【】式の決定・変化の割合・変域など

【】式の決定

[問題 1]

関数 $y=ax^2$ について， x ＝3 のとき， y ＝18 である。このとき， a の値を求めよ。

(岡山県)(*)

[ヒント]

$y=ax^2$ に x ＝3， y ＝18 を代入する。

[問題 2]

y は x の 2 乗に比例し， x ＝3 のとき， y ＝－36 である。このとき， y を x の式で表せ。

(秋田県)(*)

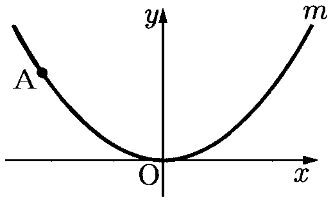
[ヒント]

$y=ax^2$ とおいて， $y=ax^2$ に x ＝3， y ＝－36 を代入する。

[問題 3]

右図において，m は関数 $y=ax^2$ (a は定数)のグラフを表す。A は m 上の点であり，その座標は(－4，3)である。 a の値を求めよ。

(大阪府)(*)



[問題 4]

y は x の 2 乗に比例し， x ＝1 のとき y ＝2 である。 x ＝3 のときの y の値を求めよ。

(沖縄県)(*)

[問題 5]

右の表は，関数 $y=ax^2$ について， x と y の関係を表したものである。このとき a の値および表の b の値を求めよ。

(滋賀県)(*)

x	…	−6	…	4	…
y	…	b	…	6	…

【】変域

[問題 6]

　関数 $y=3x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めよ。

(福島県)(*)

[ヒント]

x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ で $x=0$ が変域内にあるので，$x=-3$，$x=0$，$x=2$ のときの y の値を比較する。

[問題 7]

　関数 $y=\dfrac{2}{3}x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めよ。

(福岡県)(*)

[問題 8]

　関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ について，x の変域が，$2 \leqq x \leqq 6$ のときの y の変域を求めよ。

(補充問題)(**)

[ヒント]

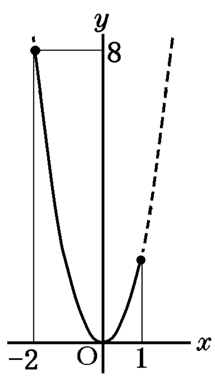
x の変域が $2 \leqq x \leqq 6$ で $x=0$ が変域内にないので，$x=2$，$x=6$ のときの y の値を比較する。

[問題 9]

　関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 8$ である。このとき，定数 a の値を求めよ。

(岡山県)(**)

[ヒント]



[問題 10]

関数 $y=x^2$ について，x の変域が $a \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $0 \leqq y \leqq 9$ である。このときの a の値を求めよ。

(高知県)

[ヒント]

y の変域が $0 \leqq y \leqq 9$ なので，$a < 0$ である。

[問題 11]

関数 $y=x^2$ について，x の変域を $a \leqq x \leqq a+2$ とするとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 4$ となるような a の値を，次の[　　]の中からすべて選べ。

[-2　-1　　0　　1　　2]

(埼玉県)(**)

[ヒント]

$a > 0$ のとき，x の変域($a \leqq x \leqq a+2$)は正の数の範囲にあるので，$y > 0$ となり不適。

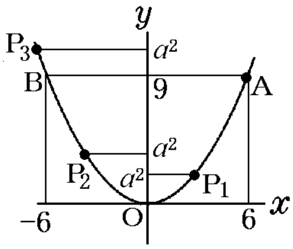
[問題 12]

関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ で，x の変域が $a \leqq x \leqq 6$ のとき，y の変域は $0 \leqq y \leqq 9$ である。a がとることのできる値の範囲を求めよ。

(徳島県)(**)

[ヒント]

点 $\mathrm{P}\left(a,\ \dfrac{1}{4}a^2\right)$ を考える。



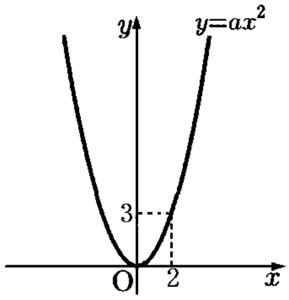
P が P_1 の位置にあるときは，$0 \leqq y \leqq 9$ にならない。

P が P_2 の位置にあるときは，$0 \leqq y \leqq 9$ になる。

P が P_3 の位置にあるときは，$0 \leqq y \leqq 9$ にならない。

[問題 13]

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点(2，3)がある。次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

(2) 次のアとイにあてはまる数をそれぞれ求めよ。

関数 $y=ax^2$ において，x の変域が $b \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域は $0 \leqq y \leqq 3$ である。このとき，b の値の範囲は，

(　ア　)$\leqq b \leqq$(　イ　)である。

(3) 関数 $y=ax^2$ において，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域と，関数 $y=cx^2$ において，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域とが等しいとき，c の値を求めよ。

(兵庫県)(**)

【】変化の割合

[問題 14]

関数 $y=-3x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(愛知県)(*)

[ヒント]

(x の増加量)＝3－1，(y の増加量)＝－27－(－3)

(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(x\text{の増加量})}$

[問題 15]

関数 $y=\dfrac{6}{x}$ で，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(秋田県)

[問題 16]

関数 $y=ax^2$ において，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合が－5 であるとき，a の値を求めよ。

(広島県)(**)

[ヒント]

(x の増加量)＝4－1＝3，(y の増加量)＝$16a-a$＝$15a$

[問題 17]

関数 $y=x^2$ について，x が a から $a+5$ まで増加するとき，変化の割合は 7 である。このとき，a の値を答えなさい。(3 点)

(新潟県)(**)

[ヒント]

(x の増加量)＝$a+5-a$，(y の増加量)＝$(a+5)^2-a^2$

[問題 18]

関数 $y=ax^2$（a は定数)と関数 $y=-8x+7$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が等しいとき，a の値を求めよ。

(愛知県)(**)

[ヒント]

一次関数 $y=bx+c$ の変化の割合は常に b になる。

[問題 19]

ある自動車が動き始めてから x 秒間に進んだ距離を y m とすると，$0 \leqq x \leqq 8$ の範囲では $y=\dfrac{3}{4}x^2$ の関係があった。この自動車が動き始めて 1 秒後から 3 秒後までの平均の速さは毎秒何 m か。

(山口県)(**)

[ヒント]

(平均の速さ)$=\dfrac{\text{(進んだ道のり)}}{\text{(時間)}}$

[問題 20]

関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ で，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を m，x の値が 52 から 54 まで増加するときの変化の割合を n とする。m と n の大きさを比べるとき，どのようなことがいえるか，次の①～④の中から正しいものを 1 つ選べ。

ア　m と n は等しい。

イ　m の方が大きい。

ウ　n の方が大きい。

エ　m と n のどちらが大きいかは，判断ができない。

(佐賀県)(**)

【】グラフの特徴

[問題 21]

関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴として適切なものを，次のア～オからすべて選び，その記号を書け。

ア　原点を通る。

イ　x 軸について対称な曲線である。

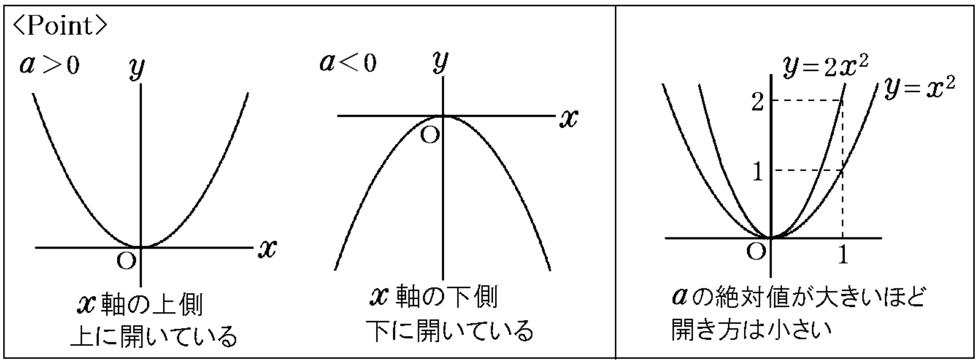
ウ　$a>0$ のときは上に開き，x 軸より下側にはない。

エ　$a<0$ のとき，x の値が増加すると $x>0$ の範囲では，y の値は減少する。

オ　a の値の絶対値が大きいほど，グラフの開き方は大きい。

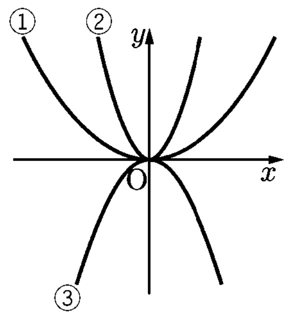
(奈良県)(*)

[ヒント]



[問題 22]

右の図の①～③の放物線は，下のア～ウの関数のグラフである。①～③は，それぞれどの関数のグラフか。ア～ウの中から選び，その記号をそれぞれ書け。



ア　$y=2x^2$

イ　$y=\frac{1}{3}x^2$

ウ　$y=-x^2$

(広島県)

[ヒント]

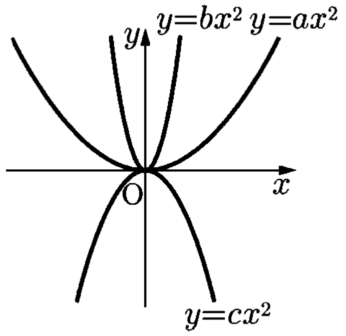
$y=mx^2$ で $m>0$ のとき，グラフは x 軸の上側にあり，$m<0$ のときは x 軸の下側にある。

$y=mx^2$ で m の絶対値が大きいほど開き方が小さい。

[問題 23]

　右図は，3 つの関数 $y=ax^2$， $y=bx^2$， $y=cx^2$ のグラフを，同じ座標軸を使ってかいたものである。図の 3 つの関数について，比例定数 a，b，c を小さい順に左から並べて書け。

(長野県)(*)



[問題 24]

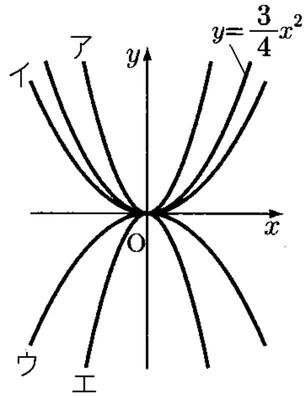
　右の図のア～エは，$y=ax^2$ の形で表される 4 つのグラフを，関数 $y=\frac{3}{4}x^2$ のグラフと同じ座標軸を使ってかいたものであり，そのうちの 1 つが関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを，ア～エから選び，記号で答えよ。

(山口県)(**)

[ヒント]

$y=ax^2$ で $a>0$ のときは放物線のグラフは上に開く。

a の絶対値が小さいほど開き方は大きくなる。



[問題 25]

　関数 $y=2x^2$ のグラフと x 軸について対称であるグラフの式が $y=ax^2$ である。このとき，a の値を求めよ。

(沖縄県)(*)

[問題 26]

　y の値が正の値をとらない関数を，次のア～エから 1 つ選べ。

ア　$y=-\frac{x}{2}$　　イ　$y=-\frac{2}{x}$　　ウ　$y=-2x+3$　　エ　$y=-2x^2$

(岐阜県)(*)

[問題 27]

関数 $y=-x^2$ の値の増減について説明した次の文が正しくなるように，文章中の①，②の(　　)内からそれぞれ適語を選べ。

$x<0$ の範囲では， x の値が増加するとき， y の値は①(増加／減少)する。また， $x>0$ の範囲では， x の値が増加するとき， y の値は②(増加／減少)する。

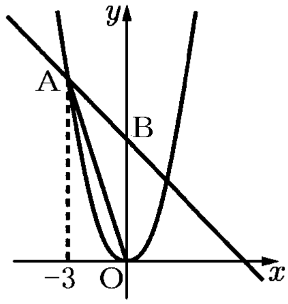
(秋田県)(*)

【】座標・長さなど

【】放物線と直線の式

[問題 28]

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，x 座標が－3 となる点 A をとる。点 A を通り，傾きが－1 となる直線と y 軸との交点を B とする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 2 点 A，B を通る直線の式を答えよ。

(2) △OAB の面積を求めよ。

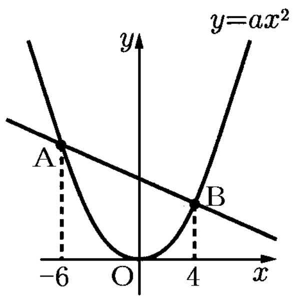
(新潟県)(**)

[ヒント]

傾きが m で点 $(x_1,\ y_1)$ を通る直線の式は $y=m(x-x_1)+y_1$ である。

[問題 29]

右の図のように，関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，x 座標はそれぞれ－6，4 である。直線 AB の傾きが $-\dfrac{1}{2}$ であるとき，a の値を求めよ。



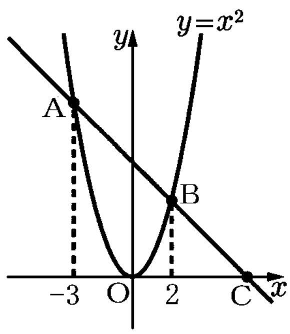
(栃木県)

[ヒント]

2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を通る直線の傾き m は，$m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

[問題 30]

右の図で，2 点 A，B は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点であり，点 A の x 座標は－3，点 B の x 座標は 2 である。直線 AB と x 軸との交点を C とする。このとき，点 C の座標を求めよ。



(茨城県)(**)

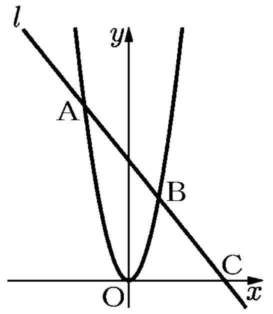
[ヒント]

A，B の座標→直線 AB の式→点 C の座標

2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を通る直線の式は，$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$

[問題 31]

右の図で，曲線は関数 $y=2x^2$ のグラフである。曲線上に x 座標が－3，2 である 2 点 A，B をとり，この 2 点を通る直線 l をひく。直線 l と x 軸との交点を C とするとき，△AOC の面積を求めよ。ただし，座標軸の単位の長さを 1cm とする。



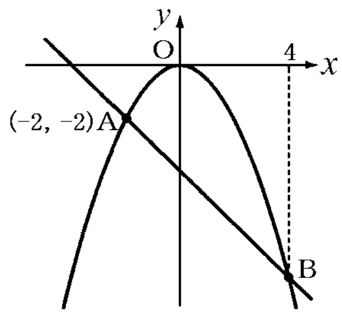
(埼玉県)(**)

[ヒント]

点 A，B の座標→直線 l の式→点 C の x 座標

[問題 32]

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A(－2，－2)と点 B があり，点 B の x 座標は 4 である。このとき，次の各問いに答えよ。



⑴ a の値を求めよ。

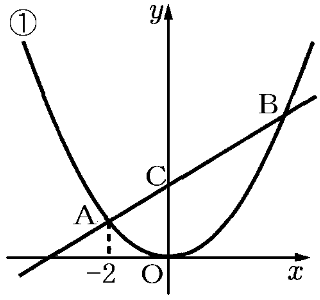
⑵ 点 B の y 座標を求めよ。

⑶ 直線 AB の式を求めよ。

(佐賀県)(**)

[問題 33]

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2\cdots$①のグラフ上に 2 点 A，B がある。A の x 座標は－2，B の x 座標は正で，B の y 座標は A の y 座標より 3 だけ大きい。また，点 C は直線 AB と y 軸との交点である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 点 A の y 座標を求めよ。

(2) 点 B の座標を求めよ。

(3) 直線 AB の式を求めよ。

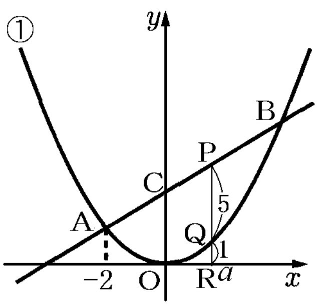
(4) 線分 BC 上に 2 点 B，C とは異なる点 P をとる。また，関数①のグラフ上に点 Q を，線分 PQ が y 軸と平行になるようにとり，PQ の延長と x 軸との交点を R とする。

PQ：QR＝5：1 となるときの P の座標を求めよ。

(熊本県)(***)

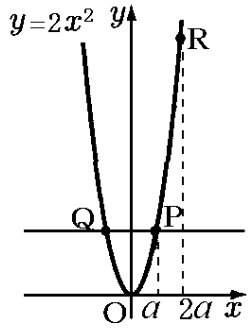
[ヒント]

(4) P，Q，R の位置関係は次の図のようになる。



[問題 34]

右の図のように，関数 $y=2x^2$ のグラフ上に 2 点 P，Q があり，直線 PQ は x 軸に平行である。点 P の x 座標を a とする。このとき，次の各問いに答えよ。ただし，$a>0$ とする。



(1) 点 Q の座標を a を用いて表せ。

(2) 関数 $y=2x^2$ のグラフ上で x 座標が $2a$ である点を R とする。2 点 Q，R を通る直線の傾きが 7 のとき，a の値を求めよ。

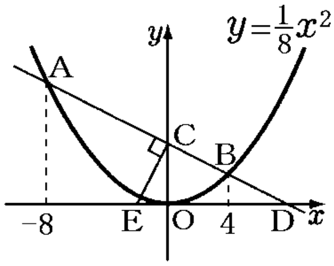
(京都府)(**)

[ヒント]

(2) 2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を通る直線の傾きは $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ である。

[問題 35]

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{8}x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，2 点 A，B の x 座標はそれぞれ−8，4 である。2 点 A，B を通る直線と y 軸との交点を C，x 軸との交点を D とする。また，x 軸上に∠ACE＝90°となるように点 E をとる。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 2 点 A，B を通る直線の式を求めよ。

(2) 点 D の座標を求めよ。

(3) 線分 DE の長さを求めよ。

(京都府)(***)

[ヒント]

(3)「∠ACE＝90°」なので，直線 CE は直線 AB と垂直である。

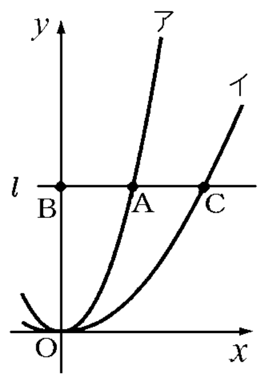
傾き m の直線と傾き n の直線が垂直であるとき，$mn=-1$ が成り立つ。

したがって，(直線 CE の傾き)×(直線 AB の傾き)＝−1

【】座標・長さなど

[問題 36]

右の図において，アは関数 $y=x^2$，イは関数 $y=ax^2\,(a>0)$のグラフである。点 A はア上の点であり，x 座標は 2 である。点 A を通り x 軸に平行な直線を l とする。直線 l と y 軸の交点を B とし，直線 l とイの交点のうち，x 座標が正である点を C とする。点 A が線分 BC の中点であるとき，a の値を求めよ。



(秋田県)(**)

[ヒント]

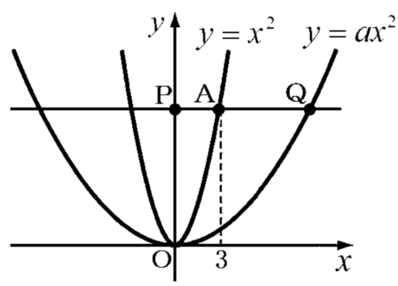
点 A の x 座標は 2→点 A の y 座標→点 C の y 座標

点 A の x 座標は 2，A は線分 BC の中点→点 C の x 座標

点 C の x, y 座標→ $y=ax^2$ に代入

[問題 37]

右の図は，2 つの関数 $y=x^2$，$y=ax^2\,(a>0)$のグラフである。関数 $y=x^2$ のグラフ上で，x 座標が 3 である点を A とする。また，A を通り x 軸に平行な直線が，y 軸と交わる点を P, 関数 $y=ax^2$ のグラフと交わる点のうち，x 座標が正の数である点を Q とする。このとき，OP＝PQ となるような a の値を求めよ。



(栃木県)(**)

[ヒント]

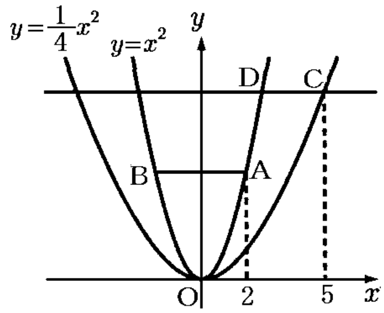
点 A の x 座標は 3→点 A の y 座標→点 Q の y 座標

点 A の y 座標→OP→PQ→点 Q の x 座標

点 Q の x, y 座標→ $y=ax^2$ に代入

[問題 38]

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，x 座標が 2 である点 A と，点 A と y 座標が等しく x 座標が異なる点 B をとり，点 A と点 B を結ぶ。また，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，x 座標が 5 である点 C をとり，点 C を通り x 軸に平行な直線と関数 $y=x^2$ のグラフとの交点のうち，x 座標が正である点を D とする。線分 AB と線分 CD の長さの比を求めよ。



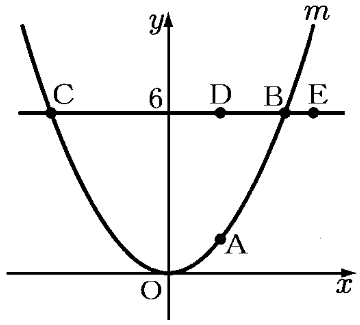
(宮城県)(**)

[ヒント]

C の x 座標は 5→C の y 座標＝D の y 座標→D の x 座標→CD の長さ

[問題 39]

右図において，m は $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフを表す。A，B，C は m 上の点であって，A の x 座標は 2 である。B の x 座標は，C の x 座標より大きい。D，E は，B と C とを結んでできる直線上の点であり，B，C，D，E の y 座標はいずれも 6 である。D の x 座標は A の x 座標に等しく，E の x 座標は B の x 座標より大きい。



(1) B の x 座標と C の x 座標をそれぞれ求めよ。

(2) E の x 座標を t とする。$DE^2=CE\times BE$ となるときの t の値を求めよ。

(大阪府)(**)

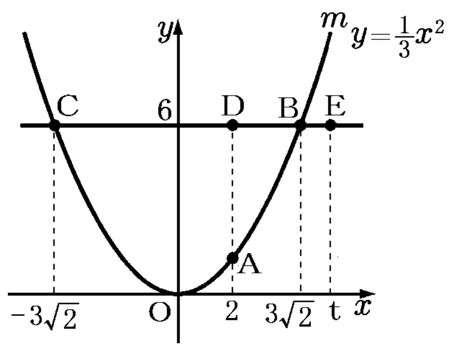
[ヒント]

(1) 点 B，C の y 座標は 6→ $y=\frac{1}{3}x^2$ に代入

(2) 右図より，DE＝$t-2$

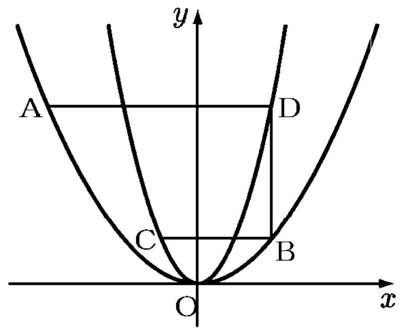
CE＝$t-\left(-3\sqrt{2}\right)=t+3\sqrt{2}$

BE＝$t-3\sqrt{2}$



[問題 40]

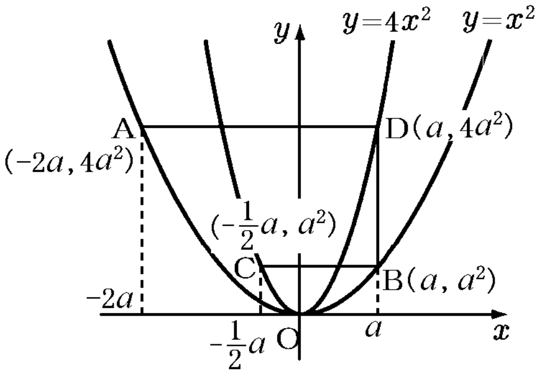
右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B，関数 $y=4x^2$ のグラフ上に 2 点 C，D がある。点 A，C の x 座標は負の数，点 B，D の x 座標は正の数で，線分 AD，BC は x 軸に平行，線分 BD は y 軸に平行である。このとき，AD : BC を求めよ。



(広島県改)(**)

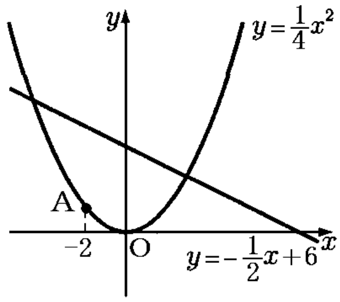
[ヒント]

まず，点 B の x 座標を $a\,(a>0)$ として，B，C，D，A の座標を a を使って表す。



[問題 41]

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフと直線 $y=-\dfrac{1}{2}x+6$ がある。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，x 座標が－2 となる点 A をとるとき，A の y 座標を求めよ。

(2) 関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上を動く点 P と，直線 $y=-\dfrac{1}{2}x+6$ 上を動く点 Q がある。P，Q の x 座標が等しく，PQ＝6 であるとき，P の x 座標をすべて求めよ。

(岩手県)(**)

[ヒント]

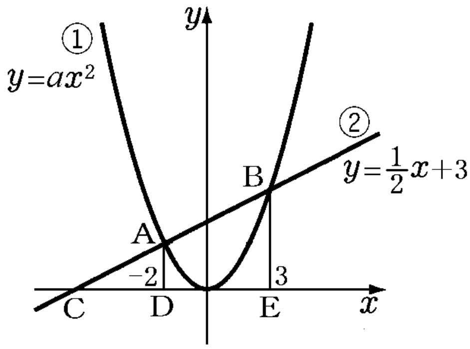
(2) 放物線が直線より上側にあるとき，$\dfrac{1}{4}x^2-\left(-\dfrac{1}{2}x+6\right)=6$

放物線が直線より下側にあるとき，$-\dfrac{1}{2}x+6-\dfrac{1}{4}x^2=6$

【】線分比など

[問題 42]

右の図において，①は関数 $y=ax^2$，②は関数 $y=\frac{1}{2}x+3$ のグラフである。点 A，B は①と②の交点で，x 座標はそれぞれ−2，3 である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

(2) 図のように，②と x 軸との交点を C とし，点 A，B から x 軸に垂線をひき，その交点をそれぞれ D，E とする。BA : AC を最も簡単な整数の比で表せ。

(山梨県)(***)

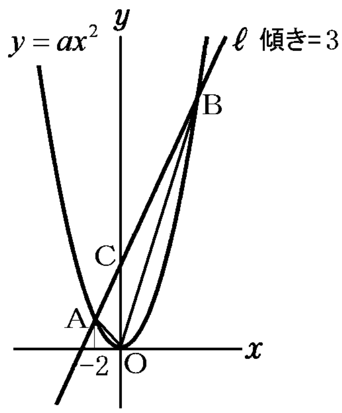
[ヒント]

(2) △CAD と△CBE で，AD，BE は x 軸と垂直なので AD // BE となる。

平行線の性質より，BA : AC＝ED : DC が成り立つ。

[問題 43]

右の図の放物線は関数 $y=ax^2$ のグラフであり，直線 l と 2 点 A，B で交わっている。また，点 C は直線 l と y 軸との交点である。点 A の x 座標が−2，直線 l の傾きが 3 であり，△AOC と△BOC の面積比が 1 : 3 であるとき，a の値を求めよ。



(三重県)(***)

[ヒント]

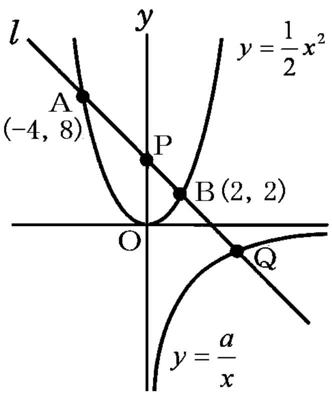
△AOC の底辺を AC，△BOC の底辺を BC とすると，

高さは共通になるので，

AC : CB＝(△AOC の面積) : (△BOC の面積)＝1 : 3 となる。

[問題 44]

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点 A(−4, 8), B(2, 2)を通る直線 l がある。また，この直線が y 軸および関数 $y=\frac{a}{x}$ (a は負の定数， $x>0$)のグラフと交わる点を，それぞれ P，Q とする。△OAP : △OQP＝2 : 3 になるとき，a の値を求めよ。



(沖縄県)(***)

[ヒント]

△OAP の底辺を AP，△OQP の底辺を PQ とすると，高さは O から l におろした垂線の長さで共通になる。

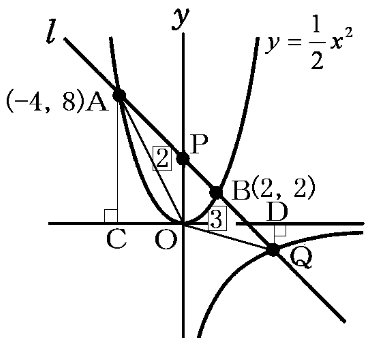
したがって，底辺の比は面積比と等しくなり，

AP : PQ＝△OAP : △OQP＝2 : 3 になる。

右図のように，点 A, Q から x 軸に垂線 AC, QD をひくと，

AC // PO // QD なので，

CO : OD＝AP : PQ＝2 : 3 になる。



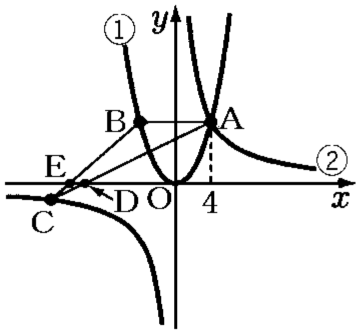
[問題 45]

右の図で，点 O は原点であり，放物線①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。双曲線②は反比例 $y=\frac{a}{x}$ のグラフで, $a>0$ である。

点 A は，放物線①と双曲線②との交点で，その x 座標は 4 である。点 B は，放物線①上の点で，線分 AB は x 軸に平行である。

点 C は，双曲線②上の点で，その x 座標は負の数である。線分 AC，線分 BC と x 軸との交点をそれぞれ D，E とする。

AB : DE＝5 : 1 であるとき，点 C の座標を求めよ。



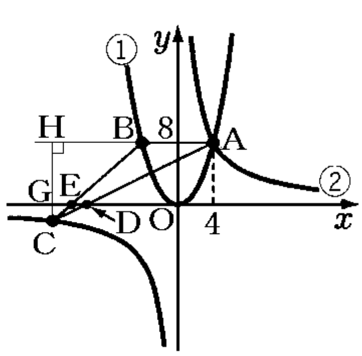
(香川県)(***)

[ヒント]

右図のように，点 G，H をとると，CH : CG＝AB : DE,

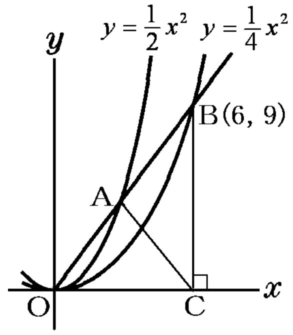
AB : DE＝5 : 1 なので，CH : CG＝5 : 1

よって，CG : GH＝1 : (5−1)＝1 : 4



[問題 46]

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$， $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフと，原点を通る直線との交点をそれぞれ A，B とする。点 B から x 軸に垂線 BC をひく。点 B の座標が(6，9)のとき，△BOC と△BAC の面積の比を求めなさい。

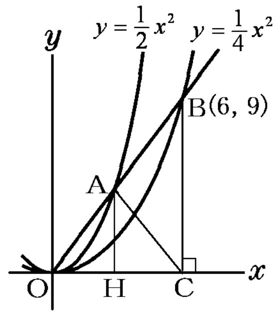


(埼玉県)(***)

[ヒント]

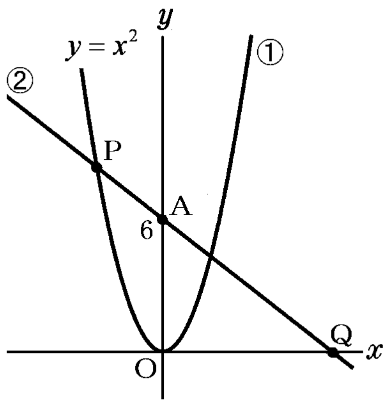
<Point> x 座標の比→底辺の比→面積比

△BOC の底辺を OB，△BAC の底辺を AB とすると，高さは共通になる。したがって，△BOC と△BAC の面積の比は底辺の比 OB : AB と等しくなる。点 A の座標がわかれば，この比がわかる。



[問題 47]

右の図において，曲線①は関数 $y=x^2$ のグラフである。点 A(0，6)を通る右下がりの直線②が曲線①と交わる 2 点のうち x 座標が負の点を P とし，また，直線②と x 軸との交点を Q とする。PA : AQ＝1 : 3 となるとき，点 P の座標を求めよ。



(茨城県)(***)

[ヒント]

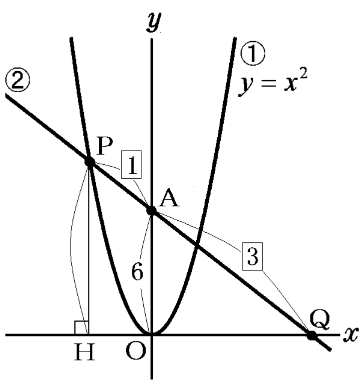
P から x 軸に垂線 PH をひく。

AO // PH なので，平行線の性質より，

AO : PH＝QA : QP＝3 : (3＋1)＝3 : 4

AO＝6 より PH を求める。

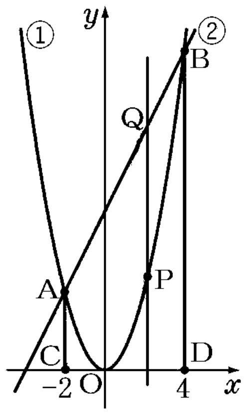
→点 P の座標



[問題 48]

　右の図において，①は関数 $y=x^2$，②は関数 $y=2x+8$ のグラフである。2 点 A，B は①と②の交点で，x 座標はそれぞれ−2 と 4 である。点 A，B から x 軸に垂線をひき，x 軸との交点をそれぞれ C，D とする。また，点 P は①のグラフ上を A から B まで動く。点 P の x 座標が正のとき，点 P を通り，y 軸に平行な直線をひき，②のグラフとの交点を Q とする。直線 CQ と直線 OP が平行となるような点 P の座標を求めよ。

(石川県)(***)



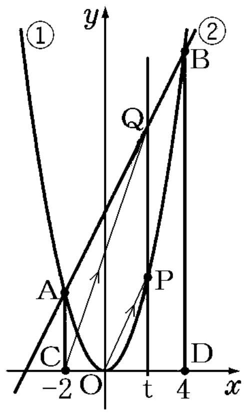
[ヒント]

点 P，Q の x 座標を $t\,(t>0)$ とする→点 P，Q の y 座標

点 P の座標→直線 OP の傾き

点 C，Q の座標→直線 CQ の傾き

(直線 OP の傾き)＝(直線 CQ の傾き)で式を立てる。



【】面積

【】面積を求める：2 つの三角形の和

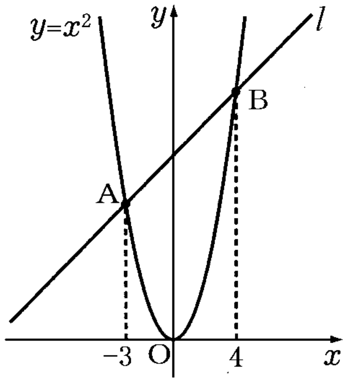
[問題 49]

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフと直線 l が 2 点 A，B で交わっている。点 A の x 座標は－3，点 B の x 座標は 4 である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 直線 l の式を求めよ。

(2) △OAB の面積を求めよ。

(富山県)(***)



[ヒント]

(1) まず，点 A，B の座標を求める。

2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を通る直線の式は，

$y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使って求めることができる。

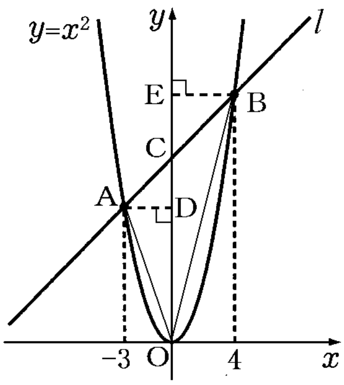
(2) △OAB を△OAC と△OBC に分けて考える。

OC を共通の底辺とすると，

△OAC の高さは AD，

△OBC の高さは BE

になる。



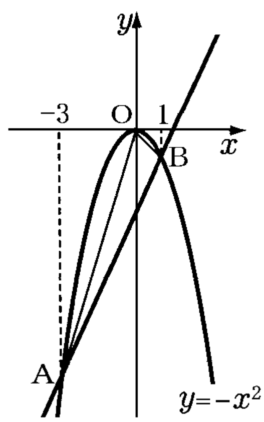
[問題 50]

右の図のように，関数 $y=-x^2$ のグラフ上に， x 座標がそれぞれ－3，1 となる点 A，B をとるとき，次の各問いに答えよ。

(1) 2 点 A，B を通る直線の式を求めよ。

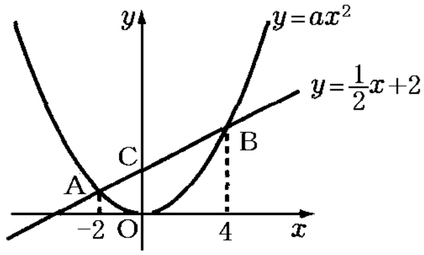
(2) △OAB の面積を求めよ。

(新潟県)(***)



[問題 51]

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=\dfrac{1}{2}x+2$ が，2 点 A，B で交わっている。2 点 A，B の x 座標が，それぞれ−2，4 であるとき，次の各問いに答えよ。ただし，$a>0$ とする。また，原点 O から点(1，0)までの距離及び原点 O から点(0，1)までの距離をそれぞれ 1cm とする。



(1) a の値を求めよ。

(2) △OAB の面積を求めよ。

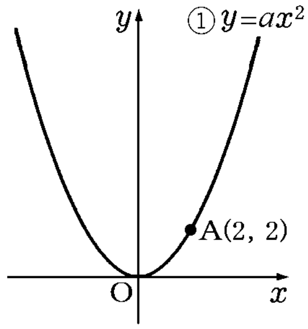
(千葉県)(***)

[ヒント]

(1) $x=-2$ を $y=\dfrac{1}{2}x+2$ に代入して点 A の座標を求める。点 A は $y=ax^2$ 上にもあるので，点 A の座標を $y=ax^2$ に代入すれば a の値を求めることができる。

[問題 52]

右の図のように関数 $y=ax^2$ ･･･①のグラフが，点 A(2，2)を通っている。このとき，次の各問いに答えよ。ただし，原点は O とする。



(1) a の値を求めよ。

(2) 点 A を通り，傾きが−1 の直線の式を求めよ。

(3) (2)で求めた直線と①のグラフとの交点のうち，点 A とは異なる点を B とするとき，△OAB の面積を求めよ。

(鳥取県)(***)

[ヒント]

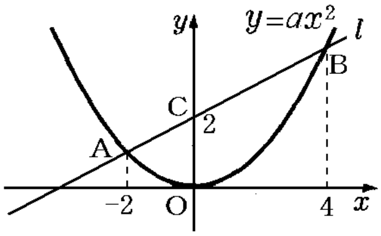
(1) 点 A(2，2)は $y=ax^2$ 上にあるので，点 A の座標を $y=ax^2$ に代入して a の値を求める。

(2) 傾きが m で点 $(x_1,\ y_1)$ を通る直線の式は，$y=m(x-x_1)+y_1$ の公式を使って求めることができる。

(3) $y=ax^2$ と $y=m(x-x_1)+y_1$ の交点は，$ax^2=m(x-x_1)+y_1$ とおいて求める。

[問題 53]

右の図で，曲線は関数 $y=ax^2$ のグラフである。曲線上に x 座標が－2，4 である 2 点 A，B をとり，この 2 点を通る直線 l をひく。直線 l が y 軸と点 C(0，2)で交わるとき，次の各問いに答えよ。ただし，座標軸の単位の長さを 1cm とする。



(1) △OBC の面積を求めよ。

(2) a の値を求めよ。

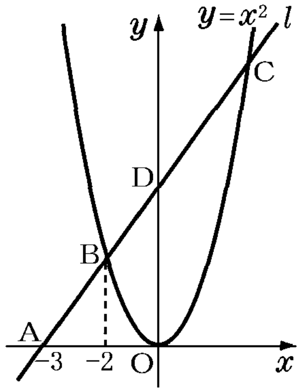
(埼玉県)(***)

[ヒント]

(2) まず， $y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使って 2 点 $A(-2,\ 4a)$，$B(4,\ 16a)$ を通る直線の式を求める。次に，直線 AB は点 C(0，2)を通ることに注目して a の値を求める。

[問題 54]

右の図で，曲線は関数 $y=x^2$ のグラフである。 x 軸上に x 座標が－3 である点 A をとり，点 A を通り傾きが正の直線 l をひく。直線 l と曲線との交点のうち x 座標が負のものを B, 正のものを C とし，直線 l と y 軸との交点を D とする。点 B の x 座標が－2 のとき，△BOD の面積を求めよ。ただし，座標軸の単位の長さを 1cm とする。



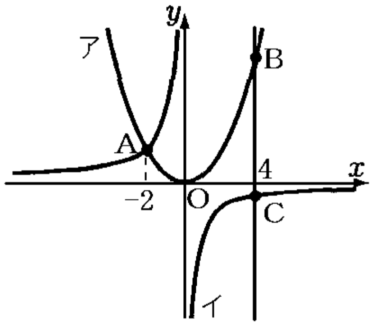
(埼玉県)(***)

[ヒント]

△BOD の底辺を OD とすると，高さは 2 である。点 D は直線 l の切片(y 切片)なので，直線 l の式を求めれば，D の座標がわかる。 $y=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ の公式を使って，2 点 A，B を通る直線 l の式を求めることができる。

[問題 55]

右の図において，放物線アは関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，放物線ア上にある 2 点 A，B は，x 座標がそれぞれ－2，4 である。また，双曲線イは点 A を通る反比例のグラフで，点 C は, 点 B を通り y 軸に平行な直線と双曲線イとの交点である。次の各問いに答えよ。



(1) A の y 座標を求めよ。

(2) 双曲線イのグラフについて，y を x の式で表せ。

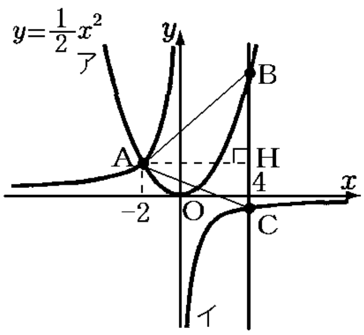
(3) △ABC の面積を求めよ。

(群馬県)(***)

[ヒント]

(1) 点 A は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあるので，$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-2$ を代入すれば点 A の y 座標を求めることができる。

(2) 双曲線イのグラフの式を $y=\frac{a}{x}$ とおく。点 A は $y=\frac{a}{x}$ 上にあるので，点 A の座標を代入すれば a の値を求めることができる。

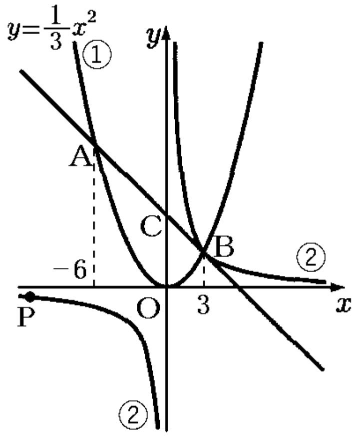


(3) 右図のように△ABC の底辺を BC とすると，高さは AH になる。BC の長さを求めるために，点 B と点 C の y 座標を求める。

[問題 56]

右の図において，①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ，②は反比例のグラフである。①と②は点 B で交わっていて，点 B の x 座標は 3 である。また，①のグラフ上に x 座標が－6 である点 A をとり，直線 AB と y 軸との交点を C とする。②のグラフ上に x 座標が負である点 P をとる。△OAB と△OCP の面積が等しくなるとき，点 P の座標を求めよ。

(山形県)(***)



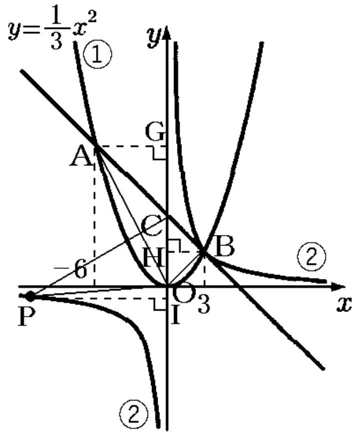
[ヒント]

点 A，B の座標を求める

→直線 AB の式を求める，反比例のグラフ②の式を求める。

→△OAB の面積を△AOC と△BOC に分けて求める。

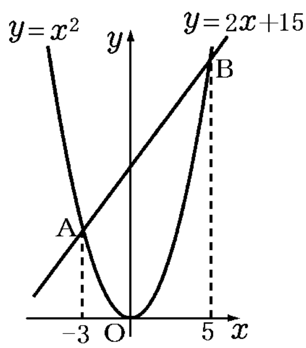
図のように, △OCP の底辺を OC とすると, 高さは PI である。



[問題 57]

右の図のように，関数 $y=x^2$ と関数 $y=2x+15$ のグラフがある。2 つのグラフは 2 点 A，B で交わり，点 A，B の x 座標は，それぞれ－3，5 である。関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 P を，△APB の面積が 48 になるようにとりたい。ただし，点 P の x 座標は $0 < x < 5$ とする。点 P の座標を求めよ。

(長野県)(***)



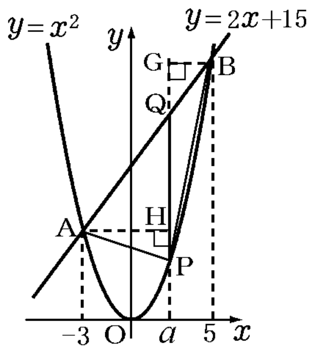
[ヒント]

右図のように，y 軸に平行な線分 PQ をひき，点 P，Q の x 座標を $x=a$ とする。

△APB を△APQ と△BPQ に分けて考え，

△APQ と△BPQ の共通の底辺を PQ とする。

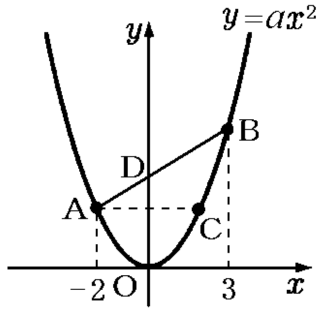
△APQ と△BPQ の面積を a を使って表す。



[問題 58]

　右の図のように，関数 $y=ax^2$ (a は正の定数)のグラフ上に，2 点 A，B がある。点 A の x 座標を−2，点 B の x 座標を 3 とする。点 A と y 軸について対称な点を C とし，線分 AB と y 軸との交点を D とする。△BCD の面積が 10 のとき，a の値を求めよ。

(北海道)(****)

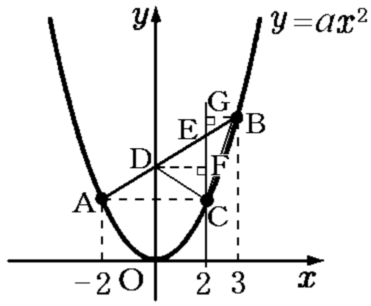


[ヒント]

右図のように，y 軸と平行な直線 CE をひき，点 F，G をとる。△BCD を△BCE と△DCE に分けて考える。

△BCE と△DCE の共通の底辺を CE とする。

CE の長さを求めるために，点 C と E の y 座標を求める。

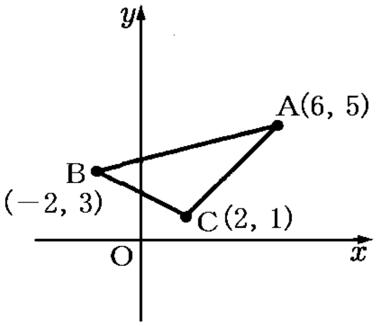


【】面積を求める：外側長方形から複数の三角形を引く

[問題 59]

右の図のように，3 点 A(6，5)，B(−2，3)，C(2，1)を頂点とする△ABC がある。△ABC の面積を求めよ。

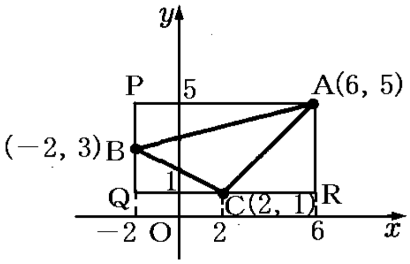
(佐賀県)(**)



[ヒント]

右図のように，辺が x 軸，y 軸に平行な長方形 APQR をとる。

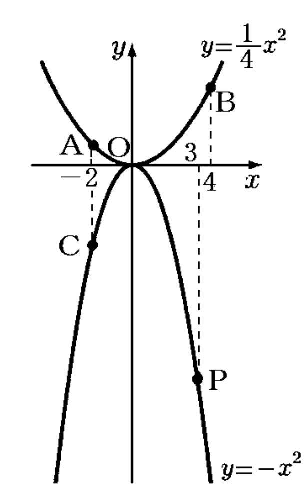
外側の長方形 APQR の面積から△APB，△BQC，△ACR の面積を引いて△ABC の面積を求める。



[問題 60]

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり，その x 座標はそれぞれ−2，4 である。また，関数 $y=-x^2$ のグラフ上に 2 点 C，P があり，点 C の x 座標は−2，点 P はグラフ上を動く点で，その x 座標は正の数である。点 P の x 座標が 3 のとき，四角形 ACPB の面積を求めよ。

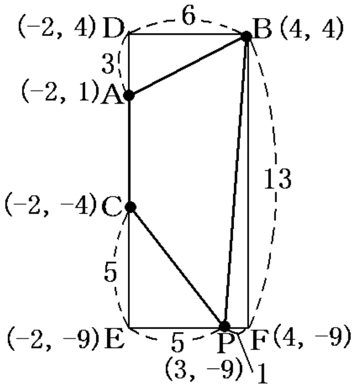
(奈良県)(**)



[ヒント]

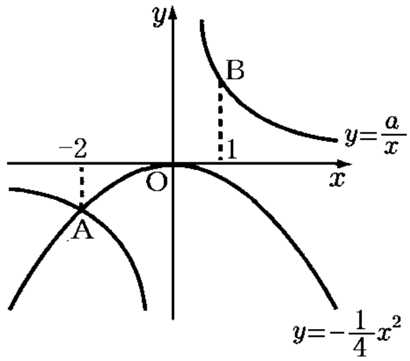
右図のように，四角形 ACPB を囲む長方形 BDEF を，長方形の辺が x 軸または y 軸に平行になるようにとる。

外側の長方形 BDEF の面積から，△ABD，△CPE，△BPF の面積を引いて四角形 ACPB の面積を求める。



[問題 61]

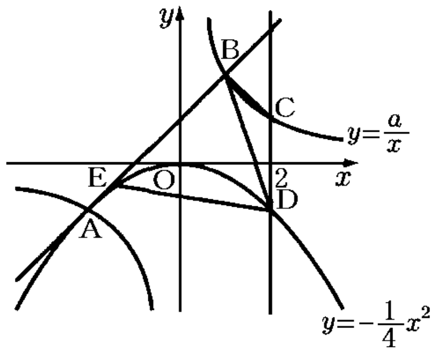
右の図のように，関数 $y=\dfrac{a}{x}\,(a>0)$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，それぞれの x 座標は－2，1 である。関数 $y=\dfrac{a}{x}$ と関数 $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフは，点 A で交わっている。次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

(3) 右の図のように，関数 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフ上に x 座標が 2 である点 C をとる。点 C を通り y 軸に平行な直線と関数 $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフとの交点を D とする。線分 AB 上に点 E をとり，△BED の面積が△BDC の面積の 5 倍となるようにする。点 E の x 座標を求めよ。



(大分県)(***)

[ヒント]

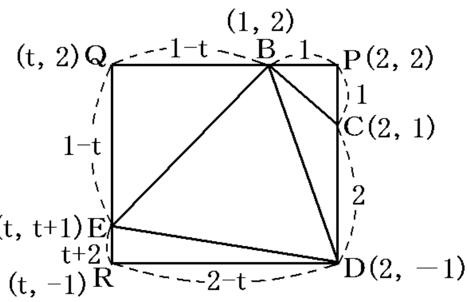
(1) 点 A は $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ 上→点 A の座標→ $y=\dfrac{a}{x}$ に代入

(2) 点 A，B の座標→直線 AB の式

(3) 四角形 BCDE を囲む長方形 PQRD をとる。

点 E の x 座標を t とおいて，各点の座標を t などを使って表す。

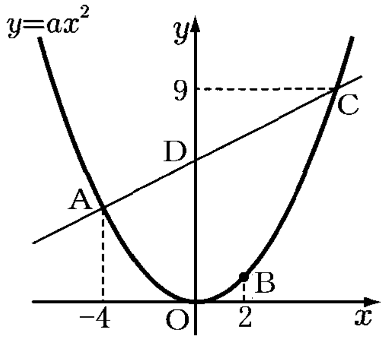
長方形 PQRD から各三角形を引いて，△BED の面積を計算(t で表す)。



(△BED の面積)＝(△BDC の面積)×5 より t の式を立てる。

[問題 62]

右の図のように，関数 $y=ax^2$ (a は定数)のグラフ上に 3 点 A，B，C がある。A の x 座標は -4，B の x 座標は 2，C の y 座標は 9 であり，C の x 座標は正である。点 D は直線 AC と y 軸との交点であり，点 O は原点である。また，関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $0 \leqq y \leqq 4$ である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

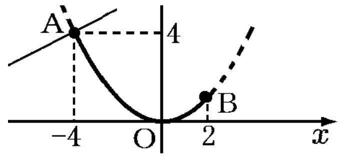
(2) 直線 AC の式を求めよ。

(3) 線分 CD 上に 2 点 C，D とは異なる点 P をとる。四角形 POBC の面積が 20 となるときの P の座標を求めよ。

(熊本県)(***)

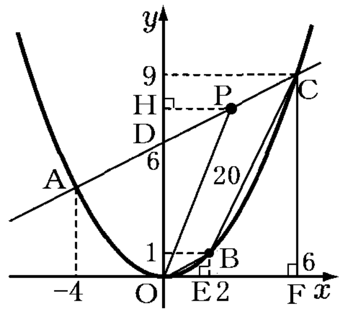
[ヒント]

(1) 「x の変域が $-4 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $0 \leqq y \leqq 4$ である」とあるので，右図のように，点 A の y 座標は 4 になる。



(3) 右図のように点 P，E，F，H をとり，△POD の面積を求めて PH の長さを求めることで，点 P の x 座標を計算する。

(△POD の面積)＝(台形 ODCF の面積)－{(四角形 POBC の面積)＋(△BOE の面積)＋(台形 EBCF の面積)}

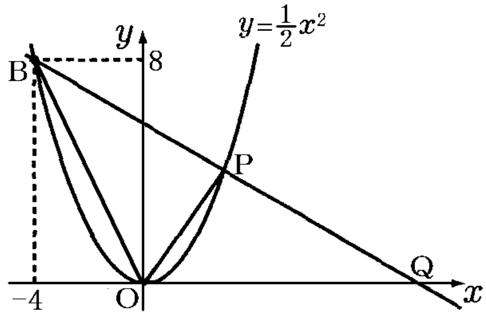


【】面積を 2 等分，面積比

[中点]

[問題 63]

右の図のように関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上を動く点 P がある。この点 P と点 B(−4，8)とを結んでできる直線 BP と x 軸との交点を Q とする。このとき，△OPB の面積と△OPQ の面積が等しくなるような点 P の x 座標を求めよ。ただし，点 P は $x>0$ を満たす範囲を動くものとする。

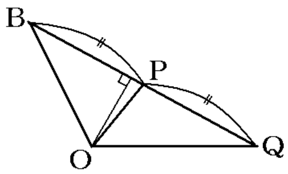


(鳥取県改)(**)

[ヒント]

・「△OPB の面積と△OPQ の面積が等しくなる」ので，点 P は線分 BQ の中点になる。

・点 B の y 座標が 8，点 Q の y 座標が 0→点 P の y 座標がわかる。

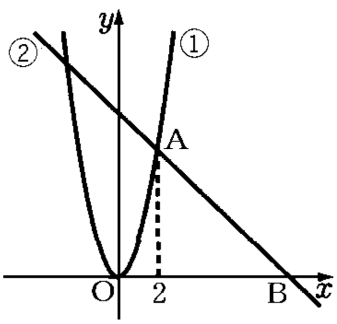


[問題 64]

右の図において，①は関数 $y=2x^2$ のグラフで，②は傾きが−1 の直線である。点 A は①と②の交点で，その x 座標は 2 であり，点 B は②と x 軸の交点である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 直線②の式を求めよ。

(2) 線分 AB 上に点 C をとり，点 O と点 C を通る直線を l とする。この直線 l が三角形 OAB の面積を二等分するとき，直線 l の式を求めよ。



(高知県)(***)

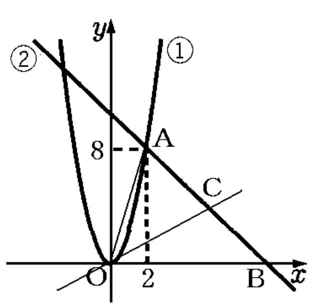
[ヒント]

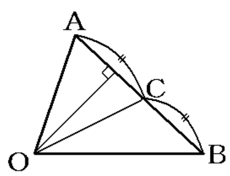
(1) A の座標，B の座標→直線②の式

(2) 直線 OC が三角形 OAB の面積を二等分

→点 C は線分 AB の中点→C の座標

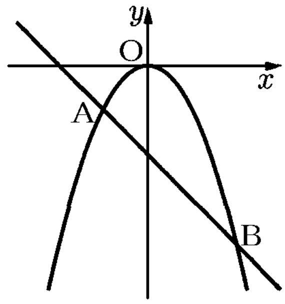
→直線 OC(直線 l の式)





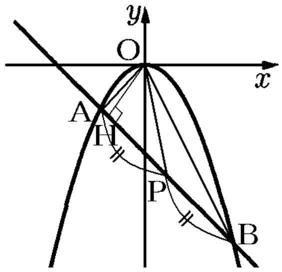
[問題 65]

右の図のように，関数 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，A，B の x 座標はそれぞれ－2，4 である。直線 AB 上に点 P があり，直線 OP が△OAB の面積を 2 等分しているとき，点 P の座標を求めよ。



(鹿児島県)(**)

[ヒント]

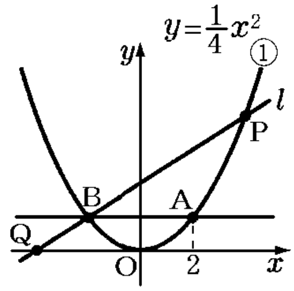


2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ の中点の座標は $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\ \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$ (x，y それぞれの座標の平均)

[底辺が共通(高さが共通)]

[問題 66]

右の図の①は，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフである。このグラフ上に点 A があり，その x 座標は 2 である。点 A を通り x 軸に平行な直線とグラフ①との交点のうち，点 A と異なる点を B とする。点 P は①のグラフ上を動く点であり，その x 座標は 2 より大きいものとする。図のように，2 点 B，P を通る直線を l とし，直線 l と x 軸との交点を Q とする。△ABQ の面積と△ABP の面積が等しくなるとき，点 P の x 座標を求めよ。

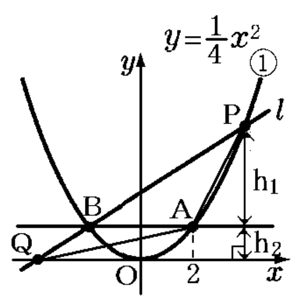


(島根県)(***)

[ヒント]

・△ABQ と△ABP の共通の底辺を AB とすると，
　△ABQ の面積と△ABP の面積が等しい
　→高さ h_1，h_2 が等しい

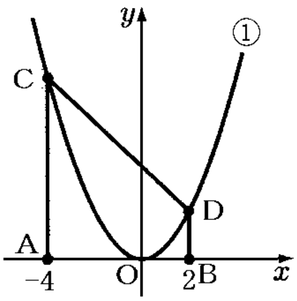
・点 A の y 座標→点 P の y 座標→点 P の x 座標



[台形の面積の2等分など]

[問題67]

右の図で，点Oは原点であり，2点A，Bの座標はそれぞれ$(-4,\ 0)$, $(2,\ 0)$である。放物線①は関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフである。点Aを通り，y軸に平行な直線をひき，放物線①との交点をCとする。また，点Bを通り，y軸に平行な直線をひき，放物線①との交点をDとし，点Cと点Dを結ぶ。線分CD上に点Eをとる。



直線AEが台形ABDCの面積を2等分するとき，点Eのx座標はいくらか。点Eのx座標をaとして，aの値を求めよ。

(香川県)(***)

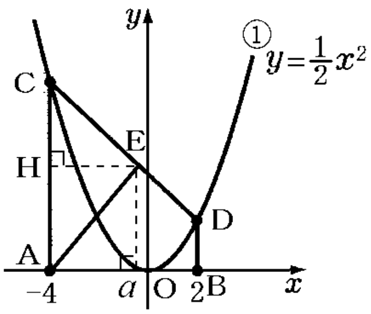
[ヒント]

・点Cと点Dのy座標を計算→台形ABDCの面積

・点Eのx座標をaとする

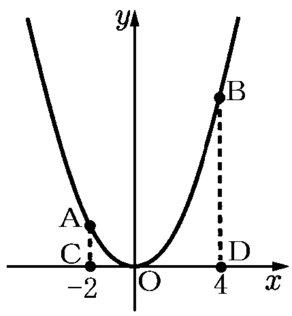
・△EACの面積(底辺をACとすると，高さはEH)

は台形ABDCの面積の$\frac{1}{2}$からaを求める。



[問題68]

右の図のように，関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ上に2点A，Bがあり，x軸に2点C，Dがある。2点A，Cのx座標はともに−2であり，2点B，Dのx座標はともに4である。線分AB上に点Eをとり，四角形ACDEと△BDEをつくる。四角形ACDEの面積と△BDEの面積の比が2：1となるとき，点Eのx座標を求めよ。



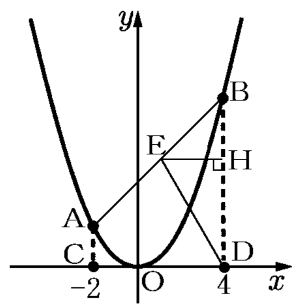
(三重県)(***)

[ヒント]

右図のような位置関係になる。

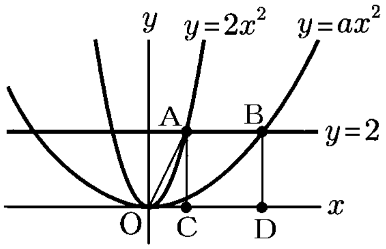
(四角形ACDEの面積)：(△BDEの面積)＝2：1なので，

(台形ACDBの面積)：(△BDEの面積)＝3：1である。



[問題 69]

右の図で，O は原点，A，B はそれぞれ，直線 $y=2$ と 2 つの関数 $y=2x^2$， $y=ax^2$（a は定数， $a>0$)のグラフとの交点のうち，x 座標が正である点である。また，C，D は x 軸上の点で，四角形 ACDB は正方形である。このとき，次の問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

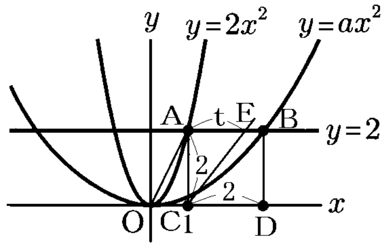
(2) 点 C を通り，台形 AODB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

(愛知県)(***)

[ヒント]

(1) 点 B の y 座標は 2，x 座標は，AC＝AB(正方形なので)を使って求める。

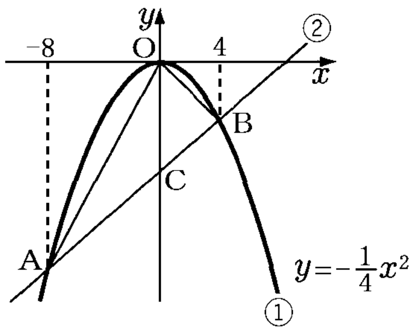
(2) AODB の面積を 2 等分する直線を CE とし，AE＝t とおき, (台形 AOCE の面積)＝(台形 AODB の面積)÷2 から t を求める



[三角形の面積を一定の比に分ける]

[問題 70]

右の図で，①は関数 $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフである。点 A，B は①上にあり，点 A の x 座標は－8，点 B の x 座標は 4 である。②は点 A，B を通る直線であり， y 軸との交点を C とする。次の各問いに答えよ。ただし，座標軸の単位の長さを 1cm とする。



(1) 直線②の式を求めよ。

(2) △OAB の面積を求めよ。

(3) 点 Q を△OAB の辺 OA 上にとり，線分 CQ が△OAB の面積を 2 等分するとき，点 Q の座標を求めよ。

(青森県)(***)

[ヒント]

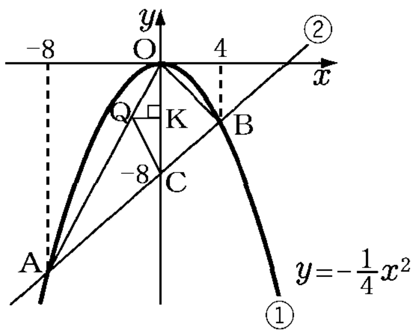
(1) A，B の座標計算→直線 AB(直線②)の式

(2) △OAB を△OAC と△OBC に分けて考える。

(3) (四角形 OBCQ の面積)＝(△OAB の面積)÷2

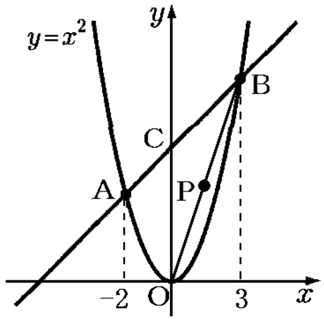
(△OCQ の面積)＝(OBCQ の面積)－(△OBC の面積)

△OCQ の面積と底辺 OC→高さ QK→Q の x 座標



[問題 71]

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，2 点 A，B の x 座標はそれぞれ-2，3 である。直線 AB と y 軸との交点を C とする。次の各問いに答えよ。



(1) 直線 AB の式を求めよ。

(2) △OAB の面積を求めよ。

(3) 図のように，線分 OB 上に点 P を，四角形 OACP と△BCP の面積の比が 2:1 になるようにとる。このとき，点 P の x 座標を求めよ。

(長崎県)(***)

[ヒント]

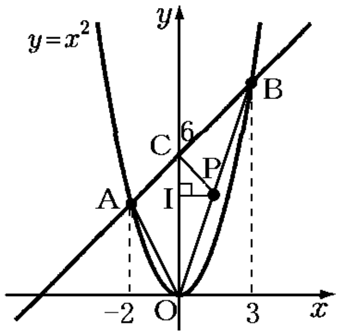
(1) A，B の座標計算→直線 AB の式

(2) △OAB を△OAC と△OBC に分けて考える。

(3) (四角形 OACP の面積)＝(△OAB の面積)×$\dfrac{2}{2+1}$

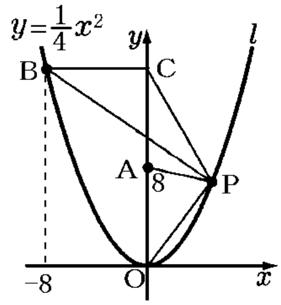
(△POC の面積)＝(四角形 OACP の面積)－(△AOC の面積)

△POC の面積と底辺 OC→高さ PI→P の x 座標



[問題 72]

右の図で，点 O は原点，点 A の座標は(0，8)であり，曲線 l は関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。点 B は曲線 l 上にあり，x 座標は-8 である。点 P の x 座標が 8 より小さい正の数であるとき，点 B を通り x 軸に平行な直線を引き，y 軸との交点を C とし，点 O と点 P，点 A と点 P，点 B と点 P，点 C と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。△CBP の面積が△AOP の面積の 3 倍になるとき，点 P の x 座標を求めよ。



(東京都)(***)

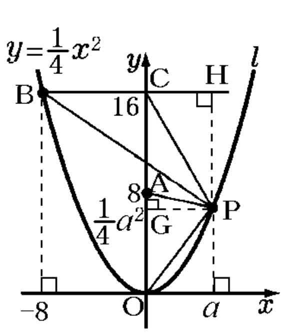
[ヒント]

点 P の x 座標を a とする→ y 座標を a を使って表す

△CBP の底辺 BC，高さ PH→面積を a を使って表す

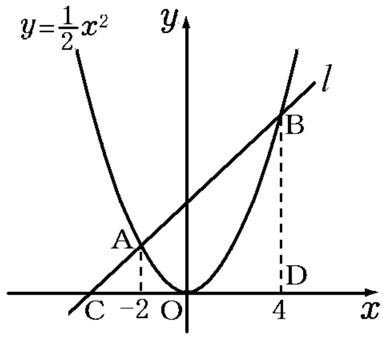
△AOP の底辺 AO，高さ PG→面積を a を使って表す

(△CBP の面積)＝(△AOP の面積)×3



[問題 73]

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフと直線 l の交点をA，Bとし，直線 l と x 軸の交点をCとする。また，点Bから x 軸に垂線BDをひく。点Aの x 座標が－2，点Bの x 座標が4であるとき，次の各問いに答えよ。ただし，原点Oから点(1，0)までの距離及び原点Oから点(0，1)までの距離をそれぞれ1cmとする。



(1) 直線 l の式を求めよ。

(2) 関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点Pがある。ただし，点Pの x 座標は0より大きく4より小さい。△PCDと△PBDの面積の比が1：6であるとき，点Pの x 座標を求めよ。

(千葉県)(***)

[ヒント]

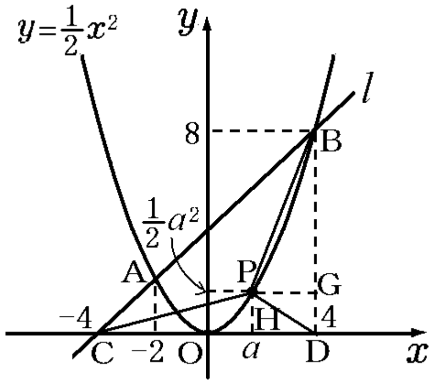
(1) A，Bの座標計算→直線AB(直線 l)の式

(2) 点Pの x 座標を $x=a$ とおく

(△PCDの面積)＝$\dfrac{1}{2}$(底辺CD)×(高さPH)

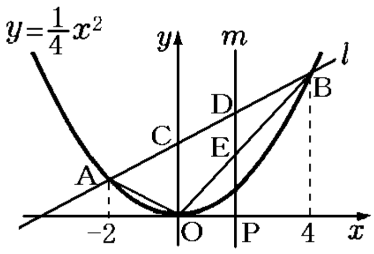
(△PBDの面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺BD)×(高さPG)

(△PBDの面積)＝(△PCDの面積)×6



[問題 74]

右の図で，曲線は関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフである。曲線上に x 座標が－2，4 である 2 点 A，B をとり，この 2 点を通る直線 l をひく。図のように，x 軸上の $0 \leqq x \leqq 4$ の範囲に点 P をとり，点 P を通って y 軸に平行な直線 m をひく。直線 m と直線 l の交点を D, 直線 m と線分 OB との交点を E とする。△OAB と△BDE の面積の比が 4：1 のとき，点 P の x 座標を求めよ。(埼玉県)(***)



[ヒント]

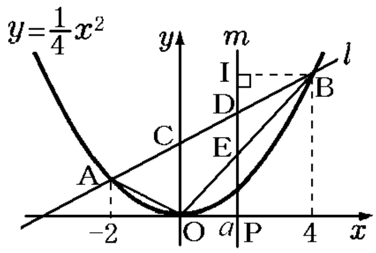
A，B の座標計算→直線 AB の式

△OAB を△OAC と△OBC に分けて，面積を計算

点 P の x 座標を a として，

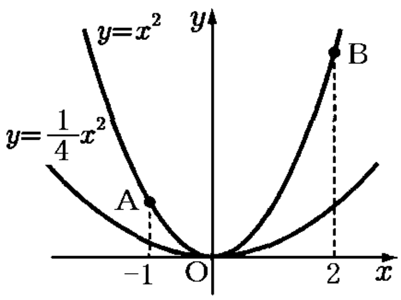
△BDE(底辺 DE，高さ BI)の面積を a を使って表す

(△OAB の面積)：(△BDE の面積)＝4：1 で式をたてる



[問題 75]

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフがある。2 点 A，B は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点であり，A，B の x 座標はそれぞれ－1，2 である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 2 点 A，B を通る直線の傾きを求めよ。

(2) 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 P をとり，P の x 座標を t とする。ただし，0＜t＜2 とする。また，P を通り y 軸に平行な直線と関数 $y=x^2$ のグラフ，直線 AB との交点をそれぞれ Q，R とする。

① t＝1 のとき，線分 PQ と線分 QR の長さの比を求めよ。

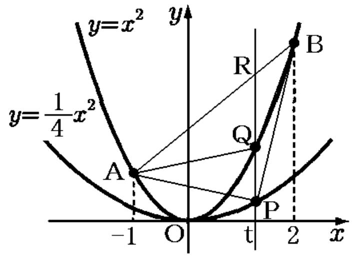
② 線分 AP，PB，BQ，QA で囲まれた図形の面積が△AQB の面積と等しくなる t の値を求めよ。

(福島県)(***)

[ヒント]

(1) A，B の座標計算→直線 AB の式

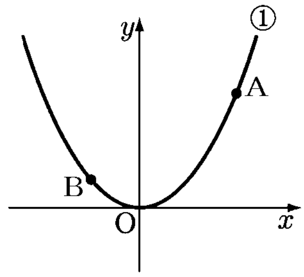
(2)① $x=1$ のときの P，Q，R の y 座標を計算



② PQ＝QR であれば，△APQ＝△AQR，△BPQ＝△BQR となり(それぞれ底辺が等しく高さが共通なので)，線分 AP，PB，BQ，QA で囲まれた図形の面積は△AQB の面積と等しくなる。

[問題 76]

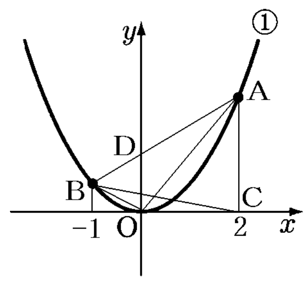
右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，2 点 A，B がある。点 A の x 座標を 2，点 B の x 座標を－1 とする。点 A と x 座標が等しい x 軸上の点を C とする。△ABC と△OAB において，線分 AB を底辺としたときのそれぞれの高さの比を，もっとも簡単な整数の比で求めよ。



(北海道)(***)

[ヒント]

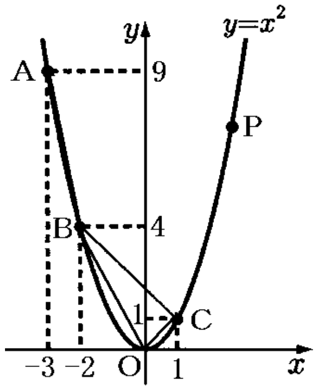
右図のように，△ABC と△OAB の共通の底辺を AB とすると，それぞれの高さの比は面積の比と等しくなる。そこで，△ABC と△OAB の面積をそれぞれ求める。



[問題 77]

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 3 点 A(−3，9)，B(−2，4)，C(1，1)がある。点 P を関数 $y=x^2$ のグラフ上にとる。△OBC の面積と△OAP の面積の比が 1：5 になるときの点 P の座標を求めよ。ただし，点 P の x 座標は正とする。

(徳島県)(***)



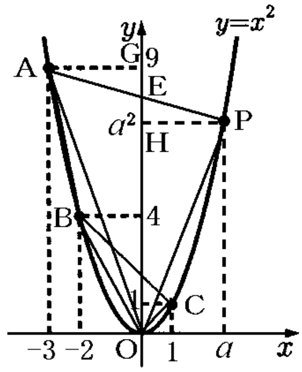
[ヒント]

まず，B，C の座標→直線 BC の式→△OBC の面積を求める。

次に，点 P の x 座標を $x=a$ とする。

A，P の座標→直線 AP の式→△OAP の面積を a を使って表す。

(△OBC の面積)：(△OAP の面積)＝1：5 で a についての式をたてる。



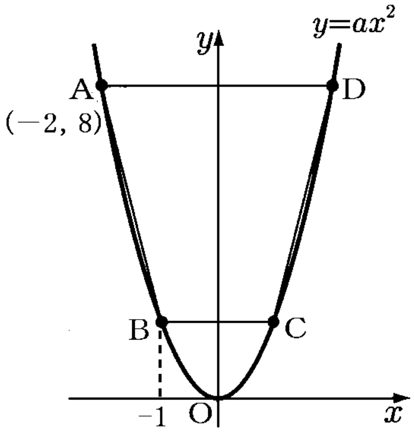
[問題 78]

右の図で，O は原点，A，B，C，D は関数 $y=ax^2$ (a は定数，$a>0$)のグラフ上の点で，線分 AD，BC はともに x 軸に平行である。点 A の座標が(−2，8)，点 B の x 座標が−1 であるとき，次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 点 B を通り，四角形 ABCD の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

(愛知県)(***)



[ヒント]

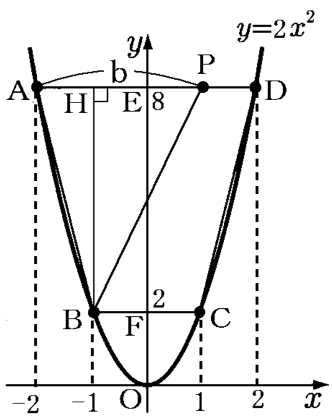
(1) 点 A(−2，8)→ $y=ax^2$ に代入

(2) A，B，C，D の座標→四角形 ABCD の面積

(△BAP の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(四角形 ABCD の面積)

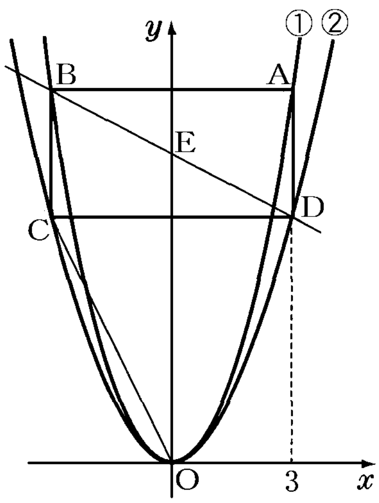
△BAP の面積，高さ BH→底辺 AP→点 P の座標

点 P，B の座標→直線 BP の式



[問題 79]

右の図のように，2 つの関数 $y = x^2$ ･･･①，$y = ax^2$ (a は定数)･･･②のグラフと長方形 ABCD がある。2 点 A，B は関数①のグラフ上にあり，A の x 座標は 3 であって，辺 AB は x 軸に平行である。2 点 C，D は関数②のグラフ上にあり，C の x 座標は負で，C の y 座標は B の y 座標よりも小さい。点 E は直線 BD と y 軸との交点であり，点 O は原点である。また，長方形 ABCD において，AB : AD＝2 : 1 である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

(2) 直線 BD の式を求めよ。

(3) 線分 OC 上に 2 点 O，C とは異なる点 P をとる。線分 EP が四角形 ODBC の面積を 2 等分するときの P の x 座標を求めよ。

(熊本県改)(****)

[ヒント]

(1) 点 A，B の x 座標→AB の長さ→AD＝AB÷2

→点 D の座標→ $y = ax^2$ に代入

(2) 点 B，D の座標→直線 BD の式

(3) まず，(四角形 ODBC の面積)＝(△BCD)＋(△OCD)

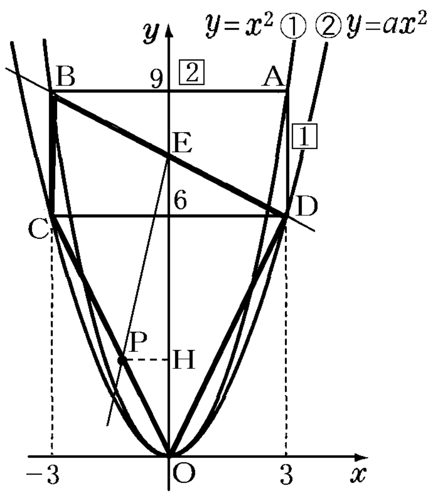
で，四角形 ODBC の面積の面積を計算する。

次に，△OED の面積を計算する。

$$\to(\triangle \mathrm{OED})+(\triangle \mathrm{OEP})=(\text{四角形 ODBC})\times\frac{1}{2}$$

より，△OEP の面積を求める。

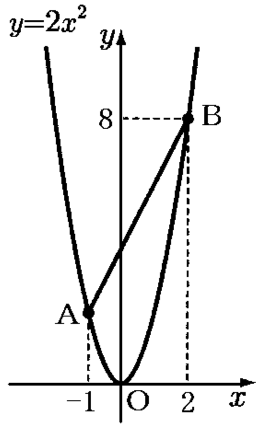
→△OEP の面積，底辺 OE→高さ PH→点 P の x 座標



【】等積変形の利用

[問題 80]

関数 $y=2x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B がある。点 A の x 座標は－1，点 B の座標は(2，8)である。このとき，次の各問いに答えよ。



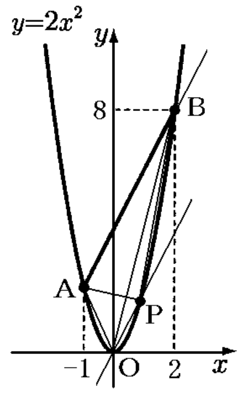
(1) 点 A の y 座標を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

(3) 関数 $y=2x^2$ のグラフ上の点で，2 点 O，B の間にある点 P をとると，△PAB の面積は△OAB の面積に等しくなった。このとき，点 P の座標を求めよ。ただし，点 P は，点 O とは異なるものとする。

(沖縄県)(***)

[ヒント]



(1) 点 A の x 座標は－1→ $y=2x^2$ に代入

(2) 点 A，B の座標→直線 AB の式

(3) 右図のように，補助線 OP を，OP // AB となるように引く。

△PAB と△OAB の共通の底辺を AB とすると，OP // AB なので，

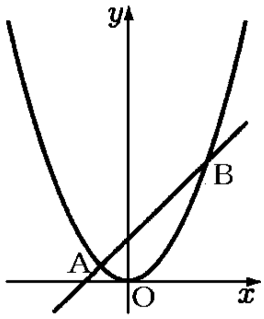
2 つの三角形の高さは等しくなり, 2 つの三角形の面積が等しくなる。

→(直線 OP の傾き)＝(直線 AB の傾き)→直線 OP の式

→直線 OP と $y=2x^2$ の交点を求める。

[問題 81]

右の図で，曲線は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。曲線上に x 座標が－1, 3 である 2 点 A, B をとる。このとき, 次の各問いに答えよ。



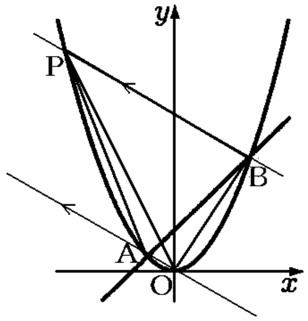
(1) 直線 AB の式を求めよ。

(2) 曲線上を，x 座標が x ＜－1 の範囲で動く点 P を考える。△PAB と△POB の面積が等しくなるとき，点 P の座標を求めよ。

(埼玉県)(***)

[ヒント]

(1) 点 A，B の座標を計算→直線 AB の式を求める。



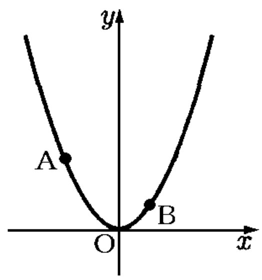
(2) 右図のように B 点を通って，直線 OA と平行な補助線 BP を引く。△PAB と△POB で，PB を共通な底辺とすると，OA // BP で，2 つの三角形の高さが等しくなるので，△PAB と△POB の面積が等しくなる。

(BP の傾き)＝(OA の傾き)，点 B の座標→BP の式

BP の式と $y=\frac{1}{2}x^2$ を連立させて，交点 P の座標を求める。

[問題 82]

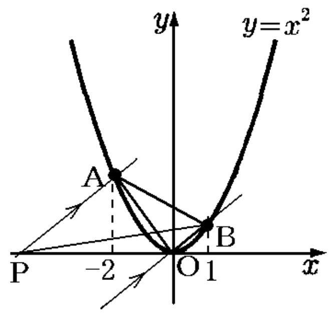
右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，2 点 A，B がある。点 A の x 座標を－2，点 B の x 座標を 1 とする。x 軸上に点 P をとり，△OAB と△OBP の面積が等しくなるようにするとき，点 P の座標を求めよ。ただし，点 P の x 座標は負であるものとする。



(北海道)(***)

[ヒント]

右図のように，補助線 PA を OB // PA となるように引く。



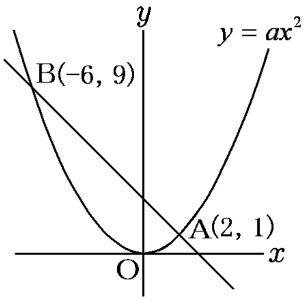
△OAB と△OBP で，OB を共通の底辺と考えると，OB // PA なので，2 つの三角形の高さは等しくなり，2 つの三角形の面積が等しくなる。

点 A，B の座標を求める→OB の傾き＝AP の傾き

→直線 AP の式→点 P の座標

[問題 83]

右の図のように，関数 $y = ax^2$ のグラフ上に 2 点 A(2，1)，B(−6，9)がある。原点を O として，次の問いに答えよ。



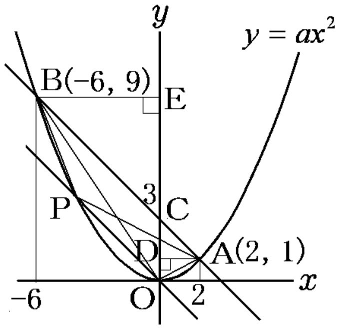
(1) a の値を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

(3) 関数 $y = ax^2$ のグラフ上に点 P をとり, 直線 AB と直線 OP が平行になるようにする。このとき，三角形 ABP の面積を求めよ。

(長崎県)(***)

[ヒント]



(1) 点 A(または点 B)の座標を $y = ax^2$ に代入。

(2) A，B の座標→直線 AB の式

(3) △ABP と△ABO で，AB を共通の底辺とすると，

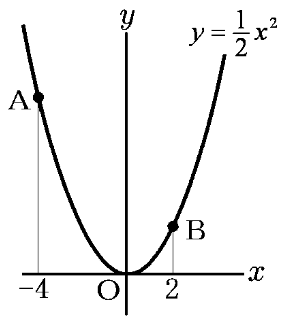
AB // OP なので，2 つの三角形の高さは等しくなり，

(△ABP の面積)＝(△ABO の面積) となる。

△ABO の面積を, 右図の△ACO と△BCO に分割して求める。

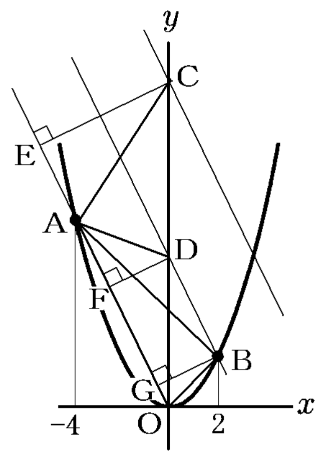
[問題 84]

右の図は, 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフである。このグラフ上に 2 点 A, B があり，x 座標はそれぞれ−4, 2 である。△AOC の面積が△AOB の面積の 2 倍となるように， y 軸上に点 C(0，c)をとる。このときの c の値を求めよ。ただし，c＞0 とする。



(富山県)(***)

[ヒント]



まず，右図のように，点 B を通って直線 AO に平行な直線 BD をひく。△AOB と△AOD で，AO を共通の底辺とすると，

AO // BD なので, それぞれの三角形の高さ(BG と DF)は等しくなる。よって，(△AOB の面積)＝(△AOD の面積)となる。

次に， y 軸上の正の部分に CO＝2DO となる点 C をとる。

△AOC と△AOB で，AO を共通の底辺とすると，

△AOC の高さ CE は，△AOB の高さ BG の 2 倍になる。

したがって，(△AOC の面積)＝(△AOB の面積)×2 になる。

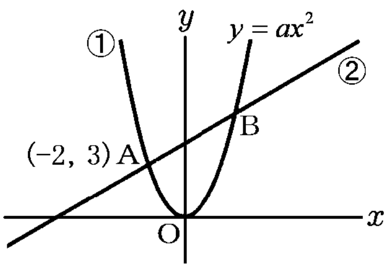
点 C の y 座標は，点 D の y 座標の 2 倍になる。

直線 BD の式を求める(AO と平行で，点 B を通る)

→点 D の y 座標→点 C の y 座標

[問題 85]

右の図において，①は関数 $y=ax^2$ のグラフで，②は傾きが $\frac{1}{2}$ の直線であり，①と②は 2 点 A, B で交わっている。点 A の座標が(−2, 3)であるとき，次の問いに答えなさい。



(1) 定数 a の値を求めよ。

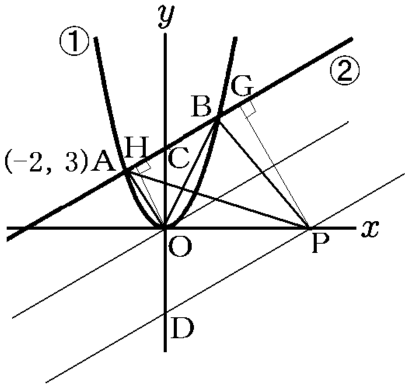
(2) x 軸上に x 座標が正である点Pをとり，△PABの面積が△OABの面積の2倍となるようにしたい。このときの点Pの x 座標を求めよ。

(高知県)(***)

[ヒント]

(1) 点 A の座標を $y=ax^2$ に代入。

(2) 直線②の式を求める→点 C の座標



CO＝DO となる点 D をとる。点 D を通り②に平行な直線 DP をひく。

△OAB と△PAB で，AB を共通の底辺とすると，

△OAB の高さは OH，△PAB の高さは PG となる。

CO＝DO なので，PG＝OH×2 となる。

したがって，(△PAB の面積)＝(△OAB の面積)×2 になる。

点 P の座標を求めるために直線 DP の式を求める。