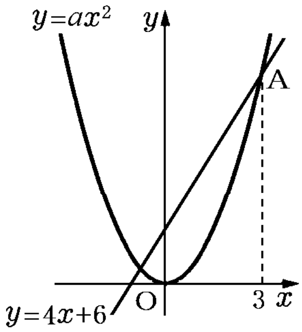
【】放物線と直線

【】放物線の式・直線の式・交点など

[$y=ax^2$ の a の値]

[問題 1](2 学期中間)(*)

右の図は，$y=ax^2\ (a>0)$のグラフと $y=4x+6$ のグラフで，点 A は 2 つのグラフの交点である。点 A の x 座標が 3 であるとき，a の値を求めよ。

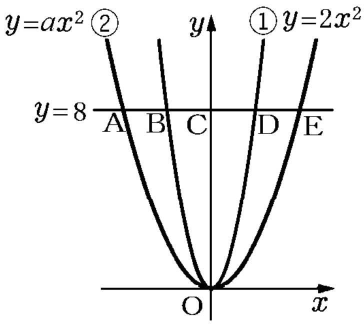


[ヒント]

点 A の x 座標を $y=4x+6$ に代入→点 A の y 座標→点 A の x, y を $y=ax^2$ に代入

[問題 2](後期中間)(**)

右の図のように，関数 $y=2x^2$ ･･･①，$y=ax^2$ ･･･②のグラフと直線 $y=8$ がある。直線 $y=8$ と関数①，②および，y 軸との交点を図のように A，B，C，D，E とするとき，AB＝BC＝CD＝DE が成り立つ。このとき，a の値を求めよ。

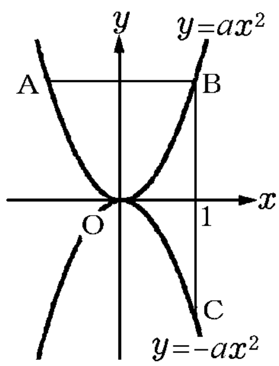


[ヒント]

①の式に $y=8$ を代入→点 D の x 座標→CD＝DE より点 E の x 座標→ $y=ax^2$ に代入

[問題 3](2 学期期末)(**)

右図のように関数 $y=ax^2\ (a>0)$のグラフ上に 2 点 A, B があり，関数 $y=-ax^2$ のグラフ上に点 C がある。線分 AB は x 軸に平行で，線分 BC は y 軸に平行である。点 B の x 座標が 1，AB＋BC＝$\dfrac{16}{3}$ のとき，a の値を求めよ。



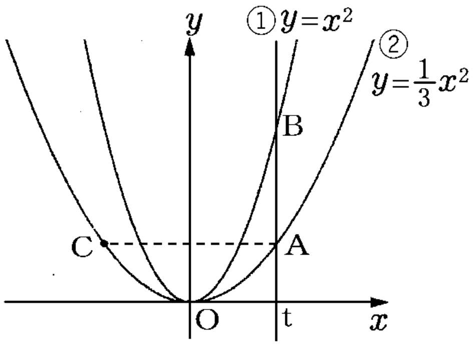
[ヒント]

点 B の x 座標は 1→AB の長さ／点 B の x 座標は 1→B と C の y 座標→BC の長さ

[$x = t$ とおく]

[問題 4](2 学期中間)(**)

右図のように，関数 $y = x^2$ ･･･①，$y = \frac{1}{3}x^2$ ･･･② のグラフがある。②のグラフ上に点 A があり，点 A の x 座標を正の数とする。点 A を通り，y 軸に平行な直線と①のグラフとの交点を B とし，点 A と y 軸について対称な点を C とする。また，点 O は原点とする。点 A の x 座標を t とする。△ABC が直角二等辺三角形となるとき，t の値を求めよ。

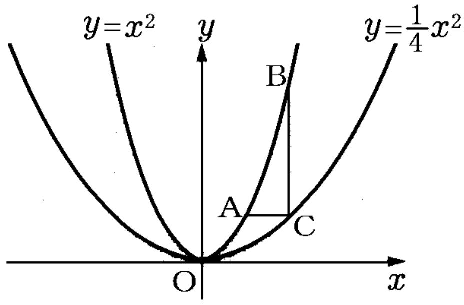


[ヒント]

∠BAC＝90° なので，△ABC が直角二等辺三角形となるときは AB＝AC が成り立つ。

[問題 5](2 学期中間)(**)

右の図で，点 A，点 B は関数 $y = x^2$ のグラフ上の点であり，点 C は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点である。線分 AC，BC はそれぞれ x 軸，y 軸に平行である。AC：BC＝1：9 のとき，点 A の座標を求めよ。



[ヒント]

点 A の x 座標を $x = t$ とおく→点 A の座標→点 C の座標→点 B の座標

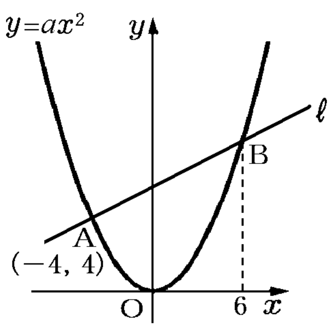
[直線の式]

[問題 6](2 学期中間)(**)

関数 $y = ax^2$ のグラフと直線ℓが，右の図のように 2 点 A，B で交わっている。点 A の座標が(−4，4)，B の x 座標が 6 であるとき，次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 直線ℓの式を求めよ。



[ヒント]

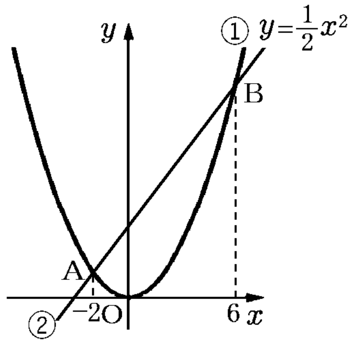
(1) 点 A(−4，4)を $y = ax^2$ に代入

(2) (1)で求めた $y = ax^2$ に $x = 6$ を代入→点 B の座標→A，B の座標→直線ℓの式

2 点$(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$を通る直線の傾き m は，$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

[問題 7](2 学期期末)(**)

右図において，①は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，点 A，点 B の x 座標はそれぞれ－2，6 である。このとき，次の各問いに答えよ。



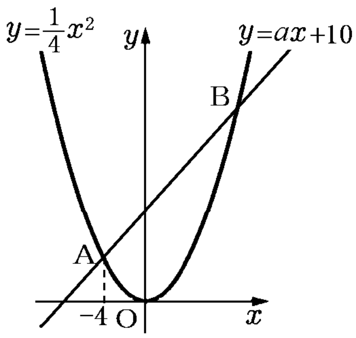
(1) 点 B の座標を求めよ。
(2) 2 点 A，B を通る直線②の式を求めよ。
[ヒント]
(1) 点 B の x 座標を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入
(2) 点 A の x 座標を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入→A，B の座標→直線②の式

[交点の座標]
[問題 8](後期中間)(*)

2 つの関数 $y=x^2$ と $y=2x+3$ が表すグラフの交点の座標をすべて求めよ。
[ヒント]
放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=bx+c$ の交点→ $ax^2=bx+c$ を解く

[問題 9](後期期末)(**)

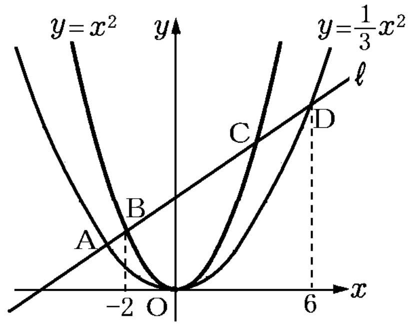
右のグラフの $y=\frac{1}{4}x^2$ と $y=ax+10$ は，2 点 A，B で交わっている。点 A の x 座標が－4 のとき，次の各問いに答えよ。



(1) 点 A の座標を求めよ。
(2) a の値を求めよ。
(3) 点 B の座標を求めよ。
[ヒント]
(1) $x=-4$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入
(2) (1)で求めた点 A の座標を $y=ax+10$ に代入
(3) $y=\frac{1}{4}x^2$ と(2)で求めた $y=ax+10$ の交点を求める。

[問題 10](2 学期期末)(**)

右の図で，関数 $y=x^2$， $y=\frac{1}{3}x^2$ と直線ℓは点 A，B，C，D で交わっている。B，D の x 座標はそれぞれ－2，6 である。次の各問いに答えよ。



(1) 直線ℓの式を求めよ。

(2) 点 A，C の座標をそれぞれ求めよ。

[ヒント]

(1) 点 B，D の座標を計算→直線 l の式

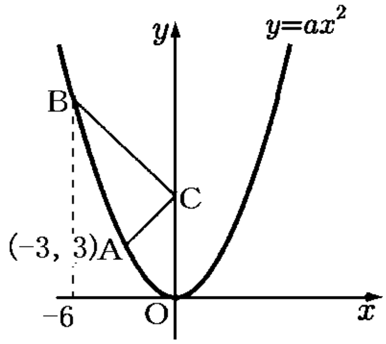
(2) (1)で求めた直線 l の式と $y=\frac{1}{3}x^2$ →点 A の座標

(1)で求めた直線 l の式と $y=x^2$ →点 C の座標

[最短距離]

[問題 11](入試問題)(***)

右の図のように，関数 $y=ax^2$ ($a>0$)のグラフ上に 2 点 A，B があり，点 A の座標は(－3，3)，点 B の x 座標は－6 である。また，y 軸上に点 C があり，点 C の y 座標は正である。次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

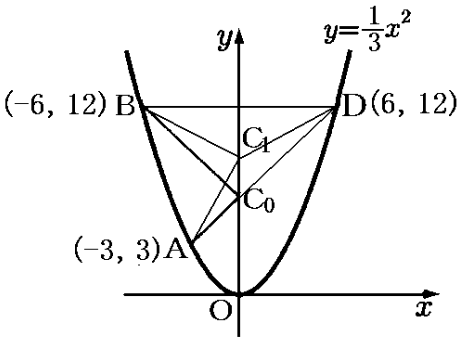
(2) 線分 AC と線分 BC の長さの和 AC＋BC がもっとも小さくなるときの，点 C の y 座標を求めよ。

(大分県)

[ヒント]

(2) 右図で，点 C が C_1 の位置にあるとき，

$AC_1+BC_1=AC_1+C_1D$ である。点 C が C_0 の位置にあるとき，$AC_0+BC_0=AC_0+C_0D=AD$



$\triangle AC_1D$ で，三角形の 2 辺の和は他の 1 辺より長いので，$AC_1+C_1D>AD$

よって，$AC_1+C_1D>AC_0+C_0D$，

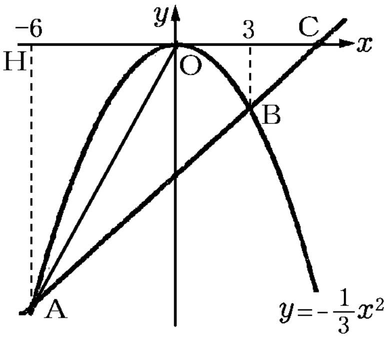
$AC_1+BC_1>AC_0+BC_0$ となる。

よって，C が C_0 の位置にあるとき，AC＋BC がもっとも小さくなる。

【】面積を求める

[底辺が x 軸(y 軸)上]

[問題 12](2 学期中間)(**)



右の図のように，関数 $y=-\dfrac{1}{3}x^2$ のグラフ上に点 A，B があり，A，B の x 座標はそれぞれ−6，3 である。直線 AB が x 軸と交わる点を C とするとき，次の各問いに答えよ。

(1) 直線 AB の式を求めよ。

(2) △AOC の面積を求めよ。

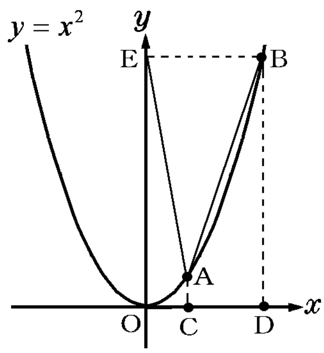
[ヒント]

(1) まず，点 A，B の座標を求める。

(2) △AOC で，OC を底辺とすると，高さは AH になる。

直線 AB の式→点 C の x 座標→底辺 OC の長さ

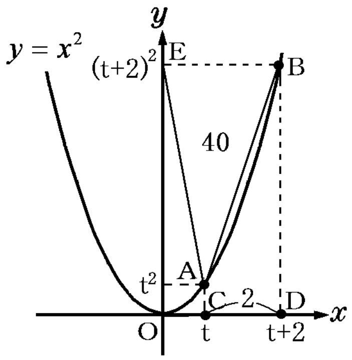
[問題 13](2 学期期末)(***)



右の図で, 2 点 A, B は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点であり，2 点 C，D は x 軸上の点である。また，点 E は y 軸上の点である。線分 AC，BD がそれぞれ y 軸に平行で，線分 EB が x 軸に平行である。2 点 C, D の x 座標は正であり, 点 D の x 座標は点 C の x 座標より大きいとする。線分 CD の長さが 2, △ABE の面積が 40 であるとき，点 A の座標を求めよ。

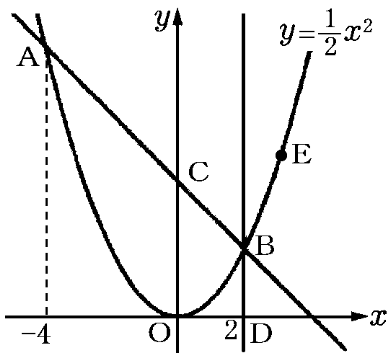
[ヒント]

点 A の x 座標を t とおく。



[問題 14](2 学期中間)(***)

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，点 A の x 座標は－4，点 B の x 座標は 2 である。2 点 A，B を通る直線と y 軸との交点を C とする。また，点 B を通り，y 軸に平行な直線と x 軸との交点を D とする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 2 点 A，B を通る直線の式を求めよ。

(2) 関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に x 座標が正である点 E をとる。△OEC と四角形 ODBC の面積が等しくなるとき，点 E の座標を求めよ。

[ヒント]

(1) 点 A，B の座標がわかれば直線 AB の式を求めることができる。

(2) まず，四角形 ODBC の面積を求める。

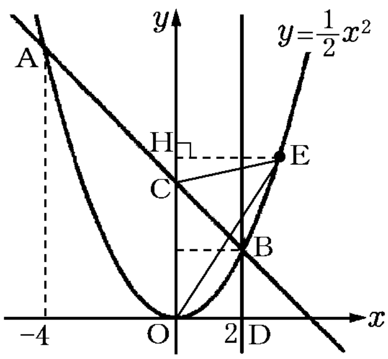
四角形 ODBC は台形なので，面積は

$\dfrac{1}{2}$ ×(上底 BD＋下底 OC)×高さ OD で計算できる。

次に，△OEC の面積は，底辺を OC とすると，

高さは EH になる。

(△OEC の面積)＝(四角形 ODBC の面積)から EH を求める。



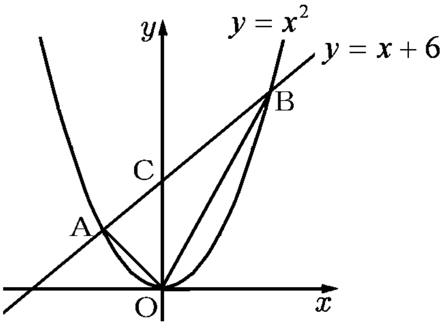
[y 軸で 2 つの三角形に分ける]

[問題 15](2 学期期末)(***)

右の図は，関数 $y=x^2$・・・①，$y=x+6$・・・②のグラフである。次の各問いに答えよ。

(1) 交点 A，B の座標を求めよ。

(2) △AOB の面積を求めよ。



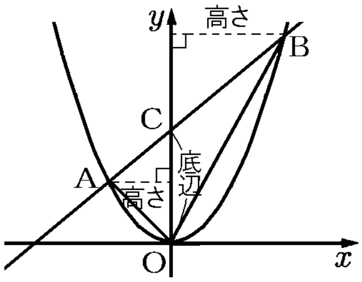
[ヒント]

(1) 放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=bx+c$ の交点

→ $ax^2=bx+c$ を解く

(2) △AOB の面積

→ y 軸で 2 つの三角形(△AOC と△BOC)に分けて求める。



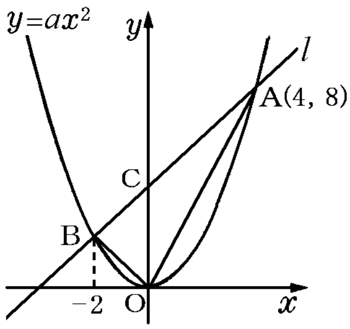
[問題 16](後期中間)(***)

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 l が 2 点 A，B で交わっている。点 A の座標は(4，8)，点 B の x 座標は－2 である。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 点 B の座標を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

(3) △AOB の面積を求めよ。



[ヒント]

(1) 点 A の座標を $y=ax^2$ に代入して a を求める→求めた $y=ax^2$ の式に $x=-2$ を代入。

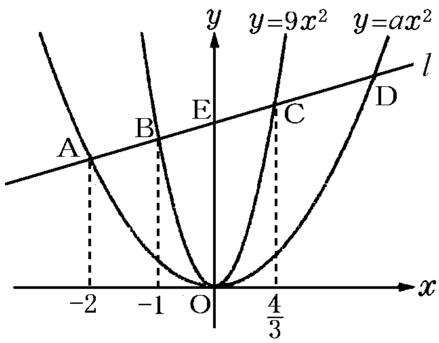
(2) 点 A，B の座標→直線 AB の式

(3) △AOB の面積→ y 軸で 2 つの三角形(△AOC と△BOC)に分けて求める。

[問題 17](後期中間)(***)

右の図のように，直線 l が放物線 $y=ax^2$ と 2 点 A，D で，放物線 $y=9x^2$ と 2 点 B，C でそれぞれ交わっている。点 A，B，C の x 座標は，それぞれ，

-2，-1，$\dfrac{4}{3}$ である。



このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 直線 l の式を求めよ。

(2) a の値を求めよ。

(3) △OAD の面積を求めよ。

[ヒント]

(1) B，C の座標→直線 l の式

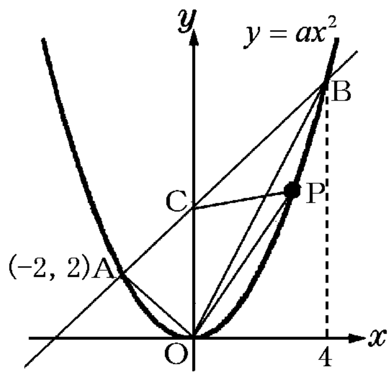
(2) 点 A の座標→a

(3) まず，直線 l の式と $y=ax^2$ から点 D の座標を求める。

→△OAD の面積： y 軸で 2 つの三角形(△AOE と△DOE)に分けて求める。

[問題 18](2 学期中間)(***)

右の図の曲線は，関数 $y=ax^2$ のグラフであり，点 A，B は曲線上の点で，点 A の座標は(−2，2)，点 B の x 座標は 4 である。また，点 C は直線 AB と y 軸との交点で，点 P は放物線上を原点 O から点 B まで動く点である。



(1) 関数 $y=ax^2$ について， a の値を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

(3) 三角形 OAB の面積を求めよ。

(4) 三角形 OCP の面積が三角形 OAB の面積の $\dfrac{1}{2}$ になるとき，点 P の座標を求めよ。

[ヒント]

(1) 点 A の座標を $y=ax^2$ に代入する。

(2) 点 B の座標を求める→A，B の座標から直線 AB の式を求める。

(3) y 軸で 2 つの三角形(△AOC と△BOC)に分けて求める。

(4) △OCP の底辺を OC とする→△OAB の面積と OC から△OCP の高さを求める。

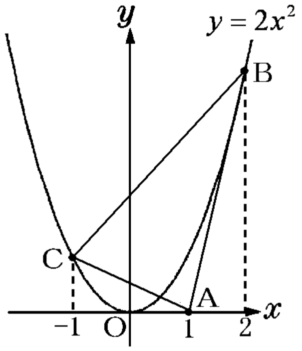
[y軸に平行な直線で2つの三角形に分ける]

[問題19](2学期期末)(***)

右の図のように，関数$y=2x^2$のグラフと，3点A，B，Cがある。点Aの座標は(1，0)で，点B，Cは放物線上にあり，それぞれのx座標は2，－1である。次の各問いに答えよ。

(1) 直線BCの式を求めよ。

(2) △ABCの面積を求めよ。

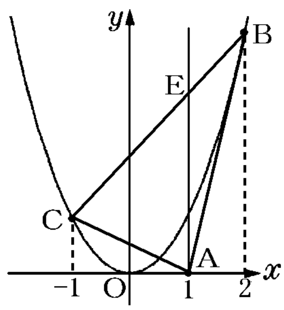


[ヒント]

(1) 点B，Cの座標を求める→直線BCの式を求める。

(2) 点Aを通ってy軸に平行な直線を引く

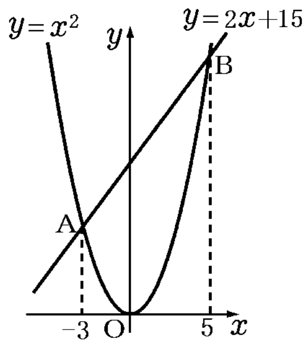
→△ABEと△ACEの2つの三角形に分けて考える。



[問題20](入試問題)(***)

右の図のように，関数$y=x^2$と関数$y=2x+15$のグラフがある。2つのグラフは2点A，Bで交わり，点A，Bのx座標は，それぞれ－3，5である。関数$y=x^2$のグラフ上に点Pを，△APBの面積が48になるようにとりたい。ただし，点Pのx座標は$0<x<5$とする。点Pの座標を求めよ。

(長野県)



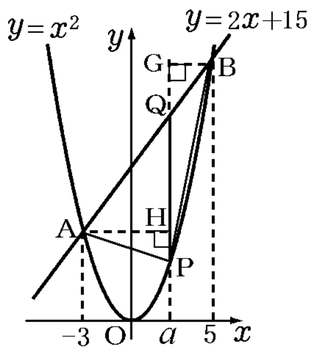
[ヒント]

右図のように，y軸に平行な線分PQをひき，点P，Qのx座標を$x=a$とする。

△APBを△APQと△BPQに分けて考え，

△APQと△BPQの共通の底辺をPQとする。

△APQと△BPQの面積をaを使って表す。

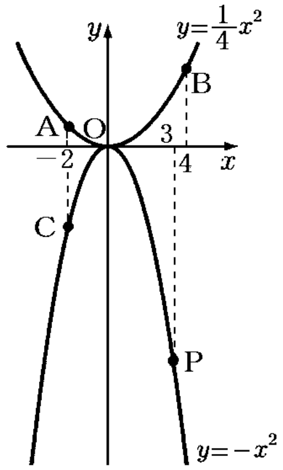


[外側の長方形から複数の三角形を引く]

[問題 21](入試問題)(**)

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり，その x 座標はそれぞれ－2，4 である。また，関数 $y=-x^2$ のグラフ上に 2 点 C，P があり，点 C の x 座標は－2，点 P はグラフ上を動く点で，その x 座標は正の数である。点 P の x 座標が 3 のとき，四角形 ACPB の面積を求めよ。

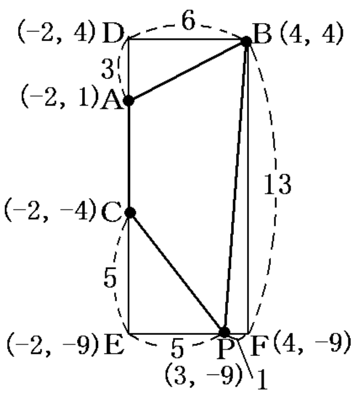
(奈良県)



[ヒント]

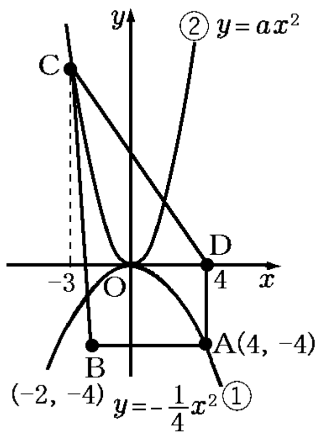
右図のように，四角形 ACPB を囲む長方形 BDEF を，長方形の辺が x 軸または y 軸に平行になるようにとる。

外側の長方形 BDEF の面積から，△ABD，△CPE，△BPF の面積を引いて四角形 ACPB の面積を求める。

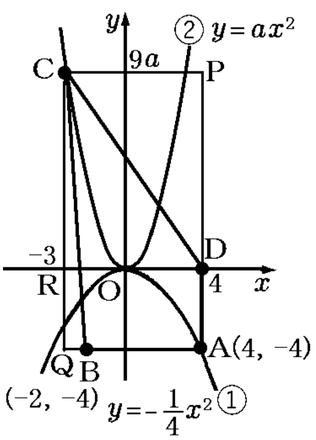


[問題 22](2 学期期末)(***)

右図のように，関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$・・・①， $y=ax^2$・・・②のグラフがある。点 A の座標は(4，－4)，点 B の座標は(－2，－4)である。点 C は②上の点で x 座標は－3 で，点 D は x 軸上の点で x 座標は 4 である。四角形 ABCD の面積が 50 となるような a の値を求めよ。



[ヒント]

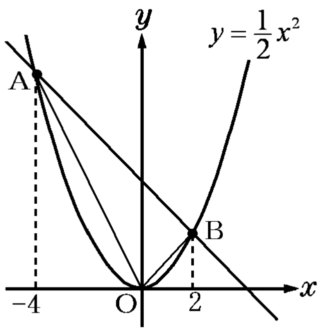


【】面積の二等分

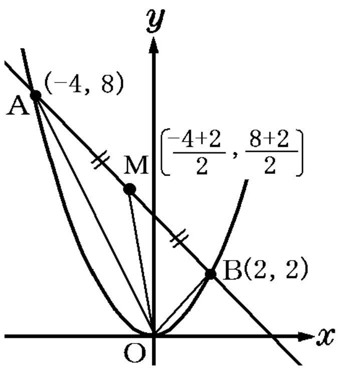
[底辺の中点の座標]

[問題 23](2 学期中間)(***)

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に，点 A，B がある。点 A，B の x 座標は，それぞれ－4，2 である。点 O を通り，△OAB の面積を二等分する直線の式を求めよ。



[ヒント]

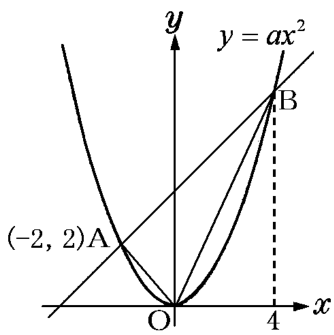


[問題 24](2 学期中間)(***)

右の図は，放物線 $y=ax^2$ と放物線上の 2 点 A，B を通る直線のグラフである。A(－2，2)で，B の x 座標が 4 のとき，次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

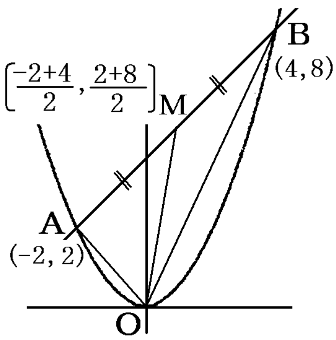
(2) 原点 O を通り，△AOB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。



[ヒント]

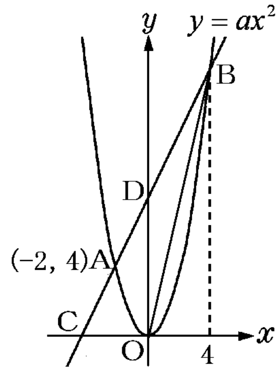
(1) A(－2，2)の座標を $y=ax^2$ に代入する。

(2)



[問題 25](後期中間)(***)

関数 $y=ax^2$ のグラフの上に 2 点 A，B がある。点 A の座標が(－2，4)で，点 B の x 座標が 4 であるとき，次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

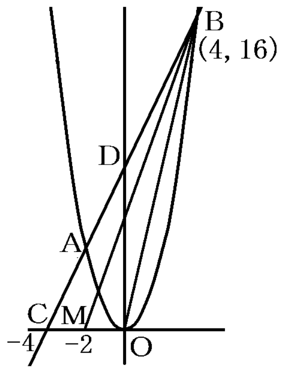
(3) B を通り，△OCB の面積を二等分する直線の式を求めよ。

[ヒント]

(1) A(－2，4)の座標を $y=ax^2$ に代入する。

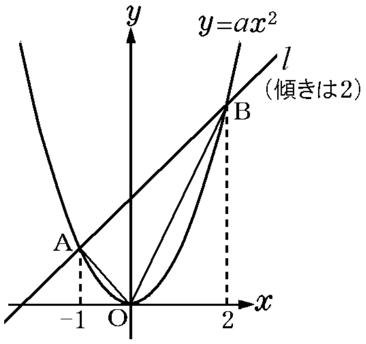
(2) 点 B の座標を求める。→A，B の座標から直線の式を求める。

(3)



[問題 26](2 学期中間)(***)

右の図のように，放物線 $y=ax^2$ と直線 l が 2 点 A，B で交わっている。点 A，B の x 座標はそれぞれ－1，2 である。直線 l の傾きが 2 であるとき，次の各問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

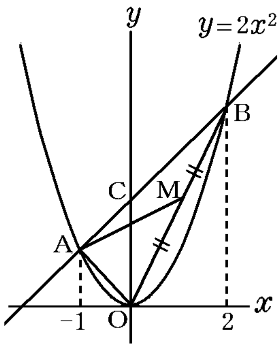
(2) 点 A を通り，△OAB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

[ヒント]

(1) 点 A の座標は $(-1,\ a)$，点 B の座標は $(2,\ 4a)$

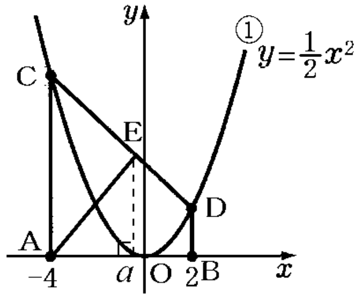
(直線 AB(直線 l)の傾き)＝$\dfrac{4a-a}{2-(-1)}$

(2) (1)で求めた a →点 A，B の座標



[四角形の面積の二等分など]

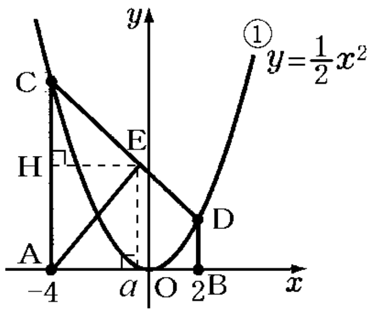
[問題 27](入試問題)(***)



右の図で，点 O は原点であり，2 点 A，B の座標はそれぞれ(−4，0)，(2，0)である。放物線①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。点 A を通り，y 軸に平行な直線をひき，放物線①との交点を C とする。また，点 B を通り，y 軸に平行な直線をひき，放物線①との交点を D とし，点 C と点 D を結ぶ。線分 CD 上に点 E をとる。直線 AE が台形 ABDC の面積を 2 等分するとき，点 E の x 座標はいくらか。点 E の x 座標を a として，a の値を求めよ。

(香川県)

[ヒント]

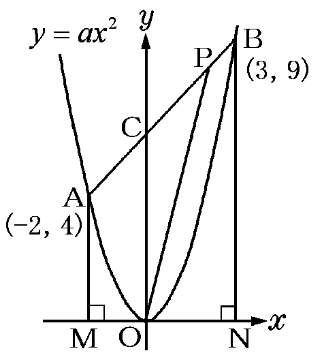


・点 C と点 D の座標を求める→台形 ABDC の面積を求める。

・△EAC の面積(底辺を AC とすると，高さは EH)

は台形 ABDC の面積の $\frac{1}{2}$ →a を求める。

[問題 28](2 学期期末)(***)



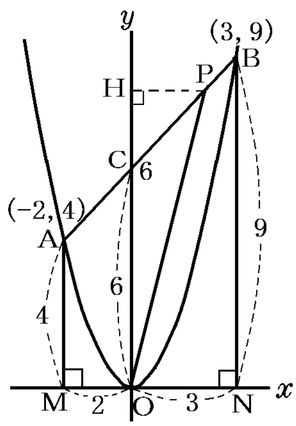
右の図のように放物線 $y=ax^2$ 上に点 A(−2，4)，点 B(3，9)がある。また，A，B から x 軸に下ろした垂線と x 軸の交点をそれぞれ M，N とするとき次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 点 A，B を通る直線の方程式を求めよ。

(3) 線分 AB 上に点 P をとる。線分 OP が台形 AMNB の面積を 2 等分するとき，点 P の座標を求めよ。

[ヒント]



(3)・台形 AMNB の面積を計算する。

・台形 AMOC の面積を計算する。

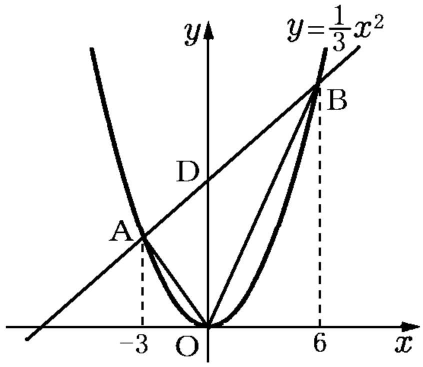
・(△OPC)＋(台形 AMOC)＝(台形 AMNB)×$\frac{1}{2}$ より，

△OPC の面積を計算する。

・△OPC の底辺を OC→高さ PH→P の x 座標

[問題 29](2 学期期末)(****)

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B がある。また，直線 AB の切片を点 D とおく。2 点 A，B の x 座標が，それぞれ－3，6 であるとき，次の各問いに答えよ。

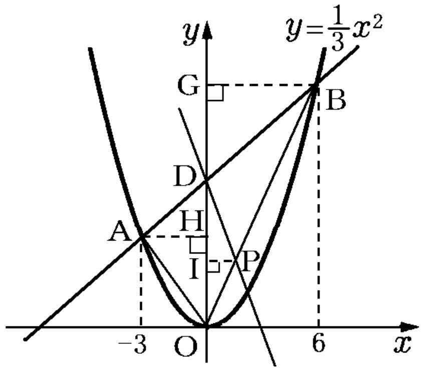


(1) △OAB の面積を求めよ。

(2) 点 D を通り，△OAB の面積を二等分する直線の式を求めよ。

[ヒント]

(2) 右図 DP が△OAB の面積を二等分する直線である。



面積を二等分するので，

(四角形 AOPD の面積)＝(△OAB の面積)× $\frac{1}{2}$

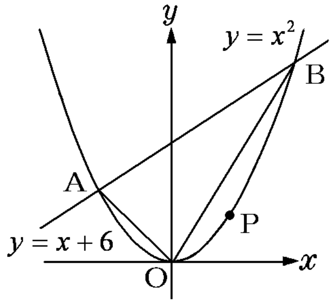
(△OAD の面積)＋(△OPD の面積)＝(△OAB の面積)× $\frac{1}{2}$

→△POD の面積を求める→PI(高さ)→座標 P→PD の式

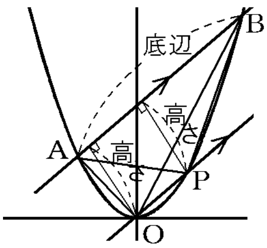
【】等積変形の利用

[問題 30](2 学期期末)(***)

右の図のように，放物線 $y=x^2$ と直線 $y=x+6$ との交点をA，B とする。O を原点とするとき，放物線 $y=x^2$ 上の O からB までの間に点 P をとって，△AOB の面積と△APB の面積が等しくなるようにする。このとき，点 P の座標を求めよ。



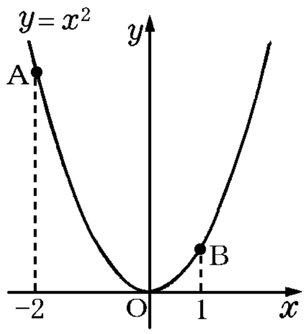
[ヒント]



底辺は共通
平行→ 高さが等しい
↓
△ABP＝△ABO

[問題 31](2 学期期末)(***)

右の図のように関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，点 A の x 座標が－2，点 B の x 座標が 1 であるとき，次の各問いに答えよ。



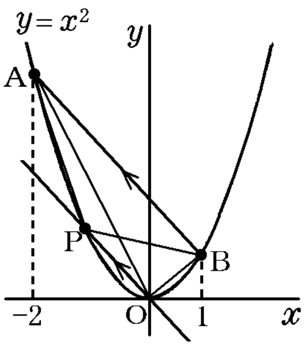
(1) 点 A の座標を求めよ。

(2) 直線 AB の式を求めよ。

(3) 点 P が関数 $y=x^2$ のグラフ上にあるとき，△PAB の面積が△OAB の面積と等しくなるような点 P の x 座標を求めよ。ただし，点 P は A と B の間にあるものとする。

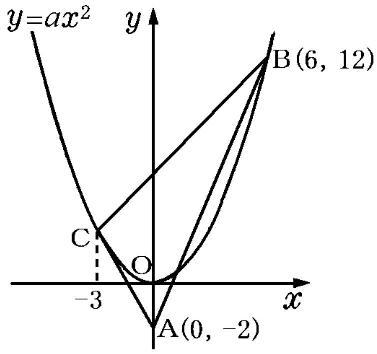
[ヒント]

(3)



[問題 32](3 学期)(***)

右の図のように，放物線 $y=ax^2$ と点 A(0，－2)がある。この放物線上に点 B(6，12)と点 C があり，点 C の x 座標は－3 である。このとき，次の各問いに答えよ。



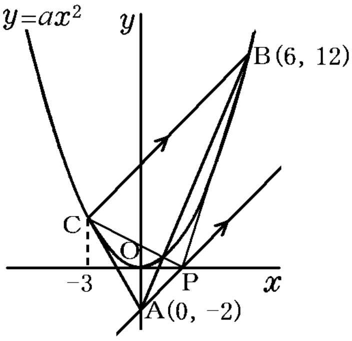
(1) a の値を求めよ。

(2) 2 点 B，C を通る直線の式を求めよ。

(3) x 軸上に点 P(t，0)(ただし，$t>0$)をとり，△PBC と△ABC の面積が等しくなるとき，t の値を求めよ。

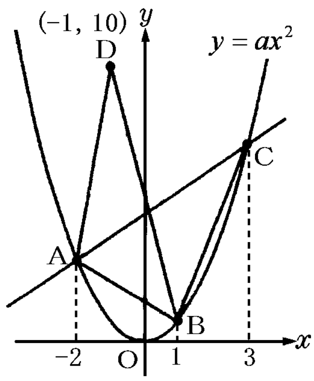
[ヒント]

(3)

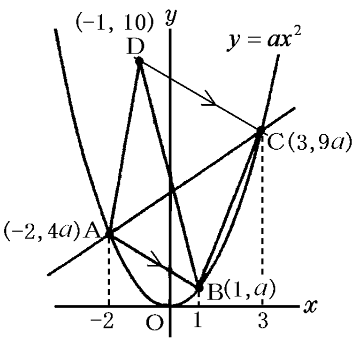


[問題 33](3 学期)(***)

右の図のように，$y=ax^2(a>0)$上に 3 点 A，B，C をそれぞれ x 座標が，－2，1，3 となるようにとる。点 D の座標が(－1，10)のとき，△ABC と△ABD の面積が等しくなる。このとき，a の値を求めよ。



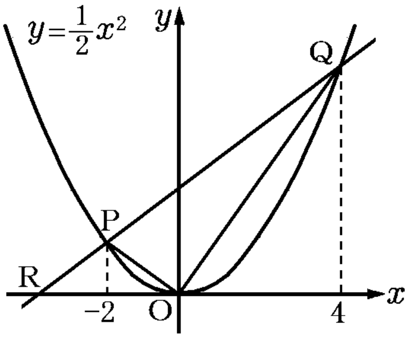
[ヒント]



【】線分比と面積比

[問題 34](後期中間)(***)

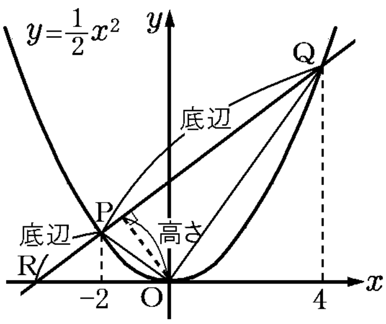
右の図のように関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点 P，Q がある。P，Q の x 座標はそれぞれ−2，4 である。次の各問いに答えよ。



(1) 直線 PQ の式を求めよ。

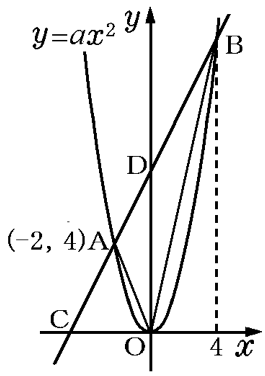
(2) 直線 PQ と x 軸との交点を R とすると，△PRO と△POQ の面積の比を求めよ。

[ヒント]



[問題 35](2 学期期末)(***)

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフの上に 2 点 A，B がある。点 A の座標が(−2，4)で，点 B の x 座標が 4 である。2 点 A，B を通る直線と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ点 C，点 D とするとき，次の各問いに答えよ。



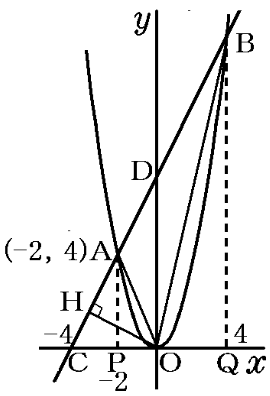
(1) a の値を求めよ。

(1) 直線 AB の式を求めよ。

(2) △OAB の面積は△OCB の面積の何倍か。

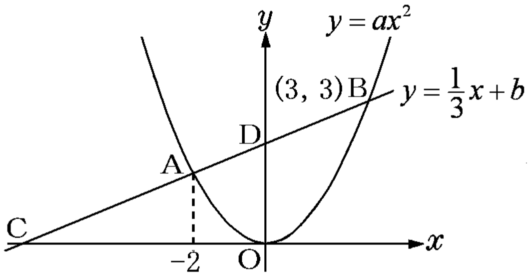
[ヒント]

(2)



[問題 36](後期中間)(***)

右図のように，放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=\frac{1}{3}x+b$ がある。放物線と直線の交点を A，B とし，直線と x 軸，y 軸の交点をそれぞれ C，D とする。また，点 A の x 座標は-2，点 B の座標は(3，3)である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1)　a, b の値を求めよ。

(2)　点 C の座標を求めよ。

(3)　y 軸上に点 E(0, 7)をとるとき△ABE と△ACE の面積の比を最も簡単な整数比で表せ。

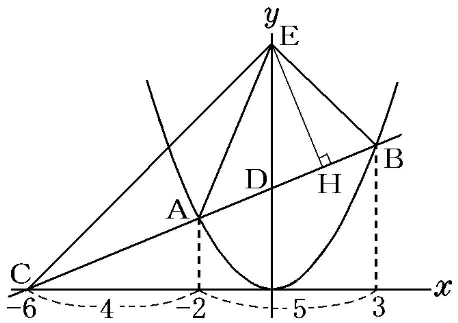
[ヒント]

(1)　$y=ax^2$ は点 B(3，3)を通る→a の値

$y=\frac{1}{3}x+b$ は点 B(3，3)を通る→b の値

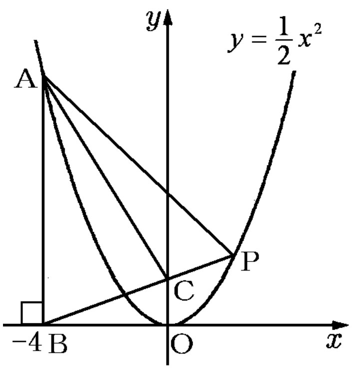
(2) (1)で b が求まるので，$y=\frac{1}{3}x+b$ の式がわかる→点 C では $y=0$→x の値

(3)



[問題 37](3 学期)(****)

右の図で，A は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点で，線分 AB は x 軸に垂直である。また，P は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあって $x>0$ の範囲を動く点であり，C は直線 PB と y 軸との交点である。点 A の x 座標が -4 のとき，次の各問いに答えよ。



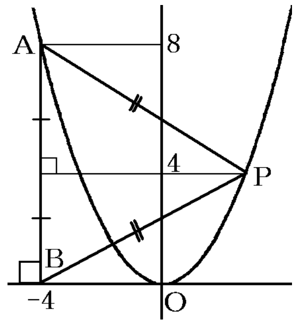
(1) 点 P の x 座標が 2 であるとき直線 PA の式を求めよ。

(2) △PAB が，PA＝PB の二等辺三角形になるとき，点 P の座標を求めよ。

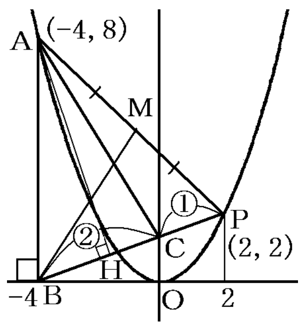
(3) △ABC の面積が△ACP の面積の 2 倍になるとき，点 B を通り，△ABP の面積を二等分する直線の式を求めよ。

[ヒント]

(2)



(3)

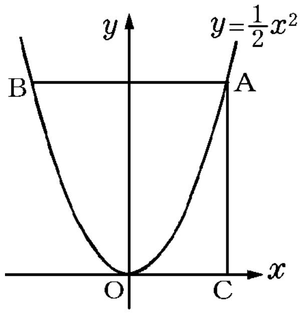


【】正方形・平行四辺形など

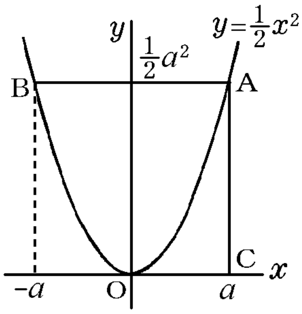
[正方形]

[問題 38](2 学期期末)(**)

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点 A，B，x 軸上に点 C があり，AB，AC はそれぞれ x 軸， y 軸に平行である。AB＝AC のとき，点 A の座標を求めよ。ただし，点 A の x 座機は正の数である。

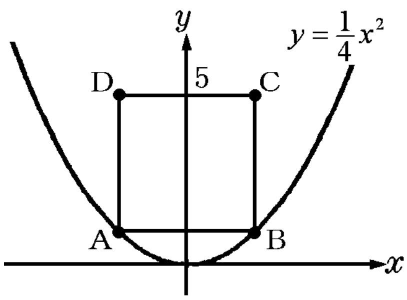


[ヒント]

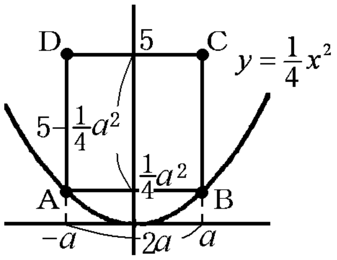


[問題 39](3 学期)(***)

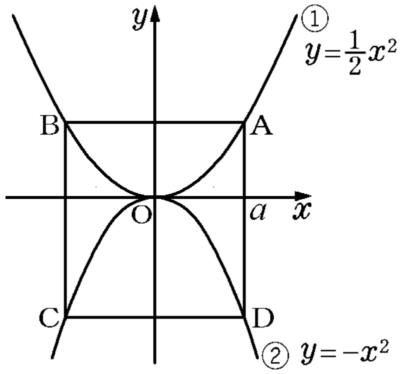
右の図で，A，B は関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点で，四角形 ABCD は正方形である。辺 AB が x 軸に平行で，点 C の y 座標が 5 のとき，点 B の座標を求めよ。



[ヒント]



[問題 40](2 学期中間)(***)

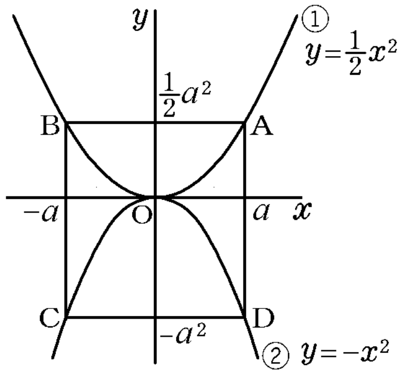


右の図のように，2 つの関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ $\cdots$①，$y=-x^2$ $\cdots$②のグラフがある。①のグラフ上の $x>0$ の範囲に点 A をとり，A を通り x 軸，y 軸に平行な直線と①，②との交点をそれぞれ B, D として正方形 ABCD をつくりたい。点 A の x 座標を a として，次の各問いに答えよ。

(1) 点 B の座標を a を使って表せ。

(2) a の値を求めよ。

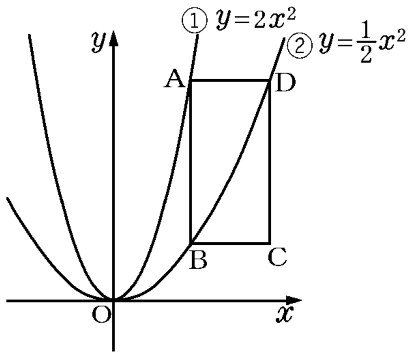
[ヒント]



[問題 41](後期中間)(***)

右の図のように，2 つの放物線

$$y = 2x^2 \cdots ①,\quad y = \frac{1}{2}x^2 \cdots ②$$

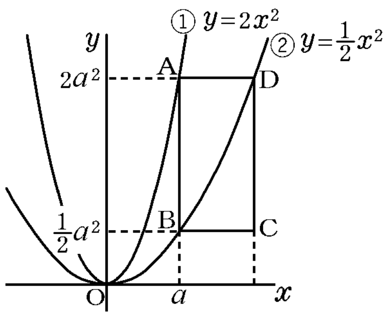


がある。放物線①上に点 A をとり，点 A を通り y 軸に平行な直線と，放物線②との交点を B，点 A を通り x 軸に平行な直線と，放物線②との交点を D，線分 AB，AD を 2 辺とする長方形を ABCD とする。ただし，2 点 A，D の x 座標は正の数であるものとする。

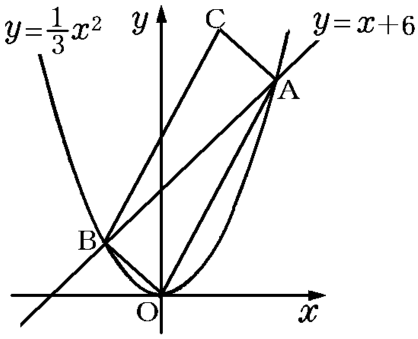
(1) 点 A の x 座標を $a\,(a>0)$ とするとき，点 D の座標を a を用いて表せ。

(2) 長方形 ABCD が正方形となるときの点 A の座標を求めよ。

[ヒント]



[平行四辺形]
[問題 42](2 学期期末)(***)



右の図のように，放物線 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ と直線 $y=x+6$ があり，その交点を A，B とする。また，四角形 AOBC が平行四辺形になるように点 C をとる。このとき，次の各問いに答えよ。

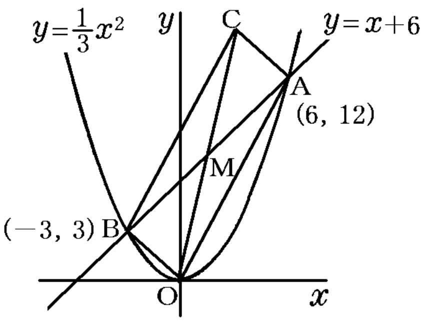
(1) 点 A，B の座標を求めよ。

(2) C の座標を求めよ。

[ヒント]

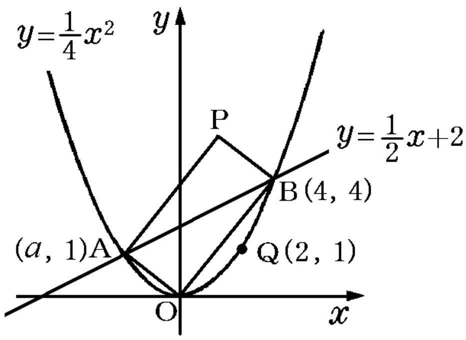
(1) $y=\dfrac{1}{3}x^2$ と $y=x+6$ の交点を求めるために，$\dfrac{1}{3}x^2=x+6$ とおく。

(2) 平行四辺形→対角線はそれぞれ中点で交わる：A，B の座標→M の座標→C の座標



[問題 43](後期中間)(****)

右の図で，$y=\frac{1}{4}x^2$ と $y=\frac{1}{2}x+2$ のグラフの交点を A(a，1)，B(4，4)とする。線分 AB を対角線とする平行四辺形 AOBP をつくる。このとき，次の各問いに答えよ。



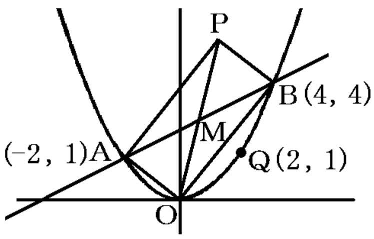
(1) a の値を求めよ。

(2) 点 P の座標を求めよ。

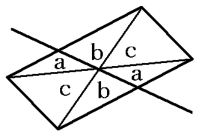
(3) $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，点 Q(2，1)をとる。この点 Q を通り，平行四辺形 AOBP の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

[ヒント]

(2)



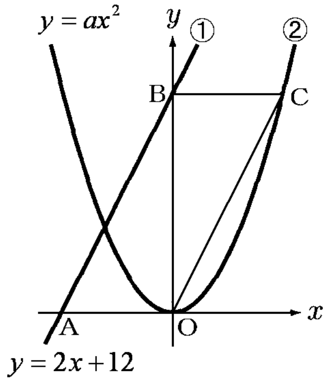
(3) 平行四辺形の対角線の交点を通る直線は，平行四辺形の面積を二等分する。点 Q(2，1)を通り，平行四辺形 AOBP の面積を 2 等分する直線は対角線の交点 M を通る。



[問題 44](入試問題)(**)

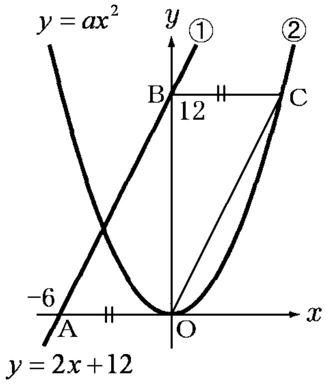
右の図で，①は一次関数 $y=2x+12$ のグラフ，②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。①と x 軸， y 軸との交点を，それぞれ A，B とする。②上に点 C をとり，平行四辺形 BAOC をつくるとき， a の値を求めよ。

(山形県)



[ヒント]

平行四辺形→対辺が平行で長さが等しい



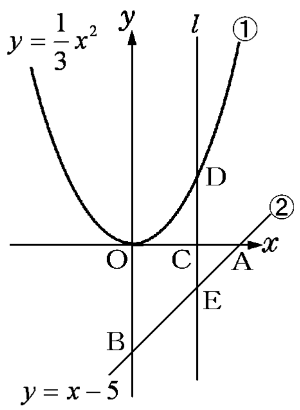
[問題 45](入試問題)(**)

右の図の①，②は関数

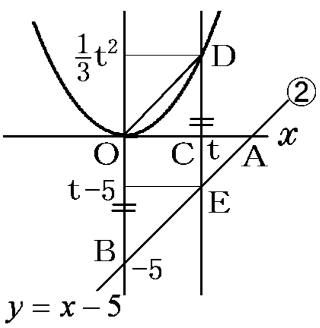
$y=\frac{1}{3}x^2$ ･･･①　$y=x-5$ ･･･②

のグラフである。点 O は原点で，点 A，B はそれぞれ②のグラフが x 軸，y 軸と交わる点である。また，y 軸に平行な直線 l が x 軸および①，②のグラフと交わる点をそれぞれ C，D，E とする。四角形 OBED が平行四辺形になるとき，点 C の x 座標 t を求めよ。

(佐賀県)



[ヒント]

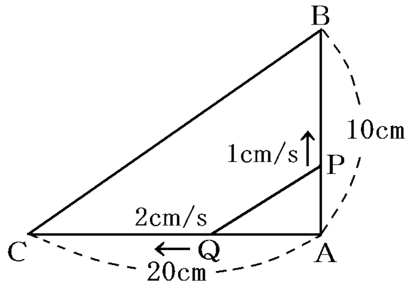


【】いろんな事象と関数

【】動点

[問題 46](2 学期中間)(**)

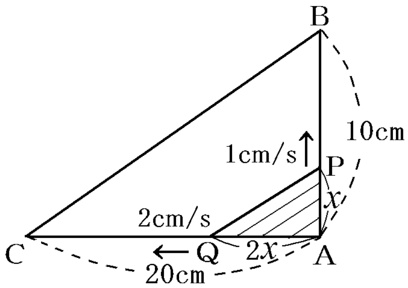
右の図のような直角三角形 ABC がある。点 P は辺 AB 上を毎秒 1cm の速さで，A から B まで動き，点 Q は辺 AC 上を毎秒 2cm の速さで，A から C まで動く。P，Q が同時に A を出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm² とするとき，次の各問いに答えよ。



(1) ① y を x の式で表せ。②また，x の変域も求めよ。

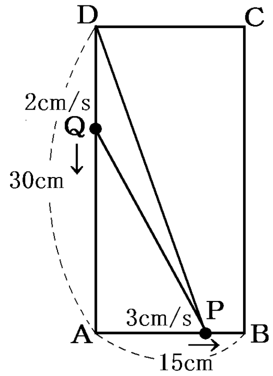
(2) △APQ の面積が 12cm² になるのは，P，Q が出発してから何秒後か。

[ヒント]



[問題 47](2 学期中間)(**)

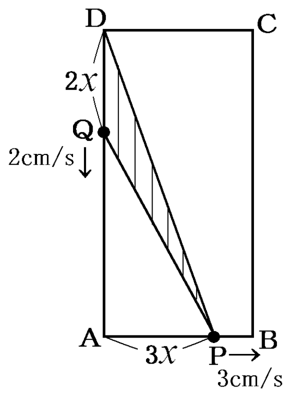
AB＝15cm，AD＝30cm の長方形 ABCD がある。右の図のように，P は AB 上を毎秒 3cm の速さで A から B まで動く。また，Q は毎秒 2cm の速さで D から A の方向へ動く。P，Q が同時に出発して x 秒後にできる△DPQ の面積を y cm^2 とするとき，次の各問いに答えよ。ただし，x の変域は，$0 \leqq x \leqq 5$ とする。



(1) y を x の式で表せ。

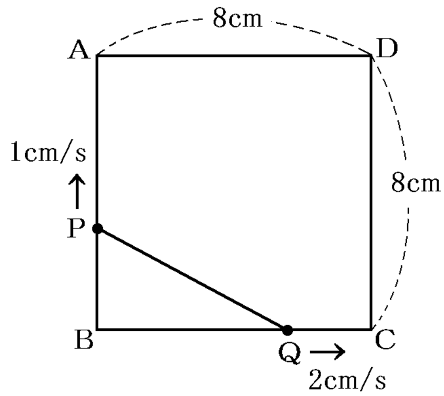
(2) △DPQ の面積が長方形 ABCD の面積の $\frac{1}{6}$ になるのは，P が出発してから何秒後か。

[ヒント]



[問題 48](後期中間)(***)

右の図のような正方形 ABCD で，点 P は B を出発して辺 AB 上を A まで毎秒 1cm の速さで動く。点 Q は，P が B を出発するのと同時に B を出発して，辺 BC, CD 上を点 D まで毎秒 2cm の速さで動く。点 P, Q が B を出発してから x 秒後の△BPQ の面積を y cm^2 として，各問いに答えよ。



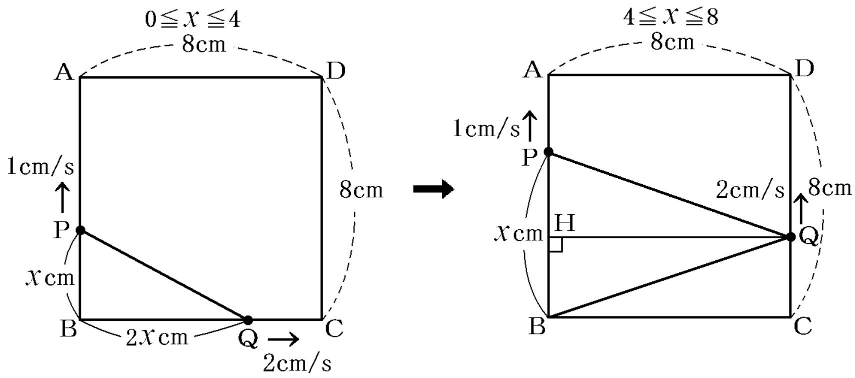
(1) 次の場合について，y を x の式で表せ。また，x の変域を求めよ。

① 点 Q が辺 BC 上を動くとき

② 点 Q が辺 CD 上を動くとき

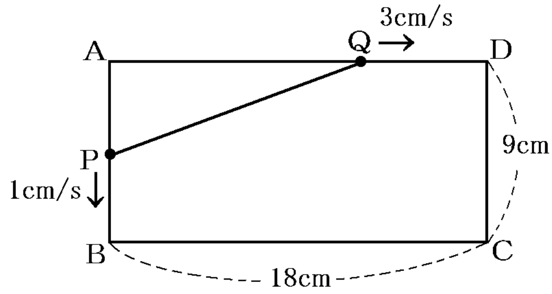
(2) △BPQ の面積が 24 cm^2 になるのは，点 P が B を出発してから何秒後か。

[ヒント]



[問題 49](2 学期中間)(***)

右の図のように，縦が 9cm，横が 18cm の長方形 ABCD がある。点 P は A を出発して，毎秒 1cm の速さで B まで動く。また，点 Q は点 P と同時に A を出発して，毎秒 3cm の速さで D を通って C まで動く。P，Q が出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm² として，次の各問いに答えよ。

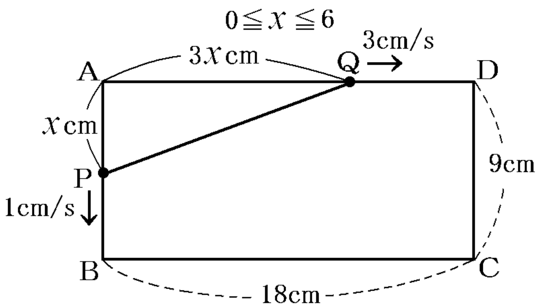


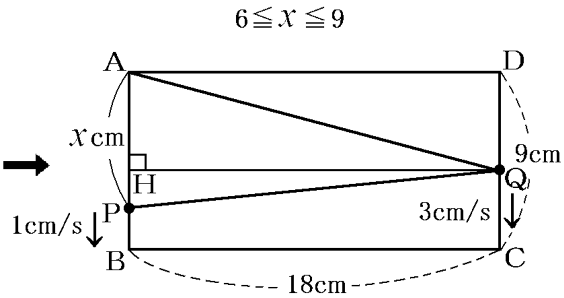
(1) x の変域が次の①，②のとき，y を x の式で表せ。

① $0 \leqq x \leqq 6$　　② $6 \leqq x \leqq 9$

(2) x と y の関係を表すグラフを解答欄の図にかき入れよ。

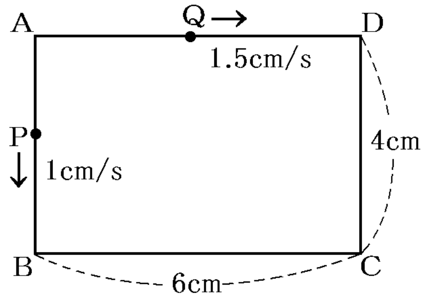
[ヒント]





[問題 50](2 学期期末)(***)

縦が 4cm，横が 6cm の長方形 ABCD がある。点 P と Q は頂点 A を同時に出発して矢印の方向へ進む。P は毎秒 1cm，Q は毎秒 1.5cm の速さで辺上を動く。P は辺上を A→B→C→D の順に動き，頂点 D に到達すると止まり，Q は辺 AD 上を A から D まで動き，頂点 D に到達すると止まる。出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm² とするとき，次の問いに答えよ。



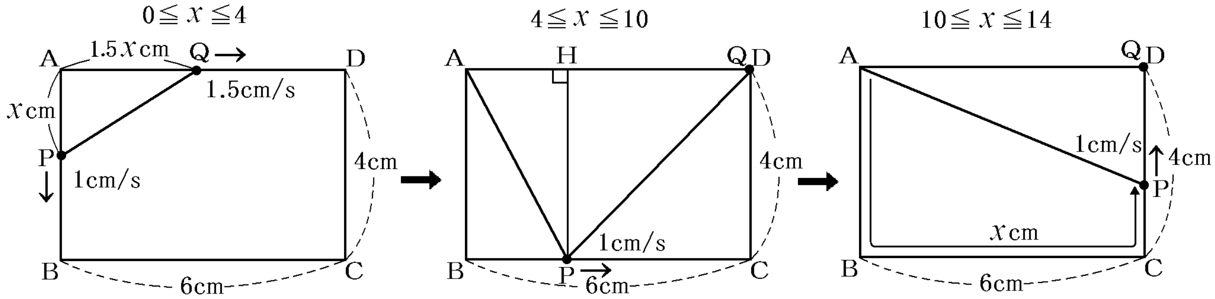
(1) 次の各場合について，y を x の式で表せ。

① $0 \leqq x \leqq 4$　　② $4 \leqq x \leqq 10$　　③ $10 \leqq x \leqq 14$

(2) 出発してから 7 秒後の△APQ の面積を求めよ。

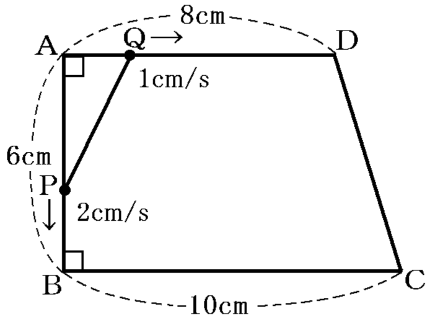
(3) y と x の関係を表すグラフを解答欄の図にかき入れよ。

[ヒント]



[問題 51](2 学期期末)(***)

右の図のような，AD // BC の台形 ABCD があり，AB＝6cm，BC＝10cm，AD＝8cm，∠A＝∠B＝90°である。点 P，Q はそれぞれ点 A を同時に出発して，点 P は辺 AB，BC 上を点 A から点 C まで毎秒 2cm の速さで移動し，点 Q は辺 AD 上を点 A から点 D まで毎秒 1cm の速さで移動する。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) 点 P，Q がそれぞれ点 A を同時に出発してから x 秒後の△APQ の面積を y cm² とするとき，次のそれぞれの場合について y を x の式で表し，x の変域も求めよ。

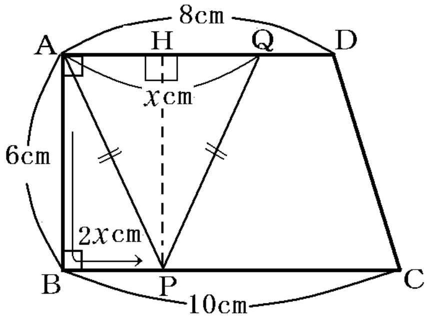
① 点 P が AB 上にあるとき

② 点 P が BC 上にあるとき

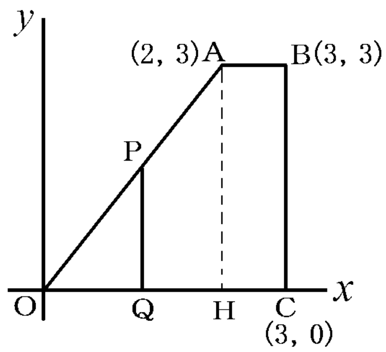
(2) AP＝PQ となるときの△APQ の面積を求めよ。ただし，点 P，Q が点 A の位置にあるときは除く。

[ヒント]

(2)



[問題 52](2 学期期末)(***)



右の図のように，点 O(0, 0)，A(2, 3)，B(3, 3)，C(3, 0)を頂点とする四角形 OABC において，動点 P は辺 OA，AB 上を O から B まで動く。P から x 軸に垂線をひき，x 軸との交点を Q(x，0)とする。線分 PQ によって分けられた四角形 OABC の 2 つの部分のうち, 頂点 O の側にある方の面積を y として, 次の各問いに答えよ。

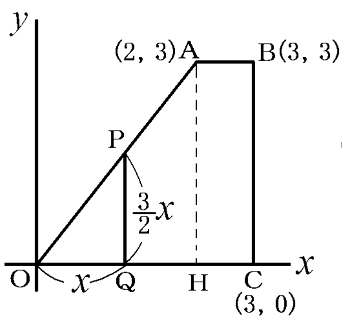
(1) 次の場合について，y を x の式で表せ。

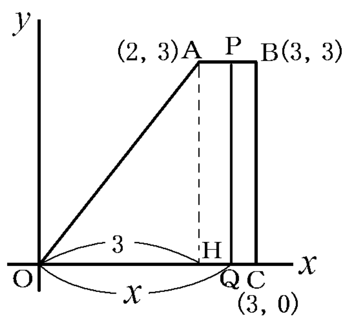
① $0 \leqq x \leqq 2$ のとき

② $2 \leqq x \leqq 3$ のとき

(2) x と y との関係を表すグラフをかけ。

[ヒント]

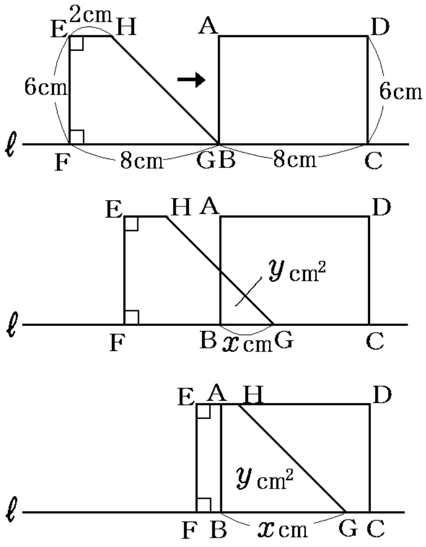




【】図形の移動による重なる面積

[問題 53](後期中間)(***)

右の図のように，長方形 ABCD と台形 EFGH が直線ℓ上に並んでいる。長方形を固定し，台形を矢印の方向に，頂点 G が C に重なるまで移動させる。線分 BG の長さを x (cm)とするときに重なってできる図形の面積を y (cm^2)とする。次の各問いに答えよ。

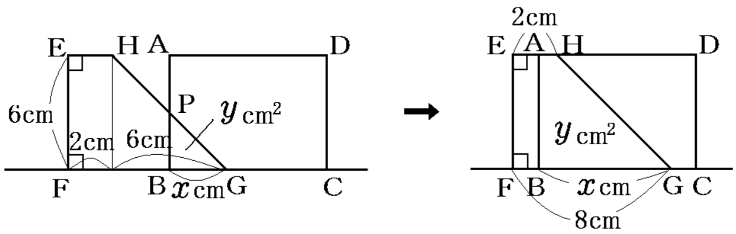


(1) x の変域を $0 \leqq x \leqq 6$ と $6 < x \leqq 8$ の場合に分けて，y を x の式で表せ。

(2) x の変域に注意して，解答用紙の座標平面にグラフをかけ。

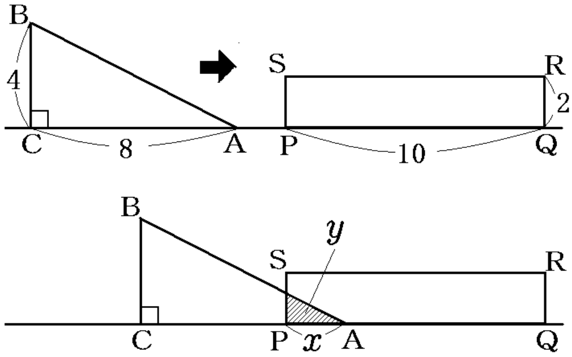
(3) 重なってできる図形の面積が，もとの台形 EFGH の面積の $\dfrac{2}{3}$ になるときの，BG の長さを求めよ。

[ヒント]



[問題 54](2 学期中間)(****)

次の図のように，直線上を矢印の方向に一定の速さで移動している直角三角形 ABC と，直線上で静止している長方形 PQRS がある。直角三角形 ABC と長方形 PQRS が重なり始めたときからの PA の長さを x とし，重なった部分の面積を y するとき，後の各問いに答えよ。

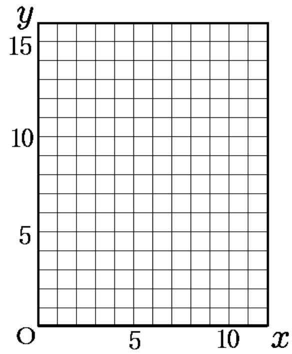


(1) $x=2$ のとき，y の値を求めよ。

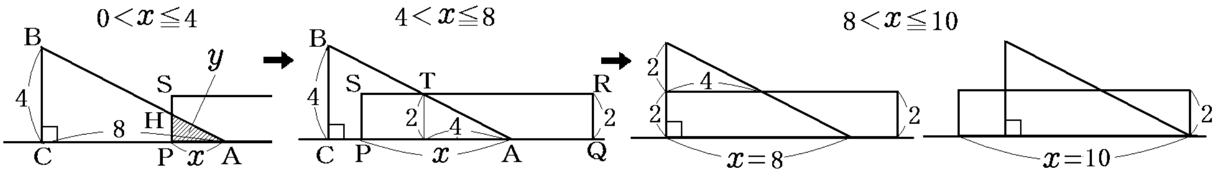
(2) 直角三角形 ABC と長方形 PQRS の重なった部分の図形が直角三角形となるような x の範囲を求めよ。

(3) $x=6$ のときの y の値を求めよ。

(4) y の変化を右のグラフにかけ。ただし，x の変域は $0 \leqq x \leqq 10$ とする。

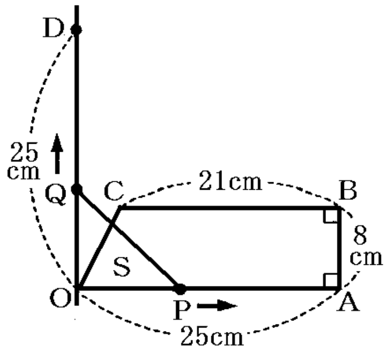


[ヒント]



[問題 55](入試問題)(****)

右の図のような，OA // CB である台形 OABC があり，OA＝25cm，AB＝8cm，BC＝21cm，∠OAB＝∠ABC＝90°である。点 O を通り，線分 OA に垂直な直線をひく。この直線上に，直線 OA について 2 点 B，C と同じ側に OD＝25cm となる点 D をとる。点 P は，点 O を出発して，毎秒 1cm の速さで，線分 OA 上を点 A まで動く点である。点 Q は，点 O を点 P と同時に出発して，OQ＝OP となるように，線分 OD 上を動く点である。2 点 P，Q が点 O を出発してから x 秒後に，台形 OABC を線分 PQ が分けてできる図形のうち，点 O を含む図形を S とするとき，次の各問いに答えよ。



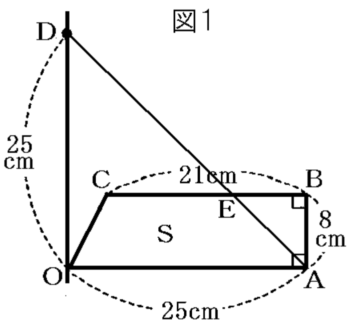
(1) 点 P が点 O を出発してから 25 秒後にできる図形 S の面積は何 cm² か。

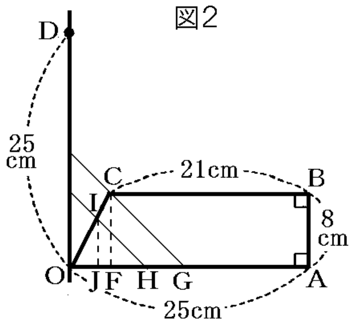
(2) $0 \leqq x \leqq 12$ の場合について，図形 S の面積は何 cm² か。 x を使った式で表せ。

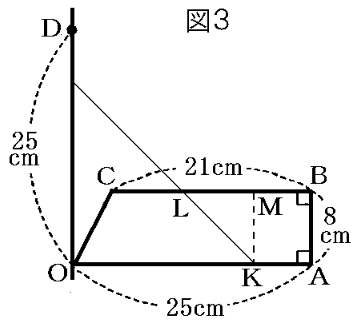
(3) $12 \leqq x \leqq 25$ の場合について，図形 S の面積は何 cm² か。 x を使った式で表せ。

(香川県)

[ヒント]







(1) 点 P が点 O を出発してから 25 秒後にできる図形 S は図 1 のようになっている。

(2) 図 2 のように，線分 PQ が点 C を通るとき，OG＝12(cm)である。よって，$0 \leqq x \leqq 12$ の場合の図形 S は図 2 の△IOH のようになっている。

(3) $12 \leqq x \leqq 25$ のとき，図 3 のような状態になる。

【】落下運動・制動距離

[落下運動]

[問題 56](2 学期中間)(**)

物が自然に落ちるとき，落ちる距離は，落ち始めてからの時間の 2 乗に比例する。また，物が落ち始めてから 3 秒間に落ちる距離を 45m とする。落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m として，次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) 5 秒間に落ちる距離を求めよ。

(3) 405m の高さから落とすと，地面に着くまでに何秒かかるか。

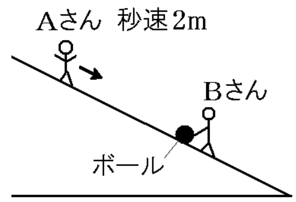
[ヒント]

落ちる距離 y (m)は，落ち始めてからの時間 x (秒)の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおくことができる(a は定数)。

[問題 57](2 学期期末)(**)

物が自然に落ちるとき，落ちる距離は，落ち始めてからの時間の 2 乗に比例する。ある物体が落ち始めてから 4 秒間に落ちた距離が 80 m であるとき，この物体を 500m の所から落下させれば，地上に落ちるまでに何秒かかるか。

[問題 58](後期中間)(**)



右の図のような坂を A さんは秒速 2m の一定の速さで歩いて下り，その途中でボールを地面に置いて立っている B さんがいる。A さんがボールの横を通過すると同時に B さんがボールから手をはなす。ボールが B さんの手をはなれ，転がり始めてから x 秒間に y m 転がるとすると，x と y の関係は $y=ax^2$ で表されるという。ボールが転がり始めてから 4 秒間に転がる距離は 4m であった。次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) ボールが転がり始めてから 2 秒後から 6 秒後までの平均の速さを求めよ。

(3) A さんがボールに追いつかれるのは，ボールが転がり始めてから何秒後か。

(4) B さんがボールをはなしてから 12 秒後には, A さんとボールはどれだけはなれているか。

[ヒント]

(1) $y=ax^2$ に $x=4$， $y=4$ を代入する。

(2) (平均の速さ)＝$\dfrac{\text{(進んだ距離)}}{\text{(かかった時間)}}$

(3) A さんは秒速 2m の速さで進んでいるので， x 秒間に進んだ距離 y は $2x$ m である。

[制動距離]

[問題 59](2 学期中間)(**)

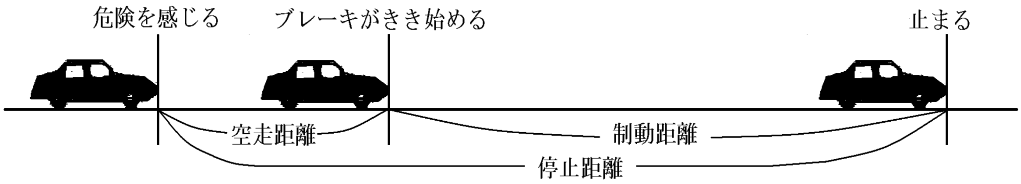
時速 x km で走っている自動車がブレーキをかけてから止まるまでに進む距離 y m とすると，y は x の 2 乗に比例する。時速 40km で走っている自動車がブレーキをかけてから止まるまでに進む距離が 10m であるとき，y を x の式で表せ。

[ヒント]

y は x の 2 乗に比例するので，$y = ax^2$ とおく。

[問題 60](2 学期中間)(**)

運転者が危険を感じてからブレーキをふみ，ブレーキが実際にきき始めるまでに進む距離を空走距離といい，ブレーキがきき始めてから自動車が止まるまでに進む距離を制動距離という。



空走距離は，自動車の速さに比例し，制動距離は，自動車の速さの 2 乗に比例する。今，時速 30km で走る自動車の制動距離が 8m であった。この自動車の速さを時速 x km，そのときの制動距離を y m として，次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) 制動距離を 40m にするには，時速をどれだけにすればよいか。小数第 1 位を四捨五入して整数で求めよ。ただし，$\sqrt{3} = 1.73$，$\sqrt{5} = 2.24$ とする。

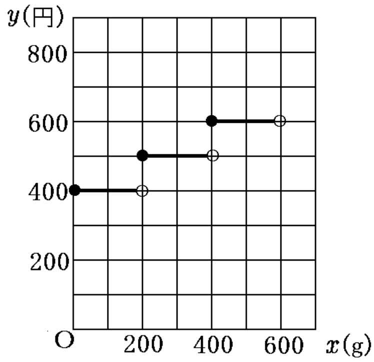
[ヒント]

y は x の 2 乗に比例するので，$y = ax^2$ とおく。

【】いろいろな関数

[問題 61](2 学期期末)(**)

右のグラフは，重さ x g の荷物の配送料金を y 円として，x と y の関係を表したものである。次の各問いに答えよ。ただし，グラフで，端の点をふくむ場合は「●」，ふくまない場合は「○」で表している。



(1) 重さ 300g の荷物の配送料金はいくらになるか。

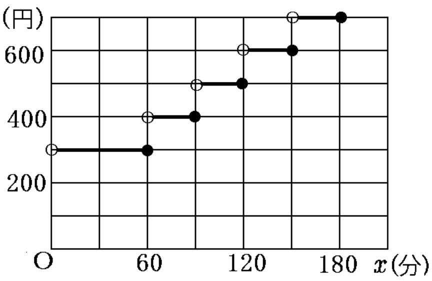
(2) 重さ 400g の荷物の配送料金はいくらになるか。

[ヒント]

(1) x ＝300(g)は，200≦ x ＜400 の範囲に入っている。

[問題 62](2 学期期末)(**)

駅のとなりの駐車場の駐車料金は，60 分以内が 300 円で，その後 30 分ごとに 100 円ずつ加算される。右の図は，この駐車場に x 分間駐車したときの料金を y 円として，x と y の関係を表したものの一部である。次の各問いに答えよ。ただし，グラフで，端の点をふくむ場合は「●」，ふくまない場合は「○」で表している。



(1) 120 分間駐車したとき，駐車料金は何円か求めよ。

(2) 3 時間 45 分駐車したとき，駐車料金は何円か求めよ。

(3) x と y の関係について，次のア～エから最も適切なものを 1 つ選べ。

ア　x は y の関数である。

イ　y は x の関数である。

ウ　x は y の関数であり，y は x の関数である。

エ　x は y の関数でなく，y は x の関数でない。

[ヒント]

(1) x ＝120(分)は，90＜ x ≦120 の範囲に入っている。

(2) 3 時間 45 分＝225 分である。

グラフでは，「150＜ x ≦180 のときは y ＝700」までしか表示されていないが，

30 分ごとに 100 円ずつ加算されるので，

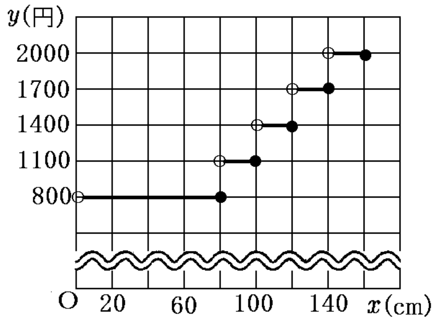
180＜ x ≦210 のときは y ＝700＋100＝800

210＜ x ≦240 のときは y ＝800＋100＝900

(3) x (分)が決まると y (円)の値がただ 1 つ決まるとき y は x の関数である。

[問題 63](後期中間)(**)

右のグラフはある運送会社の送料のグラフである。縦，横，高さの合計が x cm までのときの運賃が y 円であることを表している。このとき，次の各問いに答えよ。ただし，グラフで，端の点をふくむ場合は「●」，ふくまない場合は「○」で表している。



(1) y は x の関数であるといえるか。「いえる」か「いえない」という形で答えよ。

(2) 所持金が 1693 円のとき，荷物の縦，横，高さの合計は何 cm までを送ることができるか。