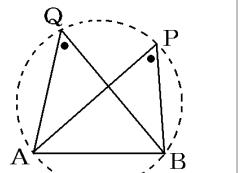
[解答] 点 E

[解説]

[円周角定理の逆]

$\angle APB = \angle AQB$  ならば,

4 点 A, B, P, Q は 1 つの円周上にある。



$\triangle ABC$  で, 三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので,  $\angle ACB = 180^\circ - 46^\circ - 85^\circ = 49^\circ$

よって,  $\angle ACB = \angle AEB$  なので, 3 点 A, B, C と同じ円周上にある点は E である。

[問題]

右の図の四角形 ABCD で、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(沖縄県)(\*\*)

[解答欄]

[ヒント]

$\angle BAC = \angle BDC$  なので、A, B, C, D は同一円周上にある。

[解答]  $52^\circ$

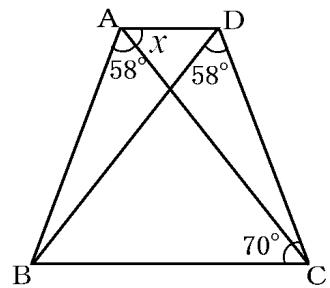
[解説]

$\angle BAC = \angle BDC$  なので、A, B, C, D は同一円周上にある。

したがって、 $\angle x = \angle CBD$

$\triangle DBC$  で、三角形の内角の和は  $180^\circ$  なので、

$\angle CBD = 180^\circ - 70^\circ - 58^\circ = 52^\circ$  よって、 $\angle x = \angle CBD = 52^\circ$



[問題]

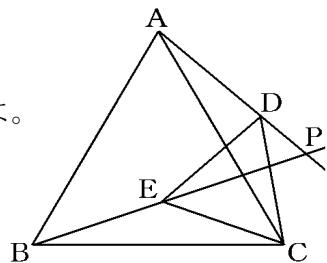
右の図の  $\triangle ABC$  と  $\triangle CDE$  はそれぞれ正三角形であり、

P は線分 AD の延長と線分 BE の延長との交点である。

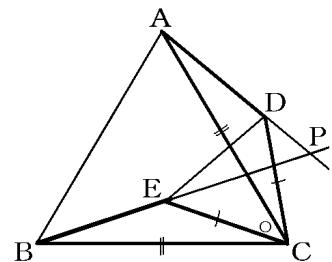
4 点 A, B, C, P は 1 つの円周上にあることを証明せよ。

(群馬県)(\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle BCE$  と  $\triangle ACD$  において、

$\triangle ABC$  は正三角形なので、  $BC=AC \cdots ①$

$\triangle CDE$  は正三角形なので、  $EC=DC \cdots ②$

$\angle BCE = \angle ACB - \angle ACE = 60^\circ - \angle ACE$

$\angle ACD = \angle DCE - \angle ACE = 60^\circ - \angle ACE$

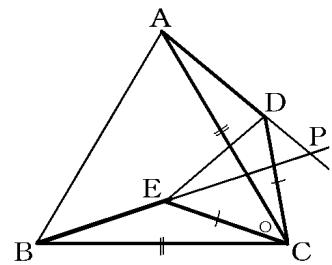
よって、  $\angle BCE = \angle ACD \cdots ③$

①、 ②、 ③より 2 組の辺と、 その間の角がそれぞれ等しい

で、  $\triangle BCE \cong \triangle ACD$

したがって、  $\angle CBE = \angle CAD$

よって、 円周角の定理の逆より、 4 点 A, B, C, P は 1 つの円周上にある。



の

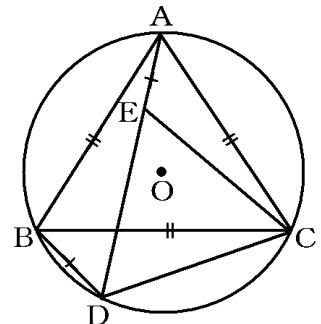
【】円と合同など

【】正三角形・二等辺三角形

[問題]

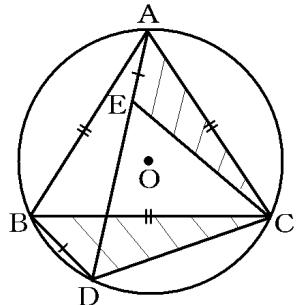
右の図において、 $\triangle ABC$  は各頂点が円  $O$  上にある正三角形である。円  $O$  上の、頂点  $A$  を含まない方の弧  $BC$  上に点  $D$  をとり、線分  $AD$  上に  $AE=BD$  となる点  $E$  をとる。このとき、 $\triangle AEC \cong \triangle BDC$  であることを証明せよ。

(鳥取県)(\*\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle AEC$  と  $\triangle BDC$  で、

仮定より、

$$AE = BD \cdots ①$$

$$CA = CB \cdots ②$$

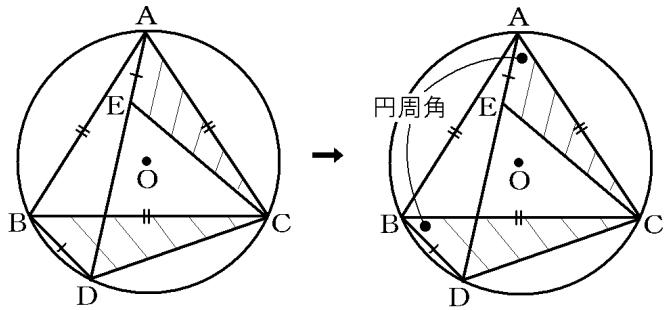
弧  $DC$  の円周角だから、

$$\angle CAE = \angle CBD \cdots ③$$

①, ②, ③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AEC \cong \triangle BDC$$

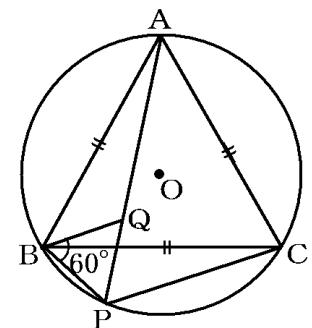
[解説]



[問題]

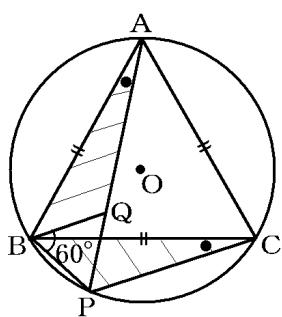
右の図のように、正三角形ABCと、3つの頂点を通る円Oがある。点Aを含まないBC上に点Pをとる。線分AP上に $\angle PBQ=60^\circ$ となるように点Qをとる。このとき、 $\triangle ABQ \equiv \triangle CBP$ であることを証明せよ。

(島根県)(\*\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle ABQ$  と  $\triangle CBP$  で,

仮定より,

$$AB = CB \cdots ①$$

弧  $BP$  の円周角だから,

$$\angle BAQ = \angle BCP \cdots ②$$

$\triangle ABC$  は正三角形だから  $\angle ABC = 60^\circ$  なので,

$$\angle ABQ = \angle ABC - \angle QBC = 60^\circ - \angle QBC \cdots ③$$

仮定より,  $\angle PBQ = 60^\circ$  なので,

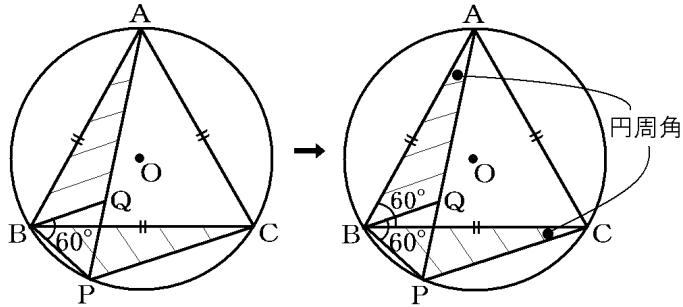
$$\angle CBP = \angle PBQ - \angle QBC = 60^\circ - \angle QBC \cdots ④$$

③, ④より,  $\angle ABQ = \angle CBP \cdots ⑤$

①, ②, ⑤から, 1組の辺とその両端の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle ABQ \equiv \triangle CBP$$

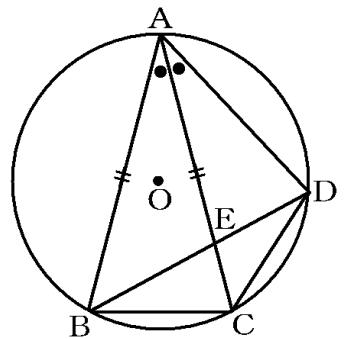
[解説]



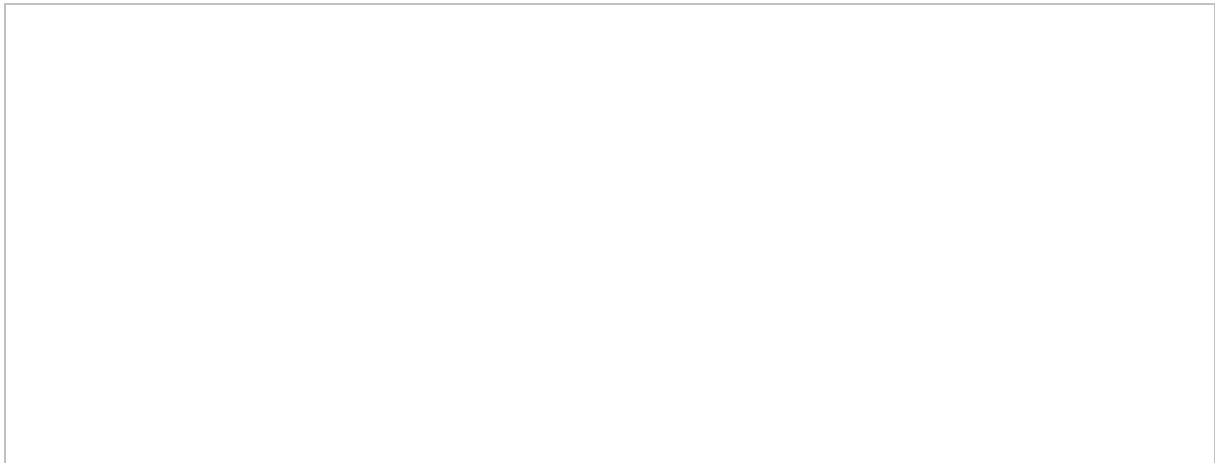
[問題]

右の図のように, 円  $O$  の周上に 4 点  $A, B, C, D$  があり,  
 $AB = AC$ ,  $\angle BAC = \angle CAD$  である。また, 線分  $AC$  と線分  $BD$   
との交点を  $E$  とする。このとき,  $\triangle ABE \equiv \triangle ACD$  を証明せよ。

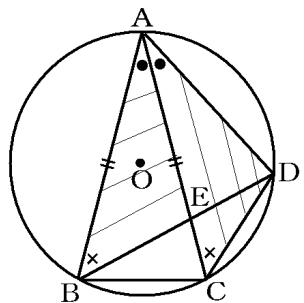
(富山県)(\*\*\*)



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle ACD$  で、

仮定より、

$$AB = AC \cdots ①$$

$$\angle BAE = \angle CAD \cdots ②$$

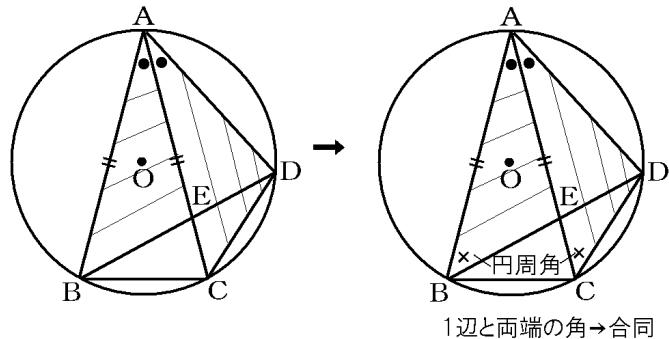
弧 AD 円周角だから、

$$\angle ABE = \angle ACD \cdots ③$$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$$

[解説]

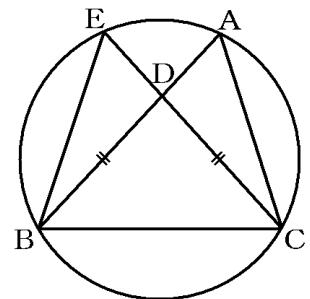


[問題]

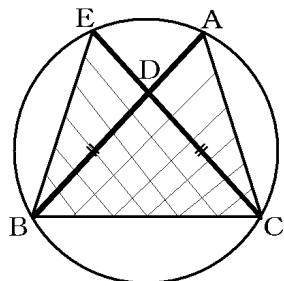
右の図のような、円周上の 3 点 A, B, C を頂点とする  $\triangle ABC$  があり、 $AB > AC$  である。辺 AB 上に  $DB=DC$  となる点 D をとり、直線 CD と円との交点のうち、C と異なる点を E とする。このとき、 $AB=EC$  となることを証明せよ。

(福島県)(\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



ABをふくむ $\triangle ABC$ と  
ECをふくむ $\triangle ECB$ の  
合同を証明する

[解答]

$\triangle ABC$  と  $\triangle ECB$  で、

BC は共通…①

仮定より  $DB=DC$  なので、 $\triangle DBC$  は二等辺三角形であり、

$\angle ABC = \angle ECB$ …②

弧 AE の円周角だから、

$\angle ACE = \angle EBA$ …③

②, ③より、 $\angle ACB = EBC$ …④

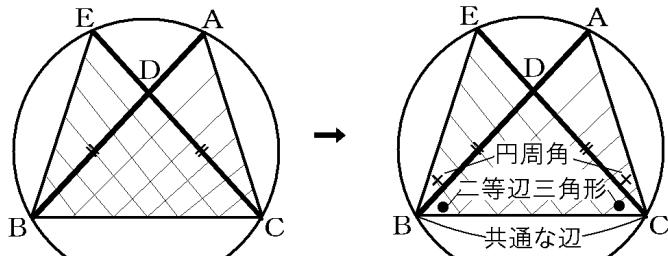
①, ②, ④から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABC \equiv \triangle ECB$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AB = EC$$

[解説]



ABをふくむ△ABCと  
ECをふくむ△ECBの  
合同を証明する

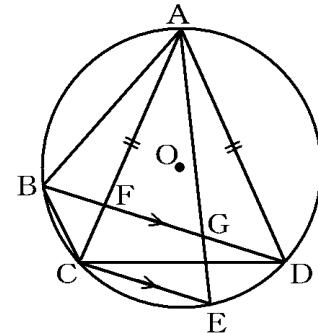
1組の辺と両端の角

[問題]

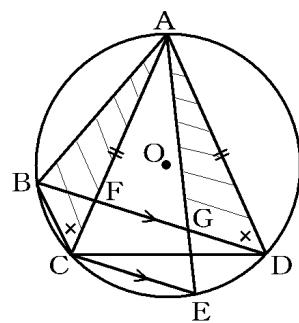
右の図において、4点A, B, C, Dは円Oの円周上の点であり、 $\triangle ACD$ は $AC=AD$ の二等辺三角形である。点Cを通りBDに平行な直線と円Oとの交点をEとし、BDとAC, AEとの交点をそれぞれF, Gとする。このとき、 $\triangle ABC \cong \triangle AGD$ であることを証明せよ。

(静岡県)(\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABC$  と  $\triangle AGD$  で、

仮定より、

$$AC = AD \cdots ①$$

弧 AB の円周角だから、

$$\angle ACB = \angle ADG \cdots ②$$

弧 BC の円周角だから、

$$\angle BAC = \angle BDC \cdots ③$$

仮定より  $BD // CE$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle BDC = \angle DCE \cdots ④$$

弧 DE の円周角だから、

$$\angle DCE = \angle GAD \cdots ⑤$$

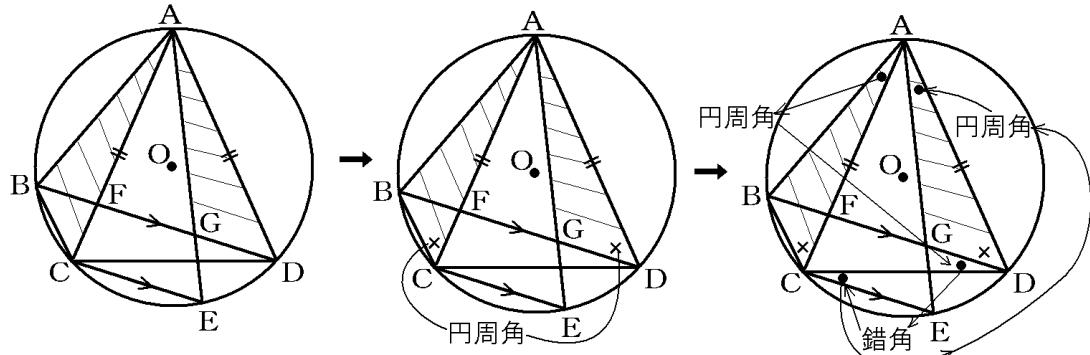
③, ④, ⑤より、

$$\angle BAC = \angle GAD \cdots ⑥$$

①, ②, ⑥から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle AGD$$

[解説]



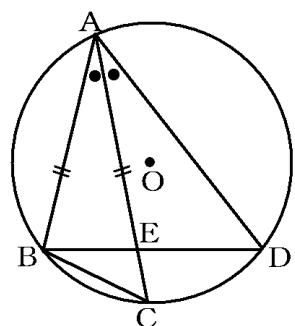
1組の辺とその両端の角

[問題]

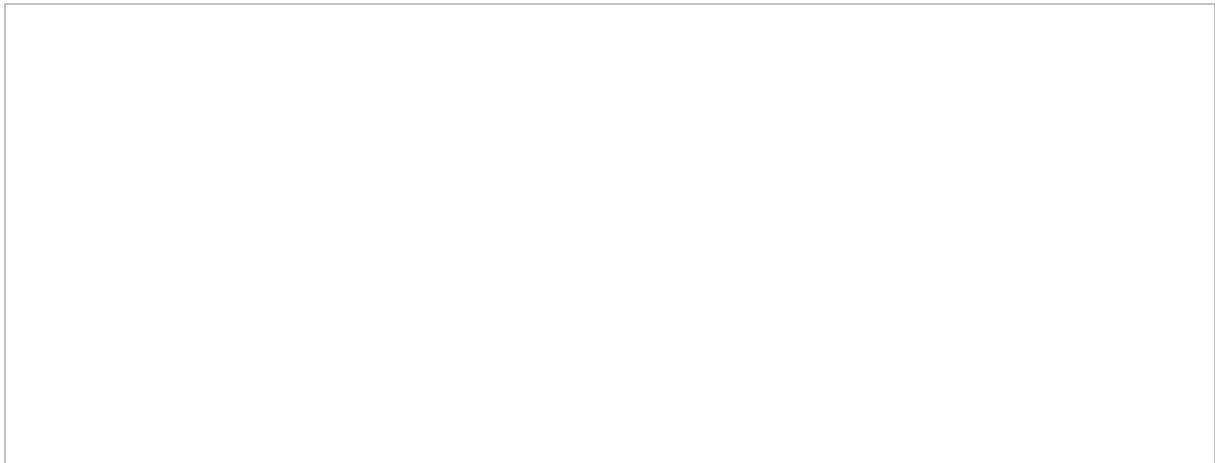
右の図のように、円 O の円周上に 4 つの点 A, B, C, D があり、2 つの弦 AC, BD の交点を E とする。

$AB = AE$  であり、AC は  $\angle BAD$  の二等分線である。このとき、  
 $\triangle ABC \equiv \triangle AED$  であることを証明せよ。

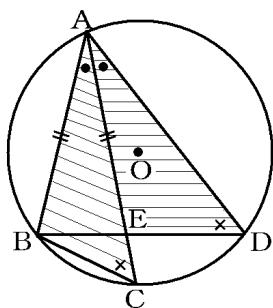
(新潟県)(\*\*\*\*)



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABC$  と  $\triangle AED$  で,

仮定より,

$$AB = AE \cdots ①$$

$$\angle BAC = \angle EAD \cdots ②$$

弧 AB の円周角だから,

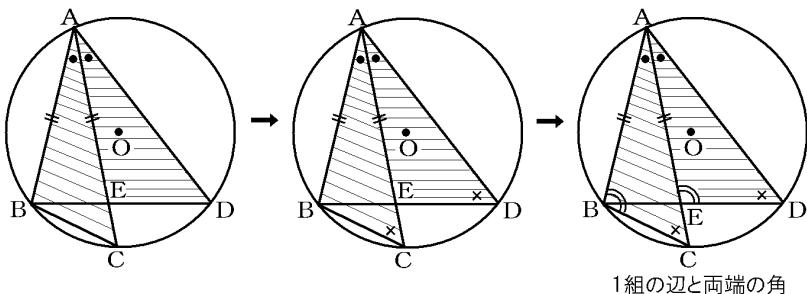
$$\angle ACB = \angle ADE \cdots ③$$

②, ③より, 2つの三角形の 2 角の大きさが等しいので, 残りの角の大きさも等しくなるから,  $\angle ABC = \angle AED \cdots ④$

①, ②, ④から, 1組の辺とその両端の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle ABC \equiv \triangle AED$$

[解説]



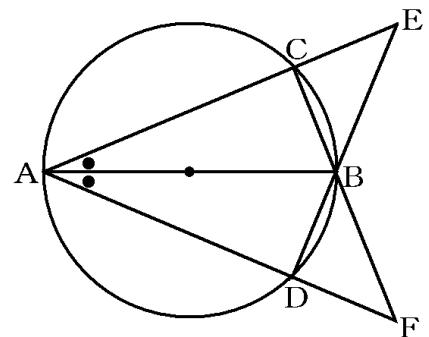
## 【】その他

### [問題]

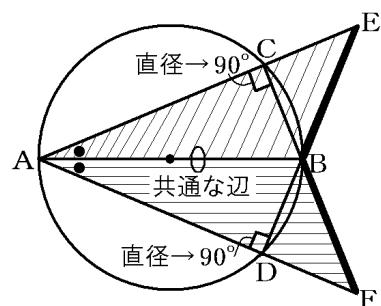
右の図のように、線分 AB を直径とする円の周上に、2 点 C, D を  $\angle BAC = \angle BAD$  となるようにとる。ただし、 $AC > BC$  とする。また、直線 AC と直線 DB との交点を E, 直線 AD と直線 CB との交点を F とする。このとき、 $BE = BF$  となることを証明せよ。

(福島県)(\*\*\*)

### [解答欄]



### [ヒント]



### [解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle ABF$  で、

AB は共通…①

仮定より、

$\angle BAE = \angle BAF$ …②

直径の円周角は  $90^\circ$  だから、 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ADB = 90^\circ$  なので、

$\angle ACB = \angle ADB$ …③

②, ③より、2つの三角形の2角の大きさが等しいので、残りの角の大きさも等しくなるから、 $\angle ABC = \angle ABD$ …④

対頂角だから、

$$\angle CBE = \angle DBF \cdots ⑤$$

④, ⑤より、

$$\angle ABE = \angle ABF \cdots ⑥$$

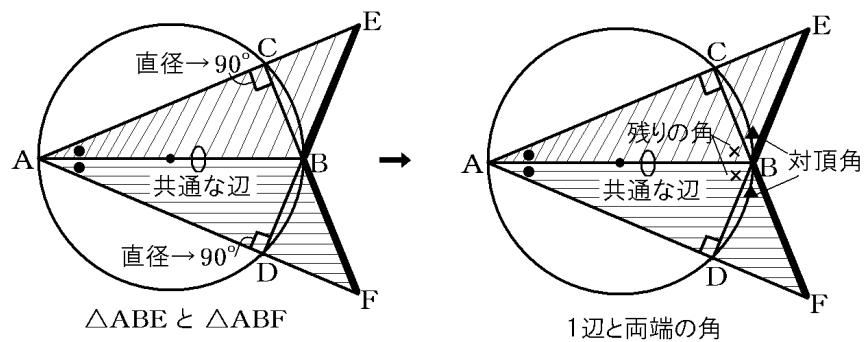
①, ②, ⑥から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \cong \triangle ABF$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$BE = BF$$

[解説]

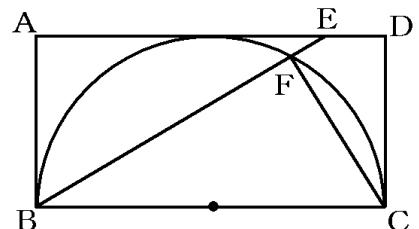


[問題]

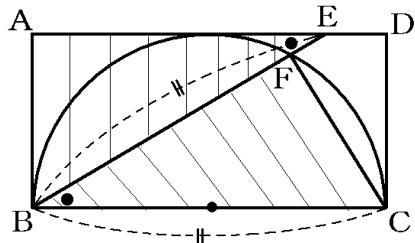
右の図のように、長方形 ABCD と、その辺 BC を直径とした辺 AD 上に点 E を  $BC = BE$  となるようにとり、線分 BE と弧 BC との交点を F とする。このとき、 $\triangle ABE \cong \triangle FCB$  であることを証明せよ。

(茨城県)(\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABE \cong \triangle FCB$  で、

仮定より、 $BE = BC \cdots ①$

$BC$  は直径なので、 $\angle BFC = 90^\circ \cdots ②$

$ABCD$  は長方形なので、 $\angle EAB = 90^\circ \cdots ③$

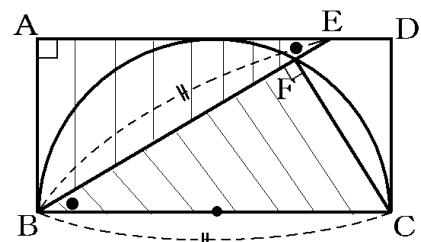
②、③より、 $\angle EAB = \angle BFC = 90^\circ \cdots ④$

$AD \parallel BC$  で、平行線の錯角は等しいので、

$\angle AEB = \angle FBC \cdots ⑤$

①、④、⑤から、直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABE \cong \triangle FCB$



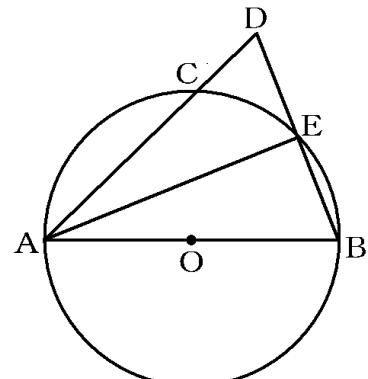
[問題]

右の図のように、線分  $AB$  を直径とする円  $O$  の周上に、点  $C$  を弧  $AC = \text{弧 } BC$  となるようにとる。また、線分  $AC$  を  $C$  の方へ延長し、その上に点  $D$  を  $AB = AD$  となるようにとる。さらに、線分  $BD$  と円  $O$  との交点のうち、 $B$  以外の点を  $E$  とし、点  $A$  と点  $E$  を結ぶ。次の各問いに答えよ。

(1)  $\angle DAB$  の大きさを求めよ。

(2)  $\triangle ABE \cong \triangle ADE$  であることを証明せよ。

(宮城県)(\*\*\*)

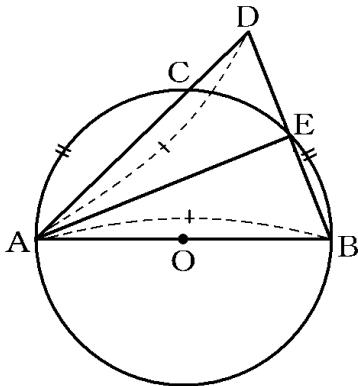


[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]



[解答](1)  $45^\circ$

(2)  $\triangle ABE \cong \triangle ADE$  で、

仮定より、 $AB = AD \cdots \text{①}$

$AE$  は共通  $\cdots \text{②}$

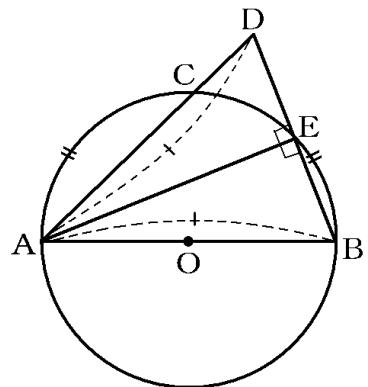
$AB$  は直径なので、

$$\angle AEB = 90^\circ$$

$$\angle AED = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\text{よって, } \angle AEB = \angle AED = 90^\circ \cdots \text{③}$$

①, ②, ③から、直角三角形の斜辺と他の 1 辺が、それぞれ等しいので、 $\triangle ABE \cong \triangle ADE$



[問題]

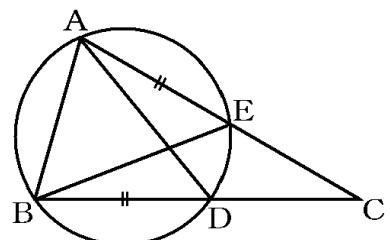
右の図のように、 $\triangle ABC$  の辺 BC 上に点 D がある。

3 点 A, B, D を通る円と、辺 AC との交点を E とする。

$AE = BD$  のとき、 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$  を証明せよ。

(北海道)(\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]

まず、 $\angle BAC = \angle ABC \rightarrow CA = CB$   
を証明する。

[解答]

$\triangle ACD$  と  $\triangle BCE$  で、

仮定より、 $AE = BD$  なので、弧  $AE = \text{弧 } BD$

よって、 $\angle ABE = \angle BAD \cdots ①$

弧  $DE$  の円周角なので、 $\angle DBE = \angle DAE \cdots ②$

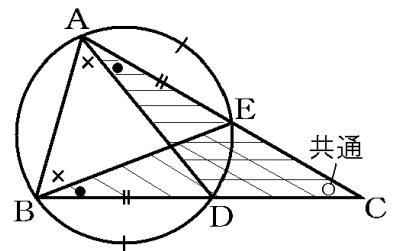
①, ②より、 $\angle BAC = \angle ABC$  なので、

$\triangle CAB$  は二等辺三角形になり、 $CA = CB \cdots ③$

共通なので、 $\angle ACD = \angle BCE \cdots ④$

②, ③, ④から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ACD \equiv \triangle BCE$

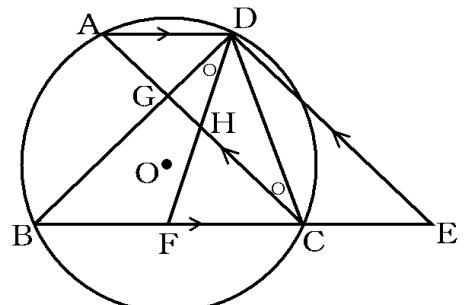


[問題]

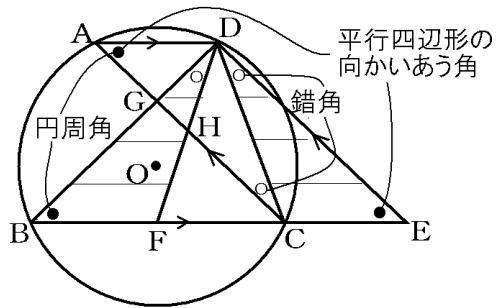
右の図において、4点 A, B, C, D は円 O の円周上の点であり、 $AD \parallel BC$  である。点 D を通り AC に平行な直線と BC の延長との交点を E とし、BE 上に  $\angle ACD = \angle BDF$  となる点 F をとる。また、AC と DB, DF との交点をそれぞれ G, H とする。このとき、 $BF = EC$  であることを証明せよ。

(静岡県)(\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle DBF$  と  $\triangle DEC$  で,

弧 DC の円周角なので,  $\angle CBD = \angle CAD \cdots ①$

仮定より,  $AD \parallel CE$ ,  $AC \parallel DE$  なので, 四角形 ACED は平行四辺形である。平行四辺形の向かいあう角は等しいので,  $\angle CAD = \angle CED \cdots ②$

①, ②より,  $\angle CBD = \angle CED \cdots ③$

③より  $\triangle DBE$  は二等辺三角形になり,

$$DB = DE \cdots ④$$

仮定より,  $\angle ACD = \angle BDF \cdots ⑤$

$AC \parallel DE$  なので,  $\angle ACD = \angle EDC \cdots ⑥$

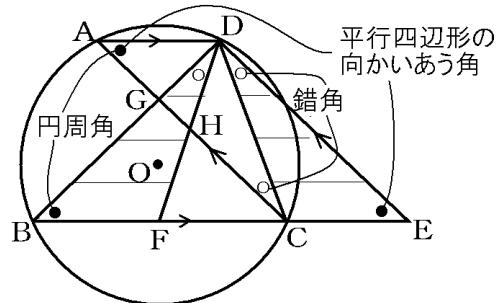
⑤, ⑥より,  $\angle BDF = \angle EDC \cdots ⑦$

③, ④, ⑦から, 1組の辺とその両端の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle DBF \equiv \triangle DEC$$

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

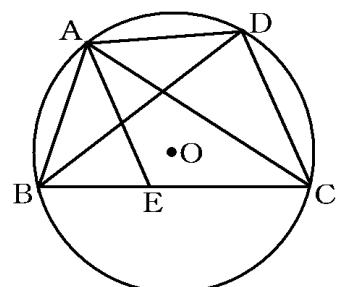
$$BF = EC$$



[問題]

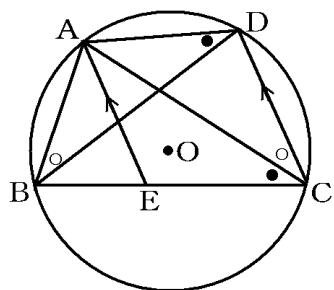
右の図のように, 円 O の円周上に 4 点 A, B, C, D があり,  $\angle ABD = \angle ADB$  である。また, 線分 BC 上に点 E があり,  $AE \parallel DC$  である。このとき,  $\triangle ECA$  は二等辺三角形であることを証明せよ。

(広島県)(\*\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

弧ABに対する円周角なので、 $\angle ECA = \angle ADB \cdots ①$

仮定より $\angle ADB = \angle ABD \cdots ②$

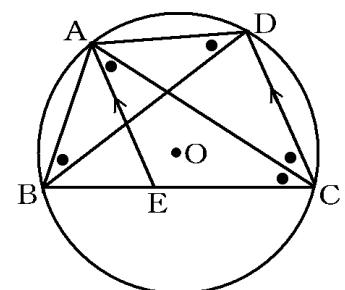
弧ADに対する円周角なので、 $\angle ABD = \angle ACD \cdots ③$

仮定よりAE//DCで、平行線の錯角は等しいので、

$\angle ACD = \angle EAC \cdots ④$

①, ②, ③, ④より、 $\angle ECA = \angle EAC$  になるので、

$\triangle ECA$ は二等辺三角形である。



【】円と相似

【】円周角

[問題]

右の図で、点 A, B, C, D は円周上にあり、AC と BD の交点を E とする。 $\angle ACB = \angle ACD$  のとき、次の各問いに答えよ。

(1)  $\triangle ABE$  と  $\triangle ACB$  が相似になることを次のように証明した。

ア、イにあてはまることばを入れよ。

(証明)

$\triangle ABE$  と  $\triangle ACB$  で

弧 AD に対する(ア)は等しいので

$\angle ABD = \angle ACD$

仮定より、 $\angle ACB = \angle ACD$

よって、 $\angle ABE = \angle ACB \cdots ①$

また、 $\angle BAC$  は共通だから、 $\angle BAE = \angle CAB \cdots ②$

①、②から、(イ)がそれぞれ等しいので

$\triangle ABE \sim \triangle ACB$

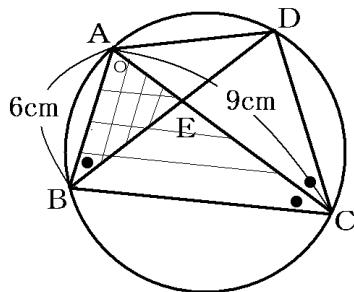
(2) AB=6cm, AC=9cm のとき、AE の長さを求めよ。

(青森県)(\*\*)

[解答欄]

(1)ア	イ	(2)
------	---	-----

[ヒント]



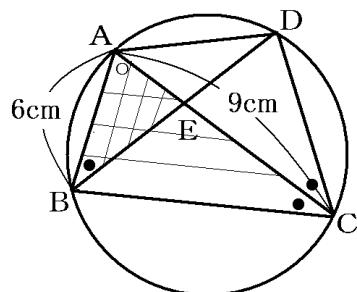
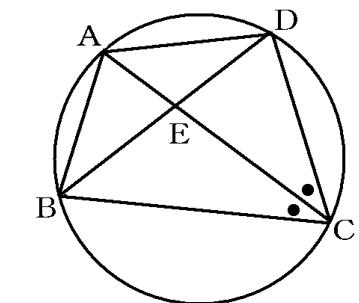
[解答](1)ア 円周角 イ 2組の角 (2) 4cm

[解説]

(2) 角(●と○)に着目して、小:大の対応する辺の比をとる  
と、 $AE : AB = AB : AC$

$$AE : 6 = 6 : 9$$

$$9AE = 6 \times 6, AE = 6 \times 6 \div 9 = 4(\text{cm})$$



[問題]

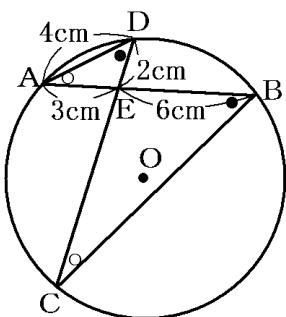
右の図のように、円Oの2つの弦AB, CDの交点をEとする。  
 $AE=3\text{cm}$ ,  $DE=2\text{cm}$ ,  $AD=4\text{cm}$ ,  $BE=6\text{cm}$  とするとき、次の  
 ①, ②の線分の長さをそれぞれ求めよ。

- ① BC
  - ② CE
- (佐賀県)(\*\*)

[解答欄]

①	②
---	---

[ヒント]



[解答]① 12cm ② 9cm

[解説]

右図のように、2角が等しいので、 $\triangle CBE \sim \triangle ADE$  である。

角(●と○)に着目して、大:小の対応する辺の比をとると、

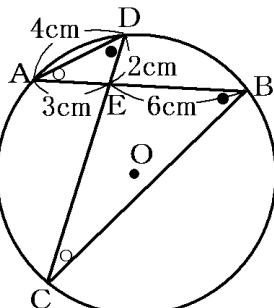
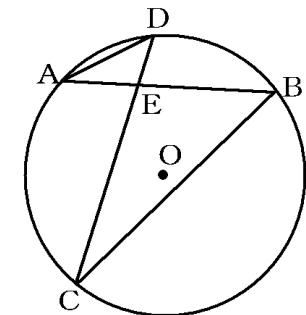
$$BC : DA = BE : DE$$

$$BC : 4 = 6 : 2$$

$$2BC = 4 \times 6, BC = 4 \times 6 \div 2 = 12(\text{cm})$$

$$\text{また}, CE : AE = BE : DE, CE : 3 = 6 : 2$$

$$2CE = 3 \times 6, CE = 3 \times 6 \div 2 = 9(\text{cm})$$

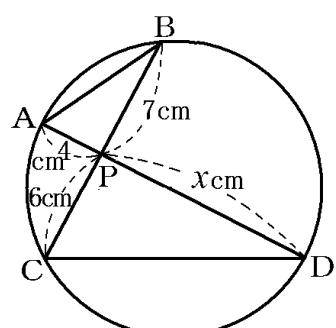


[問題]

右の図において、2つの直線ADとBCは、円の内部にある点Pで交わっている。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle PCD \sim \triangle PAB$  であることを証明せよ。
- (2)  $PA=4\text{cm}$ ,  $PB=7\text{cm}$ ,  $PC=6\text{cm}$  のとき、図のxの値を求めよ。

(鳥取県)(\*\*\*)

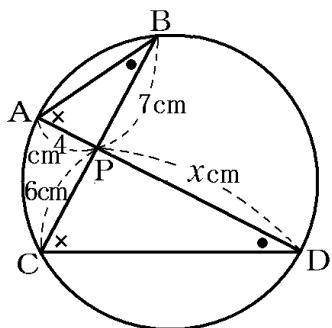


[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]



[解答]

(1)  $\triangle PCD \sim \triangle PAB$  で、

弧 AC に対する円周角は等しいから、

$$\angle PDC = \angle PBA \cdots ①$$

弧 BD に対する円周角は等しいから、

$$\angle PCD = \angle PAB \cdots ②$$

①, ②から、2組の角がそれぞれ等しいので、

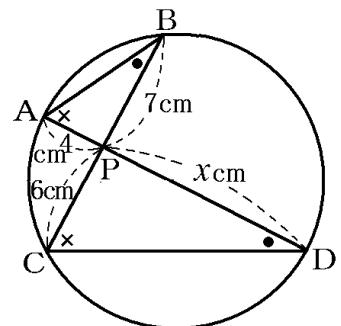
$$\triangle PCD \sim \triangle PAB$$

$$(2) x = \frac{21}{2}$$

[解説]

$\triangle PCD \sim \triangle PAB$  なので、(大) : (小)の比をとると、

$$x : 7 = 6 : 4, \quad 4x = 7 \times 6, \quad x = \frac{42}{4} = \frac{21}{2}$$



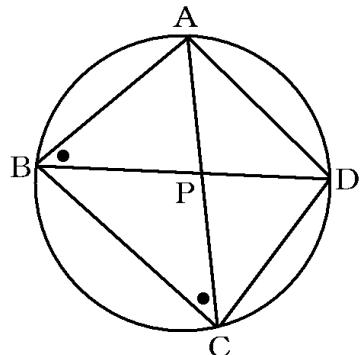
[問題]

右の図のように、四角形 ABCD がある。この四角形の頂点はすべて同じ円の周上にあり、点 P は対角線 AC と対角線 BD との交点である。 $\angle ABD = \angle BCA$  であるとき、次の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle ACD \sim \triangle ADP$  を証明せよ。
  - (2)  $AP = 6\text{cm}$ ,  $PC = 7\text{cm}$  のとき、辺 AD の長さを求めよ。
- (高知県)(\*\*\*)

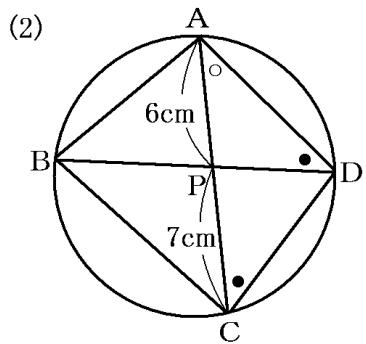
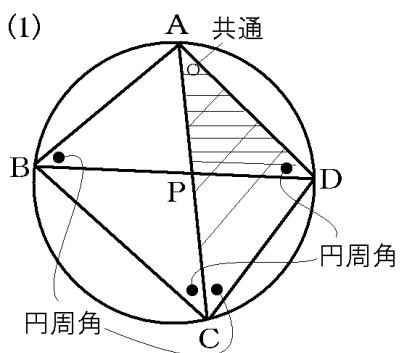
[解答欄]

(1)



(2)

[ヒント]



[解答]

(1)  $\triangle ACD$  と  $\triangle ADP$  で,

共通な角なので,

$$\angle CAD = \angle DAP \cdots ①$$

弧  $AD$  に対する円周角は等しいから,

$$\angle ABD = \angle ACD \cdots ②$$

弧  $AB$  に対する円周角は等しいから,

$$\angle BCA = \angle ADP \cdots ③$$

仮定より  $\angle ABD = \angle BCA$  なので, ②, ③より,

$$\angle ACD = \angle ADP \cdots ④$$

①, ④から, 2組の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ACD \sim \triangle ADP$$

$$(2) \sqrt{78} \text{ cm}$$

[解説]

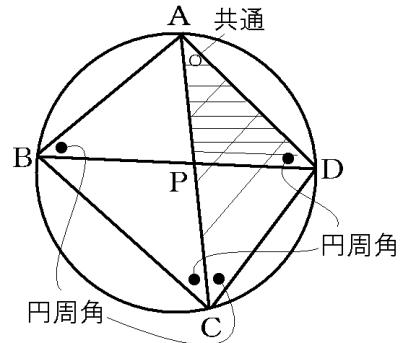
(2) 角(●と○)に着目して, 小:大の対応する辺の比をとると,

$$AP : AD = AD : AC$$

$$6 : AD = AD : (6+7)$$

$$AD^2 = 6 \times (6+7), \quad AD^2 = 78$$

$$AD > 0 \text{ なので, } AD = \sqrt{78} \text{ (cm)}$$

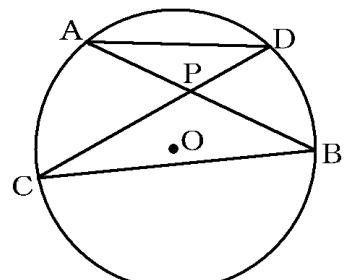
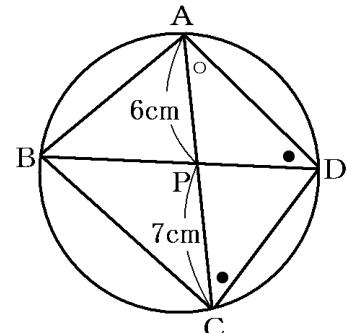


[問題]

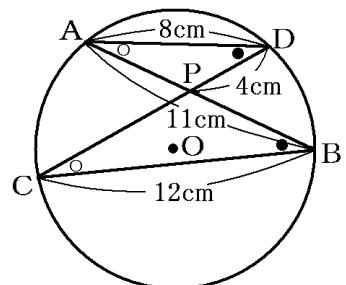
右図のように, 円  $O$  の2つの弦  $AB$ ,  $CD$  が, 点  $P$  で交わっている。 $AB=11\text{cm}$ ,  $BC=12\text{cm}$ ,  $AD=8\text{cm}$ ,  $DP=4\text{cm}$  のとき, 線分  $PC$  の長さを求めよ。

(愛媛県)(\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $\frac{15}{2}$  cm

[解説]

右図のように等しい角(○, ●)を調べると,  
 $\triangle ADP \sim \triangle CBP$  であることに気づく。

そこで, (大) : (小)の相似比をとると,  
 $PC : PA = BC : DA, PC : PA = 12 : 8 \cdots ①$

となるが, PC, PA ともにわからないので, PC を計算できない。  
 また, AB=11cm, DP=4cm の条件も使用していない。

そこで, まず, PB を先に求める。

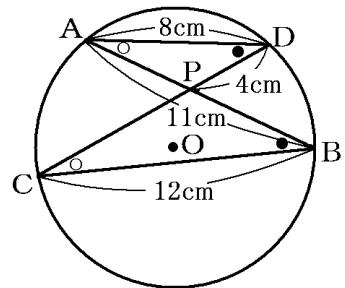
$$PB : PD = BC : DA$$

$$PB : 4 = 12 : 8, PB : 4 = 3 : 2, 2PB = 4 \times 3, PB = 12 \div 2 = 6(\text{cm})$$

$$\text{①より}, PC : PA = 12 : 8$$

$$PC : (11 - 6) = 12 : 8, PC : 5 = 3 : 2,$$

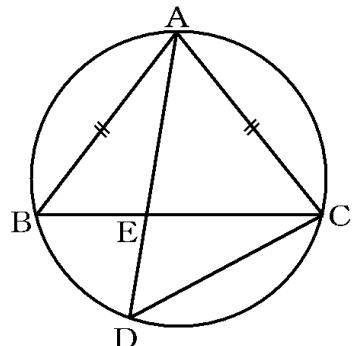
$$2PC = 5 \times 3, PC = \frac{15}{2}(\text{cm})$$



[問題]

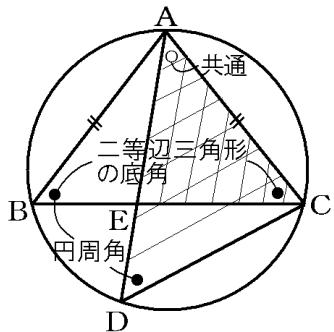
右の図のように, 円周上の 3 点 A, B, C を頂点とする  
 $\triangle ABC$  があり,  $AB = AC$  である。点 A を含まない方  
 の弧 BC 上に点 D をとり, AD と BC の交点を E とする。  
 このとき,  $\triangle ADC \sim \triangle ACE$  であることを証明せよ。

(栃木県)(\*\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle ADC$  と  $\triangle ACE$  で,

$\triangle ABC$  は  $AB=AC$  の二等辺三角形なので,

$$\angle ABC = \angle ACE \cdots ①$$

弧  $AC$  に対する円周角は等しいから,

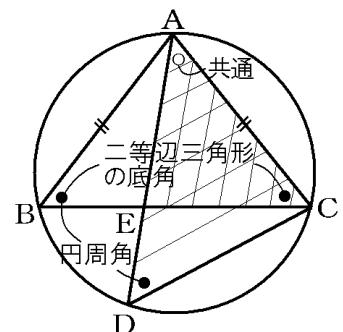
$$\angle ABC = \angle ADC \cdots ②$$

$$①, ② \text{より}, \angle ADC = \angle ACE \cdots ③$$

$$\text{共通なので, } \angle DAC = \angle CAE \cdots ④$$

③, ④から, 2組の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ADC \sim \triangle ACE$$

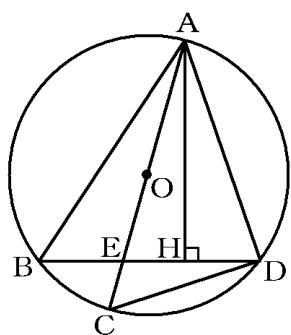


【】直径→90°

[問題]

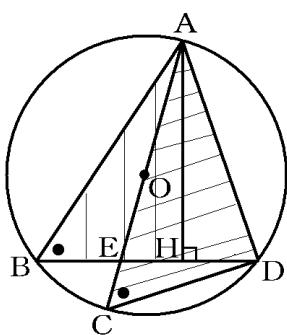
右の図で、4点A, B, C, Dは円Oの周上にあり、ACは円Oの直径で、AHは△ABDの頂点Aから辺BDにひいた垂線である。また、直径ACとBDとの交点をEとする。このとき、 $\triangle ABH \sim \triangle ACD$ であることを証明せよ。

(岐阜県)(\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle ABH$  と  $\triangle ACD$  で、

弧ADに対する円周角なので、

$$\angle ABH = \angle ACD \cdots ①$$

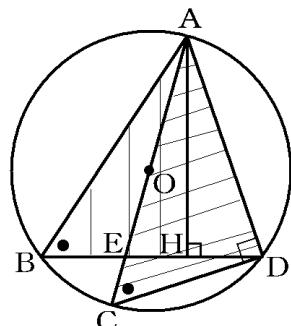
仮定より、 $\angle AHB = 90^\circ \cdots ②$

ACは円Oの直径なので、 $\angle ADC = 90^\circ \cdots ③$

②, ③より、 $\angle AHB = \angle ADC \cdots ④$

①, ④から、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABH \sim \triangle ACD$$

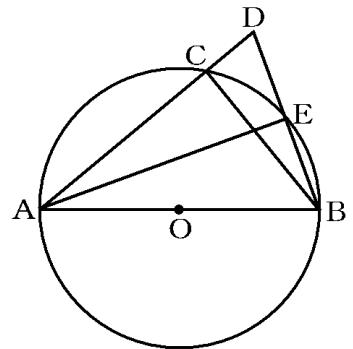


[問題]

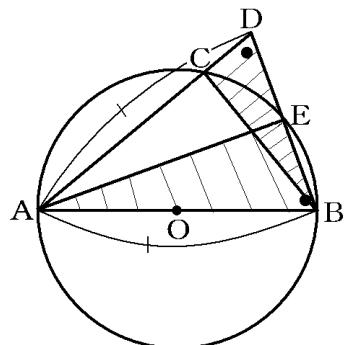
右の図のように、線分 AB を直径とする円 O がある。円 O の周上に点 A, B と異なる点 C をとり、線分 AC を点 C の方向へ延長し、その延長線上に  $AD = AB$  となるように点 D をとる。線分 BD と円 O の交点のうち、点 B 以外の交点を E とし、点 A と点 E を結ぶ。このとき、 $\triangle ABE \sim \triangle BDC$  を証明せよ。

(高知県)(\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle BDC$  で、

AB は円 O の直径なので、

$$\angle AEB = 90^\circ \cdots ①$$

$$\angle BCD = \angle ACB = 90^\circ \cdots ②$$

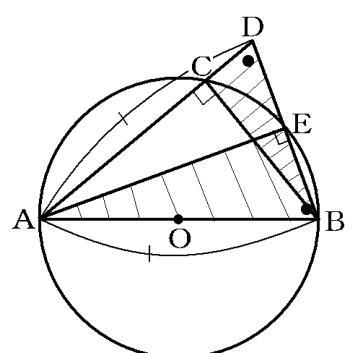
①, ②より、 $\angle AEB = \angle BCD \cdots ③$

AB=AD より、 $\triangle ABD$  は二等辺三角形なので、

$$\angle ABE = \angle BDC \cdots ④$$

③, ④から、2組の角がそれぞれ等しいので、

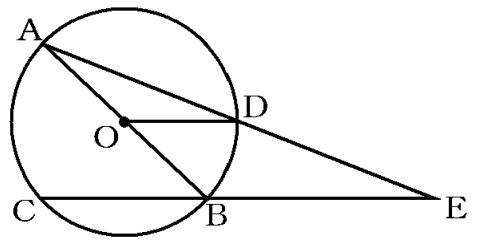
$$\triangle ABE \sim \triangle BDC$$



[問題]

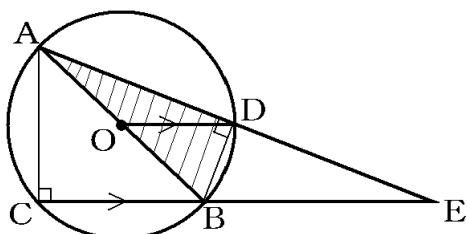
右の図のように、線分 AB を直径とする円 O の円周上に、2 点 C, D を、 $CB \parallel OD$  となるようにとる。CB の延長と AD の延長との交点を E とする。このとき、 $\triangle ACE \sim \triangle BDA$  となることを証明せよ。

(北海道)(\*\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle ACE$  と  $\triangle BDA$  で、

AB は円 O の直径だから、

$\angle ACE = 90^\circ$ ,  $\angle BDA = 90^\circ$  で、

$\angle ACE = \angle BDA \cdots ①$

仮定より  $CE \parallel OD$  なので、

$\angle CEA = \angle ODA \cdots ②$

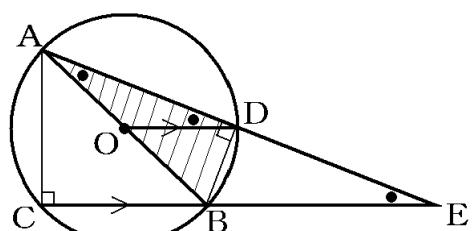
$\triangle OAD$  は  $OA = OD$  の二等辺三角形なので、

$\angle ODA = \angle DAB \cdots ③$

②, ③より、 $\angle CEA = \angle DAB \cdots ④$

①, ④から、2 組の角がそれぞれ等しいので、

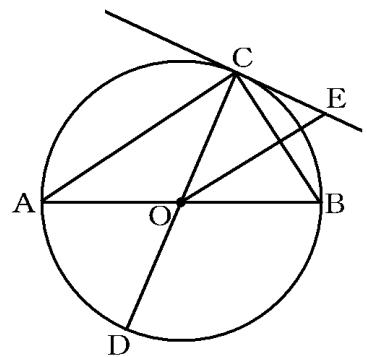
$\triangle ACE \sim \triangle BDA$



[問題]

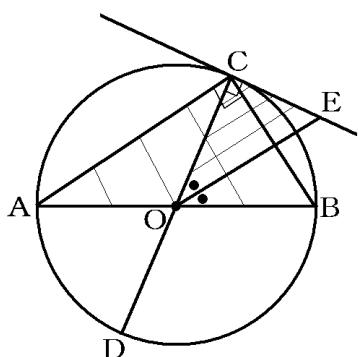
右の図のように、線分 AB を直径とする円 O の円周上に、点 C をとる。円 O と、CO の延長との交点を D とし、点 C を通る円 O の接線と  $\angle BOC$  の二等分線との交点を E とする。  
 $\triangle ABC \sim \triangle OEC$  を証明せよ。

(北海道)(\*\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

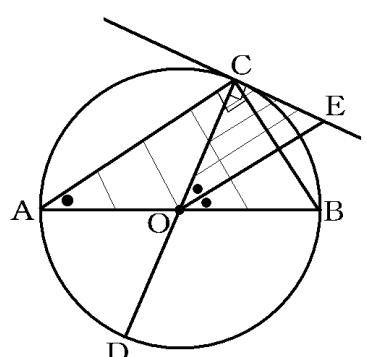
$\triangle ABC$  と  $\triangle OEC$  で、  
 AB は円 O の直径なので、

$$\angle ACB = 90^\circ \cdots ①$$

円の半径は、その接点を通る接線と垂直に交わるので、

$$\angle OCE = 90^\circ \cdots ②$$

$$①, ② \text{ より}, \angle ACB = \angle OCE \cdots ③$$



$$\text{仮定より, } \angle COE = \frac{1}{2} \angle COB \cdots ④$$

弧 BC の円周角と中心角なので,

$$\angle CAB = \frac{1}{2} \angle COB \cdots ⑤$$

$$④, ⑤ \text{より, } \angle CAB = \angle COE \cdots ⑥$$

③, ⑥から, 2組の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ABC \sim \triangle OEC$$

## 【】弧の長さと円周角

### [問題]

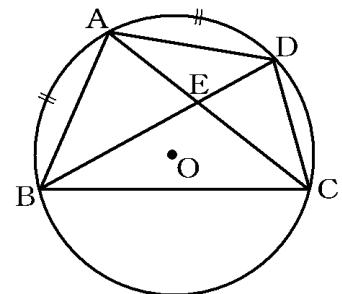
右の図のように、円  $O$  の円周上に異なる 4 点をとり、四角形  $ABCD$  をつくる。四角形  $ABCD$  の対角線  $AC$ ,  $BD$  は点  $E$  で交わっている。弧  $AB = \text{弧 } AD$ ,  $AB > DC$  のとき、次の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle AED \sim \triangle ADC$  であることを証明せよ。
- (2)  $AD = 2\text{cm}$ ,  $AC = 3\text{cm}$  のとき、線分  $AE$  の長さを求めよ。

(宮崎県)(\*\*)

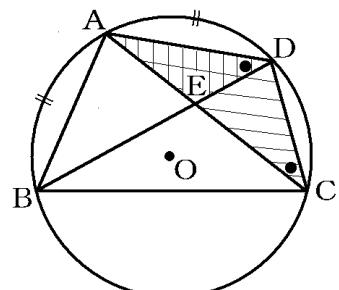
### [解答欄]

(1)



(2)

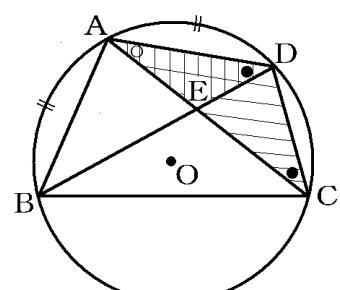
### [ヒント]



### [解答]

- (1)  $\triangle AED$  と  $\triangle ADC$  で、  
共通なので、 $\angle DAE = \angle CAD \cdots ①$   
弧  $AB = \text{弧 } AD$  なので、 $\angle ADE = \angle ACD \cdots ②$   
①, ②から、2 組の角がそれぞれ等しいので、  
 $\triangle AED \sim \triangle ADC$

$$(2) \frac{4}{3}\text{cm}$$

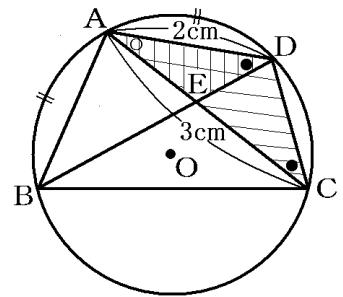


[解説]

(2)(小) : (大)の相似比をとると、

$$AE : AD = AD : AC$$

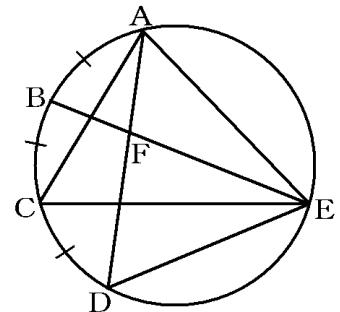
$$AE : 2 = 2 : 3, \quad 3AE = 2 \times 2, \quad AE = \frac{4}{3} \text{ (cm)}$$



[問題]

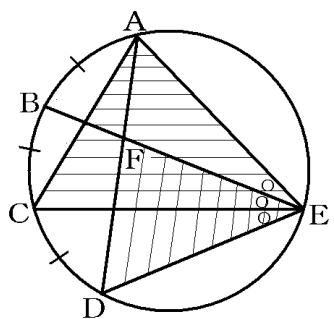
右の図の円において、弧AB=弧BC=弧CDで、線分BEと線分ADの交点をFとするとき、 $\triangle ACE \sim \triangle FDE$ であることを証明せよ。

(鹿児島県)(\*\*)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle ACE$  と  $\triangle FDE$  で、

弧 AE に対する円周角なので、

$$\angle ACE = \angle FDE \cdots ①$$

$\angle AEB = \angle a$  とすると、弧 AB = 弧 BC = 弧 CD なので、

$$\angle BEC = \angle CED = \angle a$$

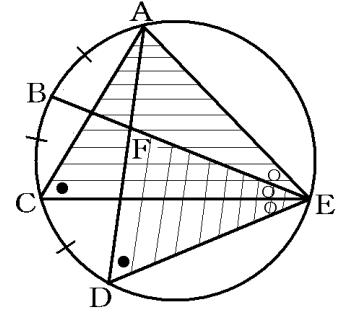
$$\angle AEC = \angle AEB + \angle BEC = \angle a + \angle a = 2\angle a \cdots ②$$

$$\angle FED = \angle BEC + \angle CED = \angle a + \angle a = 2\angle a \cdots ③$$

$$②, ③ \text{より}, \angle AEC = \angle FED \cdots ④$$

①, ④から、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ACE \sim \triangle FDE$$

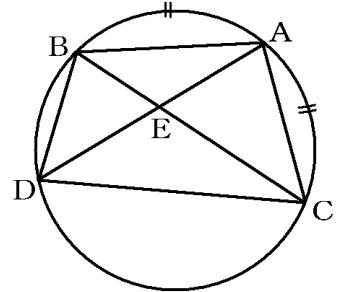


[問題]

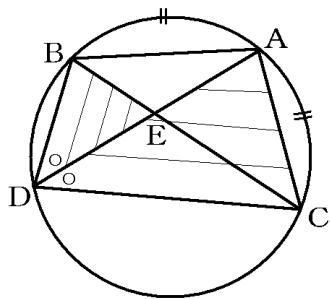
右の図のように、3点 A, B, C が円周上にあり、  
弧 AB = 弧 AC である。また、A を含まない弧 BC 上に、  
B, C と異なる点 D をとる。点 E は 2つの線分 AD と  
BC の交点である。このとき、 $BE : AC = ED : CD$  と  
なることを証明せよ。

(岩手県)(\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle BED$  と  $\triangle ACD$  で、

弧 DC に対する円周角は等しいので、

$$\angle DBE = \angle DAC \cdots ①$$

仮定より、弧 AB = 弧 AC なので、

$$\angle BDE = \angle ADC \cdots ②$$

①, ②から、2組の角がそれぞれ等しいので、

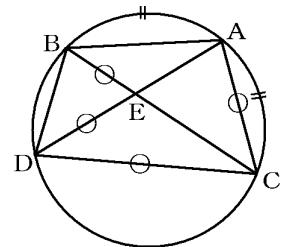
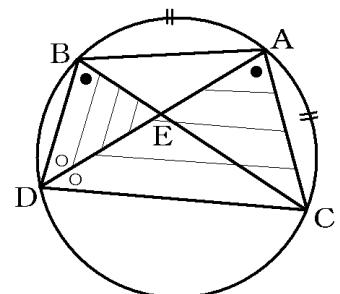
$$\triangle BED \sim \triangle ACD$$

相似な図形の対応する辺の比は等しいので、

$$BE : AC = ED : CD$$

[解説]

三角形の相似を使って証明する問題とわかるが、どの三角形どうしの相似を使えばよいかで迷うかもしれない。「 $BE : AC = ED : CD \sim$ 」となるが、この4つの辺を図に○で印をつけると、右図のようになる。この4つの辺を含む三角形の組み合わせは $\triangle BED$  と  $\triangle ACD$  である。



[問題]

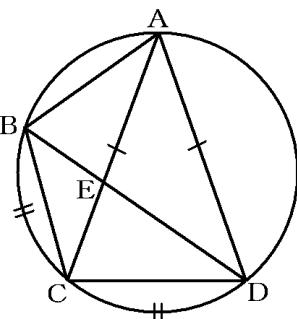
右の図のように、円周上に、4点 A, B, C, D をこの順にとり、 $AC=AD$ 、弧 BC=弧 CD とする。また、線分 AC と

線分 BD との交点を E とする。このとき、次の各問いに答えよ。

(1)  $AB=AE$  であることを証明せよ。

(2)  $AC=6\text{cm}$ ,  $DE=4\text{cm}$  のとき、線分 AB の長さを求めよ。

(福井県)(\*\*\*)

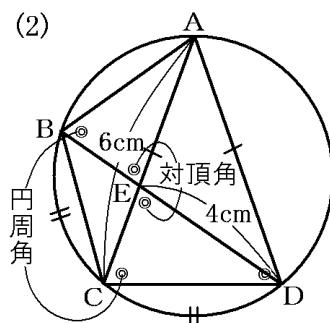
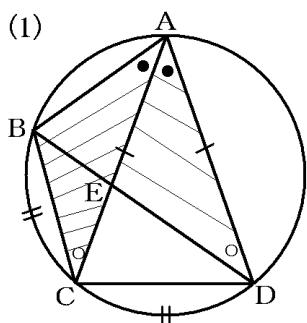


[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]



[解答]

(1)  $\triangle ABC$  と  $\triangle AED$  で,

仮定より,

$$AC = AD \cdots ①$$

弧  $BC =$  弧  $CD$  より,

$$\angle BAC = \angle EAD \cdots ②$$

弧  $AB$  に対する円周角は等しいので,

$$\angle ACB = \angle ADE \cdots ③$$

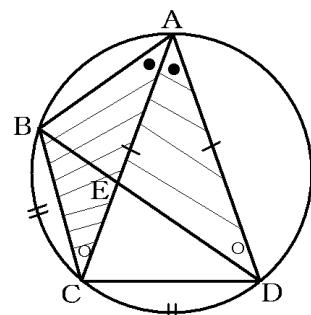
①, ②, ③から, 1組の辺とその両端の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle ABC \equiv \triangle AED$$

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$AB = AE$$

$$(2) \frac{10}{3} \text{ cm}$$



[解説]

(2) 右図のように 2 組の角がそれぞれ等しいので、

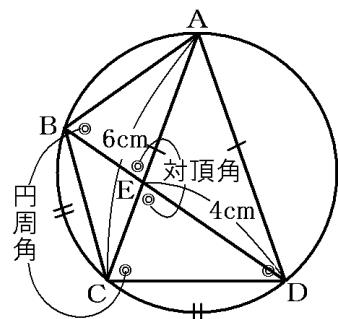
$$\triangle ACD \sim \triangle DCE$$

(大) : (小)の相似比をとると、

$$AC : DC = DC : EC$$

$$6 : 4 = 4 : EC, \quad 6EC = 16, \quad EC = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \text{ (cm)}$$

$$AB = AE = AC - EC = 6 - \frac{8}{3} = \frac{18}{3} - \frac{8}{3} = \frac{10}{3} \text{ (cm)}$$



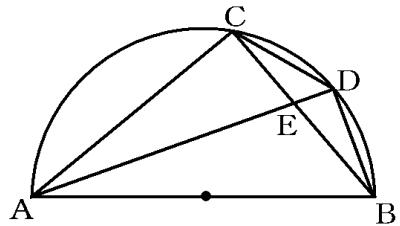
## 【】角の二等分線

### [問題]

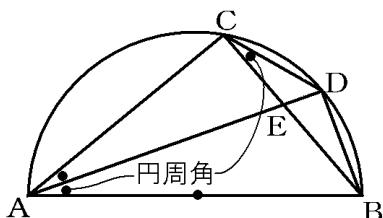
右の図のように、線分 AB を直径とする半円の周上に 2 点 C, D があり、線分 AD は  $\angle CAB$  を二等分している。また、線分 AD と線分 BC の交点を E とする。このとき、 $\triangle ACD \sim \triangle CED$  であることを証明せよ。

(山口県)(\*\*\*)

### [解答欄]



### [ヒント]



### [解答]

(1)  $\triangle ACD$  と  $\triangle CED$  で、

共通なので、 $\angle ADC = \angle CDE \cdots ①$

弧 BD に対する円周角は等しいので、

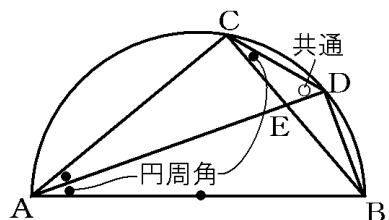
$\angle BAD = \angle ECD \cdots ②$

仮定より、 $\angle BAD = \angle CAD \cdots ③$

②, ③より、 $\angle CAD = \angle ECD \cdots ④$

①, ④から、2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ACD \sim \triangle CED$

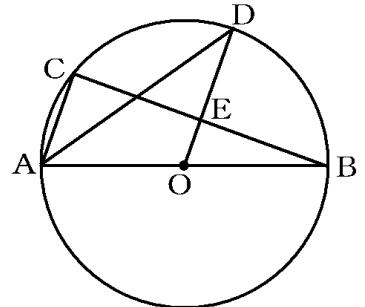


[問題]

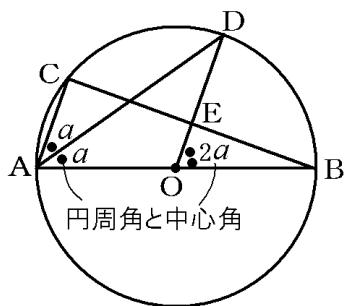
右の図のような、線分 AB を直径とする円 O があり、円周上に 2 点 A, B と異なる点 C をとる。 $\angle BAC$  の二等分線をひき、円 O との交点のうち、点 A と異なる点を D とし、点 D と点 O を結ぶ。また、線分 BC と線分 OD との交点を E とする。このとき、 $\triangle ABC \sim \triangle OBE$  であることを証明せよ。

(香川県)(\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABC$  と  $\triangle OBE$  で、

仮定より、AD は  $\angle BAC$  の二等分線なので、

$$\angle CAD = \angle DAB = a \text{ とおくと, } \angle CAB = 2a \cdots ①$$

弧 BD の円周角と中心角なので、

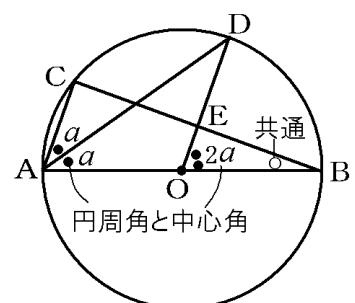
$$\angle EOB = 2\angle DAB = 2a \cdots ②$$

$$①, ② \text{ より, } \angle CAB = \angle EOB \cdots ③$$

共通なので、 $\angle ABC = \angle OBE \cdots ④$

③, ④から、2 組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle OBE$$

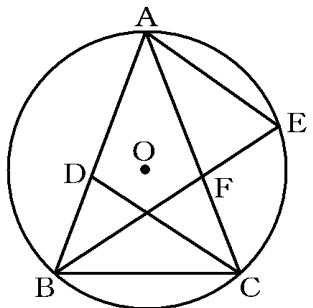


[問題]

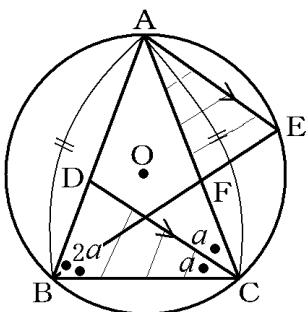
右の図のように、円 O の周上に 3 点 A, B, C を、 $AB=AC$  となるようにとり、 $\triangle ABC$  をつくる。 $\angle ACB$  の二等分線をひき、辺 AB との交点を D とする。円 O の周上に点 E を  $DC \parallel AE$  となるようにとり、点 A と点 E, 点 B と点 E をそれぞれ結ぶ。線分 BE と辺 AC との交点を F とする。このとき、 $\triangle BCD \sim \triangle EAF$  であることを証明せよ。

(福岡県)(\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle BCD$  と  $\triangle EAF$  で、

$DC$  は  $\angle ACB$  の二等分線なので、 $\angle ACD = \angle BCD = a$  とおくと、

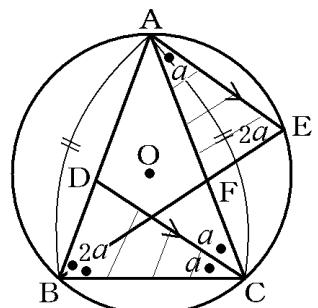
$$\angle ACB = 2a$$

仮定より  $AE \parallel DC$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle EAF = \angle DCA = a$$

よって、 $\angle BCD = \angle EAF = a \cdots ①$

$\triangle ABC$  は  $AB=AC$  の二等辺三角形なので、



$$\angle DBC = \angle ACB = 2a \cdots ②$$

弧 AB に対する円周角は等しいから、

$$\angle AEF = \angle ACB = 2a \cdots ③$$

②, ③より,  $\angle DBC = \angle AEF \cdots ④$

①, ④から, 2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle BCD \sim \triangle EAF$$

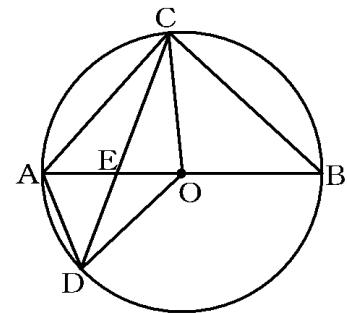
### [問題]

右の図のように、線分 AB を直径とする円 O の周上に、2点 A, B とは異なる点 C を  $AC < BC$  となるようにとり、点 C をふくまない弧 AB 上に点 D を  $\angle AOD = \frac{1}{2} \angle AOC$  となるように

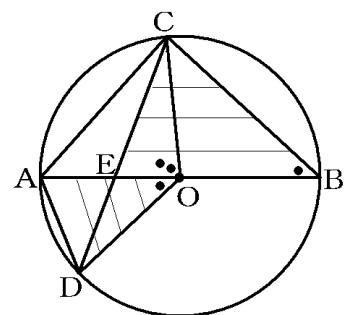
とる。また、線分 AB と線分 CD との交点を E とする。このとき、 $\triangle OAD$  と  $\triangle BCE$  が相似であることを証明せよ。

(神奈川県)(\*\*\*)

### [解答欄]



### [ヒント]



[解答]

$\triangle OAD$  と  $\triangle BCE$  で、

弧  $BD$  に対する円周角は等しいから、

$$\angle OAD = \angle BCE \cdots ①$$

$$\text{仮定より}, \angle AOD = \frac{1}{2} \angle AOC \cdots ②$$

弧  $AC$  の円周角と中心角なので、

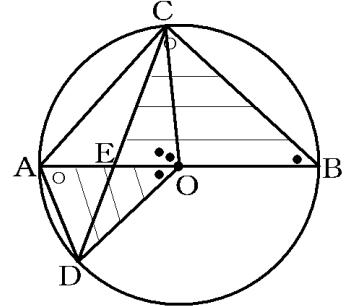
$$\angle CBE = \frac{1}{2} \angle AOC \cdots ③$$

②, ③より、

$$\angle AOD = \angle CBE \cdots ④$$

①, ④から、2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle OAD \sim \triangle BCE$

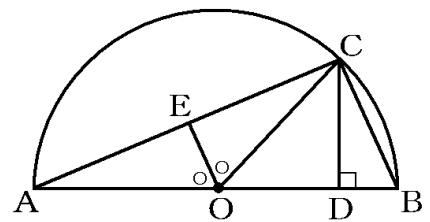


[問題]

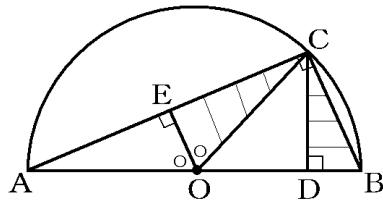
線分  $AB$  を直径とする半円  $O$  がある。右の図のように、弧  $AB$  上に  $AC > BC$  となるように点  $C$  をとり、 $C$  から  $AB$  にひいた垂線と  $AB$  との交点を  $D$  とする。また、 $\angle AOC$  の二等分線と  $AC$  との交点を  $E$  とする。  
このとき、 $\triangle OCE \sim \triangle BCD$  となることを証明せよ。

(福島県)(\*\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle OCE \sim \triangle BCD$  で、

$\triangle OAC$  は二等辺三角形で、 $OE$  は頂角の二等分線なので、

$$\angle OEA = 90^\circ \cdots ①$$

$$\angle OEC = 90^\circ \cdots ②$$

仮定より、 $\angle BDC = 90^\circ$  なので、②より、

$$\angle OEC = \angle BDC \cdots ③$$

直径  $AB$  の円周角なので、 $\angle ACB = 90^\circ \cdots ④$

①、④より、同位角が等しいので、 $OE \parallel BC$  である。

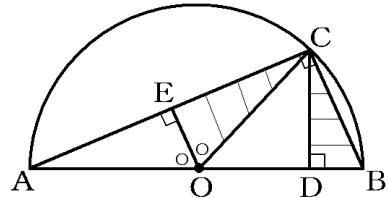
よって、 $\angle AOE = \angle CBD$

仮定より、 $\angle AOE = \angle COE$  なので、

$$\angle COE = \angle CBD \cdots ⑤$$

③、⑤から、2組の角がそれぞれ等しいので、

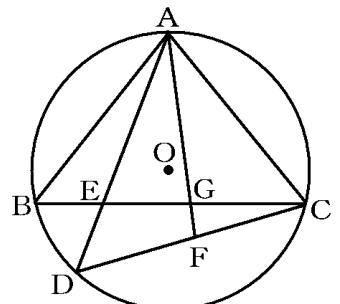
$$\triangle OCE \sim \triangle BCD$$



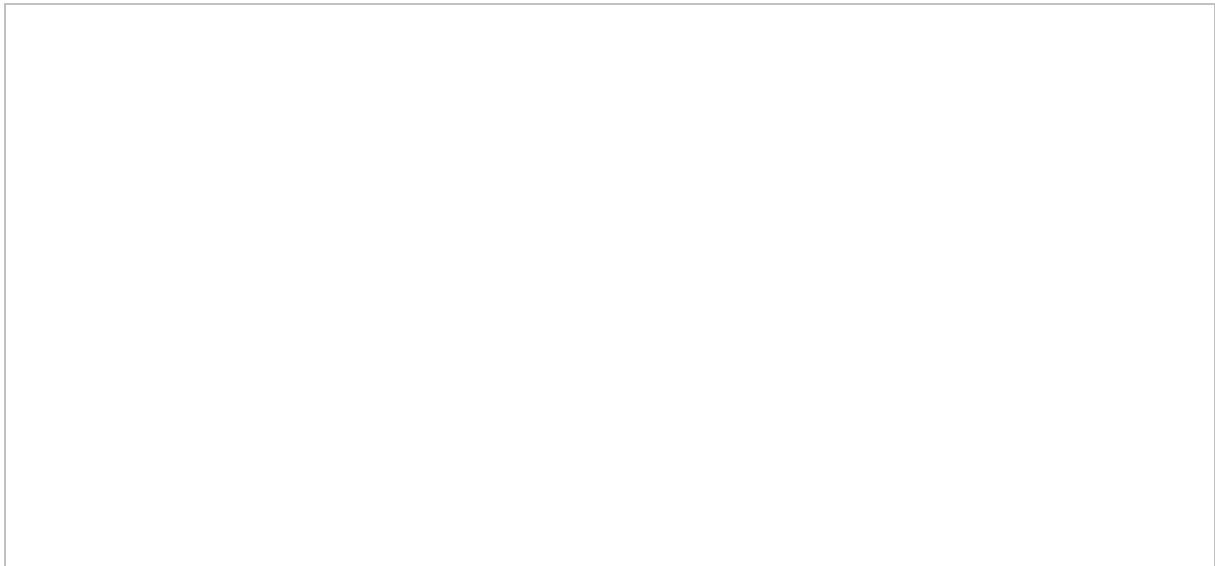
[問題]

右の図のように、円  $O$  の周上に 3 点  $A, B, C$  を、 $AB = AC$  となるようにとる。また、点  $A$  をふくまない弧  $BC$  上に、2 点  $B, C$  とは異なる点  $D$  をとり、線分  $AD$  と線分  $BC$  との交点を  $E$  とする。さらに、 $\angle CAD$  の二等分線と線分  $CD$  との交点を  $F$  とし、線分  $AF$  と線分  $BC$  との交点を  $G$  とする。このとき、 $\triangle ACF \sim \triangle AEG$  が相似であることを証明せよ。

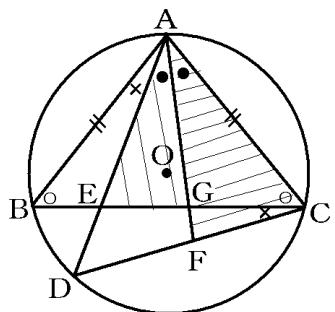
(神奈川県)(\*\*\*)



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ACF$  と  $\triangle AEG$  で、

仮定より、

$$\angle CAF = \angle EAG \cdots ①$$

仮定より、 $AB = AC$  なので、

$$\angle ACB = \angle ABC \cdots ②$$

弧  $BD$  の円周角なので、

$$\angle BCD = \angle BAD \cdots ③$$

$$\angle ACF = \angle ACB + \angle BCD \cdots ④$$

$\triangle ABE$  で、三角形の外角は、他の 2 つの内角の和に等しいので、

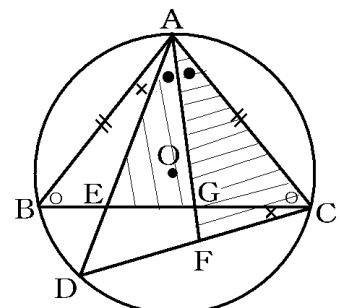
$$\angle AEG = \angle ABC + \angle BAD \cdots ⑤$$

②、③、④、⑤より、

$$\angle ACF = \angle AEG \cdots ⑥$$

①、⑥から、2 組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ACF \sim \triangle AEG$$



[問題]

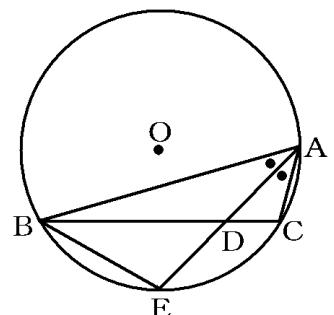
右の図のように、円  $O$  の周上に点  $A, B, C$  がある。 $\angle BAC$  の二等分線と線分  $BC$ , 円  $O$  との交点をそれぞれ  $D, E$  とする。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle ABE \sim \triangle BDE$  となることを証明せよ。
- (2)  $AB = 12\text{cm}$ ,  $BD = 8\text{cm}$ ,  $BE = 6\text{cm}$  とするとき、線分  $AD$  の長さを求めよ。

(秋田県)(\*\*\*)

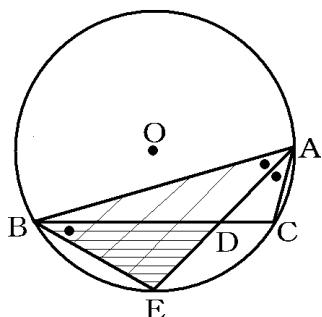
[解答欄]

(1)



(2)

[ヒント]



[解答]

- (1)  $\triangle ABE$  と  $\triangle BDE$  で、

共通なので、 $\angle AEB = \angle BED \cdots ①$

仮定より、 $\angle BAE = \angle EAC \cdots ②$

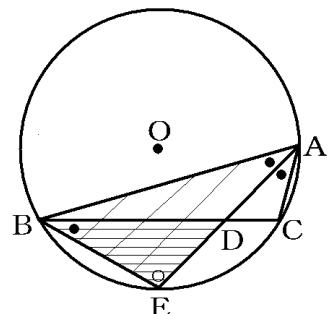
弧  $EC$  に対する円周角は等しいので、

$\angle DBE = \angle EAC \cdots ③$

②, ③より、 $\angle BAE = \angle DBE \cdots ④$

①, ④から、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \sim \triangle BDE$$



(2) 5cm

[解説]

(1)より、 $\triangle ABE \sim \triangle BDE$  なので相似比を使って求める。

AD は $\triangle ABE$  や $\triangle BDE$  の辺にはなっていないので、AE と DE を先に求める。まず、AE を求める。(大) : (小)の比をとると、

$$AE : BE = AB : BD$$

$$AE : 6 = 12 : 8, AE : 6 = 3 : 2$$

$$2AE = 6 \times 3, AE = 18 \div 2 = 9(\text{cm})$$

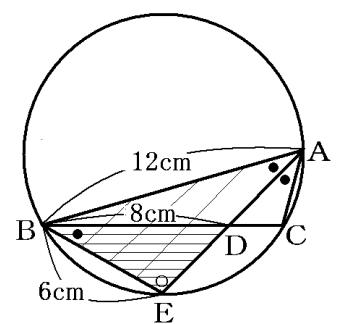
次に DE を求める。(小) : (大)の比をとると、

$$DE : BE = BD : AB$$

$$DE : 6 = 8 : 12, DE : 6 = 2 : 3$$

$$3DE = 6 \times 2, DE = 12 \div 3 = 4(\text{cm})$$

$$\text{よって}, AD = AE - DE = 9 - 4 = 5(\text{cm})$$



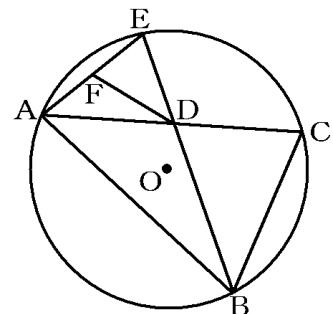
## 【】その他

### [問題]

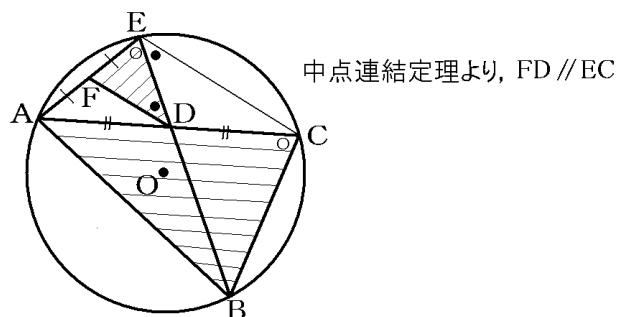
右の図のように、円  $O$  の周上に 3 点  $A, B, C$  を  $AB > BC$  となるようにとり、線分  $AC$  の中点を  $D$  とする。また、線分  $BD$  の延長と円  $O$  との交点で点  $B$  とは異なる点を  $E$  とし、線分  $AE$  の中点を  $F$  とする。このとき、 $\triangle ABC$  と  $\triangle DFE$  が相似であることを証明せよ。

(神奈川県)(\*\*\*)

### [解答欄]



### [ヒント]



中点連結定理より、 $FD \parallel EC$

### [解答]

$\triangle ABC$  と  $\triangle DFE$  で、

弧  $AB$  に対する円周角なので、

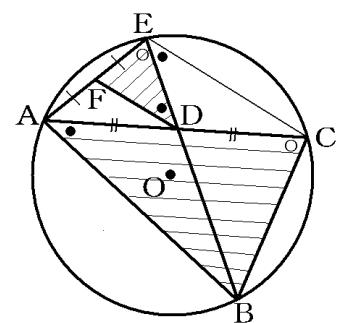
$$\angle ACB = \angle DEF \cdots ①$$

弧  $BC$  に対する円周角なので、

$$\angle BAC = \angle BEC \cdots ②$$

仮定より、 $AF = FE$ ,  $AD = DC$  なので、

中点連結定理より、 $FD \parallel EC$



平行線の錯角は等しいので、

$$\angle FDE = \angle BEC \cdots ③$$

$$②, ③ \text{より}, \angle BAC = \angle FDE \cdots ④$$

①, ④から、2組の角がそれぞれ等しいので、

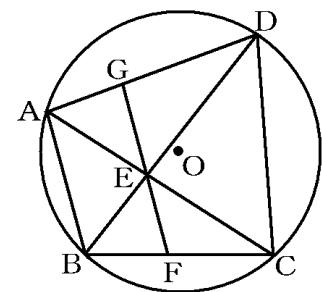
$$\triangle ABC \sim \triangle DFE$$

[問題]

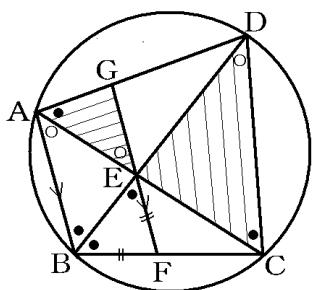
右の図において、3点 A, B, C は円 O の円周上の点である。  
 $\angle ABC$  の二等分線と円 O との交点を D とし、BD と AC との交点を E とする。BC 上に  $BF=EF$  となる点 F をとり、FE の延長と AD との交点を G とする。このとき、 $\triangle AEG \sim \triangle CDE$  であることを証明せよ。

(静岡県)(\*\*\*\*)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle AEG$  と  $\triangle CDE$  で、

弧  $CD$  に対する円周角なので、 $\angle EAG = \angle CBD \cdots ①$

仮定より、 $BD$  は  $\angle ABC$  の二等分線なので、

$\angle CBD = \angle ABD \cdots ②$

弧  $AD$  に対する円周角なので、 $\angle ABD = \angle DCE \cdots ③$

①, ②, ③より、 $\angle EAG = \angle DCE \cdots ④$

$BF = EF$  より  $\triangle FBE$  は二等辺三角形なので、

$\angle CBD = \angle BEF \cdots ⑤$

②, ⑤より、 $\angle ABD = \angle BEF$  で、錯角が等しいので、 $AB // GF$  になる。

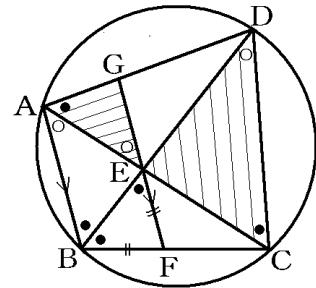
平行線の錯角は等しいので、 $\angle AEG = \angle BAC \cdots ⑥$

弧  $BC$  に対する円周角なので、 $\angle BAC = \angle CDE \cdots ⑦$

⑥, ⑦より、 $\angle AEG = \angle CDE \cdots ⑧$

④, ⑧から、2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle AEG \sim \triangle CDE$



## 【FdData 入試製品版のご案内】

詳細は、[\[FdData 入試ホームページ\]](#)に掲載 ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

姉妹品：[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#) ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

### ◆印刷・編集

この PDF ファイルは、FdData 入試を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないようになっています。製品版の FdData 入試は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

### ◆FdData 入試の特徴

FdData 入試は、公立高校入試問題の全傾向を網羅することを基本方針に編集したワープロデータ(Word 文書)です。入試理科・社会・数学ともに、過去に出題された公立高校入試の問題をいったんばらばらに分解して、細かい単元ごとに再編集して作成しております。

### ◆サンプル版と製品版の違い

ホームページ上に掲載しておりますサンプルは、製品の Word 文書を PDF ファイルに変換したもので印刷や編集はできませんが、製品の全内容を掲載しており、どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。

しかし、FdData 入試がその本来の力を発揮するのは印刷や編集ができる製品版においてです。また、製品版は、すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」、編集に適した「問題解答一体形式」、などの形式を含んでいますので、目的に応じて活用することができます。

※[FdData 入試の特徴\(QandA 方式\)](#) ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

### ◆FdData 入試製品版(Word 版)の価格(消費税込み)

※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

[数学 1 年](#)(4400 円), [数学 2 年](#)(6400 円), [数学 3 年](#)(9600 円)：(統合版は 16,200 円)

[理科 1 年](#)(6800 円), [理科 2 年](#)(6800 円), [理科 3 年](#)(6800 円)：(統合版は 16,200 円)

[社会地理](#)(6800 円), [社会歴史](#)(6800 円), [社会公民](#)(6800 円)：(統合版は 16,200 円)

※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされている必要があります。

(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は、メール(info2@fdtext.com)、または電話(092-811-0960)で承っております。

※[注文→インストール→編集・印刷の流れ](#) ([Shift]+左クリック)

※[注文メール記入例](#) ([Shift]+左クリック)

【Fd 教材開発】 Mail : info2@fdtext.com Tel : 092-811-0960