【】対頂角・同位角と錯角

[対頂角]

[解答 1]対頂角

[解説]

右の図で∠aと∠cの位置にある角を対頂角(たいちょうかく)という。

∠a と∠b，∠c と∠b はともに一直線上にある角だから，

∠a＝180° －∠b

∠c＝180° －∠b となり，

∠a＝∠c が成り立つ。つまり，対頂角は等しい。

[解答 2]① 一直線　② 180

[解答 3]

∠a と∠b，∠c と∠b はともに一直線上にある角だから，

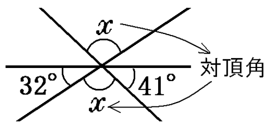
∠a＝180°－∠b，∠c＝180°－∠b

よって，∠a＝∠c

[解答 4] x ＝107°

[解説]

「対頂角は等しい」性質を使って，図のように x の角を移す。図より，



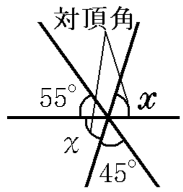
x+41° ＋32° ＝180° ， x ＋73° ＝180°

x ＝180° －73° ，ゆえに， x ＝107°

[解答 5](1) x ＝80°　 (2) x ＝50°　 y ＝55°

[解説]

(1) 「対頂角は等しい」性質を使って，図のように x の角を移すと，



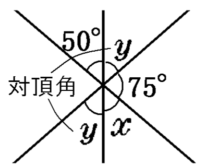
55° ＋ x ＋45° ＝180°

x ＝180° －55° －45° ＝80°

(2) 対頂角は等しいので， x ＝50°

また，対頂角が等しい性質を使って y を右図のように移すと，

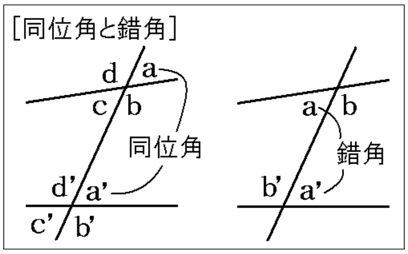
50° ＋ y ＋75° ＝180°　 よって y ＝55°



[同位角と錯角]

[解答 6](1) 対頂角　(2) 同位角　(3) 錯角

[解説]



[解答 7]ア ∠d　イ ∠f　ウ ∠h

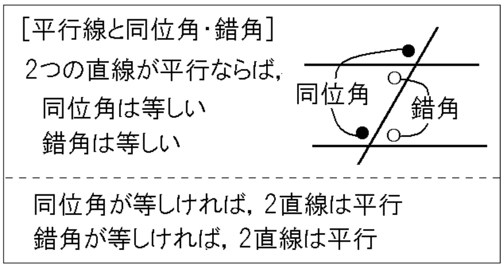
[解答 8](1) ∠c　(2) ∠g　(3) ∠d

[解答 9]① 同位角　② 対頂角

[平行線と同位角・錯角]

[解答 10](1) 対頂　(2) 同位　(3) 錯

[解説]



[解答 11](1) ∠d，∠f，∠h　(2) 70°

[解説]

(1) ∠b＝∠d(対頂角)，∠b＝∠f(同位角)，∠b＝∠h(錯角)

(2) ∠b＝180°－∠a＝180°－110°＝70°

l // m で，平行線の錯角は等しいので，∠h＝∠b＝70°

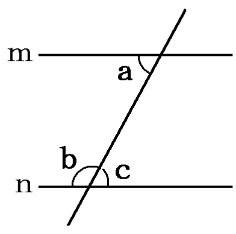
[解答 12]

右図のように∠c をとる。

m // n で，平行線の錯角は等しいので，∠a＝∠c･･･①

また，∠b＋∠c＝180°･･･②

①，②より，∠a＋∠b＝180°

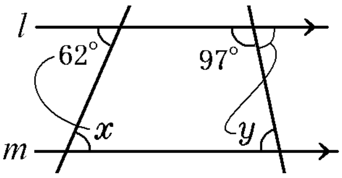


[解答 13]l // m

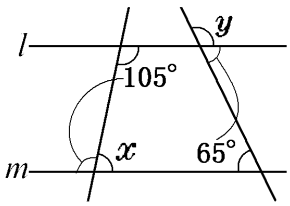
[解答 14]
$l /\!/ m$ で，平行線の同位角は等しいので，∠a＝∠b
$m /\!/ n$ で，平行線の同位角は等しいので，∠b＝∠c
よって，∠a＝∠c
同位角が等しいので，$l /\!/ n$

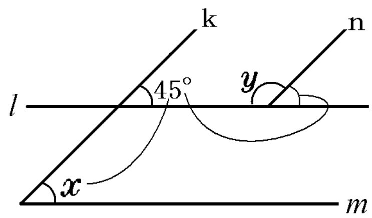
【】平行線の角の計算

[基本問題]
[解答 15] x＝62°　y＝83°
[解説]
平行線の錯角は等しいので，x＝62°
「平行線の錯角は等しい」の性質を使って，y を右図のように移すと，y＋97°＝180°，y＝180°－97°＝83°

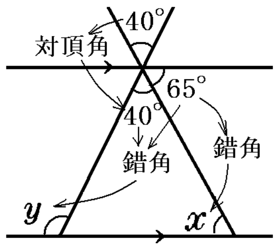


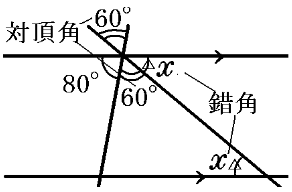
[解答 16]① x＝75°　y＝115°　② x＝45°　y＝135°
[解説]
①「平行線の錯角は等しい」の性質を使って 105°を右図のように移すと，105°＋x＝180°　よって x＝75°
同様にして，65°を右図のように移すと，65°＋y＝180°
よって y＝115°
②平行線では同位角は等しいので，
x＝45°　y＋45°＝180°　y＝135°





[解答 17]① x＝65°　y＝105°　②　x＝40°
[解説]
①平行線の錯角は等しいので，x＝65°
y＝40°＋65°＝105°
②「対頂角は等しい」,「平行線の場合の錯角は等しい」などの性質を使って，等しい角度を図に記入。
右図で，80°＋60°＋x＝180°
ゆえに，x＝40°

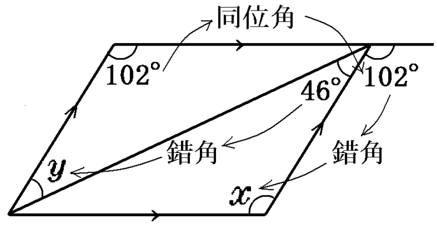




[解答 18] $x = 102^\circ$　　$y = 46^\circ$

[解説]

「平行線では錯角は等しい」,「平行線では同位角は等しい」の性質を使って 46° と 102° の角を移す。図より $x = 102^\circ$， $y = 46^\circ$



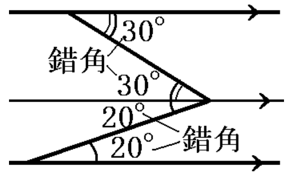
[平行な補助線をひく]

[解答 19] $x = 50^\circ$

[解説]

このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。20°，30° の角を中央部へ移す。

図より $x = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ$



[解答 20]① $x = 140^\circ$　　$y = 65^\circ$　　② $x = 40^\circ$

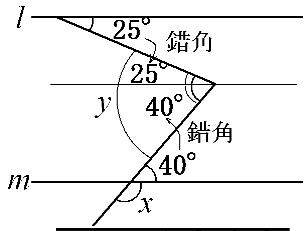
[解説]

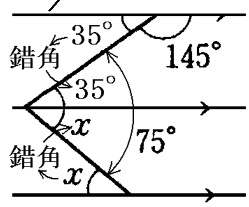
① $x + 40^\circ = 180^\circ$ なので， $x = 140^\circ$

このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。40°，25° の角を中央部へ移す。図より， $y = 25^\circ + 40^\circ = 65^\circ$

② 「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように x，35° の角を中央部へ移す。

図より， $x + 35^\circ = 75^\circ$ ゆえに， $x = 40^\circ$





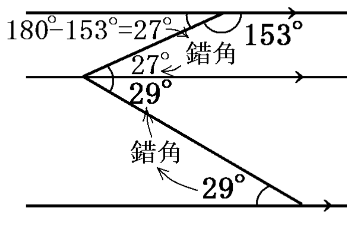
[解答 21]① $x = 56^\circ$　　② $x = 93^\circ$　　③ $x = 39^\circ$

[解説]

① このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。

「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように，27° と 29° の角を中央部へ移す。

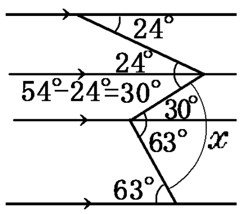
$x = 27^\circ + 29^\circ = 56^\circ$



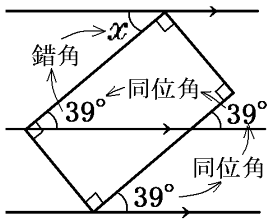
② 「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように，63° の角を移す。

次に，24° の角を移し，さらに，$54^\circ - 24^\circ = 30^\circ$ の角を移す。

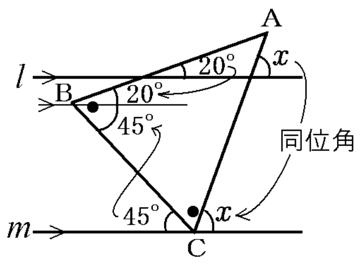
図より， $x = 30^\circ + 63^\circ = 93^\circ$



③ 右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引く。
「平行線では同位角は等しい」，「平行線では錯角は等しい」の性質を使って，図のように 39° を移していくと， x＝39°

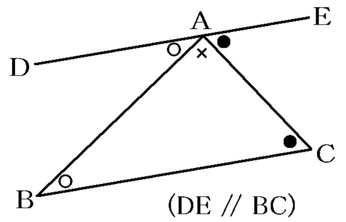


[解答 22]70°
[解説]

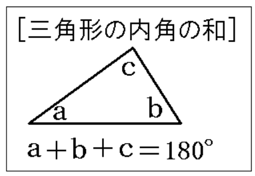


【】三角形の内角・外角
[三角形の内角の和＝180° の証明]
[解答 23]ア 錯角　イ ∠d　ウ 同位角　エ ∠e

[解答 24]
(△ABC の内角の和)＝∠BAC＋∠ABC＋∠ACB ･･･①
DE // BC で，平行線の錯角は等しいので，
∠ABC＝∠BAD ･･･②
∠ACB＝∠CAE ･･･③
①，②，③より，
(△ABC の内角の和)＝∠BAC＋∠BAD＋∠CAE＝∠DAE＝180°



[三角形の内角の和：計算]
[解答 25] x＝70°
[解説]
三角形の内角の和は 180° なので，
x＋60° ＋50° ＝180°
ゆえに， x＝70°



[解答 26]① $x=60°$　② $x=42°$　③ $x=44°$

[解説]

① $x=180°-(47°+73°)=60°$

② $x=180°-(48°+90°)=42°$

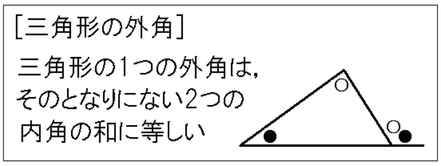
③ △ABC で，$\angle C=180°-(35°+85°)=60°$

△ADC で，$x=180°-(76°+\angle C)=180°-(76°+60°)=44°$

[三角形の外角]

[解答 27] $x=100°$

[解説]

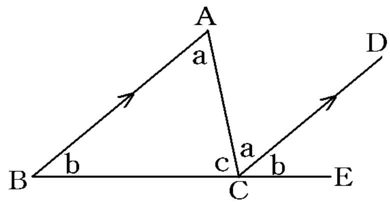


三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しい。

まず，右の図を使って，これを説明する。

右の△ABC で，∠BAC＝a，∠ABC＝b，

∠ACB＝c とし, AB // CD となるように補助線 CD を引く。



平行線の錯角は等しいので，∠ACD＝∠BAC＝a

平行線の同位角は等しいので,

∠DCE＝∠ABC＝b

(2 つの内角の和)＝∠BAC＋∠ABC＝a＋b

(外角)＝∠ACE＝∠ACD＋∠DCE＝a＋b

よって，三角形の 1 つの外角は，となりあわない 2 つの内角の和に等しい。

この問題では，$x=70°+30°=100°$

[解答 28]① $x=115°$　② $x=65°$　③ $x=135°$

[解説]

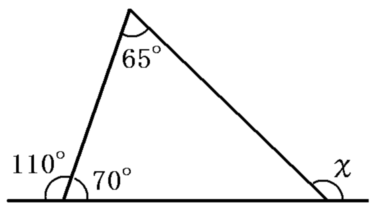
①三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので,

$x=60°+55°=115°$

② $x+45°=110°$　ゆえに，$x=65°$

③ $180-110°=70°$ を図の中に記入する。

$x=65°+70°=135°$



[2つの三角形と外角]

[解答 29] $x=28°$

[解説]

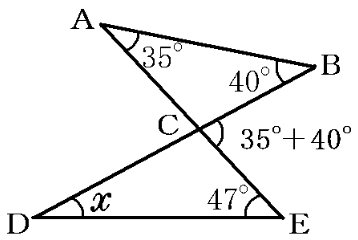
三角形の外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しいので，

△ABC で∠BCE＝35°＋40°＝75°

△CDE で∠BCE＝x＋47°

ゆえに，x＋47°＝75°，

x＝75°－47°＝28°



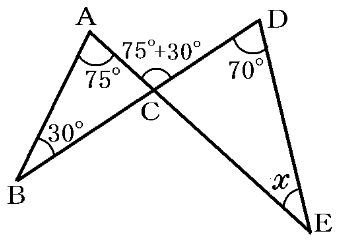
[解答 30] $x=35°$

[解説]

三角形の外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しいので，△ABC で，∠ACD＝75°＋30°＝105°

△CDE で，∠ACD＝x＋70°

ゆえに，x＋70°＝105°　よって，x＝35°



[外角＋補助線]

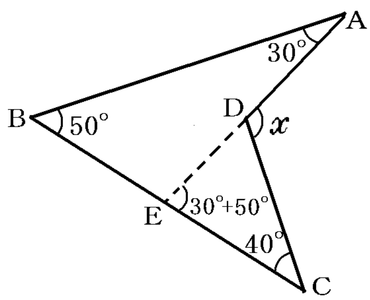
[解答 31] $x=120°$

[解説]

図のように，AD を延長させた補助線 DE を引くのがポイント(CD を延長してもよい)。三角形の外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しいので，

△ABE で，∠DEC＝30°＋50°＝80°

△CDE で，x＝∠DEC＋40°＝80°＋40°＝120°



[解答 32]① $x=96°$　② $x=60°$

[解説]

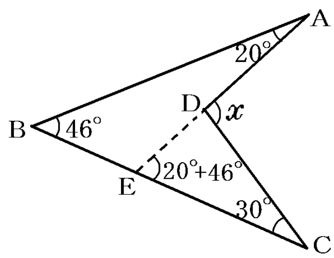
①図のように AD を延長させた補助線 DE を引く。

三角形の外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しいので，△ABE で，

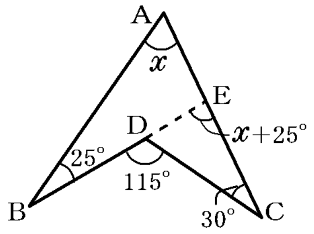
∠DEC＝20°＋46°＝66°

△CDE で，x＝∠DEC＋30°

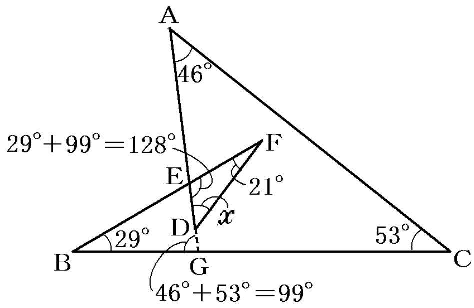
ゆえに，x＝66°＋30°＝96°



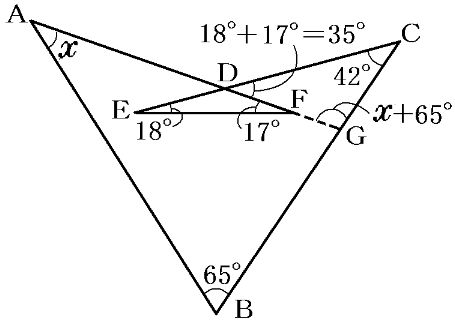
②右図のように BD を延長させて補助線 DE を引く。
三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，$\triangle$ABE で，$\angle$DEC$=x+25^\circ$
$\triangle$CDE で，$\angle$DEC$+30^\circ=115^\circ$
よって，$x+25^\circ+30^\circ=115^\circ$　ゆえに，$x=60^\circ$



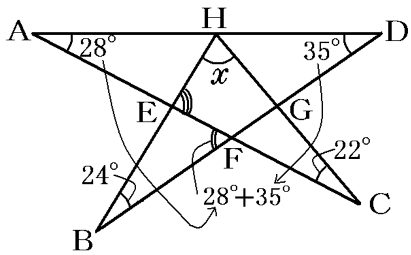
[解答 33] $x=31^\circ$
[解説]
右図のように，AD を延長して BC との交点を G とする。
$\triangle$ACG で，$\angle$AGB$=46^\circ+53^\circ=99^\circ$
$\triangle$BEG で，$\angle$GEF$=29^\circ+99^\circ=128^\circ$
$\triangle$EFD で，$x+21^\circ+128^\circ=180^\circ$
よって，$x=180^\circ-21^\circ-128^\circ=31^\circ$



[解答 34] $x=38^\circ$
[解説]
右図のように AF を延長して BC との交点を G とする。
$\triangle$ABG で，$\angle$AGC$=x+65^\circ$
$\triangle$DEF で，$\angle$CDF$=18^\circ+17^\circ=35^\circ$
$\triangle$CDG で，$42^\circ+35^\circ+x+65^\circ=180^\circ$
$x=180^\circ-42^\circ-35^\circ-65^\circ$　よって，$x=38^\circ$

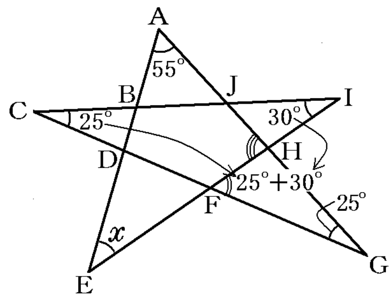


[星形の図形など]
[解答 35] $x=71^\circ$
[解説]
「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使う。まず，$\triangle$ADF で，
$\angle$AFB$=\angle$DAF$+\angle$ADF$=28^\circ+35^\circ=63^\circ$
次に，$\triangle$BEF で，
$\angle$CEH$=\angle$EBF$+\angle$EFB$=24^\circ+63^\circ=87^\circ$
$\triangle$HEC で，三角形の内角の和は 180°なので，
$x+\angle$CEH$+\angle$HCE$=180^\circ$，$x+87^\circ+22^\circ=180^\circ$　$x=180^\circ-(87^\circ+22^\circ)=71^\circ$



[解答 36] $x=45°$

[解説]



「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使う。まず，△CFI で，

$\angle GFI=\angle FCI+\angle FIC=25°+30°=55°$

△FGH で，

$\angle AHE=\angle HFG+\angle HGF=55°+25°=80°$

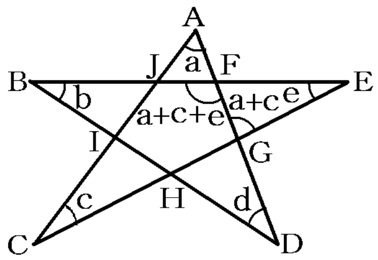
次に，△AEH で，内角の和は 180°なので，

$x+\angle EAH+\angle AHE=180°$

$x+55°+80°=180°$，　$x=180°-(55°+80°)=45°$

[解答 37]180°

[解説]



図のように各頂点の角を a，b，c，d，e で表す。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使って角をまとめていく。

まず，△ACG で，$\angle AGE=a+c$

次に，△EFG で，$\angle BFD=a+c+e$

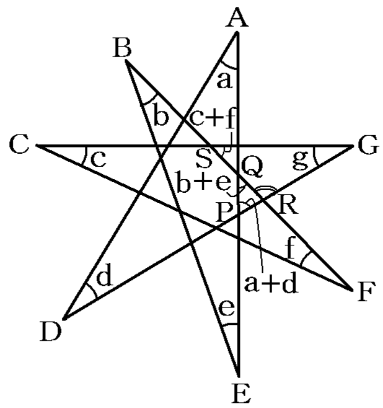
三角形 BDF で，「三角形の内角の和は 180°」なので，

$(a+c+e)+b+d=180°$

ゆえに，$a+b+c+d+e=180°$，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=180°$

[解答 38]180°

[解説]



「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使う。

△ADP で，$\angle APG=a+d$・・・①

△BEQ で，$\angle EQF=b+e$・・・②

△CFS で，$\angle RSG=c+f$・・・③

次に，△PQR で，

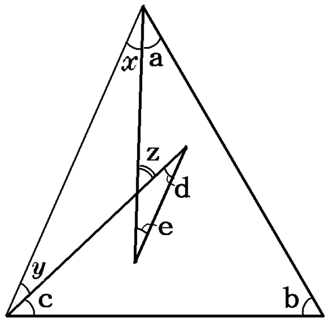
①，②より，$\angle SRG=(a+d)+(b+e)$・・・④

三角形の内角の和は 180°なので，△SRG で，$\angle SRG+\angle RSG+\angle SGR=180°$

③，④より，$(a+d)+(b+e)+(c+f)+g=180°$　よって，$a+b+c+d+e+f+g=180°$

[解答 39]180°

[解説]



図のように角 a～e，x～z をおく。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，z＝d＋e，z＝$x＋y$

ゆえに，d＋e＝$x＋y$

また，三角形の内角の和は 180° なので

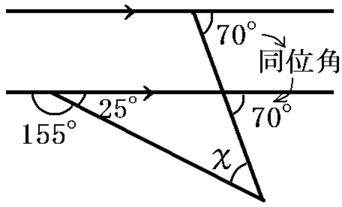
(求める角の和)＝a＋b＋c＋d＋e

＝a＋b＋c＋$x＋y$＝180°

[三角形と平行線の角]

[解答 40] x＝45°

[解説]



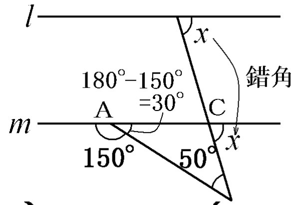
「平行線では同位角は等しい」性質を使って，図のように 70° の角を移す。

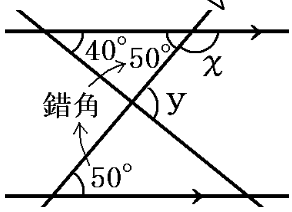
「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので， x＋25° ＝70°

ゆえに， x＝70° －25° ＝45°

[解答 41]① x＝80°　② x＝130°　y＝90°

[解説]





①右図で，∠BAC＝180° −150° ＝30°（90° より大きい角は小さい角にしておく） また,「平行線の錯角は等しい」の性質を使って x を右図のように移す。△ABC で，三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しいので， x＝30° ＋50° ＝80°

②「平行線の錯角は等しい」ので, 50° の角を図のように移動する。

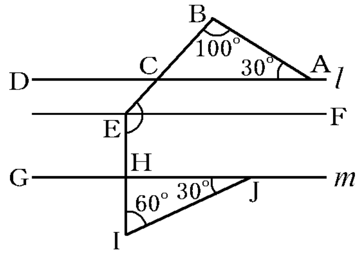
図より， x＋50° ＝180° ゆえに， x＝130°

「三角形の外角は,それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので， y＝40° ＋50° ＝90°

[解答 42] x ＝140°

[解説]

右図のように，l，m に平行で点 E を通る直線を引く。



△ABC で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠ACB＝180°－(100°＋30°)＝50°

l // EF なので，同位角は等しく，∠CEF＝∠ACB

よって，∠CEF＝50°･･･①

次に，△HIJ で，三角形の内角の和は 180°なので，

∠IHJ＝180°－(60°＋30°)＝90°

m // EF なので，同位角は等しく，∠HEF＝∠IHJ

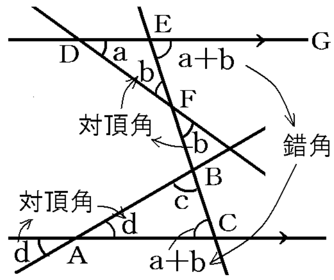
よって，∠HEF＝90°･･･②

①，②より， x ＝∠CEH＝∠CEF＋∠HEF＝50°＋90°＝140°

[解答 43]180°

[解説]

「対頂角は等しい」性質を使って，図のように角 b と d を移す。



△DEF で，「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，∠GEF＝a＋b

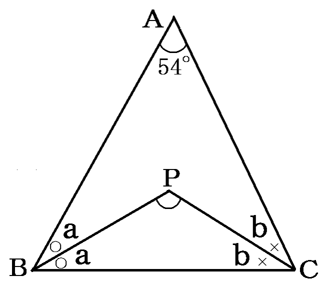
「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように角 a ＋b を移す。△ABC で三角形の内角の和は 180°のので，

a＋b＋c＋d＝180°

[三角形の内角の二等分]

[解答 44]117°

[解説]



△PBC で三角形の内角の和は 180° なので，

∠BPC＋a＋b＝180°

よって，∠BPC＝180° －(a＋b)･･･①

同様に△ABC で

2a＋2b＋54° ＝180° ，2(a＋b)＝126° ，a＋b＝63°

これを①に代入すると，∠BPC＝180° －63° ＝117°

[解答 45] x＝50°

[解説]

△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，

x＋2a＋2b＝180°　よって，

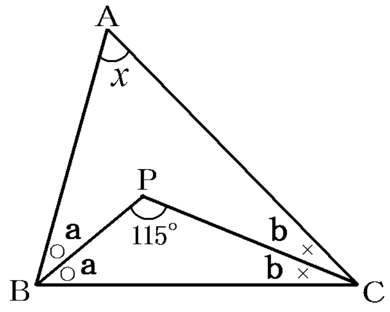
x＝180°－2a－2b＝180°－2(a＋b)・・・①

同様に，△PBC で，a＋b＋115°＝180°

よって，a＋b＝180°－115°＝65°・・・②

②を①に代入すると，

x＝180°－2×65°＝180°－130°＝50°



[解答 46] x＝90°

[解説]

右図のように，●の角を a，○の角を b とする。

l，m に平行な直線 BG を引く。平行線の錯角は等しいので，

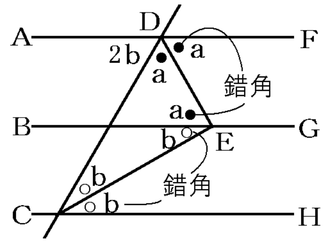
∠BEC＝∠ECH＝b，∠BED＝∠EDF＝a

よって，x＝a＋b・・・①

ところで，平行線の錯角は等しいので∠ADC＝∠DCH＝2b

ADE は直線なので，2b＋a＋a＝180°，2a＋2b＝180°，a＋b＝90°・・・②

①，②よる，x＝a＋b＝90°



[解答 47] x＝60°

[解説]

右図のように，平行線の錯角は等しいので，

∠ABR＝3a

よって，3a＋b＋b＋b＝180°

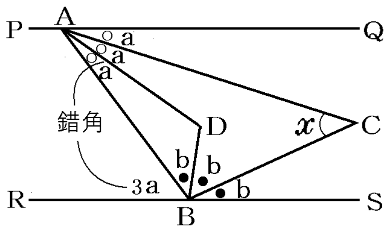
3a＋3b＝180°，a＋b＝60°・・・①

△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，

x＋a＋a＋b＋b＝180°，x＋2(a＋b)＝180°

①を代入して，x＋2×60°＝180°

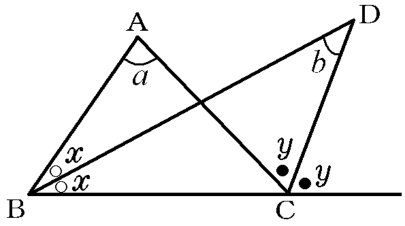
x＋120°＝180°，よって，x＝180°－120°＝60°



[解答 48] $\dfrac{1}{2}a$

[解説]

図のように角 x， y， b をおく。



「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

△BCD で， $b+x=y$， $b=y-x$ ･･･①

△ABC で， $a+2x=2y$，$2y-2x=a$，

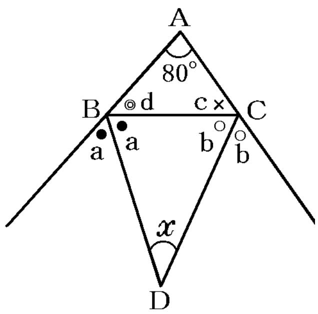
よって $y-x=\dfrac{1}{2}a$ ･･･②

①，②より， $b=\dfrac{1}{2}a$

[解答 49] $x=50°$

[解説]

右図で，



2a＋d＝180°，2b＋c＝180° なので，

2a＋d＋2b＋c＝360°

△ABC で，d＋c＋80°＝180° なので，d＋c＝100°

よって，2a＋2b＋100°＝360°

2a＋2b＝260°，a＋b＝130°

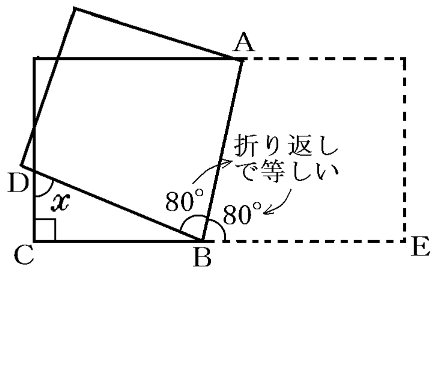
次に，△BCD で， x＋a＋b＝180°， x＋130°＝180° よって， x＝50°

[折り返し]

[解答 50] $x=70°$

[解説]

折り返してできた角は等しいので，



∠ABE＝80°

直角三角形 BCD で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

$x+90°=80°+80°$

ゆえに， $x=80°+80°-90°=70°$

[解答 51] x ＝36°

[解説]

∠DPQ＝180° －108° ＝72°

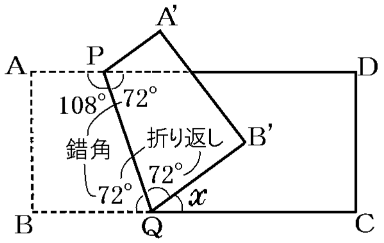
平行線の錯角は等しいので，∠PQB＝∠DPQ＝72°

折り返してできた角は等しいので，

∠PQB'＝∠PQB＝72°

BQC は一直線なので，72° ＋72° ＋ x ＝180°

よって， x ＝180° －72° －72° ＝36°



[解答 52] x ＝136°

[解説]

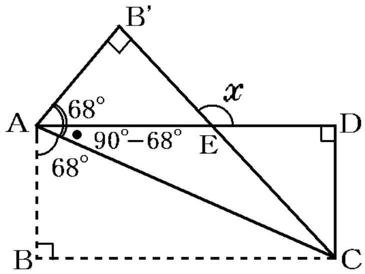
AC を折り目にして折り返しているので，

∠B'AC＝∠BAC＝68°

また，∠CAE＝90°－68°＝22°

よって，∠B'AE＝∠B'AC－∠CAE＝68°－22°＝46°

△AB'E において, 1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので， x ＝∠B'AE＋∠AB'E＝46°＋90°＝136°



[三角形の角：その他]

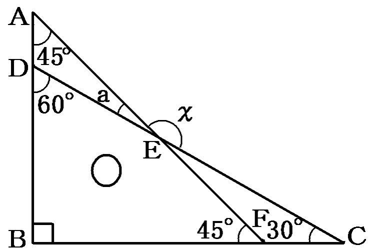
[解答 53] x ＝165°

[解説]

三角定規の角は「90° 60° 30° 」と「90° 45° 45° 」

右図のように a の角をとる。△ADE で,「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，a＋45° ＝60°　ゆえに，a＝15°

x ＋a＝180° ， x ＋15° ＝180° ， x ＝165°



[解答 54] x ＝38°

[解説]

∠BED＝180° －64° ＝116°

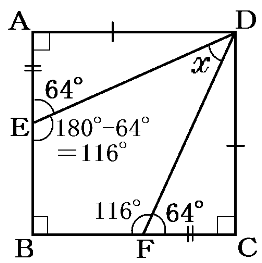
△AED と△CFD は合同(2 辺とその間の角が等しいので)

ゆえに，∠CFD＝64° で，∠BFD＝180° －64° ＝116°

四角形 BFDE で，四角形の内角の和は，

180° ×(4－2)＝360° なので， x ＋90° ＋116° ＋116° ＝360°

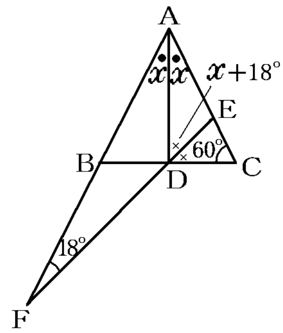
x ＋322° ＝360°　ゆえに， x ＝38°



[解答 55]56°

[解説]

右図のように∠BAD＝∠EAD＝xとおく。



△AFD で，1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので，

∠ADE＝∠FAD＋∠AFD＝x＋18°

∠ADE＝∠CDE なので，∠ADC＝2∠ADE＝2(x＋18°)

△ADC で，内角の和は 180°なので，

x＋2(x＋18°)＋60°＝180°

3x＋36°＋60°＝180°，3x＝180°－36°－60°

3x＝84°，よってx＝84°÷3＝28°

ゆえに，∠BAC＝2x＝2×28°＝56°

[鋭角･鈍角･直角]

[解答 56]① 鋭角　② 鈍角

[解説]

0°＜x＜90°のときのxを鋭角，x＝90°のときのxを直角, 90°＜x＜180°のときのxを鈍角という。三角形の 3 つの角の中で最大の角が，①鋭角なら鋭角三角形，②直角なら直角三角形，③鈍角なら鈍角三角形である。

[解答 57](1) 鈍角三角形　(2) 直角三角形

[解説]

三角形の 3 つの角の中で最大の角が，①鋭角(90°より小さい)なら鋭角三角形，②直角なら直角三角形，③鈍角(90°より大きい)なら鈍角三角形である。

(1) (残りの角)＝180°－(21°＋48°)＝111°で最大角 111°が鈍角なので鈍角三角形。

(2) (残りの角)＝180°－(23°＋67°)＝90°なので，直角三角形。

[解答 58](1) 鈍角三角形　(2) 鋭角三角形　(3) 直角三角形　(4) 鈍角三角形

[解説]

三角形の 3 つの角の中で最大の角が，①鋭角(90°より小さい)なら鋭角三角形，②直角なら直角三角形，③鈍角(90°より大きい)なら鈍角三角形である。

(1) ∠C＝180°－(25°＋60°)＝95°なので鈍角三角形。

(2) ∠C＝180°－(70°＋80°)＝30°で，最大の角が鋭角なので鋭角三角形。

(3) ∠C＝90°なので直角三角形。(他の 2 角は 90°より小さくなる)

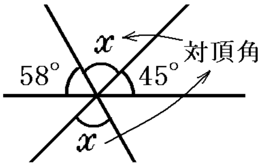
(4) ∠B＝100°で鈍角なので鈍角三角形。(他の 2 角は 90°より小さくなる)

[角の総合問題]

[解答 59](1) $x=77°$　(2) $x=127°$　(3) $x=36°$

[解説]

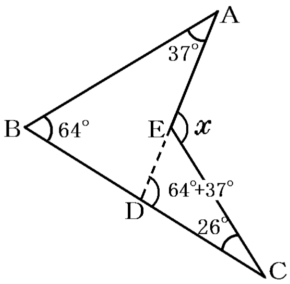
(1) 「対頂角は等しい」性質を使って角 x を図のように移す。



図より，$x+58°+45°=180°$

$x+103°=180°$　ゆえに，$x=77°$

(2) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。

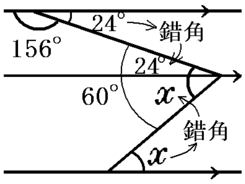


「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，△ABD で，$\angle EDC=64°+37°=101°$

△CDE で，$x=\angle EDC+26°$

ゆえに，$x=101°+26°=127°$

(3) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。



「平行線では錯角は等しい」ので，24° と x の角を図のように移す。

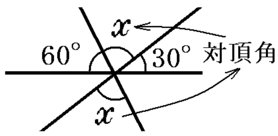
図より，$x+24°=60°$　ゆえに，$x=36°$

[解答 60](1) $x=90°$　(2) $x=130°$　(3) $x=70°$　(4) $x=55°$　(5) $x=140°$

(6) $x=49°$　(7) $x=114°$

[解説]

(1) 「対頂角は等しい」性質を使って図のように x の角を移す。



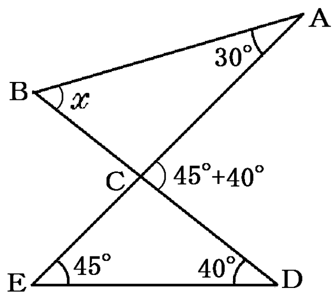
図より，$x+60°+30°=180°$　ゆえに，$x=90°$

(2) 「平行線では同位角は等しい」ので，$x=130°$

(3) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

$x=50°+20°=70°$

(4) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，



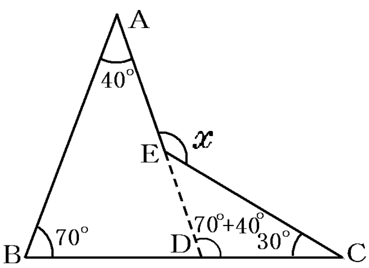
△CDE で，$\angle ACD=45°+40°=85°$

△ABC で，$\angle ACD=x+30°$

よって，$x+30°=85°$

ゆえに，$x=55°$

(5) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。

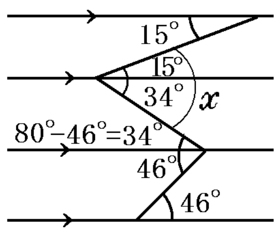


「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

△ABD で，$\angle EDC=70°+40°=110°$

△CDE で，$x=\angle EDC+30°=110°+30°=140°$

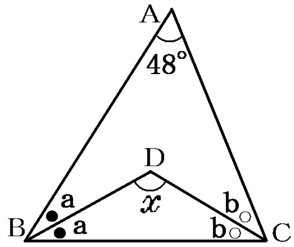
(6) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 15° の角を移す。



また, 46° の角を移し, さらに $80^\circ - 46^\circ = 34^\circ$ の角を移す。

図より， $x = 34^\circ + 15^\circ = 49^\circ$

(7) 「三角形の内角の和は 180° 」の性質より,



△BDC で， $x + \mathrm{a} + \mathrm{b} = 180^\circ$

ゆえに， $x = 180^\circ - (\mathrm{a} + \mathrm{b})$・・・①

次に，△ABC で，$2\mathrm{a} + 2\mathrm{b} + 48^\circ = 180^\circ$

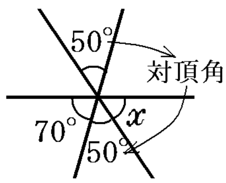
$2\mathrm{a} + 2\mathrm{b} = 132^\circ$　　ゆえに，$\mathrm{a} + \mathrm{b} = 66^\circ$ ・・・②

①に②を代入すると， $x = 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ$

[解答 61](1) $x = 60^\circ$　　(2) $x = 25^\circ$　　(3) $x = 20^\circ$　　(4) $x = 85^\circ$　　(5) $x = 67^\circ$

[解説]

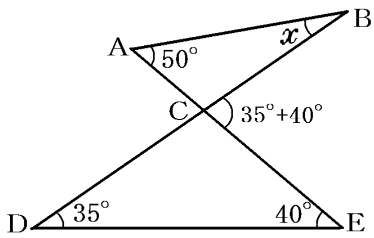
(1) 「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。



図より， $x + 50^\circ + 70^\circ = 180^\circ$ ， $x + 120^\circ = 180^\circ$

ゆえに， $x = 60^\circ$

(2) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので

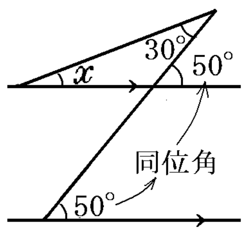


△CDE で，∠BCE $= 35^\circ + 40^\circ = 75^\circ$

△ABC で，∠BCE $= x + 50^\circ$

よって， $x + 50^\circ = 75^\circ$　　ゆえに， $x = 25^\circ$

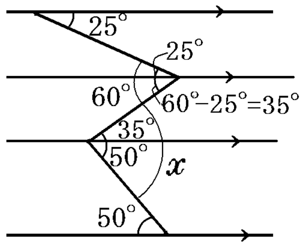
(3) 「平行線では同位角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。



「三角形の外角は, それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」

ので， $x + 30^\circ = 50^\circ$ ゆえに， $x = 20^\circ$

(4) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。(この場合は 2 本)



「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。

また，25° の角を図のように移し，さらに $60^\circ - 25^\circ = 35^\circ$ の角を移す。図より， $x = 35^\circ + 50^\circ = 85^\circ$

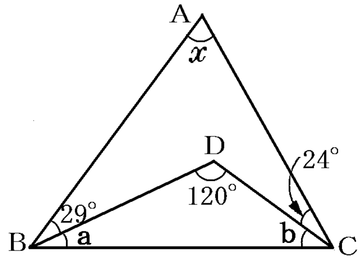
(5) 「三角形の内角の和は 180°」の性質より，

△ABC で，$x+29^\circ+a+24^\circ+b=180^\circ$

ゆえに，$x=180^\circ-53^\circ-(a+b)$

次に△BCD で，$a+b+120^\circ=180^\circ$，$a+b=60^\circ$

よって，$x=180^\circ-53^\circ-60^\circ=67^\circ$

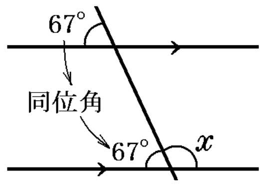


[解答 62](1) $x=54^\circ$　(2) $x=113^\circ$　(3) $x=69^\circ$　(4) $x=25^\circ$　(5) $x=63^\circ$
(6) $x=25^\circ$　(7) $x=20^\circ$　(8) $x=40^\circ$　(9) $x=125^\circ$　(10) $x=115^\circ$

[解説]

(1) 「平行線では錯角は等しい」ので，$x=54^\circ$

(2) 「平行線では同位角は等しい」の性質を使って，図のように 67° を移す。図より，$x+67^\circ=180^\circ$　ゆえに，$x=113^\circ$

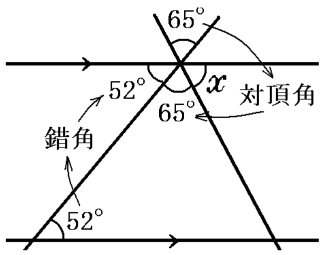


(3)「三角形の内角の和は 180°」なので，$x+42^\circ+69^\circ=180^\circ$
$x+111^\circ=180^\circ$　ゆえに，$x=69^\circ$

(4) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，
$x+58^\circ=83^\circ$　ゆえに，$x=25^\circ$

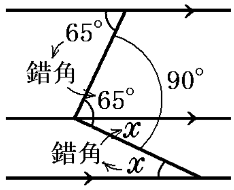
(5) 「平行線では錯角は等しい」の性質を使って，図のように 52° を移す。また，「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 65° を移す。

図より，$x+65^\circ+52^\circ=180^\circ$
$x+117^\circ=180^\circ$　ゆえに，$x=63^\circ$



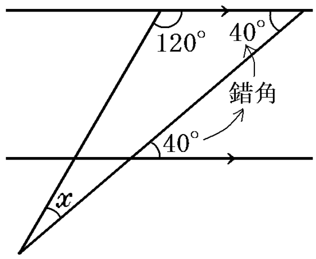
(6) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。

「平行線では錯角は等しい」の性質を使って，図のように 65° と x の角を移す。図より，$x+65^\circ=90^\circ$　ゆえに，$x=25^\circ$



(7)「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 40° を移す。

「三角形の内角の和は 180°」の性質より，
$x+40^\circ+120^\circ=180^\circ$，$x+160^\circ=180^\circ$
ゆえに，$x=20^\circ$

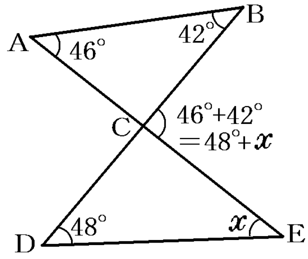


(8) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので△ABC で，$\angle BCE = 46^\circ + 42^\circ = 88^\circ$

△CDE で，$\angle BCE = 48^\circ + x$

ゆえに，$48^\circ + x = 88^\circ$

よって $x = 40^\circ$

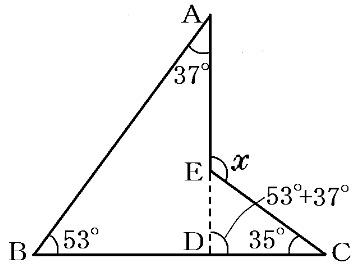


(9) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，△ABD で，$\angle EDC = 53^\circ + 37^\circ = 90^\circ$

また，△EDC で，$x = \angle EDC + 35^\circ$

ゆえに，$x = 90^\circ + 35^\circ = 125^\circ$



(10)「三角形の内角の和は 180°」なので，△DBC で

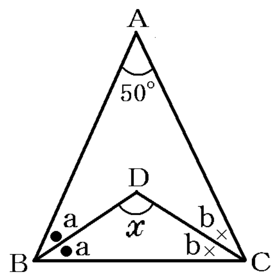
$x + a + b = 180^\circ$，$x = 180^\circ - (a + b)$・・・①

△ABC で，$2a + 2b + 50^\circ = 180^\circ$

$2(a + b) = 130^\circ$　ゆえに，$a + b = 65^\circ$・・・②

②を①に代入すると，

$x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$



[解答 63](1) $x = 60^\circ$　(2) $x = 105^\circ$，$y = 123^\circ$　(3) $x = 31^\circ$　(4) $x = 150^\circ$

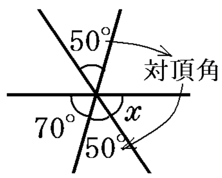
(5) $x = 25^\circ$　(6) $x = 92^\circ$　(7) $x = 90^\circ$

[解説]

(1) 「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。

図より，$x + 50^\circ + 70^\circ = 180^\circ$，$x + 120^\circ = 180^\circ$

ゆえに，$x = 60^\circ$

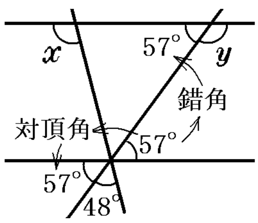


(2) 「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 57° を移す。

「平行線では同位角は等しい」ので，

図より，$x = 57^\circ + 48^\circ = 105^\circ$

次に，「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 57° を移す。図より，$57^\circ + y = 180^\circ$　ゆえに，$y = 123^\circ$

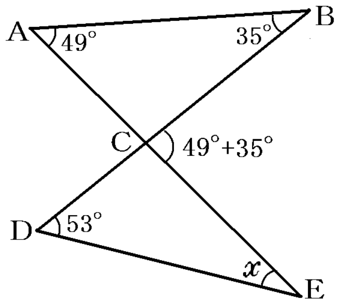


(3) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

△ABC で，∠BCE＝49°＋35°＝84°

△CDE で，∠BCE＝x＋53°

ゆえに，x＋53°＝84° よって x＝31°

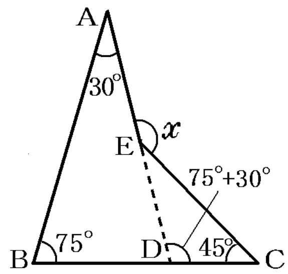


(4) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

△ABD で，∠EDC＝75°＋30°＝105°

△CDE で，x＝∠EDC＋45°＝105°＋45°＝150°



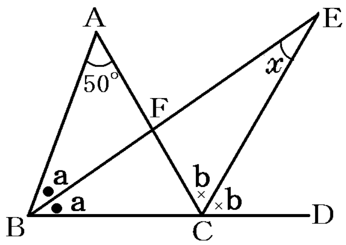
(5) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

△BCE で，x＋a＝b，x＝b－a･･･①

△ABC で，2b＝2a＋50°

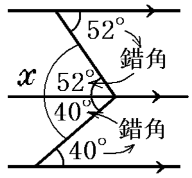
2b－2a＝50°，b－a＝25°･･･②

①に②を代入すると，x＝b－a＝25°



(6) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。

「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 52° と 40° の角を移す。図より，x＝52°＋40°＝92°



(7) 図のように角 a，b をとる。

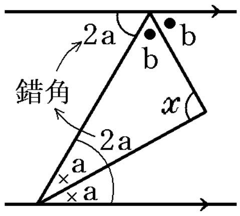
「三角形の内角の和は 180°」の性質より，

x＋a＋b＝180°，x＝180－(a＋b)･･･①

「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 2a の角を移すと，図より，

2a＋b＋b＝180°，2a＋2b＝180°，a＋b＝90°･･･②

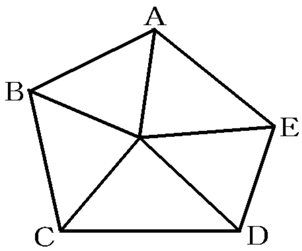
②を①に代入すると，x＝180°－90°＝90°



【】多角形の内角の和・外角の和

[多角形の内角の和]

[解答 64]

	(考え方) 図のように 5 つの三角形に分けると，五角形の内角の和は，5 つの三角形から，360° をひいたものになるから， $180^\circ \times 5 - 360^\circ = 540^\circ$

[解説]

n 角形の場合，

木村さんの考え方では，n－2 個の三角形ができるので，

(内角の和)$=180^\circ \times (n-2)$

山田君の考え方では，n 個の三角形の内角の和から 360° を引くので，

(内角の和)$=180^\circ \times n - 360^\circ = 180^\circ \times n - 180^\circ \times 2 = 180^\circ \times (n-2)$

[解答 65]900°

[解説]

(n 角形内角の和)$=180^\circ \times (n-2)$なので，

(七角形の内角の和)$=180^\circ \times (7-2) = 900^\circ$

[n 角形の内角の和]
$180^\circ \times (n-2)$

[解答 66](1) 1080°　(2) 144°

[解説]

(1) (n 角形内角の和)$=180^\circ \times (n-2)$なので，

(八角形の内角の和)$=180^\circ \times (8-2) = 1080^\circ$

(2) (n 角形の内角の和)$=180^\circ \times (n-2)$なので，

(正十角形の内角の和)$=180^\circ \times (10-2) = 1440^\circ$

(1 つの内角)$=1440^\circ \div 10 = 144^\circ$

[解答 67]十二角形

[解説]

(n 角形内角の和)$=180^\circ \times (n-2) = 1800^\circ$ とおくと，

$n-2 = 1800^\circ \div 180^\circ$，$n-2=10$，$n=12$　したがって十二角形

[解答 68](1) 1800°　(2) 七角形　(3) 正十八角形

[解説]

(1) (n 角形の内角の和) $=180^\circ\times(n-2)$ なので，

(十二角形の内角の和) $=180^\circ\times(12-2)=1800^\circ$

(2) (n 角形の内角の和) $=180^\circ\times(n-2)=900^\circ$ とおく。$n-2=900^\circ\div180^\circ$

$n-2=5$　ゆえに，$n=7$　よって七角形

(3) 正 n 角形とする。(n 角形の内角の和) $=180^\circ\times(n-2)$

また，1 つの内角の大きさが 160° であるので，(n 角形の内角の和) $=160^\circ\times n$

ゆえに，$180^\circ\times(n-2)=160^\circ\times n$

$9(n-2)=8n$，$9n-18=8n$，$n=18$

よって正十八角形

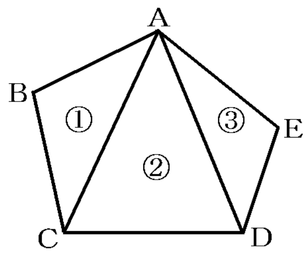
[多角形の外角の和]

[解答 69](1) 360°　(2) 36°

[解説]

(1) 多角形の外角の和は 360° であるが，これは次のようにして説明できる。

多角形の外角の和は 360°



右図のように，1 つの頂点から対角線を引いて三角形に分割すると，n 角形の場合は $n-2$ 個の三角形ができるので，

(内角の和) $=180^\circ\times(n-2)$ となる。

1 つの頂点について，(内角)＋(外角) $=180^\circ$ になるので，

(n 角形の内角の和)＋(n 角形の外角の和) $=180^\circ\times n$ となる。

よって，(n 角形の外角の和) $=180^\circ\times n-$(n 角形の内角の和)

$=180^\circ\times n-180^\circ\times(n-2)=180^\circ\times n-180^\circ\times n+360^\circ=360^\circ$

(2) $360^\circ\div10=36^\circ$

[解答 70]72°

[解説]

多角形の外角の和は 360° なので，(正五角形の 1 つの外角) $=360^\circ\div5=72^\circ$

[解答 71]正六角形

[解説]

正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 60° なので外角の和は $60^\circ\times n$

多角形の外角の和は 360° なので，

$60^\circ\times n=360^\circ$　$n=360^\circ\div60^\circ=6$　したがって正六角形

[解答 72](1) 正二十四角形　(2) 8 本

[解説]

(1) 正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 15° なので外角の和は 15° ×n

多角形の外角の和は 360° なので,

15° ×n＝360°　 n＝360° ÷15° ＝24　よって正二十四角形

(2) 外角の大きさを x とすると，内角は外角の 3 倍なので $3x$

(内角)＋(外角)＝180° なので，$x+3x=180°$　$4x=180°$　ゆえに，$x=45°$

正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 45° なので外角の和は 45° ×n

多角形の外角の和は 360° なので,

45° ×n＝360° ，n＝8　よって正八角形で，辺の数は 8 本

[解答 73]1440°

[解説]

(n 角形内角の和)＝180° ×(n－2) なので，(五角形の内角の和)＝180° ×(5－2)＝540°

内側の三角形の印をつけた角の和は,

360° ×3－(三角形の内角の和)＝360° ×3－180° ＝1080° －180° ＝900°

よって，全体の角の和は，540° ＋900° ＝1440°

[解答 74]1800°

[解説]

(六角形の内角の和)＝180° ×(6－2)＝720°

内側の四角形の印をつけた角の和は,

360° ×4－(四角形の内角の和)＝360° ×4－360° ＝1080°

よって，全体の角の和は，720° ＋1080° ＝1800°

【】多角形の角の計算

[1 つの角を求める]

[解答 75] $x=110°$

[解説]

多角形の外角の和は 360° であるので,

$x+100°+35°+115°=360°$

$x+250°=360°$　よって，$x=110°$

多角形の外角の和は 360°

[解答 76] $x=140°$

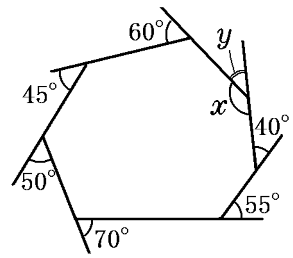
[解説]

右図のように角 y をとる。

多角形の外角の和は 360°なので， $y+320°=360°$

よって， $y=360°-320°=40°$

$x=180°-y=180°-40°=140°$



[解答 77] $x=50°$

[解説]

右図のように角 y をとる。

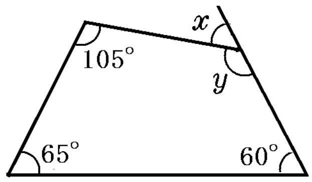
四角形の内角の和は,

$180°\times(4-2)=360°$ なので,

$y+60°+65°+105°=360°$

$y+230°=360°$ ゆえに， $y=130°$

よって $x=180°-y=180°-130°=50°$



[解答 78]① $x=50°$　② $x=104°$

[解説]

① 右図のように y の角をとる。

6 角形の内角の和は，$180°\times(6-2)=720°$ なので,

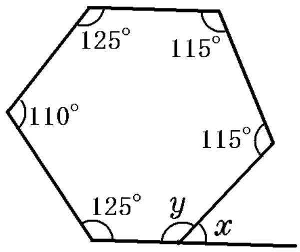
$y+125°+110°+125°+115°+115°=720°$

$y+590°=720°$　ゆえに， $y=130°$

よって， $x=180°-y=180°-130°=50°$

② 五角形の内角の和は，$180°\times(5-2)=540°$

ゆえに，$(180°-60°)+x+104°+97°+115°=540°$　$x=104°$



[角の二等分]

[解答 79] $x=105°$

[解説]

「三角形の内角の和は 180°」の性質より，

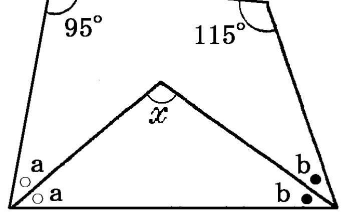
$x+a+b=180°$， $x=180°-(a+b)$・・・①

四角形の内角の和は $180°\times(4-2)=360°$ なので,

$2a+2b+115°+95°=360°$

$2a+2b=150°$　ゆえに，$a+b=75°$・・・②

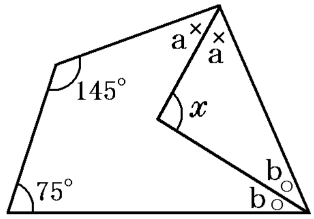
①に②を代入すると， $x=180°-75°=105°$



[解答 80] x ＝110°

[解説]

「三角形の内角の和は 180°」の性質より，



x ＋a＋b＝180°

x ＝180° －(a＋b)･･･①

四角形の内角の和は，180°×2＝360°なので，

75°＋145°＋2a＋2b＝360°

2a＋2b＝360°－(75°＋145°)，2(a＋b)＝140°，

a＋b＝140°÷2＝70° ･･･②

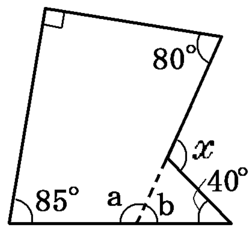
①に②を代入すると， x ＝180°－70°＝110°

[1 つの角を求める]

[解答 81] x ＝115°

[解説]

図のように a，b の角をとって考える。



四角形の内角の和は，180° ×(4－2)＝360° なので，

a＋85° ＋90° ＋80° ＝360°　 a＝105°

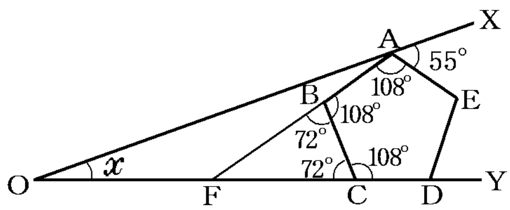
b＝180° －a＝180° －105° ＝75°

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので， x ＝40° ＋ b ＝40° ＋75° ＝115°

[解答 82] x ＝19°

[解説]

右図のように，AB を延長して OY との交点を F とする。五角形の内角の和は，



180° ×(5－2)＝540° であるので，

正五角形の 1 つの内角は，

540° ÷5＝108° になる。

△FBC で，∠FBC＝180° －108° ＝72° ，∠FCB＝180° －108° ＝72° なので，

∠BFC＝180° －72° －72° ＝36°

また，∠OAF＝180° －108° －55° ＝17°

△AOF で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

x ＋∠OAF＝∠BFC

よって， x ＋17° ＝36° ， x ＝36° －17° ＝19°

[解答 83] $x=72^\circ$

[解説]

五角形の内角の和は，$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$ であるので，

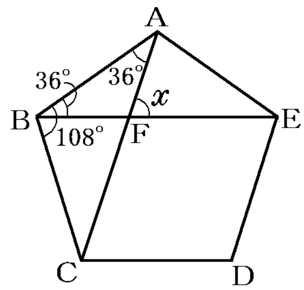
正五角形の 1 つの内角は，$540^\circ\div5=108^\circ$ になる。

よって，△ABC で，$\angle ABC=108^\circ$

△ABC は BA＝BC の二等辺三角形なので，

$\angle BAC=(180^\circ-108^\circ)\div2=36^\circ$

△ABE は△ABC と合同な三角形なので，$\angle ABF=36^\circ$



△ABF で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

$x=\angle AFE=\angle ABF+\angle BAF=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

[角の和を求める]

[解答 84]540°

[解説]

右図のように，角 x，y，z をとる。

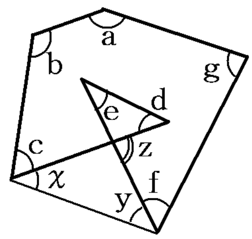
「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」

ので，$z=d+e$，$z=x+y$　よって，$d+e=x+y$

また，五角形の内角の和は $180^\circ\times(5-2)=540^\circ$ なので，

$a+b+c+d+e+f+g=(a+b+c+f+g)+(d+e)$

$=(a+b+c+f+g)+(x+y)=540^\circ$



[解答 85]540°

[解説]

図のように，p，q，r，s，t，u，および x の角をとる。

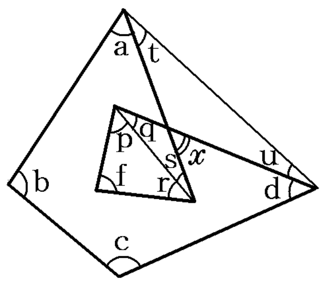
(角の合計)$=\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$

$=\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle f+\angle p+\angle q+\angle r+\angle s$

$=(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)+(\angle f+\angle p+\angle r)+(\angle q+\angle s)$

「三角形の内角の和は 180° 」なので，

$\angle f+\angle p+\angle r=180^\circ$



よって，(角の合計)$=(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)+180^\circ+(\angle q+\angle s)$

ところで，「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

$\angle q+\angle s=\angle x$，$\angle t+\angle u=x$　よって $\angle q+\angle s=\angle t+\angle u$

ゆえに，(角の合計)$=(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)+180^\circ+(\angle t+\angle u)$

$=(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle t+\angle u)+180^\circ$

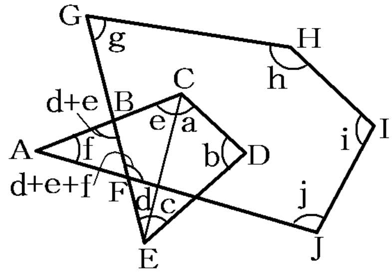
四角形の内角の和は $180^\circ\times(4-2)=360^\circ$ なので,$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle t+\angle u=360^\circ$

ゆえに，(角の合計)$=360^\circ+180^\circ=540^\circ$

[解答 86]720°

[解説]

右図のように角 a～j をとる。



△CDE で「三角形の内角の和は 180°」なので，

$a+b+c=180°$ ･･･①

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，△BCE で，$\angle ABF=d+e$

さらに，△ABF で$\angle BFJ=d+e+f$

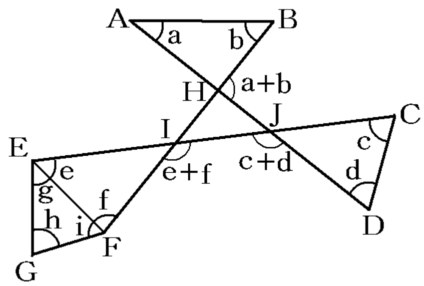
(五角形 FGHIJ の内角の和)$=(d+e+f)+g+h+i+j=180°\times(5-2)=540°$ ･･②

①，②より，$a+b+c+d+e+f+g+h+i+j=180°+540°=720°$

[解答 87]540°

[解説]

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，



△ABH で，$\angle BHJ=a+b$

△CDJ で，$\angle DJI=c+d$

△EFI で，$\angle FIJ=e+f$

△HIJ で，多角形の外角の和は 360°なので，

$(a+b)+(c+d)+(e+f)=360°$･･･①

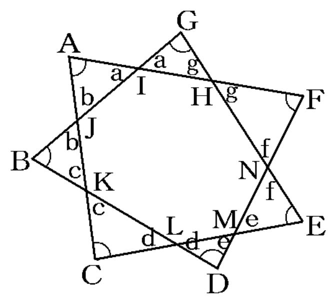
次に，△FEG で，$g+h+i=180°$･･･②　①，②の両辺をそれぞれ加えると，

$a+b+c+d+e+f+g+h+i=360°+180°=540°$

[解答 88]540°

[解説]

右図のように，△AIJ の∠A 以外の 2 つの内角の大きさを a，b とする。同様にして，内角 c～g をとる。



(対頂角は等しいので，$\angle GIH=\angle AIJ=a$)

三角形の内角の和は 180° なので，

$\angle A+a+b=180°$ ･･･①

$\angle B+b+c=180°$ ･･･②

$\angle C+c+d=180°$ ･･･③

$\angle D+d+e=180°$ ･･･④

$\angle E+e+f=180°$ ･･･⑤

$\angle F+f+g=180°$ ･･･⑥

$\angle G+g+a=180°$ ・・・⑦

①～⑥を加え合わせると，

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+2a+2b+2c+2d+2e+2f+2g=180° \times 7$

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+2(a+b+c+d+e+f+g)=180° \times 7$

ところで，$a+b+c+d+e+f+g$ は 7 角形 HIJKLMN の外角の和であるので，

$a+b+c+d+e+f+g=360°$

よって，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+360° \times 2=180° \times 7$

ゆえに，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G=180° \times 7-360° \times 2$

$=1260° -720° =540°$