

【】式の決定・変化の割合・変域など

【】式の決定

[問題 1]

関数 $y = ax^2$ について、 $x = 3$ のとき、 $y = 18$ である。このとき、 a の値を求めよ。

(岡山県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

$y = ax^2$ に $x = 3$, $y = 18$ を代入する。

[問題 2]

y は x の 2 乗に比例し、 $x = 3$ のとき、 $y = -36$ である。このとき、 y を x の式で表せ。

(秋田県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

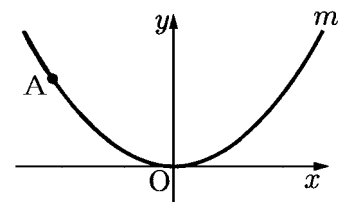
$y = ax^2$ とおいて、 $y = ax^2$ に $x = 3$, $y = -36$ を代入する。

[問題 3]

右図において、 m は関数 $y = ax^2$ (a は定数) のグラフを表す。
A は m 上の点であり、その座標は $(-4, 3)$ である。 a の値を求めよ。

(大阪府)(*)

[解答欄]



[問題 4]

y は x の 2 乗に比例し、 $x = 1$ のとき $y = 2$ である。 $x = 3$ のときの y の値を求めよ。

(沖縄県)(*)

[解答欄]

[問題 5]

右の表は、関数 $y = ax^2$ について、 x と y の関係を表したものである。このとき a の値および表の b の値を求めよ。

x	...	-6	...	4	...
y	...	b	...	6	...

(滋賀県)(*)

[解答欄]

$a =$	$b =$
-------	-------

【】 変域

[問題 6]

関数 $y = 3x^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を求めよ。

(福島県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ で $x = 0$ が変域内にあるので、 $x = -3$ 、 $x = 0$ 、 $x = 2$ のときの y の値を比較する。

[問題 7]

関数 $y = \frac{2}{3}x^2$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のときの y の変域を求めよ。

(福岡県)(*)

[解答欄]

[問題 8]

関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が、 $2 \leq x \leq 6$ のときの y の変域を求めよ。

(補充問題)(**)

[解答欄]

[ヒント]

x の変域が $2 \leq x \leq 6$ で $x = 0$ が変域内にないので、 $x = 2$ 、 $x = 6$ のときの y の値を比較する。

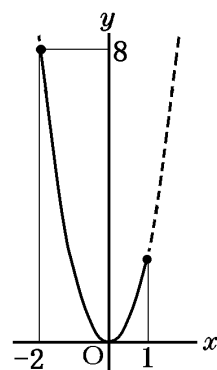
[問題 9]

関数 $y = ax^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 8$ である。このとき、定数 a の値を求めよ。

(岡山県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[問題 10]

関数 $y = x^2$ について、 x の変域が $a \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 9$ である。このときの a の値を求めよ。

(高知県)

[解答欄]

[ヒント]

y の変域が $0 \leq y \leq 9$ なので、 $a < 0$ である。

[問題 11]

関数 $y = x^2$ について、 x の変域を $a \leq x \leq a + 2$ とするとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 4$ となるような a の値を、次の[]の中からすべて選べ。

[-2 -1 0 1 2]

(埼玉県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

$a > 0$ のとき、 x の変域($a \leq x \leq a + 2$)は正の数の範囲にあるので、 $y > 0$ となり不適。

[問題 12]

関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ で、 x の変域が $a \leq x \leq 6$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 9$ である。 a がとることのできる値の範囲を求めよ。

(徳島県)(**)

[解答欄]

--

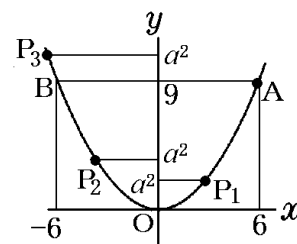
[ヒント]

点 $P\left(a, \frac{1}{4}a^2\right)$ を考える。

P が P_1 の位置にあるときは、 $0 \leq y \leq 9$ にならない。

P が P_2 の位置にあるときは、 $0 \leq y \leq 9$ になる。

P が P_3 の位置にあるときは、 $0 \leq y \leq 9$ にならない。



[問題 13]

右の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフ上に点 $(2, 3)$ がある。次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 次のアとイにあてはまる数をそれぞれ求めよ。

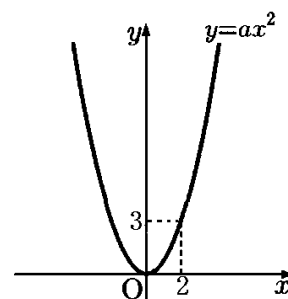
関数 $y = ax^2$ において、 x の変域が $b \leq x \leq 2$ のときの y の変域は $0 \leq y \leq 3$ である。このとき、 b の値の範囲は、
(ア) $\leq b \leq$ (イ) である。

(3) 関数 $y = ax^2$ において、 x の変域が $-4 \leq x \leq 3$ のときの y の変域と、関数 $y = cx^2$ において、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のときの y の変域とが等しいとき、 c の値を求めよ。

(兵庫県)(**)

[解答欄]

(1)	(2)ア	イ
(3)		



【】 変化の割合

[問題 14]

関数 $y = -3x^2$ について、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(愛知県)(*)

[解答欄]

[ヒント]

(x の増加量) = $3 - 1$, (y の増加量) = $-27 - (-3)$

$$(\text{変化の割合}) = \frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$$

[問題 15]

関数 $y = \frac{6}{x}$ で、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(秋田県)

[解答欄]

[問題 16]

関数 $y = ax^2$ において、 x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合が -5 であるとき、 a の値を求めよ。

(広島県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

(x の増加量) = $4 - 1 = 3$, (y の増加量) = $16a - a = 15a$

[問題 17]

関数 $y = x^2$ について、 x が a から $a+5$ まで増加するとき、変化の割合は 7 である。このとき、 a の値を答えなさい。(3 点)

(新潟県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

$$(x \text{ の増加量}) = a + 5 - a, (y \text{ の増加量}) = (a + 5)^2 - a^2$$

[問題 18]

関数 $y = ax^2$ (a は定数) と関数 $y = -8x + 7$ について、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が等しいとき、 a の値を求めよ。

(愛知県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

一次関数 $y = bx + c$ の変化の割合は常に b になる。

[問題 19]

ある自動車が動き始めてから x 秒間に進んだ距離を y m とすると、 $0 \leq x \leq 8$ の範囲では $y = \frac{3}{4}x^2$ の関係があった。この自動車が動き始めて 1 秒後から 3 秒後までの平均の速さは毎秒何 m か。

(山口県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

$$(\text{平均の速さ}) = \frac{(\text{進んだ道のり})}{(\text{時間})}$$

[問題 20]

関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ で、 x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を m 、 x の値が 52 から

54 まで増加するときの変化の割合を n とする。 m と n の大きさを比べるとき、どのようなことがいえるか、次の①～④の中から正しいものを 1 つ選べ。

ア m と n は等しい。

イ m の方が大きい。

ウ n の方が大きい。

エ m と n のどちらが大きいかは、判断ができない。

(佐賀県)(**)

[解答欄]

【】 グラフの特徴

[問題 21]

関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴として適切なものを、次のア～オからすべて選び、その記号を書け。

ア 原点を通る。

イ x 軸について対称な曲線である。

ウ $a > 0$ のときは上に開き、 x 軸より下側にはない。

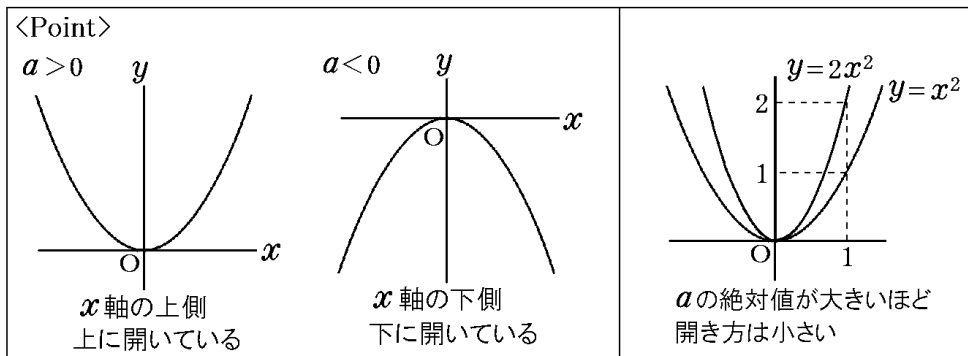
エ $a < 0$ のとき、 x の値が増加すると $x > 0$ の範囲では、 y の値は減少する。

オ a の値の絶対値が大きいほど、グラフの開き方は大きい。

(奈良県)(*)

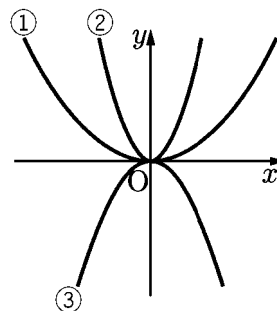
[解答欄]

[ヒント]



[問題 22]

右の図の①～③の放物線は、下のア～ウの関数のグラフである。
 ①～③は、それぞれどの関数のグラフか。ア～ウの中から選び、
 その記号をそれぞれ書け。



ア $y = 2x^2$

イ $y = \frac{1}{3}x^2$

ウ $y = -x^2$

(広島県)

[解答欄]

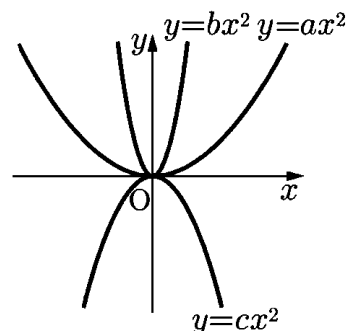
①	②	③
---	---	---

[ヒント]

$y = mx^2$ で $m > 0$ のとき、グラフは x 軸の上側にあり、 $m < 0$ のときは x 軸の下側にある。
 $y = mx^2$ で m の絶対値が大きいほど開き方が小さい。

[問題 23]

右図は、3つの関数 $y = ax^2$ 、 $y = bx^2$ 、 $y = cx^2$ のグラフを、
 同じ座標軸を使ってかいたものである。図の3つの関数に
 ついて、比例定数 a 、 b 、 c を小さい順に左から並べて書け。



(長野県)(*)

[解答欄]

[問題 24]

右の図のア～エは、 $y = ax^2$ の形で表される 4 つのグラフを、関数 $y = \frac{3}{4}x^2$ のグラフと同じ座標軸を使ってかいたものであり、そ

のうちの 1 つが関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフである。関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグ

ラフを、ア～エから選び、記号で答えよ。

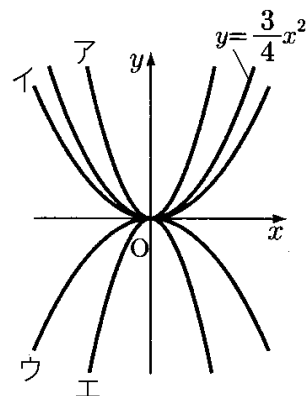
(山口県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

$y = ax^2$ で $a > 0$ のときは放物線のグラフは上に開く。

a の絶対値が小さいほど開き方は大きくなる。



[問題 25]

関数 $y = 2x^2$ のグラフと x 軸について対称であるグラフの式が $y = ax^2$ である。このとき、 a の値を求めよ。

(沖縄県)(*)

[解答欄]

[問題 26]

y の値が正の値をとらない関数を、次のア～エから 1 つ選べ。

ア $y = -\frac{x}{2}$ イ $y = -\frac{2}{x}$ ウ $y = -2x + 3$ エ $y = -2x^2$

(岐阜県)(*)

[解答欄]

[問題 27]

関数 $y = -x^2$ の値の増減について説明した次の文が正しくなるように、文章中の①、②の()内からそれぞれ適語を選べ。

$x < 0$ の範囲では、 x の値が増加するとき、 y の値は①(増加／減少)する。また、 $x > 0$ の範囲では、 x の値が増加するとき、 y の値は②(増加／減少)する。

(秋田県)(*)

[解答欄]

①	②
---	---

【】 座標・長さなど

【】 放物線と直線の式

[問題 28]

右の図のように、関数 $y = x^2$ のグラフ上に、 x 座標が -3 となる点 A をとる。点 A を通り、傾きが -1 となる直線と y 軸との交点を B とする。このとき、次の各問いに答えよ。

(1) 2 点 A , B を通る直線の式を答えよ。

(2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

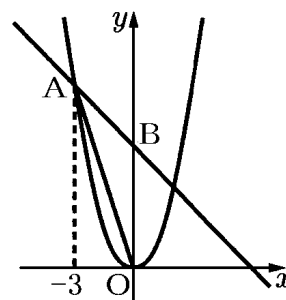
(新潟県)**

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

傾きが m で点 (x_1, y_1) を通る直線の式は $y = m(x - x_1) + y_1$ である。



[問題 29]

右の図のように、関数 $y = ax^2$ ($a > 0$) のグラフ上に 2 点 A , B があり、 x 座標はそれぞれ -6 , 4 である。直線 AB

の傾きが $-\frac{1}{2}$ であるとき、 a の値を求めよ。

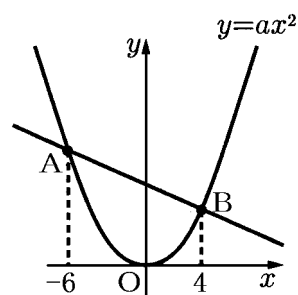
(栃木県)

[解答欄]

--

[ヒント]

2 点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) を通る直線の傾き m は、 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



[問題 30]

右の図で、2点 A, B は関数 $y = x^2$ のグラフ上の点であり、点 A の x 座標は -3 、点 B の x 座標は 2 である。直線 AB と x 軸との交点を C とする。このとき、点 C の座標を求めよ。

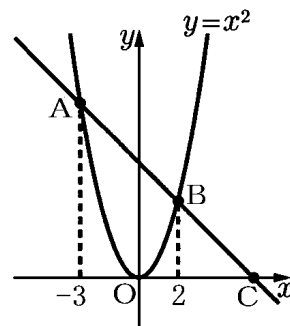
(茨城県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

A, B の座標 → 直線 AB の式 → 点 C の座標

2点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) を通る直線の式は、 $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$



[問題 31]

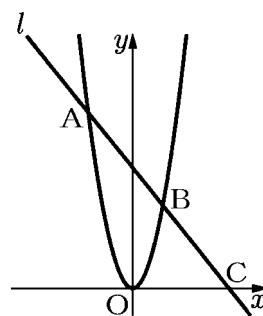
右の図で、曲線は関数 $y = 2x^2$ のグラフである。曲線上に x 座標が -3 , 2 である 2 点 A, B をとり、この 2 点を通る直線 l をひく。直線 l と x 軸との交点を C とするとき、 $\triangle AOC$ の面積を求めよ。ただし、座標軸の単位の長さを 1cm とする。

(埼玉県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

点 A, B の座標 → 直線 l の式 → 点 C の x 座標



[問題 32]

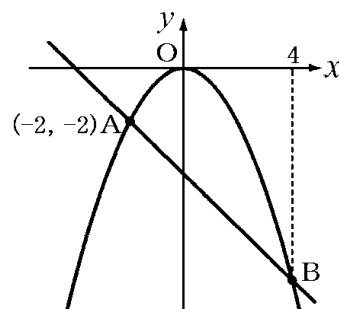
右の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフ上に点 A $(-2, -2)$ と点 B があり、点 B の x 座標は 4 である。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) 点 B の y 座標を求めよ。
- (3) 直線 AB の式を求めよ。

(佐賀県)(**)

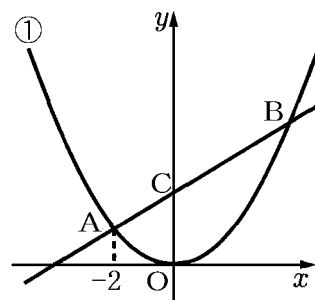
[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----



[問題 33]

右の図のように、関数 $y = \frac{1}{4}x^2 \cdots \textcircled{1}$ のグラフ上に 2 点 A, B
がある。A の x 座標は -2 , B の x 座標は正で、B の y 座標は A
の y 座標より 3 だけ大きい。また、点 C は直線 AB と y 軸との
交点である。このとき、次の各問いに答えよ。



- (1) 点 A の y 座標を求めよ。
- (2) 点 B の座標を求めよ。
- (3) 直線 AB の式を求めよ。
- (4) 線分 BC 上に 2 点 B, C とは異なる点 P をとる。また、関数 $\textcircled{1}$ のグラフ上に点 Q を、線分 PQ が y 軸と平行になるようにとり、PQ の延長と x 軸との交点を R とする。
PQ : QR = 5 : 1 となるときの P の座標を求めよ。

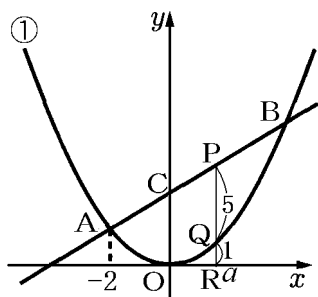
(熊本県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

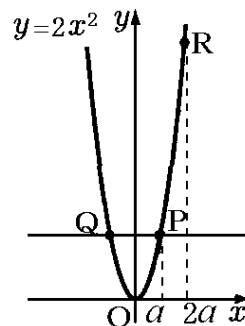
[ヒント]

(4) P, Q, R の位置関係は次の図のようになる。



[問題 34]

右の図のように、関数 $y=2x^2$ のグラフ上に 2 点 P, Q があり、直線 PQ は x 軸に平行である。点 P の x 座標を a とする。このとき、次の各問いに答えよ。ただし、 $a > 0$ とする。



- (1) 点 Q の座標を a を用いて表せ。
- (2) 関数 $y=2x^2$ のグラフ上で x 座標が $2a$ である点を R とする。2 点 Q, R を通る直線の傾きが 7 のとき、 a の値を求めよ。

(京都府)(**)

[解答欄]

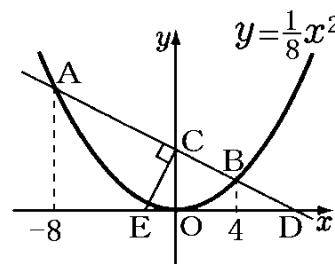
(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

- (2) 2 点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を通る直線の傾きは $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ である。

[問題 35]

右の図のように、関数 $y=\frac{1}{8}x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、2 点 A, B の x 座標はそれぞれ $-8, 4$ である。2 点 A, B を通る直線と y 軸との交点を C, x 軸との交点を D とする。また、 x 軸上に $\angle ACE=90^\circ$ となるように点 E をとる。このとき、次の各問いに答えよ。



- (1) 2 点 A, B を通る直線の式を求めよ。
- (2) 点 D の座標を求めよ。
- (3) 線分 DE の長さを求めよ。

(京都府)(***)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

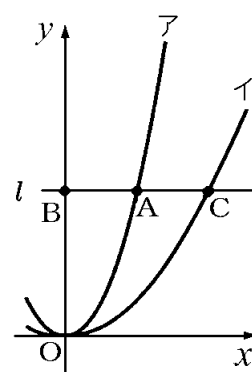
[ヒント]

- (3) 「 $\angle ACE=90^\circ$ 」なので、直線 CE は直線 AB と垂直である。
傾き m の直線と傾き n の直線が垂直であるとき、 $mn = -1$ が成り立つ。
したがって、(直線 CE の傾き) \times (直線 AB の傾き) $= -1$

【】 座標・長さなど

[問題 36]

右の図において、アは関数 $y = x^2$ 、イは関数 $y = ax^2 (a > 0)$ のグラフである。点 A はア上の点であり、 x 座標は 2 である。点 A を通り x 軸に平行な直線を l とする。直線 l と y 軸の交点を B とし、直線 l とイの交点のうち、 x 座標が正である点を C とする。点 A が線分 BC の中点であるとき、 a の値を求めよ。



(秋田県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

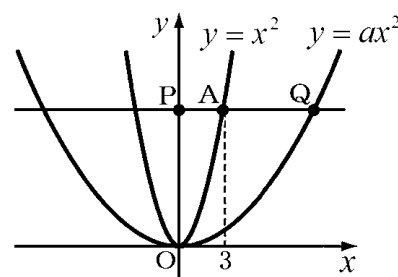
点 A の x 座標は 2 → 点 A の y 座標 → 点 C の y 座標

点 A の x 座標は 2, A は線分 BC の中点 → 点 C の x 座標

点 C の x, y 座標 → $y = ax^2$ に代入

[問題 37]

右の図は、2 つの関数 $y = x^2$, $y = ax^2 (a > 0)$ のグラフである。関数 $y = x^2$ のグラフ上で、 x 座標が 3 である点を A とする。また、A を通り x 軸に平行な直線が、 y 軸と交わる点を P、関数 $y = ax^2$ のグラフと交わる点のうち、 x 座標が正の数である点を Q とする。このとき、 $OP = PQ$ となるような a の値を求めよ。



(栃木県)(**)

[解答欄]

[ヒント]

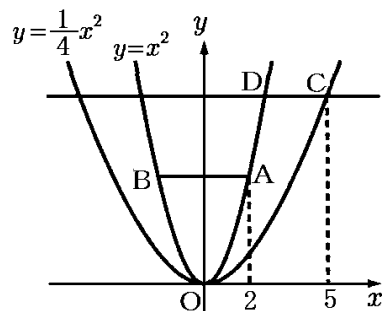
点 A の x 座標は 3 → 点 A の y 座標 → 点 Q の y 座標

点 A の y 座標 → $OP = PQ$ → 点 Q の x 座標

点 Q の x, y 座標 → $y = ax^2$ に代入

[問題 38]

右の図のように、関数 $y = x^2$ のグラフ上に、 x 座標が 2 である点 A と、点 A と y 座標が等しく x 座標が異なる点 B をとり、点 A と点 B を結ぶ。また、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に、 x 座標が 5 である点 C をとり、点 C を通り x 軸に平行な直線と関数 $y = x^2$ のグラフとの交点のうち、 x 座標が正である点を D とする。線分 AB と線分 CD の長さの比を求めよ。



(宮城県)**

[解答欄]

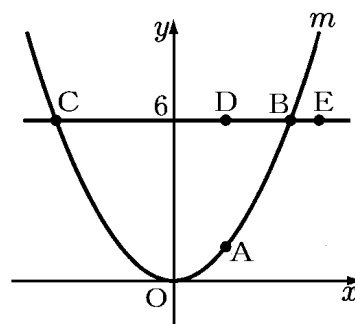
AB : CD =

[ヒント]

C の x 座標は 5 → C の y 座標 = D の y 座標 → D の x 座標 → CD の長さ

[問題 39]

右図において、 m は $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフを表す。A, B, C は m 上の点であって、A の x 座標は 2 である。B の x 座標は、C の x 座標より大きい。D, E は、B と C とを結んでできる直線上の点であり、B, C, D, E の y 座標はいずれも 6 である。D の x 座標は A の x 座標に等しく、E の x 座標は B の x 座標より大きい。



- (1) B の x 座標と C の x 座標をそれぞれ求めよ。
- (2) E の x 座標を t とする。 $DE^2 = CE \times BE$ となるときの t の値を求めよ。

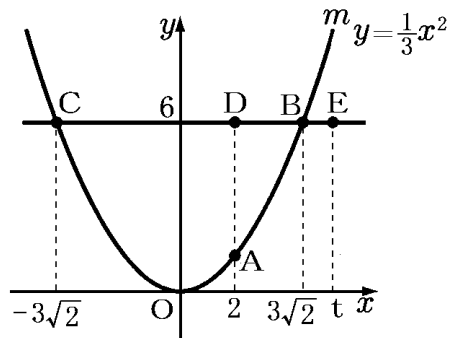
(大阪府)**

[解答欄]

(1) B :	C :	(2)
---------	-----	-----

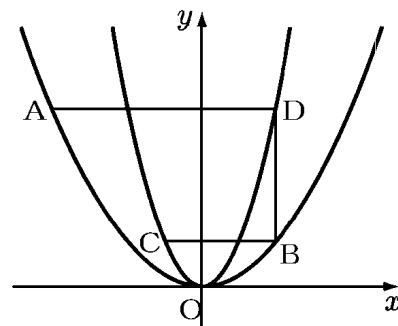
[ヒント]

- (1) 点 B, C の y 座標は 6 → $y = \frac{1}{3}x^2$ に代入
- (2) 右図より、 $DE = t - 2$
 $CE = t - (-3\sqrt{2}) = t + 3\sqrt{2}$
 $BE = t - 3\sqrt{2}$



[問題 40]

右の図のように、関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B, 関数 $y=4x^2$ のグラフ上に 2 点 C, D がある。点 A, C の x 座標は負の数、点 B, D の x 座標は正の数で、線分 AD, BC は x 軸に平行、線分 BD は y 軸に平行である。このとき、 $AD : BC$ を求めよ。



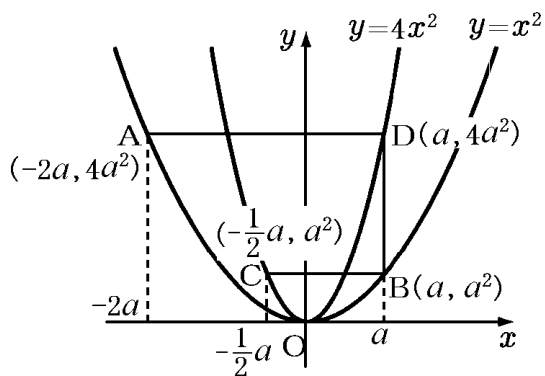
(広島県改)**

[解答欄]

AD : BC =

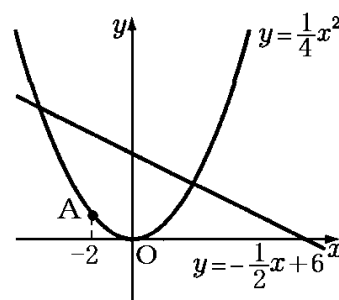
[ヒント]

まず、点 B の x 座標を a ($a > 0$) とし、B, C, D, A の座標を a を使って表す。



[問題 41]

右の図のように、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフと直線 $y = -\frac{1}{2}x + 6$ がある。このとき、次の各問いに答えよ。



(1) 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に、 x 座標が -2 となる点 A をとるとき、 A の y 座標を求めよ。

(2) 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上を動く点 P と、直線 $y = -\frac{1}{2}x + 6$ 上

を動く点 Q がある。 P 、 Q の x 座標が等しく、 $PQ = 6$ であるとき、 P の x 座標をすべて求めよ。

(岩手県)(**)

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

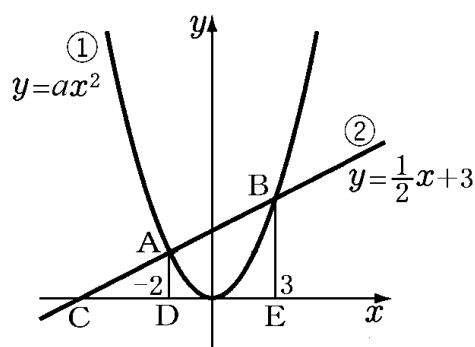
(2) 放物線が直線より上側にあるとき、 $\frac{1}{4}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x + 6\right) = 6$

放物線が直線より下側にあるとき、 $-\frac{1}{2}x + 6 - \frac{1}{4}x^2 = 6$

【】 線分比など

[問題 42]

右の図において、①は関数 $y = ax^2$ 、②は関数 $y = \frac{1}{2}x + 3$ のグラフである。点 A, B は①と②の交点で、 x 座標はそれぞれ -2 , 3 である。このとき、次の各問いに答えよ。



- (1) a の値を求めよ。
- (2) 図のように、②と x 軸との交点を C とし、点 A, B から x 軸に垂線をひき、その交点をそれぞれ D, E とする。BA : AC を最も簡単な整数の比で表せ。

(山梨県)(***)

[解答欄]

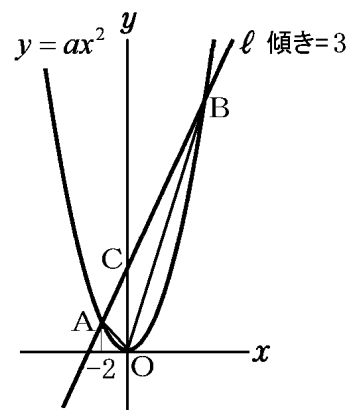
(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

(2) $\triangle CAD$ と $\triangle CBE$ で、AD, BE は x 軸と垂直なので $AD \parallel BE$ となる。平行線の性質より、 $BA : AC = ED : DC$ が成り立つ。

[問題 43]

右の図の放物線は関数 $y = ax^2$ のグラフであり、直線 l と 2 点 A, B で交わっている。また、点 C は直線 l と y 軸との交点である。点 A の x 座標が -2 、直線 l の傾きが 3 であり、 $\triangle AOC$ と $\triangle BOC$ の面積比が $1 : 3$ であるとき、 a の値を求めよ。



(三重県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

$\triangle AOC$ の底辺を AC, $\triangle BOC$ の底辺を BC とすると、高さは共通になるので、
 $AC : CB = (\triangle AOC \text{ の面積}) : (\triangle BOC \text{ の面積}) = 1 : 3$ となる。

[問題 44]

右の図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点 $A(-4, 8)$, $B(2, 2)$ を通る直線 l がある。また、この直線が y 軸および関数 $y = \frac{a}{x}$ (a は負の定数, $x > 0$) のグラフと交わる点を、それぞれ P , Q とする。 $\triangle OAP : \triangle OQP = 2 : 3$ になるとき、 a の値を求めよ。

(沖縄県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

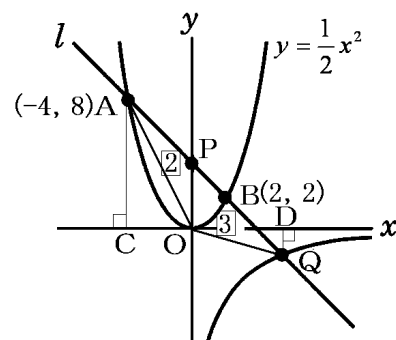
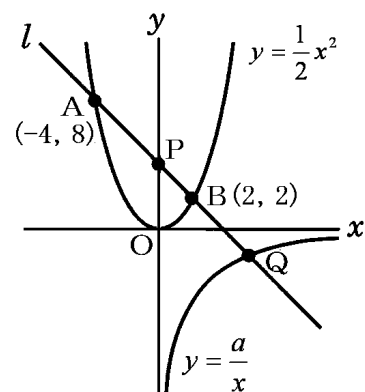
$\triangle OAP$ の底辺を AP , $\triangle OQP$ の底辺を PQ とすると、高さは O から l におろした垂線の長さで共通になる。

したがって、底辺の比は面積比と等しくなり、

$AP : PQ = \triangle OAP : \triangle OQP = 2 : 3$ になる。

右図のように、点 A, Q から x 軸に垂線 AC, QD をひくと、 $AC \parallel PO \parallel QD$ なので、

$CO : OD = AP : PQ = 2 : 3$ になる。



[問題 45]

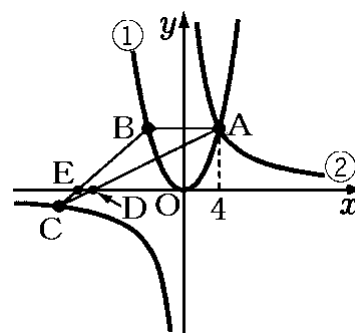
右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグ

ラフである。双曲線②は反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフで、 $a > 0$ である。

点 A は、放物線①と双曲線②との交点で、その x 座標は 4 である。点 B は、放物線①上の点で、線分 AB は x 軸に平行である。点 C は、双曲線②上の点で、その x 座標は負の数である。線分 AC 、線分 BC と x 軸との交点をそれぞれ D 、 E とする。

$AB : DE = 5 : 1$ であるとき、点 C の座標を求めよ。

(香川県)(***)



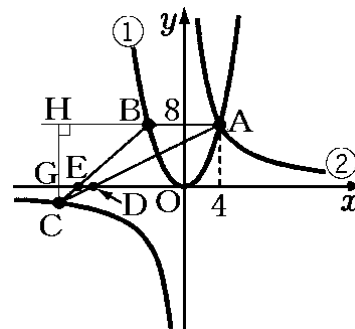
[解答欄]

[ヒント]

右図のように、点 G 、 H をとると、 $CH : CG = AB : DE$ 、

$AB : DE = 5 : 1$ なので、 $CH : CG = 5 : 1$

よって、 $CG : GH = 1 : (5 - 1) = 1 : 4$



[問題 46]

右の図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ 、 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフと、原

点を通る直線との交点をそれぞれ A 、 B とする。点 B から x 軸に垂線 BC をひく。点 B の座標が $(6, 9)$ のとき、 $\triangle BOC$ と $\triangle BAC$ の面積の比を求めなさい。

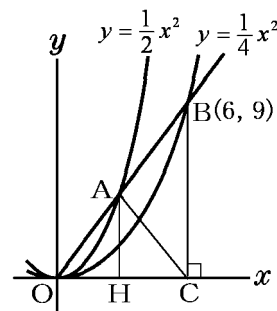
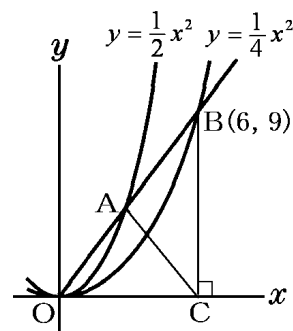
(埼玉県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

<Point> x 座標の比 \rightarrow 底辺の比 \rightarrow 面積比

$\triangle BOC$ の底辺を OB 、 $\triangle BAC$ の底辺を AB とすると、高さは共通になる。したがって、 $\triangle BOC$ と $\triangle BAC$ の面積の比は底辺の比 $OB : AB$ と等しくなる。点 A の座標がわかれば、この比がわかる。



[問題 47]

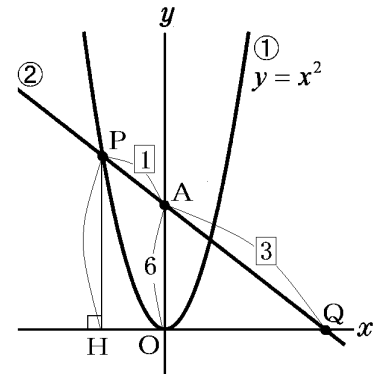
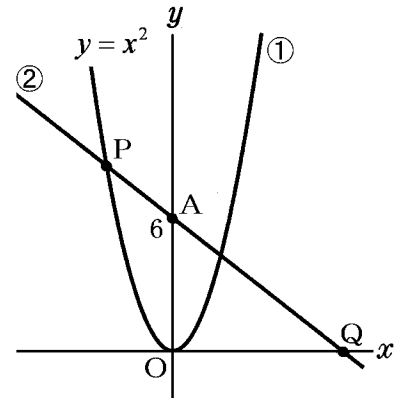
右の図において、曲線①は関数 $y = x^2$ のグラフである。
 点 $A(0, 6)$ を通る右下がりの直線②が曲線①と交わる 2 点のうち x 座標が負の点を P とし、また、直線②と x 軸との交点を Q とする。 $PA : AQ = 1 : 3$ となるとき、点 P の座標を求めよ。

(茨城県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

P から x 軸に垂線 PH をひく。
 $AO \parallel PH$ なので、平行線の性質より、
 $AO : PH = QA : QP = 3 : (3+1) = 3 : 4$
 $AO = 6$ より PH を求める。
 →点 P の座標



[問題 48]

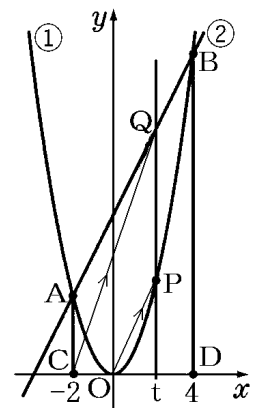
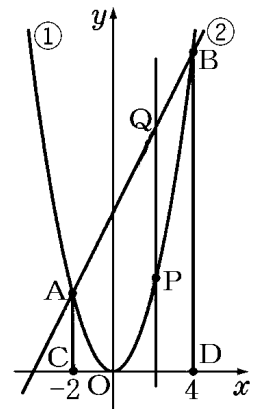
右の図において、①は関数 $y = x^2$ 、②は関数 $y = 2x + 8$ のグラフである。2 点 A, B は①と②の交点で、 x 座標はそれぞれ -2 と 4 である。点 A, B から x 軸に垂線をひき、 x 軸との交点をそれぞれ C, D とする。また、点 P は①のグラフ上を A から B まで動く。点 P の x 座標が正のとき、点 P を通り、 y 軸に平行な直線をひき、②のグラフとの交点を Q とする。直線 CQ と直線 OP が平行となるような点 P の座標を求めよ。

(石川県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

点 P, Q の x 座標を $t (t > 0)$ とする → 点 P, Q の y 座標
 点 P の座標 → 直線 OP の傾き
 点 C, Q の座標 → 直線 CQ の傾き
 (直線 OP の傾き) = (直線 CQ の傾き) で式を立てる。



【】面積

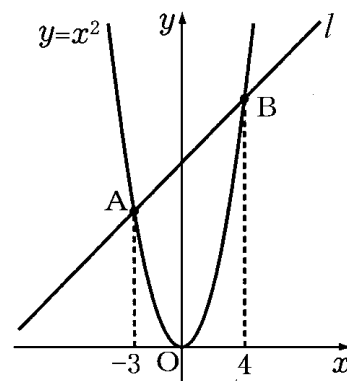
【】面積を求める：2つの三角形の和

[問題 49]

右の図のように、関数 $y=x^2$ のグラフと直線 l が 2 点 A, B で交わっている。点 A の x 座標は -3 、点 B の x 座標は 4 である。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 直線 l の式を求めよ。
- (2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

(富山県)(***)



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

(1) まず、点 A, B の座標を求める。

2 点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) を通る直線の式は、

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1 \text{ の公式を使って求めることができる。}$$

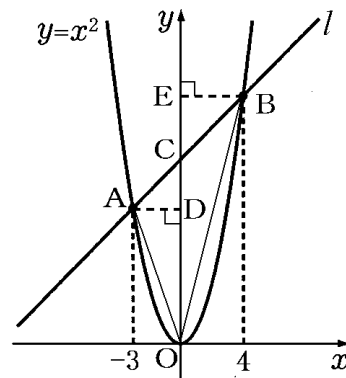
(2) $\triangle OAB$ を $\triangle OAC$ と $\triangle OBC$ に分けて考える。

OC を共通の底辺とすると、

$\triangle OAC$ の高さは AD,

$\triangle OBC$ の高さは BE

になる。



[問題 50]

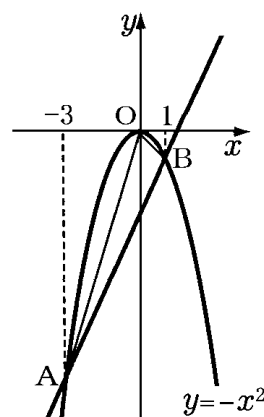
右の図のように、関数 $y=-x^2$ のグラフ上に、 x 座標がそれぞれ -3 , 1 となる点 A, B をとるとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 2 点 A, B を通る直線の式を求めよ。
- (2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

(新潟県)(***)

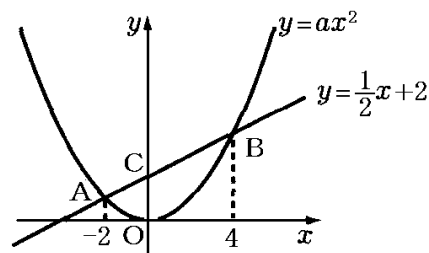
[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----



[問題 51]

右の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフと直線 $y = \frac{1}{2}x + 2$ が、2点 A, B で交わっている。2点 A, B の x 座標が、それぞれ $-2, 4$ であるとき、次の各問いに答えよ。ただし、 $a > 0$ とする。また、原点 O から点 $(1, 0)$ までの距離及び原点 O から点 $(0, 1)$ までの距離をそれぞれ 1cm とする。



- (1) a の値を求めよ。
- (2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

(千葉県)(***)

[解答欄]

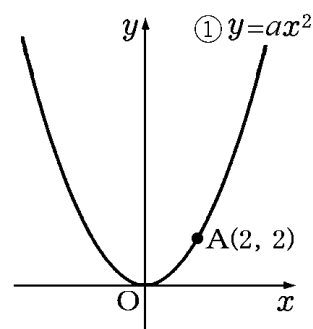
(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

- (1) $x = -2$ を $y = \frac{1}{2}x + 2$ に代入して点 A の座標を求める。点 A は $y = ax^2$ 上にもあるので、点 A の座標を $y = ax^2$ に代入すれば a の値を求めることができる。

[問題 52]

右の図のように関数 $y = ax^2 \cdots \textcircled{1}$ のグラフが、点 $A(2, 2)$ を通っている。このとき、次の各問いに答えよ。ただし、原点は O とする。



- (1) a の値を求めよ。
- (2) 点 A を通り、傾きが -1 の直線の式を求めよ。
- (3) (2) で求めた直線と $\textcircled{1}$ のグラフとの交点のうち、点 A とは異なる点を B とするとき、 $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

(鳥取県)(***)

[解答欄]

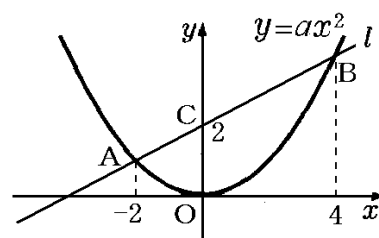
(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

- (1) 点 $A(2, 2)$ は $y = ax^2$ 上にあるので、点 A の座標を $y = ax^2$ に代入して a の値を求める。
- (2) 傾きが m で点 (x_1, y_1) を通る直線の式は、 $y = m(x - x_1) + y_1$ の公式を使って求めることができる。
- (3) $y = ax^2$ と $y = m(x - x_1) + y_1$ の交点は、 $ax^2 = m(x - x_1) + y_1$ とおいて求める。

[問題 53]

右の図で、曲線は関数 $y = ax^2$ のグラフである。曲線上に x 座標が $-2, 4$ である 2 点 A, B をとり、この 2 点を通る直線 l をひく。直線 l が y 軸と点 $C(0, 2)$ で交わるとき、次の各問いに答えよ。ただし、座標軸の単位の長さを 1cm とする。



(1) $\triangle OBC$ の面積を求めよ。

(2) a の値を求めよ。

(埼玉県)(***)

[解答欄]

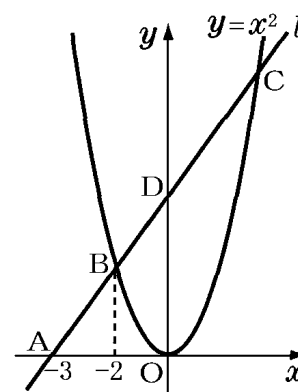
(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

(2) まず、 $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$ の公式を使って 2 点 $A(-2, 4a), B(4, 16a)$ を通る直線の式を求める。次に、直線 AB は点 $C(0, 2)$ を通ることに注目して a の値を求める。

[問題 54]

右の図で、曲線は関数 $y = x^2$ のグラフである。 x 軸上に x 座標が -3 である点 A をとり、点 A を通り傾きが正の直線 l をひく。直線 l と曲線との交点のうち x 座標が負のものを B , 正のものを C とし、直線 l と y 軸との交点を D とする。点 B の x 座標が -2 のとき、 $\triangle BOD$ の面積を求めよ。ただし、座標軸の単位の長さを 1cm とする。



(埼玉県)(***)

[解答欄]

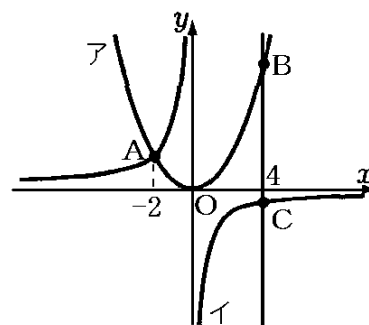
[ヒント]

$\triangle BOD$ の底辺を OD とすると、高さは 2 である。点 D は直線 l の切片(y 切片)なので、直線 l の式を求めれば、 D の座標がわかる。 $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$ の公式を使って、2 点 A, B を通る直線 l の式を求めることができる。

[問題 55]

右の図において、放物線アは関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフで、

放物線ア上にある 2 点 A, B は、 x 座標がそれぞれ $-2, 4$ である。また、双曲線イは点 A を通る反比例のグラフで、点 C は、点 B を通り y 軸に平行な直線と双曲線イとの交点である。次の各問いに答えよ。



- (1) A の y 座標を求めよ。
- (2) 双曲線イのグラフについて、 y を x の式で表せ。
- (3) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

(群馬県)(***)

[解答欄]

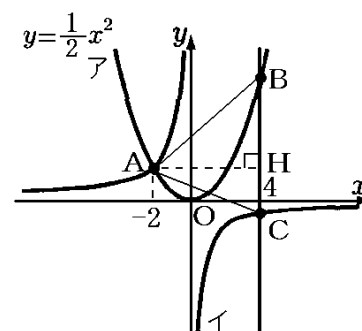
(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

(1) 点 A は $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあるので、 $y = \frac{1}{2}x^2$ に $x = -2$ を代入すれば点 A の y 座標を求めることができる。

(2) 双曲線イのグラフの式を $y = \frac{a}{x}$ とおく。点 A は $y = \frac{a}{x}$ 上にあるので、点 A の座標を代入すれば a の値を求めることができる。

(3) 右図のように $\triangle ABC$ の底辺を BC とすると、高さは AH になる。BC の長さを求めるために、点 B と点 C の y 座標を求める。



[問題 56]

右の図において、①は関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフ、②は反比例のグラフである。①と②は点 B で交わっていて、点 B の x 座標は 3 である。また、①のグラフ上に x 座標が -6 である点 A をとり、直線 AB と y 軸との交点を C とする。②のグラフ上に x 座標が負である点 P をとる。△OAB と △OCP の面積が等しくなるとき、点 P の座標を求めよ。

(山形県)(***)

[解答欄]

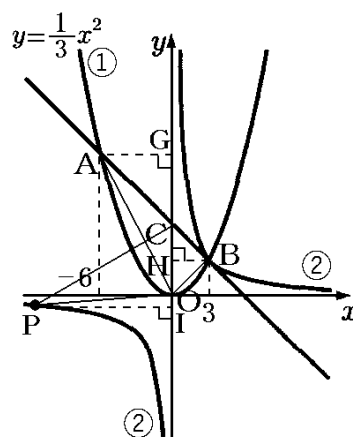
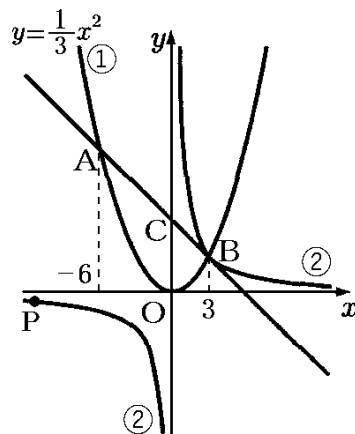
[ヒント]

点 A, B の座標を求める

→直線 AB の式を求める, 反比例のグラフ②の式を求める。

→△OAB の面積を△AOC と △BOC に分けて求める。

図のように, △OCP の底辺を OC とすると, 高さは PI である。



[問題 57]

右の図のように、関数 $y = x^2$ と関数 $y = 2x + 15$ のグラフがある。2つのグラフは 2 点 A, B で交わり、点 A, B の x 座標は、それぞれ -3, 5 である。関数 $y = x^2$ のグラフ上に点 P を、△APB の面積が 48 になるようにとりたい。ただし、点 P の x 座標は $0 < x < 5$ とする。点 P の座標を求めよ。

(長野県)(***)

[解答欄]

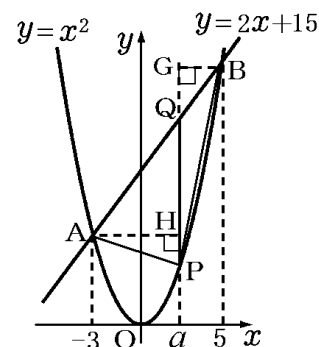
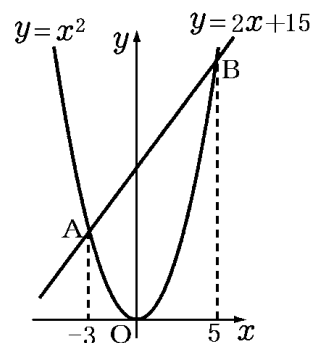
[ヒント]

右図のように、 y 軸に平行な線分 PQ をひき、点 P, Q の x 座標を $x = a$ とする。

△APB を △APQ と △BPQ に分けて考え、

△APQ と △BPQ の共通の底辺を PQ とする。

△APQ と △BPQ の面積を a を使って表す。



[問題 58]

右の図のように、関数 $y = ax^2$ (a は正の定数) のグラフ上に、2 点 A , B がある。点 A の x 座標を -2 , 点 B の x 座標を 3 とする。点 A と y 軸について対称な点を C とし、線分 AB と y 軸との交点を D とする。 $\triangle BCD$ の面積が 10 のとき、 a の値を求めよ。

(北海道)(****)

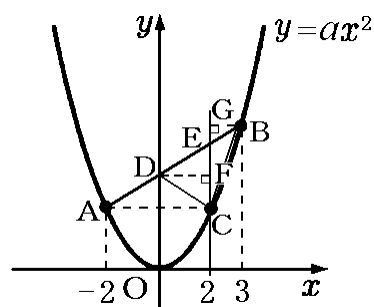
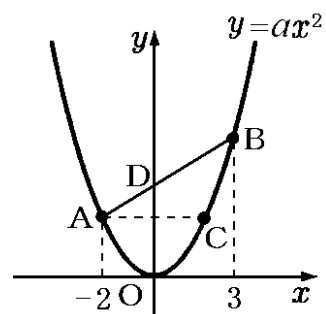
[解答欄]

[ヒント]

右図のように、 y 軸と平行な直線 CE をひき、点 F , G をとる。 $\triangle BCD$ を $\triangle BCE$ と $\triangle DCE$ に分けて考える。

$\triangle BCE$ と $\triangle DCE$ の共通の底辺を CE とする。

CE の長さを求めるために、点 C と E の y 座標を求める。



【】面積を求める：外側長方形から複数の三角形を引く

[問題 59]

右の図のように、3点 $A(6, 5)$, $B(-2, 3)$, $C(2, 1)$ を頂点とする $\triangle ABC$ がある。 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

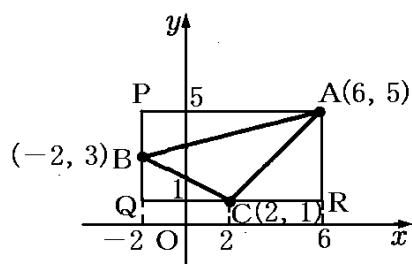
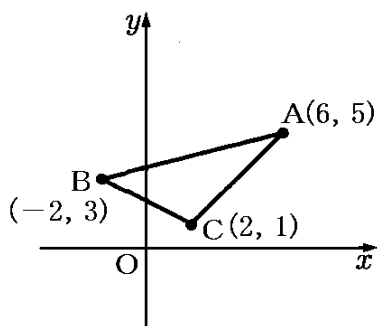
(佐賀県)**

[解答欄]

[ヒント]

右図のように、辺が x 軸, y 軸に平行な長方形 $APQR$ をとる。

外側の長方形 $APQR$ の面積から $\triangle APB$, $\triangle BQC$, $\triangle ACR$ の面積を引いて $\triangle ABC$ の面積を求める。



[問題 60]

右の図のように、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に2点 A, B があり、その x 座標はそれぞれ $-2, 4$ である。また、関数 $y = -x^2$ のグラフ上に2点 C, P があり、点 C の x 座標は -2 , 点 P はグラフ上を動く点で、その x 座標は正の数である。点 P の x 座標が 3 のとき、四角形 $ACPB$ の面積を求めよ。

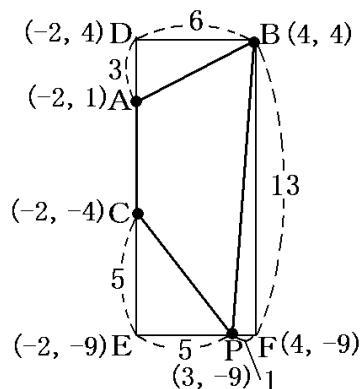
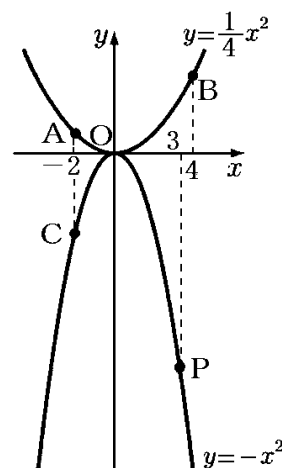
(奈良県)**

[解答欄]

[ヒント]

右図のように、四角形 $ACPB$ を囲む長方形 $BDEF$ を、長方形の辺が x 軸または y 軸に平行になるようにとる。

外側の長方形 $BDEF$ の面積から、 $\triangle ABD$, $\triangle CPE$, $\triangle BPF$ の面積を引いて四角形 $ACPB$ の面積を求める。



[問題 61]

右の図のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$) のグラフ上に 2 点

A, B があり、それぞれの x 座標は -2 , 1 である。関数

$y = \frac{a}{x}$ と関数 $y = -\frac{1}{4}x^2$ のグラフは、点 A で交わっている。次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

(3) 右の図のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上に x 座標が 2

である点 C をとる。点 C を通り y 軸に平行な直線と

関数 $y = -\frac{1}{4}x^2$ のグラフとの交点を D とする。線分

AB 上に点 E をとり、 $\triangle BED$ の面積が $\triangle BDC$ の面積の 5 倍となるようにする。点 E の x 座標を求めよ。

(大分県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

(1) 点 A は $y = -\frac{1}{4}x^2$ 上 \rightarrow 点 A の座標 $\rightarrow y = \frac{a}{x}$ に代入

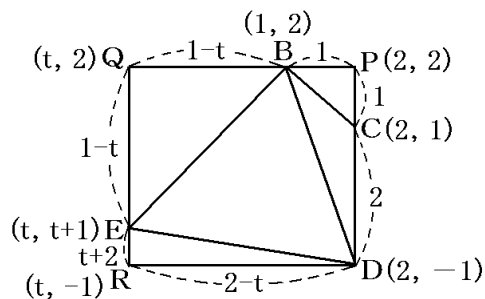
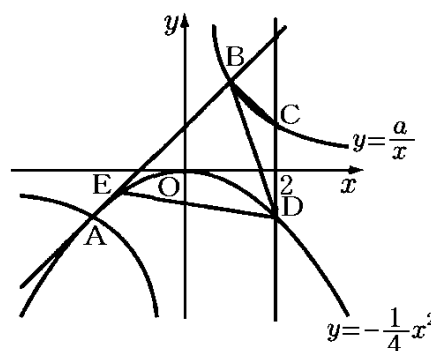
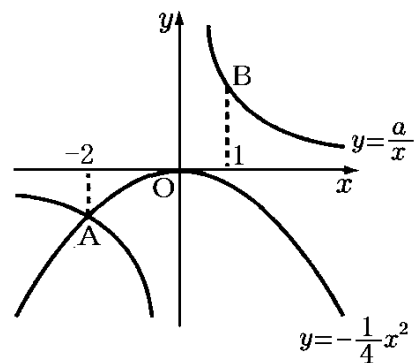
(2) 点 A, B の座標 \rightarrow 直線 AB の式

(3) 四角形 BCDE を囲む長方形 PQRD をとる。

点 E の x 座標を t とおいて、各点の座標を t などを使って表す。

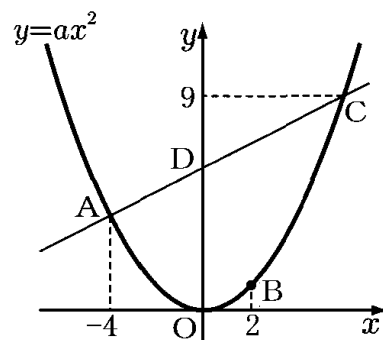
長方形 PQRD から各三角形を引いて、 $\triangle BED$ の面積を計算 (t で表す)。

$(\triangle BED \text{ の面積}) = (\triangle BDC \text{ の面積}) \times 5$ より t の式を立てる。



[問題 62]

右の図のように、関数 $y = ax^2$ (a は定数) のグラフ上に 3 点 A, B, C がある。A の x 座標は -4 , B の x 座標は 2 , C の y 座標は 9 であり, C の x 座標は正である。点 D は直線 AC と y 軸との交点であり, 点 O は原点である。また, 関数 $y = ax^2$ について, x の変域が $-4 \leq x \leq 2$ のとき, y の変域は $0 \leq y \leq 4$ である。このとき, 次の各問いに答えよ。



- (1) a の値を求めよ。
- (2) 直線 AC の式を求めよ。
- (3) 線分 CD 上に 2 点 C, D とは異なる点 P をとる。四角形 POBC の面積が 20 となるときの P の座標を求めよ。

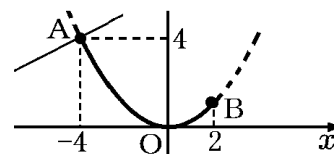
(熊本県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

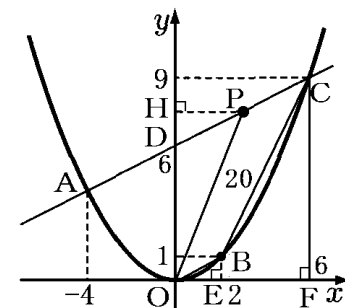
[ヒント]

(1) 「 x の変域が $-4 \leq x \leq 2$ のとき, y の変域は $0 \leq y \leq 4$ である」とあるので, 右図のように, 点 A の y 座標は 4 になる。



(3) 右図のように点 P, E, F, H をとり, $\triangle POD$ の面積を求めて PH の長さを求めることで, 点 P の x 座標を計算する。

($\triangle POD$ の面積) = (台形 ODCF の面積) - { (四角形 POBC の面積) + ($\triangle BOE$ の面積) + (台形 EBCF の面積) }

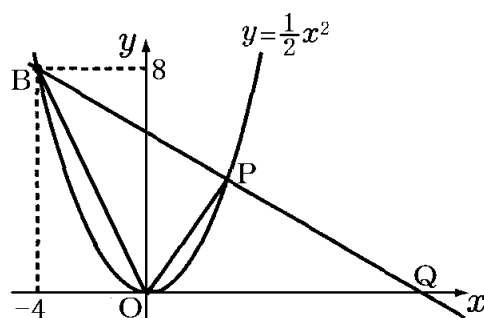


【】面積を2等分，面積比

[中点]

[問題 63]

右の図のように関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上を動く点 P がある。この点 P と点 $B(-4, 8)$ とを結んでできる直線 BP と x 軸との交点を Q とする。このとき、 $\triangle OPB$ の面積と $\triangle OPQ$ の面積が等しくなるような点 P の x 座標を求めよ。ただし、点 P は $x > 0$ を満たす範囲を動くものとする。



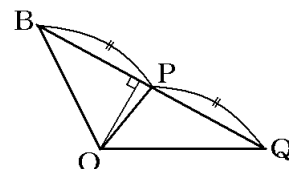
(鳥取県改)**

[解答欄]

--

[ヒント]

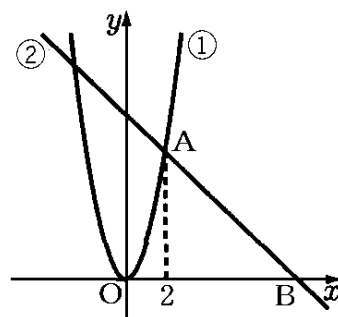
- ・「 $\triangle OPB$ の面積と $\triangle OPQ$ の面積が等しくなる」ので、点 P は線分 BQ の中点になる。
- ・点 B の y 座標が 8，点 Q の y 座標が 0 → 点 P の y 座標がわかる。



[問題 64]

右の図において、①は関数 $y = 2x^2$ のグラフで、②は傾きが -1 の直線である。点 A は①と②の交点で、その x 座標は 2 であり、点 B は②と x 軸の交点である。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 直線②の式を求めよ。
- (2) 線分 AB 上に点 C をとり、点 O と点 C を通る直線を l とする。この直線 l が三角形 OAB の面積を二等分するとき、直線 l の式を求めよ。



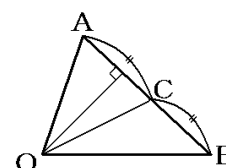
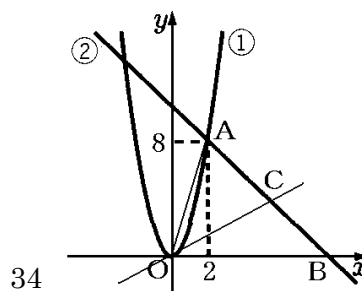
(高知県)***

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

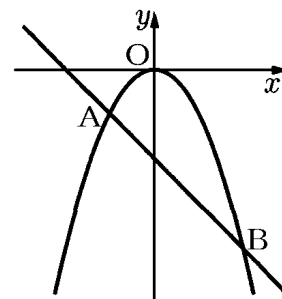
[ヒント]

- (1) A の座標， B の座標 → 直線②の式
- (2) 直線 OC が三角形 OAB の面積を二等分
→ 点 C は線分 AB の中点 → C の座標
→ 直線 OC (直線 l の式)



[問題 65]

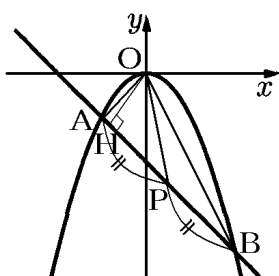
右の図のように、関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、A, B の x 座標はそれぞれ $-2, 4$ である。直線 AB 上に点 P があり、直線 OP が $\triangle OAB$ の面積を 2 等分しているとき、点 P の座標を求めよ。



(鹿児島県)**

[解答欄]

[ヒント]



2 点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ の中点の座標は $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ (x, y それぞれの座標の平均)

[底辺が共通(高さが共通)]

[問題 66]

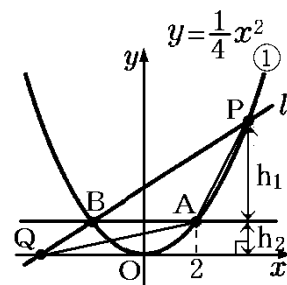
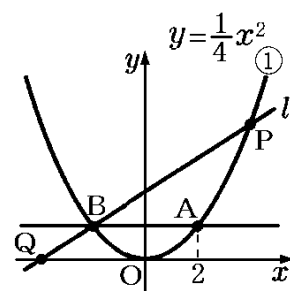
右の図の①は、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフである。このグラフ上に点 A があり、その x 座標は 2 である。点 A を通り x 軸に平行な直線とグラフ①との交点のうち、点 A と異なる点を B とする。点 P は①のグラフ上を動く点であり、その x 座標は 2 より大きいものとする。図のように、2 点 B, P を通る直線を l とし、直線 l と x 軸との交点を Q とする。 $\triangle ABQ$ の面積と $\triangle ABP$ の面積が等しくなるとき、点 P の x 座標を求めよ。

(島根県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

- ・ $\triangle ABQ$ と $\triangle ABP$ の共通の底辺を AB とすると、
 $\triangle ABQ$ の面積と $\triangle ABP$ の面積が等しい
→ 高さ h_1 , h_2 が等しい
- ・ 点 A の y 座標 → 点 P の y 座標 → 点 P の x 座標



[台形の面積の2等分など]

[問題 67]

右の図で、点 O は原点であり、2点 A, B の座標はそれぞれ $(-4, 0), (2, 0)$ である。放物線①は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフである。

点 A を通り、 y 軸に平行な直線をひき、放物線①との交点を C とする。また、点 B を通り、 y 軸に平行な直線をひき、放物線①との交点を D とし、点 C と点 D を結ぶ。線分 CD 上に点 E をとる。

直線 AE が台形 $ABDC$ の面積を2等分するとき、点 E の x 座標はいくらか。点 E の x 座標を a として、 a の値を求めよ。

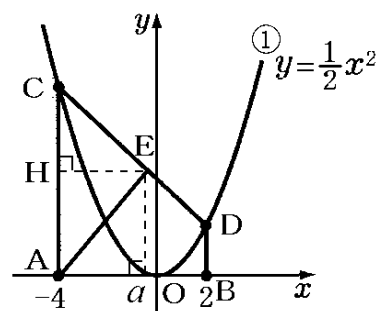
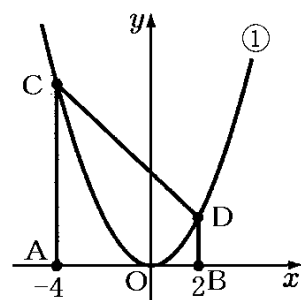
(香川県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

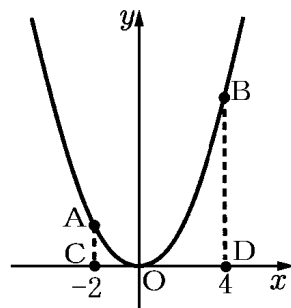
- ・点 C と点 D の y 座標を計算→台形 $ABDC$ の面積
- ・点 E の x 座標を a とする
- ・ $\triangle EAC$ の面積(底辺を AC とすると、高さは EH)

は台形 $ABDC$ の面積の $\frac{1}{2}$ から a を求める。



[問題 68]

右の図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、
 x 軸に 2 点 C, D がある。2 点 A, C の x 座標はともに -2 であり、
 2 点 B, D の x 座標はともに 4 である。線分 AB 上に点 E をとり、
 四角形 ACDE と $\triangle BDE$ をつくる。四角形 ACDE の面積と $\triangle BDE$
 の面積の比が $2 : 1$ となるとき、点 E の x 座標を求めよ。



(三重県)(***)

[解答欄]

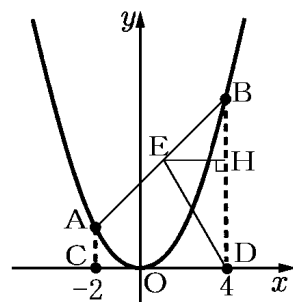
--

[ヒント]

右図のような位置関係になる。

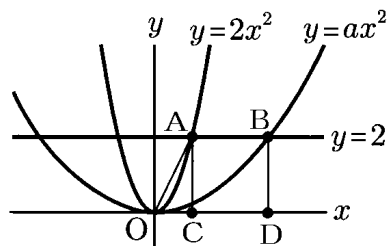
(四角形 ACDE の面積) : ($\triangle BDE$ の面積) = $2 : 1$ なので、

(台形 ACDB の面積) : ($\triangle BDE$ の面積) = $3 : 1$ である。



[問題 69]

右の図で、O は原点、A, B はそれぞれ、直線 $y = 2$ と 2
 つの関数 $y = 2x^2$, $y = ax^2$ (a は定数, $a > 0$) のグラフとの
 交点のうち、 x 座標が正である点である。また、C, D は x
 x 軸上の点で、四角形 ACDB は正方形である。このとき、次
 の問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

(2) 点 C を通り、台形 AODB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

(愛知県)(***)

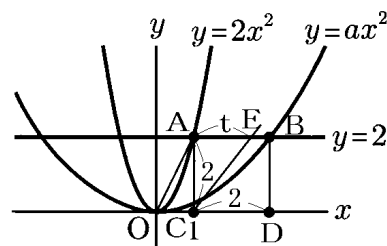
[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

(1) 点 B の y 座標は 2, x 座標は、 $AC = AB$ (正方形なので)
 を使って求める。

(2) AODB の面積を 2 等分する直線を CE とし、 $AE = t$ と
 おき、(台形 AOCE の面積) = (台形 AODB の面積) $\div 2$ から
 t を求める



[三角形の面積を一定の比に分ける]

[問題 70]

右の図で、①は関数 $y = -\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。点 A,

B は①上にあり、点 A の x 座標は -8 、点 B の x 座標は 4 である。②は点 A, B を通る直線であり、 y 軸との交点を C とする。次の各問いに答えよ。ただし、座標軸の単位の長さを 1cm とする。

(1) 直線②の式を求めよ。

(2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

(3) 点 Q を $\triangle OAB$ の辺 OA 上にとり、線分 CQ が $\triangle OAB$ の面積を 2 等分するとき、点 Q の座標を求めよ。

(青森県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

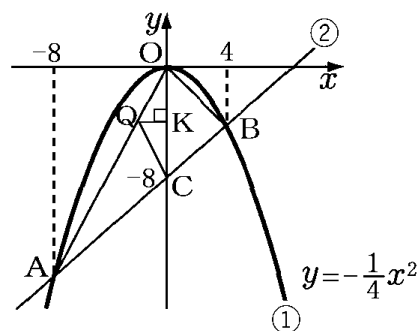
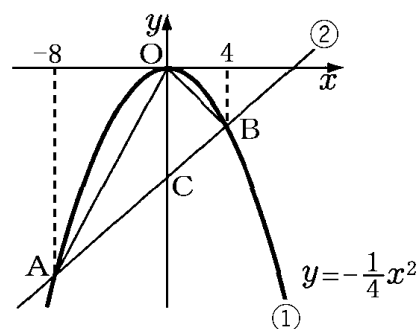
(1) A, B の座標計算 → 直線 AB(直線②)の式

(2) $\triangle OAB$ を $\triangle OAC$ と $\triangle OBC$ に分けて考える。

(3) (四角形 OBCQ の面積) = ($\triangle OAB$ の面積) $\div 2$

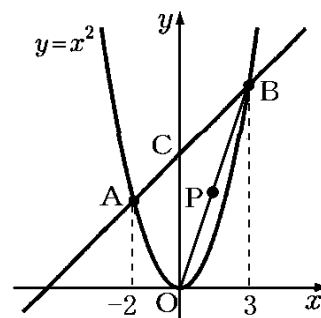
($\triangle OCQ$ の面積) = (OBCQ の面積) - ($\triangle OBC$ の面積)

$\triangle OCQ$ の面積と底辺 OC → 高さ QK → Q の x 座標



[問題 71]

右の図のように、関数 $y = x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、2 点 A, B の x 座標はそれぞれ $-2, 3$ である。直線 AB と y 軸との交点を C とする。次の各問いに答えよ。



- (1) 直線 AB の式を求めよ。
- (2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ。
- (3) 図のように、線分 OB 上に点 P を、四角形 OACP と $\triangle BCP$ の面積の比が $2:1$ になるようにとる。このとき、点 P の x 座標を求めよ。

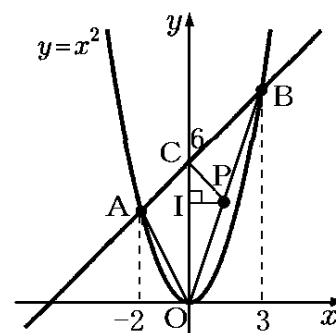
(長崎県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

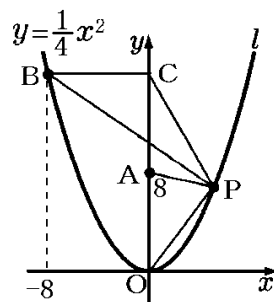
[ヒント]

- (1) A, B の座標計算 → 直線 AB の式
- (2) $\triangle OAB$ を $\triangle OAC$ と $\triangle OBC$ に分けて考える。
- (3) (四角形 OACP の面積) = ($\triangle OAB$ の面積) $\times \frac{2}{2+1}$
 ($\triangle POC$ の面積) = (四角形 OACP の面積) - ($\triangle AOC$ の面積)
 $\triangle POC$ の面積と底辺 OC → 高さ PI → P の x 座標



[問題 72]

右の図で、点 O は原点、点 A の座標は $(0, 8)$ であり、曲線 l は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。点 B は曲線 l 上にあり、 x 座標は -8 である。点 P の x 座標が 8 より小さい正の数であるとき、点 B を通り x 軸に平行な直線を引き、 y 軸との交点を C とし、点 O と点 P 、点 A と点 P 、点 B と点 P 、点 C と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。 $\triangle CBP$ の面積が $\triangle AOP$ の面積の 3 倍になるとき、点 P の x 座標を求めよ。

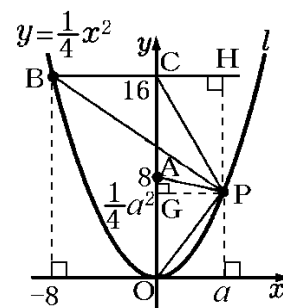


(東京都)(***)

[解答欄]

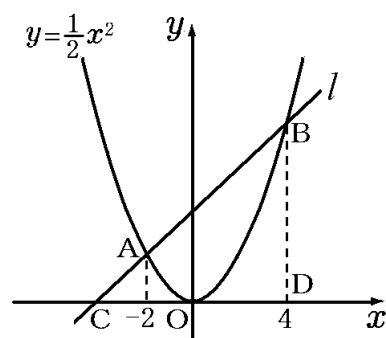
[ヒント]

点 P の x 座標を a とする \rightarrow y 座標を a を使って表す
 $\triangle CBP$ の底辺 BC 、高さ $PH \rightarrow$ 面積を a を使って表す
 $\triangle AOP$ の底辺 AO 、高さ $PG \rightarrow$ 面積を a を使って表す
 $(\triangle CBP \text{ の面積}) = (\triangle AOP \text{ の面積}) \times 3$



[問題 73]

右の図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフと直線 l の交点を A, B とし、直線 l と x 軸の交点を C とする。また、点 B から x 軸に垂線 BD をひく。点 A の x 座標が -2 、点 B の x 座標が 4 であるとき、次の各問いに答えよ。ただし、原点 O から点 $(1, 0)$ までの距離及び原点 O から点 $(0, 1)$ までの距離をそれぞれ 1cm とする。



(1) 直線 l の式を求めよ。

(2) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点 P がある。ただし、点 P の x 座標は 0 より大きく 4 より小さい。 $\triangle PCD$ と $\triangle PBD$ の面積の比が $1 : 6$ であるとき、点 P の x 座標を求めよ。

(千葉県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

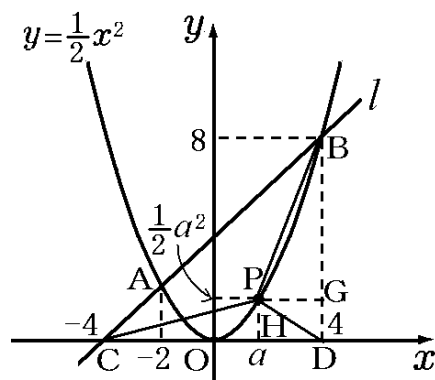
(1) A, B の座標計算 → 直線 AB (直線 l) の式

(2) 点 P の x 座標を $x = a$ とおく

$$(\triangle PCD \text{ の面積}) = \frac{1}{2} (\text{底辺 } CD) \times (\text{高さ } PH)$$

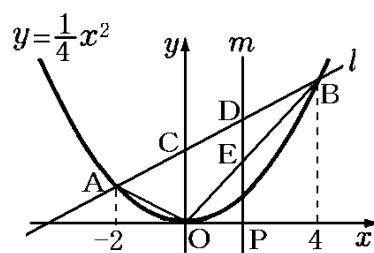
$$(\triangle PBD \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times (\text{底辺 } BD) \times (\text{高さ } PG)$$

$$(\triangle PBD \text{ の面積}) = (\triangle PCD \text{ の面積}) \times 6$$



[問題 74]

右の図で、曲線は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフである。曲線上に x 座標が $-2, 4$ である 2 点 A, B をとり、この 2 点を通る直線 l をひく。図のように、 x 軸上の $0 \leq x \leq 4$ の範囲に点 P をとり、点 P を通って y 軸に平行な直線 m をひく。直線 m と直線 l の交点を D 、直線 m と線分 OB との交点を E とする。 $\triangle OAB$ と $\triangle BDE$ の面積の比が $4 : 1$ のとき、点 P の x 座標を求めよ。
(埼玉県)(***)



[解答欄]

[ヒント]

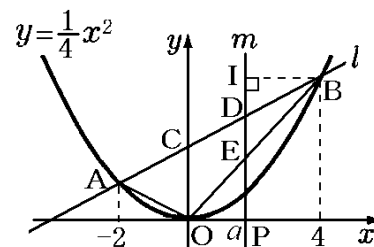
A, B の座標計算 → 直線 AB の式

$\triangle OAB$ を $\triangle OAC$ と $\triangle OBC$ に分けて、面積を計算

点 P の x 座標を a として、

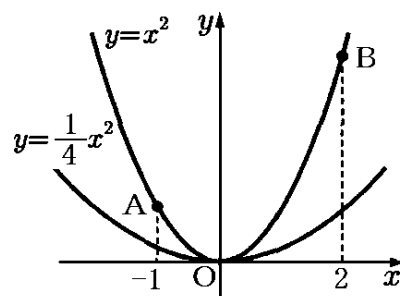
$\triangle BDE$ (底辺 DE , 高さ BI) の面積を a を使って表す

($\triangle OAB$ の面積) : ($\triangle BDE$ の面積) = $4 : 1$ で式をたてる



[問題 75]

右の図のように、関数 $y = x^2$ のグラフと関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフがある。2点 A, B は関数 $y = x^2$ のグラフ上の点であり、A, B の x 座標はそれぞれ $-1, 2$ である。このとき、次の各問いに答えよ。



(1) 2点 A, B を通る直線の傾きを求めよ。

(2) 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 P をとり、P の x 座標

を t とする。ただし、 $0 < t < 2$ とする。また、P を通り y 軸に平行な直線と関数 $y = x^2$ のグラフ、直線 AB との交点をそれぞれ Q, R とする。

- ① $t = 1$ のとき、線分 PQ と線分 QR の長さの比を求めよ。
- ② 線分 AP, PB, BQ, QA で囲まれた図形の面積が $\triangle AQB$ の面積と等しくなる t の値を求めよ。

(福島県)(***)

[解答欄]

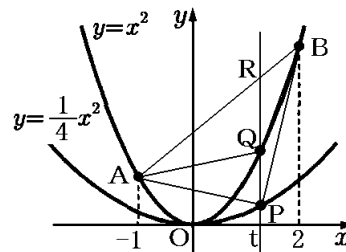
(1)	(2)②PQ : QR =	②
-----	---------------	---

[ヒント]

(1) A, B の座標計算 → 直線 AB の式

(2)① $x = 1$ のときの P, Q, R の y 座標を計算

② $PQ = QR$ であれば、 $\triangle APQ = \triangle AQR$, $\triangle BPQ = \triangle BQR$ となり(それぞれ底辺が等しく高さが共通なので)、線分 AP, PB, BQ, QA で囲まれた図形の面積は $\triangle AQB$ の面積と等しくなる。



[問題 76]

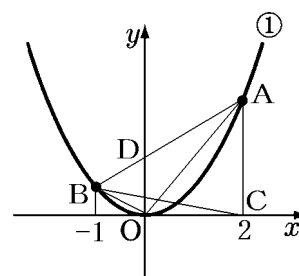
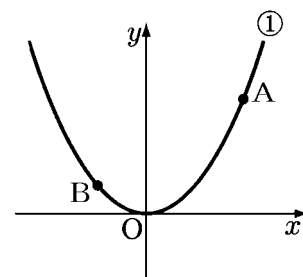
右の図のように、関数 $y = x^2$ のグラフ上に、2点 A, B がある。点 A の x 座標を 2, 点 B の x 座標を -1 とする。点 A と x 座標が等しい x 軸上の点を C とする。 $\triangle ABC$ と $\triangle OAB$ において、線分 AB を底辺としたときのそれぞれの高さの比を、もっとも簡単な整数の比で求めよ。

(北海道)(***)

[解答欄]

[ヒント]

右図のように、 $\triangle ABC$ と $\triangle OAB$ の共通の底辺を AB とすると、それぞれの高さの比は面積の比と等しくなる。そこで、 $\triangle ABC$ と $\triangle OAB$ の面積をそれぞれ求める。



[問題 77]

右の図のように、関数 $y = x^2$ のグラフ上に 3点 A(-3, 9), B(-2, 4), C(1, 1) がある。点 P を関数 $y = x^2$ のグラフ上にとる。 $\triangle OBC$ の面積と $\triangle OAP$ の面積の比が $1 : 5$ になるときの点 P の座標を求めよ。ただし、点 P の x 座標は正とする。

(徳島県)(***)

[解答欄]

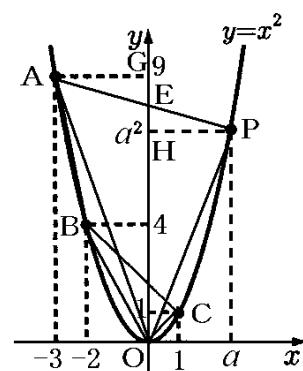
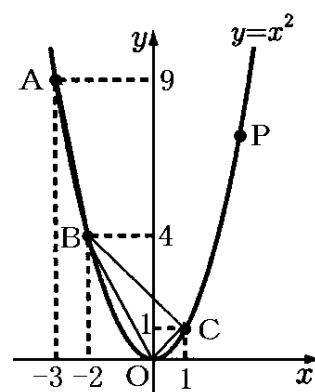
[ヒント]

まず、B, C の座標 → 直線 BC の式 → $\triangle OBC$ の面積を求める。

次に、点 P の x 座標を $x = a$ とする。

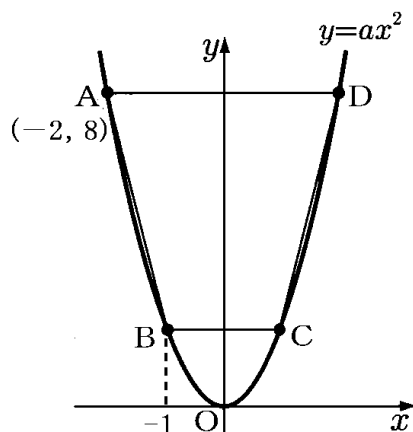
A, P の座標 → 直線 AP の式 → $\triangle OAP$ の面積を a を使って表す。

($\triangle OBC$ の面積) : ($\triangle OAP$ の面積) = $1 : 5$ で a についての式をたてる。



[問題 78]

右の図で、 O は原点、 A, B, C, D は関数 $y = ax^2$ (a は定数、 $a > 0$) のグラフ上の点で、線分 AD, BC はともに x 軸に平行である。点 A の座標が $(-2, 8)$ 、点 B の x 座標が -1 であるとき、次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

(2) 点 B を通り、四角形 $ABCD$ の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

(愛知県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

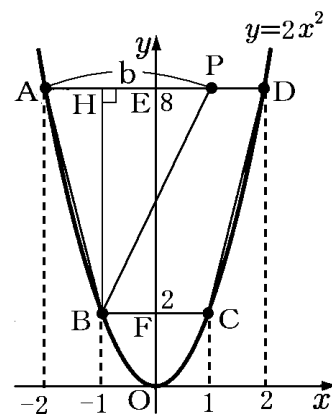
(1) 点 $A(-2, 8) \rightarrow y = ax^2$ に代入

(2) A, B, C, D の座標 \rightarrow 四角形 $ABCD$ の面積

$$(\triangle BAP \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times (\text{四角形 } ABCD \text{ の面積})$$

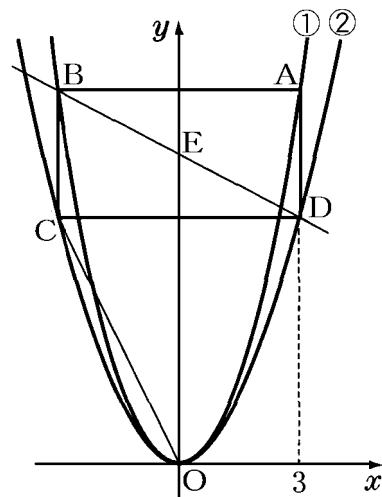
$\triangle BAP$ の面積、高さ $BH \rightarrow$ 底辺 $AP \rightarrow$ 点 P の座標

点 P, B の座標 \rightarrow 直線 BP の式



[問題 79]

右の図のように、2つの関数 $y = x^2 \cdots \textcircled{1}$, $y = ax^2$ (a は定数) $\cdots \textcircled{2}$ のグラフと長方形 ABCD がある。2点 A, B は関数①のグラフ上にあり、A の x 座標は 3 であって、辺 AB は x 軸に平行である。2点 C, D は関数②のグラフ上にあり、C の x 座標は負で、C の y 座標は B の y 座標よりも小さい。点 E は直線 BD と y 軸との交点であり、点 O は原点である。また、長方形 ABCD において、 $AB : AD = 2 : 1$ である。このとき、次の各問いに答えよ。



- (1) a の値を求めよ。
- (2) 直線 BD の式を求めよ。
- (3) 線分 OC 上に 2 点 O, C とは異なる点 P をとる。線分 EP が四角形 ODBC の面積を 2 等分するときの P の x 座標を求めよ。

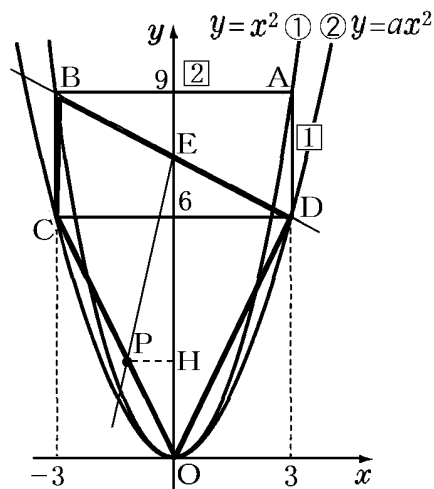
(熊本県改)(****)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

- (1) 点 A, B の x 座標 \rightarrow AB の長さ $\rightarrow AD = AB \div 2$
 \rightarrow 点 D の座標 $\rightarrow y = ax^2$ に代入
- (2) 点 B, D の座標 \rightarrow 直線 BD の式
- (3) まず、(四角形 ODBC の面積) = $(\triangle BCD) + (\triangle OCD)$ で、四角形 ODBC の面積の面積を計算する。
 次に、 $\triangle OED$ の面積を計算する。
 $\rightarrow (\triangle OED) + (\triangle OEP) = (\text{四角形 ODBC}) \times \frac{1}{2}$
 より、 $\triangle OEP$ の面積を求める。
 $\rightarrow \triangle OEP$ の面積、底辺 OE \rightarrow 高さ PH \rightarrow 点 P の x 座標



【】 等積変形の利用

[問題 80]

関数 $y = 2x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B がある。点 A の x 座標は -1 , 点 B の座標は $(2, 8)$ である。このとき, 次の各問いに答えよ。

- (1) 点 A の y 座標を求めよ。
- (2) 直線 AB の式を求めよ。
- (3) 関数 $y = 2x^2$ のグラフ上の点で, 2 点 O, B の間にある点 P をとると, $\triangle PAB$ の面積は $\triangle OAB$ の面積に等しくなった。このとき, 点 P の座標を求めよ。ただし, 点 P は, 点 O とは異なるものとする。

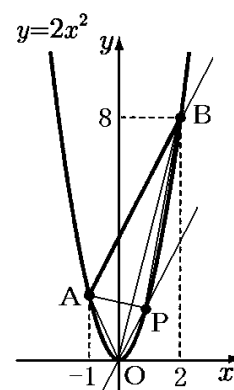
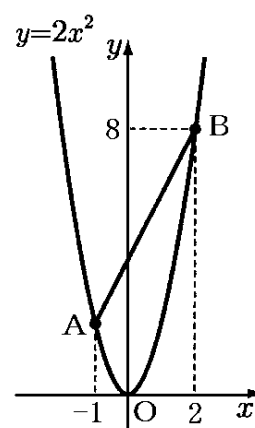
(沖縄県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

- (1) 点 A の x 座標は $-1 \rightarrow y = 2x^2$ に代入
- (2) 点 A, B の座標 \rightarrow 直線 AB の式
- (3) 右図のように, 補助線 OP を, $OP \parallel AB$ となるように引く。
 $\triangle PAB$ と $\triangle OAB$ の共通の底辺を AB とすると, $OP \parallel AB$ なので,
 2 つの三角形の高さは等しくなり, 2 つの三角形の面積が等しくなる。
 \rightarrow (直線 OP の傾き) = (直線 AB の傾き) \rightarrow 直線 OP の式
 \rightarrow 直線 OP と $y = 2x^2$ の交点を求める。



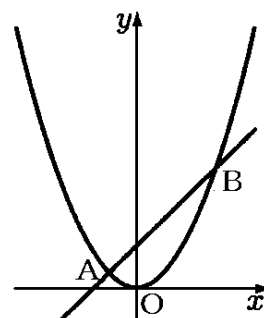
[問題 81]

右の図で、曲線は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフである。曲線上に x 座標が $-1, 3$ である 2 点 A, B をとる。このとき、次の各問いに答えよ。

(1) 直線 AB の式を求めよ。

(2) 曲線上を、 x 座標が $x < -1$ の範囲で動く点 P を考える。 $\triangle PAB$ と $\triangle POB$ の面積が等しくなるとき、点 P の座標を求めよ。

(埼玉県)(***)



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

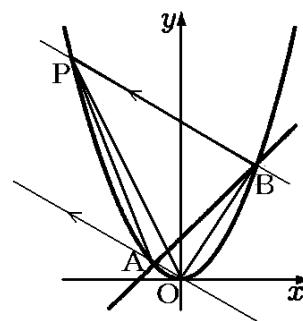
[ヒント]

(1) 点 A, B の座標を計算→直線 AB の式を求める。

(2) 右図のように B 点を通して、直線 OA と平行な補助線 BP を引く。 $\triangle PAB$ と $\triangle POB$ で、 PB を共通な底辺とすると、 $OA \parallel BP$ で、2 つの三角形の高さが等しくなるので、 $\triangle PAB$ と $\triangle POB$ の面積が等しくなる。

(BP の傾き) = (OA の傾き), 点 B の座標→ BP の式

BP の式と $y = \frac{1}{2}x^2$ を連立させて、交点 P の座標を求める。



[問題 82]

右の図のように、関数 $y = x^2$ のグラフ上に、2 点 A, B がある。点 A の x 座標を -2 、点 B の x 座標を 1 とする。 x 軸上に点 P をとり、 $\triangle OAB$ と $\triangle OBP$ の面積が等しくなるようにするとき、点 P の座標を求めよ。ただし、点 P の x 座標は負であるものとする。

(北海道)(***)

[解答欄]

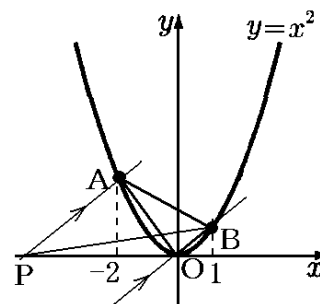
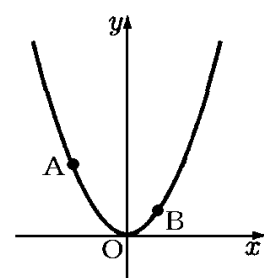
[ヒント]

右図のように、補助線 PA を $OB \parallel PA$ となるように引く。

$\triangle OAB$ と $\triangle OBP$ で、 OB を共通の底辺と考えると、 $OB \parallel PA$ なので、2 つの三角形の高さは等しくなり、2 つの三角形の面積が等しくなる。

点 A, B の座標を求める→ OB の傾き = AP の傾き

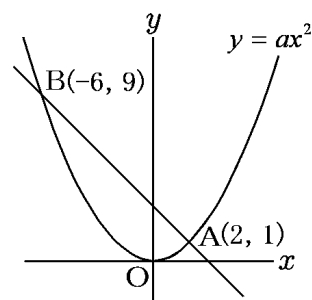
→直線 AP の式→点 P の座標



[問題 83]

右の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフ上に 2 点 $A(2, 1)$, $B(-6, 9)$ がある。原点を O として、次の問いに答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) 直線 AB の式を求めよ。
- (3) 関数 $y = ax^2$ のグラフ上に点 P をとり、直線 AB と直線 OP が平行になるようにする。このとき、三角形 ABP の面積を求めよ。



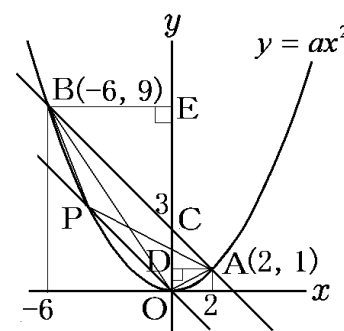
(長崎県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

- (1) 点 A (または点 B) の座標を $y = ax^2$ に代入。
- (2) A, B の座標 \rightarrow 直線 AB の式
- (3) $\triangle ABP$ と $\triangle ABO$ で、 AB を共通の底辺とすると、 $AB \parallel OP$ なので、2 つの三角形の高さは等しくなり、 $(\triangle ABP \text{ の面積}) = (\triangle ABO \text{ の面積})$ となる。
 $\triangle ABO$ の面積を、右図の $\triangle ACO$ と $\triangle BCO$ に分割して求める。



[問題 84]

右の図は、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフである。このグラフ上に 2 点 A,

B があり、 x 座標はそれぞれ $-4, 2$ である。 $\triangle AOC$ の面積が $\triangle AOB$ の面積の 2 倍となるように、 y 軸上に点 $C(0, c)$ をとる。このときの c の値を求めよ。ただし、 $c > 0$ とする。

(富山県)(***)

[解答欄]

[ヒント]

まず、右図のように、点 B を通って直線 AO に平行な直線 BD をひく。 $\triangle AOB$ と $\triangle AOD$ で、AO を共通の底辺とすると、

$AO \parallel BD$ なので、それぞれの三角形の高さ(BG と DF)は等しくなる。よって、 $(\triangle AOB \text{ の面積}) = (\triangle AOD \text{ の面積})$ となる。

次に、 y 軸上の正の部分に $CO = 2DO$ となる点 C をとる。

$\triangle AOC$ と $\triangle AOB$ で、AO を共通の底辺とすると、

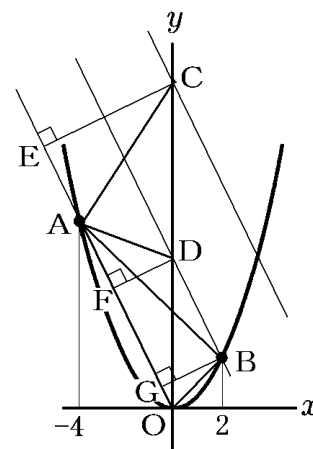
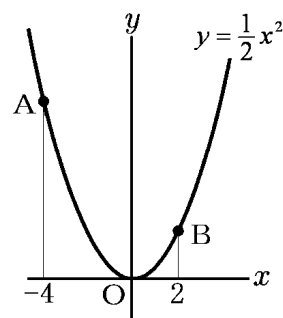
$\triangle AOC$ の高さ CE は、 $\triangle AOB$ の高さ BG の 2 倍になる。

したがって、 $(\triangle AOC \text{ の面積}) = (\triangle AOB \text{ の面積}) \times 2$ になる。

点 C の y 座標は、点 D の y 座標の 2 倍になる。

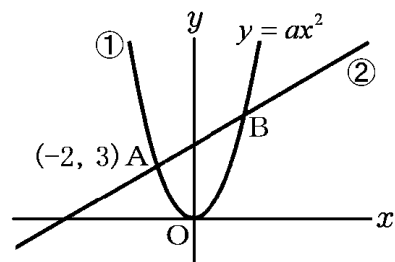
直線 BD の式を求める(AO と平行で、点 B を通る)

→点 D の y 座標 → 点 C の y 座標



[問題 85]

右の図において、①は関数 $y = ax^2$ のグラフで、②は傾きが $\frac{1}{2}$ の直線であり、①と②は 2 点 A, B で交わっている。



点 A の座標が $(-2, 3)$ であるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 定数 a の値を求めよ。
- (2) x 軸上に x 座標が正である点 P をとり、 $\triangle PAB$ の面積が $\triangle OAB$ の面積の 2 倍となるようにしたい。このときの点 P の x 座標を求めよ。

(高知県)(***)

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

- (1) 点 A の座標を $y = ax^2$ に代入。
- (2) 直線②の式を求める → 点 C の座標
 $CO = DO$ となる点 D をとる。点 D を通り②に平行な直線 DP をひく。
 $\triangle OAB$ と $\triangle PAB$ で、AB を共通の底辺とすると、
 $\triangle OAB$ の高さは OH、 $\triangle PAB$ の高さは PG となる。
 $CO = DO$ なので、 $PG = OH \times 2$ となる。
したがって、 $(\triangle PAB \text{ の面積}) = (\triangle OAB \text{ の面積}) \times 2$ になる。
点 P の座標を求めるために直線 DP の式を求める。

