【】対頂角・平行線と角

【】対頂角

[解答 1]対頂角

[解説]

右の図で∠a と∠c の位置にある角を対頂角（たいちょうかく）という。

∠a と∠b，∠c と∠b はともに一直線上にある角だから，

∠a＝180° －∠b

∠c＝180° －∠b となり，

∠a＝∠c が成り立つ。つまり，対頂角は等しい。

[解答 2]① 一直線　② 180

[解答 3]

∠a と∠b，∠c と∠b はともに一直線上にある角だから，

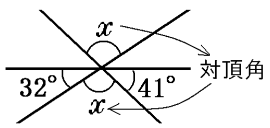
∠a＝180°－∠b，∠c＝180°－∠b

よって，∠a＝∠c

[解答 4] x ＝107°

[解説]

「対頂角は等しい」性質を使って，図のように x の角を移す。図より，



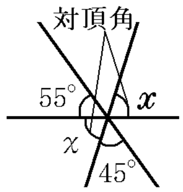
x+41° ＋32° ＝180° ， x ＋73° ＝180°

x ＝180° －73° ，ゆえに， x ＝107°

[解答 5](1) x ＝80°　(2) x ＝50°　y ＝55°

[解説]

(1) 「対頂角は等しい」性質を使って，図のように x の角を移すと，

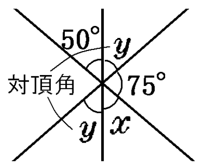


55° ＋ x ＋45° ＝180°

x ＝180° －55° －45° ＝80°

(2) 対頂角は等しいので， x ＝50°

また，対頂角が等しい性質を使って y を右図のように移すと，

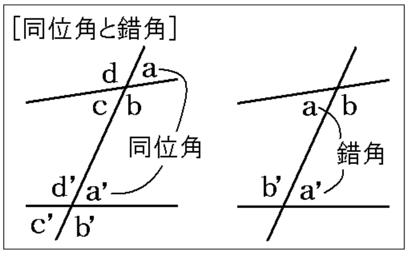


50° ＋ y ＋75° ＝180°　よって y ＝55°

【】同位角と錯角

[解答 6](1) 対頂角　(2) 同位角　(3) 錯角

[解説]



[解答 7]ア ∠d　イ ∠f　ウ ∠h

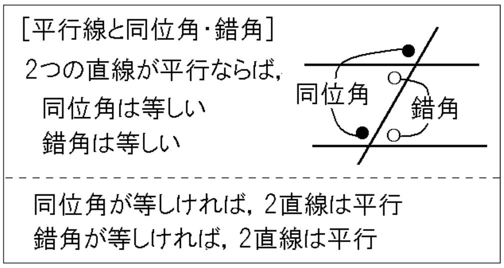
[解答 8](1) ∠c　(2) ∠g　(3) ∠d

[解答 9]① 同位角　② 対頂角

【】平行線と同位角・錯角

[解答 10](1) 対頂　(2) 同位　(3) 錯

[解説]



[解答 11](1) ∠d，∠f，∠h　(2) 70°

[解説]

(1) ∠b＝∠d(対頂角)，∠b＝∠f(同位角)，∠b＝∠h(錯角)

(2) ∠b＝180°－∠a＝180°－110°＝70°

l // m で，平行線の錯角は等しいので，∠h＝∠b＝70°

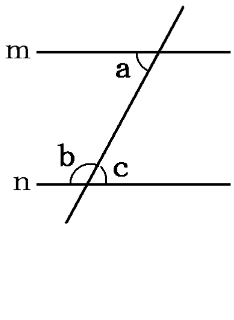
[解答 12]

右図のように∠c をとる。

m // n で，平行線の錯角は等しいので，∠a＝∠c･･･①

また，∠b＋∠c＝180°･･･②

①，②より，∠a＋∠b＝180°



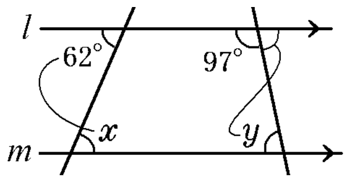
[解答 13] l // m

[解答 14]
l // m で，平行線の同位角は等しいので，∠a＝∠b
m // n で，平行線の同位角は等しいので，∠b＝∠c
よって，∠a＝∠c
同位角が等しいので，l // n

【】平行線の角の計算

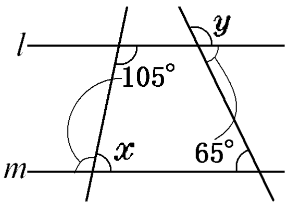
[基本問題]
[解答 15] x＝62°　y＝83°

[解説]
平行線の錯角は等しいので，x＝62°
「平行線の錯角は等しい」の性質を使って，y を右図のように移すと，y＋97°＝180°，y＝180°－97°＝83°

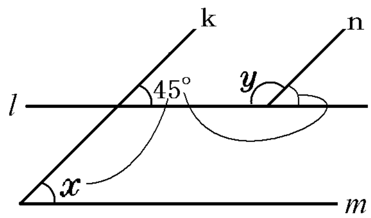


[解答 16]① x＝75°　y＝115°　② x＝45°　y＝135°

[解説]
①「平行線の錯角は等しい」の性質を使って 105°を右図のように移すと，105°＋x＝180° よって x＝75°
同様にして，65°を右図のように移すと，65°＋y＝180°
よって y＝115°

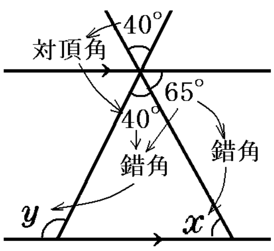


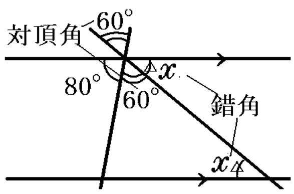
②平行線では同位角は等しいので，
x＝45°　y＋45°＝180°　y＝135°



[解答 17]① x＝65°　y＝105°　②　x＝40°

[解説]
①平行線の錯角は等しいので，x＝65°
y＝40°＋65°＝105°
②「対頂角は等しい」,「平行線の場合の錯角は等しい」などの性質を使って，等しい角度を図に記入。
右図で，80°＋60°＋x＝180°
ゆえに，x＝40°

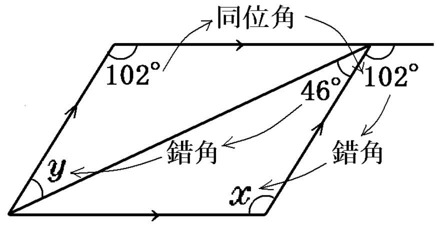




[解答 18] $x=102°$　　$y=46°$

[解説]

「平行線では錯角は等しい」,「平行線では同位角は等しい」の性質を使って 46° と 102° の角を移す。図より $x=102°$, $y=46°$



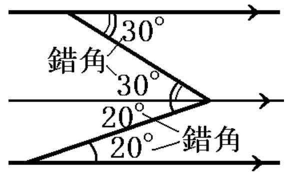
[平行な補助線をひく]

[解答 19] $x=50°$

[解説]

このタイプの問題は,右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。20° , 30° の角を中央部へ移す。

図より $x=30°+20°=50°$



[解答 20]① $x=140°$　　$y=65°$　　② $x=40°$

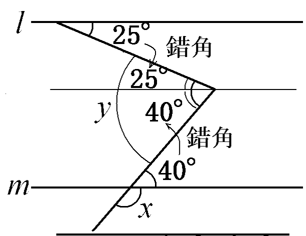
[解説]

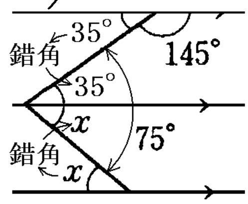
① $x+40°=180°$ なので, $x=140°$

このタイプの問題は,右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。40° , 25° の角を中央部へ移す。図より, $y=25°+40°=65°$

②「平行線では錯角は等しい」性質を使って,図のように x , 35° の角を中央部へ移す。

図より, $x+35°=75°$ ゆえに, $x=40°$





[解答 21]① $x=56°$　　② $x=93°$　　③ $x=39°$

[解説]

① このタイプの問題は,右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。

「平行線では錯角は等しい」性質を使って,図のように,

27° と 29° の角を中央部へ移す。

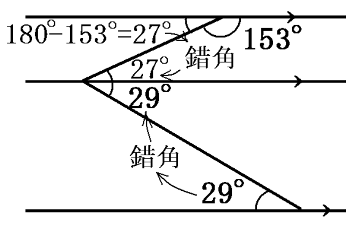
$x=27°+29°=56°$

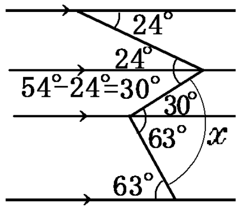
② 「平行線では錯角は等しい」性質を使って,図のように,

63° の角を移す。

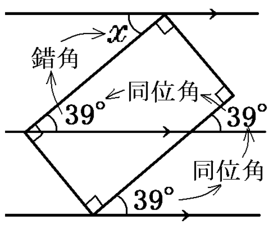
次に,24° の角を移し,さらに,54° −24° =30° の角を移す。

図より, $x=30°+63°=93°$

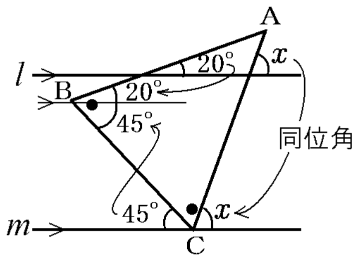




③ 右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引く。
「平行線では同位角は等しい」,「平行線では錯角は等しい」の性質を使って，図のように 39° を移していくと，x ＝39°

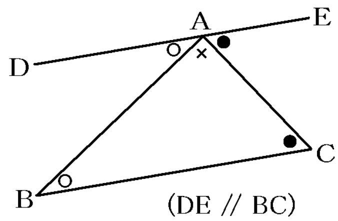


[解答 22]70°
[解説]

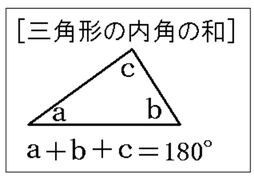


【】三角形の角
【】三角形の内角
[三角形の内角の和＝180° の証明]
[解答 23]ア 錯角 イ ∠d ウ 同位角 エ ∠e

[解答 24]
(△ABC の内角の和)＝∠BAC＋∠ABC＋∠ACB ･･･①
DE // BC で，平行線の錯角は等しいので，
∠ABC＝∠BAD ･･･②
∠ACB＝∠CAE ･･･③
①，②，③より，
(△ABC の内角の和)＝∠BAC＋∠BAD＋∠CAE＝∠DAE＝180°



[三角形の内角の和：計算]
[解答 25] x ＝70°
[解説]
三角形の内角の和は 180° なので，
x ＋60° ＋50° ＝180°
ゆえに，x ＝70°



[解答 26]① $x=60°$　② $x=42°$　③ $x=44°$

[解説]

① $x=180°-(47°+73°)=60°$

② $x=180°-(48°+90°)=42°$

③ △ABC で，$\angle C=180°-(35°+85°)=60°$

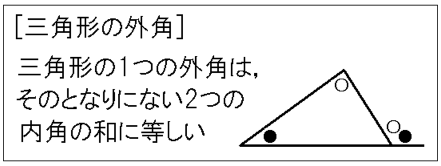
△ADC で，$x=180°-(76°+\angle C)=180°-(76°+60°)=44°$

【】三角形の外角

[解答 27] $x=100°$

[解説]

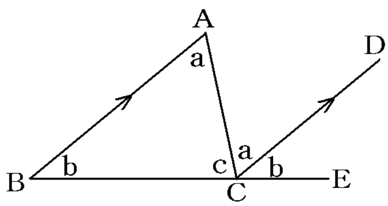
三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しい。



まず，右の図を使って，これを説明する。

右の△ABC で，∠BAC＝a，∠ABC＝b，

∠ACB＝c とし, AB // CD となるように補助線 CD を引く。



平行線の錯角は等しいので，∠ACD＝∠BAC＝a

平行線の同位角は等しいので,

∠DCE＝∠ABC＝b

(2 つの内角の和)＝∠BAC＋∠ABC＝a＋b

(外角)＝∠ACE＝∠ACD＋∠DCE＝a＋b

よって，三角形の 1 つの外角は，となりあわない 2 つの内角の和に等しい。

この問題では，$x=70°+30°=100°$

[解答 28]① $x=115°$　② $x=65°$　③ $x=135°$

[解説]

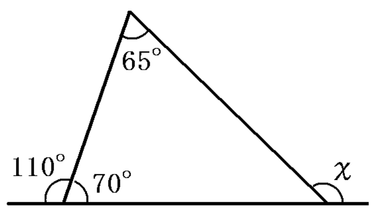
①三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので,

$x=60°+55°=115°$

② $x+45°=110°$　ゆえに，$x=65°$

③ $180-110°=70°$ を図の中に記入する。

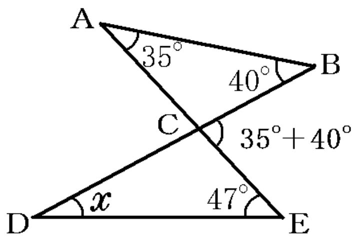
$x=65°+70°=135°$



[2 つの三角形と外角]

[解答 29] $x=28^\circ$

[解説]



三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

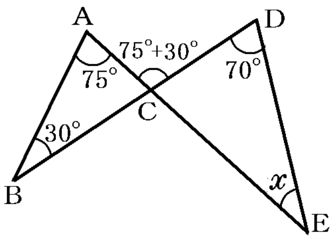
△ABC で∠BCE＝35°＋40°＝75°

△CDE で∠BCE＝x＋47°

ゆえに，x＋47°＝75°，x＝75°－47°＝28°

[解答 30] $x=35^\circ$

[解説]



三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，△ABC で，∠ACD＝75°＋30°＝105°

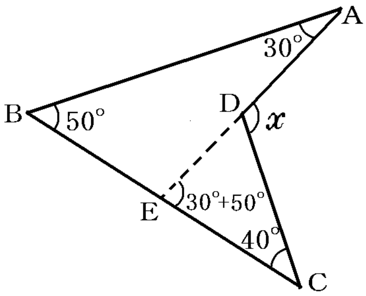
△CDE で，∠ACD＝x＋70°

ゆえに，x＋70°＝105°　よって，x＝35°

[外角＋補助線]

[解答 31] $x=120^\circ$

[解説]



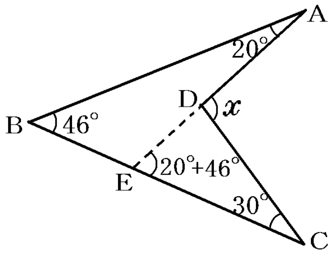
図のように，AD を延長させた補助線 DE を引くのがポイント(CD を延長してもよい)。三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

△ABE で，∠DEC＝30°＋50°＝80°

△CDE で，x＝∠DEC＋40°＝80°＋40°＝120°

[解答 32]① $x=96^\circ$　② $x=60^\circ$

[解説]



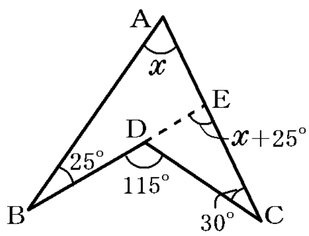
①図のように AD を延長させた補助線 DE を引く。

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，△ABE で，

∠DEC＝20°＋46°＝66°

△CDE で，x＝∠DEC＋30°

ゆえに，x＝66°＋30°＝96°



②右図のように BD を延長させて補助線 DE を引く。

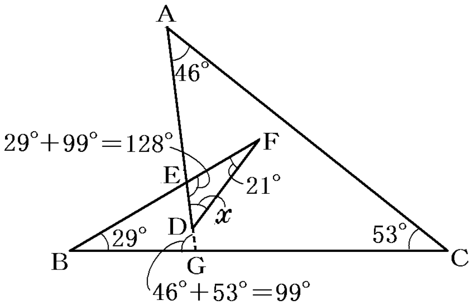
三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，△ABE で，∠DEC＝x＋25°

△CDE で，∠DEC＋30° ＝115°

よって， x ＋25° ＋30° ＝115°　　ゆえに， x ＝60°

[解答 33] x ＝31°

[解説]



右図のように，AD を延長して BC との交点を G とする。

△ACG で，∠AGB＝46° ＋53° ＝99°

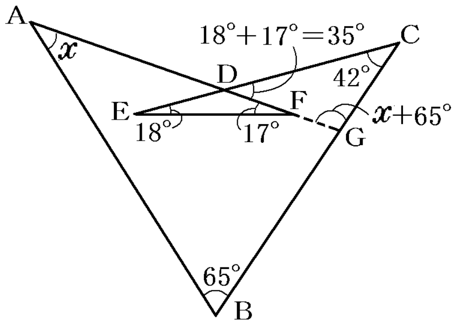
△BEG で，∠GEF＝29° ＋99° ＝128°

△EFD で， x ＋21° ＋128° ＝180°

よって， x ＝180° －21° －128° ＝31°

[解答 34] x ＝38°

[解説]



右図のようにAFを延長してBCとの交点をGとする。

△ABG で，∠AGC＝ x ＋65°

△DEF で，∠CDF＝18° ＋17° ＝35°

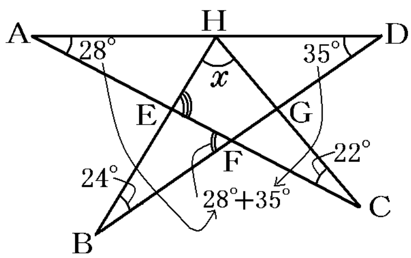
△CDG で，42° ＋35° ＋ x ＋65° ＝180°

x ＝180° －42° －35° －65°　　よって， x ＝38°

[星形の図形など]

[解答 35] x ＝71°

[解説]



「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使う。まず，△ADF で，

∠AFB＝∠DAF＋∠ADF＝28°＋35°＝63°

次に，△BEF で，

∠CEH＝∠EBF＋∠EFB＝24°＋63°＝87°

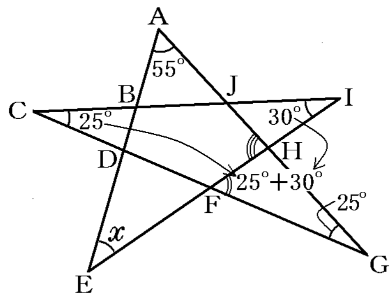
△HEC で，三角形の内角の和は 180°なので，

x ＋∠CEH＋∠HCE＝180°， x ＋87°＋22°＝180°　 x ＝180°－(87°＋22°)＝71°

[解答 36] $x=45°$

[解説]

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使う。まず，△CFI で，



∠GFI＝∠FCI＋∠FIC＝25°＋30°＝55°

△FGH で，

∠AHE＝∠HFG＋∠HGF＝55°＋25°＝80°

次に，△AEH で，内角の和は 180°なので，

x＋∠EAH＋∠AHE＝180°

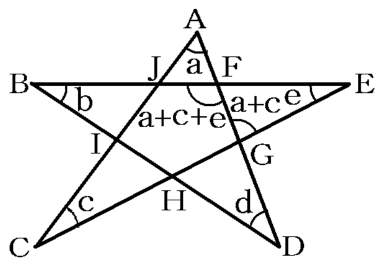
x＋55°＋80°＝180°，　x＝180°－(55°＋80°)＝45°

[解答 37]180°

[解説]

図のように各頂点の角を a，b，c，d，e で表す。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使って角をまとめていく。



まず，△ACG で，∠AGE＝a＋c

次に，△EFG で，∠BFD＝a＋c＋e

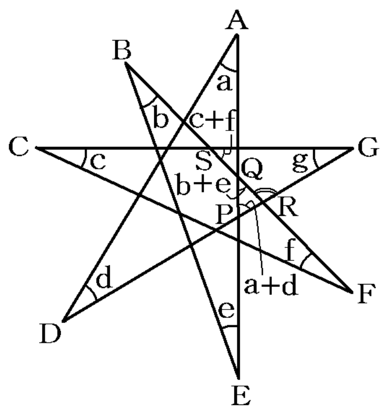
三角形 BDF で，「三角形の内角の和は 180°」なので，

(a＋c＋e)＋b＋d＝180°　ゆえに a＋b＋c＋d＋e＝180°，∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＝180°

[解答 38]180°

[解説]

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」性質を使う。



△ADP で，∠APG＝a＋d･･･①

△BEQ で，∠EQF＝b＋e･･･②

△CFS で，∠RSG＝c＋f･･･③

次に，△PQR で，

①，②より，∠SRG＝(a＋d)＋(b＋e)･･･④

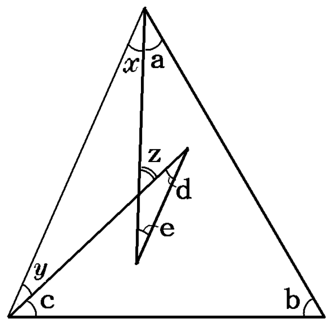
三角形の内角の和は 180°なので，△SRG で，∠SRG＋∠RSG＋∠SGR＝180°

③，④より，(a＋d)＋(b＋e)＋(c＋f)＋g＝180°　よって，a＋b＋c＋d＋e＋f＋g＝180°

[解答 39]180°

[解説]

図のように角 a〜e，x〜z をおく。



「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，z＝d＋e，z＝x＋y

ゆえに，d＋e＝x＋y

また，三角形の内角の和は 180°なので

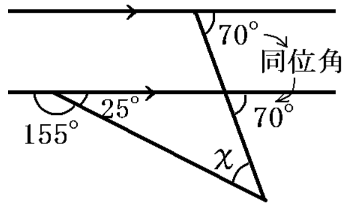
(求める角の和)＝a＋b＋c＋d＋e

＝a＋b＋c＋x＋y＝180°

[三角形と平行線の角]

[解答 40] x＝45°

[解説]



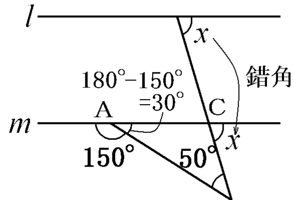
「平行線では同位角は等しい」性質を使って，図のように 70°の角を移す。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，x＋25°＝70°

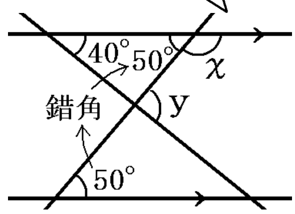
ゆえに，x＝70°－25°＝45°

[解答 41]① x＝80°　② x＝130°　y＝90°

[解説]



①右図で，∠BAC＝180°－150°＝30°（90°より大きい角は小さい角にしておく）　また,「平行線の錯角は等しい」の性質を使って x を右図のように移す。△ABC で，三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しいので，x＝30°＋50°＝80°



②「平行線の錯角は等しい」ので, 50°の角を図のように移動する。

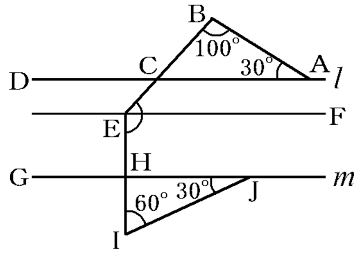
図より，x＋50°＝180°ゆえに，x＝130°

「三角形の外角は, それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，y＝40°＋50°＝90°

[解答 42] $x=140°$

[解説]

右図のように，l，m に平行で点 E を通る直線を引く。



△ABC で，三角形の内角の和は 180°なので，

$\angle ACB=180°-(100°+30°)=50°$

$l \,/\!/\, EF$ なので，同位角は等しく，$\angle CEF=\angle ACB$

よって，$\angle CEF=50°$・・・①

次に，△HIJ で，三角形の内角の和は 180°なので，

$\angle IHJ=180°-(60°+30°)=90°$

$m \,/\!/\, EF$ なので，同位角は等しく，$\angle HEF=\angle IHJ$

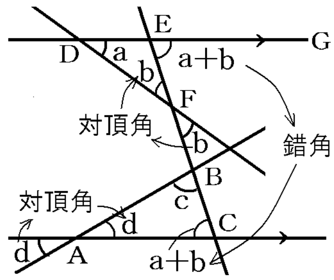
よって，$\angle HEF=90°$・・・②

①，②より，$x=\angle CEH=\angle CEF+\angle HEF=50°+90°=140°$

[解答 43]180°

[解説]

「対頂角は等しい」性質を使って，図のように角 b と d を移す。



△DEF で，「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，$\angle GEF=a+b$

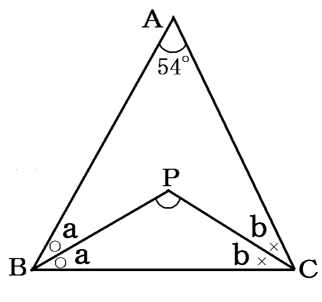
「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように角 $a+b$ を移す。△ABC で三角形の内角の和は 180° ので，

$a+b+c+d=180°$

【】三角形の内角の二等分

[解答 44]117°

[解説]



△PBC で三角形の内角の和は 180° なので，

$\angle BPC+a+b=180°$

よって，$\angle BPC=180°-(a+b)$・・・①

同様に△ABC で

$2a+2b+54°=180°$，$2(a+b)=126°$，$a+b=63°$

これを①に代入すると，$\angle BPC=180°-63°=117°$

[解答 45] $x = 50^\circ$

[解説]

△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，

$x + 2a + 2b = 180^\circ$　　よって，

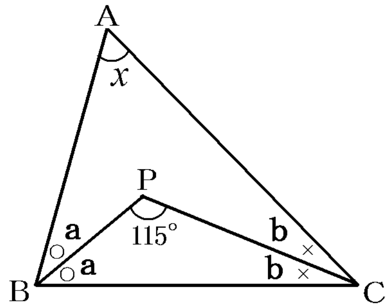
$x = 180^\circ - 2a - 2b = 180^\circ - 2(a+b)$ ･･･①

同様に，△PBC で，$a + b + 115^\circ = 180^\circ$

よって，$a + b = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ ･･･②

②を①に代入すると，

$x = 180^\circ - 2\times 65^\circ = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$



[解答 46] $x = 90^\circ$

[解説]

右図のように，●の角を a，○の角を b とする。

l，m に平行な直線 BG を引く。平行線の錯角は等しいので，

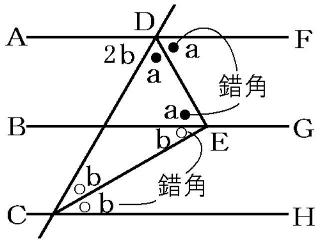
$\angle BEC = \angle ECH = b$，$\angle BED = \angle EDF = a$

よって，$x = a + b$ ･･･①

ところで，平行線の錯角は等しいので $\angle ADC = \angle DCH = 2b$

ADE は直線なので，$2b + a + a = 180^\circ$，$2a + 2b = 180^\circ$，$a + b = 90^\circ$ ･･･②

①，②よる，$x = a + b = 90^\circ$



[解答 47] $x = 60^\circ$

[解説]

右図のように，平行線の錯角は等しいので，

$\angle ABR = 3a$

よって，$3a + b + b + b = 180^\circ$

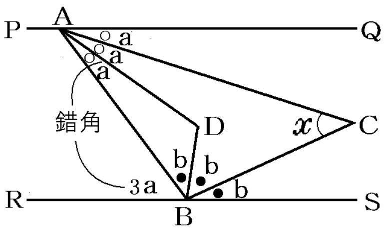
$3a + 3b = 180^\circ$，$a + b = 60^\circ$ ･･･①

△ABC で，三角形の内角の和は 180° なので，

$x + a + a + b + b = 180^\circ$，$x + 2(a+b) = 180^\circ$

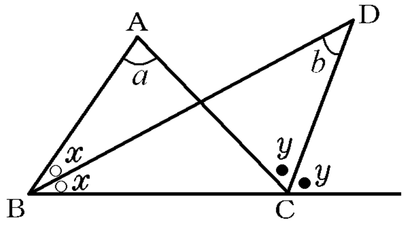
①を代入して，$x + 2\times 60^\circ = 180^\circ$

$x + 120^\circ = 180^\circ$，よって，$x = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$



[解答 48] $\frac{1}{2}a$

[解説]



図のように角 x，y，b をおく。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

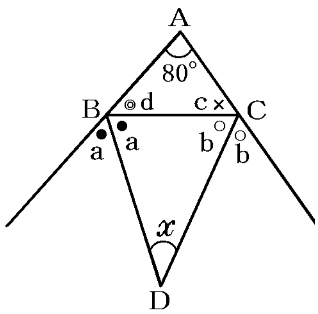
△BCD で，$b+x=y$，$b=y-x$・・・①

△ABC で，$a+2x=2y$，$2y-2x=a$，

よって $y-x=\frac{1}{2}a$・・・②　①，②より，$b=\frac{1}{2}a$

[解答 49] $x=50°$

[解説]



右図で，

2a＋d＝180°，2b＋c＝180° なので，

2a＋d＋2b＋c＝360°

△ABC で，d＋c＋80°＝180° なので，d＋c＝100°

よって，2a＋2b＋100°＝360°

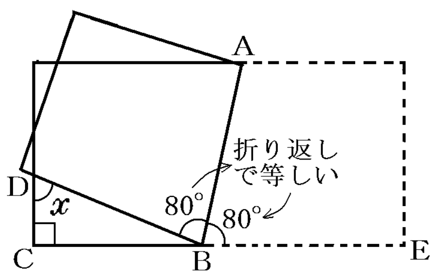
2a＋2b＝260°，a＋b＝130°

次に，△BCD で，x＋a＋b＝180°，x＋130°＝180° よって，$x=50°$

【】折り返し

[解答 50] $x=70°$

[解説]



折り返してできた角は等しいので，∠ABE＝80°

直角三角形 BCD で，三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，

x＋90°＝80°＋80°

ゆえに，x＝80°＋80°－90°＝70°

[解答 51] $x=36^\circ$

[解説]

$\angle DPQ=180^\circ-108^\circ=72^\circ$

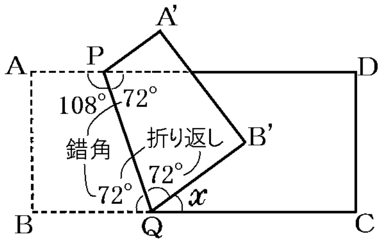
平行線の錯角は等しいので，$\angle PQB=\angle DPQ=72^\circ$

折り返してできた角は等しいので，

$\angle PQB'=\angle PQB=72^\circ$

BQC は一直線なので，$72^\circ+72^\circ+x=180^\circ$

よって，$x=180^\circ-72^\circ-72^\circ=36^\circ$



[解答 52] $x=136^\circ$

[解説]

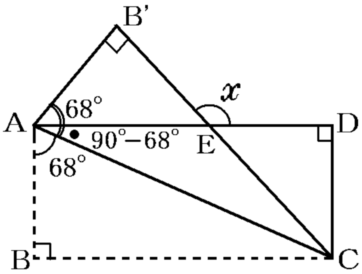
AC を折り目にして折り返しているので，

$\angle B'AC=\angle BAC=68^\circ$

また，$\angle CAE=90^\circ-68^\circ=22^\circ$

よって，$\angle B'AE=\angle B'AC-\angle CAE=68^\circ-22^\circ=46^\circ$

△AB'E において, 1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので，$x=\angle B'AE+\angle AB'E=46^\circ+90^\circ=136^\circ$



【】三角形の角：その他

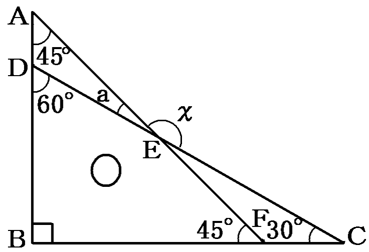
[解答 53] $x=165^\circ$

[解説]

三角定規の角は「90°　60°　30°」と「90°　45°　45°」

右図のように a の角をとる。△ADE で,「三角形の外角は, それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，$a+45^\circ=60^\circ$　　ゆえに，$a=15^\circ$

$x+a=180^\circ$，$x+15^\circ=180^\circ$，$x=165^\circ$



[解答 54] $x=38^\circ$

[解説]

$\angle BED=180^\circ-64^\circ=116^\circ$

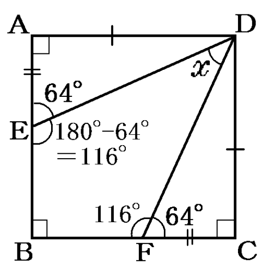
△AED と△CFD は合同(2 辺とその間の角が等しいので)

ゆえに，$\angle CFD=64^\circ$ で，$\angle BFD=180^\circ-64^\circ=116^\circ$

四角形 BFDE で，四角形の内角の和は，

$180^\circ\times(4-2)=360^\circ$ なので，$x+90^\circ+116^\circ+116^\circ=360^\circ$

$x+322^\circ=360^\circ$　　ゆえに，$x=38^\circ$



[解答 55]56°

[解説]

右図のように∠BAD＝∠EAD＝xとおく。

△AFD で，1 つの外角は他の 2 つの内角の和に等しいので，

∠ADE＝∠FAD＋∠AFD＝x＋18°

∠ADE＝∠CDE なので，∠ADC＝2∠ADE＝2(x＋18°)

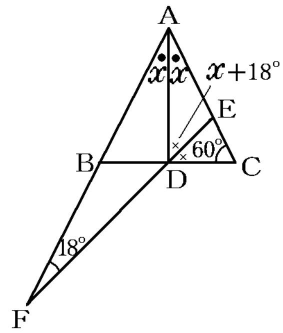
△ADC で，内角の和は 180°なので，

x＋2(x＋18°)＋60°＝180°

3x＋36°＋60°＝180°，3x＝180°－36°－60°

3x＝84°，よってx＝84°÷3＝28°

ゆえに，∠BAC＝2x＝2×28°＝56°



【】鋭角三角形･鈍角三角形･直角三角形

[解答 56]① 鋭角　② 鈍角

[解説]

0°＜x＜90°のときのxを鋭角，x＝90°のときのxを直角, 90°＜x＜180°のときのxを鈍角という。三角形の 3 つの角の中で最大の角が，①鋭角なら鋭角三角形，②直角なら直角三角形，③鈍角なら鈍角三角形である。

[解答 57](1) 鈍角三角形　(2) 直角三角形

[解説]

三角形の 3 つの角の中で最大の角が，①鋭角(90°より小さい)なら鋭角三角形，②直角なら直角三角形，③鈍角(90°より大きい)なら鈍角三角形である。

(1) (残りの角)＝180°－(21°＋48°)＝111°で最大角 111°が鈍角なので鈍角三角形。

(2) (残りの角)＝180°－(23°＋67°)＝90°なので，直角三角形。

[解答 58](1) 鈍角三角形　(2) 鋭角三角形　(3) 直角三角形　(4) 鈍角三角形

[解説]

三角形の 3 つの角の中で最大の角が，①鋭角(90°より小さい)なら鋭角三角形，②直角なら直角三角形，③鈍角(90°より大きい)なら鈍角三角形である。

(1) ∠C＝180°－(25°＋60°)＝95°なので鈍角三角形。

(2) ∠C＝180°－(70°＋80°)＝30°で，最大の角が鋭角なので鋭角三角形。

(3) ∠C＝90°なので直角三角形。(他の 2 角は 90°より小さくなる)

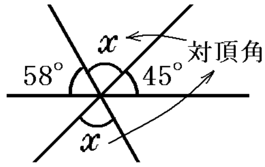
(4) ∠B＝100°で鈍角なので鈍角三角形。(他の 2 角は 90°より小さくなる)

【】角の総合問題

[解答 59](1) $x=77°$　(2) $x=127°$　(3) $x=36°$

[解説]

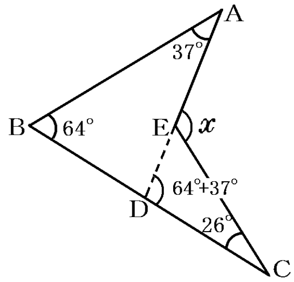
(1) 「対頂角は等しい」性質を使って角 x を図のように移す。



図より，$x+58°+45°=180°$

$x+103°=180°$　ゆえに，$x=77°$

(2) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。

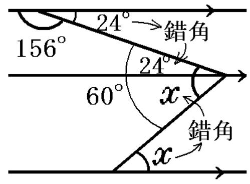


「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，△ABD で，∠EDC＝64°＋37°＝101°

△CDE で，x＝∠EDC＋26°

ゆえに，$x=101°+26°=127°$

(3) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。



「平行線では錯角は等しい」ので，24° と x の角を図のように移す。

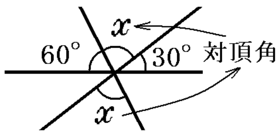
図より，$x+24°=60°$　ゆえに，$x=36°$

[解答 60](1) $x=90°$　(2) $x=130°$　(3) $x=70°$　(4) $x=55°$　(5) $x=140°$

(6) $x=49°$　(7) $x=114°$

[解説]

(1) 「対頂角は等しい」性質を使って図のように x の角を移す。



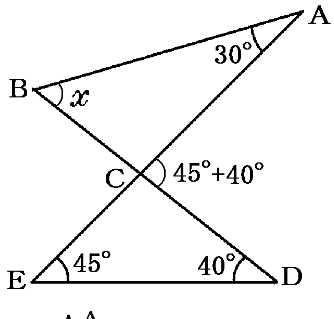
図より，$x+60°+30°=180°$　ゆえに，$x=90°$

(2) 「平行線では同位角は等しい」ので，$x=130°$

(3) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

$x=50°+20°=70°$

(4) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，



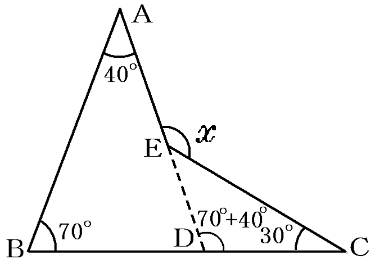
△CDE で，∠ACD＝45°＋40°＝85°

△ABC で，∠ACD＝x＋30°

よって，$x+30°=85°$

ゆえに，$x=55°$

(5) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。



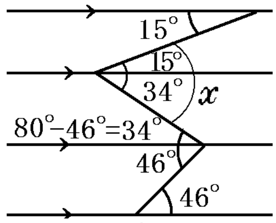
「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

△ABD で，∠EDC＝70°＋40°＝110°

△CDE で，x＝∠EDC＋30°＝110°＋30°＝140°

(6) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように

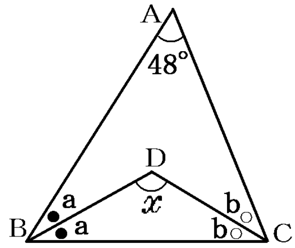
15° の角を移す。



また, 46° の角を移し, さらに 80° −46° =34° の角を移す。

図より， x =34° +15° =49°

(7) 「三角形の内角の和は 180° 」の性質より,



△BDC で， x ＋a＋b＝180°

ゆえに， x ＝180° −(a＋b)･･･①

次に，△ABC で，2a＋2b＋48° ＝180°

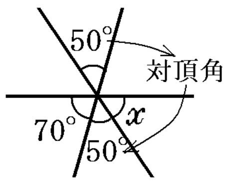
2a＋2b＝132° ゆえに，a＋b＝66° ･･･②

①に②を代入すると， x ＝180° −66° ＝114°

[解答 61](1) x ＝60° (2) x ＝25° (3) x ＝20° (4) x ＝85° (5) x ＝67°

[解説]

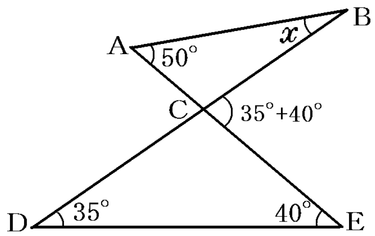
(1) 「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。



図より， x ＋50° ＋70° ＝180° ， x ＋120° ＝180°

ゆえに， x ＝60°

(2) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので

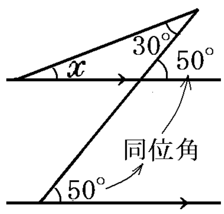


△CDE で，∠BCE＝35° ＋40° ＝75°

△ABC で，∠BCE＝ x ＋50°

よって， x +50° ＝75° ゆえに， x ＝25°

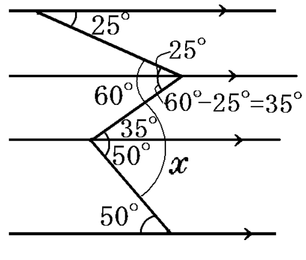
(3) 「平行線では同位角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。



「三角形の外角は,それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」

ので， x ＋30° ＝50° ゆえに， x ＝20°

(4) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。(この場合は 2 本)



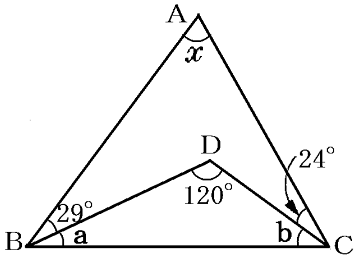
「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように

50° の角を移す。

また，25° の角を図のように移し，さらに 60° −25° ＝35°

の角を移す。図より， x ＝35° ＋50° ＝85°

(5) 「三角形の内角の和は 180° 」の性質より,



△ABC で， x ＋29° ＋a＋24° ＋b＝180°

ゆえに， x ＝180° −53° −(a＋b)

次に△BCD で，a＋b＋120° ＝180° ，a＋b＝60°

よって，$x=180°-53°-60°=67°$

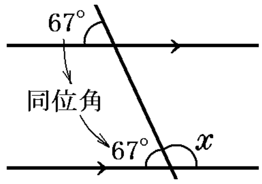
[解答 62](1) $x=54°$　(2) $x=113°$　(3) $x=69°$　(4) $x=25°$　(5) $x=63°$

(6) $x=25°$　(7) $x=20°$　(8) $x=40°$　(9) $x=125°$　(10) $x=115°$

[解説]

(1) 「平行線では錯角は等しい」ので，$x=54°$

(2) 「平行線では同位角は等しい」の性質を使って，図のように $67°$ を移す。図より，$x+67°=180°$　ゆえに，$x=113°$



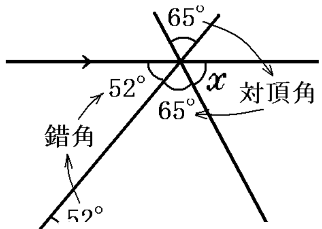
(3)「三角形の内角の和は 180°」なので，$x+42°+69°=180°$

$x+111°=180°$　ゆえに，$x=69°$

(4) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，

$x+58°=83°$　ゆえに，$x=25°$

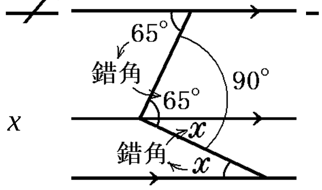
(5) 「平行線では錯角は等しい」の性質を使って，図のように 52° を移す。また，「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 65° を移す。



図より，$x+65°+52°=180°$

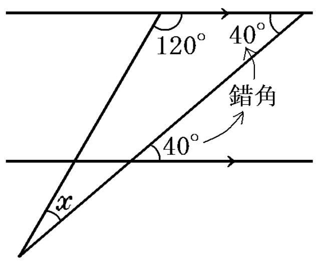
$x+117°=180°$　ゆえに，$x=63°$

(6) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。



「平行線では錯角は等しい」の性質を使って，図のように 65° と x の角を移す。図より，$x+65°=90°$　ゆえに，$x=25°$

(7) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 40° を移す。

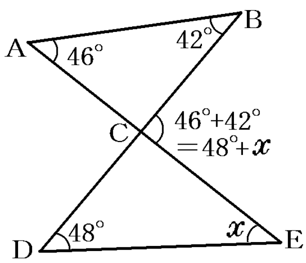


「三角形の内角の和は 180°」の性質より，

$x+40°+120°=180°$，$x+160°=180°$

ゆえに，$x=20°$

(8) 「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので△ABC で，$\angle BCE=46°+42°=88°$



△CDE で，$\angle BCE=48°+x$

ゆえに，$48°+x=88°$

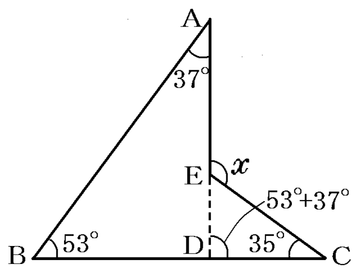
よって $x=40°$

(9) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，△ABD で，$\angle EDC=53°+37°=90°$

また，△EDC で，$x=\angle EDC+35°$

ゆえに，$x=90°+35°=125°$



(10)「三角形の内角の和は 180°」なので，△DBC で

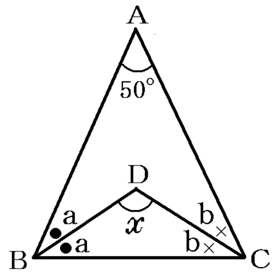
x＋a＋b＝180°，x＝180°－(a＋b)･･･①

△ABC で，2a＋2b＋50°＝180°

2(a＋b)＝130°　ゆえに，a＋b＝65°･･･②

②を①に代入すると，

x＝180°－65°＝115°

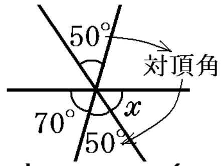


[解答 63](1) x＝60°　(2) x＝105°，y＝123°　(3) x＝31°　(4) x＝150°

(5) x＝25°　(6) x＝92°　(7) x＝90°

[解説]

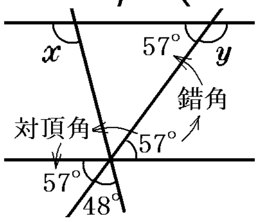
(1)「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 50° の角を移す。



図より，x＋50°＋70°＝180°，x＋120°＝180°

ゆえに，x＝60°

(2)「対頂角は等しい」性質を使って，図のように 57° を移す。



「平行線では同位角は等しい」ので，

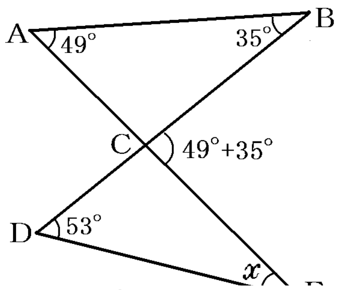
図より，x＝57°＋48°＝105°

次に，「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように

57° を移す。図より，57°＋y＝180°　ゆえに，y＝123°

(3)「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和

に等しい」ので，



△ABC で，∠BCE＝49°＋35°＝84°

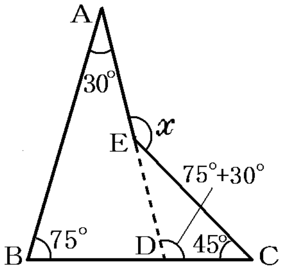
△CDE で，∠BCE＝x＋53°

ゆえに，x＋53°＝84°　よって x＝31°

(4) 図のように AE を延長させた補助線 ED を引く。

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等

しい」ので，

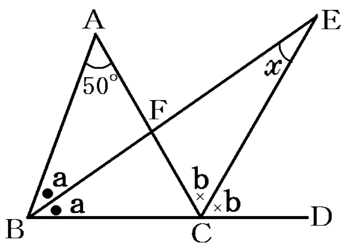


△ABD で，∠EDC＝75°＋30°＝105°

△CDE で，x＝∠EDC＋45°＝105°＋45°＝150°

(5)「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の

和に等しい」ので，



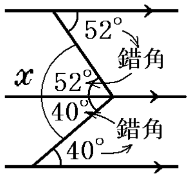
△BCE で，x＋a＝b，x＝b－a･･･①

△ABC で，2b＝2a＋50°

2b－2a＝50°，b－a＝25°･･･②

①に②を代入すると，x＝b－a＝25°

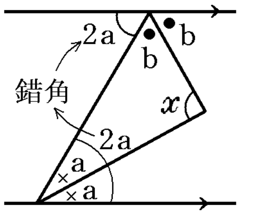
(6) このタイプの問題は，右図のように他の 2 本の直線と平行な補助線を引くのがポイント。



「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように

52° と 40° の角を移す。図より， x ＝52° ＋40° ＝92°

(7) 図のように角 a，b をとる。



「三角形の内角の和は 180° 」の性質より，

x ＋a＋b＝180° ， x ＝180－(a＋b)･･･①

「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように

2a の角を移すと，図より，

2a＋b＋b＝180° ，2a＋2b＝180° ，a＋b＝90° ･･･②

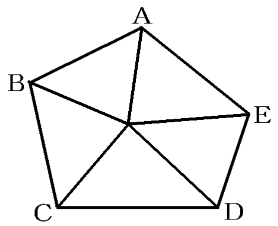
②を①に代入すると， x ＝180° －90° ＝90°

【】多角形の角

【】多角形の内角の和・外角の和

[多角形の内角の和]

[解答 64]

	(考え方) 図のように 5 つの三角形に分けると，五角形の内角の和は，5 つの三角形から，360° をひいたものになるから， 180° ×5 －360° ＝540°

[解説]

n 角形の場合，

木村さんの考え方では，n－2 個の三角形ができるので，

(内角の和)＝180° ×(n－2)

山田君の考え方では，n 個の三角形の内角の和から 360° を引くので，

(内角の和)＝180° ×n－360° ＝180° ×n－180° ×2＝180° ×(n－2)

[解答 65]900°

[解説]

(n 角形内角の和)＝180° ×(n－2)なので，

(七角形の内角の和)＝180° ×(7－2)＝900°

［n 角形の内角の和］
180°×(n－2)

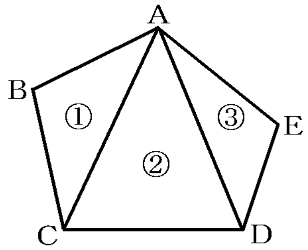
[解答 66](1) 1080°　(2) 144°
[解説]
(1) (n 角形内角の和)＝180°×(n－2)なので,
(八角形の内角の和)＝180°×(8－2)＝1080°
(2) (n 角形の内角の和)＝180°×(n－2)なので,
(正十角形の内角の和)＝180°×(10－2)＝1440°
(1 つの内角)＝1440°÷10＝144°

[解答 67]十二角形
[解説]
(n 角形内角の和)＝180°×(n－2)＝1800°とおくと,
n－2＝1800°÷180°，n－2＝10，n＝12　したがって十二角形

[解答 68](1) 1800°　(2) 七角形　(3) 正十八角形
[解説]
(1) (n 角形の内角の和)＝180°×(n－2)なので,
(十二角形の内角の和)＝180°×(12－2)＝1800°
(2) (n 角形の内角の和)＝180°×(n－2)＝900°とおく。n－2＝900°÷180°
n－2＝5　ゆえに，n＝7　よって七角形
(3) 正 n 角形とする。(n 角形の内角の和)＝180°×(n－2)
また，1 つの内角の大きさが 160°であるので，(n 角形の内角の和)＝160°×n
ゆえに，180°×(n－2)＝160°×n
9(n－2)＝8n，9n－18＝8n，n＝18
よって正十八角形

[多角形の外角の和]
[解答 69](1) 360°　(2) 36°
[解説]
(1) 多角形の外角の和は 360°であるが，これは次のようにして説明できる。

多角形の外角の和は
360°



右図のように，1 つの頂点から対角線を引いて三角形に分割すると，n 角形の場合は n－2 個の三角形ができるので,
(内角の和)＝180°×(n－2)となる。
1 つの頂点について，(内角)＋(外角)＝180°になるので,
(n 角形の内角の和)＋(n 角形の外角の和)＝180°×n となる。

よって，(n 角形の外角の和)＝180° ×n－(n 角形の内角の和)
＝180° ×n－180° ×(n－2)＝180° ×n－180° ×n＋360° ＝360°
(2) 360° ÷10＝36°

[解答 70]72°
[解説]
多角形の外角の和は 360° なので，(正五角形の 1 つの外角)＝360° ÷5＝72°

[解答 71]正六角形
[解説]
正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 60° なので外角の和は 60° ×n
多角形の外角の和は 360° なので，
60° ×n＝360°　n＝360° ÷60° ＝6　したがって正六角形

[解答 72](1) 正二十四角形　(2) 8 本
[解説]
(1) 正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 15° なので外角の和は 15° ×n
多角形の外角の和は 360° なので，
15° ×n＝360°　n＝360° ÷15° ＝24　よって正二十四角形
(2) 外角の大きさを x とすると，内角は外角の 3 倍なので $3x$
(内角)＋(外角)＝180° なので，$x+3x=180°$　$4x=180°$　ゆえに，$x=45°$
正 n 角形とする。1 つの外角の大きさが 45° なので外角の和は 45° ×n
多角形の外角の和は 360° なので，
45° ×n＝360° ，n＝8　よって正八角形で，辺の数は 8 本

[解答 73]1440°
[解説]
(n 角形内角の和)＝180° ×(n－2) なので，(五角形の内角の和)＝180° ×(5－2)＝540°
内側の三角形の印をつけた角の和は，
360° ×3－(三角形の内角の和)＝360° ×3－180° ＝1080° －180° ＝900°
よって，全体の角の和は，540° ＋900° ＝1440°

[解答 74]1800°

[解説]

(六角形の内角の和)＝180° ×(6－2)＝720°

内側の四角形の印をつけた角の和は,

360° ×4－(四角形の内角の和)＝360° ×4－360° ＝1080°

よって，全体の角の和は，720° ＋1080° ＝1800°

【】多角形の角の計算

[1 つの角を求める]

[解答 75] x ＝110°

[解説]

多角形の外角の和は 360° であるので,

多角形の外角の和は 360°

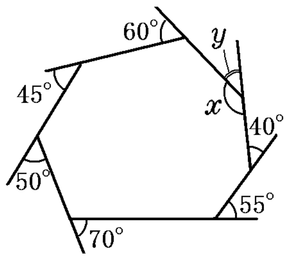
x ＋100° ＋35° ＋115° ＝360°

x ＋250° ＝360°　　よって， x ＝110°

[解答 76] x ＝140°

[解説]

右図のように角 y をとる。



多角形の外角の和は 360°なので， y ＋320° ＝360°

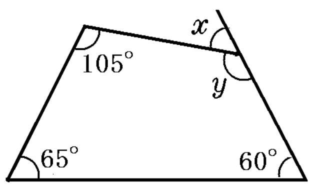
よって， y ＝360° －320° ＝40°

x ＝180° － y ＝180° －40° ＝140°

[解答 77] x ＝50°

[解説]

右図のように角 y をとる。



四角形の内角の和は,

180° ×(4－2)＝360° なので,

y ＋60° ＋65° ＋105° ＝360°

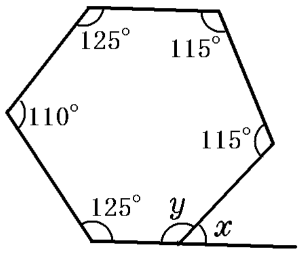
y ＋230° ＝360° ゆえに， y ＝130°

よって x ＝180° － y ＝180° －130° ＝50°

[解答 78]① $x=50^\circ$　② $x=104^\circ$

[解説]

① 右図のように y の角をとる。



6 角形の内角の和は，$180^\circ \times (6-2)=720^\circ$ なので，

$y+125^\circ+110^\circ+125^\circ+115^\circ+115^\circ=720^\circ$

$y+590^\circ=720^\circ$　ゆえに，$y=130^\circ$

よって，$x=180^\circ-y=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

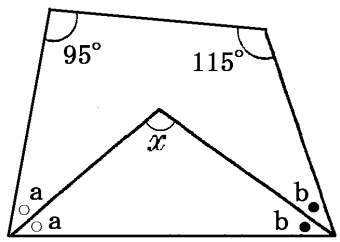
② 五角形の内角の和は，$180^\circ \times (5-2)=540^\circ$

ゆえに，$(180^\circ-60^\circ)+x+104^\circ+97^\circ+115^\circ=540^\circ$　$x=104^\circ$

[角の二等分]

[解答 79] $x=105^\circ$

[解説]



「三角形の内角の和は 180°」の性質より，

$x+a+b=180^\circ$，$x=180^\circ-(a+b)$・・・①

四角形の内角の和は $180^\circ \times (4-2)=360^\circ$ なので，

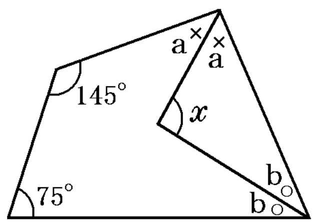
$2a+2b+115^\circ+95^\circ=360^\circ$

$2a+2b=150^\circ$　ゆえに，$a+b=75^\circ$・・・②

①に②を代入すると，$x=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

[解答 80] $x=110^\circ$

[解説]



「三角形の内角の和は 180°」の性質より，

$x+a+b=180^\circ$

$x=180^\circ-(a+b)$・・・①

四角形の内角の和は，$180^\circ \times 2=360^\circ$ なので，

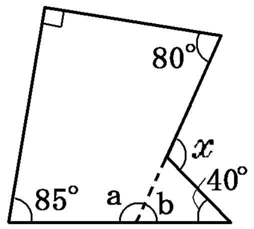
$75^\circ+145^\circ+2a+2b=360^\circ$

$2a+2b=360^\circ-(75^\circ+145^\circ)$，$2(a+b)=140^\circ$，

$a+b=140^\circ \div 2=70^\circ$・・・②

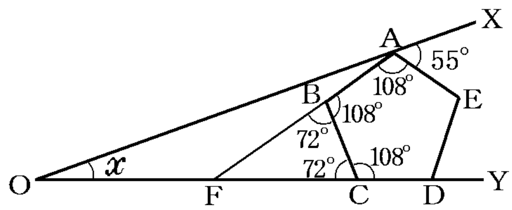
①に②を代入すると，$x=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

[1つの角を求める]
[解答 81] x ＝115°
[解説]
図のようにa，bの角をとって考える。



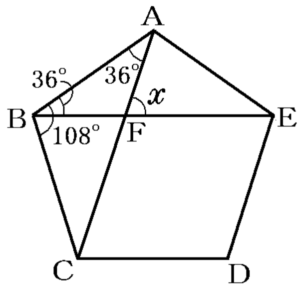
四角形の内角の和は，180° ×(4−2)＝360° なので，
a＋85° ＋90° ＋80° ＝360°　　a＝105°
b＝180° −a＝180° −105° ＝75°
三角形の外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しいので，x ＝40° ＋b＝40° ＋75° ＝115°

[解答 82] x ＝19°
[解説]
右図のように，AB を延長して OY との交点を F とする。五角形の内角の和は，
180° ×(5−2)＝540° であるので，
正五角形の1つの内角は，
540° ÷5＝108° になる。



△FBC で，∠FBC＝180° −108° ＝72° ，∠FCB＝180° −108° ＝72° なので，
∠BFC＝180° −72° −72° ＝36°
また，∠OAF＝180° −108° −55° ＝17°
△AOF で，三角形の外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しいので，
x ＋∠OAF＝∠BFC
よって，x ＋17° ＝36° ，x ＝36° −17° ＝19°

[解答 83] x ＝72°
[解説]
五角形の内角の和は，180° ×(5−2)＝540° であるので，
正五角形の1つの内角は，540° ÷5＝108° になる。
よって，△ABC で，∠ABC＝108°
△ABC は BA＝BC の二等辺三角形なので，
∠BAC＝(180° −108°)÷2＝36°
△ABE は△ABC と合同な三角形なので，∠ABF＝36°



△ABF で，三角形の外角は，それととなり合わない2つの内角の和に等しいので，
x ＝∠AFE＝∠ABF＋∠BAF＝36° ＋36° ＝72°

[角の和を求める]

[解答 84]540°

[解説]

右図のように，角 x, y, z をとる。

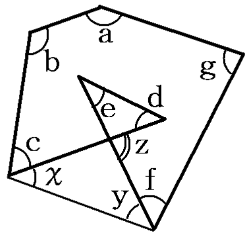
「三角形の外角は,それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」

ので，z＝d＋e，z＝ x ＋ y　よって，d＋e＝ x ＋ y

また，五角形の内角の和は 180° ×(5－2)＝540° なので,

a＋b＋c＋d＋e＋f＋g＝(a＋b＋c＋f＋g)＋(d＋e)

＝(a＋b＋c＋f＋g)＋(x ＋ y)＝540°



[解答 85]540°

[解説]

図のように，p，q，r，s，t，u，および x の角をとる。

(角の合計)＝∠a＋∠b＋∠c＋∠d＋∠e＋∠f＋∠g

＝∠a＋∠b＋∠c＋∠d＋∠f＋∠p＋∠q＋∠r＋∠s

＝(∠a＋∠b＋∠c＋∠d)＋(∠f＋∠p＋∠r)＋(∠q＋∠s)

「三角形の内角の和は 180° 」なので,

∠f＋∠p＋∠r＝180°

よって，(角の合計)＝(∠a＋∠b＋∠c＋∠d)＋180° ＋(∠q＋∠s)

ところで,「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので,

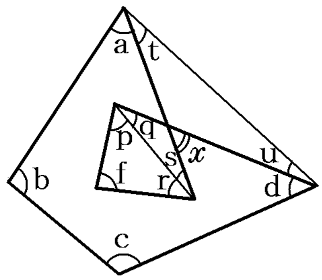
∠q＋∠s＝∠ x ，∠t＋∠u＝ x 　よって∠q＋∠s＝∠t＋∠u

ゆえに，(角の合計)＝(∠a＋∠b＋∠c＋∠d)＋180° ＋(∠t＋∠u)

＝(∠a＋∠b＋∠c＋∠d＋∠t＋∠u)＋180°

四角形の内角の和は 180° ×(4－2)＝360° なので,∠a＋∠b＋∠c＋∠d＋∠t＋∠u＝360°

ゆえに，(角の合計)＝360° ＋180° ＝540°



[解答 86]720°

[解説]

右図のように角 a～j をとる。

△CDE で「三角形の内角の和は 180° 」なので,

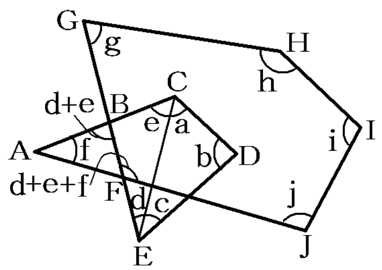
a＋b＋c＝180° ･･･①

「三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しい」ので，△BCE で，∠ABF＝d＋e

さらに，△ABF で∠BFJ＝d＋e＋f

(五角形 FGHIJ の内角の和)＝(d＋e＋f)＋g＋h＋i＋j＝180° ×(5－2)＝540° ‥②

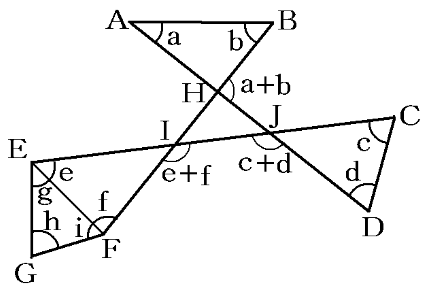
①，②より，a＋b＋c＋d＋e＋f＋g＋h＋i＋j＝180° ＋540° ＝720°



[解答 87]540°

[解説]

三角形の外角は，それととなり合わない 2 つの内角の和に等しいので，



△ABH で，∠BHJ＝a＋b

△CDJ で，∠DJI＝c＋d

△EFI で，∠FIJ＝e＋f

△HIJ で，多角形の外角の和は 360°なので，

(a＋b)＋(c＋d)＋(e＋f)＝360°･･･①

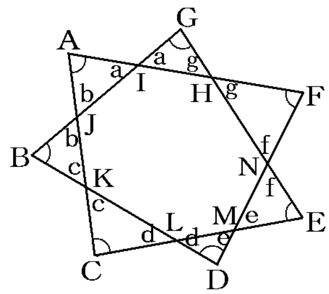
次に，△FEG で，g＋h＋i＝180°･･･②　①，②の両辺をそれぞれ加えると，

a＋b＋c＋d＋e＋f＋g＋h＋i＝360°＋180°＝540°

[解答 88]540°

[解説]

右図のように，△AIJ の∠A 以外の 2 つの内角の大きさを a，b とする。同様にして，内角 c～g をとる。



(対頂角は等しいので，∠GIH＝∠AIJ＝a)

三角形の内角の和は 180°なので，

∠A＋a＋b＝180°･･･①

∠B＋b＋c＝180°･･･②

∠C＋c＋d＝180°･･･③

∠D＋d＋e＝180°･･･④

∠E＋e＋f＝180°･･･⑤

∠F＋f＋g＝180°･･･⑥

∠G＋g＋a＝180°･･･⑦

①～⑥を加え合わせると，

∠A+∠B+∠C+∠D+∠E+∠F+∠G+2a＋2b＋2c＋2d＋2e＋2f＋2g=180°×7

∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G＋2(a＋b＋c＋d＋e＋f＋g)=180°×7

ところで，a＋b＋c＋d＋e＋f＋g は 7 角形 HIJKLMN の外角の和であるので，

a＋b＋c＋d＋e＋f＋g＝360°

よって，∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G＋360°×2＝180°×7

ゆえに，∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＋∠F＋∠G＝180°×7－360°×2

＝1260°－720°＝540°