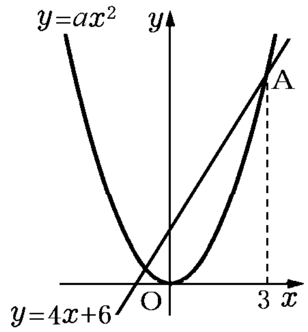
【】放物線と直線

【】放物線の式・直線の式・交点など

[$y=ax^2$ の a の値]

[問題](2 学期中間)

右の図は，$y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフと $y=4x+6$ のグラフで，点 A は 2 つのグラフの交点である。点 A の x 座標が 3 であるとき，a の値を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

点 A の x 座標を $y=4x+6$ に代入→点 A の y 座標→点 A の x, y を $y=ax^2$ に代入

[解答] $a=2$

[解説]

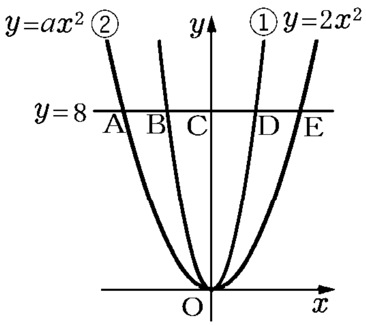
点 A は $y=4x+6$ 上にあるので，$x=3$ を $y=4x+6$ に代入して $y=4\times3+6=18$

点 A(3，18)は $y=ax^2$ 上にもあるので，$x=3$，$y=18$ を $y=ax^2$ に代入する。

$18=9a$，よって，$a=2$

[問題](後期中間)

右の図のように，関数 $y=2x^2$ ･･･①，$y=ax^2$ ･･･②のグラフと直線 $y=8$ がある。直線 $y=8$ と関数①，②および，y 軸との交点を図のように A，B，C，D，E とするとき，AB＝BC＝CD＝DE が成り立つ。このとき，a の値を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

①の式に $y=8$ を代入→点 D の x 座標→CD＝DE より点 E の x 座標→ $y=ax^2$ に代入

[解答] $a=\dfrac{1}{2}$

[解説]

点 D の座標：$y=8$ を $y=2x^2$ に代入すると，$8=2x^2$，$x^2=4$，$x>0$ なので $x=2$

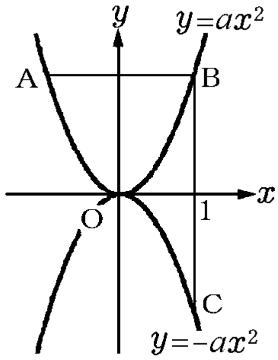
したがって，CD＝2　DE＝CD＝2 なので，CE＝2＋2＝4

よって，点 E の座標は，$x=4$，$y=8$

点 E は②上の点なので，$x=4$，$y=8$ を $y=ax^2$ に代入して，$8=16a$，$a=\dfrac{8}{16}=\dfrac{1}{2}$

[問題](2 学期期末)

右図のように関数 $y=ax^2\ (a>0)$のグラフ上に 2 点 A，B があり，関数 $y=-ax^2$ のグラフ上に点 C がある。線分 AB は x 軸に平行で，線分 BC は y 軸に平行である。点 B の x 座標が 1，AB＋BC＝$\dfrac{16}{3}$ のとき，a の値を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

点 B の x 座標は 1→AB の長さ／点 B の x 座標は 1→B と C の y 座標→BC の長さ

[解答] $a=\dfrac{5}{3}$

[解説]

点 B の x 座標は 1 なので，右図の BD＝1

点 A は y 軸について B と対称なので，AD＝BD＝1

よって，AB＝AD＋BD＝1＋1＝2･･･①

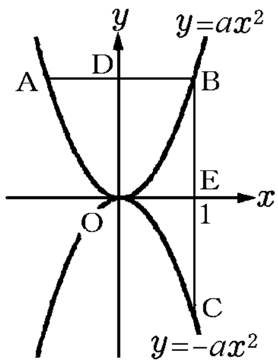
次に，点 B の x 座標 1 を $y=ax^2$ に代入すると，$y=a$，BE＝a

点 C の x 座標 1 を $y=-ax^2$ に代入すると，$y=-a$，CE＝a

よって，BC＝BE＋CE＝$a+a=2a$･･･②

AB＋BC＝$\dfrac{16}{3}$ なので，①，②より，$2+2a=\dfrac{16}{3}$

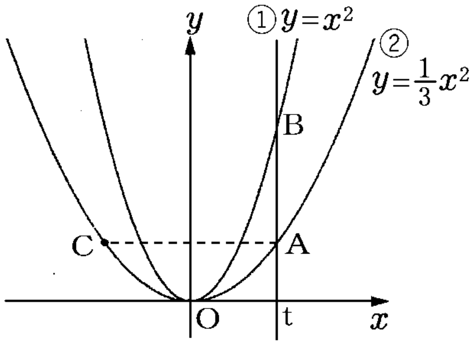
両辺を 3 倍すると，$6+6a=16$，$6a=10$，$a=\dfrac{10}{6}=\dfrac{5}{3}$



[$x=t$ とおく]

[問題](2 学期中間)

右図のように，関数 $y=x^2$･･･①，$y=\dfrac{1}{3}x^2$･･･② のグラフがある。②のグラフ上に点 A があり，点 A の x 座標を正の数とする。点 A を通り，y 軸に平行な直線と①のグラフとの交点を B とし, 点 A と y 軸について対称な点を C とする。また, 点 O は原点とする。点 A の x 座標を t とする。△ABC が直角二等辺三角形となるとき，t の値を求めよ。



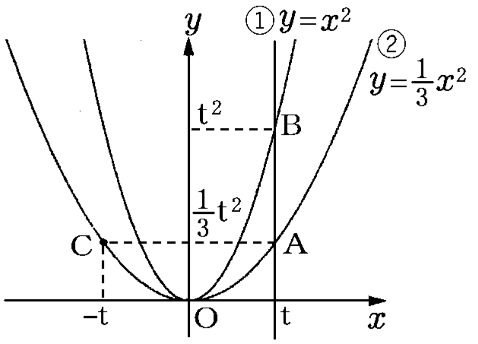
[解答欄]

[ヒント]

∠BAC＝90° なので，△ABC が直角二等辺三角形となるときは AB＝AC が成り立つ。

[解答] $t=3$

[解説]



∠BAC＝90° なので，△ABC が直角二等辺三角形となるときは AB＝AC が成り立つ。

右図のように，点 A の x 座標は $x=t$ なので，

②の式 $y=\frac{1}{3}x^2$ に $x=t$ を代入して， y 座標は $\frac{1}{3}t^2$。

点 B の x 座標も $x=t$ なので，

①の式 $y=x^2$ に $x=t$ を代入して， y 座標は t^2。

AB＝(点 B の y 座標)－(点 A の y 座標)＝ $t^2-\frac{1}{3}t^2=\frac{2}{3}t^2$ ・・・(1)

次に，点 C は点 A と y 軸について対称な点なので，点 C の x 座標は $-t$ になる。

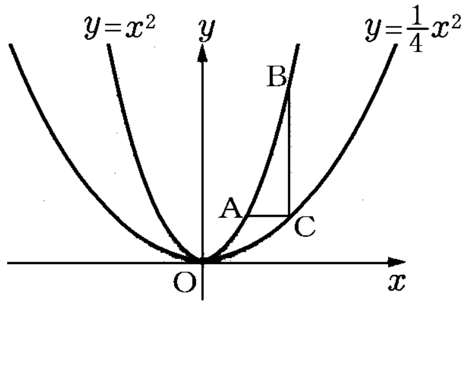
よって，AC＝(点 A の x 座標)－(点 C の x 座標)＝ $t-(-t)=t+t=2t$ ・・・(2)

AB＝AC なので，(1)，(2)より， $\frac{2}{3}t^2=2t$

$2t^2=6t$， $t^2-3t=0$， $t(t-3)=0$， $t=0,\ 3$

$t>0$ なので， $t=3$

[問題](2 学期中間)



右の図で，点 A，点 B は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点であり，点 C は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点である。

線分 AC，BC はそれぞれ x 軸， y 軸に平行である。

AC：BC＝1：9 のとき，点 A の座標を求めよ。

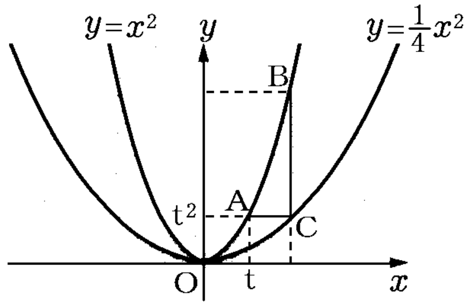
[解答欄]

[ヒント]

点 A の x 座標を $x=t$ とおく→点 A の座標→点 C の座標→点 B の座標

[解答](3，9)

[解説]



点 A の x 座標を $x=t$ とおく($t>0$)。

$y=x^2$ に $x=t$ を代入すると $y=t^2$ なので，

点 A の座標は $(t,\ t^2)$ になる。・・・①

点 C の y 座標は点 A の y 座標と等しいので，

$y=\dfrac{1}{4}x^2$ に $y=t^2$ を代入して，$t^2=\dfrac{1}{4}x^2$ が成り立つ。

$x^2=4t^2$，$x>0,\ t>0$ なので，$x=2t$

よって，点 C の座標は $(2t,\ t^2)$ になる。・・・②

点 B の x 座標は点 C の x 座標 $x=2t$ と等しい。

$y=x^2$ に $x=2t$ を代入すると，$y=4t^2$ なので，点 B の座標は $(2t,\ 4t^2)$ になる。・・・③

①，②，③より，点 A は $(t,\ t^2)$，点 B は $(2t,\ 4t^2)$，点 C は $(2t,\ t^2)$ となる。

よって，AC＝(点 C の x 座標)－(点 A の x 座標)＝ $2t-t=t$

BC＝(点 B の y 座標)－(点 C の y 座標)＝ $4t^2-t^2=3t^2$

AC：BC＝1：9 の条件より，$t:3t^2=1:9$

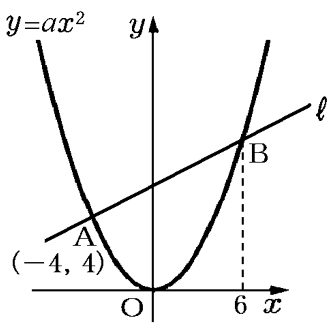
比の内項の積は外項の積に等しいので，$3t^2\times1=t\times9$

$3t^2=9t$，$t^2=3t$，$t^2-3t=0$，$t(t-3)=0$，$t=0,\ 3$，$t>0$ なので，$t=3$

点 A の座標は $(t,\ t^2)$ なので，$t=3$ を代入して，(3，9)となる。

[直線の式]

[問題](2 学期中間)



関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 ℓ が，右の図のように 2 点 A，B で交わっている。点 A の座標が(－4，4)，B の x 座標が 6 であるとき，次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 直線 ℓ の式を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) 点 A(－4，4)を $y=ax^2$ に代入

(2) (1)で求めた $y=ax^2$ に $x=6$ を代入→点 B の座標→A，B の座標→直線 ℓ の式

2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を通る直線の傾き m は，$m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

[解答](1)　$a=\frac{1}{4}$　(2)　$y=\frac{1}{2}x+6$

[解説]

(1)　点 A(−4，4)は $y=ax^2$ 上にあるので，$x=-4,\ y=4$ を $y=ax^2$ に代入すると，

$4=16a$，$a=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

(2)　点 B は $y=\frac{1}{4}x^2$ にあるので，$x=6$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入すると，$y=\frac{36}{4}=9$

よって，点 B の座標は(6，9)であることがわかる。

したがって，直線ℓは A(−4，4)，B(6，9)を通るので，

(直線ℓの傾き)$=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{9-4}{6-(-4)}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

傾きが$\frac{1}{2}$なので，直線ℓの式は $y=\frac{1}{2}x+b$ とおくことができる。

A(−4，4)を通るので，$x=-4,\ y=4$ を $y=\frac{1}{2}x+b$ に代入すると，

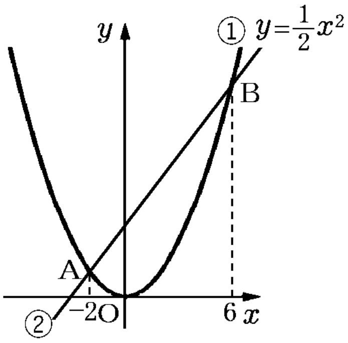
$4=\frac{1}{2}\times(-4)+b$，$4=-2+b$，$b=6$　よって，直線ℓの式は $y=\frac{1}{2}x+6$

[問題](2 学期期末)

右図において，①は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，点 A，点 B の x 座標はそれぞれ−2，6 である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1)　点 B の座標を求めよ。

(2)　2 点 A，B を通る直線②の式を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1)　点 B の x 座標を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入

(2)　点 A の x 座標を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入→A，B の座標→直線②の式

[解答](1) (6，18)　(2)　$y=2x+6$

[解説]

(1)　点 B の x 座標 $x=6$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入すると，　$y=\frac{1}{2}\times 36=18$ なので，

点 B の座標は(6，18)

(2)　点 A の x 座標 $x=-2$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入すると，　$y=\frac{1}{2}\times 4=2$ なので，

点 A の座標は(－2，2)

したがって，直線 AB は A(－2，2)，B(6，18)を通るので，

(直線 AB の傾き)$=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{18-2}{6-(-2)}=\frac{16}{8}=2$

傾きが 2 なので，直線 AB の式は $y=2x+b$ とおくことができる。

A(－2，2)を通るので，　$x=-2,\ y=2$ を $y=2x+b$ に代入すると，　$2=-4+b$，　$b=6$

よって，直線 AB の式は $y=2x+6$

[交点の座標]

[問題](後期中間)

　2 つの関数 $y=x^2$ と $y=2x+3$ が表すグラフの交点の座標をすべて求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=bx+c$ の交点→ $ax^2=bx+c$ を解く

[解答](－1，1)，(3，9)

[解説]

放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=bx+c$ の交点では，　$y=ax^2$ の y と $y=bx+c$ の y が同じなので，

$ax^2=bx+c$ が成り立つ。

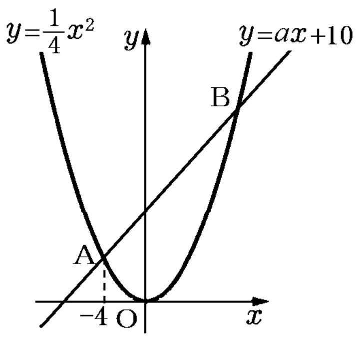
$y=x^2$ と $y=2x+3$ の交点を求めるために，　$x^2=2x+3$ とおく。

$x^2-2x-3=0$，　$(x+1)(x-3)=0$，　$x=-1,\ 3$

$x=-1$ を $y=x^2$ に代入すると $y=1$ なので，交点の座標は(－1，1)

$x=3$ を $y=x^2$ に代入すると $y=9$ なので，交点の座標は(3，9)

[問題](後期期末)



右のグラフの $y=\frac{1}{4}x^2$ と $y=ax+10$ は，2 点 A，B で交わっている。点 A の x 座標が－4 のとき，次の各問いに答えよ。

(1) 点 A の座標を求めよ。

(2) a の値を求めよ。

(3) 点 B の座標を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(1) $x=-4$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入

(2) (1)で求めた点 A の座標を $y=ax+10$ に代入

(3) $y=\frac{1}{4}x^2$ と(2)で求めた $y=ax+10$ の交点を求める。

[解答](1) (－4，4)　(2) $a=\frac{3}{2}$　(3) (10，25)

[解説]

(1) 点 A は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上にあるので $x=-4$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入すると，$y=\frac{1}{4}\times 16$ ＝4

よって，点 A の座標は(－4，4)

(2) 点 A(－4，4)は $y=ax+10$ 上にもあるので，$x=-4$，$y=4$ を $y=ax+10$ に代入すると，

$4=-4a+10$，$4a=6$，$a=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

(3) (2)よりこの直線の式は $y=\frac{3}{2}x+10$

$y=\frac{1}{4}x^2$ と $y=\frac{3}{2}x+10$ の交点の x 座標を求めるために，$\frac{1}{4}x^2=\frac{3}{2}x+10$ とおくと，

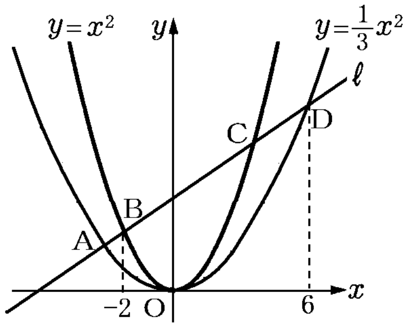
$x^2=6x+40$，$x^2-6x-40=0$，$(x+4)(x-10)=0$，$x=-4,\ 10$

よって，点 B の x 座標は $x=10$ である。$x=10$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入すると，$y=\frac{1}{4}\times 100$ ＝25

したがって，点 B の座標は(10，25)

[問題](2 学期期末)

右の図で，関数 $y=x^2$， $y=\frac{1}{3}x^2$ と直線 ℓ は点 A，B，C，D で交わっている。B，D の x 座標はそれぞれ－2，6 である。次の各問いに答えよ。



(1) 直線 l の式を求めよ。

(2) 点 A，C の座標をそれぞれ求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)A	C

[ヒント]

(1) 点 B，D の座標を計算→直線 l の式

(2) (1)で求めた直線 l の式と $y=\frac{1}{3}x^2$ →点 A の座標

(1)で求めた直線 l の式と $y=x^2$ →点 C の座標

[解答](1) $y=x+6$ (2)A：(－3，3) C：(3，9)

[解説]

(1) 点 B： $x=-2$ を $y=x^2$ に代入すると $y=4$ なので，B の座標は(－2，4)

点 D： $x=6$ を $y=\frac{1}{3}x^2$ に代入すると $y=\frac{1}{3}\times 36$ ＝12 なので，D の座標は(6，12)

直線 ℓ は B(－2，4)，D(6，12)を通るので，

(直線 ℓ の傾き)＝ $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ＝ $\frac{12-4}{6-(-2)}$ ＝ $\frac{8}{8}$ ＝1

傾きが 1 なので，直線 ℓ の式は $y=x+b$ とおくことができる。

B(－2，4)を通るので， $x=-2, y=4$ を $y=x+b$ に代入すると， $4=-2+b$， $b=6$

よって，直線 ℓ の式は $y=x+6$

(2) $y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=x+6$ の交点 A の x 座標を求めるために， $\frac{1}{3}x^2=x+6$ とおくと，

$x^2=3x+18$， $x^2-3x-18=0$， $(x+3)(x-6)=0$， $x=-3,\ 6$

点 A の x 座標は負なので， $x=-3$

$x=-3$ を $y=x+6$ に代入すると， $y=-3+6=3$

よって，点 A の座標は(－3，3)

次に， $y=x^2$ と $y=x+6$ の交点 C の x 座標を求めるために， $x^2=x+6$ とおくと，

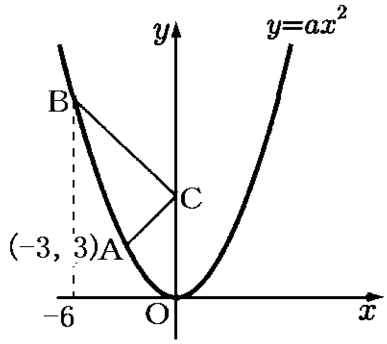
$x^2-x-6=0$， $(x+2)(x-3)=0$， $x=-2,\ 3$ 点 C の x 座標は正なので， $x=3$

$x=3$ を $y=x+6$ に代入すると， $y=3+6=9$ よって，点 C の座標は(3，9)

[最短距離]

[問題](入試問題)

右の図のように，関数 $y=ax^2$ $(a>0)$のグラフ上に 2 点 A，B があり，点 A の座標は(－3，3)，点 B の x 座標は－6 である。また，y 軸上に点 C があり，点 C の y 座標は正である。次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

(2) 線分 AC と線分 BC の長さの和 AC＋BC がもっとも小さくなるときの，点 C の y 座標を求めよ。

(大分県)

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

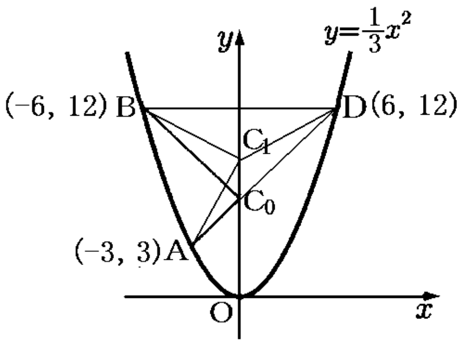
(2) 右図で，点 C が C_1 の位置にあるとき，

$AC_1+BC_1=AC_1+C_1D$ である。点 C が C_0 の位置にあるとき，$AC_0+BC_0=AC_0+C_0D=AD$

$\triangle AC_1D$ で，三角形の 2 辺の和は他の 1 辺より長いので，$AC_1+C_1D>AD$

よって，$AC_1+C_1D>AC_0+C_0D$,

$AC_1+BC_1>AC_0+BC_0$ となる。



よって，C が C_0 の位置にあるとき，AC＋BC がもっとも小さくなる。

[解答](1) $\dfrac{1}{3}$　(2) 6

[解説]

(1) 点 A(－3，3)は $y=ax^2$ 上にあるので，$x=-3$，$y=3$ を $y=ax^2$ に代入すると，

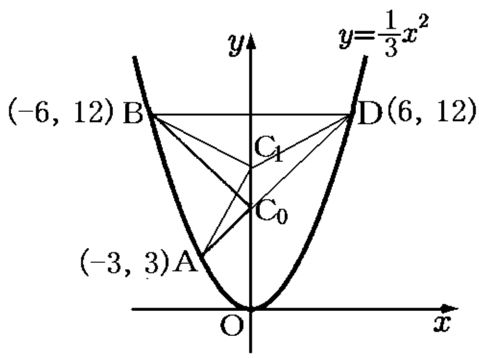
$3=9a$，$a=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

(2) 点 B の x 座標は－6 なので，$y=\dfrac{1}{3}x^2$ に $x=-6$ を代入すると，$y=\dfrac{1}{3}\times36=12$ である。よって，点 B の座標は(－6，12)である。

点 B と y 軸について対称な点 D(6，12)をとる。

右図で，点 C が C_1 の位置にあるとき，

$AC_1+BC_1=AC_1+C_1D$



点 C が C_0 の位置にあるとき，AC_0＋BC_0＝AC_0＋C_0D＝AD

△AC_1D で，三角形の 2 辺の和は他の 1 辺より長いので，AC_1＋C_1D＞AD

よって，AC_1＋C_1D＞AC_0＋C_0D，AC_1＋BC_1＞AC_0＋BC_0 となる。

よって，C が C_0 の位置にあるとき，AC＋BC がもっとも小さくなる。

点 C_0 の y 座標を求めるために，直線 AB の式を計算する。

A(－3，3)，D(6，12)を通る直線の傾きは，$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{12-3}{6-(-3)}=\dfrac{9}{9}=1$ なので，

直線 AD の式は，$y=x+b$ とおくことができる。

$y=x+b$ に $x=-3,\ y=3$ を代入すると，$3=-3+b$，$b=6$

よって，直線 AD の式は，$y=x+6$ になる。

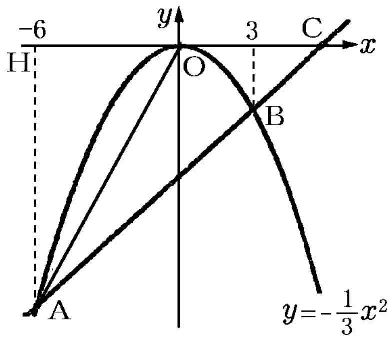
点 C_0 の y 座標は，$y=x+6$ の切片(y 切片)の 6 になる。

【】面積を求める

[底辺が x 軸(y 軸)上]

[問題](2 学期中間)

右の図のように，関数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に点 A，B があり，A，B の x 座標はそれぞれ－6，3 である。直線 AB が x 軸と交わる点を C とするとき，次の各問いに答えよ。



(1) 直線 AB の式を求めよ。

(2) △AOC の面積を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) まず，点 A，B の座標を求める。

(2) △AOC で，OC を底辺とすると，高さは AH になる。

直線 AB の式→点 C の x 座標→底辺 OC の長さ

[解答](1) $y=x-6$ (2) 36

[解説]

(1) まず，点 A，B の座標を求める。

点 A： $y=-\frac{1}{3}x^2$ に $x=-6$ を代入すると $y=-\frac{1}{3}\times(-6)^2=-\frac{1}{3}\times36=-12$ なので，A(－6，－12)

点 B： $y=-\frac{1}{3}x^2$ に $x=3$ を代入すると $y=-\frac{1}{3}\times3^2=-3$ なので，B(3，－3)

(直線 AB の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$＝$\frac{-3-(-12)}{3-(-6)}=\frac{9}{9}=1$ なので，

直線 AB の式は $y=x+b$ とおくことができる。点 B の座標(3，－3)を代入すると，

$-3=3+b$， $b=-6$ よって，直線 AB の式は $y=x-6$ となる。

(2) △AOC で，OC を底辺とすると，高さは AH になる。

(1)より点 A の座標は(－6，－12)なので，AH＝12

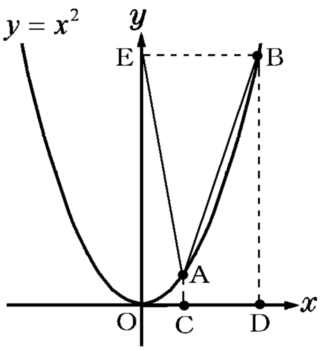
(1)より，直線 AB の式は $y=x-6$ なので， $y=0$ を代入すると， $0=x-6$， $x=6$

よって，点 C の x 座標は 6 であることがわかる。したがって，OC＝6

(△AOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×AH＝$\frac{1}{2}\times6\times12=36$

[問題](2 学期期末)

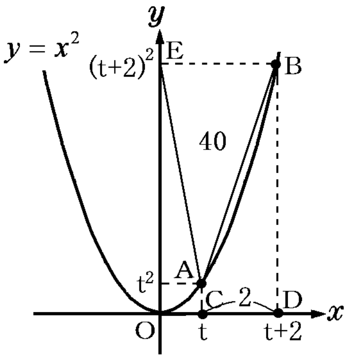
右の図で, 2 点 A, B は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点であり，2 点 C，D は x 軸上の点である。また，点 E は y 軸上の点である。線分 AC，BD がそれぞれ y 軸に平行で，線分 EB が x 軸に平行である。2 点 C, D の x 座標は正であり，点 D の x 座標は点 C の x 座標より大きいとする。線分 CD の長さが 2, △ABE の面積が 40 であるとき，点 A の座標を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

点 A の x 座標を t とおく。



[解答] (3, 9)

[解説]

点 A の x 座標を t とおくと y 座標は t^2，

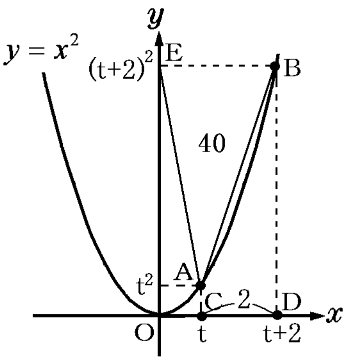
線分 CD の長さが 2 なので，点 B の x 座標は $t+2$，

y 座標は $(t+2)^2$

△ABE で，底辺を BE とすると，底辺 BE＝DO＝$t+2$

高さ＝$(t+2)^2-t^2=t^2+4t+4-t^2=4t+4$

よって，面積＝$\dfrac{1}{2}\times(t+2)\times(4t+4)=40$



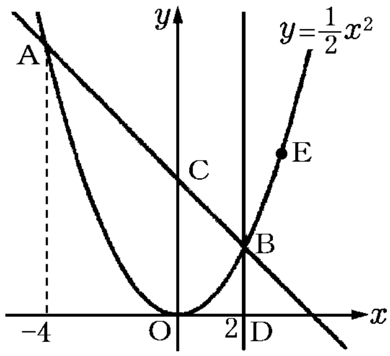
$\dfrac{1}{2}(4t^2+4t+8t+8)=40$， $2t^2+6t+4=40$，

$2t^2+6t-36=0$， $t^2+3t-18=0$， $(t+6)(t-3)=0$， $t>0$ なので $t=3$

ゆえに点 A の x 座標は 3， y 座標は $y=x^2$ に $x=3$ を代入して $y=3^2=9$

ゆえに点 A の座標は $(3,\ 9)$

[問題](2 学期中間)



右の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，点 A の x 座標は－4，点 B の x 座標は 2 である。2 点 A，B を通る直線と y 軸との交点を C とする。また，点 B を通り，y 軸に平行な直線と x 軸との交点を D とする。このとき，次の各問いに答えよ。

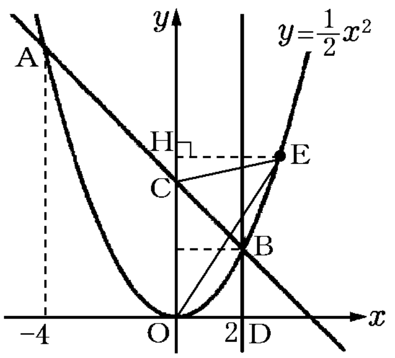
(1) 2 点 A，B を通る直線の式を求めよ。

(2) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に x 座標が正である点 E をとる。△OEC と四角形 ODBC の面積が等しくなるとき，点 E の座標を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]



(1) 点 A，B の座標がわかれば直線 AB の式を求めることができる。

(2) まず，四角形 ODBC の面積を求める。

四角形 ODBC は台形なので，面積は

$\frac{1}{2}$×(上底 BD＋下底 OC)×高さ OD で計算できる。

次に，△OEC の面積は，底辺を OC とすると，

高さは EH になる。

(△OEC の面積)＝(四角形 ODBC の面積)から EH を求める。

[解答](1) $y=-x+4$ (2) $\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

[解説]

(1) 点 A，B の座標がわかれば直線 AB の式を求めることができる。

点 A： $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入すると $y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$ なので，点 A の座標は(－4，8)。

点Ｂ： $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=2$ を代入すると $y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$ なので，点Ｂの座標は(2，2)。

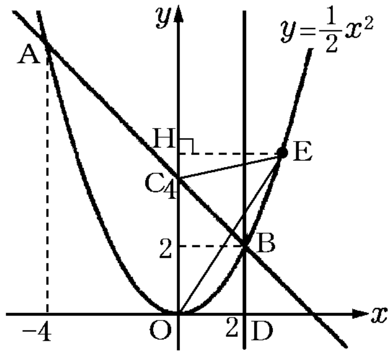
A(－4，8)，B(2，2)を通る直線の傾きは， $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-8}{2-(-4)}=\frac{-6}{6}=-1$ なので，

直線 AB の式は， $y=-x+b$ とおくことができる。

点B(2，2)を通るので， $y=-x+b$ に $x=2$，$y=2$ を代入して， $2=-2+b$ ， $b=4$

よって，直線 AB の式は， $y=-x+4$ になる。

(2) まず，四角形 ODBC の面積を求める。



BD // OC なので，四角形 ODBC は台形である。

(1)より点 B の座標は(2, 2)，$y=-x+4$ の切片は 4 なので，

座標は右図のようになり，BD＝2，OC＝4，OD＝2

(ODBC の面積)＝$\frac{1}{2}$×(上底 BD＋下底 OC)×高さ OD

$=\frac{1}{2}\times(2+4)\times2=6$・・・①

次に，△OEC の面積は，右図の OC＝4 を底辺とすると，高さは EH になる。

よって，(△OEC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×EH＝$\frac{1}{2}$×4×EH＝2EH・・・②

△OEC と四角形 ODBC の面積が等しので，①，②より，2EH＝6，EH＝6÷2＝3

したがって，点 E の x 座標は 3 になる。 $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=3$ を代入すると， $y=\frac{1}{2}\times3^2=\frac{9}{2}$

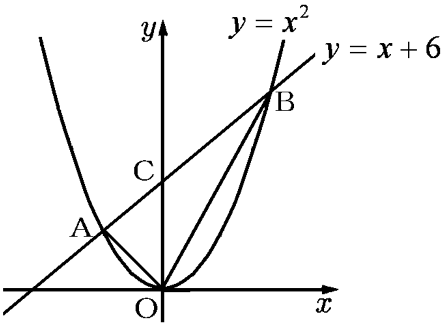
よって，点 E の座標は$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$になる。

[y 軸で 2 つの三角形に分ける]

[問題](2 学期期末)

右の図は，関数 $y=x^2$・・・①， $y=x+6$・・・②

のグラフである。次の各問いに答えよ。



(1) 交点 A，B の座標を求めよ。

(2) △AOB の面積を求めよ。

[解答欄]

(1)A	B	(2)

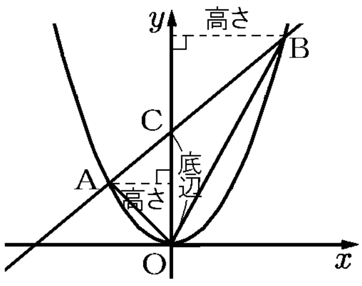
[ヒント]

(1) 放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=bx+c$ の交点

→$ax^2=bx+c$ を解く

(2) △AOB の面積

→y 軸で 2 つの三角形(△AOC と△BOC)に分けて求める。



[解答](1) A$(-2,\ 4)$　B$(3,\ 9)$　(2) 15

[解説]

(1) 交点においては，$y=ax^2$ の y と $y=bx+c$ の y が同じなので，ax^2 と $bx+c$ が等しくなる。

よって，$ax^2=bx+c$ が成り立つ。

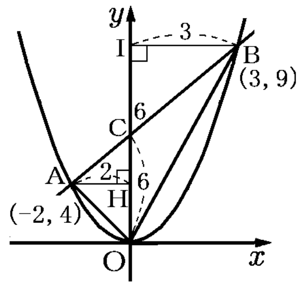
$y=x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めるために，　$x^2=x+6$ とおく。

$x^2-x-6=0$，$(x-3)(x+2)=0$，$x=3,\ -2$

$x=3$ のとき $y=x+6=3+6=9$，$x=-2$ のとき $y=x+6=-2+6=4$

よって，A$(-2,\ 4)$，B$(3,\ 9)$

(2) △AOB を△AOC と△BOC に分けて考える。



右図の△AOC で，OC を底辺とすると高さは AH

$y=x+6$ の切片が 6 なので，OC＝6

また，点 A の x 座標が－2 なので AH＝2　よって，

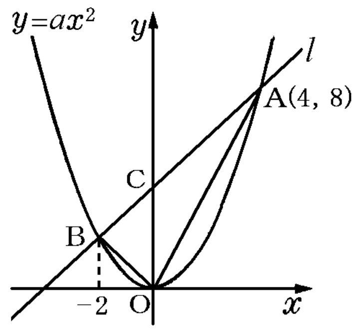
(△AOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×AH＝$\frac{1}{2}$×6×2＝6

同様にして，

(△BOC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OC×BI＝$\frac{1}{2}$×6×3＝9

よって，(△AOB の面積)＝(△AOC の面積)＋(△BOC の面積)＝6＋9＝15

[問題](後期中間)



　右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 l が 2 点 A，B で交わっている。点 A の座標は(4，8)，点 B の x 座標は－2 である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 点 B の座標を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

(3) △AOB の面積を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(1) 点 A の座標を $y=ax^2$ に代入して a を求める→求めた $y=ax^2$ の式に $x=-2$ を代入。

(2) 点 A，B の座標→直線 AB の式

(3) △AOB の面積→ y 軸で 2 つの三角形(△AOC と△BOC)に分けて求める。

[解答](1) B(－2，2)　(2) $y=x+4$　(3) 12

[解説]

(1) $y=ax^2$ の a がわかれば，$y=ax^2$ に点 B の x 座標を代入することで，点 B の y 座標を求めることができる。そこで，まず a の値を求める。

$y=ax^2$ は点 A(4，8)を通るので，$y=ax^2$ に $x=4,\ y=8$ を代入すると，

$8=a\times4^2$，$16a=8$，$a=\dfrac{8}{16}$，$a=\dfrac{1}{2}$ になる。

よって，放物線の式は $y=\dfrac{1}{2}x^2$

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に点 B の x 座標の $x=-2$ を代入すると，$y=\dfrac{1}{2}\times(-2)^2=2$

よって，点 B の座標は(−2，2)である。

(2) 直線 AB は，A(4，8)，B(−2，2)を通るので，

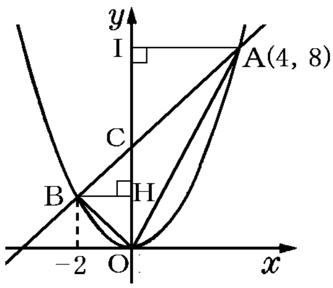
(直線 AB の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{8-2}{4-(-2)}=\dfrac{6}{6}=1$

傾きが 1 なので，この直線の式は $y=x+b$ とおくことができる。

点 A(4，8)を通るので，$y=x+b$ に $x=4,\ y=8$ を代入すると，

$8=4+b$，$b=4$

よって，直線 AB の式は，$y=x+4$ である。



(3) △AOB を△AOC と△BOC に分けて考える。

右図の△AOC で，OC を底辺とすると高さは AI

$y=x+4$ の切片が 4 なので，OC＝4

また，点 A の x 座標が 4 なので AI＝4　よって，

(△AOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OC×AI＝$\dfrac{1}{2}$×4×4＝8

同様にして，

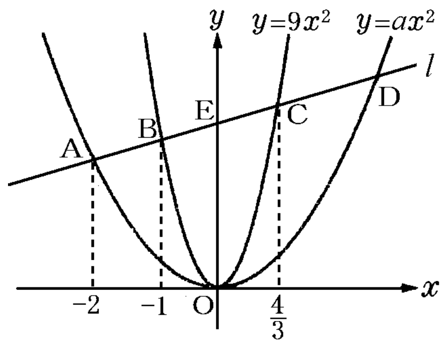
(△BOC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OC×BH＝$\dfrac{1}{2}$×4×2＝4

よって，(△AOB の面積)＝(△AOC の面積)＋(△BOC の面積)＝8＋4＝12

[問題](後期中間)

右の図のように，直線lが放物線$y=ax^2$と 2 点 A，D で，放物線$y=9x^2$と 2 点 B，C でそれぞれ交わっている。点 A，B，C のx座標は，それぞれ，

-2，-1，$\dfrac{4}{3}$である。



このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 直線lの式を求めよ。

(2) aの値を求めよ。

(3) △OAD の面積を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(1) B，C の座標→直線lの式

(2) 点 A の座標→a

(3) まず，直線lの式と$y=ax^2$から点 D の座標を求める。

→△OAD の面積：y軸で 2 つの三角形(△AOE と△DOE)に分けて求める。

[解答](1) $y=3x+12$ (2) $a=\dfrac{3}{2}$ (3) 36

[解説]

(1) 「B，C の座標→直線lの式」の順で求める。

点 B は$y=9x^2$上にあるので， $x=-1$を代入して， $y=9\times(-1)^2=9$

点 C は$y=9x^2$上にあるので， $x=\dfrac{4}{3}$を代入して， $y=9\times\left(\dfrac{4}{3}\right)^2=9\times\dfrac{16}{9}=16$

よって，点 B(-1，9)，点 C($\dfrac{4}{3}$，16)である。

(直線 BC の傾き)$=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{16-9}{\dfrac{4}{3}-(-1)}=\dfrac{7}{\dfrac{7}{3}}=\dfrac{7\times3}{\dfrac{7}{3}\times3}=\dfrac{7\times3}{7}=3$

傾きが 3 なので，直線lの式は$y=3x+b$とおくことができる。

点 B(-1，9)を通るので， $y=3x+b$に$x=-1$, $y=9$を代入すると，

$9=3\times(-1)+b$， $b=12$ よって，直線lの式は， $y=3x+12$である。

(2) 「点 A の座標→a」の順で求める。

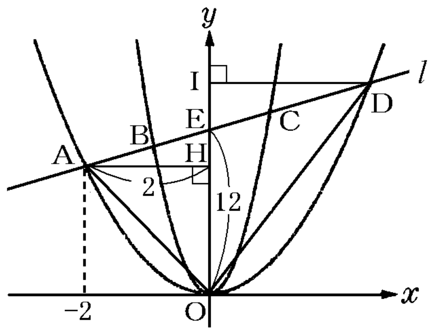
点 A は$y=3x+12$上にあり，点 A のx座標は-2なので，

$x=-2$ を $y=3x+12$ に代入して， $y=3\times(-2)+12=-6+12=6$

よって，点 A の座標は(－2，6)である。

点 A は $y=ax^2$ 上にあるので， $x=-2$，$y=6$ を $y=ax^2$ に代入して，

$6=a\times(-2)^2$， $4a=6$， $a=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$



(3) △OAD を△OAE と△ODE に分けて考える。

△OAE と△ODE で，共通の底辺を OE とすると，

点 E は直線 l ： $y=3x+12$ の切片なので，

OE＝12 である。△OAE の高さは 2 なので，

(△OAE の面積)＝$\frac{1}{2}$×12×2＝12･･･①

△ODE については，底辺 OE＝12 はわかっているが，高さ DI がわかっていない。

そこで，点 D の x 座標を求める。

点 D はこの放物線と直線 l の交点である。

(1)，(2)より，放物線の式は $y=\frac{3}{2}x^2$，直線 l の式は $y=3x+12$ である。

交点の x 座標を求めるために， $\frac{3}{2}x^2=3x+12$ とおく。

両辺を 2 倍すると， $3x^2=6x+24$，両辺を 3 でわって， $x^2=2x+8$

$x^2-2x-8=0$， $(x+2)(x-4)=0$， $x=-2$，4

$x=-2$ は点 A の x 座標なので，点 D の x 座標は $x=4$ である。

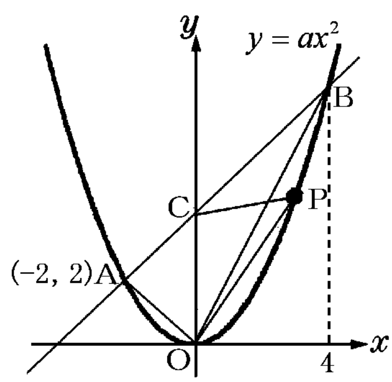
よって，△ODE の高さは 4 である。

したがって，(△ODE の面積)＝$\frac{1}{2}$×12×4＝24･･･②

①，②より，(△OAD の面積)＝(△OAE の面積)＋(△ODE の面積)＝12＋24＝36

[問題](2 学期中間)

右の図の曲線は，関数 $y=ax^2$ のグラフであり，点 A，B は曲線上の点で，点 A の座標は(－2，2)，点 B の x 座標は 4 である。また，点 C は直線 AB と y 軸との交点で，点 P は放物線上を原点 O から点 B まで動く点である。



(1) 関数 $y=ax^2$ について， a の値を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

(3) 三角形 OAB の面積を求めよ。

(4) 三角形 OCP の面積が三角形 OAB の面積の $\frac{1}{2}$ になるとき，点 P の座標を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[ヒント]

(1) 点 A の座標を $y=ax^2$ に代入する。

(2) 点 B の座標を求める→A，B の座標から直線 AB の式を求める。

(3) y 軸で 2 つの三角形(△AOC と△BOC)に分けて求める。

(4) △OCP の底辺を OC とする→△OAB の面積と OC から△OCP の高さを求める。

[解答](1) $a=\frac{1}{2}$ (2) $y=x+4$ (3) 12 (4) $\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

[解説]

(1) 点 A(−2，2)は $y=ax^2$ 上にあるので， $x=-2,\ y=2$ を $y=ax^2$ に代入して，

$2=a\times(-2)^2$， $4a=2$， $a=\frac{1}{2}$

(2) 点 B の x 座標は 4 なので， $x=4$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して， $y=\frac{1}{2}\times4^2=8$

よって，点 B の座標は(4，8)である。

直線 AB は，A(−2，2)，B(4，8)を通るので，

(直線 AB の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{8-2}{4-(-2)}=\frac{6}{6}=1$

傾きが 1 なので，直線 AB の式は $y=x+b$ とおくことができる。

点 A(−2，2)を通るので， $x=-2,\ y=2$ を $y=x+b$ に代入すると， $2=-2+b$， $b=4$

よって，直線 AB の式は， $y=x+4$

(3) 直線 AB の式が $y=x+4$ なので，点 C の y 座標は 4 で

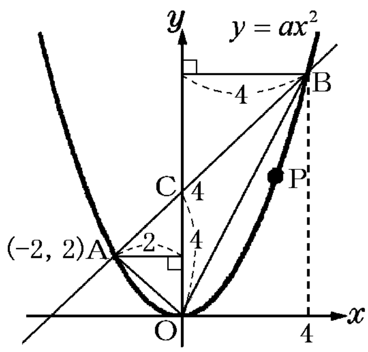
OC＝4

△OBC で OC＝4 を底辺とすると，点 B の x 座標が 4 であることから△OBC の高さは 4

よって，(△OBC の面積)＝$\frac{1}{2}\times4\times4=8$

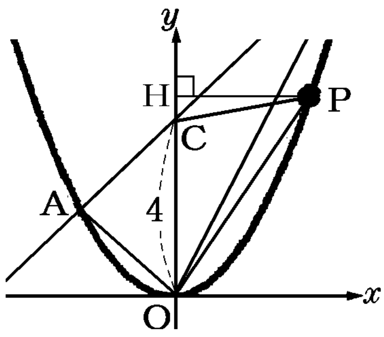
△OAC で OC＝4 を底辺とすると，点 A の x 座標が -2 であることから△OAC の高さは 2

よって，(△OAC の面積)＝$\frac{1}{2}\times4\times2=4$



したがって，(△OAB の面積)＝(△OBC の面積)＋(△OAC の面積)＝8＋4＝12

(4) △OPC の面積は△OAB の面積の$\dfrac{1}{2}$なので$12\times\dfrac{1}{2}=6$



△OPC の底辺を OC＝4 とすると，高さは，右図の PH になるので，$\dfrac{1}{2}$×OC×PH＝(△OPC の面積)となる。

よって，$\dfrac{1}{2}$×4×PH＝6，2PH＝6，PH＝3　よって，点 P の x 座標は 3

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=3$ を代入すると，$y=\dfrac{1}{2}\times3^2=\dfrac{9}{2}$　よって，点 P の座標は$\left(3,\ \dfrac{9}{2}\right)$

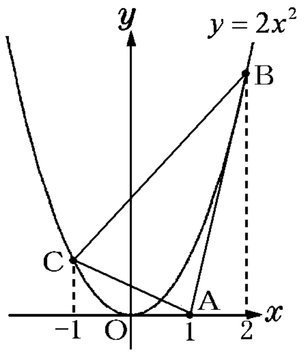
[y 軸に平行な直線で 2 つの三角形に分ける]

[問題](2 学期期末)

右の図のように，関数 $y=2x^2$ のグラフと，3 点 A，B，C がある。点 A の座標は(1，0)で，点 B，C は放物線上にあり，それぞれの x 座標は 2，－1 である。次の各問いに答えよ。

(1) 直線 BC の式を求めよ。

(2) △ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

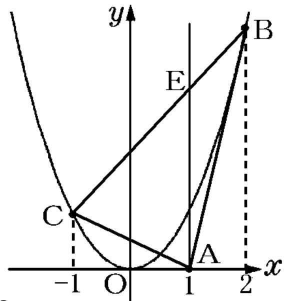
(1)	(2)

[ヒント]

(1) 点 B，C の座標を求める→直線 BC の式を求める。

(2) 点 A を通って y 軸に平行な直線を引く

→△ABE と△ACE の 2 つの三角形に分けて考える。



[解答](1) $y=2x+4$　(2) 9

[解説]

(1) 点 B の x 座標は 2 なので，$x=2$ を $y=2x^2$ に代入して $y=2\times2^2=8$

よって，B$(2,\ 8)$

点 C の x 座標は-1なので，$x=-1$ を $y=2x^2$ に代入して $y=2\times(-1)^2=2$

よって，C$(-1,\ 2)$

(直線 BC の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{8-2}{2-(-1)}=\dfrac{6}{3}=2$

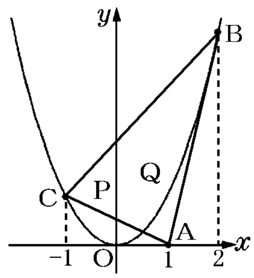
傾きが 2 なので，直線 BC の式は $y=2x+b$ とおくことができる。

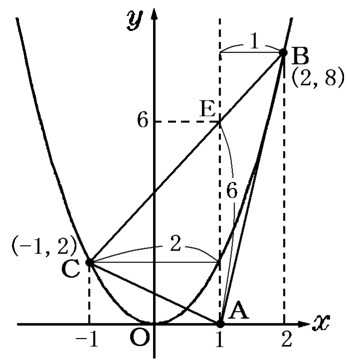
B$(2,\ 8)$を通るので，$x=2,\ y=8$ を $y=2x+b$ に代入すると，

$8=2\times2+b$，$8=4+b$，$b=4$

よって，直線 BC の式は，$y=2x+4$

(2) △ABC を y 軸で 2 つの部分に分けようとすると，右図のように，三角形 P と四角形 Q になる。しかし，四角形 Q の部分の面積を求めるのは,簡単ではない。そこで，点 A を通って y 軸に平行な直線を引き，直線 BC との交点を E とする。





$y=2x+4$ に $x=1$ を代入すると $y=6$

よって，点 E の y 座標は6 で，AE＝6

△ABE の底辺を AE＝6 とする。

点 B の x 座標が 2，点 A の x 座標は1なので△ABE の高さは$2-1=1$

よって，(△ABE の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times6\times1=3$

△ACE の底辺を AE＝6 とする。

点 C の x 座標が-1，点 A の x 座標は1なので△ABE の高さは$1-(-1)=2$

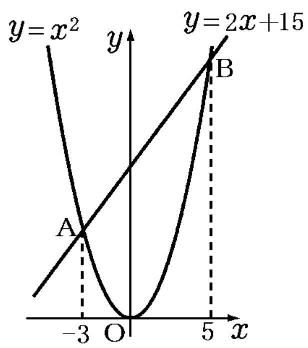
よって，(△ACE の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times6\times2=6$

したがって，(△ABC の面積)＝(△ABE の面積)＋(△ACE の面積)＝$3+6=9$

[問題](入試問題)

右の図のように，関数 $y=x^2$ と関数 $y=2x+15$ のグラフがある。2 つのグラフは 2 点 A，B で交わり，点 A，B の x 座標は，それぞれ－3，5 である。関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 P を，△APB の面積が 48 になるようにとりたい。ただし，点 P の x 座標は $0<x<5$ とする。点 P の座標を求めよ。

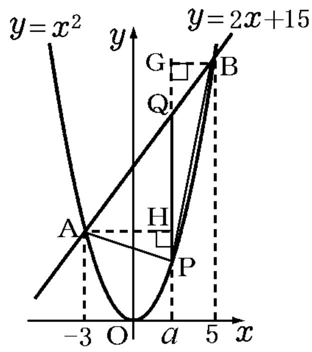
(長野県)



[解答欄]

[ヒント]

右図のように，y 軸に平行な線分 PQ をひき，点 P，Q の x 座標を $x=a$ とする。



△APB を△APQ と△BPQ に分けて考え，

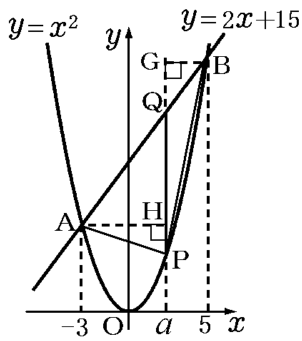
△APQ と△BPQ の共通の底辺を PQ とする。

△APQ と△BPQ の面積を a を使って表す。

[解答](3，9)

[解説]

右図のように，y 軸に平行な線分 PQ をひき，点 P，Q の x 座標を $x=a$ とする。



△APB を△APQ と△BPQ に分けて考え，

△APQ と△BPQ の共通の底辺を PQ とする。

点 P の x 座標は a で，点 P は $y=x^2$ 上にあるので，

$x=a$ を $y=x^2$ に代入して $y=a^2$

点 Q の x 座標は a で，点 Q は $y=2x+15$ 上にあるので，

$x=a$ を $y=2x+15$ に代入して $y=2a+15$

したがって，(底辺 PQ)＝(点 Q の y 座標)－(点 P の y 座標)＝ $2a+15-a^2$

(△APQ の高さ AH)＝ $a-(-3)=a+3$，(△BPQ の高さ BG)＝ $5-a$

したがって，(△APQ の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×(底辺 PQ)×(高さ AH)＝ $\frac{1}{2}\times(2a+15-a^2)\times(a+3)$

＝ $\frac{1}{2}(2a^2+6a+15a+45-a^3-3a^2)$ ＝ $\frac{1}{2}(-a^3-a^2+21a+45)$

(△BPQ の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×(底辺 PQ)×(高さ BG)＝ $\frac{1}{2}\times(2a+15-a^2)\times(5-a)$

＝ $\frac{1}{2}(10a-2a^2+75-15a-5a^2+a^3)$ ＝ $\frac{1}{2}(a^3-7a^2-5a+75)$

(△APB の面積)＝(△APQ の面積)＋(△BPQ の面積)

＝ $\frac{1}{2}(-a^3-a^2+21a+45)$ ＋ $\frac{1}{2}(a^3-7a^2-5a+75)$ ＝ $\frac{1}{2}(-8a^2+16a+120)=-4a^2+8a+60$

「△APB の面積が 48 になる」ので，$-4a^2+8a+60=48$

$-4a^2+8a+12=0$，$a^2-2a-3=0$，$(a+1)(a-3)=0$，$a=-1$, $a=3$

「点 P の x 座標は 0＜ x ＜5 とする」とあるので，$a=-1$ は不適，$a=3$ は適する。

点 P は $y=x^2$ 上にあるので，$y=x^2$ に $x=3$ を代入して，$y=3^2=9$

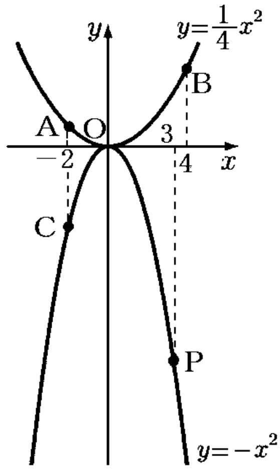
よって，点 P の座標は(3，9)

[外側の長方形から複数の三角形を引く]

[問題](入試問題)

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり，その x 座標はそれぞれ−2，4 である。また，関数 $y=-x^2$ のグラフ上に 2 点 C，P があり，点 C の x 座標は−2，点 P はグラフ上を動く点で，その x 座標は正の数である。点 P の x 座標が 3 のとき，四角形 ACPB の面積を求めよ。

(奈良県)

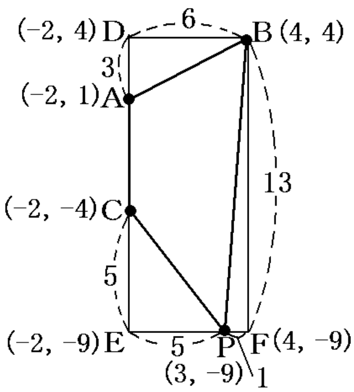


[解答欄]

[ヒント]

右図のように，四角形 ACPB を囲む長方形 BDEF を，長方形の辺が x 軸または y 軸に平行になるようにとる。

外側の長方形 BDEF の面積から，△ABD，△CPE，△BPF の面積を引いて四角形 ACPB の面積を求める。



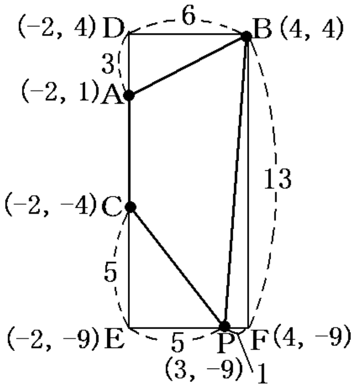
[解答]50

[解説]

右図のように，四角形 ACPB を囲む長方形 BDEF を，長方形の辺が x 軸または y 軸に平行になるようにとる。

外側の長方形 BDEF の面積から，△ABD，△CPE，△BPF の面積を引いて四角形 ACPB の面積を求める。

まず，A，C，P，B の座標を求める。



A： $x=-2$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入して $y=\frac{1}{4}\times(-2)^2=1$，A(−2，1)

C： $x=-2$ を $y=-x^2$ に代入して $y=-(-2)^2=-4$，C(−2，−4)

P： $x=3$ を $y=-x^2$ に代入して $y=-3^2=-9$，P(3，−9)

B： $x=4$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入して $y=\frac{1}{4}\times4^2=4$，B(4，4)

A，C，P，B の座標をもとに D，E，F の座標を求めると図のようになる。

これをもとに，各線分の長さを求めると図のようになる。

(長方形 BDEF の面積)＝13×6＝78

(△ABD の面積)＝$\frac{1}{2}$×6×3＝9

(△CPE の面積)＝$\frac{1}{2}$×5×5＝$\frac{25}{2}$

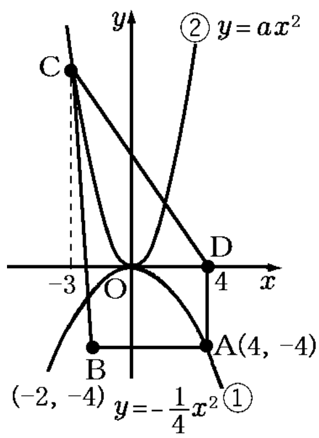
(△BPF の面積)＝$\frac{1}{2}$×1×13＝$\frac{13}{2}$

(四角形 ACPB)＝(長方形 BDEF)－(△ABD)－(△CPE)－(△BPF)

＝$78-9-\frac{25}{2}-\frac{13}{2}$＝50

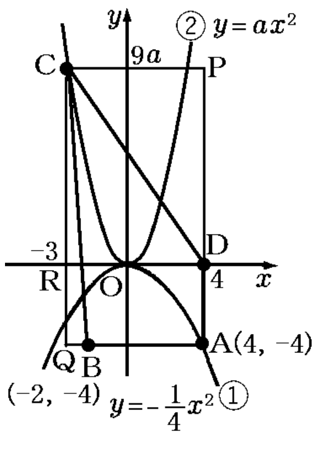
[問題](2 学期期末)

右図のように，関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ ･･･①，$y=ax^2$ ･･･②のグラフがある。点 A の座標は(4，－4)，点 B の座標は(－2，－4)である。点 C は②上の点で x 座標は－3 で，点 D は x 軸上の点で x 座標は 4 である。四角形 ABCD の面積が 50 となるような a の値を求めよ。



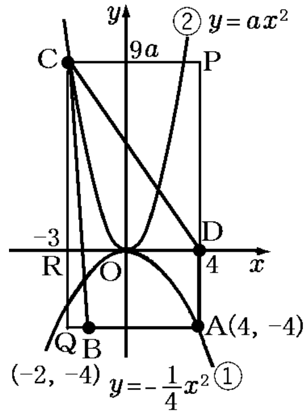
[解答欄]

[ヒント]



[解答] $a=\frac{8}{9}$

[解説]



右図で，四角形 ABCD の面積は，長方形 AQCP から直角三角形 PCD と直角三角形 QBC の面積を引いたものになる。

まず，各点の座標を求めておく。

点 C の x 座標は -3 なので， $y=ax^2$ に $x=-3$ を代入して，

$y=a\times(-3)^2=9a$。よって，点 C の座標は $(-3,\ 9a)$ である。

点 P の座標は $(4,\ 9a)$，点 D の座標は $(4,\ 0)$，

点 A の座標は $(4,\ -4)$，点 B の座標は $(-2,\ -4)$，

点 Q の座標は $(-3,\ -4)$ である。

(長方形 AQCP の面積)＝AQ×AP＝ $(4-(-3))\times(9a-(-4))=7\times(9a+4)=63a+28$

(△PCD の面積)＝ $\frac{1}{2}\times\mathrm{PC}\times\mathrm{PD}=\frac{1}{2}\times(4-(-3))\times(9a-0)=\frac{1}{2}\times7\times9a=\frac{63}{2}a$

(△QBC の面積)＝ $\frac{1}{2}\times\mathrm{QB}\times\mathrm{QC}=\frac{1}{2}\times(-2-(-3))\times(9a-(-4))=\frac{9}{2}a+2$

(四角形 ABCD の面積)＝(長方形 AQCP の面積)−(△PCD の面積)−(△QBC の面積)

$=63a+28-\frac{63}{2}a-\left(\frac{9}{2}a+2\right)=63a+28-\frac{63}{2}a-\frac{9}{2}a-2=\frac{54}{2}a+26=27a+26$

「四角形 ABCD の面積が 50」なので，

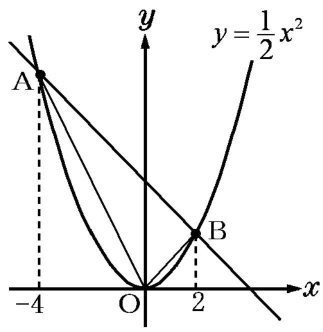
$27a+26=50$， $27a=24$， $a=\frac{24}{27}=\frac{8}{9}$

【】面積の二等分

[底辺の中点の座標]

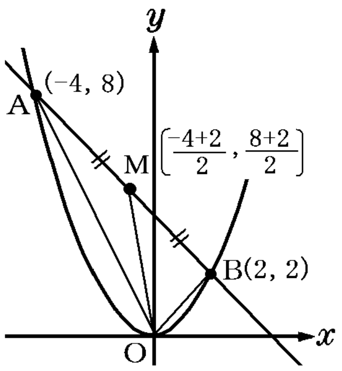
[問題](2 学期中間)

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に，点 A，B がある。点 A，B の x 座標は，それぞれ－4，2 である。点 O を通り，△OAB の面積を二等分する直線の式を求めよ。



[解答欄]

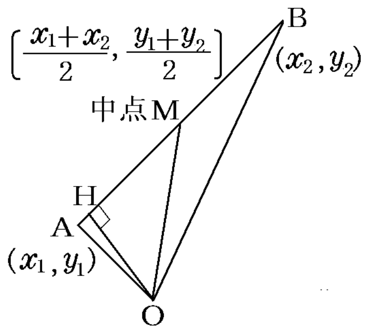
[ヒント]



[解答] $y=-5x$

[解説]

まず，右図を使って，△OAB の面積を二等分する直線 OM について考える。



△OAM で AM を底辺とすると，高さは OH

△OBM で BM を底辺とすると，高さは OH

高さ OH が共通なので，AM＝BM なら面積が等しい。

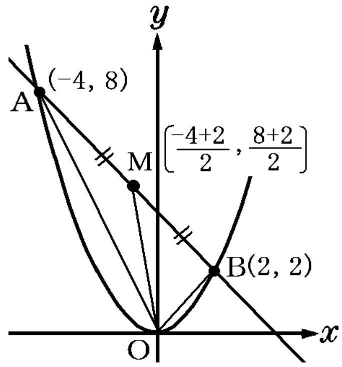
すなわち, 線分 AB の中点を M とすると, 直線 OM は△OAB の面積を二等分する。

△AOB の面積を二等分する OM →M は AB の中点 中点の求め方：2 つの座標の平均をとる。

そこで，この問題を解く。

まず，点 A，B の座標を求める。

点Aの x 座標は－4なので，x ＝－4を $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に代入して，



$y=\dfrac{1}{2}\times(-4)^2=8$　よって，点Aの座標は(－4，8)

点Bの x 座標は2なので，x ＝2を $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に代入して，

$y=\dfrac{1}{2}\times 2^2=2$　よって，点Bの座標は(2，2)

中点Mの座標の x 座標は点A，Bのそれぞれの x 座標の平均に，
中点Mの座標の y 座標は点A，Bのそれぞれの y 座標の平均になる。

$A(-4,\ 8)$，$B(2,\ 2)$ なので，$M\left(\dfrac{-4+2}{2},\ \dfrac{8+2}{2}\right)$，すなわち $M(-1,\ 5)$

OMは原点を通る直線なので，(OMの傾き)＝$\dfrac{5}{-1}=-5$

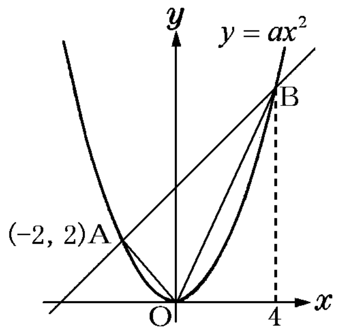
よって，OMの式は $y=-5x$ である。

[問題](2学期中間)

　右の図は，放物線 $y=ax^2$ と放物線上の2点A，Bを通る直線のグラフである。A(－2，2)で，Bの x 座標が4のとき，次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 原点Oを通り，△AOBの面積を2等分する直線の式を求めよ。



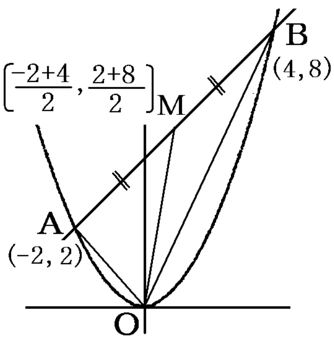
[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

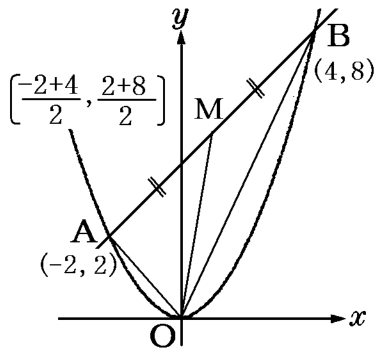
(1) A(－2，2)の座標を $y=ax^2$ に代入する。

(2)



[解答](1)　$a=\dfrac{1}{2}$　(2)　$y=5x$

[解説]



(1)　$y=ax^2$ が　A(－2，2)を通るので，　$x=-2$，$y=2$ を $y=ax^2$ に代入する。 $2=a\times(-2)^2$，　$2=4a$，　$a=\dfrac{1}{2}$

(2) 原点 O を通り，△AOB の面積を 2 等分する直線は AB の中点 M を通る。

点 B の x 座標は 4 なので，　$x=4$ を $y=\dfrac{1}{2}x^2$ に代入して，

$y=\dfrac{1}{2}\times 4^2=8$　よって，点 B の座標は(4，8)

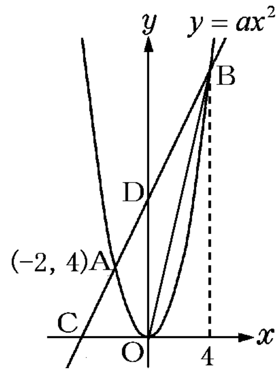
点 A(－2，2)，B(4，8)の中点 M の座標は

$\left(\dfrac{-2+4}{2},\ \dfrac{2+8}{2}\right)=(1,\ 5)$

OM は原点を通る直線なので，(OM の傾き)＝$\dfrac{5}{1}=5$

よって，OM の式は $y=5x$ である。

[問題](後期中間)



関数 $y=ax^2$ のグラフの上に 2 点 A，B がある。点 A の座標が(－2，4)で，点 B の x 座標が 4 であるとき，次の各問いに答えよ。

(1)　a の値を求めよ。

(2)　直線 AB の式を求めよ。

(3)　B を通り，△OCB の面積を二等分する直線の式を求めよ。

[解答欄]

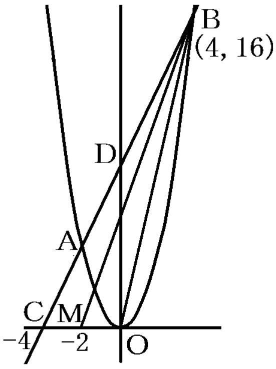
(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(1) A(－2，4)の座標を $y=ax^2$ に代入する。

(2) 点 B の座標を求める。→A，B の座標から直線の式を求める。

(3)



[解答](1)　$a=1$　(2)　$y=2x+8$　(3)　$y=\frac{8}{3}x+\frac{16}{3}$

[解説]

(1)　$y=ax^2$ が点 A(−2，4)を通るので，　$y=ax^2$ に $x=-2,\ y=4$ を代入すると，

$4=a\times(-2)^2$，$4a=4,\ a=1$

(2) 点 A，B の座標から直線 AB の式を求める。

点 B は $y=x^2$ の上にあり，点 B の x 座標は 4 なので，　$y=x^2$ に $x=4$ を代入して，

$y=4^2=16$　よって，点 B は(4，16)　点 A は(−2，4)

(直線 AB の傾き)$=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{16-4}{4-(-2)}=\frac{12}{6}=2$

傾きが 2 なので，直線 AB の式は $y=2x+b$ とおくことができる。

点 A(−2，4)を通るので，　$y=2x+b$ に $x=-2,\ y=4$ を代入すると，

$4=2\times(-2)+b$，$4=-4+b$，$b=8$　よって，直線 AB の式は，　$y=2x+8$

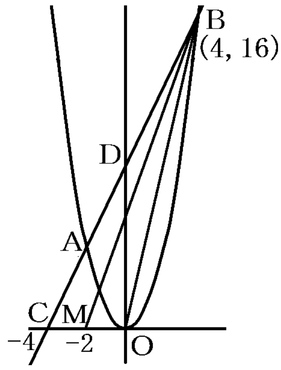
(3)　$y=2x+8$ に $y=0$ を代入すると，　$0=2x+8$

$x=-4$　ゆえに C$(-4,\ 0)$

B を通り，△OCB の面積を二等分する直線は OC の中点

M$(-2,\ 0)$を通る。

B$(4,\ 16)$，M$(-2,\ 0)$を通る直線の式を求める。



(直線 MB の傾き)$=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{16-0}{4-(-2)}=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$

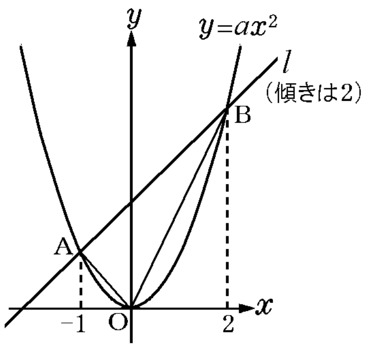
傾きが $\frac{8}{3}$ なので, 直線 MB の式は $y=\frac{8}{3}x+c$ とおくことができる。

点 M$(-2,\ 0)$を通るので，　$y=\frac{8}{3}x+c$ に $x=-2,\ y=0$ を代入すると，

$0=\frac{8}{3}\times(-2)+b$，$0=-\frac{16}{3}+b$，$b=\frac{16}{3}$　よって，直線 MB の式は，　$y=\frac{8}{3}x+\frac{16}{3}$

[問題](2 学期中間)

右の図のように，放物線 $y=ax^2$ と直線 l が 2 点 A，B で交わっている。点 A，B の x 座標はそれぞれ−1，2 である。直線 l の傾きが 2 であるとき，次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

(2) 点 A を通り，△OAB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

[解答欄]

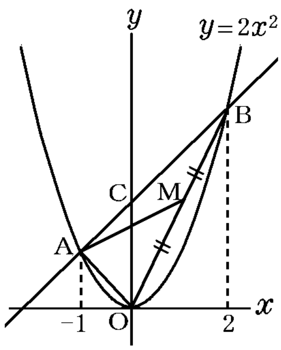
(1)	(2)

[ヒント]

(1) 点 A の座標は $(-1,\ a)$，点 B の座標は $(2,\ 4a)$

(直線 AB(直線 l)の傾き)＝ $\dfrac{4a-a}{2-(-1)}$

(2) (1)で求めた a→点 A，B の座標



[解答](1) $a=2$　(2) $y=x+3$

[解説]

(1) まず，直線 l 上の 2 点 A，B の座標から直線 l の傾きを a を使って表す。

点 A の x 座標は−1 なので，$y=ax^2$ に $x=-1$ を代入して，$y=a\times(-1)^2=a$

よって，点 A の座標は $(-1,\ a)$

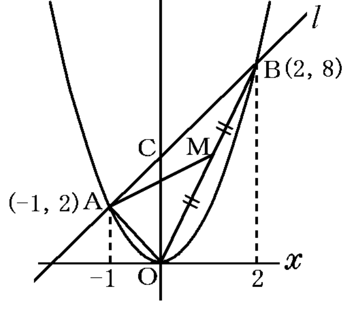
点 B の x 座標は 2 なので，$y=ax^2$ に $x=2$ を代入して，$y=a\times 2^2=4a$

よって，点 B の座標は $(2,\ 4a)$

よって，(直線 AB(直線 l)の傾き)＝ $\dfrac{4a-a}{2-(-1)}=\dfrac{3a}{3}=a$

直線 l の傾きは 2 なので，$a=2$

(2) 点 A を通り，△OAB の面積を 2 等分する直線は，右図のように，線分 OB の中点 M を通る。



点 B の x 座標は 2 なので，$y=2x^2$ に $x=2$ を代入して，

$y=2\times 2^2=8$　よって，点 B の座標は(2，8)である。

M は線分 OB の中点なので，M の座標は，

$\mathrm{M}\left(\dfrac{0+2}{2},\ \dfrac{0+8}{2}\right)$，M(1，4)である。

△OAB の面積を 2 等分する直線 AM は，A(−1，2)，M(1，4)を通るので，

(直線 AM の傾き)$=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{4-2}{1-(-1)}=\dfrac{2}{2}=1$

傾きが 1 なので，直線 AM の式は $y=x+b$ とおくことができる。

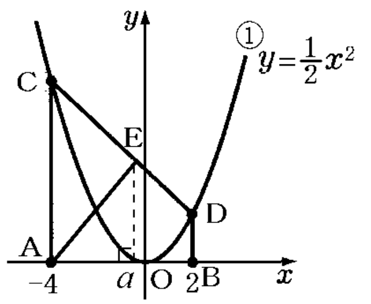
A(−1，2)を通るので，$y=x+b$ に $x=-1$, $y=2$ を代入すると，

$2=-1+b$，$b=3$　よって，直線 AM の式は $y=x+3$

[四角形の面積の二等分など]

[問題](入試問題)

右の図で，点 O は原点であり，2 点 A，B の座標はそれぞれ(−4，0)，(2，0)である。放物線①は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフである。点 A を通り，y 軸に平行な直線をひき，放物線①との交点を C とする。また，点 B を通り，y 軸に平行な直線をひき，放物線①との交点を D とし，点 C と点 D を結ぶ。線分 CD 上に点 E をとる。直線 AE が台形 ABDC の面積を 2 等分するとき，点 E の x 座標はいくらか。点 E の x 座標を a として，a の値を求めよ。



(香川県)

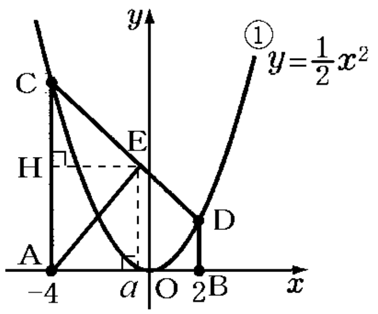
[解答欄]

[ヒント]

・点 C と点 D の座標を求める→台形 ABDC の面積を求める。

・△EAC の面積(底辺を AC とすると，高さは EH)

　は台形 ABDC の面積の $\dfrac{1}{2}$ → a を求める。



[解答] $a=-\dfrac{1}{4}$

[解説]

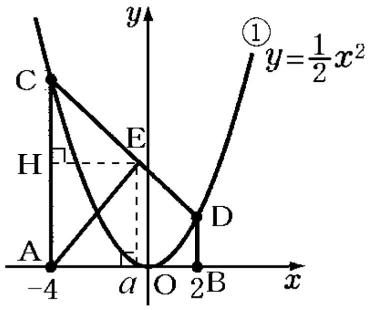
まず，台形 ABDC の面積を求めるために，点 C と点 D の y 座標を計算する。

点 C の x 座標は－4 なので， $x=-4$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入すると， $y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

点 D の x 座標は 2 なので， $x=2$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入すると， $y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$

したがって，AC＝8，BD＝2

また，BA＝2－(－4)＝2＋4＝6



(台形 ABDC の面積)＝$\frac{1}{2}$×(上底 BD＋下底 AC)×(高さ BA)

＝$\frac{1}{2}\times(2+8)\times 6$＝30

右図のように点 E の x 座標を a とする(図では a が負の値である場合を描いているが，正の値でも，以下の計算は成り立つ)。

「直線 AE が台形 ABDC の面積を 2 等分する」とあるので，

△EAC の面積は，30÷2＝15 である。

△EAC の底辺を AC(＝8)とすると，高さは EH である。

EH＝$a-(-4)$＝$a+4$

(△EAC の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺 AC)×(高さ EH)＝15

$\frac{1}{2}\times 8\times(a+4)=15$， $4(a+4)=15$， $4a+16=15$， $4a=-1$　よって， $a=-\frac{1}{4}$

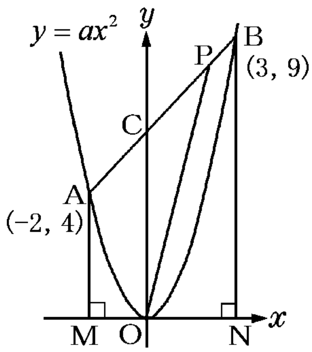
[問題](2 学期期末)

右の図のように放物線 $y=ax^2$ 上に点 A(－2，4)，点 B(3，9)がある。また，A，B から x 軸に下ろした垂線と x 軸の交点をそれぞれ M，N とするとき次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 点 A，B を通る直線の方程式を求めよ。

(3) 線分 AB 上に点 P をとる。線分 OP が台形 AMNB の面積を 2 等分するとき，点 P の座標を求めよ。



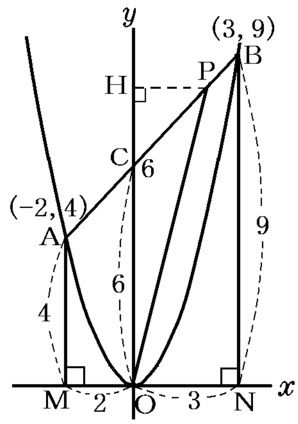
[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(3)・台形 AMNB の面積を計算する。

・台形 AMOC の面積を計算する。



・(△OPC)＋(台形 AMOC)＝(台形 AMNB)× $\frac{1}{2}$ より，

　△OPC の面積を計算する。

・△OPC の底辺を OC→高さ PH→P の x 座標

[解答](1) $a=1$　(2) $y=x+6$　(3) $\left(\frac{25}{12},\ \frac{97}{12}\right)$

[解説]

(1) $y=ax^2$ 上に点 A(−2，4)があるので， $x=-2,\ y=4$ を $y=ax^2$ に代入して，

$4=a\times(-2)^2$， $4a=4$， $a=1$

(2) 直線 AB は点 A(−2，4)，B(3，9)を通るので，

(直線 AB の傾き)＝ $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{9-4}{3-(-2)}=\frac{5}{5}=1$

傾きが 1 なので，直線 AB の式は $y=x+b$ とおくことができる。

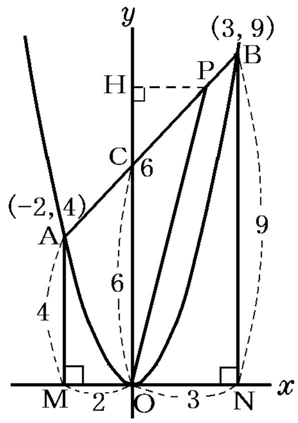
点 A(−2，4)を通るので， $y=x+b$ に $x=-2,\ y=4$ を

代入すると， $4=-2+b$， $b=6$　よって，直線 AB の式は， $y=x+6$

(3) まず，台形 AMNB の面積を計算する。

(台形 AMNB の面積)＝ $\frac{1}{2}\times(4+9)\times5=\frac{65}{2}$

(台形 AMOC の面積)＝ $\frac{1}{2}\times(4+6)\times2=10$



線分 OP が台形 AMNB の面積を 2 等分するので，

(台形 AMOC の面積)＋(△OPC の面積)＝ $\frac{65}{2}\times\frac{1}{2}$

したがって，(△OPC の面積)＝ $\frac{65}{2}\times\frac{1}{2}-10=\frac{25}{4}$

底辺を OC とすると，右図の PH が高さになる。

ゆえに，(△OPC の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×OC×PH＝ $\frac{25}{4}$

OC＝6 なので， $\frac{1}{2}\times6$ ×PH＝ $\frac{25}{4}$　ゆえに，PH＝ $\frac{25}{4}\div3=\frac{25}{12}$

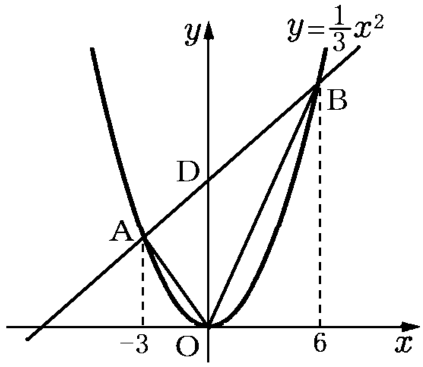
よって，点 P の x 座標は $\frac{25}{12}$　 $y=x+6=\frac{25}{12}+6=\frac{97}{12}$　ゆえに点 P の座標は $\left(\frac{25}{12},\ \frac{97}{12}\right)$

[問題](2 学期期末)

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B がある。また，直線 AB の切片を点 D とおく。2 点 A，B の x 座標が，それぞれ－3，6 であるとき，次の各問いに答えよ。

(1) △OAB の面積を求めよ。

(2) 点 D を通り，△OAB の面積を二等分する直線の式を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

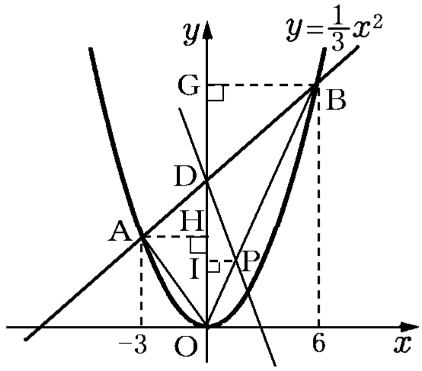
[ヒント]

(2) 右図 DP が△OAB の面積を二等分する直線である。
面積を二等分するので，

(四角形 AOPD の面積)＝(△OAB の面積)× $\frac{1}{2}$

(△OAD の面積)＋(△OPD の面積)＝(△OAB の面積)× $\frac{1}{2}$

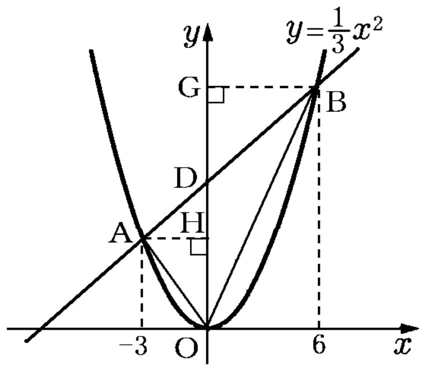
→△POD の面積を求める→PI(高さ)→座標 P→PD の式



[解答](1) 27　(2)　$y=-2x+6$

[解説]

(1)(△OAB の面積)＝(△OAD の面積)＋(△OBD の面積)で，△OAD，△OBD の共通の底辺 OD の長さがわかれば，高さは，それぞれ AH＝3，BG＝6 なので面積がわかる。そこで，まず，直線 AB の式を求める。



点 A の x 座標－3 を $y=\frac{1}{3}x^2$ に代入すると，

$y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$ なので，点 A の座標は(－3，3)，

点 B の x 座標 6 を $y=\frac{1}{3}x^2$ に代入すると，

$y=\frac{1}{3}\times6^2=12$ なので，点 B の座標は(6，12)になる。

(直線 AB の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{12-3}{6-(-3)}=\dfrac{9}{9}=1$なので。

直線 AB の式は，$y=x+b$とおくことができる。

$y=x+b$に点 A の座標(－3，3)を代入すると，$3=-3+b$，$b=6$

よって，直線 AB の式は$y=x+6$になり，切片(y切片)は 6 になる。

したがって，OD＝6 であることがわかる。

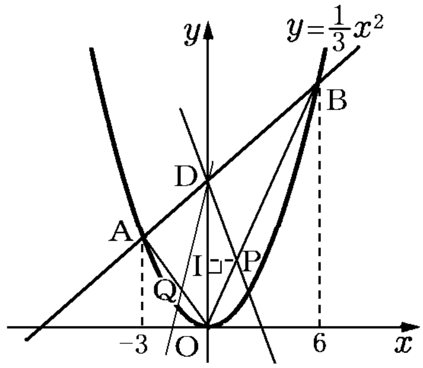
(△OAB の面積)＝(△OAD の面積)＋(△OBD の面積)

＝$\dfrac{1}{2}$×OD×AH＋$\dfrac{1}{2}$×OD×BG＝$\dfrac{1}{2}$×6×3＋$\dfrac{1}{2}$×6×6＝9＋18＝27

(2) 点 D を通り，△OAB の面積を二等分する直線が右図の DQ になることはない(明らかに△DAQ の面積は四角形 DQOB の面積よりも小さいから)。

右図 DP あたりが△OAB の面積を二等分する直線になる。

面積を二等分するので，



(四角形 AOPD の面積)＝(△OAB の面積)×$\dfrac{1}{2}$

(△OAD の面積)＋(△OPD の面積)＝(△OAB の面積)×$\dfrac{1}{2}$

(1)より，(△AOD の面積)＝9，(△OAB の面積)＝27 なので，

9＋(△OPD の面積)＝27×$\dfrac{1}{2}$，(△OPD の面積)＝$\dfrac{27}{2}-9=\dfrac{27-18}{2}=\dfrac{9}{2}$

△OPD の底辺を図の OD＝6 とすると高さは PI になるので，

(△OPD の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×OD×PI＝$\dfrac{9}{2}$，$\dfrac{1}{2}$×6×PI＝$\dfrac{9}{2}$，6×PI＝9，PI＝$\dfrac{9}{6}=\dfrac{3}{2}$

したがって，点 P の x 座標は$\dfrac{3}{2}$になる。

点 P の y 座標を求めるために直線 OB の式を求める。

(1)より点 B の座標は(6，12)なので，(直線 OB の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{12-0}{6-0}$＝2

直線 OB は原点を通るので，その式は，$y=2x$になる。

点 P の x 座標$\dfrac{3}{2}$を$y=2x$に代入すると，$y=2\times\dfrac{3}{2}$＝3

よって，点 P の座標は$\left(\dfrac{3}{2},\ 3\right)$になる。点 D の座標は(0，6)なので，

(直線 DP の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{3-6}{\frac{3}{2}-0}=\dfrac{-3\times 2}{\frac{3}{2}\times 2}=\dfrac{-6}{3}=-2$

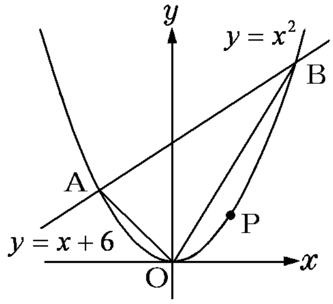
直線 DP の切片は 6 なので,

直線 DP の式は, $y=-2x+6$になる。

【】等積変形

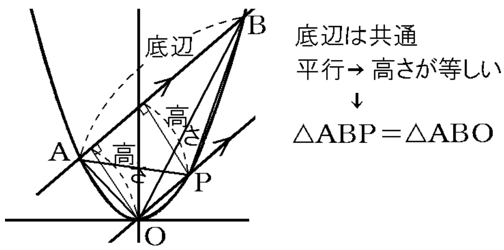
[問題](2 学期期末)

右の図のように，放物線 $y=x^2$ と直線 $y=x+6$ との交点をA，B とする。O を原点とするとき，放物線 $y=x^2$ 上の O からB までの間に点 P をとって，△AOB の面積と△APB の面積が等しくなるようにする。このとき，点 P の座標を求めよ。



[解答欄]

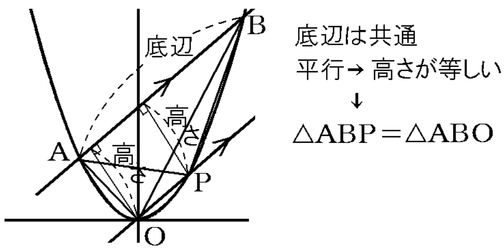
[ヒント]



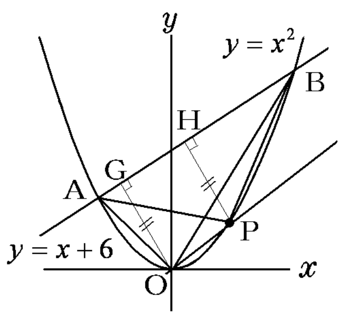
[解答](1，1)

[解説]

平行線を引き，等積変形



右図のように，原点を通って，AB に平行な直線を引く。この直線と放物線と交わる点が求める点 P になる。



△AOB と△APB の共通の底辺を AB とすると，AB // OP ならば，右図のように，OG＝PH となり，高さが等しくなるので，2 つの三角形の面積は等しくなる。

OP の傾きは直線 AB($y=x+6$)の傾きと同じなので，OP の式は，$y=x$ となる。$y=x$ と $y=x^2$ の交点を求めるために，$y=x$ と $y=x^2$ を連立方程式として解く。$y=x^2$ を $y=x$ に代入して，

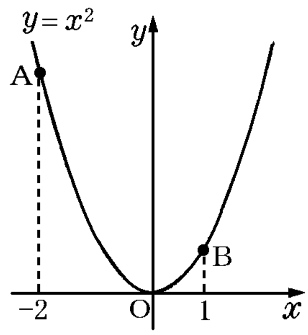
$x^2=x,\ x^2-x=0,\ x(x-1)=0,\ x=0,\ 1$

よって，点 P の x 座標は 1 になる。$x=1$ を $y=x$ に代入すると，$y=1$

よって，点 P の座標は，(1，1)となる。

[問題](2 学期期末)

右の図のように関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，点 A の x 座標が−2，点 B の x 座標が 1 であるとき，次の各問いに答えよ。



(1) 点 A の座標を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

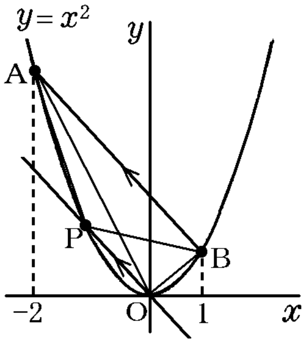
(3) 点 P が関数 $y=x^2$ のグラフ上にあるとき，△PAB の面積が△OAB の面積と等しくなるような点 P の x 座標を求めよ。ただし，点 P は A と B の間にあるものとする。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(3)



[解答](1) (−2，4)　(2)　$y=-x+2$　(3)　$x=-1$

[解説]

(1)(2) 点 A の x 座標は−2 なので，$y=x^2$ に $x=-2$ を代入すると，$y=(-2)^2=4$

よって，点 A の座標は(−2，4)

同様に，点 B の x 座標は 1 なので，$y=x^2$ に $x=1$ を代入すると，$y=1^2=1$

よって，点 B の座標は(1，1)

直線 AB は，A(−2，4)，B(1，1)を通るので，

(直線 AB の傾き)$=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{1-4}{1-(-2)}=\dfrac{-3}{3}=-1$

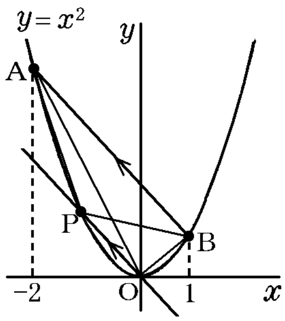
傾きが−1 なので，直線 AB の式は $y=-x+b$ とおくことができる。

点 B(1，1)を通るので，$y=-x+b$ に $x=1$, $y=1$ を代入すると，

$1=-1+b$，$b=2$

よって，直線 AB の式は，$y=-x+2$

(3) 右図のように，OP // BA となるような直線 OP を引くと，△PAB の面積と△OAB の面積は等しくなる(底辺 AB が共通で，高さが等しいから)。
このとき，OP の傾きは，直線 AB($y=-x+2$)の傾き－1 と等しくなるので，OP の式は $y=-x$ となる。
$y=-x$ と $y=x^2$ の交点を求めるために， $x^2=-x$ とおく。
$x^2+x=0$， $x(x+1)=0$， $x=0,\ -1$　よって，点 P の x 座標は $x=-1$



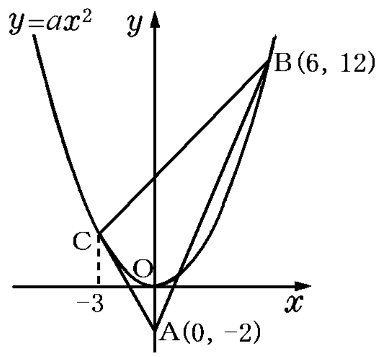
[問題](3 学期)

右の図のように，放物線 $y=ax^2$ と点 A(0，－2)がある。この放物線上に点 B(6，12)と点 C があり，点 C の x 座標は－3 である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 2 点 B，C を通る直線の式を求めよ。

(3) x 軸上に点 P(t，0)(ただし， $t>0$)をとり，△PBC と△ABC の面積が等しくなるとき， t の値を求めよ。

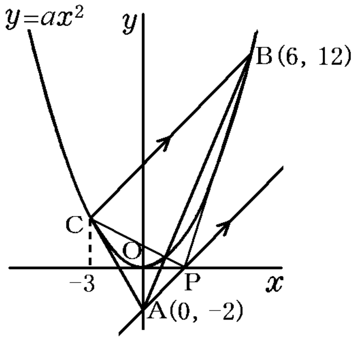


[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(3)



[解答](1) $a=\dfrac{1}{3}$　(2) $y=x+6$　(3) $t=2$

[解説]

(1) 点 B(6，12)は $y=ax^2$ 上にあるので， $x=6,\ y=12$ を $y=ax^2$ に代入すると，

$12=a\times 6^2$， $36a=12$， $a=\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

(2) まず，点 C の座標を求める。点 C は放物線 $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあるので，

$x=-3$ を $y=\frac{1}{3}x^2$ に代入すると， $y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$

よって，点 C の座標は(－3，3)

直線 BC は，B(6，12)，C(－3，3)を通るので，

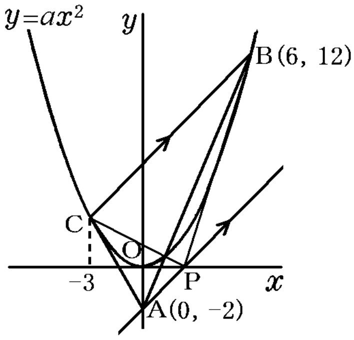
(直線 BC の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{12-3}{6-(-3)}=\frac{9}{9}=1$

傾きが 1 なので，直線 BC の式は $y=x+b$ とおくことができる。

点 C(－3，3)を通るので， $y=x+b$ に $x=-3$, $y=3$ を代入すると， $3=-3+b$， $b=6$

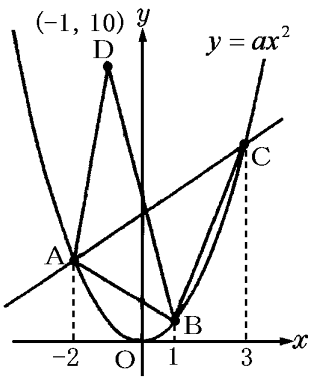
よって，直線 BC の式は， $y=x+6$

(3) 右図のように，AP // CB となるように，x 軸上に点 P をとると，△PBC と△ABC の面積が等しくなる(底辺 BC が共通で，高さが等しいから)。このとき，直線 AP の傾きは直線 BC($y=x+6$)の傾きと同じなので 1 である。また，点 A の座標が(0, －2)であるので, AP の切片は－2 である。よって，直線 AP の式は， $y=x-2$ である。 $y=x-2$ は点 P(t，0)を通るので， $x=t$, $y=0$ を代入すると， $0=t-2$， $t=2$



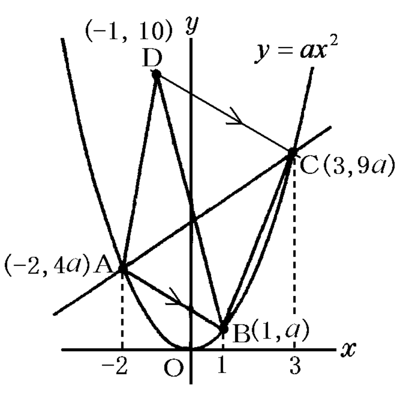
[問題](3 学期)

右の図のように， $y=ax^2$ ($a>0$)上に 3 点 A，B，C をそれぞれ x 座標が，－2，1，3 となるようにとる。点 D の座標が(－1，10)のとき，△ABC と△ABD の面積が等しくなる。このとき， a の値を求めよ。



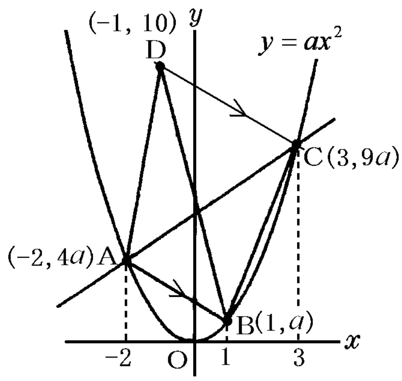
[解答欄]

[ヒント]



[解答] $a=\dfrac{10}{13}$

[解説]



△ABC と△ABD の底辺を AB とすると，面積が等しくなることから，この 2 つの三角形の高さは等しい。

よって, AB // DC で, 直線 AB と直線 DC の傾きは等しい。

点 A は $y=ax^2$ 上にあり， x 座標が－2 なので,

$x=-2$ を $y=ax^2$ に代入して， $y=a\times(-2)^2=4a$

よって，点 A の座標は$(-2,\ 4a)$になる。

同様にして，点 B$(1,\ a)$，点 C$(3,\ 9a)$になる。

また，点 D(－1，10)なので,

(直線 AB の傾き)$=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{a-4a}{1-(-2)}=\dfrac{-3a}{3}=-a$

(直線 DC の傾き)$=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{9a-10}{3-(-1)}=\dfrac{9a-10}{4}$

直線 AB と直線 DC の傾きは等しいので,

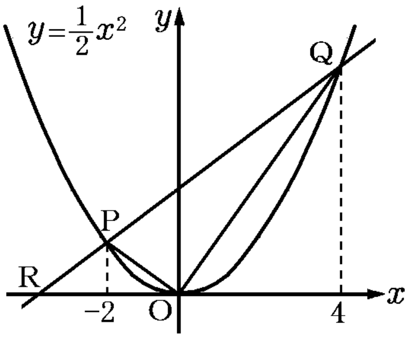
$-a=\dfrac{9a-10}{4}$， $-4a=9a-10$, $-13a=-10$,

$a=\dfrac{10}{13}$

【】線分比と面積比

[問題](後期中間)

右の図のように関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点 P，Q がある。P，Q の x 座標はそれぞれ－2，4 である。次の各問いに答えよ。



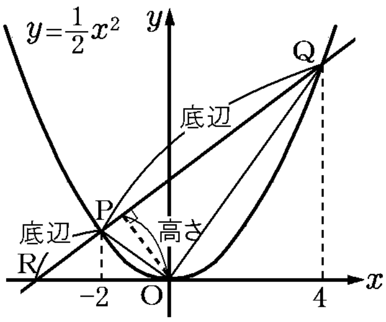
(1) 直線 PQ の式を求めよ。

(2) 直線 PQ と x 軸との交点を R とすると，△PRO と △POQ の面積の比を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]



[解答](1) $y=x+4$　(2) 1：3

[解説]

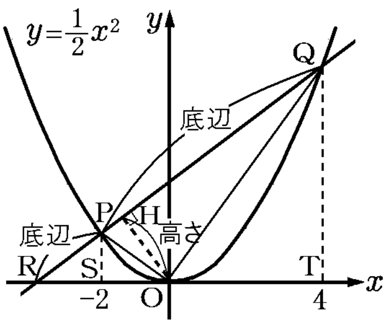
(1) 点 P の x 座標 $x=-2$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入すると $y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$ なので，P(－2，2)

点 Q の x 座標 $x=4$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入すると $y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$ なので，Q(4，8)

(直線 PQ の傾き)＝$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{8-2}{4-(-2)}=\frac{6}{6}=1$ なので，直線 PQ の式は，$y=x+b$ とおくことができる。

$y=x+b$ に P(－2，2)を代入すると，$2=-2+b$，$b=4$

したがって，直線 PQ の式は，$y=x+4$ となる。



(2) 右図のように，△PRO の底辺を RP，△POQ の底辺を PQ とすると，高さ(OH)は共通である。

したがって，△PRO と△POQ の面積比は，底辺 RP と PQ の比(RP：PQ)と等しくなる。

PS // QT なので，平行線の性質より，RP：PQ＝RS：ST である。

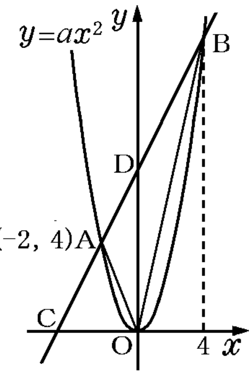
そこで，点 R の x 座標を求める。

(1)で求めた $y=x+4$ に $y=0$ を代入すると， $0=x+4$， $x=-4$

よって，RS＝－2－(－4)＝2，ST＝4－(－2)＝6

したがって，(△PRO の面積)：(△POQ の面積)＝RP：PQ＝RS：ST＝2：6＝1：3 である。

[問題](2 学期期末)



右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフの上に 2 点 A，B がある。点 A の座標が(－2，4)で，点 B の x 座標が 4 である。2 点 A，B を通る直線と x 軸， y 軸との交点をそれぞれ点 C，点 D とするとき，次の各問いに答えよ。

(1)　a の値を求めよ。

(1)　直線 AB の式を求めよ。

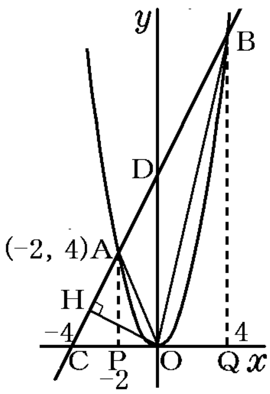
(2)　△OAB の面積は△OCB の面積の何倍か。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(2)



[解答](1)　$a=1$　(2)　$y=2x+8$　(3)　$\dfrac{3}{4}$ 倍

[解説]

(1) 点 A(－2，4)は $y=ax^2$ 上にあるので， $x=-2$, $y=4$ を $y=ax^2$ に代入して，

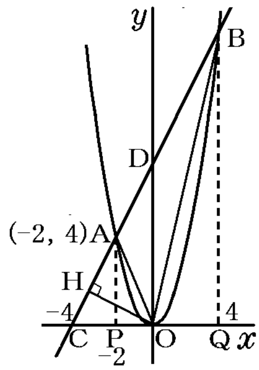
$4=a\times(-2)^2$， $4a=4$， $a=1$

(2) 点 B の x 座標は 4 なので， $y=x^2$ に $x=4$ を代入して， $y=4^2=16$

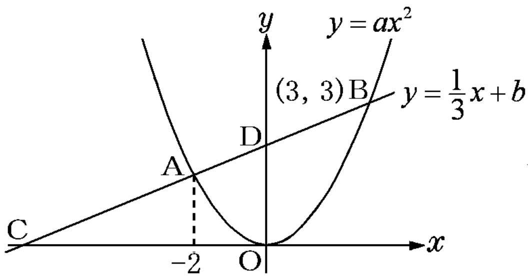
よって点 B の座標は(4，16)である。点 A の座標は(－2，4)なので，

(直線 AB の傾き)＝$\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{16-4}{4-(-2)}=\dfrac{12}{6}=2$

傾きが2なので，直線ABの式は$y=2x+b$とおくことができる。
点A(−2，4)を通るので，$y=2x+b$に$x=-2$, $y=4$を代入すると，
$4=-4+b$, $b=8$
よって，直線ABの式は，$y=2x+8$
(3) 右図のように，△OABの底辺をABとすると，高さはOHである。また，△OCBの底辺をCBとすると，高さはOHである。よって，この2つの三角形は高さが共通なので，
面積比は底辺の長さの比になる。すなわち，
(△OABの面積)：(△OCBの面積)＝AB：CB
AP // BQなので，AB：CB＝PQ：CQ
点Cのx座標を求めるために，$y=2x+8$に$y=0$を代入する。
$0=2x+8$，$2x=-8$，$x=-4$
したがって，点Cのx座標は−4
PQ＝4−(−2)＝6，CQ＝4−(−4)＝8
よって，
(△OABの面積)：(△OCBの面積)＝AB：CB＝PQ：CQ＝6：8＝3：4
したがって，△OABの面積は△OCBの面積の$\frac{3}{4}$倍になる。



[問題](後期中間)
右の図のように，放物線$y=ax^2$と直線$y=\frac{1}{3}x+b$がある。放物線と直線の交点をA，Bとし，直線とx軸，y軸の交点をそれぞれC，Dとする。また，点Aのx座標は−2，点Bの座標は(3, 3)である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) a, bの値を求めよ。
(2) 点Cの座標を求めよ。
(3) y軸上に点E(0, 7)をとるとき△ABEと△ACEの面積の比を最も簡単な整数比で表せ。
[解答欄]

(1) $a=$	$b=$	(2)
(3)		

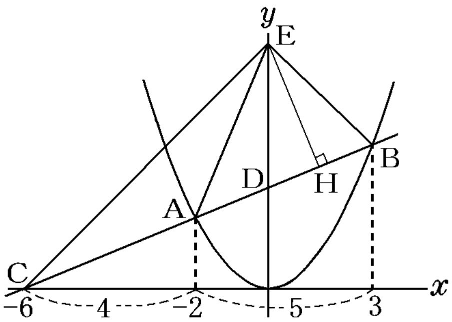
[ヒント]

(1)　$y=ax^2$ は点 B(3，3)を通る→a の値

$y=\dfrac{1}{3}x+b$ は点 B(3，3)を通る→b の値

(2) (1)で b が求まるので，$y=\dfrac{1}{3}x+b$ の式がわかる→点 C では $y=0$→x の値

(3)



[解答](1) $a=\dfrac{1}{3}$　$b=2$　(2) (−6，0)　(3) 5：4

[解説]

(1)　$y=ax^2$ は点 B(3，3)を通るので，$x=3,\ y=3$ を $y=ax^2$ に代入すると，

$3=a\times3^2$，$9a=3$，$a=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

$y=\dfrac{1}{3}x+b$ は点 B(3，3)を通るので，$x=3,\ y=3$ を直線 $y=\dfrac{1}{3}x+b$ に代入すると，

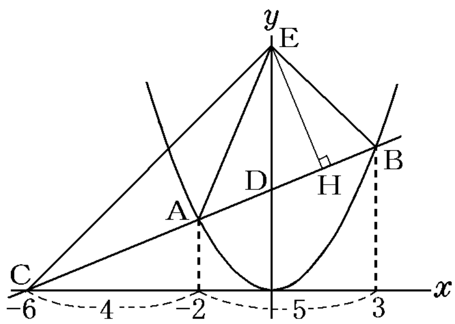
$3=\dfrac{1}{3}\times3+b$，$3=1+b$，$b=2$

(2)　点 C は x 軸上にあるので，y 座標は 0

$y=\dfrac{1}{3}x+2$ に $y=0$ を代入すると，$0=\dfrac{1}{3}x+2$，

両辺を 3 倍して，$0=x+6$，$x=-6$

よって，点 C の座標は(−6，0)



(3)　C，A，B の x 座標がそれぞれ−6，−2，3 であることから CA：AB＝4：5

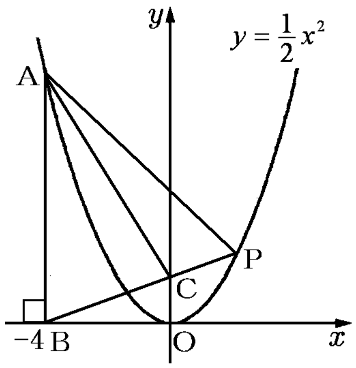
△ABE と△ACE の底辺をそれぞれ AB，AC とすると，高さ(右図 EH)は共通になる。

よって，底辺の比が面積比となる。

したがって，△ABE：△ACE＝5：4

[問題](3 学期)

右の図で，A は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点で，線分 AB は x 軸に垂直である。また，P は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあって $x>0$ の範囲を動く点であり，C は直線 PB と y 軸との交点である。点 A の x 座標が -4 のとき，次の各問いに答えよ。



(1) 点 P の x 座標が 2 であるとき直線 PA の式を求めよ。

(2) △PAB が，PA＝PB の二等辺三角形になるとき，点 P の座標を求めよ。

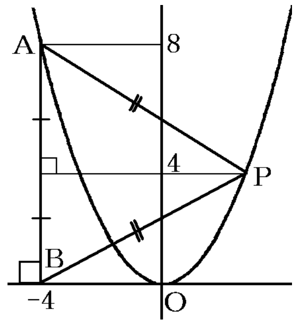
(3) △ABC の面積が△ACP の面積の 2 倍になるとき，点 B を通り，△ABP の面積を二等分する直線の式を求めよ。

[解答欄]

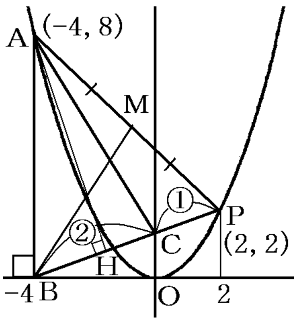
(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(2)



(3)



[解答](1) $y=-x+4$　(2) $(2\sqrt{2},\ 4)$　(3) $y=\dfrac{5}{3}x+\dfrac{20}{3}$

[解説]

(1) 点Aの x 座標が -4 なので，点Aの y 座標は $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入して

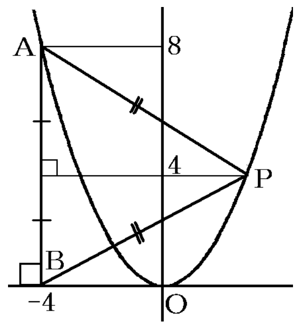
$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$　よって，点Aの座標は(−4，8)

点Pの x 座標が2なので，点Pの y 座標は $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=2$ を代入して

$y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$　よって，点Pの座標は(2，2)

(直線APの傾き)$=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-8}{2-(-4)}=\frac{-6}{6}=-1$

傾きが−1なので，直線APの式は $y=-x+b$ とおくことができる。
点P(2，2)を通るので，$y=-x+b$ に $x=2$, $y=2$ を代入すると，
$2=-2+b$，$b=4$　よって，直線APの式は，$y=-x+4$



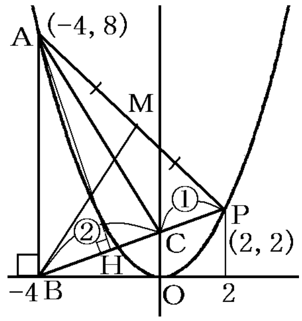
(2) △PABが，PA＝PBの二等辺三角形であることから，点Pの y 座標は点Aと点Bの y 座標の中点となる。点Aの y 座標は(1)より8

なので，点Pの y 座標は $y=\frac{8+0}{2}=4$

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $y=4$ を代入すると $4=\frac{1}{2}x^2$，$x^2=8$，$x>0$ なので

$x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

ゆえに点Pの座標は($2\sqrt{2}$，4)



(3) △ABCの底辺をBC，△ACPの底辺をCPとすると，高さはともに図のAHになる。高さが同じなので底辺の長さの比が面積比と等しくなる。

△ABCの面積が△ACPの面積の2倍になるので，
BC：CP＝2：1となる。
よって，点Bの x 座標が -4 なので，点Pの x 座標は2，点Pの y 座標は $y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$　ゆえに点Pの座標は(2，2)となる。(1)より点Aの座標は(−4，8)　点B(−4，0)を通り，△ABPの面積を2等分する直線はAPの中点

M$\left(\frac{-4+2}{2},\ \frac{8+2}{2}\right)$＝(−1，5)を通る。

(直線BMの傾き)$=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{5-0}{-1-(-4)}=\frac{5}{3}$

傾きが $\frac{5}{3}$ なので，直線 BM の式は $y=\frac{5}{3}x+b$ とおくことができる。

点 B$(-4,\ 0)$を通るので，$y=\frac{5}{3}x+b$ に $x=-4,\ y=0$ を代入すると，

$0=\frac{5}{3}\times(-4)+b$，$0=-\frac{20}{3}+b$，$b=\frac{20}{3}$

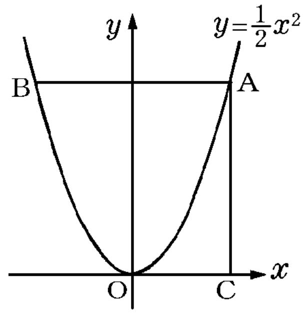
よって，直線 BM の式は，$y=\frac{5}{3}x+\frac{20}{3}$

【】正方形・平行四辺形など

[正方形]

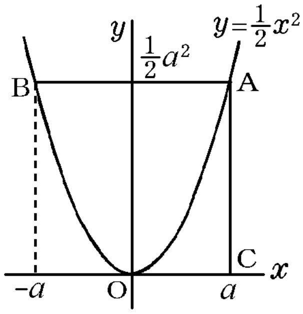
[問題](2 学期期末)

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点 A，B，x 軸上に点 C があり，AB，AC はそれぞれ x 軸，y 軸に平行である。AB＝AC のとき，点 A の座標を求めよ。ただし，点 A の x 座機は正の数である。



[解答欄]

[ヒント]



[解答](4，8)

[解説]

点 A の x 座標を a とする(ただし，$a>0$)。

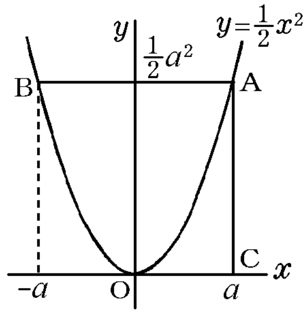
点 A は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあるので，y 座標は，$y=\frac{1}{2}a^2$

よって，AC＝$\frac{1}{2}a^2$

AB は x 軸に平行なので，点 B は y 軸について点 A と対称である。

したがって，点 B の x 座標は $-a$ である。

よって，AB＝$a-(-a)=2a$



AB＝AC なので，$2a=\frac{1}{2}a^2$，$a^2=4a$，$a^2-4a=0$，$a(a-4)=0$

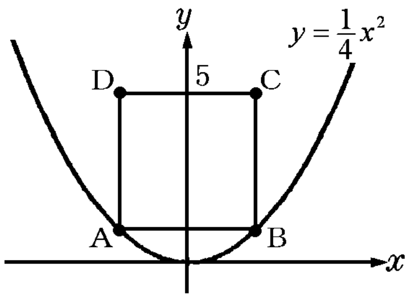
$a>0$ なので，$a=4$

点 A の y 座標は，$y=\frac{1}{2}a^2=\frac{1}{2}\times 4^2=8$

したがって，点 A の座標は(4，8)

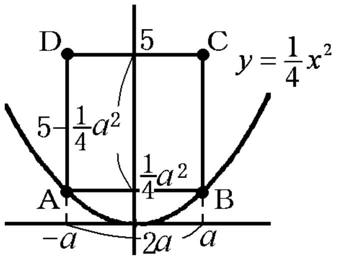
[問題](3 学期)

右の図で，A，B は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点で，四角形 ABCD は正方形である。辺 AB が x 軸に平行で，点 C の y 座標が 5 のとき，点 B の座標を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答](2，1)

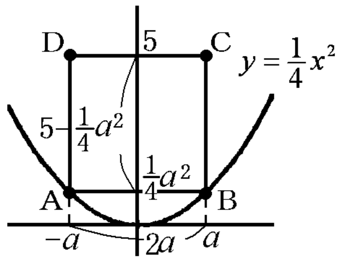
[解説]

点 B の x 座標を a とすると $B\left(a,\ \frac{1}{4}a^2\right)$

点Cの y 座標が5なので，$BC=5-\frac{1}{4}a^2$

また，点 B の x 座標は a なので，AB＝$2a$

四角形 ABCD は正方形なので,



$2a=5-\frac{1}{4}a^2$，$8a=20-a^2$，$a^2+8a-20=0$，$(a-2)(a+10)=0$

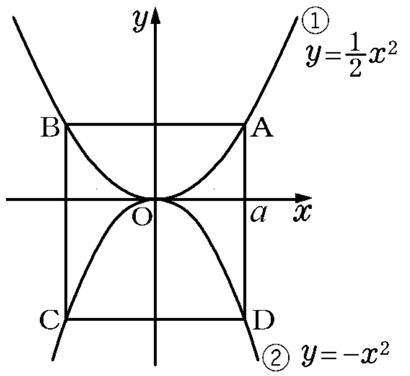
$a=2,\ -10$　$a>0$ なので，$a=2$

$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=2$ を代入すると，$y=1$

よって，点 B の座標は(2，1)

[問題](2 学期中間)

右の図のように，2 つの関数 $y=\frac{1}{2}x^2$・・・①，$y=-x^2$・・・②のグラフがある。①のグラフ上の $x>0$ の範囲に点 A をとり，A を通り x 軸，y 軸に平行な直線と①，②との交点をそれぞれ B, D として正方形 ABCD をつくりたい。点 A の x 座標を a として，次の各問いに答えよ。



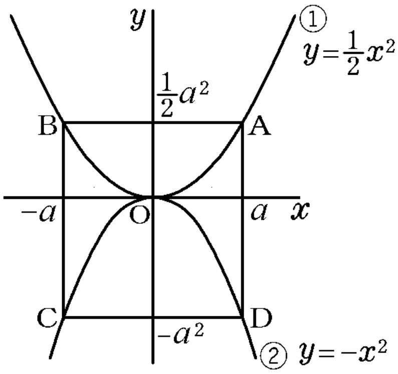
(1) 点 B の座標を a を使って表せ。

(2) a の値を求めよ。

[解答欄]

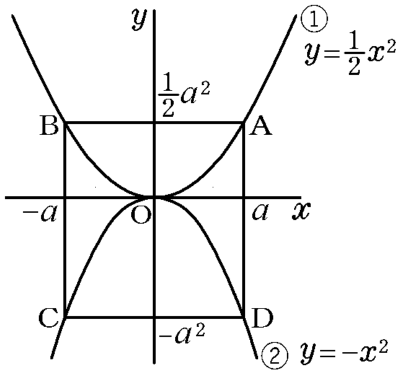
(1)	(2)

[ヒント]



[解答](1) $\left(-a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$ (2) $a=\frac{4}{3}$

[解説]



右図より，点 A，B，D の座標は，

A$\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$，B$\left(-a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$，D$\left(a,\ -a^2\right)$である。

四角形 ABCD が正方形になることから，AB＝AD

AB＝$a-(-a)=2a$，AD＝$\frac{1}{2}a^2-\left(-a^2\right)=\frac{3}{2}a^2$

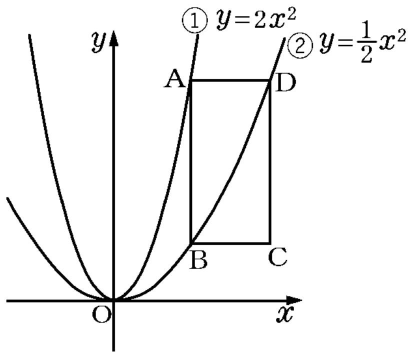
よって，$2a=\frac{3}{2}a^2$，$3a^2=4a$，$a^2=\frac{4}{3}a$，

$a^2-\frac{4}{3}a=0$，$a\left(a-\frac{4}{3}\right)=0$　$a>0$ なので，$a=\frac{4}{3}$

[問題](後期中間)

右の図のように，2 つの放物線

$$y=2x^2 \cdots ①,\quad y=\frac{1}{2}x^2 \cdots ②$$



がある。放物線①上に点 A をとり，点 A を通り y 軸に平行な直線と，放物線②との交点を B，点 A を通り x 軸に平行な直線と，放物線②との交点を D，線分 AB，AD を 2 辺とする長方形を ABCD とする。ただし，2 点 A，D の x 座標は正の数であるものとする。

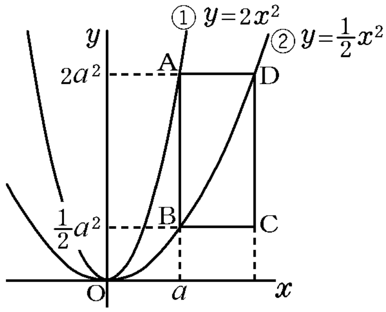
(1) 点 A の x 座標を $a\,(a>0)$ とするとき，点 D の座標を a を用いて表せ。

(2) 長方形 ABCD が正方形となるときの点 A の座標を求めよ。

[解答欄]

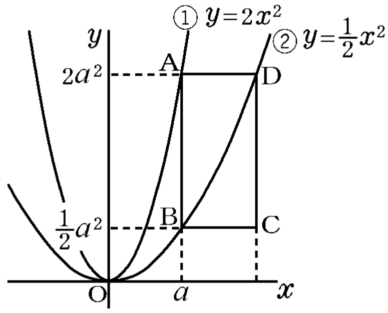
(1)	(2)

[ヒント]



[解答](1) $\left(2a,\ 2a^2\right)$　(2) $\left(\frac{2}{3},\ \frac{8}{9}\right)$

[解説]



点 A，B の座標は，右図より，

A$\left(a,\ 2a^2\right)$，B$\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$

点 D の y 座標は，右図より $2a^2$ なので，

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $y=2a^2$ を代入して，

$2a^2=\frac{1}{2}x^2$，$x^2=4a^2$，$x=\pm 2a$，$x>0$ なので，$x=2a$

よって，点 D の座標は $\left(2a,\ 2a^2\right)$

ABCD が正方形のとき AB＝AD，AB＝ $2a^2-\frac{1}{2}a^2=\frac{3}{2}a^2$，AD＝ $2a-a=a$

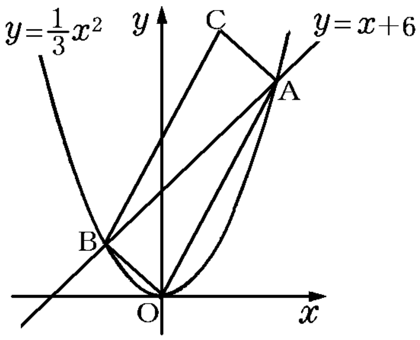
よって，$\frac{3}{2}a^2=a$，$3a^2=2a$，$3a^2-2a=0$，$3a\left(a-\frac{2}{3}\right)=0$

$a>0$ なので，$a=\frac{2}{3}$

$\mathrm{A}\left(a,\ 2a^2\right)$ なので，$\mathrm{A}\left(\frac{2}{3},\ 2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)$，$\mathrm{A}\left(\frac{2}{3},\ \frac{8}{9}\right)$

[平行四辺形]
[問題](2 学期期末)

右の図のように，放物線 $y=\frac{1}{3}x^2$ と直線 $y=x+6$ があり，その交点を A，B とする。また，四角形 AOBC が平行四辺形になるように点 C をとる。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 点 A，B の座標を求めよ。
(2) C の座標を求めよ。

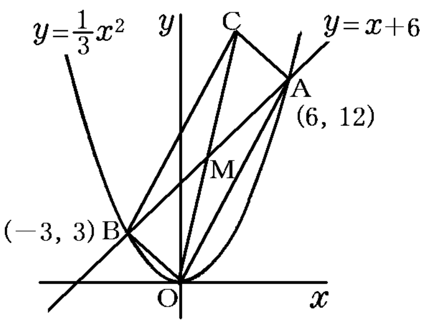
[解答欄]

(1)A	B	(2)

[ヒント]

(1) $y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めるために，$\frac{1}{3}x^2=x+6$ とおく。

(2) 平行四辺形→対角線はそれぞれ中点で交わる：A，B の座標→M の座標→C の座標



[解答](1)A(6，12)　B(−3，3)　(2) (3，15)

[解説]

(1) $y=\dfrac{1}{3}x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めるために，$\dfrac{1}{3}x^2=x+6$ とおく。

$x^2=3x+18$，$x^2-3x-18=0$，$(x+3)(x-6)=0$，$x=-3,\ 6$

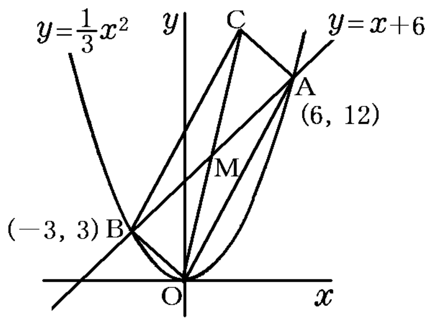
$x=-3$ のとき，$y=x+6=-3+6=3$　よって，点 B の座標は(−3，3)

$x=6$ のとき，$y=x+6=6+6=12$　よって，点 A の座標は(6，12)

(2)

平行四辺形→対角線はそれぞれ中点で交わる

平行四辺形 AOBC の対角線 AB と OC の交点を M とすると，M は AB の中点であり，かつ，OC の中点である。



M は A(6，12)，B(−3，3)の中点なので，

M$\left(\dfrac{6-3}{2},\dfrac{12+3}{2}\right)$，M$\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{15}{2}\right)$

C の座標を C$(p,\ q)$とすると，

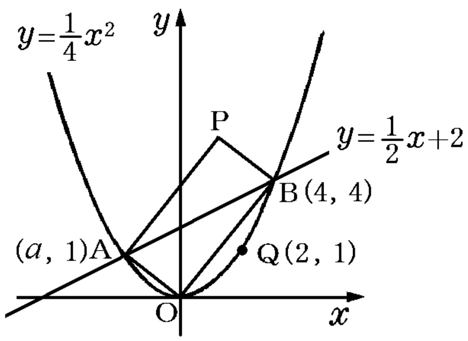
M は OC の中点なので，$\left(\dfrac{0+p}{2},\ \dfrac{0+q}{2}\right)$，$\left(\dfrac{p}{2},\ \dfrac{q}{2}\right)$

よって，$\dfrac{p}{2}=\dfrac{3}{2}$，$\dfrac{q}{2}=\dfrac{15}{2}$

したがって，$p=3,\ q=15$ で，点 C の座標は(3，15)

[問題](後期中間)

右の図で，$y=\dfrac{1}{4}x^2$ と $y=\dfrac{1}{2}x+2$ のグラフの交点を A(a，1)，B(4，4)とする。線分 AB を対角線とする平行四辺形 AOBP をつくる。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

(2) 点 P の座標を求めよ。

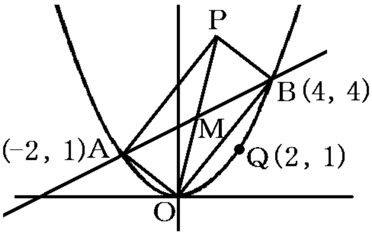
(3) $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，点 Q(2，1)をとる。この点 Q を通り，平行四辺形 AOBP の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

[解答欄]

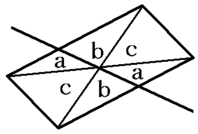
(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(2)



(3) 平行四辺形の対角線の交点を通る直線は，平行四辺形の面積を二等分する。点 Q(2, 1)を通り，平行四辺形 AOBP の面積を 2 等分する直線は対角線の交点 M を通る。

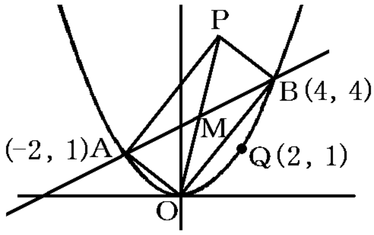


[解答](1) $a=-2$ (2) (2, 5) (3) $y=-\dfrac{3}{2}x+4$

[解説]

(1) 点 A(a, 1)は $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 上にあるので， $x=a$, $y=1$ を $y=\dfrac{1}{4}x^2$ に代入して，

$1=\dfrac{1}{4}a^2$， $a^2=4$，図より $a<0$ なので， $a=-2$



(2) 対角線 OP と AB の交点を M とする。

M は AB の中点なので，

M$\left(\dfrac{-2+4}{2},\ \dfrac{1+4}{2}\right)$，M$\left(1,\ \dfrac{5}{2}\right)$

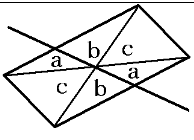
P の座標を P$(p,\ q)$とすると，

M は OP の中点なので， $\left(\dfrac{0+p}{2},\ \dfrac{0+q}{2}\right)$， $\left(\dfrac{p}{2},\ \dfrac{q}{2}\right)$

したがって， $\dfrac{p}{2}=1$， $\dfrac{q}{2}=\dfrac{5}{2}$， $p=2$, $q=5$

よって，点 P の座標は(2, 5)

(3)

平行四辺形の対角線の交点を通る直線は， 平行四辺形の面積を二等分する 

点 Q(2, 1)を通り，平行四辺形 AOBP の面積を 2 等分する直線は対角線の交点 M を通る。

(2)より，M$\left(1,\ \dfrac{5}{2}\right)$である。(直線 QM の傾き)$=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{1-\dfrac{5}{2}}{2-1}=\dfrac{-\dfrac{3}{2}}{1}=-\dfrac{3}{2}$

傾きが$-\dfrac{3}{2}$なので，この直線の式は $y=-\dfrac{3}{2}x+b$ とおくことができる。

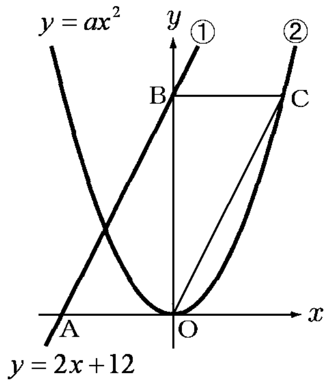
点 Q(2，1)を通るので，$y=-\frac{3}{2}x+b$ に $x=2$，$y=1$ を代入すると，

$1=-\frac{3}{2}\times 2+b$，$1=-3+b$，$b=4$　よって，直線 QM の式は，$y=-\frac{3}{2}x+4$

[問題](入試問題)

右の図で，①は一次関数 $y=2x+12$ のグラフ，②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。①と x 軸，y 軸との交点を，それぞれ A，B とする。②上に点 C をとり，平行四辺形 BAOC をつくるとき，a の値を求めよ。

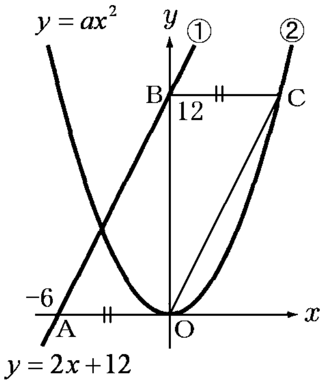
(山形県)



[解答欄]

[ヒント]

平行四辺形→対辺が平行で長さが等しい



[解答] $a=\frac{1}{3}$

[解説]

平行四辺形→対辺が平行で長さが等しい

$y=2x+12$ の y 切片は 12 なので，点 B の座標は(0，12)

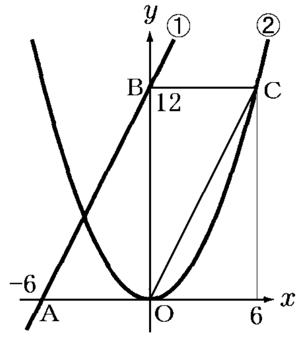
$y=2x+12$ に $y=0$ を代入すると，

$0=2x+12$, $2x=-12$, $x=-12\div 2$, $x=-6$

よって，点 A の座標は(−6，0)

四角形 BAOC は平行四辺形なので，BC // AO，BC＝AO＝6

よって，点 C の座標は(6，12)



点 C は $y=ax^2$ 上の点なので， $x=6$, $y=12$ を $y=ax^2$ に代入して，

$12=a\times 6^2$, $36a=12$, $a=\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

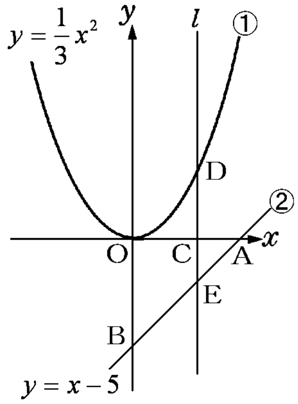
[問題](入試問題)

右の図の①，②は関数

$y=\dfrac{1}{3}x^2\cdots$①　$y=x-5\cdots$②

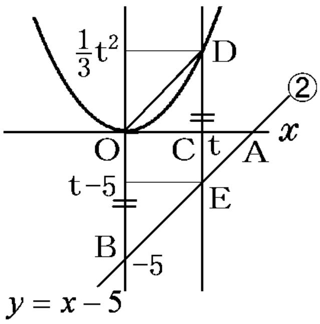
のグラフである。点 O は原点で，点 A，B はそれぞれ②のグラフが x 軸，y 軸と交わる点である。また，y 軸に平行な直線 l が x 軸および①，②のグラフと交わる点をそれぞれ C，D，E とする。四角形 OBED が平行四辺形になるとき，点 C の x 座標 t を求めよ。

(佐賀県)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]3

[解説]

四角形 OBED は平行四辺形なので，DE＝OB

点 B は $y=x-5$ の y 切片なので，B の y 座標は－5

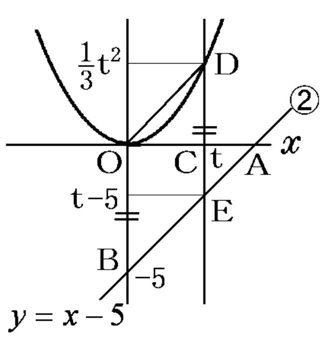
よって，OB＝5　点 C の x 座標を $x=t$ とすると，

点 D の y 座標は $y=\dfrac{1}{3}t^2$ で，点 E の y 座標は $y=t-5$

よって，DE＝$\dfrac{1}{3}t^2-(t-5)=\dfrac{1}{3}t^2-t+5$

DE＝OB なので， $\dfrac{1}{3}t^2-t+5=5$, $\dfrac{1}{3}t^2-t=0$, $t^2-3t=0$, $t(t-3)=0$

$t>0$ なので， $t=3$

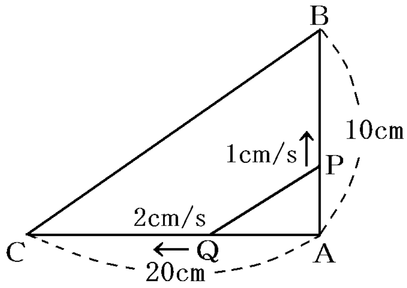


【】いろんな事象と関数

【】動点

[問題](2 学期中間)

右の図のような直角三角形 ABC がある。点 P は辺 AB 上を毎秒 1cm の速さで，A から B まで動き，点 Q は辺 AC 上を毎秒 2cm の速さで，A から C まで動く。P，Q が同時に A を出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm² とするとき，次の各問いに答えよ。



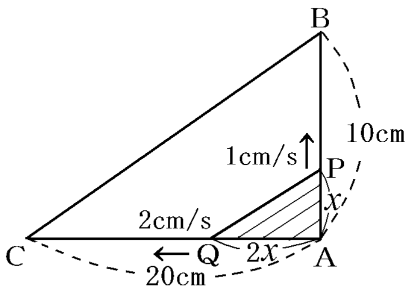
(1) ① y を x の式で表せ。②また， x の変域も求めよ。

(2) △APQ の面積が 12cm² になるのは，P，Q が出発してから何秒後か。

[解答欄]

(1)①	②	(2)

[ヒント]



[解答](1) $y=x^2$ ② $0 \leqq x \leqq 10$ (2) $2\sqrt{3}$ 秒後

[解説]

(1) x 秒後には，AP＝ x cm，AQ＝ $2x$ cm よって $y=\dfrac{1}{2}\times x\times 2x=x^2$

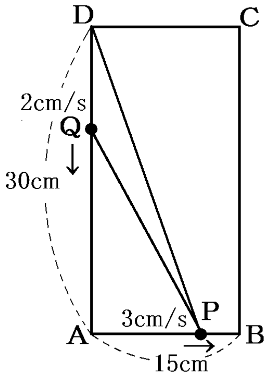
P が B 点に達するのは 10 秒後，Q が C 点に達するのも 10 秒後

よって， x の変域は， $0 \leqq x \leqq 10$

(2) $y=x^2$ に $y=12$ を代入すると， $12=x^2$ $x \geqq 0$ なので $x=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

[問題](2 学期中間)

AB＝15cm，AD＝30cm の長方形 ABCD がある。右の図のように，P は AB 上を毎秒 3cm の速さで A から B まで動く。また，Q は毎秒 2cm の速さで D から A の方向へ動く。P，Q が同時に出発して x 秒後にできる△DPQ の面積を y cm² とするとき，次の各問いに答えよ。ただし，x の変域は，$0 \leqq x \leqq 5$ とする。



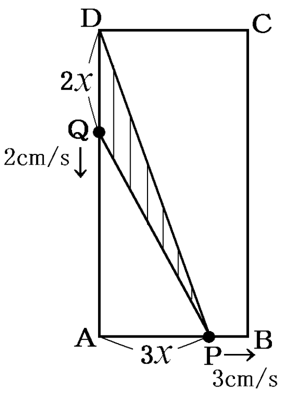
(1)　y を x の式で表せ。

(2)　△DPQ の面積が長方形 ABCD の面積の $\frac{1}{6}$ になるのは，P が出発してから何秒後か。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]



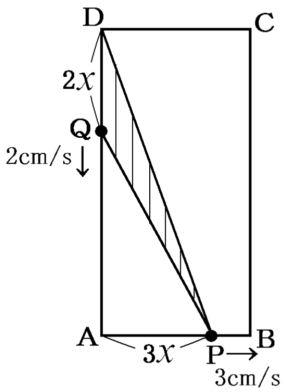
[解答](1)　$y = 3x^2$　(2) 5 秒後

[解説]

(1)　x 秒後には，DQ＝ $2x$ cm，AP＝ $3x$ cm なので，

(△DPQ の面積)＝ $\frac{1}{2}$ ×(底辺 DQ)×(高さ PA)

$y = \frac{1}{2} \times 2x \times 3x = 3x^2$



(2)　長方形の面積は 30×15＝450cm² なので，

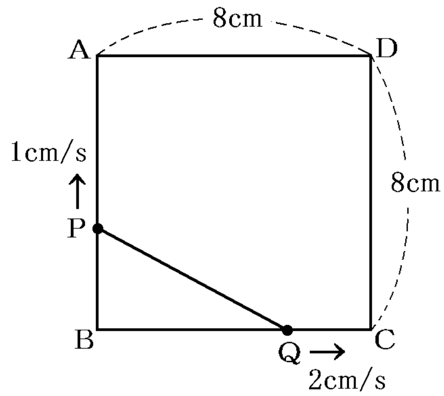
$y = 450 \times \frac{1}{6} = 75$　cm²

よって，$y = 3x^2$ に $y = 75$ を代入すると，$75 = 3x^2$，$x^2 = 75 \div 3$，$x^2 = 25$

$x > 0$ なので $x = 5$　これは条件を満たす。

[問題](後期中間)

右の図のような正方形ABCDで，点PはBを出発して辺AB上をAまで毎秒1cmの速さで動く。点Qは，PがBを出発するのと同時にBを出発して，辺BC, CD上を点Dまで毎秒2cmの速さで動く。点P, QがBを出発してからx秒後の△BPQの面積をy cm²として，各問いに答えよ。



(1) 次の場合について，yをxの式で表せ。また，xの変域を求めよ。

① 点Qが辺BC上を動くとき

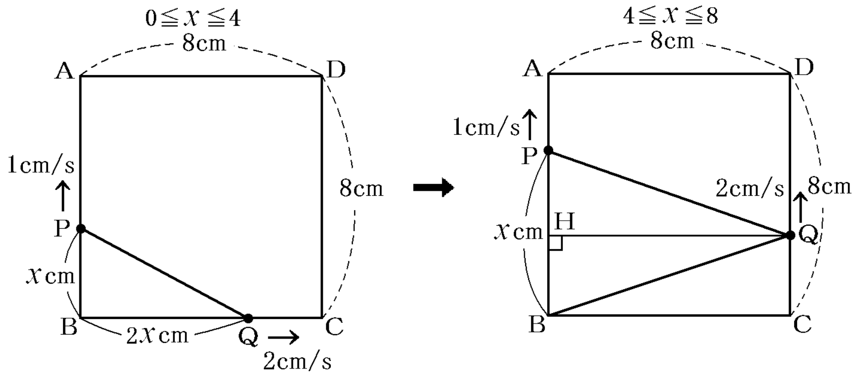
② 点Qが辺CD上を動くとき

(2) △BPQの面積が24 cm²になるのは，点PがBを出発してから何秒後か。

[解答欄]

(1)①式：	変域：	②式：
変域：	(2)	

[ヒント]



[解答](1)①式：$y=x^2$　変域：0≦x≦4　②式：$y=4x$　変域：4≦x≦8

(2) 6秒後

[解説]

(1)① 点Qは毎秒2cmの速さで動くので，

BC間の8cmを移動するのにかかる時間は，

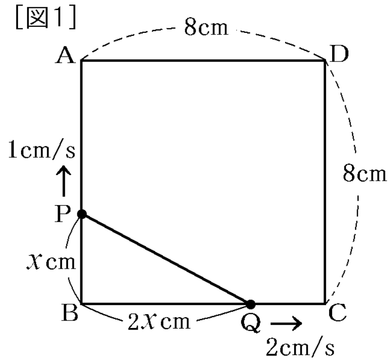
8(cm)÷2(cm／秒)＝4(秒)である。したがって，点Qが辺BC上を動くときのxの変域は0≦x≦4である。

このときのP, Qの位置関係は右の図1のようになっており，

BQ＝2(cm／秒)×x(秒)＝2x(cm)

BP＝1(cm／秒)×x(秒)＝x(cm)なので，

[図1]

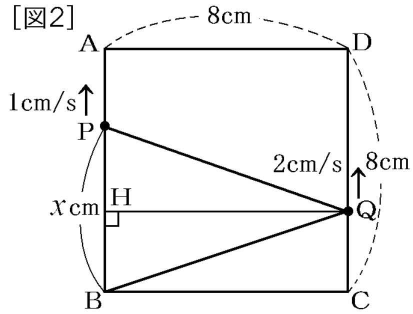


(△BPQ の面積)＝$\frac{1}{2}$×BQ×BP＝$\frac{1}{2}\times 2x\times x = x^2$

よって，$y = x^2$

② 点Qが辺CD間の8cmを移動するのにかかる時間は，8(cm)÷2(cm／秒)＝4(秒)である。したがって，点 Q が辺 CD 上を動くときの x の変域は $4 \leqq x \leqq 8$ である。

このときの P，Q の位置関係は右の図 2 のようになっている。△BPQ の底辺を BP とすると高さは QH なので，



(△BPQ の面積)＝$\frac{1}{2}$×BP×QH＝$\frac{1}{2}\times x\times 8 = 4x$

よって，$y = 4x$

(2) (1)より，$0 \leqq x \leqq 4$ のとき $y = x^2$ であるが，$x = 4$ のとき $y = 4^2 = 16$ なので，このときの y の変域は，$0 \leqq y \leqq 16$ である。したがって，この範囲のとき，面積が 24 cm² になることはない。

$4 \leqq x \leqq 8$ のとき $y = 4x$ なので，$x = 4$ のとき $y = 4\times 4 = 16$，$x = 8$ のとき $y = 4\times 8 = 32$ で，y の変域は，$16 \leqq y \leqq 32$ である。したがって，この範囲のとき，面積が 24 cm² になることがある。

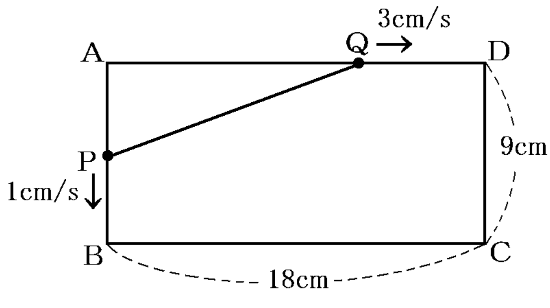
$y = 4x$ に $y = 24$ を代入すると，

$24 = 4x$，$x = 6$

よって，△BPQ の面積が 24 cm² になるのは，点 P が B を出発してから 6 秒後である。

[問題](2 学期中間)

右の図のように，縦が 9cm，横が 18cm の長方形ABCDがある。点PはAを出発して，毎秒 1cm の速さで B まで動く。また，点 Q は点 P と同時に A を出発して，毎秒 3cm の速さでDを通ってCまで動く。P，Q が出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm² として，次の各問いに答えよ。



(1) x の変域が次の①，②のとき，y を x の式で表せ。

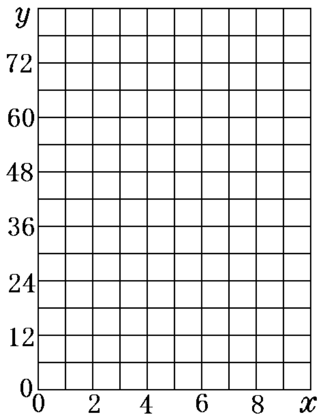
① $0 \leqq x \leqq 6$　　② $6 \leqq x \leqq 9$

(2) x と y の関係を表すグラフを解答欄の図にかき入れよ。

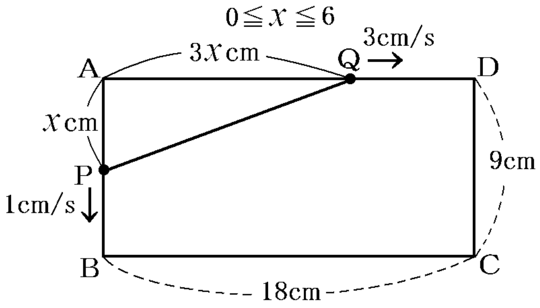
[解答欄]

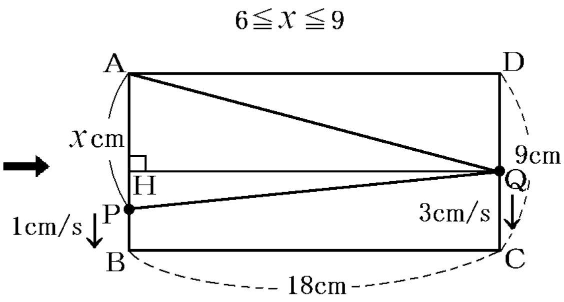
(1)①	②

(2)



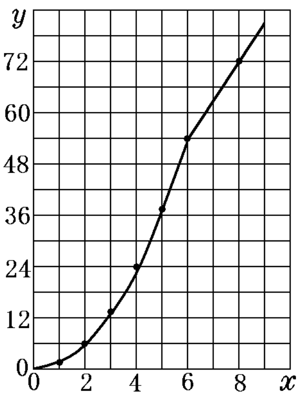
[ヒント]





[解答](1)① $y=\dfrac{3}{2}x^2$ ② $y=9x$

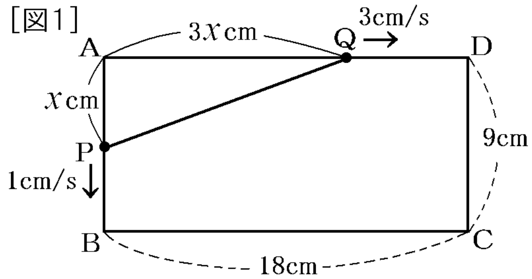
(2)



[解説]

(1)① 点 Q が D に到着するのは，
18(cm)÷3(cm／秒)＝6(秒)後なので，
$0 \leqq x \leqq 6$ のとき，P，Q は右の図 1 のような位置関係にある。したがって，

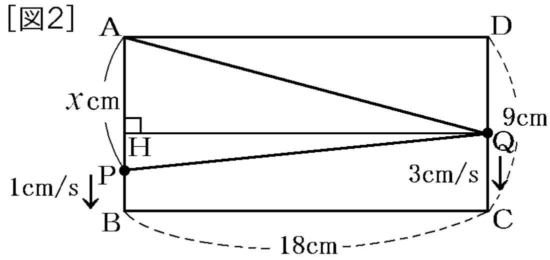
[図1]



(△APQ の面積)＝$\frac{1}{2}$×AQ×AP＝$\frac{1}{2} \times 3x \times x$

よって，$y=\frac{3}{2}x^2$

[図2]

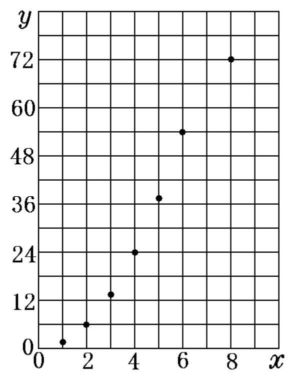


② $6 \leqq x \leqq 9$ のとき，P，Q は右の図 2 のような位置関係にある。
△APQ の底辺を AP とすると高さは QH なので，

(△APQ の面積)＝$\frac{1}{2}$×AP×QH＝$\frac{1}{2} \times x \times 18$

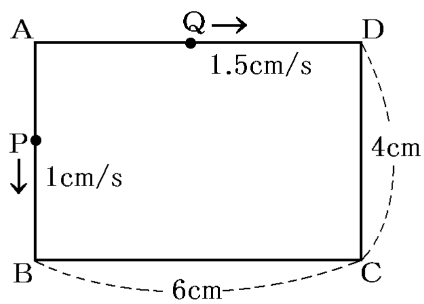
よって，$y=9x$

(2) $0 \leqq x \leqq 6$ のとき $y=\frac{3}{2}x^2$ なので，
右図のように，x が 1～6 のときの y の値を計算し，
グラフ上に点をとる。その点をなめらかな曲線になるように結ぶ。
$6 \leqq x \leqq 9$ のとき $y=9x$ で直線になる。
$x=6$ のとき $y=9 \times 6=54$
$x=8$ のとき $y=9 \times 8=72$
なので，(6，54)，(8，72)を通る直線を $6 \leqq x \leqq 9$ の範囲でかく。



[問題](2 学期期末)

縦が 4cm，横が 6cm の長方形 ABCD がある。点 P と Q は頂点 A を同時に出発して矢印の方向へ進む。P は毎秒 1cm，Q は毎秒 1.5cm の速さで辺上を動く。P は辺上を A→B→C→D の順に動き，頂点 D に到達すると止まり，Q は辺 AD 上を A から D まで動き，頂点 D に到達すると止まる。出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm² とするとき，次の問いに答えよ。



(1) 次の各場合について，y を x の式で表せ。

① $0 \leqq x \leqq 4$　② $4 \leqq x \leqq 10$　③ $10 \leqq x \leqq 14$

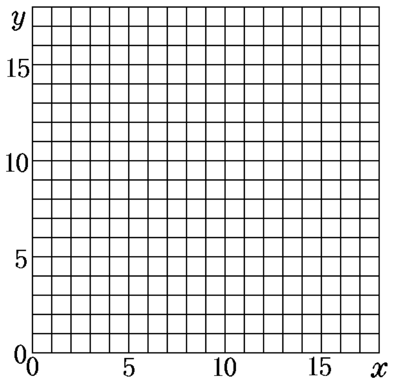
(2) 出発してから 7 秒後の△APQ の面積を求めよ。

(3) y と x の関係を表すグラフを解答欄の図にかき入れよ。

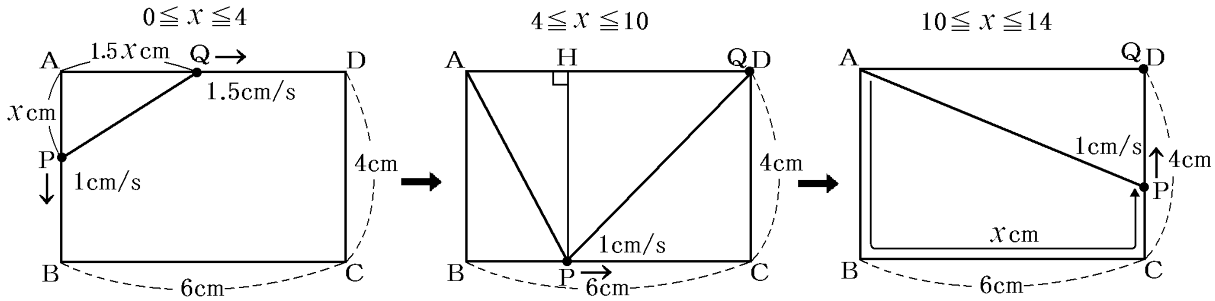
[解答欄]

(1)①	②	③
(2)		

(3)

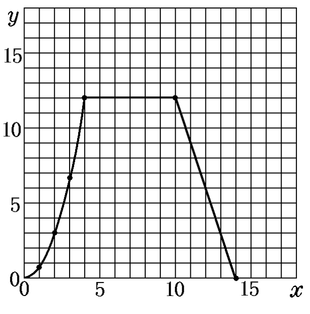


[ヒント]



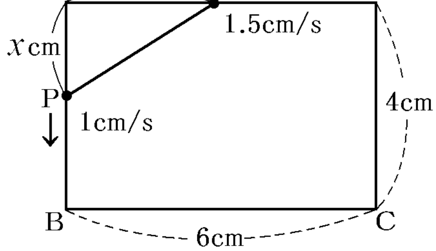
[解答](1)① $y=\frac{3}{4}x^2$　② $y=12$　③ $y=-3x+42$　(2) 12cm²

(3)



[解説]

[図1]



(1)①0≦x≦4 のとき，右の図 1 のように，P は AB 上に，Q は AD 上にある。

x 秒で P は，1(cm／秒)× x (秒)＝ x (cm)

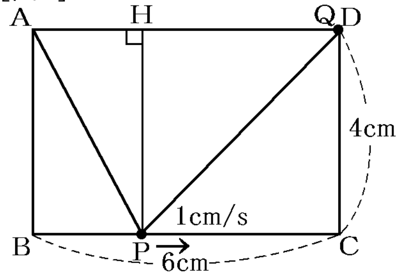
x 秒で Q は，1.5(cm／秒)× x (秒)＝1.5x (cm)進む。

(△APQ の面積)＝$\frac{1}{2}$×AQ×AP＝$\frac{1}{2}$×1.5x×x

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}x\times x=\dfrac{3}{4}x^2$ (cm²)　よって，$y=\dfrac{3}{4}x^2$

② 4 秒で Q は，1.5(cm／秒)×4(秒)＝6(cm)
進み，D の位置に到着して停止するので，
4≦ x ≦10 のとき Q は D の位置にある。
また，P は BC 間にある。
よって，4≦ x ≦10 のときの位置関係は右の図 2 のようになる。

[図2]



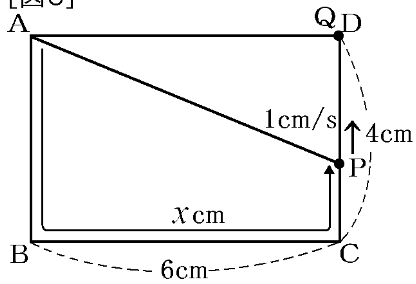
△APQ の底辺を AQ とすると，高さは PH になるので，

(△APQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AQ×PH＝$\dfrac{1}{2}\times 6\times 4$＝12(cm²)

よって，$y=12$

③ 10≦ x ≦14 のとき，右の図 3 のように，Q は D の位置に停止しており，P は CD 間にある。

[図3]



△APQ の底辺を AQ とすると，高さは PQ になる。
図 3 より，PQ＝AB＋BC＋CQ－ x ＝$4+6+4-x=14-x$

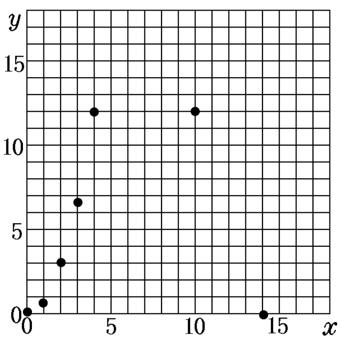
(△APQ の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×AQ×PQ＝$\dfrac{1}{2}\times 6\times(14-x)$＝$3(14-x)$＝$-3x+42$ (cm²)

よって，$y=-3x+42$

(2) 出発してから 7 秒後は，4≦ x ≦10 の範囲にあるので，(1)より $y=12$
よって，そのときの面積は 12cm²

(3) 0≦ x ≦4 のときは $y=\dfrac{3}{4}x^2$

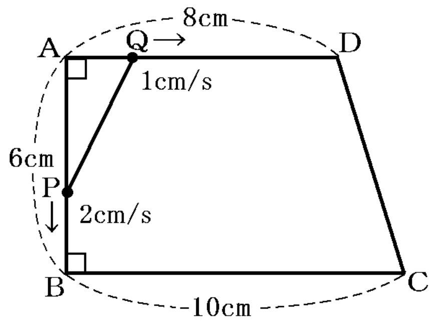
x	0	1	2	3	4
y	0	0.75	3	6.75	12



右図のように点を打ち，なめらかな曲線でむすぶ。
4≦ x ≦10 のときは $y=12$ なので，x 軸に平行な線分をかく。
10≦ x ≦14 のときは $y=-3x+42$
$x=10$ のとき $y=12$，$x=14$ のとき $y=0$
2 点(10，12)，(14，0)をむすぶ。

[問題](2 学期期末)

右の図のような，AD // BC の台形 ABCD があり，AB＝6cm，BC＝10cm，AD＝8cm，∠A＝∠B＝90° である。点 P，Q はそれぞれ点 A を同時に出発して，点 P は辺 AB，BC 上を点 A から点 C まで毎秒 2cm の速さで移動し，点 Q は辺 AD 上を点 A から点 D まで毎秒 1cm の速さで移動する。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 点 P，Q がそれぞれ点 A を同時に出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm² とするとき，次のそれぞれの場合について y を x の式で表し，x の変域も求めよ。

① 点 P が AB 上にあるとき

② 点 P が BC 上にあるとき

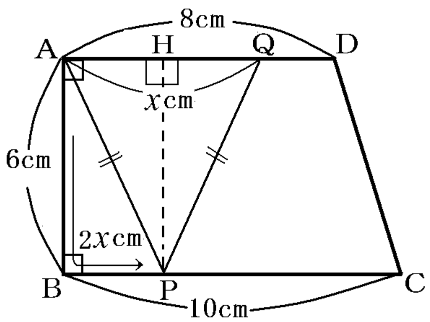
(2) AP＝PQ となるときの△APQ の面積を求めよ。ただし，点 P，Q が点 A の位置にあるときは除く。

[解答欄]

(1)①	②
(2)	

[ヒント]

(2)



[解答](1)① $y=x^2$，$0 \leqq x \leqq 3$　② $y=3x$，$3 \leqq x \leqq 8$　(2) 12cm²

[解説]

(1)① 点 P が点 B に到着するのは $6 \div 2 = 3$ 秒後

よって，点 P が AB 上にあるときの x の変域は $0 \leqq x \leqq 3$

AP＝ $2x$，AQ＝ x なので，面積は $y=\frac{1}{2}\times x\times 2x = x^2$

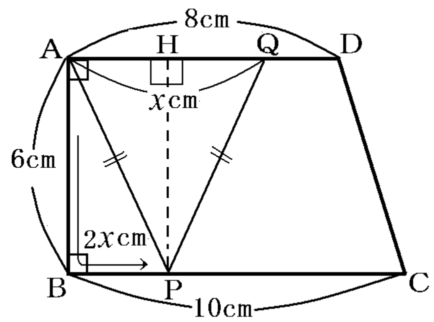
② 点 P が点 C に到着するのは，$(6+10)\div 2 = 8$ 秒後

ゆえに点 P が BC 上にあるときの x の変域は $3 \leqq x \leqq 8$

AQ＝ x cm を底辺とすると，高さは常に 6cm

ゆえに $y=\frac{1}{2}\times x\times 6=3x$

(2) P が AB 上にあるときは AP＜PQ で AP＝PQ とならない。P が BC 上にあるとき，AP＝PQ であるので右図のような状態になる。



Q は毎秒 1cm で移動するので，AQ＝ x cm

二等辺三角形の性質より，AH＝ $\frac{1}{2}$ AQ＝ $\frac{1}{2}x$ (cm)

よって，BP＝AH＝ $\frac{1}{2}x$ (cm)

P は毎秒 2cm で A→B→P と移動するので，AB＋BP＝ $2x$ (cm)

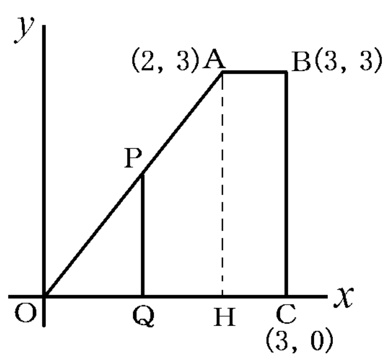
AB＝6(cm)，BP＝ $\frac{1}{2}x$ (cm)なので，

$6+\frac{1}{2}x=2x$， $12+x=4x$， $3x=12$， $x=4$

よって， $y=3x=3\times 4=12$

[問題](2 学期期末)

右の図のように，点 O(0，0)，A(2，3)，B(3，3)，C(3，0)を頂点とする四角形 OABC において，動点 P は辺 OA，AB 上を O から B まで動く。P から x 軸に垂線をひき， x 軸との交点を Q(x ，0)とする。線分 PQ によって分けられた四角形 OABC の 2 つの部分のうち，頂点 O の側にある方の面積を y として，次の各問いに答えよ。



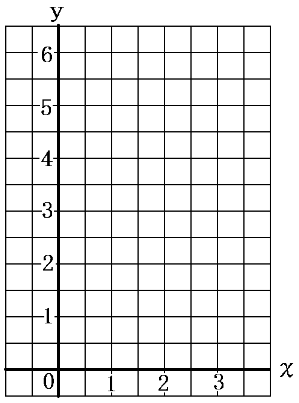
(1) 次の場合について， y を x の式で表せ。

① $0\leqq x\leqq 2$ のとき

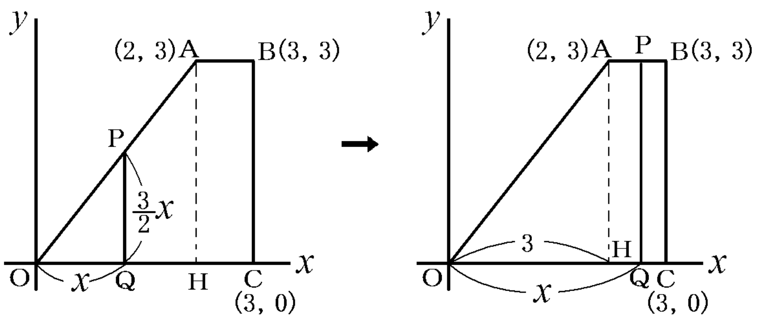
② $2\leqq x\leqq 3$ のとき

(2) x と y との関係を表すグラフをかけ。

[解答欄]

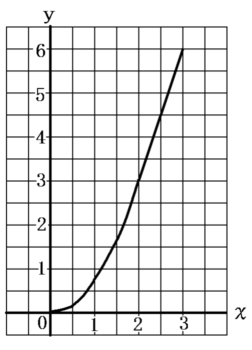
(1)①	②
(2) 	

[ヒント]



[解答](1)①　$y=\frac{3}{4}x^2$　②　$y=3x-3$

(2)



[解説]

(1)①　直線 OA の式は原点を通るので $y=ax$ とおける。

点 A を通るので $x=2,\ y=3$ を代入して $3=2a$

ゆえに $a=\frac{3}{2}$　ゆえに OA の式は $y=\frac{3}{2}x$

ゆえに OQ＝x のとき PQ＝$\frac{3}{2}x$

よって面積 $y=\frac{1}{2}\times x\times\frac{3}{2}x \quad y=\frac{3}{4}x^2$

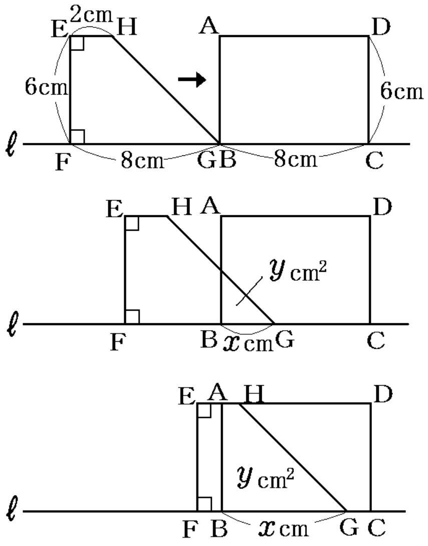
② P が AB 上にあるとき，AP＝ $x-2$ なので

(面積)＝△OAH＋四角形

ゆえに $y=\frac{1}{2}\times 2\times 3+(x-2)\times 3 \quad y=3x-3$

【】図形の移動による重なる面積

[問題](後期中間)



右の図のように，長方形 ABCD と台形 EFGH が直線ℓ上に並んでいる。長方形を固定し，台形を矢印の方向に，頂点 G が C に重なるまで移動させる。線分 BG の長さを x (cm)とするときに重なってできる図形の面積を y (cm²)とする。次の各問いに答えよ。

(1) x の変域を $0 \leqq x \leqq 6$ と $6 < x \leqq 8$ の場合に分けて，y を x の式で表せ。

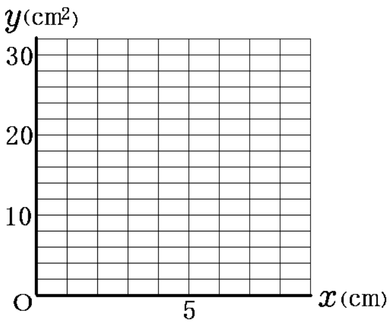
(2) x の変域に注意して，解答用紙の座標平面にグラフをかけ。

(3) 重なってできる図形の面積が，もとの台形 EFGH の面積の $\dfrac{2}{3}$ になるときの，BG の長さを求めよ。

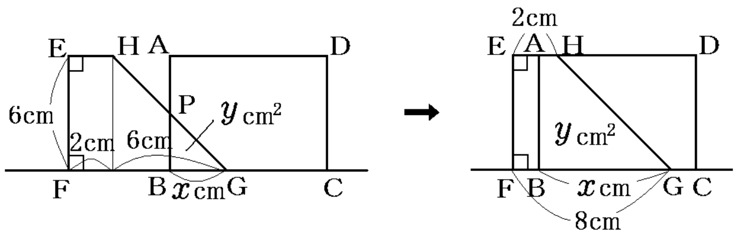
[解答欄]

(1)$0 \leqq x \leqq 6$：	$6 < x \leqq 8$：	(3)

(2)

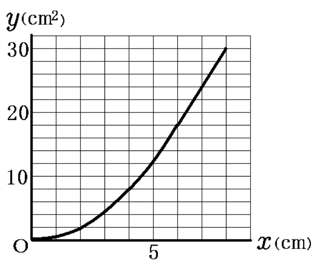


[ヒント]



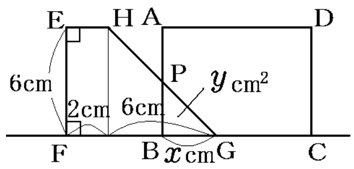
[解答](1)$0 \leqq x \leqq 6$： $y = \dfrac{1}{2}x^2$　 $6 < x \leqq 8$： $y = 6x - 18$　(3) $\dfrac{19}{3}$cm

(2)



[解説]

(1) $0 \leqq x \leqq 6$ のときは，右図のような状態になっている。

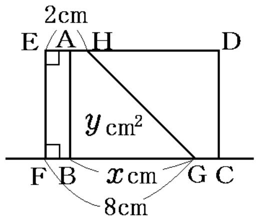


右図で，BP＝BG＝x(cm)なので，

(△BPG の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BG×BP＝$\dfrac{1}{2} \times x \times x = \dfrac{1}{2}x^2$ (cm²)

よって，$y = \dfrac{1}{2}x^2$

$6 < x \leqq 8$ のときは，右図のような状態になっている。



(台形 ABGH の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(AH＋BG)×AB

BG＝x(cm)，AB＝6cm である。

AH は次のようにして求める。

図より，FB＝8－x(cm)なので，EA＝FB＝8－x(cm)

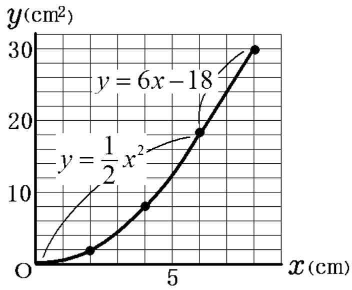
AH＝EH－EA＝2－(8－x)＝x－6

よって，(台形 ABGH の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(AH＋BG)×AB

$= \dfrac{1}{2} \times (x - 6 + x) \times 6 = 3(2x - 6) = 6x - 18$

したがって，$y = 6x - 18$

(2) $0 \leqq x \leqq 6$ のときは $y = \dfrac{1}{2}x^2$



$x = 2$ のとき $y = 2$，$x = 4$ のとき $y = 8$

$x = 6$ のとき $y = 18$

たとえば，この 3 点を打って，なめらかな曲線で結ぶ。

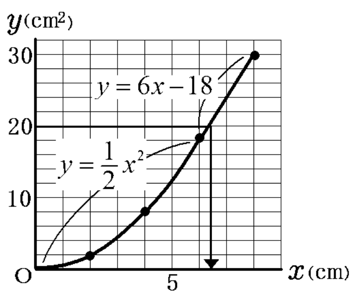
$6 < x \leqq 8$ のときは $y = 6x - 18$

$x = 6$ のとき $y = 18$，$x = 8$ のとき $y = 30$

この 2 点を直線で結ぶ。

(3) (台形 EFGH の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(EH＋FG)×EF＝$\dfrac{1}{2}$×(2＋8)×6＝30(cm²)

30(cm²)の $\dfrac{2}{3}$ は 20(cm²)



右のグラフより，y＝20 のとき，$x > 6$

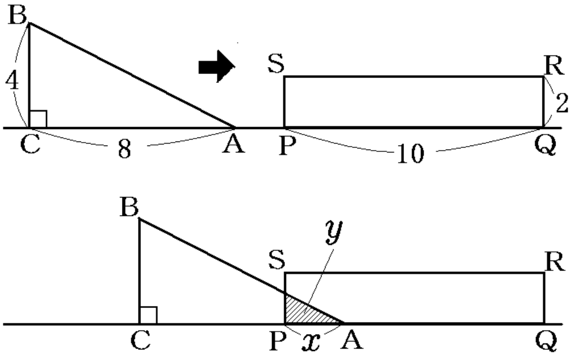
よって，$y = 6x - 18$ に y＝20 を代入して，

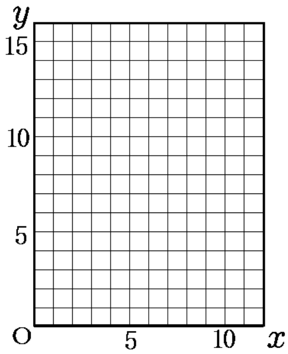
$20 = 6x - 18$，$6x = 38$

$x = \dfrac{38}{6} = \dfrac{19}{3}$

[問題](2 学期中間)

次の図のように，直線上を矢印の方向に一定の速さで移動している直角三角形 ABC と，直線上で静止している長方形 PQRS がある。直角三角形 ABC と長方形 PQRS が重なり始めたときからの PA の長さを x とし，重なった部分の面積を y するとき，後の各問いに答えよ。





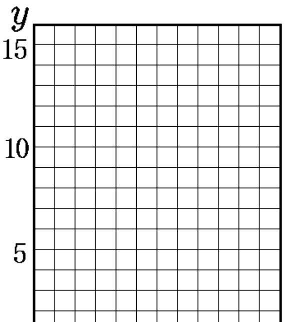
(1) $x=2$ のとき，y の値を求めよ。

(2) 直角三角形 ABC と長方形 PQRS の重なった部分の図形が直角三角形となるような x の範囲を求めよ。

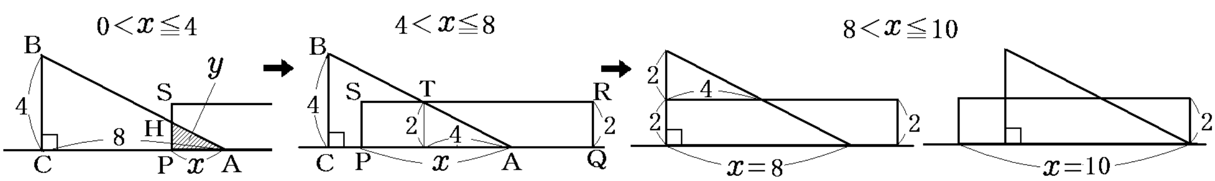
(3) $x=6$ のときの y の値を求めよ。

(4) y の変化を右のグラフにかけ。ただし，x の変域は $0 \leqq x \leqq 10$ とする。

[解答欄]

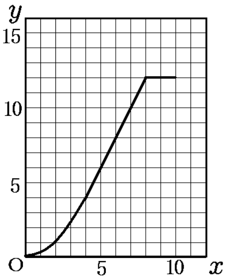
(1)	(2)	(3)
(4) 		

[ヒント]



[解答](1)　$y=1$　(2) $0<x\leqq 4$　(3)　$y=8$

(4)

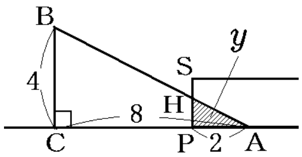


[解説]

(1)　$x=2$ のとき，右図のような状態になっており，

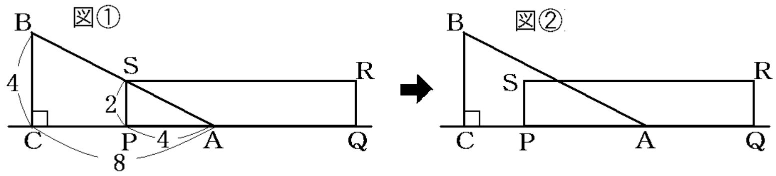
HP：PA＝BC：CA＝4：8＝1：2 なので，

HP：PA＝1：2，HP：2＝1：2 で，HP＝1 になる。



したがって，　$y=\frac{1}{2}\times \mathrm{PA}\times \mathrm{HP}=\frac{1}{2}\times 2\times 1=1$

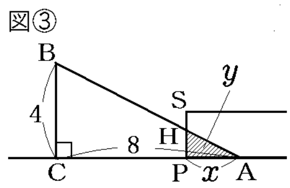
(2) 重なった部分の図形が直角三角形となるのは，右の図①の $x=4$ の場合までである。x が 4 より大きくなると，重なった部分は図②のように台形になる。



したがって，重なった部分の図形が直角三角形となるのは，$0<x\leqq 4$ の範囲である。

(3)(4) 0<0≦4 のとき，右の図③のような状態になる。

このとき，重なった部分は三角形になるので，

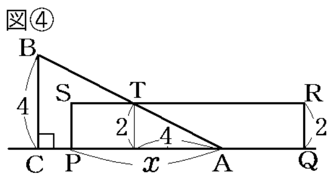


(重なった部分の面積)＝$\frac{1}{2}\times \mathrm{PA}\times \mathrm{PH}$ となる

PA＝x，PH＝$\frac{1}{2}x$ なので，　$y=\frac{1}{2}\times x\times \frac{1}{2}x$　よって，　$y=\frac{1}{4}x^2$

$4<x\leqq 8$ のとき，右の図④のような状態になる。

重なった部分は，台形 STAP になる。



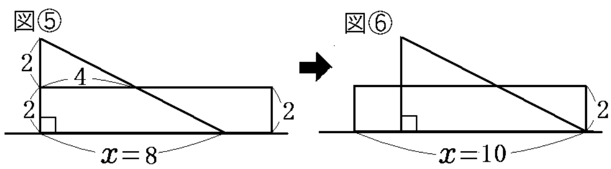
(重なった部分の面積)＝$\frac{1}{2}\times(\mathrm{ST}+\mathrm{PA})\times \mathrm{SP}$

図より，ST＝$x-4$ なので，　$y=\frac{1}{2}(x-4+x)\times 2=2x-4$

したがって，$x=6$ のとき，$y=2\times 6-4=8$ となる。

$8<x\leqq 10$ のとき，右の図⑤→図⑥のように，重なった部分は一定で，

(重なった部分の面積)＝$\frac{1}{2}\times(4+8)\times 2=12$



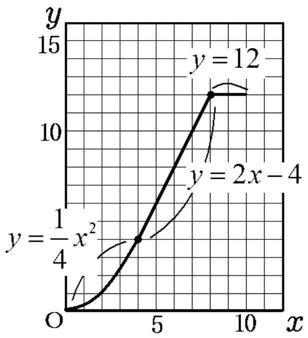
となる。以上より，

$0 < x \leqq 4$ のとき，$y=\frac{1}{4}x^2$

$4 < x \leqq 8$ のとき，$y=2x-4$

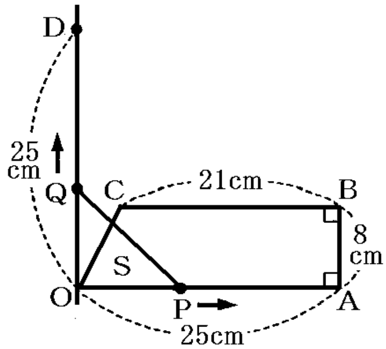
$8 < x \leqq 10$ のとき，$y=12$

で，グラフは右図のようになる。



[問題](入試問題)

右の図のような，OA // CB である台形 OABC があり，OA＝25cm，AB＝8cm，BC＝21cm，∠OAB＝∠ABC＝90°である。点 O を通り，線分 OA に垂直な直線をひく。この直線上に，直線 OA について 2 点 B，C と同じ側に OD＝25cm となる点 D をとる。点 P は，点 O を出発して，毎秒 1cm の速さで，線分 OA 上を点 A まで動く点である。点 Q は，点 O を点 P と同時に出発して，OQ＝OP となるように，線分 OD 上を動く点である。2 点 P，Q が点 O を出発してから x 秒後に，台形 OABC を線分 PQ が分けてできる図形のうち，点 O を含む図形を S とするとき，次の各問いに答えよ。



(1) 点 P が点 O を出発してから 25 秒後にできる図形 S の面積は何 cm² か。

(2) $0 \leqq x \leqq 12$ の場合について，図形 S の面積は何 cm² か。x を使った式で表せ。

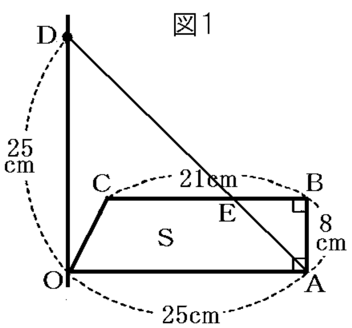
(3) $12 \leqq x \leqq 25$ の場合について，図形 S の面積は何 cm² か。x を使った式で表せ。

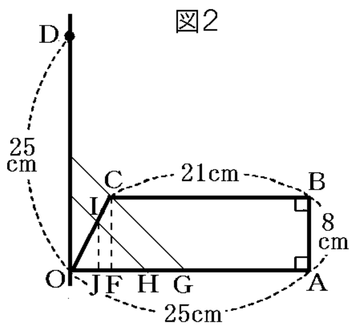
(香川県)

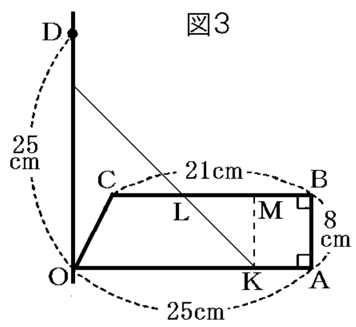
[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]







(1) 点 P が点 O を出発してから 25 秒後にできる図形 S は図 1 のようになっている。

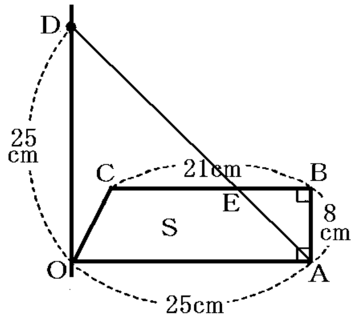
(2) 図 2 のように，線分 PQ が点 C を通るとき，OG＝12(cm)である。よって，$0 \leqq x \leqq 12$ の場合の図形 S は図 2 の△IOH のようになっている。

(3) $12 \leqq x \leqq 25$ のとき，図 3 のような状態になる。

[解答](1) 152cm²　(2) $\dfrac{1}{3}x^2$ (cm²)　(3) $8x-48$ (cm²)

[解説]

(1) 点 P が点 O を出発してから 25 秒後にできる図形 S は右図のようになっている。



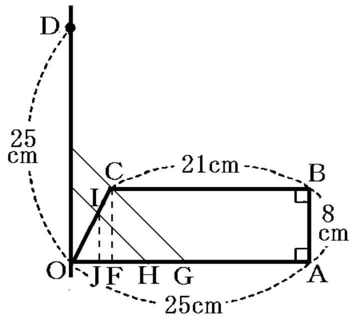
BE＝AB＝8(cm)，CE＝21－BE＝21－8＝13(cm)

S は台形なので，

(S の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$(CE＋OA)×BA$=\dfrac{1}{2}\times(13+25)\times 8$

＝152(cm²)

(2) 線分 PQ が点 C を通るとき，右図で，



OF＝25－21＝4(cm)，FG＝FC＝AB＝8(cm)なので，

OG＝OF＋FG＝4＋8＝12(cm)である。

よって，$0 \leqq x \leqq 12$ の場合の図形 S は右図の△IOH のようになっている。

このとき，OH＝x である。

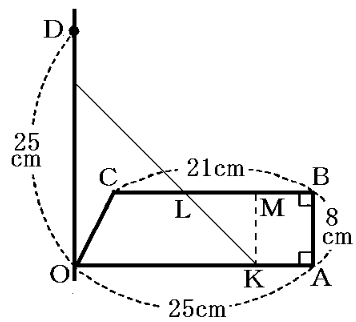
IJ：CF＝OH：OG

IJ：8＝x ：12

12IJ＝$8x$，IJ$=\dfrac{8}{12}x=\dfrac{2}{3}x$ (cm)

よって，(S の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$OH×IJ$=\dfrac{1}{2}\times x\times\dfrac{2}{3}x=\dfrac{1}{3}x^2$ (cm²)

(3) $12 \leqq x \leqq 25$ のとき，右図のような状態になる。



図形 S は右図の台形 COKL である。

OK＝x (cm)

LM＝MK＝8(cm)

MB＝KA＝OA－OK＝25－x (cm)

CL＝CB－LM－MB＝21－8－(25－x)＝x－12(cm)

(台形 COKL の面積)$=\dfrac{1}{2}\times$(CL＋OK)×BA$=\dfrac{1}{2}(x-12+x)\times 8$

$=4(2x-12)=8x-48$ (cm²)

【】落下運動・制動距離

[落下運動]

[問題](2 学期中間)

　物が自然に落ちるとき，落ちる距離は，落ち始めてからの時間の 2 乗に比例する。また，物が落ち始めてから 3 秒間に落ちる距離を 45m とする。落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m として，次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) 5 秒間に落ちる距離を求めよ。

(3) 405m の高さから落とすと，地面に着くまでに何秒かかるか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

落ちる距離 y (m)は，落ち始めてからの時間 x (秒)の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおくことができる(a は定数)。

[解答](1) $y=5x^2$　(2) 125m　(3) 9 秒

[解説]

(1) 落ちる距離 y (m)は，落ち始めてからの時間 x (秒)の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおくことができる(a は定数)。

$y=ax^2$ に $x=3,\ y=45$ を代入すると， $45=a\times 9$ となり， $a=5$

よって， $y=5x^2$ が成り立つ。

(2) $y=5x^2$ に $x=5$ を代入して， $y=5\times 5^2=125$

(3) $y=5x^2$ に $y=405$ を代入して， $405=5x^2$，$x^2=405\div 5=81$

$x>0$ なので， $x=9$

[問題](2 学期期末)

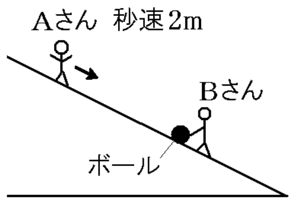
　物が自然に落ちるとき，落ちる距離は，落ち始めてからの時間の 2 乗に比例する。ある物体が落ち始めてから 4 秒間に落ちた距離が 80 m であるとき，この物体を 500m の所から落下させれば，地上に落ちるまでに何秒かかるか。

[解答欄]

[解答]10 秒

[解説]
落ちる距離を y m，落ち始めてからの時間を x 秒とすると，
落ちる距離 y は，落ち始めてからの時間 x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおくことができる（a は定数)。
4 秒間に落ちた距離が 80 m であるので，$80=a\times 4^2$，$a=5$
よって $y=5x^2$　この式に $y=500$ を代入すると，$500=5x^2$，$x^2=100$
$x>0$ なので，$x=10$　よって，10 秒かかる。

[問題](後期中間)
右の図のような坂を A さんは秒速 2m の一定の速さで歩いて下り，その途中でボールを地面に置いて立っている B さんがいる。A さんがボールの横を通過すると同時に B さんがボールから手をはなす。ボールが B さんの手をはなれ，転がり始めてから x 秒間に y m 転がるとすると，x と y の関係は $y=ax^2$ で表されるという。



ボールが転がり始めてから 4 秒間に転がる距離は 4m であった。次の各問いに答えよ。
(1) a の値を求めよ。
(2) ボールが転がり始めてから 2 秒後から 6 秒後までの平均の速さを求めよ。
(3) A さんがボールに追いつかれるのは，ボールが転がり始めてから何秒後か。
(4) B さんがボールをはなしてから 12 秒後には, A さんとボールはどれだけはなれているか。
[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[ヒント]
(1) $y=ax^2$ に $x=4$，$y=4$ を代入する。
(2) (平均の速さ)$=\dfrac{(\text{進んだ距離})}{(\text{かかった時間})}$
(3) A さんは秒速 2m の速さで進んでいるので，x 秒間に進んだ距離 y は $2x$ m である。

[解答](1) $a=\dfrac{1}{4}$　(2) 2m／s　(3) 8 秒後　(4) 12m
[解説]
(1)「ボールが転がり始めてから 4 秒間に転がる距離は 4m であった」ので，$x=4$ のとき $y=4$ になる。$y=ax^2$ に $x=4$，$y=4$ を代入すると，$4=a\times 16$，よって，$a=\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4}$

(2) (1)より，転がり始めてから x 秒後のボールの進んだ距離は， $y=\frac{1}{4}x^2$ である。

$x=2$ のとき， $y=\frac{1}{4}\times 2^2=1$

$x=6$ のとき， $y=\frac{1}{4}\times 6^2=9$

したがって，(平均の速さ)＝$\frac{(進んだ距離)}{(かかった時間)}=\frac{9-1}{6-2}=\frac{8}{4}=2$(m／s)

(3) ボールが転がり始めてから x 秒間に進んだ距離は $y=\frac{1}{4}x^2$ (m)である。A さんは秒速 2m の速さで進んでいるので， x 秒間に進んだ距離は $2x$ m である。

A さんがボールに追いつかれるとき，A さんとボールの進んだ距離は等しくなるので，

$\frac{1}{4}x^2=2x$ が成り立つ。

$\frac{1}{4}x^2=2x,\ x^2=8x,\ x^2-8x=0,\ x(x-8)=0$

よって， $x=0,\ 8$ 　 $x>0$ なので， $x=8$

(4) $x=12$ のとき，

A さんは， $2x$ ＝ $2\times 12=24$ (m)進んでいる。

ボールは， $y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times 12^2=\frac{1}{4}\times 144=36$ (m) 進んでいる。

したがって，A さんとボールは，36－24＝12(m)はなれている。

[制動距離]

[問題](2 学期中間)

時速 x km で走っている自動車がブレーキをかけてから止まるまでに進む距離 y m とすると， y は x の 2 乗に比例する。時速 40km で走っている自動車がブレーキをかけてから止まるまでに進む距離が 10m であるとき， y を x の式で表せ。

[解答欄]

[ヒント]

y は x の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおく。

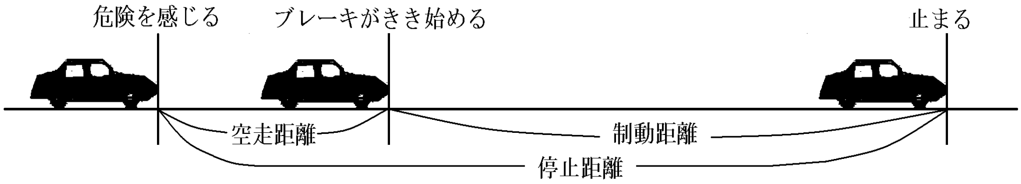
[解答] $y=\frac{1}{160}x^2$

[解説]
y は x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

$x=40$，$y=10$ を代入すると，$10=a\times 40^2$　ゆえに $a=\dfrac{1}{160}$　ゆえに $y=\dfrac{1}{160}x^2$

[問題](2 学期中間)

運転者が危険を感じてからブレーキをふみ，ブレーキが実際にきき始めるまでに進む距離を空走距離といい，ブレーキがきき始めてから自動車が止まるまでに進む距離を制動距離という。



空走距離は，自動車の速さに比例し，制動距離は，自動車の速さの 2 乗に比例する。今，時速 30km で走る自動車の制動距離が 8m であった。この自動車の速さを時速 x km，そのときの制動距離を y m として，次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) 制動距離を 40m にするには，時速をどれだけにすればよいか。小数第 1 位を四捨五入して整数で求めよ。ただし，$\sqrt{3}=1.73$，$\sqrt{5}=2.24$ とする。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]
y は x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

[解答](1) $y=\dfrac{2}{225}x^2$　(2) 時速 67km

[解説]
(1) 制動距離は，自動車の速さの 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおくことができる。

$x=30$，$y=8$ を代入すると，$8=a\times 900$　ゆえに，$a=\dfrac{2}{225}$，$y=\dfrac{2}{225}x^2$

(2) 制動距離が 40m なので，$y=40$

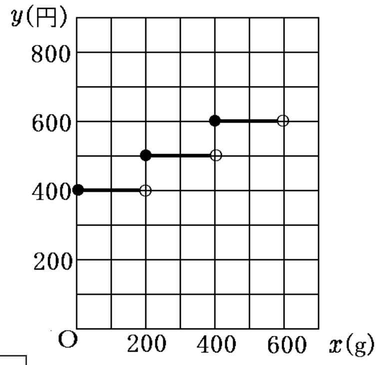
これを $y=\dfrac{2}{225}x^2$ に代入すると，$40=\dfrac{2}{225}x^2$，$x^2=4500$

$x>0$ なので，$x=30\sqrt{5}=67.2$

【】いろいろな関数

[問題](2 学期期末)

右のグラフは，重さ x g の荷物の配送料金を y 円として，x と y の関係を表したものである。次の各問いに答えよ。ただし，グラフで，端の点をふくむ場合は「●」，ふくまない場合は「○」で表している。



(1) 重さ 300g の荷物の配送料金はいくらになるか。

(2) 重さ 400g の荷物の配送料金はいくらになるか。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) x ＝300(g)は，200≦ x ＜400 の範囲に入っている。

[解答](1) 500 円　(2) 600 円

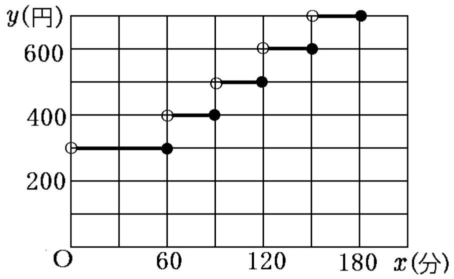
[解説]

x ＝300(g)は，200≦ x ＜400 の範囲に入っているので y ＝500(円)である。

x ＝400(g)は，400≦ x ＜600 の範囲に入っているので y ＝600(円)である。

[問題](2 学期期末)

駅のとなりの駐車場の駐車料金は，60 分以内が 300 円で，その後 30 分ごとに 100 円ずつ加算される。右の図は，この駐車場に x 分間駐車したときの料金を y 円として，x と y の関係を表したものの一部である。次の各問いに答えよ。ただし，グラフで，端の点をふくむ場合は「●」，ふくまない場合は「○」で表している。



(1) 120 分間駐車したとき，駐車料金は何円か求めよ。

(2) 3 時間 45 分駐車したとき，駐車料金は何円か求めよ。

(3) x と y の関係について，次のア～エから最も適切なものを 1 つ選べ。

　ア　x は y の関数である。

　イ　y は x の関数である。

　ウ　x は y の関数であり，y は x の関数である。

　エ　x は y の関数でなく，y は x の関数でない。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(1) $x=120$(分)は，$90<x\leqq 120$ の範囲に入っている。

(2) 3 時間 45 分＝225 分である。
グラフでは，「$150<x\leqq 180$ のときは $y=700$」までしか表示されていないが，
30 分ごとに 100 円ずつ加算されるので，
$180<x\leqq 210$ のときは $y=700+100=800$
$210<x\leqq 240$ のときは $y=800+100=900$

(3) x(分)が決まると y(円)の値がただ 1 つ決まるとき y は x の関数である。

[解答](1) 500 円　(2) 900 円　(3) イ

[解説]

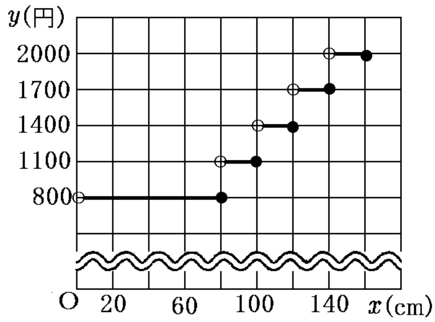
(1) $x=120$(分)は，$90<x\leqq 120$ の範囲に入っているので $y=500$(円)である。

(2) 3 時間 45 分＝225 分である。
グラフでは，「$150<x\leqq 180$ のときは $y=700$」までしか表示されていないが，
30 分ごとに 100 円ずつ加算されるので，
$180<x\leqq 210$ のときは $y=700+100=800$
$210<x\leqq 240$ のときは $y=800+100=900$
である。したがって，$x=225$ のときは $y=900$ になる。

(3) x(分)が決まると y(円)の値はただ 1 つ決まるので，y は x の関数である。
これに対し, 例えば, $y=300$(円)になるときの x(分)は, 10 分, 20 分･･･と複数あるので, y(円)の値が決まっても x(分)の値は決まらない。したがって，x は y の関数とはいえない。

[問題](後期中間)

右のグラフはある運送会社の送料のグラフである。縦，横，高さの合計が x cm までのときの運賃が y 円であることを表している。このとき，次の各問いに答えよ。ただし，グラフで，端の点をふくむ場合は「●」，ふくまない場合は「○」で表している。



(1) y は x の関数であるといえるか。「いえる」か「いえない」という形で答えよ。

(2) 所持金が 1693 円のとき, 荷物の縦, 横, 高さの合計は何 cm までを送ることができるか。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) いえる　(2) 120cm

[解説]

(1) x(cm)が決まると y(円)の値はただ 1 つ決まるので，y は x の関数である。

(2) 所持金が 1693 円のとき運賃 1700 円は支払えない。1400 円までしか支払えない。
$y=1400$(円)に対応する x(cm)は，$100 < x \leqq 120$ であるので，荷物の縦，横，高さの合計が 120cm までを送ることができる。